



أسس الهندسة الكهربائية



منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

أسس الهندسة الكهربائية

الدكتور

عصام الزو

أستاذ مساعد في قسم هندسة الطاقة

الدكتور

سميح الجابي

أستاذ في قسم هندسة الطاقة

١٤٣٧ - ١٤٣٨ هـ
٢٠١٦ - ٢٠١٧ م

جامعة دمشق

الفهرس

الموضوع	رقم الصفحة
الفصل الأول: مبادئ ومصطلحات وتعريف رياضية فيزيائية	١٩
١-١- الكميات الرياضية السلمية والشعاعية	٢١
٢-١- الكميات الفيزيائية السلمية والحقلية	٢٢
٣-١- القوانين والنظريات الفيزيائية	٢٣
Physical Laws and Theories	
٤-١- الظواهر الفيزيائية	٢٣
Physical Phenomena	
٥-١- البنية الذرية للمواد	٢٤
Atomic Structure of Materials	
الفصل الثاني - الكهرباء الساكنة والحقل الكهربائي الساكن	٢٩
Static Electricity and Static Electric Field	
١-٢- تكهرب الأجسام	٣١
٢-٢- الشحنات الكهربائية	٣١
Electric Charges	
٣-٢- توزيع الشحنات في الأجسام	٣٢
Distribution of Charges	
١-٣-٢- التوزيع الحجمي للشحنات الكهربائية	٣٢
Volume Charges	
٢-٣-٢- التوزيع السطحي للشحنات الكهربائية	٣٤
Surface Charges	
٣-٣-٢- التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية	٣٦
Linear Charges	
٤-٣-٢- الشحنات الكهربائية النقطية	٣٧
Point Charges	
٤-٢- قانون كولومب للقوى الكهربائية المؤثرة	٣٨
Coulomb's Law	
٥-٢- الحقل الكهربائي	٤١
Static Electric Field	
٦-٢- خطوط الحقل الكهربائي الساكن	٤٣
Stream lines	
٧-٢- مبدأ التراكب في الحقل الكهربائي الساكن	٤٦
Superposition	
٨-٢- الكمون الكهربائي الساكن	٤٧
Potential of Electric Field	

٥١	Potential Difference	٩-٢ - التوتر الكهربائي الساكن
٥٢	Equal potential Planes	١٠-٢ - السطوح متساوية الكمونات
٥٦	Electrical Polarization	١١-٢ - ظاهرة الاستقطاب الكهربائي
٥٦	Electric Polarization Momentum	١١-٢ - عزم الاستقطاب الكهربائي وحقل الاستقطاب الكهربائي
٥٨	Temporary Polarization	١١-٢ - قانون الاستقطاب الكهربائي المؤقت
٦٢	Electric Dipole	١١-٢ - ثنائي الأقطاب الكهربائي
٦٣	Induced Charges	١٢-٢ - نظرية التكهرب بالتأثير - شرط التوازن الكهربائي الساكن
٦٧	Electric Displacement and Electric Induction	١٣-٢ - الإزاحة الكهربائية والتحريض الكهربائي
٧٠	Electric Flux	١٤-٢ - قانون التدفق الكهربائي
٧٣	The relation between P , H and B	١٥-٢ - قانون ماكسويل للعلاقة بين التحريض والحقل والاستقطاب الكهربائي
٧٦		١٦-٢ - نظرية الأتراس الكهربائية - التغليف الكهربائي
٧٩	Charges Conservation	١٧-٢ - مبدأ مصونية الشحنات الكهربائية
٨٠	Electric Capacitance	١٨-٢ - نظرية السعات الكهربائية
٨٤		١٩-٢ - المكثف الكهربائي - سعة المكثف الكهربائي
٨٩		٢٠-٢ - نظريات ماكسويل للسعات الكهربائية
٨٩		٢٠-٢ - ١ - نظرية ماكسويل لثوابت الكمون
٩٢		٢٠-٢ - ٢ - نظرية ماكسويل لثوابت التأثير
٩٤		٢٠-٢ - ٣ - نظرية ماكسويل للسعات الجزئية
٩٧	Electric Circuits with Condensers	الفصل الثالث - دارات المكثفات الكهربائية
٩٩	Introduction	١-٣ - مقدمة

١٠٠	٢-٣- نظرية تكافؤ دارات المكثفات الكهربائية
١٠١	٣-٣- نظريات المكثفات الكهربائية المكافئة
١٠١	١-٣-٣ نظرية المكثف الكهربائي المكافئ للربط التسلسلي للمكثفات
١٠٣	٢-٣-٣ نظرية مجزئ التوتر السعوي
١٠٥	٣-٣-٣ نظرية المكثف المكافئ للربط التفرعي للمكثفات Parallel Condensers Circuits
١٠٧	٤-٣-٣ نظرية تكافؤ الربط النجمي والربط المثلثي للمكثفات
١٠٨	٤-٣- قوانين كير شوف في دارات المكثفات Kircchoff's Laws
١٠٨	١-٤-٣ قانون كير شوف الأول في دارات المكثفات
١١١	٢-٤-٣ قانون كير شوف الثاني في دارات المكثفات
١١٥	الفصل الرابع: الطاقة والقوى الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن Energy and Forces in Static Electric Field
١١٧	١-٤- الطاقة الكهربائية المخزنة في الحقل الكهربائي الساكن
١٢١	٢-٤- نظرية الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن Volume Density of Electric Energy
١٢٣	٣-٤- القوى العامة في الحقل الكهربائي الساكن
١٢٧	٤-٤- النظرية الأولى للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن
١٢٨	٥-٤- النظرية الثانية للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن
١٣١	٦-٤- ملاحظات حول نظريتي القوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن
١٣٣	٧-٤- أجهزة القياس الكهربائية الساكنة
١٣٣	١-٧-٤ البندول الكهربائي Electric Pendulum
١٣٣	٢-٧-٤ المكشاف الكهربائي Electroscope
١٣٤	٣-٧-٤ جهاز براون لقياس الكمون الساكن Brown Static Voltmeter
١٣٥	٤-٧-٤ جهاز تومسون لقياس فرق الكمون الكهربائي الساكن

١٣٧	الفصل الخامس :تطبيقات عملية لحساب بعض الحقول الكهربائية الساكنة والطاقة والقوى في الحقل الكهربائي الساكن Exercises and Problems
١٥٣	الفصل السادس : الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة - التيار المستمر Kinetic Electricity
١٥٥	١-٦ تعريف الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة Kinetic Electricity
١٥٦	٢-٦ المصادر العملية للقوى المحركة الكهربائية
١٥٦	١-٢-٦ البطاريات والمخزونات الكهربائية Batteries and Cells
١٥٨	٢-٢-٦ المولدات الكهربائية Electric Generators
١٥٩	٣-٦ الآثار الناتجة عن الحالة الكهربائية المتحركة
١٦٠	٤-٦ شدة تيار الناقلية الكهربائي Conduction Current Intensity
١٦١	٥-٦ توزيع التيار الكهربائي في الاجسام الناقلة - كثافة التيار Conduction Current Density
١٦٢	٦-٦ شدة تيار الانتقال الكهربائي Convection Current Intensity
١٦٥	٧-٦ حاملات التيار الكهربائي Current Carriers
١٦٥	١-٧-٦ حاملات التيار في النواقل المعدنية Metallic Conductors
١٦٦	٢-٧-٦ حاملات التيار في المحاليل الكيميائية الناقلة
١٦٦	٣-٧-٦ حاملات التيار في حالة أنصاف النواقل Semi Conductors
١٦٧	٤-٧-٦ حاملات التيار في الغازات المتأينة Gas Discharge
١٦٩	الفصل السابع Theories and Laws in Kinetic Electricity المبادئ والقوانين والنظريات في الكهرباء المتحركة المستقرة - التيار المستمر Direct Current D.C.
١٧١	١-٧ مقدمة Introduction
١٧١	٢-٧ قانون مصونية الشحنات الكهربائية Charges Conservation
١٧٤	٣-٧ مبدأ استمرارية خطوط كثافة التيار الكهربائي

١٧٦	٤-٧ نظرية الكمون الكهربائي في التيار المستمر Electric Potential in D.C.
١٧٨	٥-٧ قانون أوم الكهربائي في التيار المستمر Ohm's Law in D.C.
١٨٠	٦-٧ المقاومة الكهربائية والمقاومة النوعية الكهربائية Electric Resistance and Specific Resistance
١٨٣	٧-٧ قانون تغير المقاومات الكهربائية كتابع لدرجة الحرارة Dependence of Electric Resistance to Temperature
١٨٧	٨-٧ قانون تحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية في النواقل Joule – Lenz Law
١٩١	٩-٧ تحديد مواصفات النواقل الكهربائية في التطبيقات العملية
١٩٣	١٠-٧ نظرية الاستطاعة الكهربائية في التيار المستمر Electric Power in D.C.
١٩٤	١١-٧ نظرية الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية Electric Power Density
١٩٧	الفصل الثامن : الدارات الكهربائية في التيار المستمر Electrical Circuits in D. C.
١٩٩	١-٨ مقدمة Introduction
٢٠٠	٢-٨ بنية دارات التيار المستمر Structure of D.C. Circuits
٢٠٣	٣-٨ اختيار الاتجاهات الموجبة في دارات التيار المستمر Positive Direction of D.C.
٢٠٥	٤-٨ نظرية تكافؤ دارات التيار المستمر Equivalence of D.C. Circuits
٢٠٦	٥-٨ قانونا كيرشوف في دارات التيار المستمر
٢٠٦	١-٥-٨ قانون كيرشوف الأول Kirchhoff First Law in D.C.
٢٠٨	٢-٥-٨ قانون كيرشوف الثاني Kirchhoff Second law in D.C.
٢١١	٣-٥-٨ ملاحظات حول تطبيق قوانين كيرشوف في دارات التيار المستمر

٢١٤	٦-٨ مبدأ مصونية الاستطاعة الكهربائية في دارات التيار المستمر Power Conservation in D.C. Circuits
٢١٨	٧-٨ نظريات ثنائيات الأقطاب الكهربائية المكافئة Equivalence Dipole Circuits Theory
٢١٩	١-٧-٨ نظرية الربط التسلسلي لثنائيات الأقطاب الكهربائية المسالمة Passive Dipole Circuits in Series
٢٢١	٢-٧-٨ نظرية مجزئ التوتر الكهربائي Potential Divider
٢٢٢	٣-٧-٨ نظرية الربط التفرعي لثنائيات الأقطاب المسالمة Passive Dipole Circuits in Parallel
٢٢٤	٤-٧-٨ نظرية مجزئ التيار الكهربائي Current Divider
٢٢٦	٥-٧-٨ الربط المثلثي والربط النجمي للمقاومات المسالمة والتكافؤ بينها Star / Delta Passive Dipole Circuits
٢٢٩	٦-٧-٨ نظرية الربط التسلسلي لثنائيات الأقطاب النشطة Active Dipole Circuits In Series
٢٣١	٧-٧-٨ نظرية الربط التفرعي لثنائيات الأقطاب النشطة Active Dipole Circuits in Parallel
٢٣٣	٨-٨ الدارة الكهربائية الأساسية في التيار المستمر وحالات تشغيلها Basic Circuit in D.C.
٢٣٦	٩-٨ نظريات نقل الاستطاعة ألا عظمية في دارات التيار المستمر Maximum Power Transfer in D.C. Ciruits
٢٣٦	١-٩-٨ نظرية نقل الاستطاعة الكهربائية بمرود اعظمي Power Transfer with Maximum Efficiency
٢٣٨	٢-٩-٨ نظرية نقل الاستطاعة الكهربائية مع توفير استطاعة أعظمية للمستهلك Power Transfer with Matching conditions
٢٤١	الفصل التاسع Analysis and Solving of D.C. Circuits طرق حل ودراسة دارات التيار المستمر
٢٤٣	١-٩ مقدمة Introduction

٢٤٣	٢-٩- طريقة قوانين كيرشوف في دارات التيار المستمر Kircchoff's Laws Method
٢٤٦	٣-٩- طريقة تيارات الحلقات أو تيارات ماكسويل Loop Currents Method (Maxwell's Currents)
٢٥٠	٤-٩- طريقة كمون العقد أو فرق الكمون العقدي Nod Potential Method
٢٥٥	٥-٩- طريقة مبدأ التراكم Principle of Superposition
٢٥٩	٦-٩- نظرية فاشي أو نظرية إضافة قوى محركة Vachy Theory
٢٦١	٧-٩- نظرية التعاكس لماكسويل Maxwell's Opposition Theory
٢٦٣	٨-٩- نظرية تفينين أو مولد التوتر المكافئ Thevenin Theory
٢٦٦	٩-٩- نظرية نورتن أو نظرية مولد التيار المكافئ Norton Theory
٢٦٨	١٠-٩- مصادر القوة المحركة الكهربائية المثالية Ideal Electromotive Forces Sources
٢٧٠	١-١٠-٩- مصدر التيار المثالي Ideal Current Source
٢٧٠	٢-١٠-٩- مصدر التوتر الكهربائي المثالي Ideal Potential Source
٢٧١	الباب الثالث : المغناطيسية والكهرطيسية Magnetism and Electromagnetism
٢٧٣	الفصل العاشر Magnetic Field – Principles and Concepts الحقل المغناطيسي ، مبادئ ومفاهيم عامة
٢٧٥	١-١٠ مقدمة Introduction
٢٧٦	٢-١٠ تعريف الحقل المغناطيسي في الخلاء- قوة لورنز الكهرطيسية Magnetic Field in Vide – Lorenz Magnetic Force
٢٧٨	٣-١٠ الحقل المغناطيسي في الخلاء Magnetic Field
٢٧٩	٤-١٠ وحدات القياس المغناطيسية Magnetic Measuring Units
٢٨١	الفصل الحادي عشر - الكميات والتعاريف في الحقل المغناطيسي Quantities and Basic Definitions in Magnetic Field

٢٨٣	١١-١ الآثار المغناطيسية للتيار الكهربائي Magnetic Effect of Electric Current
٢٨٤	١١-٢ الحقل المغناطيسي والتحريض المغناطيسي المتولد عن التيار الكهربائي Magnetic Field and Induction of Electric Current
٢٨٩	١١-٣ قانون الفيض المغناطيسي Magnetic Flux Law
٢٩١	١١-٤ الحقل المغناطيسي الناتج عن مرور التيارات في النواقل Magnetic Field of Electrical Conductors
٢٩٦	١١-٥ تطبيقات عملية لقانون بيو-سافار-لابلاس Biot – Savart – Laplace Law
٢٩٦	١١-٥-١ حساب الحقل المغناطيسي الناتج في نقطة تقع على محور ناقل كهربائي دائري يمر فيه تيار كهربائي Magnetic Field of Circular Conductor
٢٩٨	١١-٥-٢ حساب الحقل المغناطيسي المتولد داخل وشيعة كهربائية Magnetic Field inside a Coil
٣٠٠	١١-٦ الاستقطاب المغناطيسي والعزم المغناطيسي Magnetic Polarization and Polarization Momentum
٣٠٢	١١-٧ قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت Temporary Magnetic Polarization
٣٠٤	١١-٨ حلقة التيار الكهربائي المكافئة للعزم المغناطيسي Equivalence of Magnetic Momentum and Current spire
٣٠٥	١١-٩ تعريف الحقل المغناطيسي داخل الأجسام المستقطبة Magnetic Field inside Polarized Materials
٣١١	١١-١٠ منحنى التعويق المغناطيسي Magnetic Hysteresis Loop
٣١٢	١١-١١ الصفات والمميزات المغناطيسية للمواد Characteristics of Magnetic Materials
٣١٧ ٣١٩	الفصل الثاني عشر Theories and Laws of Electromagnetism القوانين والنظريات والعلاقات العامة في الكهرباء المغناطيسية
٣١٩	١١-١٢ قانون التدفق المغناطيسي Magnetic Flux

٣٢٠	٢-١٢ قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت Temporary Polarization Law
٣٢٠	٣-١٢ قانون الدارة المغناطيسية Magnetic Circuit Law
٣٢٩	٤-١٢ فرق الكمون المغناطيسي والتوتر المغناطيسي Magnetic Potential Difference
٣٣١	الفصل الثالث عشر- الدارات المغناطيسية Magnetic Circuits
٣٣٣	١-١٣ تعريف الدارات المغناطيسية Magnetic Circuit Definition
٣٣٤	٢-١٣ قانون أوم في الدارات المغناطيسية Ohm's Law in MC
٣٣٦	٣-١٣ قانون أمبير في الدارات المغناطيسية Ampere's Law in MC
٣٣٧	٤-١٣ قوانين كيرشوف في الدارات المغناطيسية Kircchoff's Laws
٣٣٧	١-٤-١٣ قانون كيرشوف الأول في الدارات المغناطيسية
٣٣٨	٢-٤-١٣ قانون كيرشوف الثاني في الدارات المغناطيسية
٣٣٩	٥-١٣ نظريات المقاومات المغناطيسية المكافئة Magnetic Resistance
٣٣٩	١-٥-١٣ نظرية المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التسلسلي Magnetic Resistances in Series
٣٤١	٢-٥-١٣ نظرية المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التفرعي Magnetic Resistances in Parallel
٣٤٣	٦-١٣ نظرية التشابه بين دارات التيار المستمر والدارات المغناطيسية Similarities between DC Circuits and MC Circuits
٣٤٥	الفصل الرابع عشر Electromagnetism and Electromagnetic Field الحالة الكهروضوئية والحقل الكهروضويسي والتحريض الكهروضويسي
٣٤٧	١-١٤ ظاهرة التحريض الكهروضويسي Electromagnetic Induction Phenomena
٣٥١	٢-١٤ قانون التحريض الكهروضويسي Electromagnetic Induction Law

٣٥٦	٣-١٤ ظاهرة التحريض الذاتي وظاهرة التحريض المتبادل
٣٥٩	٤-١٤ عامل التحريض الذاتي لوشبعة كهربائية
٣٦٣	٥-١٤ عامل التحريض الذاتي كعنصر في دائرة كهروطيسية
٣٦٥	٦-١٤ عامل التحريض المتبادل لوشيعتين كهربائيتين
٣٧٠	٧-١٤ عامل التحريض المتبادل كعنصر في دائرة كهروطيسية
٣٧٣	٨-١٤ عامل التحريض الكهروطيسي التسربي Leakage Induction
٣٧٨	٩-١٤ نظريات ماكسويل لعوامل التحريض الذاتي والمتبادل
٣٧٩	١٠-١٤ ربط الوشائع الكهربائية على التسلسل Coils in Series
٣٨١	١١-١٤ ربط الوشائع الكهربائية على التفرع Coils in Parallel
٣٨٣	الفصل الخامس عشر - القدرة والقوى في الكهروطيسية Energy and Forces in Electromagnetism
٣٨٥	١-١٥ القدرة المغناطيسية المخزنة في وشيعة كهربائية
٣٨٧	٢-١٥ القدرة المغناطيسية المخزنة في نظام مؤلف من عدة وشائع
٣٨٩	٣-١٥ نظرية الكثافة الحجمية للقدرة المغناطيسية
٣٩١	٤-١٥ القوى المؤثرة الكهروطيسية Magnetic Forces
٣٩١	١-٤-١٥ قوة لورنز الكهروطيسية Lorenz Magnetic Force
٣٩٣	٢-٤-١٥ قوة لابلاس الكهروطيسية Laplace Magnetic Force
٣٩٧	٣-٤-١٥ القوى الكهروطيسية التي تؤثر على النواقل المتوازية Ampere Magnetic Forces
٣٩٩	المراجع العلمية
٤٠٠	جدول المصطلحات

لمحة تاريخية

لقد تأخر تطور العلوم الكهربائية كثيرا مقارنة مع تطور العلوم الفيزيائية الأخرى التي ارتبطت بدراسة الظواهر الميكانيكية أو الحرارية أو الضوئية . وقد بدأت الاهتمامات العلمية بالظواهر الكهربائية مع الدراسات التي وضعها العالم فرانكلين (Franklin) في منتصف القرن الثامن عشر حول البرق والصواعق وطبيعتها الكهربائية. وكان فرانكلين أول من صمم مانعات الصواعق . وقد اكتشف العالم ايبينوس (EPINOSSE) ظاهر التكهرب بالتأثير وحدد تدرج جميع المواد في الطبيعة بين المواد العازلة وحتى المواد الناقلة .

وصنع العالم فولتا (VOLTA) عام (1775) أول آلة كهربائية ساكنة تعمل بمبدأ التأثير الكهربائي . ووضع العالم كولومب (COULOMB) عام (1795) العلاقات التي تحدد قيمة القوى التي تؤثر بين الأجسام المشحونة كهربائيا . بينما صحح العالم فراداي (FARADAY) المفهوم حول الطبيعة الكهربائية للأجسام ووضع قانون مصونية الشحنات الكهربائية عام (1843).

وبعد أن اكتشف العالم غلفاني (GALVANI) الظواهر الغلفانية صنع العالم فولتا أول خلية كهربائية واكتشف التيار الكهربائي عام (1790) . اتخذت العلوم الكهروطيسية منحى آخر في تطورها وتم تزويد مختلف المخابر بمنابع للتيار الكهربائي . الأمر الذي أثر بشكل كبير في تطور هذه العلوم وفي إثبات الكثير من الحقائق العلمية تجريبيا .

واكتشف العالم هامبولد (HUMBOLDT) في عام (1797) ظاهرة التحليل الكهروكيميائي ووضع العالم فراداي القوانين الفيزيائية التي تعرف هذه الظاهرة في عام (1800) . واستطاع العالم ريتير (RITTER) عام (1799) أن يبرهن أن الكهرباء الساكنة والكهرباء الناتجة عن خلايا فولتا لها ذات الطبيعة الفيزيائية . وقد اكتشف العالم سيبك (SEEBECK) عام (1821) الآثار الحرارية للتيار الكهربائي وأوجد العالم أوم (OHM) في عام (1826) العلاقة ما بين التوتر الكهربائي وتحمل هذه العلاقة اسم

قانون أوم الكهربائي . ووضع العالم كيرشوف (KIRCHHOFF) عام (1847) قوانينه التي ساعدت على حل مسائل توزيع التيار الكهربائي في الدارات المتعددة وكان العالم جول (JOULE) قد اكتشف في عام (1543) قانون تحويل الطاقة الكهربائية الناتجة عن مرور تيار كهربائي في ناقل ما إلى طاقة حرارية .وقد اكتشف العالم دافى (DAFFI) عام (1811) ظاهرة القوس الكهربائية واستخدمها للإضاءة ،وبقيت القوس الكهربائية المصدر الوحيد للضوء الكهربائي حتى اكتشف العالم أديسون (EDISON) عام (1879) المصباح الكهربائي . ومع تطور العلوم حول الظواهر الكهربائية ، كانت تتطور معها بشكل وثيق جدا العلوم حول الظواهر المغناطيسية .

وقد أثبتت التجارب التي أجراها العالم (OERSTED) عام (1819) ارتباط الظواهر المغناطيسية مع الظواهر الكهربائية، وحدد الأثر المغناطيسي لمرور التيار الكهربائي في النواقل . وقد كانت لهذه التجارب أصداء كبيرة وأثرت بشكل هام على التطور الذي طرأ بعدها على العلوم المغناطيسية والكهرطيسية ،

ووضع العالمان بيو وسافار (BIOT - SAVART) عام (1820) وبشكل تجريبي علاقتهما الشهيرة التي تحدد الحقل المغناطيسي الذي يتولد عن النواقل التي تجري فيها تيارات كهربائية وتأثير هذا الحقل على الأجسام التي تقع ضمنه .وقد حدد العالم لابلاس (LAPLACE) الصيغة الرياضية للقانون الذي سمي بأسماء العلماء الثلاثة .

ووضع العالم أمبير (AMPER) عام (1820) علاقات القوى الكهرطيسية التي تؤثر بين النواقل الكهربائية المتوازية والتي تجتاها تيارات .وأعلن العالم فراداي عام (1831) اكتشاف ظاهرة التحريض الكهرطيسي ووضع القانون الذي يصف هذه الظاهرة .

أما العالم لنز (LENZ) فقد وضع في نفس العام قاعدته الشهيرة لتحديد اتجاه عمل قوة التحريض الكهرطيسي في الدارات الكهربائية .

وكان للعالم ماكسويل (MAXWELL) الفضل الكبير في تحديد ووضع الصيغة الرياضية لتجميع القوانين الكهرطيسية مما سهل استعمالها وساعد على انتشارها

السريع .فقد برهن العالم ماكسويل عام (1862) رياضيا وجود الأمواج الكهرومغناطيسية وذلك قبل اكتشافها تجريبيا من قبل العالم هرتز (HERTZ) عام (1888) .

وقد رافق تطور العلوم الكهرومغناطيسية أيضا تطور التطبيقات العملية للظواهر الكهرومغناطيسية ، فقد صنع العالم (JACOBI) عام (1838) أول محرك كهربائي واستعمله لدفع قارب في أحد أنهار إيطاليا، بينما صنع العالم غرام (GRAMME) أول مولد للتيار المستمر والعالم سيمنز (SIEMENS) عام (1880) أول قطار يعمل باستخدام محرك التيار المستمر. وكان لاكتشاف التيار المتناوب الأثر الكبير في تطور واستعمال القدرة الكهرومغناطيسية . فقد صنع العالم فيراري (FERRARIS) أول محرك يعمل بالتيار المتناوب وصنع العالم دوبروفولسكي (DOBROVOLSKY) عام (1884) أول مولد كهربائي متناوب ثلاثي . وصنع العالم (TESLA) عام (1888) أول محرك كهربائي متعدد الأطوار يعمل بالتيار المتناوب .

وصمم العالم مورس (MORSE) أول آلة مبرقة لإرسال المعلومات إلى مسافة طويلة عام (1837) . وصنع العالم بل (BELL) عام (1876) جهاز الهاتف الذي يستخدم الأمواج الكهرومغناطيسية وصنع العالم بل عام (1859) جهاز الإرسال اللاسلكي معتمدا على اكتشاف الهوائي من قبل العالم بوبوف (POPOV) وكذلك صمم الراديو عام (1895) .

تقديم

يتناول هذا الكتاب المبادئ والقوانين والنظريات الأساسية في الهندسة الكهربائية . ويعرض المعلومات بشكل سهل و عام بحيث يكون نافعا للقراء والطلاب حتى ولو كانت معلوماتهم الرياضية محدودة ويعطيهم أساساً قوية تساعد على فهم الهندسة الكهربائية ومتابعة بقية المقررات التخصصية في السنوات الأعلى بسهولة وعمق . ويعالج هذا الكتاب ظواهر الكهرباء الساكنة ومبادئها وقوانينها ونظرياتها بشكل فيزيائي ورياضي متناسق .

ويتناول الكتاب ظواهر الكهرباء المتحركة والمعروفة باسم التيار المستمر ويحدد مبادئها وقوانينها ونظرياتها وكذلك يحدد أهم التطبيقات وطرق حل مسائل دائرة التيار المستمر .

ويعالج الكتاب الظواهر المغناطيسية والظواهر الكهربائية المغناطيسية والمعروفة باسم ظواهر الحقل الكهرومغناطيسي ويعطي مبادئها وقوانينها ونظرياتها وأهم طرق حل مسائلها .

ولقد تم استعمال الرموز اللاتينية واليونانية والأعداد العربية والمعتمدة من قبل الهيئة العالمية للكهرباء IEC كرموز ثابتة ومحددة لمختلف الكميات الفيزيائية الكهربائية والمغناطيسية . كما تم استخدام مصطلحات عربية وأجنبية مرادفة لها بحيث تكون متلائمة مع تلك المصطلحات التي تستخدم في كافة المقررات الهندسية الكهربائية في جامعة دمشق بحيث تسهم في تعريب العلوم الهندسية الكهربائية وفي تسهيل تعليمها .

الدكتور المهندس عصام الزو الدكتور المهندس سميح الجابي
أستاذ مساعد في قسم هندسة الطاقة الكهربائية أستاذ في قسم هندسة الطاقة الكهربائية

الفصل الأول

مبادئ ومصطلحات وتعريف
رياضية وفيزيائية

١- مبادئ ومصطلحات وتعريف رياضية وفيزيائية :

١-١- الكميات الرياضية السلمية والشعاعية :

يقصد بالكمية السلمية ، كمية رياضية يمكن تمثيل قيمتها بعدد حقيقي واحد ، موجب أو سالب. فالمتحوّلات (z, y, x) مثلاً، التي نستعملها في الجبر، هي متحوّلات سلمية والكميات التي تمثلها هي كميات سلمية .

فالمسافة L والزمن t ودرجة الحرارة T وكتلة جسم ما m هي كميات سلمية تأخذ قيمة واحدة في نقطة واحدة في نظام إحداثيات محدد .

ويقصد بالكمية الشعاعية ، كمية رياضية تحتاج لتمثيلها في نظام إحداثيات ما إلى معرفة قيمتها المطلقة أو مطالها والى تحديد اتجاهها .

فالسرعة $\vec{V}$ والتسارع $\vec{a}$ والقوة $\vec{F}$ هي كميات شعاعية تعرف بمطالها واتجاهها . وتهتمنا في هذا الكتاب دراسة الحقول السلمية والحقول الشعاعية . ويمكن أن يعرف مفهوم الحقل رياضياً بأنه مجموعة قيم لتابع الحقل ، معرفة في منطقة ما من الفراغ ومنسوبة إلى مبدأ إحداثيات محدد .

كما ويمكن أن يعرف مفهوم الحقل فيزيائياً بأنه منطقة ما من الفراغ تظهر فيها خاصية أو ميزة فيزيائية ما .

ونستدل عادة على الحقل من أية منطقة من الفراغ عن طريق الأثر الفيزيائي الذي يرافق هذا الحقل ، كالقوة التي يؤثر بها الحقل المغناطيسي مثلاً على إبرة البوصلة .

ويعتبر الحقل في مفهومه الأساسي بأنه شكل من أشكال تواجد المادة في الفراغ . ويتوافق المفهوم الرياضي والمفهوم الفيزيائي والمفهوم الأساسي في تحديد التعريف العام للحقل سلمياً كان أم شعاعياً.

١-٢- الكميات الفيزيائية السلمية والحقلية :

يمكن أن تعرف الظواهر والحالات الفيزيائية بواسطة الكميات الفيزيائية ، فمثلاً تعرف الحالة الحرارية للأجسام بواسطة درجة الحرارة التي يرمز لها T وتعرف الحالة الكهربائية للأجسام بواسطة الشحنة الكهربائية Q وهذه الكميات الفيزيائية تمثل مجموعة من المميزات التي تتصف بها جميع الأجسام ، ويجب أن تكون هذه الكميات قابلة للقياس ولها وحدة قياس ومبدأ إحداثيات وتحقق فيما بينها علاقتين منطقيتين ، تسمى الأولى علاقة التماثل والمساواة (Relation of Equivalence) وتسمى الثانية علاقة الترتيب والتنظيم (Relation of Arrangement). وتوضح لنا علاقة التماثل ما إذا كانت كمية فيزيائية ما A مماثلة للكمية B أو الكمية C . وعلاقة التماثل هذه يجب أن تكون متناظرة ومتناقلة ، فإذا كانت A مماثلة B وكانت B مماثلة C فإن A ستكون حتماً مماثلة C .

وتبين علاقة الترتيب ما إذا كانت كمية فيزيائية A أكبر أو أصغر من كمية فيزيائية B . ويجب أن تكون علاقة الترتيب هذه متناقلة ولكن غير متناظرة. فإذا كانت الكمية الفيزيائية A أكبر من الكمية الفيزيائية B فإن B لن تكون أكبر من A بل ستكون حتماً أصغر من A ، وهذا هو عدم التناظر. وإذا كانت الكمية الفيزيائية A أكبر من الكمية الفيزيائية B وكانت الكمية الفيزيائية B أكبر من الكمية الفيزيائية C فإن الكمية الفيزيائية A ستكون أكبر من الكمية الفيزيائية C أيضاً وهذا هو التناقل.

وتقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين :

- قسم يسمى الكميات الفيزيائية الأساسية ، وهذه الكميات تعرف مباشرة بواسطة التجربة والقياس ، ولا يمكن اشتقاق هذه الكميات الفيزيائية من كميات أخرى دون الرجوع إلى التجربة والقياس ومن هذه الكميات مثلاً : الطول ، الحرارة ، الوزن ، الزمن ، الخ.

- قسم يسمى الكميات الفيزيائية المشتقة ، وتعرف هذه الكميات بشكل غير مباشر وبمساعدة كميات فيزيائية أخرى مثلاً : السرعة ، التسارع ، الحجم ، الوزن النوعي .

وتجدر الإشارة إلى أن هذا التقسيم للكميات الفيزيائية ، أساسية ومشتقة ، هو نسبي ، أي أن بعض الكميات التي تعتبر أساسية في إحدى النظريات الفيزيائية يمكن أن تصبح كميات مشتقة في نظرية فيزيائية أخرى .

١-٣- القوانين والنظريات الفيزيائية : Physical Laws and Theories

تسمى قوانين في العلوم الفيزيائية ، العلاقات بين الكميات الفيزيائية التي تصف ظاهرة فيزيائية ما وتعطي الصورة الأعم عن كل ما نعرفه عن هذه الظاهرة . وهذه العلاقة لا يمكن استنتاجها من علاقات أخرى ولا يمكن البرهان على صحتها إلا بالتجربة والقياس فقط . وتسمى نظريات ، تنظم العلاقات بين الكميات الفيزيائية التي تصف ظاهرة فيزيائية ما والتي يمكن استنتاجها من علاقات أخرى أعم منها دون الحاجة للجوء إلى التجارب والقياس .

وتستعمل في القوانين والنظريات الفيزيائية كميات سلمية وكميات حقلية ، والكميات الحقلية يمكن أن تكون سلمية أو شعاعية أيضاً . ويمكن للحقل أن يكون متجانساً إذا كانت له قيمة واحدة في أية نقطة من المنطقة أو الفراغ الذي يعرف فيه هذا الحقل ، أو أن يكون غير متجانس إذا كانت له قيم مختلفة في نقاط مختلفة من المنطقة التي يعرف فيها هذا الحقل .

أما إذا كان الحقل شعاعياً ، فإنه يمكن أن يكون حقلاً شعاعياً متجانساً إذا كانت له قيمة واحدة في جميع النقاط من المنطقة التي يعرف فيها هذا الحقل وإذا كان لهذا الحقل الاتجاه ذاته في جميع النقاط ، وخلافاً لذلك فإن الحقل الشعاعي يكون غير متجانس .

١-٤- الظواهر الفيزيائية : Physical Phenomena

تسمى ظاهرة فيزيائية ، مجموعة من الخواص والمميزات التي تنتج في وسط ما وتتصف بها مجموعة من الأجسام ، ويمكن وصف هذه الظواهر الفيزيائية بواسطة القوانين وبواسطة النظريات الفيزيائية .

ويمكن التعرف على الظاهرة الفيزيائية ، أي على مجموعة الخواص والمميزات عن طريق الآثار المختلفة التي تنتج عنها، فمثلاً يمكن التعرف على حالة تسخين الأجسام عن طريق لمس الأجسام والآخر الحراري الذي يرافق هذا التسخين .

وتتم دراسة الظواهر الكهربائية والظواهر المغناطيسية بصورة غير مباشرة عن طريق دراسة الآثار الميكانيكية والحرارية والكيميائية التي ترتبط بها ، لأنه من الصعب أن نشعر بأي تغير يطرأ على حالة الأجسام الكهربائية أو على حالة الأجسام المغناطيسية تحت تأثير هذه الظواهر .

وتقسم الظواهر الفيزيائية نسبة لتغيراتها في الزمن إلى ثلاثة أقسام :

- الظواهر المستقرة : وهي الظواهر الفيزيائية التي تكون ثابتة ولا تتغير مع مرور الزمن .

- الظواهر شبه المستقرة : وهي الظواهر الفيزيائية التي تتغير ببطء شديد مع مرور الزمن .

- الظواهر اللامستقرة : وهي الظواهر الفيزيائية التي تتغير مع مرور الزمن .

Atomic Structure of Materials

١-٥ البنية الذرية للمواد:

يمكن الاعتماد على النظرية الذرية ونموذج بور (BOHR) لفهم الغالبية الكبيرة للظواهر الكهربائية والمغناطيسية .

وطبقاً لهذه النظرية فإن أية مادة لها وزن معين وتشغل حيزاً محدداً من الفراغ ، تتألف من جزيئات تنتج عن اتحاد جسيمات صغيرة من مكونات العناصر المعروفة في الطبيعة وتسمى هذه الجسيمات - الذرات - وجزيء الماء مثلاً ، يتألف من ذرتين من الهيدروجين متحدة مع ذرة من الأوكسجين H_2O .

وتتكون الذرة من مكونات عنصرية أولية لها شحنة كهربائية سالبة تسمى الإلكترونات ومن مكونات عنصرية ثانوية لها شحنة كهربائية موجبة تسمى البروتونات ومن مكونات عنصرية متعادلة كهربائياً تسمى النيوترونات .

وتبلغ قيمة شحنة الإلكترون الكهربائية ($q_0 = -1.6026 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) وهي أصغر شحنة كهربائية في الوجود وتساوي شحنة البروتون قيمة شحنة الإلكترون لكنها تعاكسها في الإشارة . وتبلغ كتلة الإلكترون ($9,08310^{-31} \text{ Kg}$) وهي أصغر بحوالي (1837) مرة من كتلة البروتون أو النيوترون .

وحسب نموذج بوهر فإنه يمكن أن نتصور الذرة على شكل نواة تحتوي عدداً من النيوترونات والبروتونات ويدور حول هذه النواة عدد من الإلكترونات على مدارات دائرية أو اهليلجية ويكون عدد هذه الإلكترونات ذات الشحنة السالبة مساوياً لعدد البروتونات ذات الشحنة الموجبة وتكون الذرة بذلك متعادلة كهربائياً .

ويختلف عدد البروتونات والنيوترونات والإلكترونات من ذرة إلى أخرى ومن مادة إلى مادة ، فذرة الهيدروجين وهي أبسط الذرات من حيث بنيتها تحتوي على بروتون واحد في النواة ويدور حول النواة إلكترون واحد بينما تحتوي ذرة اليورانيوم وهي أعقد الذرات تركيباً في نواتها 92/ بروتوناً و 142/ نيوتروناً ويدور حول هذه النواة وعلى سبعة مدارات مختلفة 92/ إلكترونات .

وقد ذكرنا أن الإلكترونات تدور حول النواة في كل ذرة على مدارات خاصة ومختلفة، ويكون لكل مدار سعة قصوى من الإلكترونات التي يمكن أن تدور على هذا المدار ، ولكن يمكن أن يبقى عدد الإلكترونات في مدار ما أقل من سعة المدار القصوى . ويرمز للمدارات حول النواة بالرموز التالية : Q, P, O, N, M, L, K ويبلغ عدد هذه المدارات سبعة وسعتها القصوى من الإلكترونات هي :

$$P = 12, Q = 2, O = 18, N = 32, M = 18, L = 8, K = 2$$

ويقع الإلكترون أثناء دورانه حول النواة تحت تأثير قوتين متساويتين في القيمة المطلقة ومتعاكستين في الاتجاه . فالقوة الأولى هي قوة التجاذب الكهربائية مع الشحنة الموجبة في النواة والقوة الثانية هي القوة النابذة المركزية وبسبب توازن هذه القوى المؤثرة على الإلكترون، يبقى هذا متحركاً على مداره ولا ينجذب إلى النواة ذات الشحنة الموجبة.

وعندما يكون عدد الإلكترونات على المدار الأخير لذرة عنصر ما أقل من العدد الأقصى الذي يستوعبه هذا المدار فإن ذرة هذا العنصر تسعى لأن تكمل هذا العدد على المدار الأخير إما باكتساب إلكترونات من ذرة أخرى وإما بإعطاء إلكترونات إلى ذرة أخرى ، وتصبح الذرة التي تكتسب إلكترونات غير متعادلة وعدد الشحنات السالبة فيها أكبر من عدد الشحنات الموجبة ،

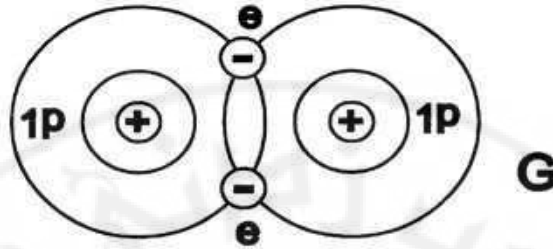
وتسمى هذه الذرة " أيون سالب " . وتصبح الذرة التي تفقد إلكترونات غير متعادلة وعدد الشحنات الموجبة فيها أكبر من عدد الشحنات السالبة وتسمى هذه الذرة "أيون موجب" . وتكون هذه الذرات التي تكتسب أو تفقد إلكترونات ذرات نشيطة كيميائياً . ويحدد عدد الإلكترونات اللازمة على المدار الأخير لذرة ما ليصل هذا المدار إلى سعته القصوى من الإلكترونات ، قيمة الرابطة الكيميائية للذرة المعتمدة .

ويمكن أن يصل عدد الإلكترونات على المدار الأخير إلى سعته القصوى عن طريق ارتباط الذرات المختلفة مع بعضها الآخر .

إن أهم الروابط التي يتم بها هذا هي :

- الرابطة الأيونية : وتنقل الإلكترونات في هذه الرابطة من المدار الأخير لذرة عنصر ما إلى المدار الأخير لذرة عنصر آخر . فتصبح الذرة الأولى التي فقدت إلكترونات أيوناً موجباً وتصبح الذرة الثانية التي اكتسبت إلكترونات أيوناً سالباً . وتتألف بين هاتين الذرتين قوى كهروكيميائية تبقى على الأيونين متحدتين بحيث يكونان معاً جزيئاً متعادلاً كهربائياً . ومثال على هذه الرابطة نذكر اتحاد ذرة الصوديوم وذرة الكلور واتحاد ذرة الهيدروجين وذرة الكلور . وكذلك ذرتي الهيدروجين والأكسجين .

- الرابطة المشتركة : وتشارك الذرات في هذه الرابطة مع بعضها بعدد من الإلكترونات التي تدور على المدار الأخير لكل منها بحيث يحتوي المدار الأخير لكل ذرة على عدد الإلكترونات اللازم لتحقيق سعته القصوى ومثال على ذلك اتحاد ذرتي الهيدروجين (H) لتشكيل جزيء الهيدروجين H_2 كما في الشكل رقم (1-1) .



الشكل (1-1) الرابطة المشتركة لجزيء الهيدروجين

- الرابطة المعدنية : وتشترك كافة ذرات المعدن في هذه الرابطة بالإلكترونات المدار الأخير ، حيث يكون لهذه الإلكترونات طاقة كافية تجعلها تتغلب على قوى التجاذب الكهربائية بينها وبين النواة ضمن البنية البلورية للمعدن وتنتقل بشكل عشوائي بين ذرات المعدن . وتبدو بنية المعدن البلورية بذلك وكأنها مؤلفة من أيونات موجبة مرتبطة مع بعضها في شبكة ثابتة تسبح الإلكترونات الحرة حولها ، وهذه الإلكترونات الحرة هي سبب توصيل التيار الكهربائي في الأجسام المعدنية.

ويمكن الاستنتاج ، استناداً إلى النظرية الذرية أن للشحنات الكهربائية طبيعة جسيمية، وأن أية شحنة سالبة مهما كانت ما هي إلا إحدى مضاعفات شحنة الإلكترون وأن أية شحنة موجبة مهما كانت ، ما هي إلا إحدى مضاعفات شحنة البروتون ، وأن عملية شحن أي جسم كان بشحنة موجبة أو سالبة هي في الواقع عملية نزع إلكترونات من هذا الجسم أو إضافة إلكترونات إليه . وأن أي إلكترون يكسبه جسم ما يجب أن يفقد هذا الإلكترون جسم آخر حتماً .

The background of the page features a large, faint watermark of the Damascus University logo. It is a circular emblem with a central sunburst or star-like symbol. The top arc of the circle contains the Arabic text 'وقل رب زدني علما' (Qul Rabbi Zidni 'Alima). The bottom arc contains the English text 'Damascus University'. In the center, between the arcs, is the Arabic text 'جامعة دمشق' (Jama'at Dimashq).

الفصل الثاني
الكهرباء الساكنة والحقل الكهربائي الساكن
Static Electricity and Static Electric Field

٢ - الكهرباء الساكنة والحقل الكهربائي الساكن :

٢-١- تكهرب الأجسام :

تسمى حالة تكهرب الأجسام الحالة التي يكتسب بها جسم ما أو يفقد عدد من الإلكترونات بحيث تصبح حالته الكهربائية غير متعادلة ، أي يصبح عدد الشحنات الموجبة - البروتونات - غير متساو مع عدد الشحنات السالبة - الإلكترونات - في هذا الجسم ويمكن للأجسام أن تتكهرب ، وأن تظهر عليها شحنات موجبة أو سالبة بالطرق التالية :

- التكهرب بالدلك

- التكهرب باللمس

- التكهرب بالتأثير

وفي كل هذه الطرق تفقد الأجسام بعضاً من إلكتروناتها فتصبح مشحونة إيجابياً أو تكتسب إلكترونات فتصبح مشحونة سلبياً . ويتم فقدان أو كسب الإلكترونات عن طريق زيادة طاقة الإلكترونات في الذرة المعتبرة بحيث تستطيع أن تتطلق من هذه الذرة لتتضم إلى ذرة أخرى .

ولا يمكن الاستدلال على حادثة تكهرب الأجسام إلا من خلال الآثار الميكانيكية التي تنتج عنها فالجسم المكهرب لا تتغير مواصفاته الهندسية ولا لونه ولا شكله ولا يمكن تمييزه عن الجسم غير المكهرب بأي شيء .

ولكي نستدل على حالة التكهرب نبحث دائماً عن آثار هذه الحالة ، فالأجسام المكهربة تتجاذب أو تتدافع بين بعضها .

Electric Charges

٢-٢- الشحنات الكهربائية :

إذا أخذنا أهمية البنية الذرية للمواد ، فإن الأجسام تبدو في الطبيعة متعادلة من الناحية الكهربائية وذلك في حالة تواجدتها العادية ، أي أن مجموع شحناتها الكهربائية السالبة يساوي مجموع شحناتها الكهربائية الموجبة . ولكن هناك حالات أخرى في

الطبيعة يتغير فيها هذا التوازن الكهربائي للأجسام ، مثل ذلك حالة ذلك بعض الأجسام بالقماش الصوفي أو الحريري (الكهرمان أو المواد البلاستيكية) ، أو حالة تقريب جسم غير متوازن كهربائياً من جسم آخر متعادل كهربائياً ، أو حالة إدخال جسم متعادل كهربائياً ضمن حقل كهربائي متجانس . وتكتسب الأجسام في مثل هذه الحالة مواصفات فيزيائية جديدة يمكن الاستدلال عليها من آثارها الميكانيكية المختلفة . ويؤدي عدم التوازن الكهربائي هذا إلى ازدياد في الشحنات الموجبة في جسم ما ، ويسمى هذا الجسم عندها جسماً مشحوناً كهربائياً بشحنات موجبة ، أو جسماً ذا شحنات موجبة ، أو قد يؤدي عدم التوازن الكهربائي هذا إلى ازدياد في الشحنات السالبة في جسم ما ، ويصبح هذا الجسم بذلك جسماً مشحوناً كهربائياً بشحنات سالبة ، أو جسماً ذا شحنات سالبة ، وتدعى هذه الحالة الجديدة بظاهرة الشحن الكهربائي للأجسام .

ويتم تعريف هذه الظاهرة الجديدة بواسطة كمية فيزيائية تدعى الشحنة الكهربائية ويرمز لها (Q) أو (q) ويصبح تعريف هذه الظاهرة كاملاً بتحديد وحدة قياس الشحنة الكهربائية وطريقة قياس هذه الكمية وكذلك تعريفها بواسطة علاقة رياضية وتقاس الشحنات الكهربائية بواسطة كمية تسمى الكولون ويرمز لها (C)

٢-٣-٣ توزيع الشحنات في الأجسام : Distribution of Charges

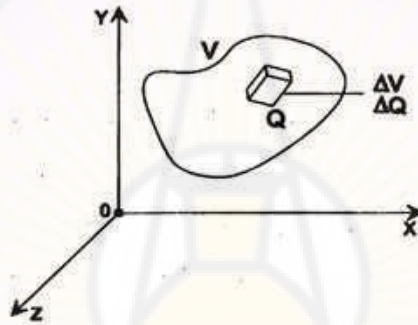
يمكن أن تتوزع الشحنات الكهربائية في الأجسام حسب طبيعة هذه الأجسام وحسب أبعادها الهندسية .

٢-٣-١ التوزيع الحجمي للشحنات الكهربائية : Volume Distribution

إذا كان لدينا جسم كهربائي حجمه (V) وأبعاده الثلاثة z, y, x محددة تماماً ولا يمكن إهمال أحدها بالمقارنة مع الأبعاد الأخرى وإذا كانت شحنة الجسم الكلية q موزعة بشكل منتظم في كافة أجزاء هذا الجسم ، فإن هذا التوزيع للشحنات يسمى التوزيع الحجمي للشحنات . ويمكن أن يعرف هذا التوزيع الحجمي للشحنات الكهربائية

بواسطة كمية فيزيائية تسمى الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية ويرمز لها ρ_v ، فإذا اعتبرنا الجسم المشحون وحجمه v كما في الشكل (2-1) وإذا اعتبرنا شحنة الجسم q موزعة في كل أجزاء الجسم ، وإذا أخذنا حجماً عنصرياً من الجسم ΔV فإن الشحنة الكهربائية العنصرية الموجودة في هذا الحجم العنصري تساوي Δq .
فإنه يمكننا أن نعرف الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$\rho_v = \frac{q}{V}$$



الشكل (2-1) الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية

فإذا كانت الشحنات الكهربائية موزعة توزيعاً منتظماً في الجسم فإنه يمكن تعريف الكثافة الحجمية بالعلاقة الرياضية :

$$\rho_v = \lim_{\Delta V \rightarrow V} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

وتكون لهذه الكمية ρ_v أهمية خاصة عند دراسة الظواهر الكهربائية في الأجسام العازلة الكهربائية .

ويمكن تعريف التوزيع الحجمي للشحنات الكهربائية في الأجسام عند معرفة الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$q = \int_V \rho_v \cdot dV$$

حيث إن هذا التكامل هو تكامل ثلاثي نسبة لأبعاد الحجم العنصري ΔV .

ونكتب هذه العلاقة في نظام الإحداثيات الديكارتية مثلاً كما يلي:

$$q = \iiint_V \rho_v(x, y, z) dv$$

$$dv = dx \cdot dy \cdot dz \quad \text{حيث}$$

ونساوي وحدة قياس الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية في نظام القياس الدولي

: (M K S A -SI)

$$\rho_v = \frac{[q]}{[V]} = \frac{[C]}{[m^3]}$$

أي الكولون على المتر المكعب .

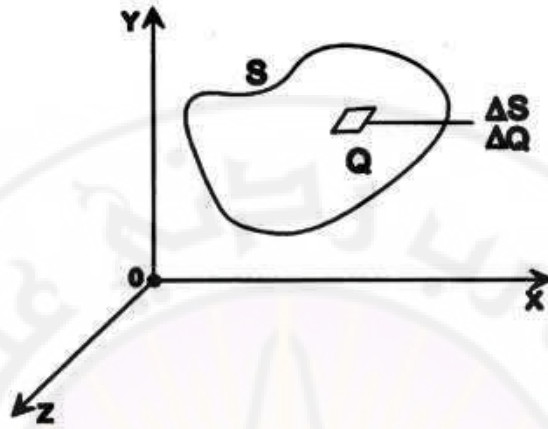
٢-٣-٢ - التوزيع السطحي للشحنات الكهربائية: Surface Distribution

إذا اعتبرنا جسماً مشحوناً بشحنة كهربائية كلية q وإذا كان أحد أبعاد حجم هذا الجسم متناهياً بالصغر بحيث يمكن إهماله بالمقارنة مع البعدين الآخرين فإن حجم هذا الجسم يتناهي إلى سطح أبعاده هي مثلاً (y, x) وإذا كانت الشحنة موزعة بشكل منتظم في كافة أجزاء هذا الجسم فإن هذا التوزيع للشحنات يسمى التوزيع السطحي للشحنات الكهربائية . فإذا اعتبرنا جسماً مشحوناً كما في الشكل (2-2) سطحه S وشحنته الكلية q موزعة توزيعاً منتظماً في كافة أجزاء هذا الجسم ، وإذا أخذنا سطحاً عنصرياً من الجسم ΔS ، فإن الشحنة الكهربائية العنصرية الموجودة في هذا السطح العنصري ستكون Δq ، فإنه يمكننا أن نعرف الكثافة السطحية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$\rho_s = \frac{q}{S}$$

وإذا كانت الشحنات الكهربائية موزعة توزيعاً منتظماً في الجسم فإنه يمكن تعريف الكثافة السطحية للشحنات الكهربائية بشكل أدق بالعلاقة الرياضية :

$$\rho_s = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$



الشكل (2-2)

وتكون لهذه الكمية الكهربائية ρ_s أهمية خاصة عند دراسة الظواهر الكهربائية في الأجسام الناقلة الكهربائية .

ويمكن تعريف التوزيع السطحي للشحنات الكهربائية في الأجسام عند معرفة الكثافة السطحية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$q = \int_S \rho_s \cdot dS$$

حيث أن هذا التكامل هو تكامل ثنائي نسبة لأبعاد السطح العنصري ds وتكتب هذه العلاقة في نظام الإحداثيات الديكارتية مثلاً كما يلي:

$$q = \int_S \rho_s(x, y) dx \cdot dy$$

حيث :

$$ds = dx \cdot dy$$

وتقاس الكثافة السطحية للشحنات الكهربائية في نظام القياس الدولي (M K S A-SI) بالوحدة .

$$[\rho_s] = \frac{[q]}{[S]} = [C/m^2]$$

أي الكولون على المتر المربع .

Linear Distribution

٢-٣-٣- التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية :

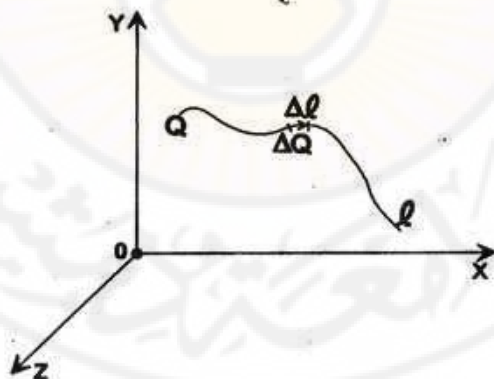
إذا كان الجسم المعتبر مشحوناً بشحنة كهربائية كلية q ، وإذا كان أحد أبعاد هذا الجسم أكبر بكثير من بعديه الهندسيين الآخرين بحيث يمكن اعتبار هذا الجسم على أنه جسم خطي طوله ℓ . فإذا كانت الشحنة الكلية للجسم موزعة توزيعاً منتظماً على كافة أجزاء هذا الجسم فإن هذا التوزيع للشحنات الكهربائية يسمى التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية .

ويمكن أن يعرف هذا التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية بواسطة كمية تسمى الكثافة الخطية للشحنات الكهربائية ويرمز لها ρ_l .

فإذا اعتبرنا أن الشحنة الكلية للجسم الخطي q موزعة بشكل منتظم على طول الجسم ، كما في الشكل (2-3) وإذا أخذنا طولاً عنصرياً من الجسم $\Delta \rho$ ، فإن الشحنة الكهربائية العنصرية الموجودة على هذا الطول العنصري ستساوي Δq .

فإنه يمكننا أن نعرف الكثافة الخطية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$\rho_l = \frac{q}{\ell}$$



الشكل (2-3) التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية

وإذا كانت الشحنات الكهربائية موزعة بشكل منتظم في كافة أجزاء الجسم المشحون ، فإنه يمكن تعريف الكثافة الخطية للشحنات الكهربائية بشكل أدق وبالعلاقة التالية :

$$\rho_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

ونكتسب هذه الكمية الكهربائية ρ_l أهمية خاصة عند دراسة الظواهر الكهربائية في النواقل الكهربائية التي يكون طولها أكبر بكثير من أبعاد مقطعها . ويمكن تعريف التوزيع الخطي للشحنات الكهربائية في الأجسام عند معرفة الكثافة الخطية للشحنات الكهربائية بالعلاقة :

$$q = \int \rho_l \cdot dl$$

حيث إن هذا التكامل هو تكامل أحادي نسبة لأبعاد الطول العنصري dl . ونكتب هذه العلاقة في نظام الإحداثيات الديكارتية ، مثلاً ، كما يلي :

$$q = \int \rho_l(x) \cdot dx$$

ونقاس الكثافة الخطية للشحنات الكهربائية في نظام القياس الدولي بالوحدة :

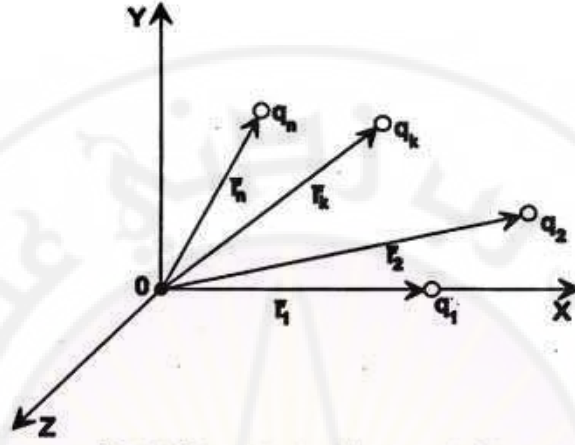
$$\left[\rho_l = \frac{[q]}{[l]} = [C/m] \right]$$

أي الكولون على المتر .

Punctual form Charges

٢-٣-٤ - الشحنات الكهربائية النقطية :

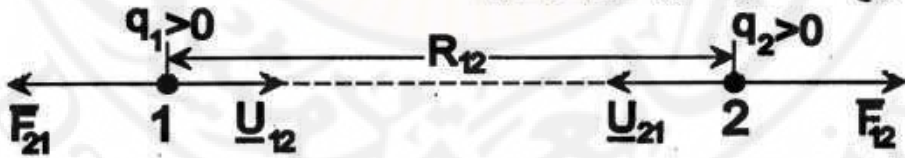
عندما نتناهى أبعاد الجسم الكهربائي المشحون بالصغر نحو الصفر بحيث تنطبق كلها على نقطة واحدة ، وإذا كان الجسم مشحوناً بشحنة كلية Q ، فإن هذه الشحنة تعتبر في هذه الحالة مركزة في نقطة واحدة هي النقطة المادية التي انتهى إليها الجسم المشحون. هذا التوزيع للشحنات الكهربائية يسمى التوزيع النقطي للشحنات الكهربائية. ويمكن تحديد موقع الشحنات النقطية في الفراغ بواسطة متجهة شعاعية واحدة تنطلق من مبدأ الإحداثيات في الفراغ الذي تتواجد فيه الشحنات وتنتهي هذه المتجهة في النقطة المادية المشحونة وذلك كما هو مبين في الشكل (2-4)



الشكل (2-4) الشحنات الكهربائية النقطية

٢-٤- قانون كولومب للقوى الكهربائية المؤثرة :

وضع العالم تشارلز كولومب عام 1785 قانونه الشهير حول القوى الكهربائية التي تتولد بين الأجسام المشحونة كهربائياً بعد عدد كبير من التجارب والقياسات . فقد لاحظ أن القوة الكهربائية التي تتولد بين جسمين نقطيين مشحونين كهربائياً كما في الشكل (2-5) تتناسب طردياً مع الشحنة الكهربائية لكل من الجسمين وتتناسب عكساً مع مربع المسافة الواقعة بين هذين الجسمين .



الشكل (2-5)

ويمكن أن نلاحظ بالتجريب أن القوة التي تنتج بين الجسمين المشحونين ستكون قوى تنافر ، إذا كانت الأجسام مشحونة بشحنات متماثلة موجبة أو مشحونة بشحنات متماثلة سالبة . أما إذا كانت شحنات الأجسام ذات طبيعة مختلفة سالبة وموجبة فإن القوة التي تنتج بين الأجسام المشحونة كهربائياً ستكون قوى تجاذب .

كما نلاحظ أنه لكي تنتج هذه القوة الكهربائية بين الأجسام فإن الأجسام يجب أن تكون مشحونة . فإذا كان أحد الأجسام غير مشحون فإنه لن تظهر أية قوة كهربائية. ويمكن الاستدلال وبالتجريب أيضاً على أن محور عمل القوى الكهربائية التي تؤثر على الأجسام ينطبق على الخط المستقيم الذي يصل الجسمين الكهربائيين المتأثرين . ويمكن أن نلاحظ أنه وحسب مبدأ الفعل ورد الفعل فإن الجسم الأول سوف يؤثر على الجسم الثاني بقوة كهربائية تساوي عددياً وتعاكس بالاتجاه القوة الكهربائية التي سيؤثر بها الجسم الثاني على الجسم الأول . فيكفي إذا أن نعرف القيمة العددية لإحدى القوى وأن نعرف طبيعة الشحنات الكهربائية الموجودة على الأجسام لكي نحدد اتجاه ومحور عمل هذه القوى الكهربائية .

وتكتب علاقة قوة كولومب الكهربائية كما يلي :

$$F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$$

حيث:

q_1, q_2 : شحنات الأجسام الكهربائية المؤثرة

R : المسافة الفاصلة بين الجسمين الكهربائيين

K : ثابتة تناسب .

وفي نظام القياس الدولي (M K S A - S I) وعندما تكون الأجسام موجودة في الخلاء أو الهواء تعطى الثابتة K بالعلاقة:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

وبذلك تصبح علاقة قانون كولومب للقوى الكهربائية المؤثرة

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

وتقاس القوة الكهربائية F بالنيوتن [N]

والشحنة الكهربائية q بالكولون [C]

والمسافة بين الشحنات R بالمتر [m]

أما الثابتة ϵ_0 والتي تسمى ثابتة العازلية الكهربائية للهواء أو للفراغ فتقاس بالفاراد على المتر [F/m] . .

وتبلغ قيمة ثابتة العازلية الكهربائية للهواء :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} [F/m] \approx 8.85 \cdot 10^{-12} [F/m]$$

ولكتابة صيغة القانون بالشكل الشعاعي فإننا نستعمل الشعاع الوحدى $\vec{u} = \frac{\vec{R}}{R}$ فينتج

لدينا :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{R_{21}^2} \frac{\vec{R}_{21}}{R_{21}}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{R_{12}^2} \frac{\vec{R}_{12}}{R_{12}}$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} \text{ و } |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

أما إذا استبدلنا الهواء أو الخلاء بمادة عازلة أخرى ، كالماء أو زيت المحولات مثلاً فإن ثابتة العازلية الكهربائية (ϵ) تصبح أكبر بقليل أو أكبر بكثير من ثابتة العازلية الكهربائية للهواء (ϵ_0) وذلك حسب طبيعة المادة المحيطة بالأجسام الكهربائية المتأثرة. وتعطى ثابتة العازلية الكهربائية للمواد المختلفة بالعلاقة :

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

حيث :

(ϵ_r) تمثل ثابتة العازلية المطلقة للوسط الذي توجد فيه الشحنات الكهربائية .

ϵ_0 تمثل ثابتة العازلية الكهربائية للهواء أو الخلاء .

ϵ_r تمثل ثابتة العازلية الكهربائية النسبية للوسط الذي توجد فيه الشحنات وهي عدد يمثل عدد المرات الذي تزداد بها ثابتة العازلية الكهربائية للمواد عما كانت عليه في الفراغ .

وندرج فيما يلي جدولاً يبين قيمة ثابتة العازلية النسبية لبعض المواد :

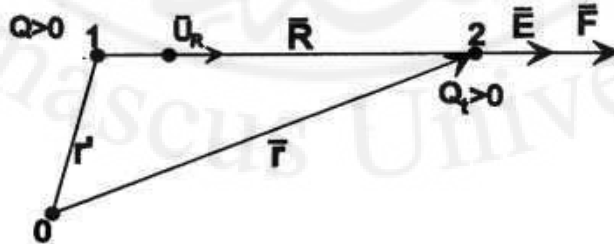
الجدول (2-1)

المادة	ثابتة العازلية الكهربائية النسبية	المادة	ثابتة العازلية الكهربائية النسبية
الهواء	1	الفير	2.5-5
البترول	2	باكليت	4.5-5.5
البارافين	2.1-2.5	ميكا	3.5-6.6
الورق	2-2.6	بورسلان	5.7-6.8
الإسفلت	27	خشب	2.5-7.7
المطاط	2-3.5	ماء مقطر	8.1
زيت المحولات	2.2-4.7	الزجاج	5.4-9.9

وتتأثر قيم ثابتة العازلية الكهربائية النسبية لمختلف المواد بالحرارة والرطوبة والضغط والتوتر الكهربائي المطبق وكذلك تتأثر بسماكة المادة العازلة .

٢-٥- الحقل الكهربائي الساكن Electrical Field :

إذا افترضنا انه لدينا جسم نقطي مشحون بالشحنة Q وموجود في نقطة ثابتة نسبة لمبدأ الإحداثيات ، وإذا حركنا حول هذا الجسم المشحون جسماً آخر مشحون بشحنة تجريبية Q_1 فانه يمكن أن نلاحظ انه ستؤثر على الجسم التجريبي Q_1 قوة كهربائية وذلك بغض النظر عن مكان وجود هذا الجسم التجريبي حول الجسم الأول كما هو مبين في الشكل (2-6) .



الشكل (2-6)

وتعطى القوة الكهربائية التي يؤثر بها الجسم الكهربائي الأول على الجسم الكهربائي الثاني بعلاقة كولومب كما يلي:

$$\overline{F_e} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q_i}{R^2} \overline{U_R}$$

وإذا أخذنا هذه القوة الكهربائية منسوبة إلى قيمة الشحنة التجريبية Q_i فإننا نحصل على قوة كولومب الكهربائية التي تؤثر على واحدة الشحنات الكهربائية أي :

$$\frac{\overline{F_e}}{Q_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2} \overline{U_R}$$

إن هذه العلاقة هي تابع للشحنة الكهربائية Q وتابع للمسافة بين هذه الشحنة الكهربائية الموجودة في النقطة 1 وبين الشحنة الكهربائية التجريبية Q_i الموجودة في النقطة 2. وتعرف هذه العلاقة كمية حقلية شعاعية نسميها الحقل الكهربائي الساكن ونرمز لها $\overline{E}$ فينتج لدينا :

$$\overline{E} = \frac{\overline{F_e}}{Q_i}$$

أو يمكن أن نكتب :

$$\overline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2} \overline{U_R}$$

وإذا اصطالحنا أن الشعاع العنصري $\overline{U_R} = \frac{\overline{R}}{R}$ فإن علاقة الحقل الكهربائي تصبح :

$$\overline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} \cdot \overline{R}$$

وتقاس شدة الحقل الكهربائي الساكن في نظام القياس الدولي (M.K.S.A) بوحدة القياس :

$$[E] = \left[\frac{V}{m} \right]$$

أي الفولت / المتر.

ونلاحظ من العلاقة السابقة أن شدة الحقل الكهربائي الساكن تتناسب طردياً مع قيمة الشحنة الكهربائية التي تولد هذا الحقل وتتناسب عكساً مع مربع المسافة بين الجسم المشحون Q والنقطة التي يحسب فيها هذا الحقل .

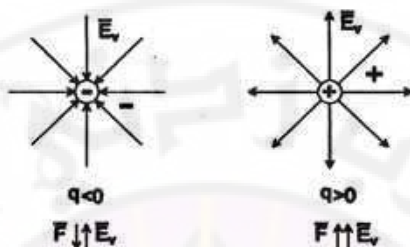
كما ويمكن أن نستنتج من هذه العلاقة انه حيث يوجد جسم مشحون فانه سوف يتولد حوله حقل كهربائي ساكن وانه حيث يوجد حقل كهربائي ساكن في منطقة ما من الفراغ فان هذا الحقل سيكون ناتجاً عن شحنة كهربائية محددة .

٢-٦- خطوط الحقل الكهربائي الساكن STREAM LINES

لتكن لدينا شحنة كهربائية (+q) موجبة وتساوي قيمتها واحدة الشحنات الكهربائية ولندخل هذه الشحنة إلى نقطة ما (p) ضمن حقل كهربائي شدته $\vec{E}$. سوف يؤثر هذا الحقل عندها على هذه الشحنة بقوة كهربائية ($\vec{F}_e$) توازي اتجاه الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في النقطة (P) لنحدد اتجاه القوة الكهربائية في هذه النقطة ثم لننقل الشحنة إلى نقطة أخرى قريبة جداً من النقطة الأولى (P) وتقع على اتجاه القوة المؤثرة على الشحنة (+q) ونحدد اتجاه القوة المؤثرة على الشحنة وننقلها بعد ذلك إلى نقطة أخرى ثالثة مجاورة لها وتقع على اتجاه القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة وهكذا . ثم نقوم بتوصيل كافة النقاط التي وضعنا فيها الشحنة الكهربائية ضمن الحقل مع بعضها بخط مستمر فان هذا الخط يسمى خط الحقل. ولو كررنا هذه العملية بحيث نبدأ في كل مرة من نقطة مختلفة عن النقطة (p) فإننا سنحصل على مجموعة من الخطوط تمثل صورة أو خيال الحقل الكهربائي في المنطقة المعتبرة من الفراغ التي يعرف فيها هذا الحقل .

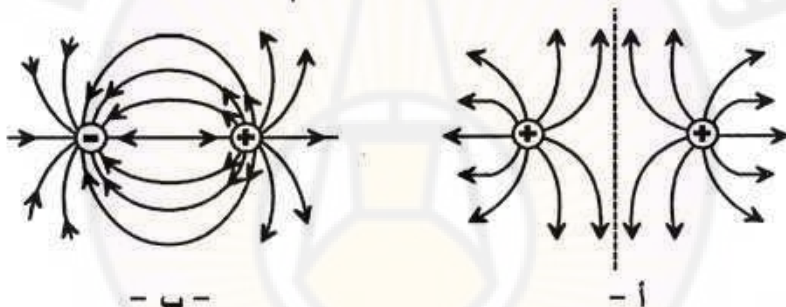
تتصف خطوط الحقل بصفة خاصة جداً وهي أن هذه الخطوط لا يمكن أن تتقاطع في نقطة ما ، وهذا يعني انه يوجد اتجاه واحد للقوة الكهربائية التي يمكن أن تؤثر على الشحنات الكهربائية فيما لو وضعت هذه الشحنات في النقطة المعتبرة وان اتجاه القوة الكهربائية هو نفس اتجاه خط الحقل المار هناك . وإذا كان خط الحقل منحنياً فان اتجاه القوة الكهربائية عند أي نقطة ضمن الحقل يكون باتجاه المماس إلى خط الحقل المنحني المار في هذه النقطة .

ويعطي الشكل (2-7) خطوط الحقل الناتجة عن شحنة نقطية موجبة (+Q) وعن شحنة نقطية سالبة (-Q) .



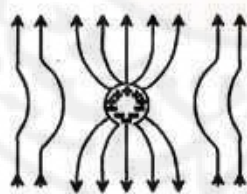
الشكل (2-7)

ويبين الشكل (2-8) شكل خطوط الحقل لبعض الأجسام المألوفة المشحونة .

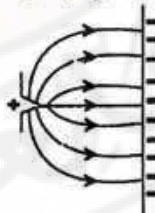


ب - خطوط الحقل الكهربائي
الساكن بين شحنتين متعاكستي الإشارة

أ - خطوط الحقل الكهربائي
الساكن بين شحنتين متماثلتي الإشارة



د - خطوط الحقل الكهربائي الساكن
الناتج عن جسم كروي معدني
مشحون +Q



ج - خطوط الحقل الكهربائي الساكن
بين جسم مذهب مشحون بـ +Q وسطح
مستوي مشحون بـ -Q

الشكل (2-8)

وتجدر الإشارة إلى أن خطوط الحقل لا ترسم جزافاً ، بل يراعى في رسمها أن تكون كثافتها معبرة عن مقدار الحقل الكهربائي الساكن وعن شدته ، حيث يتناسب عدد خطوط الحقل المارة عبر وحدة السطوح العمودية على اتجاه الحقل في نقطة ما مع شدة الحقل في هذه النقطة .

وتعطى معادلة خطوط الحقل نسبة إلى محاور الإحداثيات الديكارتية بالعلاقة التالية :

$$\frac{dx}{Ex} = \frac{dy}{Ey} = \frac{dz}{Ez}$$

ويمكن استنتاج العلاقة الرياضية التي تعطي قيمة الحقل الكهربائي الساكن نسبة إلى محاور إحداثيات ديكارت (z,y,x) المتعامدة بالطريقة التالية :

لدينا من الشكل (2-9)

$$\vec{E} = iEx + jEy + kEz = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} + \frac{Q}{R^3} \vec{R}$$

حيث :

E_x ، E_y ، E_z تمثل مركبات الحقل الكهربائي الساكن نسبة لمحاور الإحداثيات.

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ الشعاع العنصري المحدد لاتجاه محاور الإحداثيات .

وتحدد وضعية النقطة (p) التي نحسب فيها الحقل الساكن بالشعاع $r(x, y, z)$.

أما وضعية الجسم المشحون q المولد للحقل فتحدد بالشعاع $r'(x', y', z')$.

وتحدد المسافة بين الجسم المشحون والنقطة (P) بالشعاع $\vec{R}$ حيث لدينا :

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = R(x - x', y - y', z - z')$$

أي

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

وعليه فإن قيمة مركبة الحقل الكهربائي على كل من المحاور (x ، y ، z) تساوي

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} - \frac{q(x - x')}{(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2})^3}$$

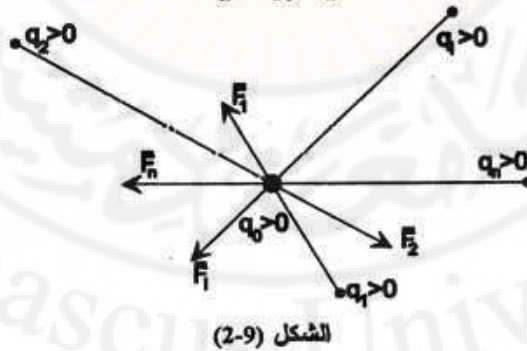
$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} - \frac{q(x-x')}{(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2})^3}$$

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} - \frac{q(x-x')}{(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2})^3}$$

٧-٧- مبدأ التراكم في الحقل الكهربائي الساكن : Principle of Superposition

لقد أثبتت التجارب انه إذا كان لدينا جسم مادي ما مشحون بشحنة كهربائية وموجود تحت تأثير عدد من الأجسام الكهربائية المشحونة ، فإن القوة الكلية والمحصلة التي تؤثر بها مجموعة الأجسام هذه (n) على الجسم المادي تساوي المجموع الشعاعي لكل القوى الكهربائية التي يؤثر بها كل جسم على حدة على الجسم المادي $F_1, F_2, \dots, F_n$. وهذا المبدأ يماثل مبدأ التراكم في علوم الميكانيك . فكما في الشكل (2-9) سيؤثر كل جسم من الأجسام المشحونة الكهربائية على الجسم المادي المشحون $q_0, q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ بقوة كهربائية تساوي :

$$\overline{F_{el}} = q_0 \cdot \overline{E_{el}}$$



حيث لدينا :

q_0 : هي شحنة الجسم المادي المتأثر .

q_i : هي شحنة الجسم المادي المؤثر .
 $\overline{E}_w$: هي شدة الحقل الكهربائي الذي يولده الجسم المشحون .
 $\overline{F}_{ei}$ هي القوة الكهربائية التي يؤثر بها الجسم q_i على الجسم q_0 .
 إن القوة الكهربائية الكلية المؤثرة على الجسم تساوي محصلة القوى الافرادية المؤثرة ، حيث يمكن أن نكتب :

$$\overline{F}_i = \overline{F}_{e_1} + \overline{F}_{e_2} + \dots + \overline{F}_{e_n}$$

وإذا قسمنا هذه العلاقة على قيمة الشحنة المتأثرة q_0 ينتج لدينا :

$$\frac{\overline{F}_{ei}}{q_0} = \frac{\overline{F}_{e_1}}{q_0} + \frac{\overline{F}_{e_2}}{q_0} + \dots + \frac{\overline{F}_{e_n}}{q_0}$$

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف القوة الكهربائية يمكن أن نكتب :

$$\overline{F}_w = \overline{F}_{e_1} + \overline{F}_{e_2} + \dots + \overline{F}_{e_n}$$

$$\overline{E}_w = \sum_{i=1}^n \overline{E}_{wi}$$

Potential of eclectic Field

٢-٨- الكمون الكهربائي الساكن:

يعرف الكمون في التحليل الرياضي كما يلي :

إذا كان لدينا حقل شعاعي معرف بالعلاقة $\overline{G}(r) = G(x, y, z)$

وإذا كان لدينا تابع سلمي $\varphi(r) = \varphi(x, y, z)$

وإذا تحققت بين التابع السلمي والحقل الشعاعي العلاقة الرياضية التالية :

$$G_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad G_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad G_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

حيث لدينا:

$$G = i\overline{G}_x + j\overline{G}_y + k\overline{G}_z$$

فان التابع السلمي $\varphi(r)$ يسمى كمون الحقل الشعاعي $\overline{G}(r)$ وكذلك فإن الحقل

الشعاعي $\overline{G}(r)$ يسمى تدرج التابع السلمي $\varphi(r)$ ويحقق العلاقة الرياضية التالية :

$$\overline{G} = -\text{grad}\varphi = -\left(i\frac{\partial \varphi}{\partial x} + j\frac{\partial \varphi}{\partial y} + k\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$$

حيث grad تعني التدرج .

ويمكن تعريف عامل رياضي يسمى عامل هاميلتون أو العامل نابلا ويرمز له ∇ بالعلاقة الرياضية التالية :

$$\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

وباستعمال هذا العامل يمكن أن نكتب علاقة التدرج على الشكل التالي :

$$\nabla \cdot \varphi = \text{grad} \varphi = \left(\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi(x, y, z) = -\bar{G}$$

$$\nabla \cdot \varphi = \left(\bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi = -\bar{G}$$

وهذه العلاقة تمثل تدرج التابع السلمي φ أي :

$$\Delta \varphi = \text{grad} \varphi = -\bar{G}$$

ونعرف في الكهرباء الساكنة كموناً كهربائياً للحقل الكهربائي الساكن ويرمز له V وبحقق العلاقة التالية :

$$\bar{E}_v = -\text{grad} V = -\left(\bar{i} \frac{\partial v}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial v}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

حيث لدينا أيضاً :

$$E_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial v}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial v}{\partial z}$$

كما يمكن أن نكتب :

$$v = -\text{grad} \bar{E}_v$$

حيث يسمى الحقل الكهربائي E_v تدرج الكمون الكهربائي .

ولكي نوجد العلاقة الرياضية التي تحدد قيمة الكمون الكهربائي في نقطة ما نفترض

أنه يوجد لدينا جسم مشحون بشحنة (q) ويولد هذا الجسم حقلاً كهربائياً $\bar{E}_v$ في نقطة

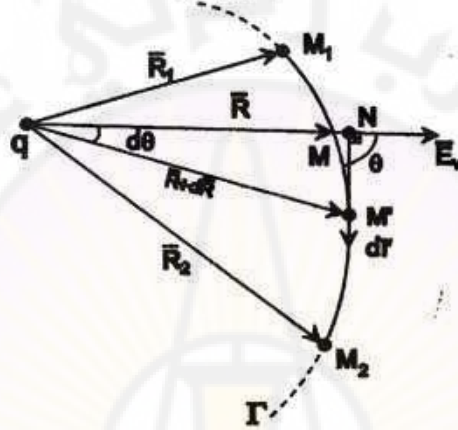
ما M تبعد مسافة R عن الجسم المشحون كما هو مبين في الشكل (2-10)

إن قيمة الحقل الكهربائي في النقطة M تساوي :

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot \frac{\bar{R}}{R}$$

إن التكامل الخطي على المنحنى Γ بين النقطتين M_1 و M_2 يعطى بالعلاقة

$$A_\Gamma = \int_{M_1}^{M_2} \bar{E}_r \cdot d\bar{r}$$



الشكل (2-10)

وهذا التكامل يعرف رياضياً باسم جولان الحقل الكهربائي على المنحنى Γ من الشكل (2-11) لدينا :

$$\bar{E}_r \cdot d\bar{r} = \bar{E}_r \cdot \overline{MM'} = E_r \cdot MM' \cdot \cos\theta = E_r \cdot MN$$

ومن ناحية أخرى لدينا من الشكل أيضاً :

$$MN = (R + dR) \cdot \cos(d\theta) - R \approx d\theta$$

وبذلك ينتج لدينا :

$$dA_\Gamma = E_r \cdot d\bar{r} = E_r \cdot dR$$

وإذا استبدلنا الحقل الكهربائي E_r بالعلاقة السابقة ، نكتب :

$$A_\Gamma = \int_{M_1}^{M_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot dR = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

وإذا افترضنا :

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_1}$$

$$V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R_2}$$

فانه ينتج لدينا :

$$\int_{M_1}^{M_2} E_V \cdot dr = V_1 - V_2 = \int_2^1 dV$$

حيث:

V_1 : يمثل الكمون الكهربائي في النقطة M_1

V_2 : يمثل الكمون الكهربائي في النقطة M_2

يمكن أن نلاحظ أن كمون النقطتين M_1 و M_2 لا يعتمد إلا على بعد هاتين النقطتين R_1 أو R_2 عن الشحنة الكهربائية q . وإذا اعتبرنا أن النقطة M_1 تقع في اللانهاية مثلاً $R_1 = \infty$ فانه سينتج لدينا $V_1 = 0$ وبذلك نستطيع أن نكتب بشكل عام :

$$V_M = - \int_{\infty}^M \overline{E_V} \cdot dr$$

وإذا اعتبرنا أن:

$$\overline{F_e} = q_0 \overline{E_V}$$

يمكن أن نكتب :

$$V_M = - \int_{\infty}^M \frac{\overline{F_e}}{q_0} \cdot dr$$

أي أن الكمون الكهربائي يمثل فيزيائياً العمل $\overline{F_e} \cdot dr$ الذي يصرف لنقل شحنة ما q_0 من اللانهاية إلى هذه النقطة أو بالعكس وذلك تحت تأثير الحقل الكهربائي على هذه الشحنة .

وتساوي واحدة قياس الكمون الكهربائي / الفولط / أو الجول على الكولون

$$[V] = \frac{[F_e] \cdot [r]}{[C]} = \left[\frac{J}{C} \right] = [V] \text{ الفولط}$$

أما واحدة قياس الحقل الكهربائي فهي :

$$[E_V] = \left[\frac{V}{r} \right] = [V/m]$$

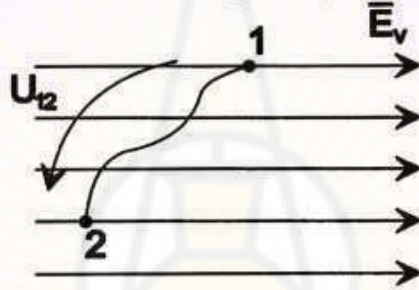
أي الفولط على المتر .

Electric Potential Difference

٢-٩- التوتر الكهربائي الساكن :

يسمى بالتعريف التوتر في الحقل الكهربائي الساكن فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين ضمن الحقل . وعليه فإننا يمكن أن نعرف التوتر الكهربائي بالشكل التالي :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B dV = \int_A^B \vec{E}_V \cdot \vec{dr}$$



الشكل (2-11)

إن الشكل العام لعلاقة التوتر الكهربائي هو :

$$U_{12} = V_1 - V_2 = - \int_1^2 dV = \int_1^2 \vec{E}_V \cdot \vec{dr}$$

نلاحظ انه يستعمل لتعريف التوتر بين نقطتين في الحقل الكهربائي دليلان كما في الشكل (2-11) .

الدليل الأول يدل على النقطة التي يؤخذ كمونها موجباً في علاقة التعريف

$$U_{12} = V_1 - V_2$$

والدليل الثاني يدل على النقطة التي يؤخذ كمونها سالباً في العلاقة.

كما ويستخدم السهم للدلالة على التوتر ، حيث تدل بداية السهم على النقطة ذات الكمون الأول (1) ويدل رأس السهم على النقطة ذات الكمون الثاني ، السالب (2) يمكن أن نلاحظ بسهولة أن :

$$U_{12} = V_1 - V_2 = -(V_2 - V_1) = -U_{21}$$

إن واحدة قياس التوتر الكهربائي هذا ذات وحدة قياس الكمون الكهربائي أي الفولط :

$$[U] = [V] \text{ Volt}$$

أي الفولت .

Equal Potential Planes

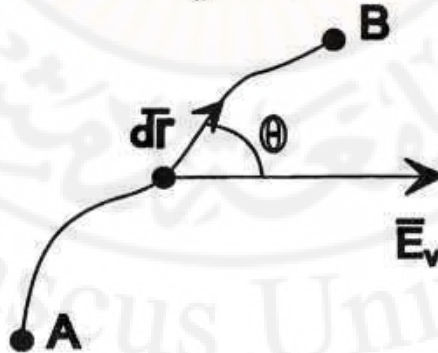
٢-١٠- المسطوح متساوية الكمونات :

يعرف السطح المتساوي الكمونات رياضياً بأنه المحل الهندسي ضمن الحقل الكهربائي لجميع النقاط التي يكون كمونها متساوياً. أما كهربائياً فنعرف السطح متساوي الكمونات بأنه ذلك السطح الذي لا يوجد أي فرق في الكمون بين أي نقطتين من نقاطه.

فإذا افترضنا نقطتين A ، B واقعتين على السطح متساوي الكمونات وإذا أخذنا أي منحنى يربط بينهما ويقع ضمن السطح أيضاً كما هو مبين في الشكل (2-12) . فإنه يمكن أن نكتب :

$$V_A - V_B = U_{AB} = - \int_A^B \vec{E}_v \cdot d\vec{r} = 0$$

$$V_A - V_B = - \int_A^B E_v dr \cos \phi = 0$$



الشكل (2-12)

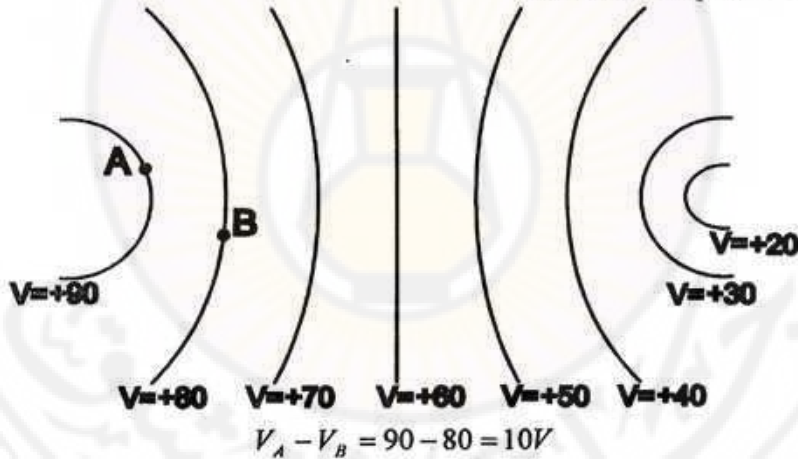
وذلك لأن $V_A = V_B$ ومن هذه العلاقة ينتج أن $\overline{dr}, \overline{E_V}$ يجب أن تكون متعامدة أي $\theta = \frac{\pi}{2}$ لكي يكون $\cos \theta = 0$. ومن هنا نستنتج أن الحقل الكهربائي الساكن يكون دائماً عمودياً على السطوح المتساوية الكمونات .

إن فرق الكمون بين أية نقطة A واقعة على أحد السطوح متساوية الكمونات في الحقل الكهربائي الساكن وبين نقطة B واقعة على سطح آخر متساوي الكمونات تكون دائماً كمية ثابتة حيث لدينا .

$$V_A = K_1, \quad V_B = K_2$$

$$V_A - V_B = K_1 - K_2 = c$$

كما هو مبين في الشكل (2-13)



الشكل (2-13) السطوح متساوية الكمون حول شحنة نقطية

ويمكن الحصول على معادلة السطوح متساوية الكمونات من شرط التعريف .

$$V(x, y, z) = K$$

أو

$$dV(x, y, z) = 0$$

حيث K هي قيمة ثابتة .

لأجل قيم مختلفة للثابتة K نحصل على سطوح متساوية الكمون مختلفة .

تطبيق ١:

حساب السطوح المتساوية الكمون حول شحنة نقطية q .
إن الحقل الكهربائي الذي سوف يتولد حول الشحنة النقطية q في نقطة p تبعد عنها مسافة r يعطى بالعلاقة :

$$E_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{r}{r}$$

أما الكمون في هذه النقطة P منسوباً إلى اللانهاية فيعطى بالعلاقة :

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

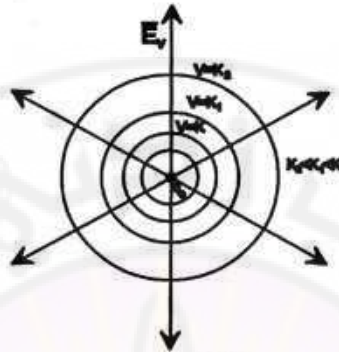
إن معادلة السطح المتساوي الكمونات الذي يمر في النقطة P أي يحتوي هذه النقطة هي :

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = K$$

من هذه المعادلة ينتج :

$$r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{K} = ct$$

نلاحظ أن هذه المعادلة هي معادلة كرة نصف قطرها r ومركزها يقع في مركز الشحنة الكهربائية . وكلما غيرنا قيمة K نحصل على سطح كروي جديد .
وعليه فإن السطوح المتساوية الكمون هي سطوح كروية متحدة المركز وخطوط الحقل تكون عمودية على هذه السطوح وتمثل أنصاف أقطار السطوح الكروية المنطلقة من مركز الشحنة الكهربائية كما هو مبين في الشكل (2-14) .



الشكل (2-14)

تطبيق ٢ :

حساب السطوح متساوية الكمون حول خط لانهائي الطول مشحون بشحنة موزعة بشكل خطي ومنظم .

ليكن لدينا ناقل خطي لانهائي الطول ℓ مشحون بشحنة موزعة عليه توزيعاً خطياً ومنظماً كثافتها الخطية تساوي $\rho_r \left[\frac{C}{m} \right]$.

إن قيمة الحقل الذي سوف يتولد حول الشحنة الخطية في النقطة p يعطى بالعلاقة :

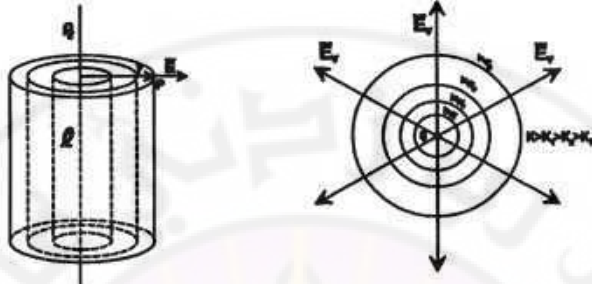
$$\bar{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\rho_r}{r} \cdot \frac{\bar{r}}{r}$$

أما الكمون في النقطة p فيعطى بالعلاقة

$$V_p = \frac{\rho_r}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{1}{r_p}$$

أي الحقل الكهربائي في كافة النقاط التي تبعد مسافة متساوية عن الناقل الخطي تكون له قيمة ثابتة وكذلك يكون الكمون الكهربائي .

إن السطوح المتساوية الكمونات في السطوح متساوية الحقل الكهربائي الناتج عن ناقل خطي مستقيم مشحون بشحنة موزعة توزيعاً خطياً ρ_r تكون عبارة عن أسطوانات دائرية متمركزة مع الناقل المستقيم المشحون كما هو مبين في الشكل (2-15) .



الشكل (2-15) السطوح متساوية الكمون حول ناقل خطي مشحون

Electric Polarization

١١-٢ - ظاهرة الاستقطاب الكهربائي :

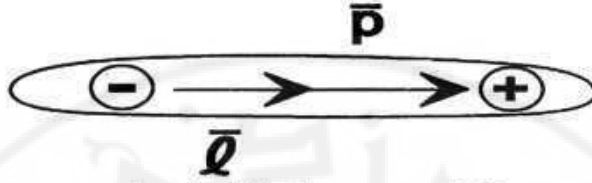
١١-٢-١ - عزم الاستقطاب الكهربائي وحقل الاستقطاب الكهربائي :

Electric Polarization Momentum

تظهر القوى الكهربائية في الحقل الساكن بين الأجسام المشحونة فقط أو عند إدخال جسم مشحون بشحنة كهربائية q ضمن حقل كهربائي خارجي E_v لكن نلاحظ أن هناك حالات خاصة في الطبيعة تنتج فيها قوى أو عزوم مشابهة لتلك الكهربائية وذلك عند إدخال أجسام معينة ضمن حقل كهربائي خارجي وذلك بالرغم من أن هذه الأجسام غير مشحونة . كما نلاحظ أيضاً أن هذه الأجسام التي تنصف بهذه الصفة يمكن أن تؤثر فيما بينها بقوى وعزوم مشابهة لتلك التي تنتج بين الأجسام المشحونة .

تسمى هذه الأجسام التي تتأثر عند إدخالها ضمن حقل كهربائي ما بقوى وعزوم معينة، الأجسام المستقطبة الكهربائية . أما الأجسام التي لا يظهر عليها أي أثر عند إدخالها ضمن حقل كهربائي خارجي فتسمى الأجسام غير المستقطبة .

ويمكن تفسير ظاهرة الاستقطاب الكهربائي استناداً إلى النظرية الذرية للأجسام وإلى نموذج بور على أنها حالة تشوه في توازن الشحنات الكهربائية في كل ذرة من ذرات الجسم المستقطب بحيث يبدو وكأن هناك تفريق بين الشحنة الموجبة والشحنة السالبة لذرة الجسم بحيث يظهر في الذرة قطب ذو شحنة موجبة وقطب ذو شحنة سالبة ينتج بينهما عزم موجه داخل الذرة من القطب السالب إلى القطب الموجب الشكل (2-16) .



الشكل (2-16) عزم الاستقطاب الكهربائي

ويمكن اعتبار قيمة هذا العزم بالتشابه مع عزم القوى الميكانيكية وبالتعريف كما يلي:

$$\bar{p} = q_0 \cdot \bar{\ell}$$

يمكن أن ينتج عزم الاستقطاب في الأجسام بسبب تشوهات دائمة في البنية الذرية الكهربائية وعندها تسمى هذه الحالة الاستقطاب الكهربائي الدائم أو يمكن أن ينتج عزم الاستقطاب في الأجسام بسبب تشوهات مؤقتة في البنية الذرية الكهربائية وعندها تسمى هذه الحالة الاستقطاب الكهربائي المؤقت . ويزول الاستقطاب المؤقت مع زوال السبب الذي أدى إلى هذه التشوهات . وينتج التشوه المؤقت عن فعل حقل كهربائي خارجي شديد أما التشوه الدائم فينتج عن آثار ميكانيكية أو عن آثار حرارية أو عن آثار مختلطة - آثار حرارية أو ميكانيكية مع تأثير حقل كهربائي خارجي شديد .

ويرمز لعزم الاستقطاب المؤقت $\bar{p}_i$ ويرمز لعزم الاستقطاب الدائم $\bar{p}_p$ ويمكن أن نكتب في الحالة العامة للأجسام المستقطبة الدائمة والتي تقع تحت تأثير حقل كهربائي خارجي ، العلاقة التالية :

$$\bar{p} = \bar{p}_p + \bar{p}_i$$

وبما أن عزوم الاستقطاب الدائمة والمؤقتة هي كميات ذرية ، لذلك نعرف بدالاتها كمية نسميها الكثافة الحجمية لعزوم الاستقطاب الكهربائية وكما يلي :

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta V} = \frac{d \bar{p}}{dV}$$

$$d \bar{p} = \bar{P} \cdot dV$$

وتسمى الكمية $\bar{P}$ الكثافة الحجمية لعزوم الاستقطاب أو بشكل مباشر حقل الاستقطاب الكهربائي .

واحدة قياس عزم الاستقطاب الكهربائي هي :

$$[p] = [q] [\ell] = [C.m]$$

أما واحدة قياس حقل الاستقطاب الكهربائي فهي :

$$[P] = \left[\frac{p}{V} \right] = \left[\frac{C.m}{m^3} \right] = \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

ويمكن أن نعرف حقل الاستقطاب الكهربائي في الحالة العامة بالعلاقة التالية :

$$\bar{P} = \bar{P}_p + \bar{P}_i$$

حيث $\bar{P}_i$ هي حقل الاستقطاب الكهربائي المؤقت .

$\bar{P}_p$ هي حقل الاستقطاب الكهربائي الدائم .

٢-١١-٢ قانون الاستقطاب الكهربائي المؤقت Temporary Electric Polarization

يعرف قانون الاستقطاب المؤقت بالعلاقة الرياضية

$$\bar{P}_i = f(\bar{E}_v)$$

وللوصول إلى علاقة القانون نقوم بالتجربة التالية :

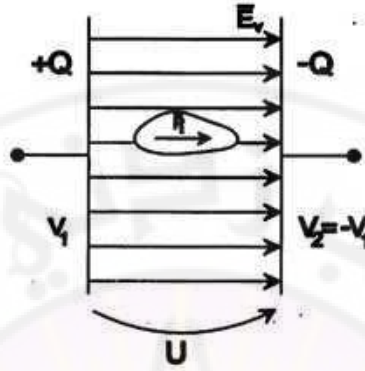
نفترض أنه يوجد لدينا مكثف كهربائي مطبق على أقطابه توتر كهربائي شدته تساوي U . سوف تنشحن صفائح المكثفات بالشحنات Q^- و Q^+ وسوف يظهر داخل المكثف

حقل كهربائي شدته $\bar{E}$ ويكون كمون كل صفيحة من صفائح المكثف V^+ و V^- .

يعتبر الحقل الكهربائي داخل المكثف الكهربائي المستوي حقلاً متناظراً و متجانساً أي أن شدته تكون متساوية في أي نقطة داخل المكثف . فإذا أدخلنا ضمن هذا الحقل

جسماً كهربائياً قابلاً للاستقطاب المؤقت فإننا يمكن أن نرفع المنحني $\bar{P}_i = f(\bar{E}_v)$

وذلك بأخذ قيم متزايدة للحقل واعتباراً من القيمة $(\bar{E}_v = 0)$ أي عندما يكون المكثف غير مشحون ونقيس قيم الاستقطاب المؤقت الموافق لكل قيمة من قيم الحقل (الشكل 2-17) .

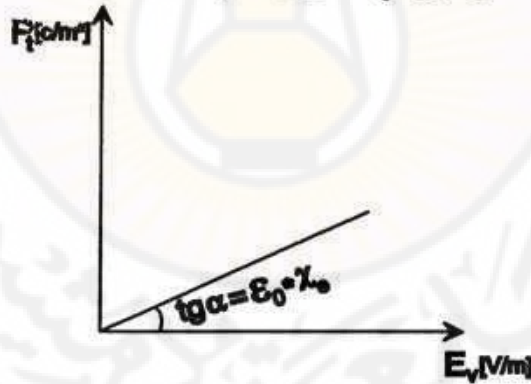


الشكل (2-17) الاستقطاب الكهربائي المؤقت

يمكن أن نلاحظ حالتين للتجربة :

الحالة الأولى :

نلاحظ أن العلاقة بين الحقل الخارجي المطبق على الجسم وبين الاستقطاب المؤقت هي علاقة خطية كما هو مبين في الشكل (2-18)



شكل (2-18)

منحنى الاستقطاب المؤقت للأجسام الخطية

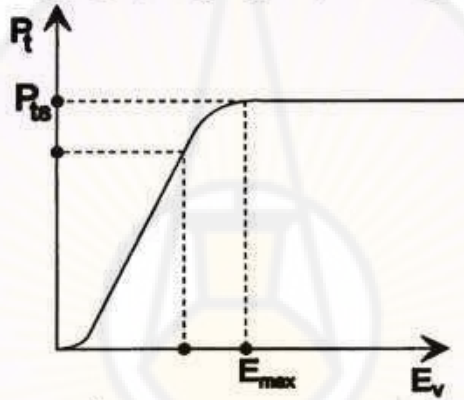
لقد حدد العالم مكسويل صيغة قانون الاستقطاب المؤقت كما يلي :

$$\overline{P}_i = \epsilon_0 \cdot X_e \cdot \overline{E}_v$$

حيث تمثل X_e ثابتة قابلية التأثير الكهربائي للأجسام وهي عدد مطلق بدون وحدات .

الحالة الثانية :

نلاحظ فيها أن العلاقة بين الحقل الخارجي المطبق على الجسم ضمن المكثف وبين حقل الاستقطاب المؤقت هي علاقة لاقطية كما هو مبين في الشكل (2-19). حيث نلاحظ أن المنحني يكون خطياً في بدايته ولأجل قيم صغيرة للحقل الخارجي المؤثر ثم تصل المادة إلى حالة تسمى استقطاب لا خطي والتي تزداد فيها شدة الحقل الكهربائي بشكل كبير لكن الاستقطاب المؤقت يزداد بشكل قليل .



الشكل (2-19) منحنى الاستقطاب المؤقت للأجسام اللاخطية

ثم تصل المادة إلى حالة يبقى فيها الاستقطاب المؤقت ثابتاً مهما كانت زيادة الحقل الكهربائي المؤثر وتسمى قيمة الاستقطاب المؤقت في هذه الحالة استقطاب الإشباع P_{ts} وقيمة الحقل المؤثر ، الحقل الأعظمي E_{vmax} . يمكن أن نلاحظ بالتجريب انه إذا عدنا بقيمة الحقل من القيمة الأعظمية E_{vmax} وحتى القيمة $E_v=0$ فإن المادة المستقطبة لن تعود على ذات المنحني بل سترسم منحنيًا جديدًا ، نصل منه إلى الوضعية التي يكون فيها الحقل الكهربائي المؤثر مساوياً للصفر ولكن الاستقطاب المؤقت لا يساوي للصفر ، كما هو مبين في الشكل (2-21) هذا الاستقطاب يسمى P_{tr} الاستقطاب المتبقي . ولكي نزيل هذا الاستقطاب المؤقت نلاحظ تجريبياً انه يجب أن نطبق على المادة حقلاً كهربائياً خارجياً بالاتجاه المعاكس ونعدها تصل إلى الحالة التي يكون فيها الحقل بالاتجاه المعاكس $E_c -$ والاستقطاب المؤقت $P_t=0$. هذا الحقل يسمى الحقل القاهر أو

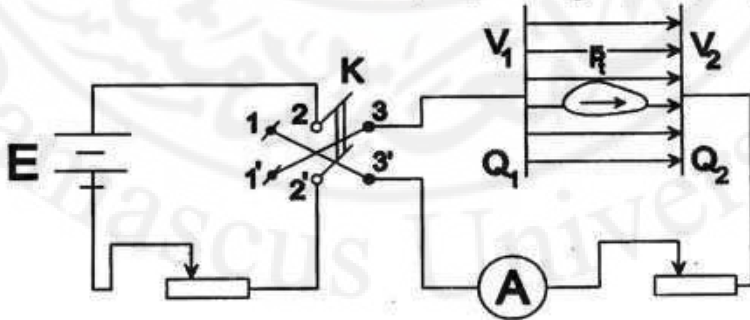
الحقل الماحي وإذا تابعنا زيادة شدة الحقل بالاتجاه المعاكس نلاحظ أننا نصل إلى حالة الإشباع بالاتجاه الآخر حيث تصل قيمة الحقل الخارجي إلى $E_{max} -$ وقيمة الاستقطاب المؤقت $P_{is} -$ وهنا نلاحظ أنه مهما زدنا من قيمة الحقل الخارجي تبقى قيمة الاستقطاب المؤقت ثابتة وتساوي استقطاب الإشباع المؤقت P_{is} .

وإذا تابعنا التجربة وانقصنا قيمة الحقل الكهربائي الخارجي المؤثر نجد أن المادة ترسم منحنيًا جديدًا بحيث تصل إلى الحالة التي يصبح فيها الحقل المؤثر الخارجي مساويًا للصفر $E_v=0$ بينما تصبح قيمة الاستقطاب المؤقت مساوية P_{ir} والتي تسمى الاستقطاب المؤقت المتبقي.

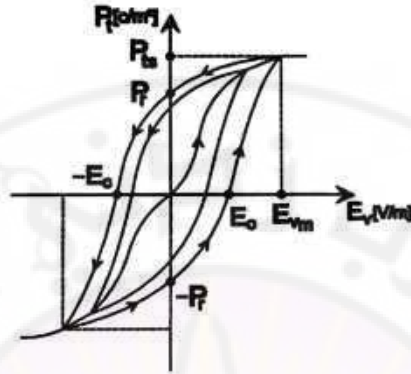
وإذا رغبتنا بإزالة هذا الاستقطاب المؤقت المتبقي والعودة بالمادة إلى حالتها الأصلية، حالة التوازن وعدم الاستقطاب، فإنه يجب أن نطبق على المادة حقلًا كهربائيًا خارجيًا بالاتجاه المعاكس وأن نزيد شدة هذا الحقل حتى نصل إلى الحالة التي يكون فيها الاستقطاب المؤقت $P_i = 0$ بينما يكون الحقل الكهربائي الخارجي مساويًا للحقل الخارجي الماحي أو القاهر $E_c +$.

إن منحنى الاستقطاب المؤقت الذي نرسمه بالتجريب للمادة، كما هو مبين في الشكل (2-21) يسمى منحنى التعويق الكهربائي أو منحنى الإبطاء الكهربائي.

ويمكن أن نجري التجربة العملية لرفع منحنى التعويق الكهربائي للمادة المستقطبة باستخدام الدارة المبينة في الشكل (2-20).



الشكل (2-20) الدارة التجريبية لرفع منحنى التعويق الكهربائي



الشكل (2-21) منحنى التعويك الكهربائي (الاستقطاب الكهربائي اللاخطي)

Electric Dipole

٢-١١-٣ ثنائي الأقطاب الكهربائي :

يعرف ثنائي الأقطاب الكهربائي بأنه نظام مؤلف نظرياً من شحنتين كهربائيتين متساويتين بالقيمة ومتعاكستين بالإشارة $\pm dq$ متواجدتين على مسافة ثابتة الواحدة نسبة للأخرى (ل) الشكل (2-22) وتعرف لهذا النظام كمية فيزيائية تسمى العزم الكهربائي لثنائي الأقطاب بالعلاقة :

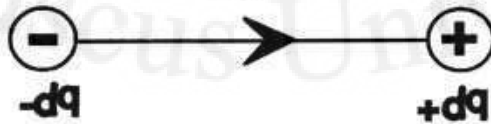
$$\bar{p}_d = dq \cdot \bar{\ell}$$

وبوجه هذا العزم شعاعياً من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة وتبقى قيمة العزم ثابتة دائماً بحيث إذا ازدادت إحدى الكميتين $\bar{\ell}$, d فإن الثانية سوف تتناقص بحيث يكون لدينا :

$$\bar{p}_d = dq \cdot \bar{\ell} = ct$$

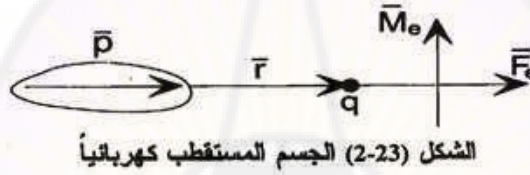
$$dq \uparrow \bar{\ell} \downarrow$$

$$\bar{\ell}$$



الشكل (2-22) ثنائي الأقطاب الكهربائي

يمكن أن نبرهن في الكهرباء الساكنة أن أي جسم مستقطب كهربائياً ذي عزم استقطاب $\bar{p}$ يمكن أن يكافئ بثنائي أقطاب كهربائي يساوي عزمه $\bar{p}_d$.
 فإذا وضعنا جسماً مشحوناً q بالقرب من جسم مستقطب عزمه $\bar{p}$ فانه سوف يؤثر على الجسم المشحون قوة كهربائية $\bar{F}_e$. وعزم كهربائي $\bar{M}_e$ وإذا استبدلنا الآن الجسم المستقطب بثنائي أقطاب كهربائي عزمه $\bar{p}_d$ فان هذا الثنائي سوف يؤثر على الجسم المشحون q بقوة $\bar{F}_{ed}$ وعزم $\bar{M}_{ed}$ كما هو مبين في الشكل (2-23) ومن الشكل (2-24).

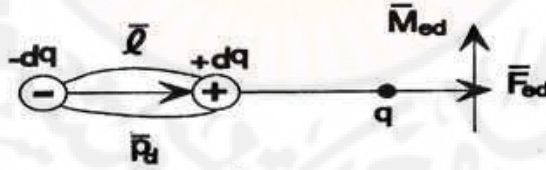


الشكل (2-23) الجسم المستقطب كهربائياً

فإذا نتج لدينا :

$$\begin{aligned}\bar{F}_e &= \bar{F}_{ed} \\ \bar{M}_e &= \bar{M}_{ed}\end{aligned}$$

فإننا نقول إن ثنائي الأقطاب الكهربائي ذا العزم $\bar{p}_d$ يكافئ للجسم المستقطب ذي العزم $\bar{p}$.



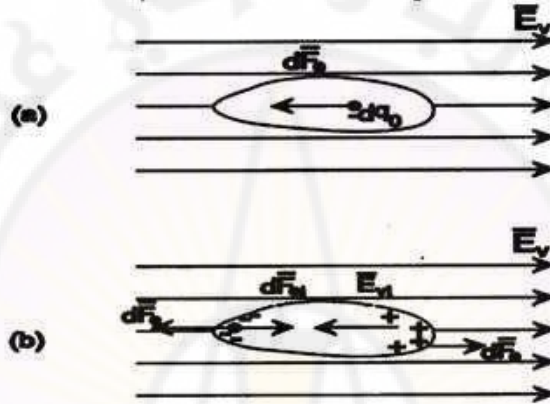
الشكل (2-24) ثنائي الأقطاب المكافئ

٢-١٢ نظرية التكهرب بالتأثير - شرط التوازن الكهربائي الساكن :

Induced Charges

يسمى التكهرب بالتأثير ظاهرة تفريق الشحنات الكهربائية الموجبة والسالبة في الأجسام المعدنية في طرفي الجسم تحت تأثير حقل كهربائي خارجي . فإذا أدخلنا جسماً معدنياً ضمن حقل كهربائي خارجي E_v فان التجربة ترينا أن الشحنات

الكهربائية السالبة حرة الحركة على الطبقة السطحية من الناقل ستقع تحت تأثير القوة الكهربائية $\vec{F}_e$ كما في الشكل (2-25) وبما أن هذه الشحنات - حرة الحركة - الإلكترونات - فإنها تنتقل باتجاه القوة المؤثرة عليها لتصل إلى طرف الجسم لتخلف وراءها شحنة موجبة مكافئة في الطرف الآخر من الجسم .



الشكل (2-25)

نلاحظ أن الشحنات السالبة وتحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي تنتقل باتجاه معاكس لاتجاه الحقل بينما تنتقل الشحنات الموجبة باتجاه هذا الحقل .

ويمكن اعتبار أن حركة الإلكترونات باتجاه معاكس للحقل ستخلف وراءها ذرة فيها فجوة موجبة تقوم هذه بدورها بجذب إلكترون من ذرة مجاورة وهذه ستصبح من جديد فجوة موجبة ، فيبدو الأمر وكأن الشحنة الموجبة تنتقل إلى طرف الجسم المعاكس .

ويولد تفريق الشحنات داخل الجسم المعنوي حقلاً كهربائياً $\vec{E}_i$ يسمى الحقل الداخلي وينتج من الشحنات الموجبة إلى الشحنات السالبة . تحت تأثير الحقل الداخلي تظهر على الشحنات السالبة حرة الحركة قوة كهربائية $d\vec{F}_e$ تعاكس في الاتجاه هذا الحقل وتساوي :

$$d\vec{F}_e = -dq_e \cdot \vec{E}_i, \quad d\vec{F}_e = -dq_e \cdot \vec{E}_i$$

ويستمر تفريق الشحنات الكهربائية وبالتالي تستمر حركة الإلكترون باتجاه يعاكس اتجاه الحقل الداخلي حتى تصبح القوى الكهربائية المؤثرة على كل إلكترون متساوية بالقيمة ومتعاكسة بالاتجاه أي حتى يتحقق الشرط .

$$\overline{dF_{eR}} = d\overline{F_e} + d\overline{F_{el}} = 0$$

وبالاستبدال يمكن أن نكتب :

$$\overline{dF_{eR}} = d_{q_a} \cdot \overline{E_R} = d_{q_a} \cdot \overline{E_V} + d_{q_a} \cdot \overline{E_I}$$

وإذا قسمنا العلاقة على dq_0 ينتج :

$$\overline{E_R} = \overline{E_V} + \overline{E_I} = 0$$

وتسمى هذه العلاقة شرط التوازن الكهربائي الساكن .

ولكي يستمر تحرك الشحنات تحت تأثير الحقل الكهربائي الخارجي يجب أن يكون شرط التوازن الكهربائي الساكن غير محقق أي يجب أن يكون لدينا :

$$\overline{E_V} + \overline{E_I} \neq 0$$

ويمكن أن نلاحظ أنه إذا أزلنا الحقل الكهربائي المؤثر على الجسم المعدني أي عندما يصبح لدينا $\overline{E_V} = 0$ فإن شرط التوازن الكهربائي الساكن يصبح غير محقق وينتج لدينا :

$$\overline{E_R} = \overline{E_I} + 0 \neq 0$$

تحت تأثير الحقل الداخلي والقوة الكهربائية $d\overline{F_{el}}$ ستنتقل الإلكترونات حرة الحركة في المعدن باتجاه يعاكس اتجاه الحقل الداخلي $\overline{E_I}$ أي تنتقل نحو الشحنات الموجبة فتعدل شحناتها . وكلما انتقل أحد الإلكترونات فإنه يتعادل مع ذرة ذات فجوة موجبة ،

وبذلك يتناقص الحقل $\overline{E_I}$ وبالتالي تتناقص قيمة القوة المؤثرة على الإلكترونات $d\overline{F_{el}}$.

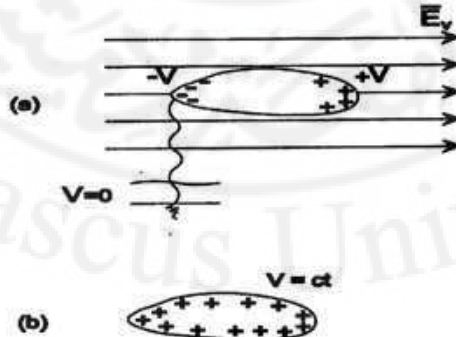
نلاحظ أنه بعد انقضاء فترة زمنية معينة تعود جميع ذرات الجسم المعدني إلى حالة تعادلها الكهربائي وتصبح قيمة الحقل الداخلي $\overline{E_I} = 0$ وبالتالي تصبح قيمة القوة الكهربائية الداخلية $d\overline{F_{el}} = 0$.

وتجدر الإشارة إلى أنه وبموجب مبدأ مصونية الشحنات الكهربائية فإن مجموع قيمة الشحنات الكهربائية الموجبة ومجموع قيمة الشحنات السالبة التي ستفترق بظاهرة التكهرب بالتأثير ستكون دائماً متساوية .

وستعمل نظرية التكهرب بالتأثير للحصول على الشحنات الموجبة وعلى الشحنات السالبة في التطبيقات العملية وفي المختبرات .

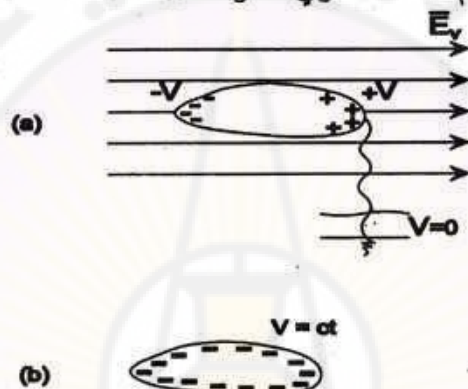
فإذا رغبنا بالحصول على جسم مشحون بشحنات موجبة فإننا ندخل هذا الجسم ضمن حقل كهربائي خارجي E_v وبعد انقضاء فترة قصيرة يربط طرف الجسم ، حيث تظهر الشحنات السالبة بالأرض ، كما في الشكل (2-26) وسوف تنتقل الشحنات السالبة الإلكترونات من النقطة ذات الكمون المنخفض V إلى النقطة ذات الكمون المرتفع V_0 عن طريق السلك المربوط إلى الأرض . وإذا قطعنا بعد ذلك السلك المربوط مع الأرض وأخرجنا الجسم من الحقل الكهربائي سيبقى هذا الجسم مشحوناً بشحنات موجبة موزعة على سطحه توزيعاً منتظماً ، بحيث يكون سطح هذا الجسم سطحاً متساوي الكمونات $V = c$.

أما إذا رغبنا بالحصول على جسم مشحون بشحنات سالبة ، فإننا ندخل هذا الجسم ضمن حقل كهربائي خارجي E_v وبعد انقضاء فترة زمنية قصيرة ، يربط طرف الجسم ، حيث تظهر الشحنات الموجبة بالأرض بواسطة سلك معدني ، كما في الشكل (2-27).



الشكل (2-26) توليد الشحنات الموجبة

وسوف تنتقل بذلك الإلكترونات من النقطة ذات الكمون المنخفض V_0 إلى من الأرض نحو النقطة ذات الكمون المرتفع ، طرف الجسم المعدني V_+ عن طريق السلك المربوط مع الأرض . وإذا قطعنا السلك وأخرجنا الجسم من الحقل الكهربائي سيبقى هذا الجسم مشحوناً بشحنات سالبة موزعة على سطحه توزيعاً منتظماً بحيث يكون سطح هذا الجسم سطحاً متساوي الكمونات $V = ct$.



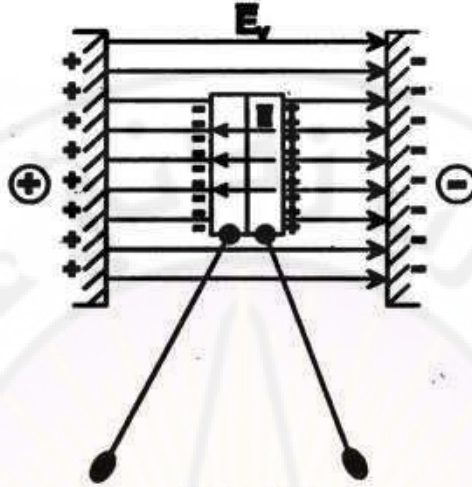
الشكل (2-27) توليد الشحنات السالبة

٢-١٣ - الإزاحة الكهربائية والتحريض الكهربائي :

Electric Displacement and Electric Induction

يمكن تعريف الإزاحة الكهربائية وحقل التحريض الكهربائي استناداً إلى ظاهرة التكهرب بالتأثير واستناداً إلى التجربة التالية:

ندخل ضمن حقل كهربائي منتظم ومتجانس $\vec{E}_v$ صفيحة كهربائية مزدوجة (تسمى صفيحة ماكسويل) وتتألف من ورقتين رقيقتين من النحاس أو من الذهب سطحها "S" وسماكتها صغيرة جداً بحيث يمكن إهمال هذه السماكة مقارنة مع أبعاد السطح . يمكن تثبيت الصفيحتين معاً بالضغط القوي عليهما كما ويمكن تقريبهما عن بعض بواسطة المقبضين كما في الشكل (2-28). هذا ويمكن الحصول على الحقل المتجانس داخل مكثف كهربائي مستوي .



الشكل (2-28)

فإذا طبقنا على هذا المكثف توتراً $U_A = V_A - V_B$ سوف يتولد في المكثف حقل كهربائي E_v منتظم ومتجانس وتكون خطوطه عمودية على صفيحتي المكثف المستويتين . بفعل ظاهرة التكهرب بالتأثير ، سوف تتراح الشحنات الكهربائية السالبة على الصفيحة حيث تدخل خطوط الحقل والشحنات الموجبة تتراح على الصفيحة حيث تخرج خطوط الحقل . وإذا فرقنا الصفيحتين عن بعضهما داخل الحقل ، فإن إحدى الصفيحتين ستبقى مشحونة بشحنة موجبة والأخرى مشحونة بشحنة سالبة وتكون هذه الشحنات متساوية بالقيمة المطلقة أيضاً .

وإذا كررنا التجربة هذه ضمن شروط معينة يمكن أن نلاحظ:

١- أنه لأجل قيمة ثابتة لسطح الصفيحتين $S = ct$ ولأجل وسط كهربائي ثابت داخل المكثف $\epsilon = ct$ ولأجل وضعية ثابتة للصفيحة داخل الحقل ، محددة بالزاوية $\alpha = ct$ نلاحظ أن قيمة الشحنات الكهربائية التي تظهر على كل صفيحة بفعل التكهرب بالتأثير تتناسب مع شدة الحقل الكهربائي E_v داخل المكثف فإذا ازدادت شدة الحقل ازدادت قيمة الشحنات والعكس صحيح أي يمكن أن نستنتج أن :

$$Q \sim E_v$$

٢- نكرر التجربة لأجل $\alpha = ct$, $\varepsilon = ct$, $E_v = ct$ ونغير في قيمة مساحة سطح الصفائح فنلاحظ أنه إذا ازدادت مساحة السطح فإن قيمة الشحنات تزداد بشكل طردي، كما ونلاحظ أن قيمة السطح لا تتأثر بشكل السطح بل بمساحة هذا السطح فقط أي يمكن أن نستنتج بالتجريب أن :

$$Q \sim S$$

٣- نكرر التجربة الآن لأجل الشروط التالية $\alpha = ct$, $S = ct$, $E_v = ct$ ونغير من قيمة ε أي نغير الخواص الكهربائية للوسط الذي يجري فيه التجربة فنلاحظ أن الشحنات الكهربائية التي تظهر على كل صفيحة تتناسب مع ثابتة العازلية الكهربائية للوسط الذي يجري فيه التجربة وبذلك يمكن أن نستنتج أن

$$Q \sim \varepsilon$$

٤- أخيراً إذا كررنا التجربة ضمن الشروط التالية $\alpha = ct$, $\varepsilon = ct$, $S = ct$ وغيّرنا من قيمة الزاوية α التي تحدد وضعية الصفيحة ضمن الحقل فإننا نلاحظ أن قيمة الشحنات تتناسب مع $\cos \alpha$ حيث α هي الزاوية بين النواظم على سطح الصفيحة والحقل الكهربائي داخل المكثف أي يمكن أن نكتب :

$$Q \sim \cos \alpha$$

ولقد جمع العالم ماكسويل هذه النتائج في علاقة واحدة هي :

$$dQ = K \cdot E_v \cdot \varepsilon \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

حيث K تمثل ثابتة التناسب وهي تساوي $K=1$ في النظام الدولي لوحدات القياس [MKSA-SI].

وبذلك تصبح العلاقة على الشكل التالي :

$$dQ = \varepsilon E_v ds$$

وهذا القانون يمثل قانون الإزاحة الكهربائية والذي ينص على أن قيمة الشحنات الكهربائية التي تزاح ضمن جسم معدني تحت تأثير حقل كهربائي خارجي تتناسب طردياً مع شدة الحقل الكهربائي ومع ثابتة النفاذ الكهربائية للوسط الذي تزاح فيه الشحنات ومع سطح الجسم المعدني .

وإذا اعتبرنا الكثافة السطحية لهذه الشحنات يمكن أن نكتب :

$$\frac{dQ}{ds} = \epsilon \bar{E}_v$$

ولقد أطلق العالم ماكسويل على هذه الكمية مصطلح حقل الإزاحة الكهربائية ، أو التحريض الكهربائي ويرمز له بـ $\bar{D}$ وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E}_v$$

إن وحدة قياس حقل الإزاحة الكهربائية أو حقل التحريض الكهربائي هي :

$$[D] = \left[\frac{Q}{S} \right] = \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

أي الكولون على المتر المربع .

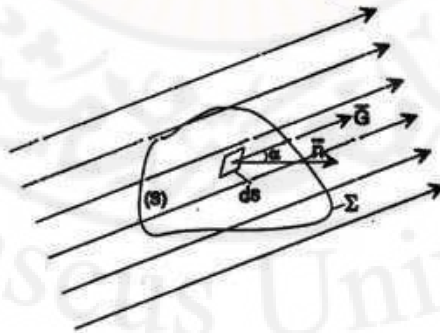
Electric Flux Law

٢-١٤ قانون التدفق الكهربائي :

يسمى في العلوم الرياضية تدفق الحقل الشعاعي $\bar{G}$ ويرمز له φ التابع المعروف بالعلاقة :

$$\varphi = \iint_S \bar{G} \cdot d\bar{s}$$

ويمثل التدفق فعلياً خطوط الحقل التي تخترق السطح (S) الواقع ضمن الحقل كما في الشكل (2-29) .



الشكل (2-29)

لما إذا كان السطح مغلقاً Σ فإن قيمة التدفق عبر هذا السطح تساوي الصفر .

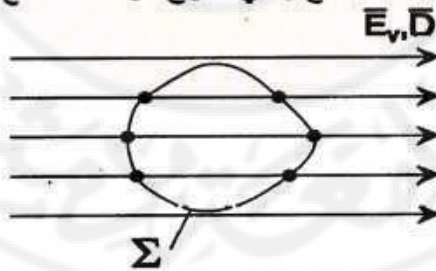
يمكن أن نعرف في الحقل الكهربائي كمية نسميها التدفق الكهربائي بالعلاقة التالية :

$$\varphi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s}$$

إذا افترضنا سطحاً مغلقاً Σ ضمن مجال حقل كهربائي $\vec{E}_v$ تحريضه يساوي $\vec{D}$ كما في الشكل (2-30) ، فإننا نلاحظ أن خطوط الحقل $\vec{E}_v$ تخترق هذا السطح ، فتدخل من أحد جوانب السطح Σ وتخرج من جانب آخر ، كما نلاحظ أن عدد خطوط الحقل التي تدخل إلى السطح تساوي عدد خطوط الحقل التي تخرج من السطح أي أن محصلة خطوط الحقل الداخلة للسطح Σ بافتراضها سالبة وخطوط الحقل الخارجة من السطح Σ بافتراضها موجبة ، يساوي الصفر أي لدينا :

$$\varphi = \int_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = 0$$

أما إذا أدخلنا إلى السطح المغلق ، شحنة كهربائية Q_{Σ} فإن هذه الشحنة ستولد حقلاً كهربائياً تنطلق خطوطه من هذه الشحنة نحو اللانهاية ، كما في الشكل (2-31) . ونلاحظ أنه بالإضافة إلى خطوط الحقل الخارجي $\vec{E}_v$ التي تدخل والتي تخرج من السطح Σ والتي يساوي مجموعها الصفر ، فإن هناك خطوط الحقل الناتجة عن الشحنة Q_{Σ} الموجودة ضمن السطح والتي تخرج من هذا السطح .



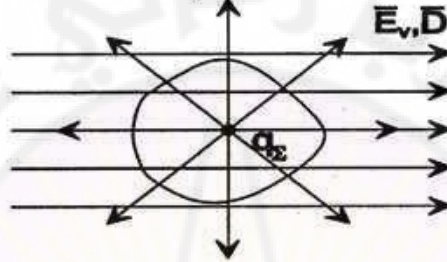
الشكل (2-30)

وبذلك فإن محصلة الحقل الكلية في هذه الحالة منسوبة إلى السطح المغلق Σ ستتناسب مع Q_{Σ} فكلما ازدادت Q_{Σ} ازدادت شدة الحقل الكهربائي الناتج عنها وبالتالي ازداد عدد خطوط الحقل الممثلة له ، أي أنه ينتج لدينا أن :

$$\cdot \varphi \sim Q_{\Sigma}$$

ويمكن أن نكتب :

$$\varphi = \int_{\Sigma} \bar{D} \cdot d\bar{s} = Q_{\Sigma}$$



الشكل (2-31)

تسمى هذه العلاقة قانون التدفق الكهربائي ، وهي علاقة صالحة في أي مكان وفي أي زمان ومهما كانت تغيرات الكميات الكهربائية في الزمن .

إن وحدة قياس التدفق الكهربائي في نظام الوحدات MKSA هي الكولون . $[\varphi] = [Q] = [C]$

ويمكن أن نكتب قانون الفيض الكهربائي في صيغة جديدة وذلك إذا طبقنا على هذا القانون بعض العلاقات الرياضية المعروفة وكما يلي :

- إذا افترضنا أن الشحنة الكهربائية Q_{Σ} تكون موزعة توزيعاً حجمياً ضمن السطح Σ فإنه يمكن أن نكتب :

$$Q_{\Sigma} = \int_{V_{\Sigma}} \rho_v \cdot dV$$

- إذا استخدمنا علاقة غاوس-استروكرادسكي Ostrogradsky - Gauss لتحويل التكامل الثنائي إلى تكامل ثلاثي نحصل على العلاقة :

$$\int_{\Sigma} \bar{D} \cdot d\bar{s} = \int_{V_{\Sigma}} \text{div} \bar{D} \cdot dv$$

حيث :

$\text{div} \bar{D}$ هو تابع يسمى انتشار الحقل $\bar{D}$.

V هو الحجم المحدود بالسطح Σ .

وبالاستبدال في علاقة قانون التدفق الكهربائي نحصل على مايلي :

$$\varphi = \iint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint_{V\Sigma} \text{div} \vec{D} \cdot dv = \iiint_{V\Sigma} \rho_v \cdot dV$$

$$\alpha = \iint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iiint_{V\Sigma} \text{div} \vec{D} \cdot dv = \iiint_{V\Sigma} \delta \cdot dV$$

وبذلك ينتج لدينا :

$$\text{div} \vec{D} = \rho_v$$

وهذه تمثل الصيغة التفاضلية لقانون التدفق الكهربائي .

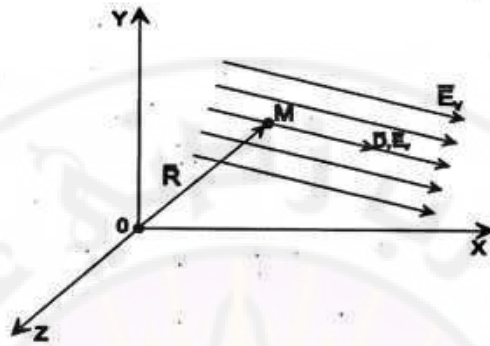
٢-١٥ - قانون ماكسويل للعلاقة بين التحريض والحقل والاستقطاب الكهربائي :

Maxwell's Relation between H, P and D

ويحدد هذا القانون شدة حقل التحريض الكهربائي $\vec{D}$ الذي يتولد في نقطة ما M عندما يؤثر في هذه النقطة حقل كهربائي خارجي $\vec{E}_v$ وحقل استقطاب كهربائي $\vec{P}$. يمكن استنتاج علاقة هذا القانون باستخدام مبدأ التراكم في الحقل الكهربائي الساكن وذلك كما يلي :

١- في المرحلة الأولى نعتبر أن النقطة تقع في مجال عمل الحقل الكهربائي الخارجي فقط $\vec{E}_v$ كما هو مبين في الشكل (2-32) ، في هذه الحالة ستكون قيمة التحريض الكهربائي $\vec{D}$ في النقطة M مساوية $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_v$.

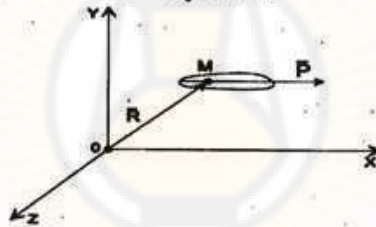
٢- في المرحلة الثانية نعتبر أن النقطة تقع ضمن جسم مستقطب كهربائياً ، وحقل استقطابه $\vec{P}$ كما في الشكل (2-33) . في هذه الحالة ستكون شدة الحقل الناتج عن الاستقطاب مساوية $\vec{D} = \vec{P}$.



الشكل (2-32)

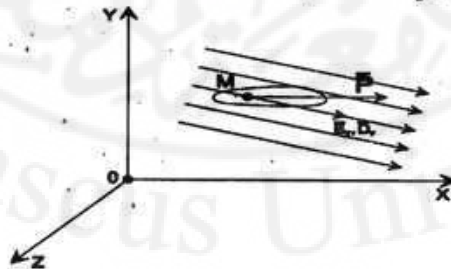
٣- أما في الحالة العامة التي يؤثر فيها في النقطة M الحقل الكهربائي الخارجي وحقل الاستقطاب الكهربائي وبتطبيق مبدأ التراكب ، كما في الشكل (2-34) ، ينتج لدينا:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_v + \vec{P}$$



الشكل (2-33)

وهذه العلاقة تمثل قانون ماكسويل للعلاقة بين التحريض D والحقل الكهربائي $\vec{E}_v$ والاستقطاب الكهربائي $\vec{P}$.



الشكل (2-34)

إذا اعتبرنا أن الاستقطاب الكهربائي يمكن أن تكون له مركبة دائمة ومركبة مؤقتة ،
أي :

$$\overline{P} = \overline{P_i} + \overline{P_p}$$

يمكن أن نكتب :

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E_v} + \overline{P_i} + \overline{P_p}$$

وبافتراض أن الاستقطاب الكهربائي الدائم $\overline{P_p}$ صغير بالمقارنة مع الاستقطاب
الكهربائي المؤقت ، بحيث يمكن اعتبار $\overline{P_p} = 0$ ينتج :

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E_v} + \overline{P_i}$$

وإذا اعتبرنا قانون الاستقطاب الكهربائي المؤقت

ينتج :

$$\overline{P_i} = \epsilon_0 X_e \cdot \overline{E_v}$$

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E_v} + \epsilon_0 X_e \overline{E_v}$$

$$\overline{D} = \epsilon_0 (1 + X_e) \overline{E_v}$$

ونعرف ثابتة العازلية الكهربائية النسبية بالعلاقة :

$$\epsilon_r = 1 + X_e$$

فينتج لدينا :

$$\overline{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \overline{E_v}$$

كما نعرف ثابتة العازلية الكهربائية المطلقة بالعلاقة :

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

فينتج :

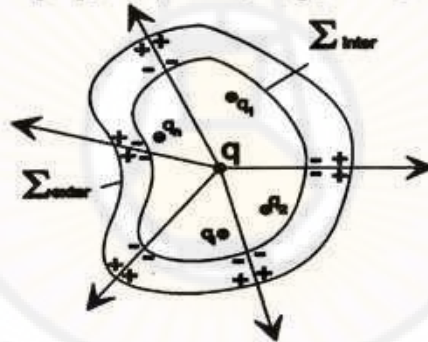
$$\overline{D} = \epsilon \cdot \overline{E_v}$$

وبين الجدول (2-1) قيمة ثابتة العازلية الكهربائية النسبية لعدد من المواد .

٢-١٦- نظرية الاكرام الكهربالفة - اللف الكهربالفي : Electric Shields

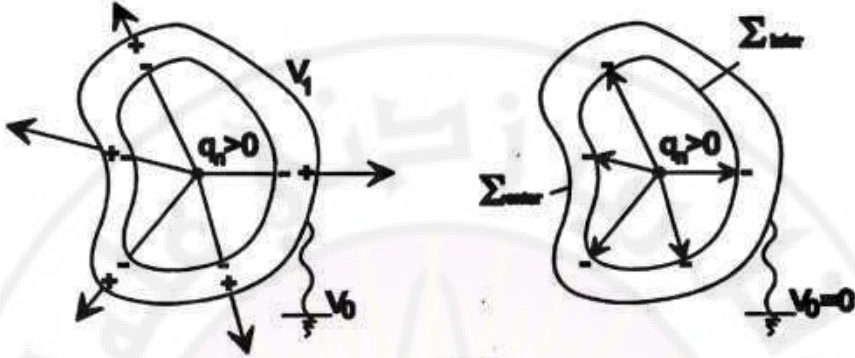
لفكن لافنا نظام كهربالفي مؤلف من n جسم ، مشحون بشحنة q_n ، وإذا افترضنا أن النظام معرف ضمن السطح المغلق Σ فإن مجموع شحنات النظام فمكن أن فكون اكبر من الصفر أي أن محصلة الشحنات فكون موجبة أو فمكن أن فكون أصغر من الصفر أي أن محصلة الشحنات فكون سالبة أو فمكن أن فكون مساوياً للصفر وفي هذه الحالة فكون لافنا نظام كهربالفي فوازن .

فإذا افترضنا أن محصلة مجموع شحنات النظام اكبر من الصفر أي موجبة ، كما فف الشكل (2-35) فإن النظام فمكن أن فكافاً بشحنة نقطفة موجبة واحدة فوضع فف مركز. نقل النظام المؤلف من n جسم كهربالفي مشحون ، وسوف فنتج عن هذا النظام فقل كهربالفي ساكن فخرج خطوطه خارج فحدود النظام وفنتفم فف نقطة ما فف اللانفافة .



الشكل (2-35)

وإذا لطفنا هذا النظام بفلاف معفني سطحه الفافلف $\Sigma = \Sigma_{int}$ وسطحه الفارفف Σ_{ext} كما فف الشكل . فانه واستفاداً إلى ظاهرة الفكهرب فالتأففر فان الفقل الكهربالفي الففولف عن مجموع أجسام النظام $(\sum q_k > 0)$ سففرق شحنات سالبة على السطح الفافلف وشحنات موجبة على السطح الفارفف. وسوف فنتفم خطوط الفقل الكهربالفي الفافلف على الشحنات السالبة المزاحة فف الفلاف، وسوف فنتطلق خطوط الفقل من الشحنات الموجبة المزاحة على السطح الفارفف للفلاف ، كما فف الشكل (2-36) .



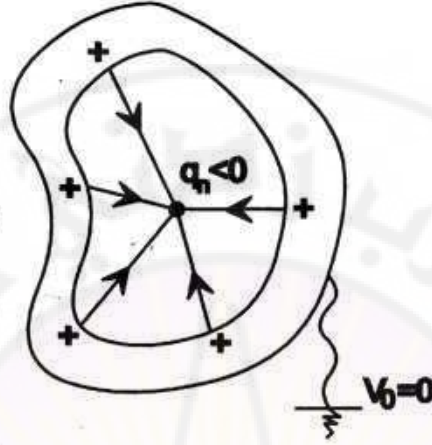
الشكل (2-36)

وستكون شدة الحقل الكهربائي داخل الغلاف المعدني وبين سطحيه مساوية للصفر . وإذا ربطنا الآن السطح الخارجي للغلاف مع الأرض ، فإن بعض الشحنات السالبة ، الإلكترونات سوف تنتقل من النقاط ذات الكمون المنخفض V_0 كمون الأرض إلى النقاط ذات الكمون المرتفع V كمون سطح الغلاف الخارجي المشحون بشحنات موجبة وتتعاذل هذه الشحنات مع بعضها ويصبح السطح الخارجي للغلاف ، بذلك بدون شحنات وكمونه يساوي كمون الأرض V_0 ، أما السطح الداخلي للغلاف فسيبقى مشحوناً بشحنة كلية تساوي مجموع شحنات النظام الكهربائي $\sum q_k$ وتعاكسها بالاتجاه وبذلك لن ينتج عن النظام المغلف بالجسم المعدني والمربوط للأرض أي خط حقل خارج هذا الغلاف ، كما هو مبين بالشكل (2-37).

ويمكن أن نحصل على ذات النتيجة فيما لو كان مجموع الشحنات الكهربائية للنظام أصغر من الصفر أي :

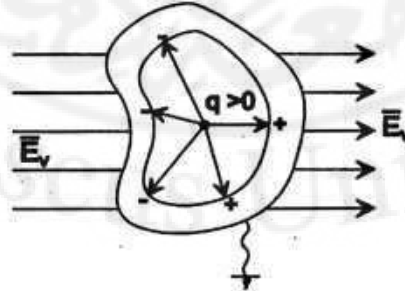
$$\sum_{k=1}^n q_k < 0$$

فإذا أحطنا هذا النظام بغلاف معدني وربطنا السطح الخارجي لهذا الغلاف بالأرض فإن خطوط الحقل الناتجة عن النظام سوف تبقى داخل الغلاف ولن يخرج أي خط من خطوط الحقل خارج الغلاف المعدني . أما إذا كان مجموع شحنات النظام الكهربائي



الشكل (2-37) التغليف الكهربائي وللنظام $\sum_{k=1}^n q_k < 0$

يساوي الصفر $\sum_{k=1}^n q_k = 0$ فان هذا يعني أن خطوط الحقل الكهربائي تنطلق جميعها من الشحنات الموجبة لهذا النظام وتنتهي جميعها عند الشحنات السالبة للنظام وانه لا يوجد أي خط حقل يخرج من إحدى شحنات النظام خارج حدود الوسط Σ . ويسمى الغلاف المعدني هذا في التطبيقات العملية الترس الكهربائي أيضاً . ويمكن البرهان أن أي نظام كهربائي مؤلف من n جسم مشحون ومجموع شحنات أجسامه $\sum_{k=1}^0 q_k > 0$ مغلف بترس معدني سطحه الخارجي مؤرض لن يتأثر بالحقول الخارجية التي يمكن أن يوضع فيها . كما في الشكل (2-38)



الشكل (2-38)

إن أشهر الاتراس الكهربائية هو قفص فرادي المعدني الذي يستعمل لعزل الأنظمة الكهربائية الموجودة ضمنه عن الأوساط الخارجية .

٢-١٧ - مبدأ مصونية الشحنات الكهربائية: Electric Charges

Conservation إذا كان لدينا نظام كهربائي مؤلف من

n جسم مشحون كل بشحنته q_k وإذا كان هذا النظام الكهربائي معزول عن الوسط الخارجي ويحده السطح Σ فإن مجموع شحنات هذا النظام يبقى دائماً ثابتاً ، كما في الشكل (2-39) أي أن :

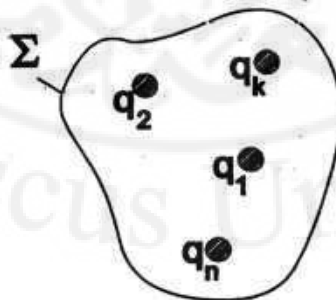
$$q_{\Sigma} = \sum_k^n q_k = ct$$

وإذا طبقنا على هذه العلاقة أحد شروط السكون فإنه يمكن أن نكتب :

$$\frac{dq_{\Sigma}}{dt} = 0$$

هذه العلاقة تمثل مبدأ مصونية الشحنات الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن والذي ينص على مايلي :

إن مجموع شحنات نظام كهربائي محدود ضمن السطح Σ ومعزول عن الوسط الخارجي أي أنه لا يتبادل أي أثر كهربائي مع الخارج ، يبقى دائماً ثابتاً ، وأنه في حال ظهور أية شحنة كهربائية إضافية على أحد أجسام النظام فإنه سوف تظهر وبشكل آني وفي نفس الوقت على جسم آخر من أجسام النظام شحنة مساوية للأولى بالقيمة المطلقة ومعاكسة لها بالإشارة .



الشكل (2-39)

Electric Capacitances

٢-١٨ - نظرية السعات الكهربائية :

لكي نبرهن على نظرية السعات الكهربائية ، فإننا سنعرف في بداية الأمر مفهوم النظام الكهربائي المتكامل. يسمى بالتعريف نظاماً كهربائياً متكامل النظام المؤلف من n جسم كهربائي كل منها مشحون بشحنة q_k والذي تكون محصلة شحناته الكهربائية الكلية مساوية الصفر ، أي $\sum_{k=1}^n q_k = 0$ أما النظام الذي يكون مجموع شحناته لا يساوي الصفر ، أي $\sum_{k=1}^n q_k \neq 0$. فإنه يسمى نظاماً كهربائياً غير متكامل .

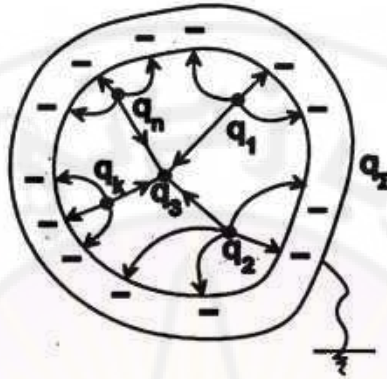


الشكل (2-40)

وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة النظام الكهربائي المتكامل، تتولد خطوط الحقل الكهربائي الساكن بين أجسام النظام فقط، بحيث تنطلق من شحنات النظام الموجبة وتنتهي عند شحنات النظام السالبة وأنه لا يوجد أي خط حقل يخرج من حدود النظام Σ .

يمكن تحويل أي نظام كهربائي غير متكامل إلى نظام كهربائي متكامل وذلك باستعمال نظرية التغليف. فإذا افترضنا أنه يوجد لدينا نظام كهربائي غير متكامل كما في الشكل (2 11) مؤلف من n جسم بحيث يكون لدينا $\sum_{k=1}^n q_k \neq 0$. وإذا أضفنا هذا النظام غير

المتكامل بجسم معنوي كبير $n+1$ كروي.



الشكل (2-41)

وربطنا السطح الخارجي لهذا الجسم بالأرض فان السطح الداخلي لغلاف الجسم $n+1$ سوف ينشحن بشحنة كهربائية مساوية لمحصلة شحنات النظام غير المتكامل و معاكسة لها بالإشارة، وبذلك فان النظام غير المتكامل المؤلف من n جسم مشحون بالإضافة للغلاف المعدني المربوط للأرض يتحول إلى نظام كهربائي متكامل مؤلف من $n+1$ جسم وستكون الشحنة الكلية للنظام

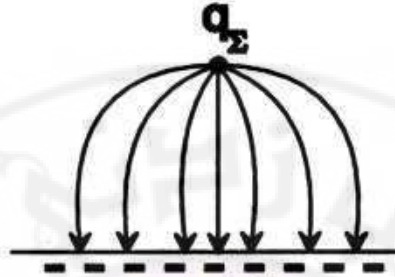
$$q_z = -q_{n+1}$$

$$\sum_{k=1}^n q_k + q_{n+1} = 0$$

وستكون شحنة الغلاف المعدني مساوية

$$q_{n+1} = -\sum_{k=1}^n q_k$$

وإذا افترضنا أن الجسم المعدني الكروي الذي يغلف النظام ، يصبح لا نهائياً في الكبر بحيث يساوي نصف قطره $r = \infty$ ويمكن اعتبار السطح مستوياً منطبقاً على سطح الأرض ، أي يمكن اعتبار أن سطح الأرض هو الجسم $n+1$ ، الشكل (2-42) يمكن اعتبار أي جسم كهربائي مشحوناً بشحنة q وموجوداً أمام سطح الأرض بأنه يشكل مع الأرض نظاماً كهربائياً متكاملأ .



الشكل (2-42)

إذا كان لدينا جسم كهربائي مشحون q وموجود بالقرب من سطح الأرض ، فإن هذا الجسم مع الأرض يشكلان نظاماً كهربائياً متكافئاً ، إن كمون هذا الجسم نسبة لكمون الأرض $V_0=0$ يساوي :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q}{R}$$

فإذا افترضنا أن الوسط الموجود فيه هذا الجسم المشحون ، هو وسط مادي متجانس ، أي يتصف بأن $\Sigma = c\epsilon$ وإذا افترضنا أن شحنة الجسم تزداد لتصبح $\bar{q}' = K \cdot q$ ، فإن كمون هذا الجسم سوف يزداد ليصبح :

$$V' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\bar{q}'}{R} = K \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} = K \cdot V$$

أي أنه عندما تتضاعف شحنة الجسم فإن كمونه سوف يتضاعف أيضاً بحيث تبقى النسبة بين شحنة الجسم وكمون هذا الجسم ثابتة دائماً، أي:

$$\frac{Q}{V} = c\epsilon$$

هذه الثابتة تسمى بالتعريف سعة الجسم الكهربائية نسبة للأرض ويرمز لها:

$$C = \frac{Q}{V}$$

وإذا اعتبرنا الآن أنه يوجد لدينا نظام متكامل مؤلف من جسمين كهربائيين فقط كما في الشكل (2-43) . فإنه ينتج لدينا:

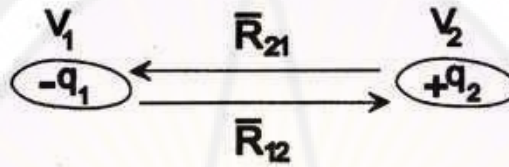
$$q_1 = -q_2$$

$$q_1 + q_2 = 0$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{R_{12}}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{R_{21}}$$

$$U_{12} = V_1 - V_2 \Leftrightarrow V_1 = -V_2$$



الشكل (2-43)

يمكن أن نلاحظ هنا أيضاً أنه إذا ضاعفنا شحنة الجسم الأول $q_1 = Kq_2$ فإن شحنة الجسم الثاني سوف تتضاعف ليبقى النظام متكاملًا، وإذا تضاعفت الشحنات فإن كمون كل جسم يتضاعف بحيث تبقى النسبة بين شحنة إحدى الأجسام وكمونه نسبة للجسم الآخر، أي نسبة للتوتر بين الجسمين، تبقى دائماً ثابتة.

$$C = \frac{q_1}{U_{12}} = \frac{q_2}{U_{21}} = ct$$

وتسمى هذه النسبة سعة النظام الكهربائي.

ونقاس السعة الكهربائية بوحدة تسمى الفاراد وتعرف كما يلي:

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \left[\frac{C}{V} \right] = [F]$$

وتستخدم في التطبيقات العملية وحدات قياس للسعة هي:

- الميللي فاراد [mf] وتساوي $10^{-3}[F]$.
- الميكروفاراد [μf] وتساوي $10^{-6}[F]$.
- النانوفاراد [nf] ويساوي $10^{-9}[F]$.
- البيكوفاراد [pf] ويساوي $10^{-12}[F]$.

٢-١٩ - المكثف الكهربائي - سعة المكثف الكهربائي : Electric Condenser

المكثف الكهربائي هو نظام كهربائي متكامل مؤلف من صفيحتين معدنيتين مستويتين متوازيتين ، سطح كل واحدة يساوي S والمسافة الفاصلة بينهما ثابتة وتساوي d والوسط الفيزيائي الموجود بين صفيحتي المكثف يعرف بواسطة الثابتة ϵ . وتنشحن كل صفيحة من صفائح المكثف بشحنة كهربائية Q ، وبما أن النظام هو نظام كهربائي متكامل سوف يكون لدينا :

$$Q = Q_1 = -Q_2$$

وتتوزع الشحنات الكهربائية على كل صفيحة بشكل منتظم ويتولد حقل كهربائي ، متجانس داخل المكثف ، وتكون سطوح صفائح المكثف سطوحاً متساوية الكمونات ، أي :

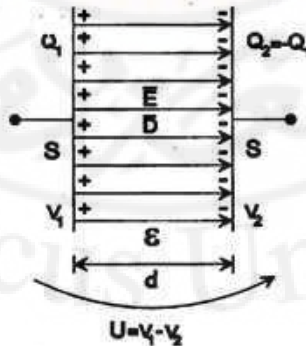
$$V_1 = -V_2 = ct$$

كما هو مبين في الشكل (2-44) .

وتعرف سعة هذا المكثف المستوي بالعلاقة :

$$C = \frac{Q}{U}$$

وللوصول إلى علاقة حساب سعة المكثف المستوي ، نقوم باستبدال شحنة المكثف Q وتوتر المكثف U بملولية الأبعاد الهندسية للمكثف d و s وملولية الخواص الفيزيائية للمادة الموجودة ضمن المكثف ϵ .

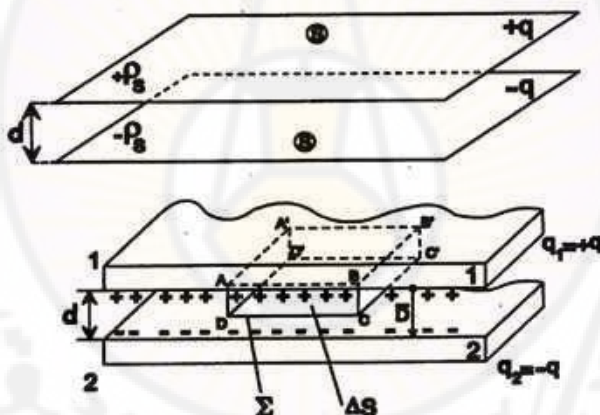


الشكل (2-44) المكثف المستوي

ولكي نحسب شحنة المكثف Q نقوم باستخدام قانون التدفق الكهربائي ونختار لهذا الأمر سطحاً مغلقاً ملائماً لمعطيات المسألة .

ونطبق على هذا السطح قانون التدفق كما في الشكل (2-45) ونختار هذا السطح المغلق على شكل متوازي سطوح Σ كما في الشكل .

يمكن أن نعتبر أن السطح المغلق Σ يتألف من 6 سطوح مفتوحة تشكل وجوه متوازي السطوح حيث S_1 يمثل سطح الوجه الأفقي السفلي وحيث S_2 يمثل سطح الوجه الأفقي العلوي وحيث S_3 يمثل السطح الجانبي الأيمن وحيث S_4 يمثل السطح الجانبي الأيسر وحيث S_5 يمثل الوجه العمودي الأمامي وحيث S_6 يمثل الوجه العمودي الخلفي .



الشكل (2-45) التدفق عبر السطح Σ

وبتطبيق قانون التدفق الكهربائي على السطح المغلق Σ يمكن أن نكتب:

$$\alpha_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\Sigma}$$

أو يمكن أن نكتب :

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} &= \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{s}_1 + \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{s}_2 + \int_{S_3} \vec{D} \cdot d\vec{s}_3 + \\ &\int_{S_4} \vec{D} \cdot d\vec{s}_4 + \int_{S_5} \vec{D} \cdot d\vec{s}_5 + \int_{S_6} \vec{D} \cdot d\vec{s}_6 = Q_{\Sigma} \end{aligned}$$

ولكي نحسب قيمة هذه التكاملات الثنائية نأخذ المسقط الأمامي للسطح Σ مع المكثف، فنظهر السطوح S على شكل خطوط . كما نعتبر أن الناظم على أي سطح بوجه دائماً من داخل السطح المغلق نحو الخارج كما هو مبين في الشكل (2-45) وإذا أخذنا كلاً من التكاملات المفتوحة المذكورة في العلاقة أعلاه يمكن أن نكتب لأجل كل سطح على حدة كما يلي :

لأجل السطح S_1 لدينا :

$$\iint_{S_1} \overline{D_1} \cdot d\overline{s_1} = \iint_{S_1} \overline{D_1} \cdot d\overline{s_1} \cdot \cos \alpha$$

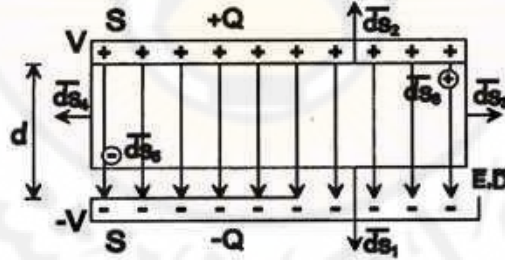
حيث إن $\alpha_1 = 0$ ينتج $\cos \alpha_1 = 1$.

وبما أن $\overline{E}$ متجانس فإن $\overline{D_1}$ متجانس أيضاً ولدينا $\overline{D_1} = c\overline{t}$ وبذلك ينتج لدينا

$$\iint_{S_1} \overline{D_1} d\overline{s_1} = D_1 \cdot S$$

ولأجل السطح S_2 لدينا :

$$\iint_{S_2} \overline{D_2} d\overline{s_2} = D_2 \cdot S$$



الشكل (2-46)

بما أن الشحنات $+Q$ تتوزع على الوجه الداخلي للسطح S_2 فإن $D_2 = 0$ حيث لا يوجد أي حقل ضمن مادة الصفيحة العلوية وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\iint_{S_2} \overline{D_2} d\overline{s_2} = 0 \Leftarrow D_2 = 0$$

ولأجل السطح S_3 لدينا $\overline{D_3} \perp d\overline{s_3}$

$$\iint_{S_3} \overline{D_3} d\overline{s_3} = \iint_{S_3} \overline{D_3} \cdot d\overline{s_3} \cdot \cos \alpha_3$$

حيث إن $\alpha_3 = \frac{\pi}{2}$ فإن $\cos \alpha_3 = 0$

$$\iint_{s_3} \overline{D_3} ds_3 = 0 \quad \text{ومنه ينتج}$$

ولأجل السطح S_4 لدينا :

$$\overline{D_4} \perp \overline{ds_4}$$

$$\iint_{s_4} \overline{D_4} ds_4 = \iint_{s_4} D_4 \cdot ds_4 \cdot \cos \alpha_4$$

حيث إن $\alpha_4 = \frac{\pi}{2}$ فإن $\cos \alpha_4 = 0$

ومنه ينتج :

$$\iint_{s_4} \overline{D_4} ds_4 = 0$$

ولأجل السطح S_5 لدينا

$$\overline{D_5} \perp \overline{ds_5}$$

$$\iint_{s_5} \overline{D_5} ds_5 = \iint_{s_5} D_5 \cdot ds_5 \cdot \cos \alpha_5$$

حيث إن $\alpha_5 = \frac{\pi}{2}$ فإن $\cos \alpha_5 = 0$

ومنه ينتج

$$\iint_{s_5} \overline{D_5} ds_5 = 0$$

ولأجل السطح S_6 لدينا

$$\overline{D_6} \perp \overline{ds_6}$$

$$\iint_{s_6} \overline{D_6} ds_6 = \iint_{s_6} D_6 \cdot ds_6 \cdot \cos \alpha_6$$

حيث إن $\alpha_6 = \frac{\pi}{2}$ فإن $\cos \alpha_6 = 0$

ومنه ينتج :

$$\iint_{s_6} \overline{D_6} ds_6 = 0$$

وبذلك نحصل على :

$$Q_{\Sigma} \iint_{\Sigma} \overline{D} ds = \iint_{\Sigma_1} \overline{D}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 = D \cdot S$$

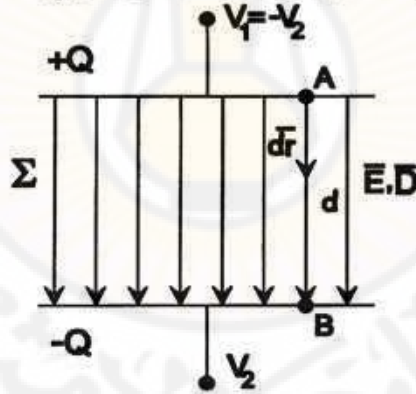
أي يمكن أن نكتب أن شحنة المكثف المستوي تساوي :

$$Q = D \cdot S$$

ولكي نحسب التوتر الذي يظهر بين صفحتي المكثف نطبق نظرية التوتر الكهربائي المبينة بالعلاقة:

$$U_{AB} = \int_A^B \overline{E} dr$$

ونختار لحساب التكامل بين النقطتين B و A منحنيًا ملائمًا يسهل الحساب ، فنأخذ النقطة A على السطح المشحون بالشحنة الموجبة Q والنقطة B على السطح المشحون بالشحنة السالبة -Q والمنحني بينهما نأخذ منطبقاً على خط الحقل العمودي على كلتا الصفيحتين. كما في الشكل (2-47) فنحصل على ما يلي :



الشكل (2-47)

$$U_{AB} = \int_A^B \overline{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B E dr \cos \alpha$$

حيث أن $\overline{E} \uparrow \uparrow d\mathbf{r}$ فإن $\alpha_1 = 0$ ينتج $\cos \alpha_1 = 1$.

وبذلك ينتج لدينا، مع اعتبار أن $E = ct$:

$$U_{AB} = \int_A^B \overline{E} \cdot d\mathbf{r} = E \int_A^B dr = E \cdot d$$

وبالتعويض في علاقة السعة ينتج لدينا:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D.S}{Ed} = \frac{\Sigma ES}{E.d}$$

$$C = \frac{\Sigma S}{d}$$

وهي علاقة تعريف سعة المكثف المستوي .

ومن هذه العلاقة نستنتج واحدة قياس ثابتة العازلية الكهربائية

$$\epsilon = \frac{c.d}{S} \Rightarrow [\epsilon] = \frac{[c][d]}{[s]} = [F/m]$$

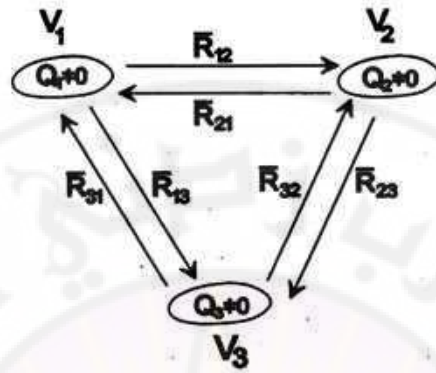
يمكن أن نلاحظ أن سعة المكثف المستوي لا تتعلق بشحنة المكثف ولا بالتوتر المطبق عليه، بل تتعلق فقط بأبعاد المكثف S, d وبمواصفات الوسط الموجود ضمن المكثف ϵ ويستخدم للمكثف الكهربائي الرمز $| C |$.

٢-٢٠-٢ نظريات ماكسويل للسعات الكهربائية :

٢-٢٠-١-٢ نظرية ماكسويل لثوابت الكمون :

Maxwell's Relation for potential coefficients

إذا افترضنا انه يوجد لدينا نظام كهربائي مؤلف من ثلاثة أجسام مشحونة بالشحنات Q_1, Q_2, Q_3 وإذا افترضنا أن هذه الأجسام موجودة في وسط فيزيائي خطي أي $\epsilon = c\epsilon_0$ وأن هذه الأجسام ثابتة لا تتحرك فإن الكمون الكهربائي الذي يتولد على كل جسم من هذه الأجسام كما في الشكل (2-48) سينتج عن تأثير شحنة الجسم الذاتية وعن تأثير شحنات الأجسام الأخرى من النظام .
ولتحديد كمونات هذه الأجسام نطبق مبدأ التراكم في الحقل الكهربائي الساكن ونجري التجارب التالية :



الشكل (2-48)

- في التجربة الأولى:

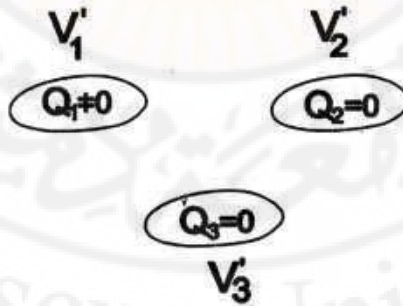
نفترض أن شحنات الأجسام تحقق الشروط التالية (الشكل (2-48))

وسيتولد عن هذه الشحنة كمون كهربائي على كل جسم معرف بالعلاقة :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{R}$$

أي لدينا :

$$V = K \cdot Q$$



الشكل (2-49)

$$Q_1 \neq 0, Q_2 = 0, Q_3 = 0$$

حيث افترضنا أن الوسط خطي $\epsilon = cI$

وإذا رمزنا للثابتة K بالرمز α فإنه يمكن أن نكتب :

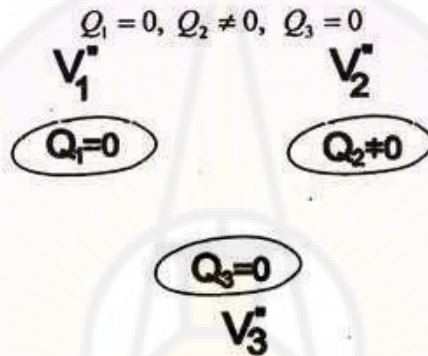
$$V'_1 = \alpha_{11} Q_1$$

$$V'_2 = \alpha_{21} Q_1$$

$$V'_3 = \alpha_{31} Q_1$$

- في التجربة الثانية:

نفترض أن شحنات الأجسام تحقق الشروط التالية (الشكل (2-50))



الشكل (2-50)

ويمكن أن نكتب : $\alpha_1 = 0, \alpha_2 \neq 0, \alpha_3 = 0$

$$V''_1 = \alpha_{12} Q_2$$

$$V''_2 = \alpha_{22} Q_2$$

$$V''_3 = \alpha_{32} Q_2$$

- في التجربة الثالثة :

نفترض أن شحنات الأجسام تحقق الشروط التالية (الشكل (2-51))

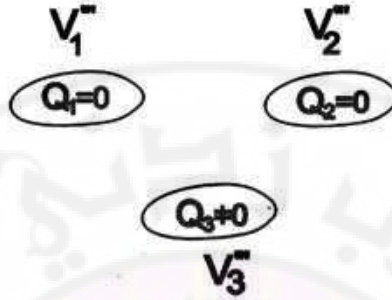
$$Q_1 = 0, Q_2 = 0, Q_3 \neq 0$$

ويمكن أن نكتب :

$$V'''_1 = \alpha_{13} Q_3$$

$$V'''_2 = \alpha_{23} Q_3$$

$$V'''_3 = \alpha_{33} Q_3$$



الشكل (2-51)

وإذا راكمتا التجارب الثلاثة معاً فإننا سوف نحصل على الحالة الأساسية المبينة في الشكل (2-48) حيث لدينا :

$$V_1 = V'_1 + V''_1 + V'''_1$$

$$V_2 = V'_2 + V''_2 + V'''_2$$

$$V_3 = V'_3 + V''_3 + V'''_3$$

أو يمكن أن نكتب باستخدام الثوابت α_{ij}

$$V_1 = \alpha_{11}Q_1 + \alpha_{12}Q_2 + \alpha_{13}Q_3$$

$$V_2 = \alpha_{21}Q_1 + \alpha_{22}Q_2 + \alpha_{23}Q_3$$

$$V_3 = \alpha_{31}Q_1 + \alpha_{32}Q_2 + \alpha_{33}Q_3$$

أو يمكن أن نكتب $[V] = [\alpha] \cdot [Q]$.

هذه المعادلات تسمى معادلات ماكسويل لثوابت الكمون والثوابت α_{ij} تسمى ثوابت الكمون.

٢-٢٠-٢- نظرية ماكسويل لثوابت التأثير :

Maxwell's Relation for Induction coefficients

نعتبر في هذه النظرية أن كمون الأجسام الكهربائية التي تشكل النظام الكهربائي المعتبر هي المعروفة

$$V_3 \neq 0, V_2 \neq 0, V_1 \neq 0$$

وأنه يطلب تحديد قيمة شحنات الأجسام .

انطلاقاً من نظام المعادلات بدلالة ثوابت الكمون :

$$V_1 = \alpha_{11}Q_1 + \alpha_{12}Q_2 + \alpha_{13}Q_3$$

$$V_2 = \alpha_{21}Q_1 + \alpha_{22}Q_2 + \alpha_{23}Q_3$$

$$V_3 = \alpha_{31}Q_1 + \alpha_{32}Q_2 + \alpha_{33}Q_3$$

وباعتبار أن V_1, V_2, V_3 هي المعلومة وباعتبار Q_1, Q_2, Q_3 هي المجهولة ، فإنه يمكن

إن نستخدم طريقة كرامر لتحديد هذه المجاهيل وكما يلي :

نعرف المعينة الرئيسية للنظام :

$$[D] = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}$$

ومصفوفة المعاليم والمجاهيل :

$$[V] = \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{vmatrix} \quad [Q] = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix}$$

إن علاقة المجهول الأول Q_1 تعطى حسب طريقة كرامر كما يلي :

$$Q_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{\begin{vmatrix} V_1\alpha_{12}\alpha_{13} \\ V_2\alpha_{22}\alpha_{23} \\ V_3\alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11}\alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{21}\alpha_{22}\alpha_{23} \\ \alpha_{31}\alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}$$

$$Q_1 = V_1 = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{22}\alpha_{23} \\ \alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}{D} - V_2 \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}{D} + V_3 \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{22}\alpha_{23} \end{vmatrix}}{D}$$

نعرف ثوابت جديدة نرمز لها بـ $\wp_{ij}$ ونسميها ثوابت التأثير من العلاقة السابقة وكما

يلي :

$$\wp_{11} = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{22}\alpha_{23} \\ \alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}{D} \quad \wp_{12} = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{32}\alpha_{33} \end{vmatrix}}{D} \quad \wp_{13} = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{12}\alpha_{13} \\ \alpha_{22}\alpha_{23} \end{vmatrix}}{D}$$

وبذلك يمكن أن نكتب علاقة الشحنة الكهربائية للجسم الأولى كما يلي :

$$Q_1 = \rho_{11}V_1 + \rho_{12}V_2 + \rho_{13}V_3$$

وبشكل مشابه يمكن أن نحسب Q_2, Q_3 بواسطة طريقة كرامر وان نعرف ثوابت التأثير الكهربائية فينتج لدينا :

$$Q_1 = \rho_{11}V_1 + \rho_{12}V_2 + \rho_{13}V_3$$

$$Q_2 = \rho_{21}V_1 + \rho_{22}V_2 + \rho_{23}V_3$$

$$Q_3 = \rho_{31}V_1 + \rho_{32}V_2 + \rho_{33}V_3$$

وهذه العلاقات تسمى علاقات ماكسويل لثوابت التأثير وتحسب بواسطتها شحنات أجسام النظام بمدلولية كمونات الأجسام .

٢-٢-٣- نظرية ماكسويل للسعات الجزئية :

Maxwell's Relation for Partial Capacitances

إذا افترضنا انه لدينا نظام كهربائي مؤلف من ثلاثة أجسام مشحونة Q_3, Q_2, Q_1 موجودة بالقرب من سطح الأرض والتي نعتبر كمونها مبدأ إحداثيات الكمونات $V_0=0$ وإذا اعتبرنا معادلة ثوابت التأثير لأحد أجسام النظام Q_2 مثلاً :

$$Q_2 = \rho_{12}V_1 + \rho_{22}V_2 + \rho_{23}V_3$$

وإذا جمعنا وطرحنا من هذه المعادلة حدوداً متساوية بحيث لا تتأثر المعادلة فانه يمكن أن نكتب

$$Q_2 = \rho_{21}V_1 - \rho_{21}V_2 + \rho_{12}V_2 + \rho_{22}V_2 - \rho_{23}V_0 +$$

$$\rho_{23}V_3 - \rho_{23}V_2 + \rho_{23}V_2 - \rho_{21}V_0 - \rho_{23}V_2$$

وإذا رتبنا هذه المعادلة ينتج :

$$Q_2 = \rho_{21}(V_1 - V_2) + \rho_{23}(V_3 - V_2) + (\rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23})V_2 + -(\rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23})V_0$$

أو يمكن أن نكتب

$$Q_2 = \rho_{21}U_{21} - \rho_{23}U_{23} + (\rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23})(V_2 - V_0)$$

$$Q_2 = \rho_{21}U_{21} - \rho_{23}U_{23} + (\rho_{21} + \rho_{22} + \rho_{23})U_{20}$$

نعرف ثوابت جديدة نسميها السعات الجزئية وكما يلي :

- السعة الجزئية للجسم الثاني نسبة للأول $\varphi_{21} = C_{21}$
- السعة الجزئية للجسم الثاني نسبة للثالث $\varphi_{23} = C_{23}$
- السعة الجزئية للجسم الثاني نسبة للأرض $\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23} = C_{20}$

$$Q_1 = C_{12} U_{12} + C_{13} U_{13} + C_{10} U_{10}$$

وبشكل مشابه يمكن أن نكتب لجميع أجسام النظام العلاقات التالية :

$$Q_2 = C_{21} U_{21} + C_{23} U_{23} + C_{20} U_{20}$$

$$Q_3 = C_{31} U_{31} + C_{32} U_{32} + C_{30} U_{30}$$

هذه العلاقات تسمى علاقات ماكسويل للسعات الجزئية .

الفصل الثالث
دارات المكثفات الكهربائية
Electrical Circuits with Condensers

٣-١- مقدمة :

تتألف دائرة المكثفات من عدد من المكثفات مربوطة مع بعضها بواسطة أسلاك ونواقل كهربائية في بنية ثابتة مصممة لتحقيق وظيفة محددة . ويتم شحن المكثف بواسطة البطاريات أو المدخرات أو مصادر التوتر الكهربائي وتستخدم في الدوائر هذه الرموز القياسية التالية :

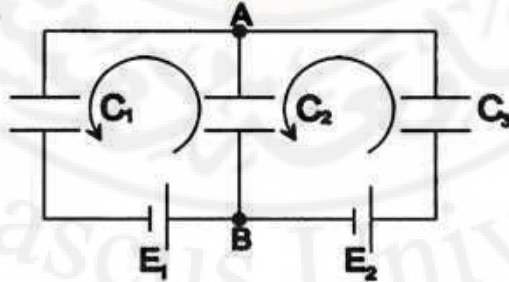


الشكل (3-1)

تسمى عقدة في الدائرة نقطة ربط والتصاق ثلاثة أسلاك توصيل مع بعضها . ويسمى ضلع في الدائرة السلك أو الناقل الذي يربط بين عقدتين ويحتوي على مكثف واحد على الأقل أو يحتوي على مصدر واحد لتوليد التوتر على الأقل .

تسمى حلقة في الدائرة مجموعة الأضلاع التي تشكل مع بعضها منحنيًا مغلقًا يمكن أن نطبق عليه نظرية الكمون الكهربائي الساكن

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$



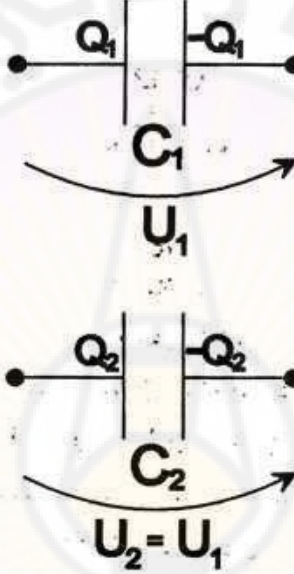
الشكل (3-2) دائرة مكثفات

تسمى الدائرة التي لا تحتوي على مصادر التوتر دائرة مسالمة أو دائرة غير نشطة .

٣-٢- نظرية تكافؤ دارات المكثفات الكهربائية :

Equivalence of Condensers Circuits

إذا كانت لدينا دائرة مكثفات C_1 كما في الشكل (3-3) وطبقنا على هذا المكثف توتر U_1 فإن هذا المكثف سوف ينشحن بشحنة $Q_1 = C_1 U_1$.



الشكل (3-3)

وإذا أخذنا دائرة مكثفات C_2 وطبقنا عليها نفس التوتر المطبق على الدائرة الأولى

$$U_2 = U_1 \text{ ، فإنها سوف تتشحن بشحنة } Q_2 = C_2 U_2$$

نقول إن الدائرة الأولى C_1 تكافئ الدائرة الثانية C_2 إذا طبقنا ذات التوتر على الدائرة

الأولى U_1 وعلى الدائرة الثانية $U_2 = U_1$ فإن الشحنة الكهربائية للدائرة الأولى Q_1

ستساوي الشحنة الكهربائية للدائرة الثانية Q_2 أي :

$$U_1 = U_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

$$C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_2 U_1 \Rightarrow C_1 = C_2$$

وبذلك يمكن استبدال أي من الدارات المتكافئة بالأخرى دون أن تتغير معطيات

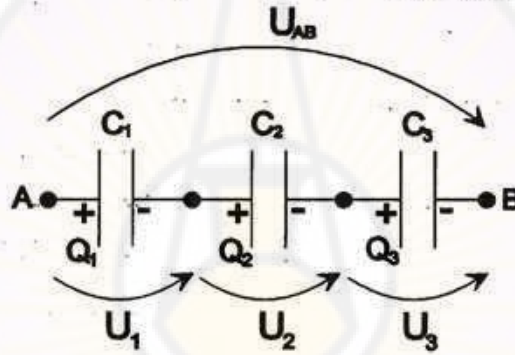
ومعادلات هذه الدارات .

٣-٣-٣ نظريات المكثفات الكهربائية المتكافئة :

٣-٣-٣-١ نظرية المكثف الكهربائي المكافئ للربط التسلسلي للمكثفات :

Series Condensers Circuits

يسمى الربط التسلسلي للمكثفات ربط الصفحة الثانية للمكثف الأول مع الصفحة الأولى للمكثف الثاني وربط الصفحة الثانية للمكثف الثاني مع الصفحة الأولى للمكثف الثالث وهكذا دون أن تتشكل بين صفائح المكثفات المربوطة على التسلسل أية عقدة كما هو مبين في الشكل (3-4) .



الشكل (3-4) الربط التسلسلي للمكثفات

نتيجة لهذا الربط التسلسلي وبسبب تطبيق توتر كلي على المكثفات U_{AB} فإنه سوف يظهر على كل مكثف توتر U₁, U₂, U₃ وسوف ينشحن كل مكثف بشحنة Q₁, Q₂, Q₃. واستناداً إلى نظرية التكهرب بالتأثير فإن شحنات المكثفات المربوطة على التسلسل ستكون متساوية

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \dots \dots \dots (1)$$

واستناداً لنظرية التوتر الكهربائي يمكن أن نكتب :

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + U_3 \dots \dots \dots (2)$$

وإذا كتبنا علاقة السعة لكل مكثف سينتج لدينا :

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}, U_3 = \frac{Q}{C_3} \dots \dots \dots (3)$$

وإذا استبدلنا علاقات السعات في علاقة التوتر سينتج لدينا

$$U_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} \dots\dots\dots(4)$$

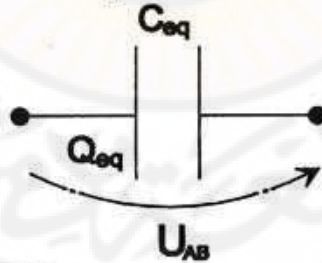
وإذا أخذنا بعين الاعتبار شرط الربط التسلسلي $Q_1=Q_2=Q_3$.
ينتج لدينا :

$$U_{AB} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \dots\dots\dots(5)$$

إن المعادلة (5) تسمى معادلة تشغيل المكثفات الثلاثة المربوطة مع بعضها على التسلسل عند تطبيق توتر كلي عليها U_{AB} .
استناداً إلى نظرية تكافؤ دارات المكثفات فإنه يمكن أن نعرف للدارة التسلسلية دارة مكافئة كما في الشكل (3-5) .

بحيث إذا طبقنا على كلتا الدارتين ذات التوتر U_{AB} فإن الشحنة التي تظهر في الدارتين تكون متساوية $Q_{eq}=Q_1=Q_2=Q_3$.
إن معادلة تشغيل الدارة المكافئة هي :

$$U_{AB} = Q_{eq} \cdot \frac{1}{C_{\Sigma}} \dots\dots\dots(6)$$



الشكل (3-5) الدارة المكافئة

إذا كانت الدارات متكافئة فإن المعادلتين (5) و (6) ستكون متطابقة أي سيكون لدينا
(5) - (6) ومنه ينتج :

$$U_{AB} = Q_{eq} \frac{1}{C_{eq}} = q_{eq} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

ومنه :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

وبشكل مكافئ نكتب :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{K=1}^n \frac{1}{C_K}$$

وهذه العلاقة تمثل سعة المكثف المكافئ للربط التسلسلي للمكثفات .

وعندما يكون لدينا مكثفان مربوطان على التسلسل فإن السعة المكافئة متساوي

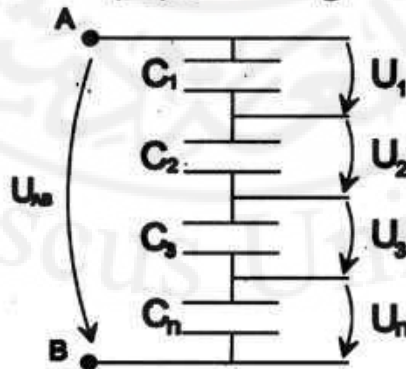
$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

وعندما نربط عدداً n من المكثفات C المتساوية فإن المكثف المكافئ للربط التسلسلي
متساوي :

$$C_{eq} = \frac{C}{n}$$

٣-٢-٣- نظرية مجزئ التوتر السعوي : Capacitive Voltage Divider

يتألف مجزئ التوتر السعوي من عدد من المكثفات المربوطة على التسلسل بحيث
يمكن أن نجزئ التوتر الكلي المطبق على هذه المكثفات إلى عدة أجزاء $UK\bar{U}$ ،
تنتج على أقطاب كل مكثف على حدة ، الشكل (3-6).



الشكل (3-6) مجزئ التوتر السعوي

وأبسط أشكال مجزئ التوتّر السعوي هو الذي يتألف من مكثفين C_1 و C_2 مربوطين على التسلسل كما في الشكل (3-7).
إن علاقة تشغيل الدارة هي :

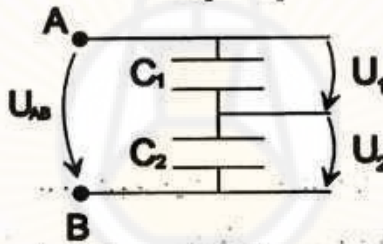
$$U_{AB} = \frac{Q}{C_{eq}} = Q \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

التوتر الذي سيظهر على المكثف الأول :

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C_1}$$

والتوتر الذي سيظهر على المكثف الثاني

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_2}$$



الشكل (3-7) مجزئ التوتّر السعوي المؤلف من مكثفين

ولدينا أيضاً $U_{AB} = U_1 + U_2$.

إن قيمة التوتر الذي سيظهر على المكثف الأول نسبة للتوتر الكلي U_{AB} تساوي

$$\frac{U_1}{U_{AB}} = \frac{Q \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}{Q \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

وقيمة التوتر الذي سيظهر على المكثف الثاني نسبة للتوتر الكلي U_{AB} تساوي

$$\frac{U_2}{U_{AB}} = \frac{Q \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}{Q \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

والعلاقة بين التوتر U_1 والتوتر U_2 متساوي :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{Q}{C_1}}{\frac{Q}{C_2}} = \frac{C_2}{C_1}$$

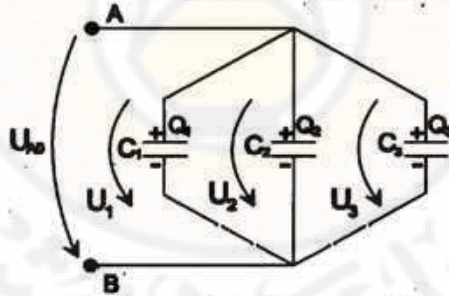
٣-٣-٣- نظرية المكثف المكافئ للربط التفرعي للمكثفات :

Parallel Condensers Circuits

يسمى الربط التفرعي للمكثفات ، ربط مكثفين على الأقل أو أكثر بين ذات العقدتين في الدارة ، بحيث يطبق عليها التوتر الكهربائي المطبق ذاته بين هاتين العقدتين ، كما في الشكل (3-8) حيث يكون لدينا :

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{AB}$$

عند تطبيق هذه التوترات على المكثفات ستظهر على المكثفات شحنات كهربائية Q_1, Q_2, Q_3 وذلك بفعل ظاهرة الإزاحة الكهربائية .



الشكل (3-8) الربط التفرعي للمكثفات

وكما هو واضح في الشكل فإن الصفائح الموجبة للمكثفات ترتبط للعقدة A ولدينا

$$Q_A = Q_1 + Q_2 + Q_3 \dots\dots\dots(1)$$

والصفائح السالبة للمكثفات ترتبط للعقدة B ولدينا

$$Q_B = -Q_1 - Q_2 - Q_3 = Q_A \dots\dots\dots(2)$$

وإذا كتبنا علاقات السعات ، ينتج لدينا :

$$Q_1 = C_1 U_1, Q_2 = C_2 U_2, Q_3 = C_3 U_3 \dots\dots\dots(3)$$

وبالتعويض في علاقة الشحنات ينتج لدينا :

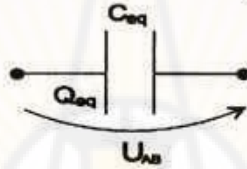
$$Q_A = C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3 \dots\dots\dots(4)$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط الفرعي ينتج :

$$Q_A = U_{AB}(C_1 + C_2 + C_3) \dots\dots\dots(5)$$

المعادلة (5) تسمى معادلة تشغيل الدارة الفرعية المؤلفة من ثلاثة مكثفات عندما يطبق عليها توتر U_{AB} .

استناداً إلى نظرية تكافؤ دارات المكثفات فإنه يمكن أن نعرف لهذه الدارة الفرعية ، دائرة مكافئة كما في الشكل (3-9) .



الشكل(3-9) المكثف المكافئ

بحيث إذا طبقنا على كلتا الدائرتين ذات التوتر U_{AB} فإن الشحنة التي تظهر في الدائرتين تكون متساوية

$$Q_A = Q_{eq}$$

إن معادلة تشغيل الدارة المكافئة هي :

$$Q_{eq} = C_{eq} . U_H \dots\dots\dots(6)$$

إذا كانت الدارات متكافئة فإن المعادلتين (6) و(5) ستكونان متطابقتين أي سيكون لدينا (6) = (5) ومنه ينتج :

$$Q_{eq} = C_{eq} U_{AB} = U_{AB} (C_1 + C_2 + C_3)$$

ومنه :

$$C_{eq} = (C_1 + C_2 + C_3)$$

وبشكل آخر يمكن أن نكتب :

$$C_{eq} = \sum_{K=1}^n C_K$$

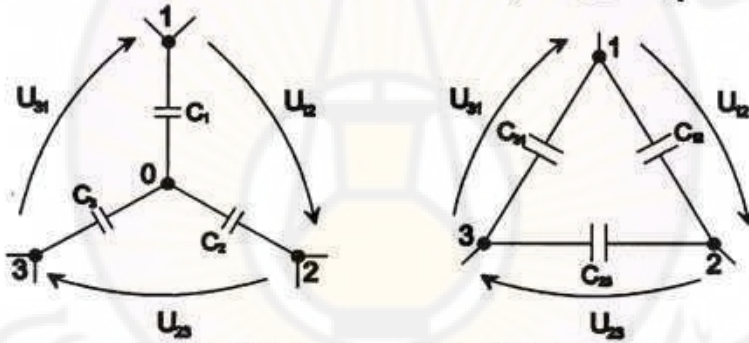
وهذه العلاقة تمثل سعة المكثف المكافئ للربط التفرعي للمكثفات .
وعندما يكون لدينا n مكثف C مربوطة على التفرع فان المكثف المكافئ سيساوي

$$C_{eq} = n.C$$

٣-٣-٣- نظرية تكافؤ الربط النجمي والربط المثلثي للمكثفات :

Star / Delta Condensers Circuits

يسمى الربط المثلثي للمكثفات ربطها على أضلاع مثلث بين ثلاث عقد في الدارة .
ويسمى الربط النجمي للمكثفات ، ربطها على أضلاع نجمة ثلاثية بين أربع عقد في الدارة ، كما في الشكل (3-10).



الشكل (3-10) الربط النجمي والربط المثلثي للمكثفات

إذا تحقق شرط تكافؤ الدارات ، أي إذا كانت الدارة المثلثية مكافئة للدارة النجمية ،
فانه عند تطبيق توترات متساوية على عقد الدارتين U_{12}, U_{23}, U_{31} فان الشحنات
المربوطة إلى كل عقدة في الدارتين ستكون متساوية Q_1, Q_2, Q_3 عندها يمكن أن
نستبدل المكثفات المثلثية بالمكثفات النجمية في الدارة دون أن تتأثر معطيات المسألة ،
وكذلك بالعكس ، يمكن أن نستبدل المكثفات النجمية بالمكثفات المثلثية في الدارة دون
أن تتأثر معطيات المسألة .

فإذا كنا نعرف سعات المكثفات المثلثية ورجبنا باستبدالها بمكثفات نجمية ، فان
علاقات حساب سعات مكثفات النجمة بمذلولية سعات مكثفات المثلث تعطى على
الشكل التالي :

$$C_1 = C_{12} + C_{31} + \frac{C_{12} \cdot C_{31}}{C_{23}}$$

$$C_2 = C_{23} + C_{12} + \frac{C_{23} \cdot C_{12}}{C_{31}}$$

$$C_3 = C_{31} + C_{23} + \frac{C_{31} \cdot C_{23}}{C_{12}}$$

أما إذا كنا نعرف سعات المكثفات النجمية ورغبنا باستبدالها بمكثفات مثلثية ، فإن علاقات حساب سعات مكثفات المثلث بمبدوليه سعات مكثفات النجمة ، تُعطى على الشكل التالي :

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{31} = \frac{C_3 \cdot C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

يمكن أن نلاحظ أنه عندما نستخدم نظرية تكافؤ المكثفات النجمية والمكثفات المثلثية فإننا دائماً نستبدل في الدارة ثلاث سعات بثلاث سعات أخرى .

Kirchoff's Laws

٣-٤- قوانين كير شوف في دارات المكثفات :

٣-٤-١- قانون كير شوف الأول في دارات المكثفات :

يطبق هذا القانون على المكثفات المربوطة إلى ذات العقدة في الدارات الكهربائية ، وينص هذا القانون على ما يلي :

إن مجموع شحنات المكثفات الكهربائية المربوطة إلى عقدة واحدة في الدارة يساوي الصفر أي :

$$\sum q_k = 0$$

وللبرهان على هذا القانون نستخدم قانون التدفق الكهربائي الساكن ونطبقه على سطح مغلق Σ يحيط بالعقدة التي نطبق عليها القانون ويتضمن جميع المكثفات المربوطة إلى هذه العقدة كما في الشكل (3-11) ويمكن أن نكتب :

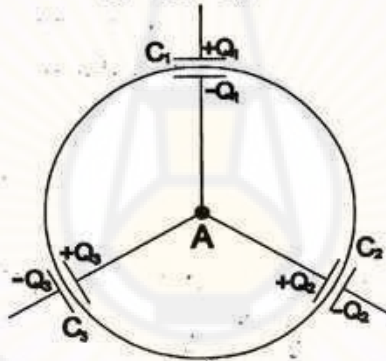
$$\phi = \iint_{\Sigma} \vec{D} \cdot \vec{ds} = Q_{\Sigma}$$

ولكن لدينا :

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

أي يمكن أن نكتب

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$



الشكل (3-11)

ونلاحظ هنا أن الشحنات Q_1, Q_2, Q_3 المربوطة إلى العقدة A لا يمكن أن تكون جميعها موجبة ، لان مجموع الكميات الموجبة لا يمكن أن يساوي الصفر ، وكذلك لا يمكن أن تكون جميعها سالبة لان مجموع الكميات السالبة لا يمكن أن يساوي الصفر . إذن يجب أن تكون إحدى الشحنات على الأقل ذات اتجاه معاكس للشحنات الأخرى . وبشكل عام نكتب علاقة قانون كير شوف الأول على الشكل التالي :

$$\sum_{k=1}^n q_k = 0$$

أي أن مجموع شحنات المكثفات التي تربط إلى ذات العقدة في أية دائرة مكثفات في الحالة الساكنة يساوي الصفر .

ويمكن أن نطبق قانون كير شوف الأول في دارات المكثفات عدداً من المرات يساوي لعدد العقد في الدارة (N) وبذلك نحصل على (N) معادلة بين شحنات مكثفات الدارة. لكن هذه المعادلات لا تكون كلها مستقلة ، واستخدامها جميعاً لا يمكن أن يعطي حلاً معيناً للدارة .

إن عدد المعادلات المستقلة بين شحنات مكثفات الدارة $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ يحدد بواسطة علاقة أولير الأولى في الشبكات وكما يلي :

$$P=N-1$$

أي أن تطبيق قانون كير شوف الأول على عقد الدارة (N) يعطينا عدداً من المعادلات المستقلة P المعرفة بالعلاقة أعلاه .

ويمكن شرح هذه المسألة بالمثل التالي :

لتكن لدينا الدارة المبينة في الشكل (3-12)

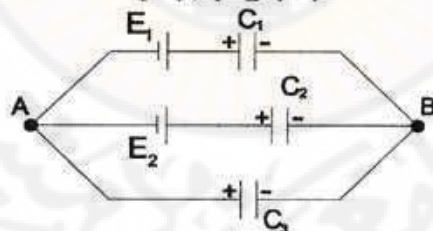
حيث لدينا في الدارة :

- عدد العقد يساوي 2

- عدد الأضلاع يساوي 3

- عدد العقد المستقلة التي يمكن أن نطبق عليها قانون كير شوف الأول يساوي :

$$P=N-1=2-1=1$$



الشكل (3-12)

و بتطبيق قانون كير شوف الأول في هذه الدارة نحصل على معادلة مستقلة واحدة .

بتطبيق القانون على العقدة A أولاً نحصل على :

$$-Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0$$

وبتطبيق القانون على العقدة B ثانياً نحصل على :

$$+Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0$$

نلاحظ هنا أن المعادلتين متطابقتين ويمكن أن نحصل على الواحدة من الأخرى ، بضربها بـ (1-) أي هناك معادلة واحدة مستقلة والمعادلة الثانية مشتقة منها بمعالجة جبرية بسيطة .

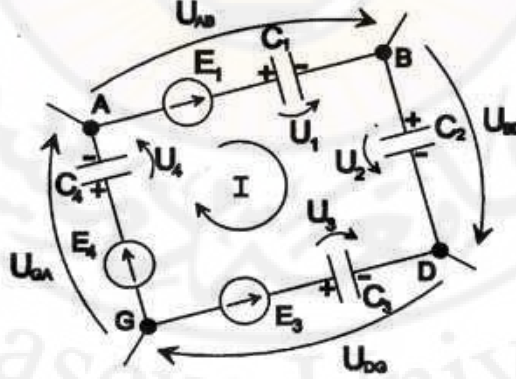
٣-٤-٢- قانون كير شوف الثاني في دارات المكثفات :

يطبق هذا القانون على أية حلقة من دارات المكثفات في الكهرباء الساكنة ، وينص القانون على ما يلي :

إن مجموع القوى المحركة الكهربائية التي تعمل على مختلف أضلاع الحلقة يساوي للمجموع الجبري للتوترات الكهربائية التي تظهر على مكثفات أضلاع هذه الحلقة ، يؤخذ الاتجاه الموجب للقوى المحركة الكهربائية وللتوترات الاتجاه الذي ينطبق على اتجاه الدوران على أضلاع الحلقة والذي يحدد بواسطة سهم ينطلق من عقدة ما ويعود إليها ماراً من جميع أضلاع الدارة كما في الشكل (3-13).

وتكتب علاقة قانون كير شوف الثانية كما يلي :

$$\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n U_K$$



الشكل (3-13)

وإذا اعتبرنا أن التوتر الذي يظهر على كل مكثف يعرف بالعلاقة :

$$U_K = \frac{Q_K}{C_K}$$

يمكن أن نكتب العلاقة على الشكل التالي أيضاً:

$$\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n \frac{Q_K}{C_K}$$

للبرهان على هذا القانون ، نكتب في بداية الأمر معادلة تشغيل كل ضلع من أضلاع الحلقة 1 وكما يلي :

$$U_{AB} + E_1 = U_1 \quad \text{- للضلع الأول}$$

$$U_{BA} = U_2 \quad \text{- للضلع الثاني}$$

$$U_{DX} - E_3 = -U_3 \quad \text{- للضلع الثالث}$$

$$U_{GA} + E_4 = +U_4 \quad \text{- للضلع الرابع}$$

وإذا جمعنا هذه المعادلات حسب اتجاه الدوران على أضلاع الحلقة من العقدة A إلى العقدة B ثم D ثم G والعودة إلى العقدة A فإننا نحصل على ما يلي :

$$(U_{AB} + U_{BD} + U_{DG} + U_{GA}) + E_1 - E_3 + E_4 = U_1 - U_2 - U_3 + U_4$$

لكن نظرية الكمون الكهربائي الساكن تعطينا :

$$U_{AB} + U_{BD} + U_{DG} + U_{GA} = V_A - V_B + V_B - V_D + V_D - V_G + V_G - V_A = 0$$

فينتج لدينا :

$$E_1 - E_3 + E_4 = U_1 + U_2 - U_3 + U_4$$

أي :

$$\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n U_K$$

ويمكن أن نطبق قانون كير شوف الثاني في دارات المكثفات عدداً من المرات يساوي عدد الحلقات الكلي في الدارة (O). وبذلك نحصل على (O) معادلة بين توترات المكثفات في الدارة ، أي بين شحنات المكثفات أيضاً . لكن هذه المعادلات لا تكون كلها مستقلة ، واستخدامها جميعاً لا يمكن أن يعطي حلاً معيناً للدارة .

إن عدد المعادلات المستقلة بين توترات المكثفات وبالتالي بين شحنات هذه المكثفات التي يعطيها تطبيق قانون كير شوف الثاني ، يحدد بواسطة علاقة أويلر في الشبكات وكما يلي :

$$B=L-n+1$$

أي أن تطبيق قانون كير شوف الثاني على حلقات الدارة (O) يعطينا عدداً من المعادلات المستقلة B المعرفة بالعلاقة أعلاه .

ويمكن شرح هذه المسألة بالمثال التالي :

لنكن لدينا الدارة المبيّنة في الشكل (3-14)

حيث لدينا :

- عدد العقد يساوي 2

- عدد الأضلاع يساوي 3

- عدد الحلقات الكلي يساوي 3

- عدد الحلقات المستقلة التي يمكن أن نطبق عليها قانون كير شوف الثاني يساوي :

$$B=L-n-1=3-2-1=2$$

أي بتطبيق قانون كير شوف الثاني في هذه الدارة نحصل على معادلتين مستقلتين فقط

بتطبيق القانون على الحلقة الأولى I نحصل على :

$$E_1=U_1+U_2$$

بتطبيق القانون على الحلقة الثانية II نحصل على :

$$E_2=U_2-U_3$$

وبتطبيق القانون على الحلقة III نحصل على :

$$E_1-E_3=U_1-U_3$$

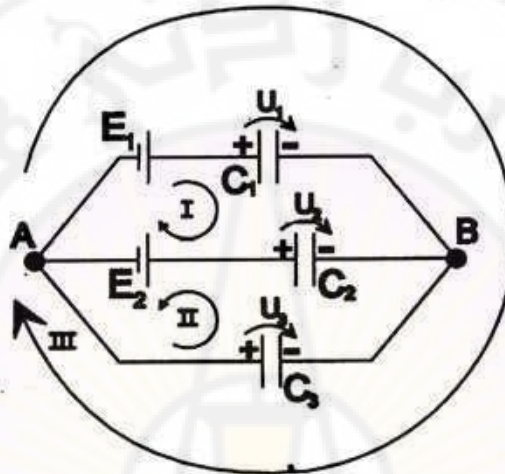
يمكن أن نلاحظ أن المعادلة الأخيرة يمكن أن تنتج من طرح المعادلة الثانية من

المعادلة الأولى، أي :

$$E_1-E_3=U_1+U_2-U_2-U_3$$

$$E_1-E_3=U_1-U_3$$

أي أن هناك معادلتين فقط مستقلتين، والمعادلة الثالثة هي معادلة غير مستقلة . وبذلك فإن تطبيق قانون كير شوف الثاني لا يعطي عدداً من المعادلات مساوياً لعدد المجاهيل في الدارة .



الشكل (4-13)

لكن تطبيق قانون كير شوف الأول وقانون كير شوف الثاني معاً في أية دارة يعطينا عدداً من المعادلات المستقلة يساوي

$$P+B=N-1+L-N+1=L$$

أي يساوي عدد أضلاع الدارة . أي أن تطبيق القانونين معاً يمكن من حل الدارة وإيجاد قيمة الشحنات التي ستظهر على مختلف المكثفات في هذه الدارة .

الفصل الرابع
الطاقة والقوى الكهربائية في
الحقل الكهربائي الساكن
Energy and Forces in Static Electric Field

٤ - الطاقة والقوى الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن :

Energy and Forces in Static Electric Field

٤-١ - الطاقة الكهربائية المخزنة في الحقل الكهربائي الساكن :

Energy in Static Electric Field

نحن نعلم انه حيث توجد شحنة كهربائية يوجد حقل كهربائي مرتبط بهذه الشحنة .
فالحقل الكهربائي هو الوسيط الذي ينقل الآثار الميكانيكية المختلفة بين الأجسام .

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2} \cdot \frac{\bar{R}}{R}$$

ويتعلق الحقل بالشحنة الكهربائية المولدة له دائماً . بحيث يمكن أن نقول انه عند وجود حقل كهربائي في منطقة من الفراغ ، فإنه سينتج دائماً عن توزيع محدد للشحنات الكهربائية في هذه المنطقة من الفراغ .

وبذلك يمكن للتأكيد بأنه حيث توجد شحنة كهربائية يوجد حقل كهربائي مرتبط بها .
وحيث يوجد حقل كهربائي توجد شحنة كهربائية تولد هذا الحقل . ولكي نولد حقلاً كهربائياً في منطقة ما من الفراغ لا يوجد في أية نقطة من نقاطها أي حقل كهربائي مسبق ، فإننا يجب أن نجلب شحنات كهربائية إلى هذه المنطقة . ونفترض أن الشحنات يتم جلبها من منطقة ما في اللانهاية وأن نقل هذه الشحنات يتم ببطء شديد وبكميات صغيرة بحيث تبقى محققة شروط السكون . وعند نقل هذه الشحنات للعنصرية الصغيرة والتي يفترض أنها ستبقى ثابتة في الزمن ، سنصرف عملاً ميكانيكياً عنصرياً يعرف بالعلاقة التالية :

$$d^2I = \int_0^M d\bar{F}_e \cdot d\bar{r}$$

حيث $d\bar{F}_e$ تمثل القوة الكهربائية العنصرية التي تؤثر على الشحنة العنصرية dq عند نقلها من اللانهاية ∞ وحتى النقطة M في المنطقة التي نرغب أن نولد الحقل الكهربائي $\bar{E}_v$ فيها ، والمعرفة بالعلاقة :

$$d\bar{F}_e = dq \cdot \bar{E}_v$$

وبالاستبدال ينتج لدينا :

$$dL = \int_{-\infty}^M dq \cdot \overline{E_r} \cdot dr$$

وحيث انه افترضنا أن الشحنات التي ننقلها يجب أن تكون ثابتة أي : $dq = ct$ فإنه ينتج :

$$dL = dq \int_{-\infty}^M \overline{E_r} \cdot dr$$

إن قيمة الطاقة الكهربائية لهذا الحقل تساوي لقيمة العمل المبذول من أجل توليد هذا الحقل ، واستناداً للمبدأ الثاني في الترموديناميك لدينا :

$$dL = dW_e + dW_r$$

أي أن العمل سوف يختزن في النظام الكهربائي على شكل تغير في الطاقة الكهربائية للنظام dW_e وعلى شكل تغير في الطاقة الحرارية للنظام dW_r .

وحيث أننا نفترض أن شروط السكون الكهربائي محققة ، فإنه سيكون لدينا $dW_r = 0$ وبذلك ينتج :

$$dL = dW_e$$

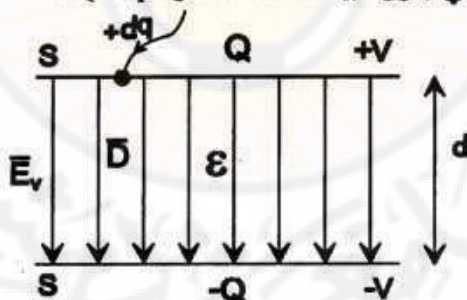
ولتحديد علاقة تعريف الطاقة الكهربائية في الحقل الكهربائي نطبق المبدأ الثاني للترموديناميك على المكثف الكهربائي المستوي وننطلق من الحالة الأولى التي يكون فيها المكثف غير مشحون ، أي يكون لدينا $Q=0$ و $V=0$ و $U=0$ ثم نبدأ بشحن هذا المكثف بجلب شحنات عنصرية متتالية dq إلى صفيحتي المكثف وببطء شديد بحيث لا تتغير الطاقة الحرارية للمكثف ، حتى ينشحن المكثف بشحنة Q ويصل كمون كل صفيحة من صفيحتيه V . إن توزيع الشحنات العنصرية على سطح المكثف سيكون ذا توزيع منتظم على كل السطح لان السطح المعدني سيكون سطحاً متساوي الكمونات ، وسوف تظهر شحنة $-Q$ على الصفيحة الثانية للمكثف بفعل ظاهرة التكهرب بالتأثير ، وسوف تتوزع هذه الشحنة بشكل منتظم على سطح الصفيحة الثانية للمكثف . وكلما ازدادت الشحنات العنصرية التي ننقلها إلى صفيحة المكثف يزداد الحقل الكهربائي

الذي يتولد ضمن المكثف وينطلق من الصفيحة المشحونة بشحنة موجبة $+Q$ ليغلق على سطح الصفيحة المشحونة بشحنة سالبة $-Q$ ، كما هو مبين في الشكل (4-1) .
إن الحقل الكهربائي سيتولد ضمن المكثف فقط وسوف يحتل منطقة حجمها يساوي لحجم المكثف :

$$V=S.d$$

بما أن المكثف مستوي فإن الحقل الذي يتولد ضمن المكثف سيكون حقلًا كهربائيًا متجانسًا ومنتظمًا ، إن قيمة الحقل في أية نقطة من نقاط المكثف ستكون ثابتة واتجاهه واحد .

يمكن أن نلاحظ أن العمل الذي يصرف لشحن المكثف يساوي العمل اللازم لجلب الشحنات من اللانهاية حتى السطح المعتبر للمكثف حيث يفترض أن تكون النقطة M .
ولحساب قيمة العمل العنصري المبذول لكي نشحن المكثف بشحنة dq نكامل العلاقة السابقة بين حالتين الحالة الأولى ونرمز لها بـ (1) وهي الحالة الأولية التي يكون فيها المكثف غير مشحون ، أي أن $Q=0$ والحالة الثانية ونرمز لها بـ (2) وهي الحالة النهائية التي يكون فيها المكثف مشحوناً $Q=dq$.



الشكل (4-1)

$$dL = \int_1^2 d^2 L = \int_1^2 dq \overline{E_v} \cdot \overline{dr}$$

$$dL = dq \int_1^2 \overline{E_v} \cdot \overline{dr} = dq U_{12}$$

ولدينا في شروط السكون $dL = dW_e$

ولكي نحسب قيمة العمل الإجمالي الذي نبذله لشحن المكثف بشحنة إجمالية Q فإنه يجب أن نكامل العلاقة أعلاه كما يلي:

$$L = \int_1^2 dL = \int_1^2 dq U_{12}$$

ولإجراء هذا التكامل نعتبر الفرضيات الرياضية التالية:

نفترض أن شحنة المكثف تكون دائماً ثابتة وتساوي Q وأنه لكي نعرف حالة عدم شحن المكثف وحالة شحنة بشكل كامل نعرف كمية عددية متغيرة ونرمز لها α وهذه الكمية نأخذ قيمة محصورة بين 0 و 1 فعندما يكون المكثف غير مشحون تكون قيمة $\alpha = 0$ وشحنة المكثف في هذه الحالة q' متساوي:

$$q' = \alpha \cdot Q = 0 \cdot Q = 0$$

وعندما يكون المكثف مشحوناً كلياً تكون قيمة $\alpha = 1$ وشحنة المكثف في هذه الحالة q' متساوي:

$$q' = \alpha \cdot Q = 1 \cdot Q = Q$$

وعندما تكون شحنة المكثف بشكل عام متساوية

$$q' = \alpha \cdot Q$$

فإن كمون صفيحته الموجبة متساوي:

$$V' = \alpha \cdot V$$

وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$U'_{12} = V'_1 - V'_2 = \alpha (V_1 - V_2)$$

$$dq' = d(\alpha \cdot Q) = Q \cdot d\alpha$$

وبالاستبدال في علاقة العمل العنصري نحصل على:

$$dL = dq' \cdot U'_{12} = Q \cdot d\alpha \cdot (V_1 - V_2)$$

$$dL = Q \cdot (V_1 - V_2) \cdot \alpha \cdot d\alpha$$

وبالتكامل نحصل على العمل الإجمالي الذي يتم صرفه حتى نشحن المكثف بشحنة إجمالية Q :

$$L = \int_0^1 dq' (V_1' - V_2')$$

$$L = \int_0^1 Q.(V_1 - V_2) \alpha .d \propto$$

$$L = Q.(V_1 - V_2) \int_0^1 \alpha .d \propto$$

$$L = \frac{1}{2} Q(V_1 - V_2) = \frac{1}{2} Q.U$$

$$dL = dW_e$$

لكن لدينا :

فينتج

$$dW_e = dq.U$$

$$W_e = \frac{1}{2} Q.U$$

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف السعة الكهربائية للمكثف نحصل على ما يلي :

$$W_e = \frac{1}{2} Q.U = \frac{1}{2} C.U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

إن واحدة قياس الطاقة الكهربائية المخزنة في الحقل الكهربائي وضمن المكثف تساوي:

$$[W_e] = [Q]. [V] = [C]. [V] = [A.S]. [V]$$

$$[W_e] = [V.A.S] = [W.S]$$

أي الواط . ثانية .

٤-٢- نظرية الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن :

Volume Density of Electric Energy

تسمى بالتعريف ، الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية في الحقل الكهربائي الساكن النسبة بين الطاقة المخزنة في الحقل الكهربائي وبين الحجم الذي يحتله هذا الحقل ، أي :

$$w_e = \frac{W_e}{V}$$

حيث إن w_e تمثل الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية .

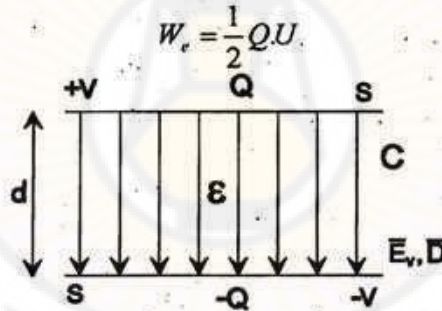
V الحجم الذي يحتله الحقل الكهربائي الساكن .

وبشكل عام يمكن أن نكتب :

$$w_e = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta W_e}{\Delta V} = \frac{dW_e}{dV}$$

ولتحديد علاقة تعريف الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية نسبة للكميات المعروفة للحقل الكهربائي الساكن ، نبحث عن حقل كهربائي ثابت ومتجانس ومعرف ضمن حجم سهل التحديد . ولهذا الأمر نختار الحقل الكهربائي المتولد ضمن المكثف الكهربائي المستوي كما هو مبين في الشكل (4-2).

تعطى قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في الحقل الكهربائي الساكن المتولد ضمن المكثف بالعلاقة :



الشكل (4-2)

ويعرف التوتر الكهربائي المتولد بين صفيحتي المكثف بالعلاقة :

$$U = E.d$$

أما الشحنة الكهربائية Q فتعرف بواسطة قانون الإزاحة الكهربائية بالعلاقة :

$$Q = \overline{D.S}$$

وبالاستبدال في علاقة الطاقة ينتج :

$$W_e = \frac{1}{2} \overline{D.S.E.d}$$

وباعتبار علاقة تعريف الحجم ضمن المكثف :

$$V = \overline{Sd}$$

فانه يمكن أن نكتب :

$$W_e = \frac{1}{2} \overline{DEV}$$

ومن علاقة تعريف الكثافة الحجمية للطاقة ينتج لدينا :

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{\overline{DEV}}{V}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \overline{D.E}$$

ونلاحظ في هذه العلاقة أن الكثافة الحجمية في أية نقطة من نقاط الحقل الكهربائي الساكن تساوي لجداء شدة الحقل الكهربائي $\overline{E}$ والتحريض الكهربائي $\overline{D}$ في هذه النقطة. تعطى واحدة قياس الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية كما يلي:

$$W_e = \left[\frac{We}{V} \right] = \left[\frac{WS}{m^3} \right]$$

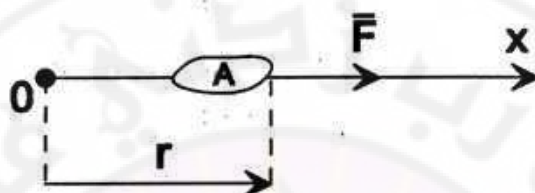
٤-٣- القوى العامة في الحقل الكهربائي الساكن :

Theory of Generalized Forces in Static Electric Field

تشابه القوى العامة في الحقل الكهربائي الساكن القوى العامة التي عرفها العالم لاغرانج Lagrange في علوم الميكانيك. وتعرف قوى لاغرانج العامة كما يلي :

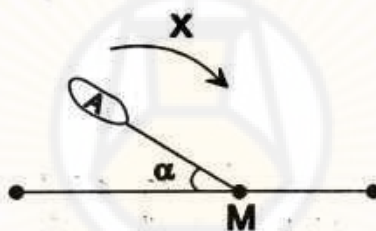
يمكن تحديد البنية الفراغية لنظام ما من الأجسام المادية باستخدام عدد من المتحولات المستقلة والتي تسمى إحداثيات النظام ، وإذا كانت أجسام النظام حرة الحركة نسبة لمحاور الإحداثيات (z,y,x) وكذلك حرة الدوران نسبة لهذه المحاور فإن كل جسم من أجسام هذا النظام سيكون له (6) درجات حرية للحركة . ثلاث درجات حرية للحركة الإنزياحية نسبة للمحاور z,y,x وثلاث درجات حرية للحركة الدورانية نسبة للمحاور z,y,x .

فإذا كان لدينا جسم مادي ما A ينتقل بسرعة خطية نسبة للمحور (X) كما في الشكل (4-3) فإنه يكفي أن نعرف المسافة التي يقطعها على المحور X لكي نحدد تماماً مكان هذا الجسم .



الشكل (4-3)

وإذا كان هذا الجسم يدور حول محور ثابت X-X' فإنه يكفي أن نعرف الزاوية التي يأخذها هذا الجسم في لحظة زمنية ما لكي نحدد تماماً وضعه هذا الجسم كما هو مبين في الشكل (4-4).



الشكل (4-4)

ويفترض العالم لاغرانج انه يحدث تغير متناهي في الصغر على واحدة فقط من إحداثيات النظام dx تحت تأثير قوة واحدة مع بقاء الإحداثيات الأخرى للنظام ثابتة وأنه لكي يحدث هذا التغير فإن القوة المؤثر ستصرف عملاً ميكانيكياً عنصرياً (dL) يساوي :

$$dL = \overline{F} \cdot dx$$

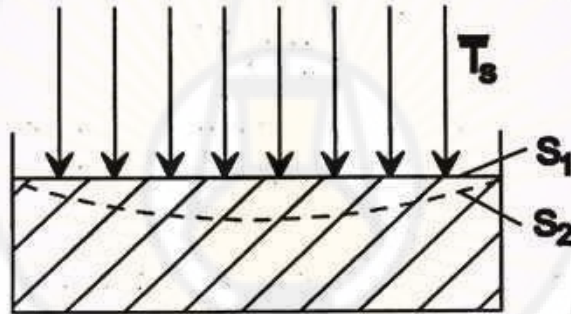
هذه القوة المؤثرة بشكلها العام سماها العالم لاغرانج : القوة العامة ويرمز لها X والإحداثية التي تتغير سماها العالم لاغرانج الإحداثية العامة ويرمز لها x والعمل الذي تصرفه هذه القوة العامة يساوي

$$dL = X \cdot dx$$

وإذا كانت القوة العامة التي تؤثر على النظام تمثل عزمًا يؤدي إلى دوران أحد الأجسام حول أحد محاور الإحداثيات فإن الإحداثيات التي تتغير ستكون الزاوية التي تحدد وضع هذا الجسم نسبة لمحاور النظام وعندها يمكن أن نقول إن القوة العامة ستكون عزم الدوران المطبق على الجسم وأن الإحداثيات العامة ستكون التغير في زاوية الجسم نسبة للمحور ويمكن أن نكتب عندها :

$$X \cdot dx = \bar{C} \cdot d\alpha = dL$$

ويمكن أن تكون القوة العامة ضغطاً سطحياً $\bar{T}_s$ يؤثر على سطح سائل ما، فيؤدي إلى تغيير في هذا السطح يساوي ΔS كما هو مبين في الشكل (4-5):



الشكل (4-5)

ويكون العمل المصروف لتغيير الإحداثيات العامة في هذه الحالة معرّفًا بالعلاقة :

$$\bar{T}_s \cdot \Delta S = X \cdot dx = dL$$

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

ويمكن أن تكون القوة العامة المؤثرة ، ضغطاً حجمياً $\bar{P}$ يؤثر على حجم غاز ما ، فيؤدي إلى تغيير هذا الحجم بمقدار ΔV كما هو مبين في الشكل (4-6):

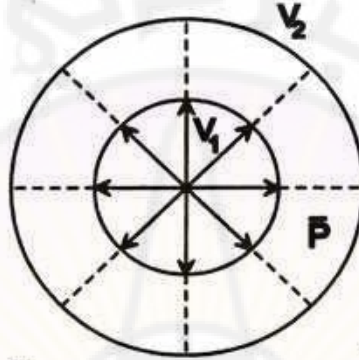
ويكون العمل المصروف لتغيير الإحداثيات العامة في هذه الحالة معرّفًا بالعلاقة :

$$\bar{P} \cdot \Delta V = X \cdot dx = dL$$

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

ويتم تطبيق مفهوم القوة العامة في حالة الأجسام الكهربائية كما يلي :

لنعتبر نظاماً مؤلفاً من عدد من الأجسام الكهربائية كما في الشكل (4-7) ، ولكي يكون هذا النظام كهربائياً ، فإن أحد أجسام هذا النظام على الأقل يجب أن يكون مشحوناً .



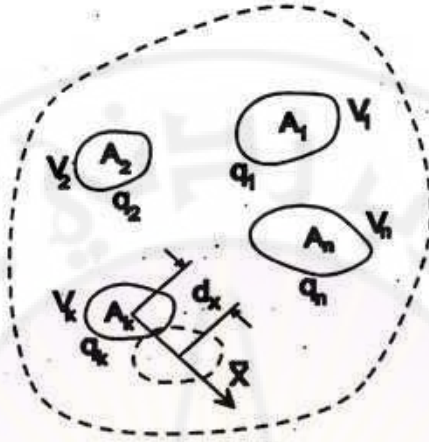
الشكل (4-6)

فإذا أثرت على أحد أجسام هذا النظام قوة عامة واحدة (X) فادت إلى تغيير إحداثية عامة واحدة (x) من الإحداثيات العامة لأجسام هذا النظام ، كما هو مبين في الشكل (4-7).

فإن تغيير وضعية الجسم (A_k) ضمن النظام الكهربائي ، سيؤدي إلى تغيير في كمونات الأجسام و إلى تغيير في السعات الكهربائية بين هذه الأجسام وإذا اعتبرنا أن شروط السكون تبقى صالحة في هذه الحالة وأن النظام الكهربائي معزول عن الوسط الخارجي فإن العمل المصروف من القوة العامة سيتم على حساب الطاقة الكهربائية المخزنة في النظام ويمكن أن نكتب :

$$\sum_{k=1}^n V_k . dq_k = dW_e + X . dx$$

وتمثل هذه المعادلة علاقة التوازن الطاقي للنظام ، عندما تؤثر على أجسام النظام قوة عامة واحدة تؤدي إلى تغيير إحداثية عامة واحدة لأحد أجسام هذا النظام .



الشكل (4-7)

٤-٤ - النظرية الأولى للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن :

وتفترض هذه النظرية انه تؤثر على أحد أجسام النظام قوة عامة واحدة تؤدي إلى تغيير إحداثية عامة واحدة لهذا الجسم شريطة بقاء جميع شحنات النظام ثابتة لا تتغير، أي :

$$q_k = ct \Rightarrow dq_k = 0$$

$$x_k = ct, \quad x_j \neq ct$$

$$k = 1, n, \quad k \neq j$$

وإذا اعتبرنا هذه الشروط في علاقة التوازن الطاقي ينتج:

$$X \cdot dx_j + dW_e = 0 \quad \begin{pmatrix} q_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

ومنه ينتج :

$$X = \frac{-dW_e}{dx_j} \quad \begin{pmatrix} q_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

وحيث أن جميع الإحداثيات x_k تبقى ثابتة فإنه يؤخذ مشتق الطاقة الكهربائية نسبة للإحداثية العامة x_j ، فإن هذا المشتق يمثل المشتق الجزئي للطاقة الكهربائية نسبة للإحداثية العامة المتغيرة ، أي :

$$X = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial x_j} \right) \quad \begin{pmatrix} q_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

وتمثل هذه العلاقة النظرية الأولى للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن ، وتتص هذه النظرية على ما يلي :

إذا أثرت قوة عامة وحيدة على أحد أجسام نظام كهربائي ما معزول عن الوسط الخارجي ، فادت إلى تغيير إحداثية واحدة x_j من الإحداثيات العامة للنظام ، فإن هذه القوة العامة تساوي المشتق الجزئي للطاقة الكهربائية للنظام المعتبر نسبة للإحداثية العامة المتغيرة ، شريطة بقاء جميع شحنات أجسام النظام ثابتة لا تتغير (مع اعتبار الإشارة السالبة) . وتكتب علاقة الطاقة الكهربائية للنظام عند تطبيق هذه النظرية كتابع لكمون الأجسام وتابع لشحناتها .

٤-٥- النظرية الثانية للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن :

وتفترض هذه النظرية انه تؤثر على أحد أجسام النظام قوة عامة واحدة تؤدي إلى تغيير إحداثية عامة واحدة لهذا الجسم شريطة بقاء جميع كمونات النظام ثابتة لا تتغير ، أي :

$$V_k = ct \Rightarrow dV_k = 0$$

$$x_k = ct, \quad x_j \neq ct$$

$$k = 1, n, \quad k \neq j$$

ويمكن أن نحافظ على كمون الأجسام ثابتاً إذا تم ربطها إلى مصدر تغذية كهربائي ثابت من خارج النظام . فإذا تغيرت وضعية أحد الأجسام نسبة لبقية الأجسام مع بقاء كمونها ثابتاً فإن سعاتها الكهربائية ستتغير ، أي أن شحناتها سوف تتغير أيضاً . ويتم تبادل الشحنات بين الأجسام ومصدر التغذية الخارجي بحيث يبقى كمونها ثابتاً . وإذا اعتبرنا هذه الشروط في علاقة التوازن الطاقى ينتج :

$$\sum V_k . dq_k = dW_e + X dx_j \quad \left(\begin{array}{l} V_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{array} \right)$$

ويمكن إعادة ترتيب هذه العلاقة بالشكل التالي :

$$d(\sum V_k q_k - W_e) - \sum q_k . dV_k = X . dx_j$$

إن الكمية الفيزيائية التالية $(\sum V_k q_k - W_e)$ تسمى الطاقة الكهربائية المواقبة ويرمز لها W_e^* وبذلك يمكن أن نكتب العلاقة السابقة كما يلي :

$$dW_e^* - \sum q_k . dV_k - X . dx_j$$

وضمن شروط النظرية الثانية للقوة العامة حيث يفترض أن $V_k = ct \Rightarrow dV_k = 0$ يمكن أن نكتب :

$$dW_e^* = \sum q_k . dV_k = X dx_j \quad \left(\begin{array}{l} V_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{array} \right)$$

أو يمكن أن نكتب :

$$dW_e^* = X dx_j \quad \begin{pmatrix} V_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

أي :

$$X = \frac{dW_e^*}{dx_j} \quad \begin{pmatrix} V_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

وحيث أن جميع الإحداثيات x_k تبقى ثابتة ، ويؤخذ مشتق الطاقة الكهربائية نسبة للإحداثية العامة المتغيرة x_j فإن هذا المشتق يمثل المشتق الجزئي للطاقة الكهربائية المواكبة نسبة للإحداثية العامة المتغيرة أي :

$$X = \left(\frac{\partial W_e}{\partial x_j} \right) \quad \begin{pmatrix} V_k = ct \\ x_k = ct \\ x_j \neq ct \\ k = 1, n \\ k \neq j \end{pmatrix}$$

وتمثل هذه العلاقة ، النظرية الثانية للقوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن ، وتتضمن هذه النظرية على ما يلي :

إذا أثرت قوة عامة وحيدة على أحد أجسام نظام كهربائي ما معزول عن الوسط الخارجي فادت إلى تغيير إحداثية واحدة x_j من الإحداثيات العامة للنظام ، فإن هذه القوة العامة تساوي المشتق الجزئي للطاقة الكهربائية المواكبة للنظام الكهربائي المعتبر نسبة للإحداثية العامة المتغيرة x_j شريطة بقاء كمونات أجسام النظام ثابتة لا تتغير ،

وتكتب عند تطبيق هذه النظرية علاقة الطاقة الكهربائية المواكبة للنظام كتابع لكمون الأجسام وتابع لشحناتها .

٤-٦- ملاحظات حول نظريتي القوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن :

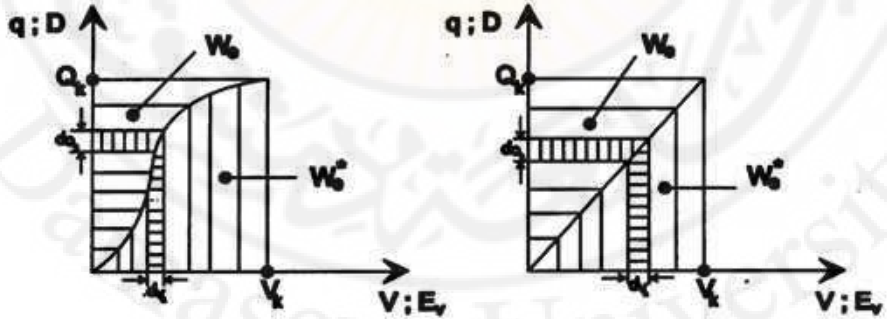
لقد لاحظنا في الفقرات السابقة أن تطبيق نظريتي القوة العامة في الحقل الكهربائي الساكن يعطي علاقتين مختلفتين للقوة العامة ، علاقة أولى بمدلولية الطاقة الكهربائية للنظام W_e ، وعلاقة ثانية بمدلولية الطاقة الكهربائية المواكبة للنظام W_e^* . ويمكن أن نلاحظ أنه في الحالة التي تكون الأجسام والأوساط المادية التي يعرف فيها الحقل الكهربائي الساكن خطيه ، فإن المنحنى الذي يعرف العلاقة بين التحريض والحقل $\bar{D}$ و $\bar{E}$ ، ويعرف العلاقة بين الكمون والشحنة V, Q سيكون منحنياً خطياً ، كما هو مبين في الشكل (4-8) . حيث لدينا $\varepsilon = ct$.

نلاحظ في هذا الشكل أنه يمكن أن نعرف مستطيلاً S يساوي مسطحه:

$$S = Q_k \cdot V_k$$

هذا المستطيل يسمى مستطيل الطاقة .

تعطي علاقة الطاقة كما يلي :



$$W_e = \int dq_k \cdot V_k$$

ويمثل هذا التكامل هندسياً ، السطح المحصور بين المنحني ومحور الإحداثية المتغيرة dq_k .

أما علاقة الطاقة المواكبة فتعطى كما يلي :

$$W_e^* = \int q_k . dV_k$$

ويمثل هذا التكامل هندسياً السطح المحصور بين المنحني ومحور الإحداثية المتغيرة dv_k . كما هو واضح في الشكل .

يمكن أن نلاحظ ، انه في حالة المواد الخطية $\epsilon = ct$ فان المنحني يكون عبارة عن خط مستقيم ، وينتج لدينا في هذه الحالة :

$$S - W_e = W_e^*$$

$$Q_k . V_k - W_e = W_e^* \Rightarrow W_e = W_e^*$$

وبالتالي لدينا :

$$\left(\frac{\partial W_e}{\partial x_j} \right) q_k = ct = \left(\frac{\partial W_e^*}{\partial x_j} \right) V_k = ct$$

أما في حالة الأجسام غير الخطية ، يكون المنحني المميز لهذه المواد منحنيًا لاخطيًا ، كما هو مبين في الشكل (4-8) ويمكن أن نعرف هنا أيضاً مستطيل الطاقة $S = Q_k . V_k$ ونلاحظ في هذه الحالة أننا نحصل على مثلثين الأول يمثل الطاقة الكهربائية والثاني يمثل الطاقة الكهربائية المواكبة ، لكن هذين المثلثين يحتويان ضلعاً منحنيًا وهما أيضاً غير متساويين أي يكون لدينا :

$$W_e \neq W_e^*$$

وفي هذه الحالة سيكون لدينا :

$$\frac{\partial W_e}{\partial x_j} \neq \frac{\partial W_e^*}{\partial x_j}$$

٤-٧-١ - أجهزة القياس الكهربائية الساكنة :

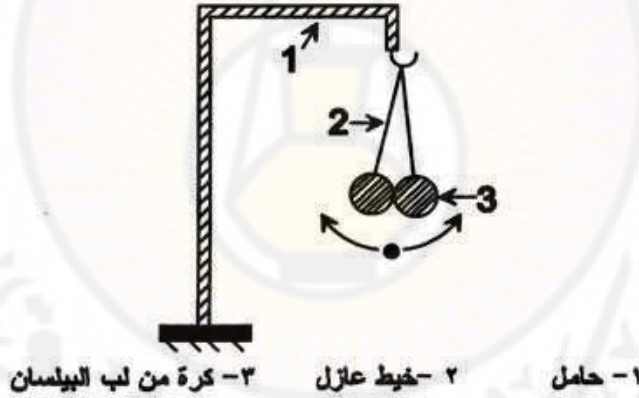
Static Electric Measuring Apparatus

Electric Pendulum

٤-٧-١ - البندول الكهربائي :

ويتألف هذا البندول من كرتين من لب البيلسان تعلقان بخيط حامل مصنوع من مادة عازلة كما في الشكل (4-9) .

فإذا تم شحن كرات البيلسان فإن الشحنات تتوزع على كل منهما، وتحت تأثير القوة الكهربائية مستنافر هذه الكرات وتتأرجح مبتعدة عن بعضها . ويستخدم هذا البندول للبرهان على الشحن بالتلامس أو الشحن بالتأثير .



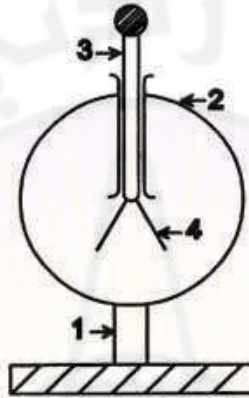
الشكل (4-9)

Electroscope

٤-٧-٢ - المكشاف الكهربائي :

ويسمى هذا المكشاف أيضاً ، مكشاف وولف Wolfe نسبة للعالم الذي صممه لأول مرة . ويتألف هذا المكشاف من اسطوانة معدنية (2) مركبة على حامل عازل (1) يثبت داخلها قضيب معدني (3) بطريقة يبقى فيها هذا القضيب معزولاً عن الاسطوانة ويثبت على نهاية القضيب صفيحتان من رقائق الألومنيوم (4) أو رقائق الذهب كما في الشكل (4-10) وعند شحن رأس القضيب خارج الاسطوانة باللمس أو بالتأثير فإن الشحنات

مستتوزع على سطح هذا القضيب وعلى الرقائق الموجودة على رأسه مما يؤدي إلى تنافرها وبالتالي ابتعادها عن بعضها مما يكشف عن وجود الشحنات الكهربائية أو وجود الحقل الكهربائي .



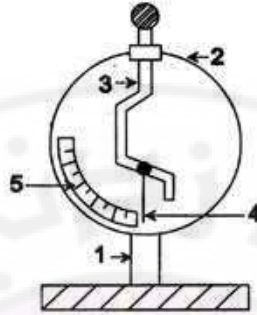
الشكل (4-10)

٤-٧-٣- جهاز براون لقياس الكمون الساكن : Brown Static Voltmeter

يشبه هذا الجهاز المكشاف الكهربائي ، لكنه يحتوي على رقيقة واحدة (4) ترتكز على القضيب المعدني (3) وتستطيع الدوران بحرية حول محور التثبيت تحت تأثير القوى الكهربائية .

لقياس فرق الكمون الكهربائي الساكن ، يشحن القضيب المعدني للجهاز بالتلامس وتتوزع الشحنات على القضيب وعلى الرقيقة المعدنية . مما يولد بينهما قوة تنافر كهربائي تؤثر على الرقيقة حرة الحركة فتؤدي إلى دورانها أمام تدريج القياس (5) وتستقر عند قيمة متناسبة مع الشحنة وبالتالي مع الكمون الذي يتم قياسه كما هو مبين في الشكل (4-11).

يستخدم هذا الجهاز لقياس التوترات الكهربائية الساكنة العالية

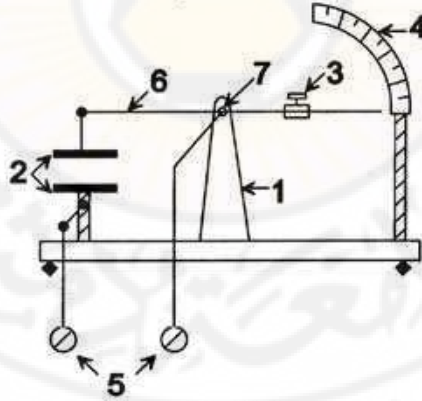


الشكل (4-11)

٤-٧-٤ - جهاز تومسون لقياس فرق الكمون الكهربائي الساكن :

Thomson Static Voltmeter

يتألف هذا الجهاز من مكثف كهربائي مستوي (2) ، إحدى صفيحتيه ثابتة على هيكل الجهاز ، والصفيحة الأخرى حرة الحركة . وتربط هذه الصفيحة حرة الحركة إلى طرف عتلة (6) ترتكز إلى محور دوران (7) والطرف الآخر للعتلة يحمل مؤشراً يتحرك أمام تدريجة القياس (4) كما هو مبين في الشكل (4-12).

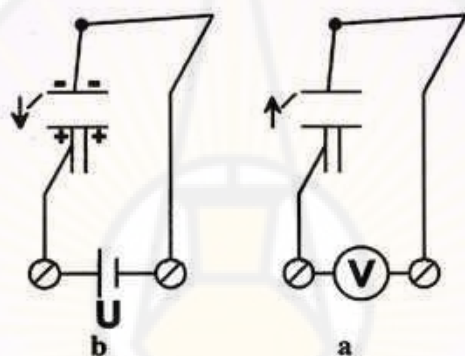


الشكل (4-12)

في الشكل (4-13-a) -تقترب الصفيحتان المعدنيتان من بعضهما بسبب ظهور القوة الكهربائية ، عند تطبيق توتر على المكثف وبالتالي عند ظهور شحنات كهربائية على الصفيحتين ولكي تعود الصفيحتان إلى وضعيهما الأصلية يجب تفريغ المكثف وإزالة

الشحنات الكهربائية وهذا يتم عن طريق ربط مقياس توتر فيتم التفريغ عبر مقاومة هذا الجهاز .

وعند شحن الصفيحتين الكهربائيتين بتطبيق التوترات عليهما، فإنه سوف تنتج قوة تجاذب كهربائية بين الشحنتين $+Q, -Q$ وسوف تحرك هذه القوة الصفيحة الحرة فتدور العتلة حول محورها ويدل تحرك المؤشر على قيمة التوتر أمام تدريجة الجهاز . ويستعمل الوزن الإضافي (3) لتأمين توازن المؤشر على الوضعية (0)



الشكل (4-13)

الفصل الخامس

تطبيقات عملية لحساب بعض الحقول الكهربائية
الساكنة والطاقة والقوى في الحقل الكهربائي
الساكن

Exercises and Problems

٥- تطبيقات عملية لحساب بعض الحقول الكهربائية الساكنة والطاقة والقوى في الحقل الكهربائي الساكن :

٥-١- حساب الحقل الكهربائي والكمون المتولد عن شحنة كهربائية موزعة خطياً

على ناقل خطي لا نهائي الطول :

يطلب حساب الحقل الكهربائي المتولد حول الناقل الكهربائي الخطي المشحون بشحنة كهربائية Q والموزعة توزيعاً منتظماً على طول هذا الناقل كما هو مبين في الشكل (5-1) ولهذا الأمر نقوم بتطبيق قانون التدفق الكهربائي الساكن على سطح مغلق يتم اختياره بشكل متلائم مع بنية الحقل الكهربائي الساكن الذي يتولد عن الناقل المعتبر والمشحون .

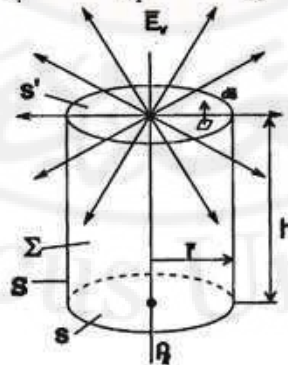
لذلك نعتبر أن هناك سطحاً أسطوانياً دائرياً مغلقاً يتمركز مع الناقل ، نصف قطره r ويمر في النقطة M التي نرغب حساب شدة الحقل الكهربائي الساكن فيها .

إن تطبيق قانون التدفق الكهربائي الساكن على هذا السطح يعطينا :

$$\psi = \oint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\Sigma}$$

$$Q_{\Sigma} = \rho_l \cdot h$$

$$\oint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{s}_2 + \iint_{S_r} \vec{D} \cdot d\vec{s}_r = \rho_l \cdot h$$



الشكل (5.1)

لكن على السطح S_1 لدينا :

$$\vec{D} \perp \vec{ds}_1 \Rightarrow \vec{D} \cdot \vec{ds}_1 = 0$$

وعلى السطح S_2 لدينا :

$$\vec{D} \perp \vec{ds}_2 \Rightarrow \vec{D} \cdot \vec{ds}_2 = 0$$

وعلى السطح S_3 لدينا :

$$\vec{D} \uparrow \vec{ds}_3 \Rightarrow \vec{D} \cdot \vec{ds}_3 = D \cdot ds_3$$

ويمكن أن نكتب :

$$\psi = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{ds} = \oint_{S_3} \vec{D} \cdot \vec{ds}_3 = D \cdot s_3 = \rho_l \cdot h$$

لكن السطح الجانبي للأسطوانة يساوي :

$$S_3 = 2\pi r \cdot \ell$$

ومنه ينتج :

$$D \cdot 2\pi r \cdot \ell = \rho_l \cdot h$$

$$D = \frac{\rho_l}{2\pi r} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

أي أن قيمة الحقل الكهربائي الساكن في النقطة M تتناسب طردياً مع الكثافة الخطية للشحنة الكهربائية وعكساً مع المسافة بين محور الناقل والنقطة M التي نحسب فيها الحقل r .

ويمكن حساب الكمون الكهربائي في النقطة M بتطبيق علاقة الكمون الكهربائي الساكن كما يلي :

$$V_M - V_0 = - \int_0^M \vec{E}_l \cdot \vec{dr}$$

حيث V_0 هو كمون مبدأ الإحداثيات و V_M كمون النقطة M وبإستبدال علاقة الحقل $\vec{E}$ في علاقة الكمون ينتج :

$$V_M - V_0 = - \int_0^M \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r} \cdot \vec{ds}}{r^2}$$

$$V_M - V_0 = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \cdot (\ell n r_0 - \ell n r_M)$$

ولكي يكون الكمون V_0 في مبدأ الإحداثيات مساوياً للصفر يجب أن يكون $r_0 = 1$

$$V_M = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ell n \cdot \frac{1}{r_M}$$

وهذه العلاقة تمثل كمون النقطة M نسبة لكمون مبدأ الإحداثيات $V_0=0$ ويسمى مثل هذا الكمون ، كموناً لوغاريتمياً .

٥-٢- حساب الحقل الكهربائي والكمون المتولد عن شحنة كهربائية موزعة بشكل منتظم على سطح ناقل معدني كروي أجوف :

يطلب حساب الحقل الكهربائي المتولد حول ناقل كهربائي كروي أجوف مشحون بشحنة موزعة بشكل منتظم على سطح هذا الناقل كما هو مبين في الشكل (2-5). وبسبب التناظر الهندسي للكرة المعدنية المشحونة ، والتوزيع السطحي المنتظم للشحنات على هذه الكرة ، فإن الحقل الكهربائي المتولد عن هذه الكرة سيكون حقلاً متناظراً وستكون خطوط الحقل عمودية على سطح الكرة وتمثل امتداداً لأنصاف أقطارها .

نقوم بتطبيق قانون التدفق الكهربائي الساكن على سطح مغلق يتم اختياره بشكل يتلائم مع بنية الحقل الكهربائي الذي يتولد عن الناقل المعبر والمشحون .

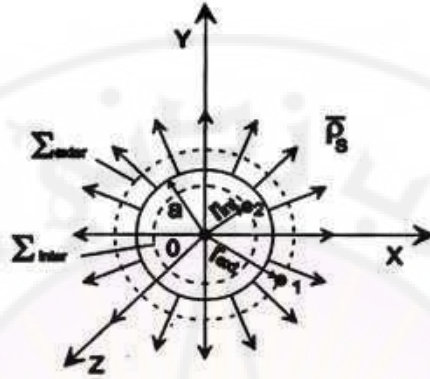
لذلك نعتبر أن هناك سطحاً كروياً متمركزاً مع الكرة المعدنية ونصف قطر هذا السطح r ويمر في النقطة M التي نرغب حساب شدة الحقل الكهربائي الساكن فيها .

عندما يكون لدينا $r_M \geq a$ فإن النقطة M تقع خارج الكرة المعدنية المشحونة .

إن تطبيق قانون غاوص للتدفق الكهربائي الساكن يعطينا :

$$\psi = \oint_{\Sigma_{ex}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \iint_{\Sigma_{ex}} \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{\Sigma}$$

$$\psi = \iint_{\Sigma_{ex}} \epsilon_0 \vec{E}_r \cdot d\vec{s} = q_{\Sigma}$$



الشكل (5-2)

لكن سطح الكرة يساوي

$$S = 4\pi r^2$$

$$\epsilon_0 E_V \cdot 4\pi r^2 = q_{\Sigma}$$

ومنه ينتج :

$$E_V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

ويكون الحقل الكهربائي شعاعياً ، منطبقاً على نصف القطر الذي يمر في النقطة M التي نحسب فيها هذا الحقل ، أي :

$$\overline{E_V} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

وبكون الكمون الكهربائي في هذه النقطة

$$V_M - V_0 = - \int_0^M \overline{E_V} dr$$

$$V_M - V_0 = - \int_0^M \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \cdot \overline{dr}$$

$$V_M - V_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_0} \right)$$

حيث V_0 هو كمون النقطة المعتبرة مبدأ إحداثيات الكمونات حيث $V_0=0$. ويمكن أن نلاحظ أن $V_0=0$ عندما يكون لدينا $r_0 = \infty$.

إن الكمون في النقطة M منسوباً إلى كمون المبدأ يعطى بالعلاقة

$$V_M = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_M}$$

وإذا رغبتنا حساب شدة الحقل في النقطة M التي تقع داخل سطح الكرة المعدني المشحون فإنه يطبق قانون التدفق الكهربائي الساكن على سطح كروي مطلق Σ_{int} يمر في النقطة M نحصل على مايلي :

لكي تكون النقطة M واقعة داخل الكرة فإنه يجب أن يكون لدينا :

$$r_M \leq a$$

$$\psi = \oint_{\Sigma_{int}} \vec{E}_r \cdot d\vec{s} = q_{int}$$

لكن الشحنة $q_{int}=0$ لعدم وجود شحنات داخل الكرة الجوفاء ، ينتج لدينا :

$$\psi = \oint_{\Sigma_{int}} \epsilon_0 \vec{E}_r \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{r_{int}} = 0$$

أي أن شدة الحقل الكهربائي الساكن داخل الكرة المعدنية المشحونة والجوفاء تساوي الصفر . وكذلك ينتج لدينا :

$$V_M=0$$

٥-٣- حساب الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي المتولد عن شحنة كهربائية

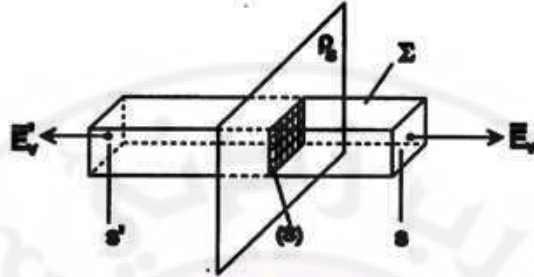
موزعة بشكل منتظم على سطح ناقل معدني مستو لا نهائي :

إذا طبقنا قانون التدفق الكهربائي الساكن على سطح مغلق متوازي المستطيلات متعامد مع الناقل المستوي المشحون ، كما هو مبين في الشكل (5-3) فإنه يمكن أن نكتب :

$$\psi = \oint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\Sigma}$$

حيث لدينا : شحنة السطح Q_{Σ} وهذه تساوي :

$$Q_{\Sigma} = \rho_s \cdot S$$



الشكل (5-3)

ويمكن أن نكتب :

$$\oint \epsilon_0 \overline{E_v} \cdot d\vec{s} = \rho_s \cdot S$$

$$\oint \epsilon_0 \overline{E_v} \cdot d\vec{s} = \int_S \epsilon_0 \overline{E_v} \cdot d\vec{s} + \int_{S'} \epsilon_0 \overline{E_v} \cdot d\vec{s} = \rho_s \cdot S$$

$$2 \cdot \epsilon_0 E_{1'} \cdot S = \rho_s \cdot S$$

$$E_{1'} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$$

ويكون الحقل الكهربائي شعاعياً ، عمودياً على السطح المشحون في كافة النقاط التي نحسب بها شدة الحقل ، كما هو مبين في الشكل (5-4) بحيث يمكن أن نكتب :

$$\overline{E_v} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \cdot \vec{k}$$

ويحسب الكمون الكهربائي في النقطة M بالعلاقة التالية :

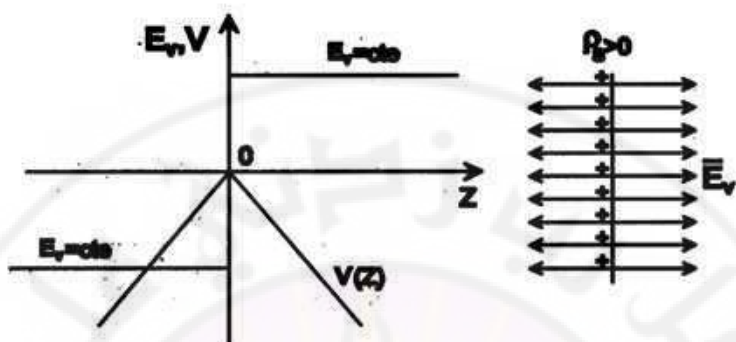
$$V_M - V_0 = - \int_0^M \overline{E_v} \cdot d\vec{r}$$

$$V_M - V_0 = - \int_0^M \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \cdot d\vec{r}$$

$$V_M - V_0 = - \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} (Z_M - Z_0)$$

وباعتبار $V_0=0$ مبدأ إحداثيات الكمون ينتج لدينا :

$$V_M = - \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} Z_M$$



الشكل (5-4)

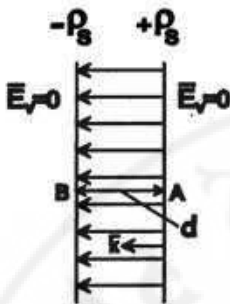
٥-٤- حساب الحقل الكهربائي والكمون المتولد عن سطحين معدنيين متوازيين مشحونين بشحنات متساوية ومتعاكسة :

يمكن إيجاد شدة الحقل الكهربائي الساكن الذي يتولد في هذه الحالة بين السطحين المشحونين وخارجهما ، استناداً إلى التطبيق السابق حيث تعتبر أولاً حالة الحقل والكمون الكهربائي المتولد عن سطح مشحون بشحنة $+Q$ ، ثم تعتبر ثانياً حالة الحقل والكمون الكهربائي المتولد عن سطح مشحون بشحنة $-Q$ ثم تراكم الحالتين معاً ، لنحصل على المطلوب ، كما هو مبين في الشكل (5-5) .

يمكن أن نلاحظ من تطبيق مبدأ التراكم أن الحقل الكهربائي الناتج عن السطحين المشحونين سيكون معدوماً خارج السطحين ويأخذ قيمة ثابتة بين السطحين فقط ، وتساوي هذه القيمة :

$$\overline{E_v} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} k$$

ويساوي التوتر بين السطحين المستويين المشحونين لفرق الكمون الكهربائي بينهما ، أي :

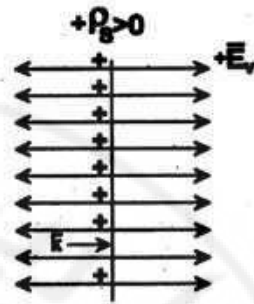


$$|E_v| = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$$



$$|E_v| = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

الشكل (5-5)



$$|E_v| = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

أي :

$$U_{12} = \int_1^2 \overline{E_v} \cdot d\overline{r} = \overline{E_v} \cdot \overline{r} = E_v \cdot d$$

$$U_{12} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \cdot d$$

وإذا اعتبرنا أن شحنة كل سطح تساوي :

$$\rho_s = \frac{Q}{S}$$

ينتج لدينا :

$$U_{12} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \cdot d$$

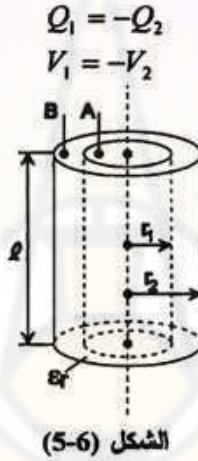
ومن هنا نحصل على سعة المكثف المستوي :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{\phi}{\epsilon_0 S} \cdot d}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

٥-٥-٥- حساب سعة المكثف الكهربائي الأسطواني :

و يتألف هذا المكثف من ناقلين معدنيين أسطوانيين متمركزين معاً ، نصف قطر الاسطوانة الداخلية r_1 ونصف قطر الاسطوانة الخارجية r_2 والوسط العازل الموجود بين الاسطوانتين يعرف بثابتة العازلية ϵ_r كما هو مبين في الشكل (5-6) .
يمكن أن نلاحظ ، وأن السطحين الأسطوانيين يشكلان مكثفاً ، أي يؤلفان نظاماً كهربائياً متكاملأً يتحقق فيه الشرط :



وسوف ينتج عن هذين السطحين حقل كهربائي له قيمة لا تساوي الصفر بين الاسطوانتين فقط ، أما ضمن الاسطوانة الداخلية وخارج الاسطوانة الخارجية ، فإن قيمة الحقل ستكون معدومة ، وستكون خطوط الحقل أنصاف أقطار الاسطوانة الدائرية، وتنطلق من مركز الاسطوانة وبشكل عمودي على كل من السطحين المعدنيين .

إن قيمة الحقل الكهربائي ضمن المكثف تعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{q}{2\pi r l \epsilon}$$

أما قيمة التوتر الذي يظهر بين صفحتي المكثف الأسطواني فتساوي قيمة فرق الكمون بينهما ويحسب بالعلاقة التالية :

$$U_{AB} = \int_A^B \overline{E_v} \cdot dr = \frac{q}{2\pi\epsilon\ell} \int_A^B \frac{dr}{r}$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon\ell} \cdot \ln \frac{r_B}{r_A}$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{q}{2\pi\epsilon\ell} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

وبالتالي فإن سعة المكثف الأسطواني تحسب بالعلاقة :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\epsilon\ell} \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon\ell}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

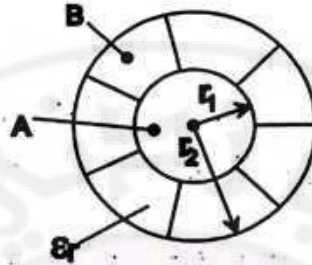
وإذا افترضنا أن طول المكثف الأسطواني يساوي متراً واحداً فإن سعة هذا المكثف ستساوي:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon r}{2.3\ell \lg r_2}$$

٥-٦- حساب سعة المكثف الكهربائي الكروي :

ويتألف هذا المكثف من ناقلين معدنيين كرويين متمركزين معاً نصف قطر الكرة الداخلية r_1 ونصف قطر الكرة الخارجية r_2 والوسط العازل الموجود بين الكرتين يعرف بثابتة العازلية ϵ_r كما هو مبين في الشكل (5-7) .
يمكن أن نلاحظ أن الكرتين تشكلان معاً نظاماً كهربائياً متكاملاً وتحقق شحناتهما الشرط :

$$\begin{aligned} Q_1 &= -Q_2 \\ V_1 &= -V_2 \end{aligned}$$



الشكل (5-7)

وسوف ينتج عن هذين السطحين الكرويين حقل كهربائي له قيمة لا تساوي الصفر بين الكرتين فقط ، أما ضمن الكرة الداخلية وخارج الكرة الخارجية فان قيمة الحقل ستكون مساوية للصفر . وستكون خطوط الحقل أنصاف أقطار الكرات وتتطلق من المركز وبشكل عمودي على كل من سطحي الكرتين المتمركزتين .

إن قيمة الحقل الكهربائي ضمن المكثف يعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

أما قيمة التوتر الذي تظهر بين صفيحتي المكثف الكروي ، فتساوي قيمة فرق الكمون بينهما ، وبحسب بالعلاقة التالية :

$$U_{AB} = \int_A^B E_r \cdot dr = \frac{q}{4\pi\epsilon} \int_A^B \frac{dr}{r^2}$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

وبالتالي فان سعة المكثف الكروي تحسب بالعلاقة :

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)}$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}} = \frac{4\pi\epsilon r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

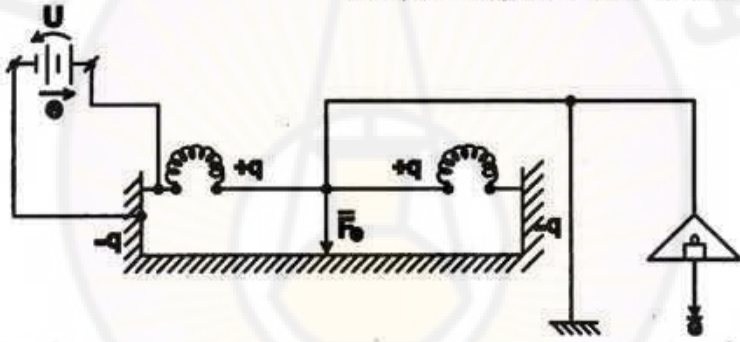
وإذا كان r_B متناهياً في الكبر فانه يمكن أن نكتب :

$$C = \lim_{r_B \rightarrow \infty} \frac{4\pi\epsilon_0 r_A r_B}{r_B - r_A} = 4\pi\epsilon_0 \epsilon r_A$$

ونلاحظ من هذه العلاقة انه لكي يكون المكثف مثالياً فان الكرة الخارجية يجب أن تكون كبيرة جداً وذات نصف قطر لا نهائي . لذلك لا تصنع عملياً مكثفات كروية .

٥-٧- قياس الشحنات الكهربائية بواسطة مقياس تومسون:

يتضمن هذا المقياس مكثفاً كهربائياً مستوياً ، وعتلة مربوطة مع ميزان يستخدم لتأمين توازن المقياس كما هو مبين في الشكل (5-8)



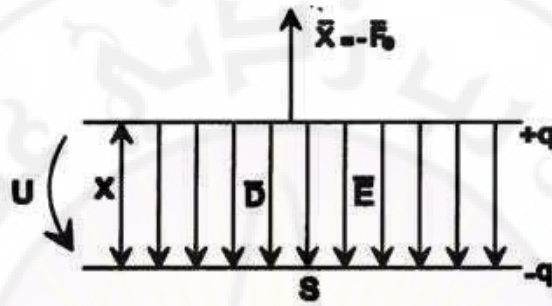
الشكل (5-8)

عند شحن المكثف C بشحنة q ، فان قوة كهربائية سوف تظهر بين صفيحتي المكثف $\vec{F}_e$ وبما أن صفيحة المكثف الموجبة حرة الحركة فان توازن العتلة سوف يختل ، ولكي نعيد هذا التوازن نضع أوزاناً ملائمة في الميزان ، وعندما يتحقق التوازن من جديد سيكون لدينا :

$$\vec{F}_e = \vec{G}$$

ولحساب قيمة $\vec{F}_e$ التي تظهر بين صفيحتي المكثف عند شحنه بشحنة Q فإننا نطبق نظرية القوة العامة الثانية في الحقل الساكن ، كما هو مبين في الشكل (5-9).
إن الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف تعطى بالعلاقة:

$$W_e = \frac{CU^2}{2}$$



الشكل (5-9)

ومن الشكل لدينا :

القوة العامة X تساوي :

$$X = -\overline{F_e}$$

$$X = \frac{\partial W_e}{\partial x} \bigg|_{V=ct}$$

$$X = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{CU^2}{2} \right) \bigg|_{V=ct}$$

$$X = \frac{U^2}{2} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{U^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\epsilon_0 S}{x} \right)$$

$$X = -\frac{\epsilon_0 U^2}{2} \frac{S}{x^2} = -\overline{F_e}$$

ومن علاقة تعريف سعة المكثف لدينا :

$$U = \frac{q}{C} \Rightarrow U^2 = \frac{q^2}{\left(\frac{\epsilon_0 S}{x} \right)^2}$$

وبالاستبدال في علاقة القوة العامة ينتج لدينا :

$$X = \frac{\epsilon_0}{2} \frac{q^2}{\epsilon_0^2 S^2} \cdot \frac{S^2}{x^2}$$

$$X = -\frac{1}{2} \frac{q^2}{\epsilon_0 S} = F_e$$

ومن هنا يمكن أن نقيس الشحنة الكهربائية للمكثف بواسطة الميزان وذلك باستعمال العلاقات التالية :

$$q = \sqrt{2\epsilon_0 S F_e} = \sqrt{2\epsilon_0 S G}$$

الفصل السادس
الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة
Kinetic Electricity – Steady State

Kinetic Electricity

٦- الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة :

Direct Current

التيار المستمر :

Definition

٦-١- تعريف الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة :

تسمى الحالة الكهربائية المتحركة ، حالة الأجسام التي يمكن أن تتحرك فيها الشحنات الكهربائية بسرعة محددة وتحت تأثير قوة خارجية وفي اتجاه معين ، وعندما تكون سرعة تحرك هذه الشحنات ضمن الأجسام ثابتة فإن هذه الحالة تسمى الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة .

ولكي تتحرك الشحنات الكهربائية ضمن أي جسم من الأجسام فإن هذه الشحنات يجب أن تكون حرة الحركة وهذا الأمر ينطبق على الأجسام المعدنية حيث تتحرك فيها الإلكترونات ، وينطبق أيضاً على السوائل الكهركيميائية حيث تتحرك فيها الأيونات الموجبة والسالبة كل في اتجاه معاكس . وهذه الأجسام تسمى النواقل الكهربائية ويسمى التيار الكهربائي حركة أو جريان الشحنات الكهربائية ضمن الأجسام الناقلة في اتجاه معين وتحت تأثير قوة معينة . وعندما تكون حركة الشحنات الكهربائية داخل النواقل منتظمة وثابتة وفي اتجاه واحد ، فإن التيار الكهربائي يسمى التيار الكهربائي المستمر .

وكما نعلم فإنه يوجد في الطبيعة نوعان من الشحنات الكهربائية شحنة موجبة ، وهي تمثل على مستوى البنية الذرية للمواد ، شحنة البروتون وشحنة سالبة وهي تمثل أيضاً شحنة الإلكترون . وأي جريان أو تحرك شحنة موجبة في اتجاه ما ضمن النواقل يكافئ لجريان أو تحرك شحنة سالبة مساوية للأولى ومعاكسة في الاتجاه ، في اتجاه معاكس للأول ضمن النواقل الكهربائية .

ولقد اصطلح في العلوم الكهربائية أن يكون اتجاه التيار الكهربائي مطابقاً لاتجاه جريان وتحرك الشحنات الموجبة في النواقل الكهربائية وبذلك فإن اتجاه التيار الكهربائي يكون أيضاً معاكساً لاتجاه جريان وتحرك الشحنات السالبة في النواقل الكهربائية ، أي معاكساً لاتجاه حركة الإلكترونات الحرة في النواقل .

ولكي تتحقق الحالة الكهربائية المتحركة فإن أحد شروط السكون التالية :

$$\bar{V} = 0$$

$$\frac{d}{dt} = 0$$

$$\Delta W_T = 0$$

يجب أن يكون غير محقق، أي يجب أن يكون لدينا :

$$\bar{V} \neq 0 , \quad \frac{d}{dt} \neq 0 , \quad \Delta W_T \neq 0$$

ولكي تستمر حركة الشحنات ضمن النواقل الكهربائية ، فإنه يجب أن تطبق عليها قوى تعمل على تحريكها ، هذه القوى تسمى القوى المحركة الكهربائية (ق.م.ك) ويجب أن تستطيع هذه الشحنات أن تتحرك في النواقل بشكل حر ويجب أيضاً أن يكون هناك طريق ما ، على شكل منحنى مغلق يمكن أن تتحرك عليه الشحنات بشكل مستمر ، وهذا الطريق يجب أن يكون مؤلفاً من مجموعة من الأجسام الناقلة التي تسمح بحركة الشحنات فيها بشكل حر .

إن القوى المحركة الكهربائية التي تؤثر على الشحنات الكهربائية تؤدي إلى تحريك هذه الشحنات وبالتالي تؤدي إلى توليد التيار الكهربائي في الأجسام هي دائماً قوى ذات طبيعة لا كهربائية ، فهي يمكن أن تكون قوى ميكانيكية أو قوى كيميائية أو قوى حرارية أو قوى مغناطيسية .

٦-٢-٢- المصادر العملية للقوى المحركة الكهربائية :

Electric Motive Forces

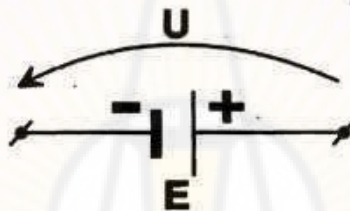
Batteries and Cells

٦-٢-١- البطاريات والمدخرات الكهربائية :

ويتم في هذه المصادر تحويل الطاقة الكيميائية في أثناء عملية تفريغ البطاريات أو المدخرات إلى طاقة كهربائية .

وتولد هذه البطاريات توترات كهربائية صغيرة نسبياً بين أقطابها لا تتجاوز 1.5V فولط .

وعند إغلاق دائرة كهربائية بين قطبي بطارية ما ، فإن القوة المحركة الكهربائية ستؤثر على الشحنات الكهربائية حرة الحركة ، في أجسام الدارة الكهربائية مما يؤدي إلى توليد تيار كهربائي سيمر خارج البطارية من القطب الموجب إلى القطب السالب ، بينما يمر داخل البطارية من القطب السالب إلى القطب الموجب ، ويساوي العمل المبذول لتحريك واحدة الشحنات الكهربائية من القطب السالب إلى القطب الموجب ، القوة المحركة الكهربائية للبطارية (ق.م.ك) والتي يرمز لها بـ (e) في الحالة العامة للكهرباء المتحركة و (E) في حالة التيار المستمر كما هو مبين في الشكل (6-1).



الشكل (6-1)

حيث يبين الشكل رمز البطارية الكهربائية (ق.م.ك) وحيث يمثل الخط الطويل من رمز البطارية القطب الموجب ويمثل الخط القصير القطب السالب وحيث يمكن أن نكتب :

$$E = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$d\vec{F}_e = dq \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{d\vec{F}_e}{dq}$$

$$E = \int \frac{d\vec{F}_e \cdot d\vec{r}}{dq}$$

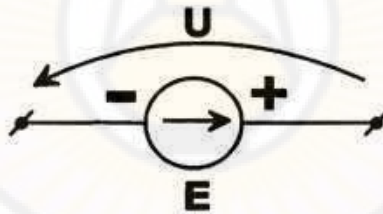
لكن لدينا $d\vec{F}_e \cdot d\vec{r}$ تمثل العمل المصروف لنقل واحدة الشحنات dq من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل البطارية .

Electric Generators

٢-٢-٦ المولدات الكهربائية :

ويتم في هذه المصادر تحويل الطاقة الميكانيكية في أثناء دوران المولدات الكهربائية إلى طاقة كهربائية .

وتولد هذه المولدات توترات كهربائية كبيرة نسبياً بين قطبيها . وعند إغلاق دائرة كهربائية بين قطبي مولد ما ، فإن القوة المحركة الكهربائية ستؤثر على الشحنات الكهربائية حرة الحركة في أجسام الدارة الكهربائية مما يؤدي إلى توليد تيار كهربائي سيمر خارج المولد من القطب الموجب إلى القطب السالب ، بينما يمر داخل المولد من القطب السالب إلى القطب الموجب . ويساوي العمل المبذول لتحريك واحدة الشحنات الكهربائية من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد ، القوة المحركة الكهربائية للمولد (ق.م.ك) والتي يرمز لها (c) أو (E) ويرمز للقوة المحركة الكهربائية الناتجة عن مولد كما هو مبين في الشكل (6-2)



الشكل (6-2)

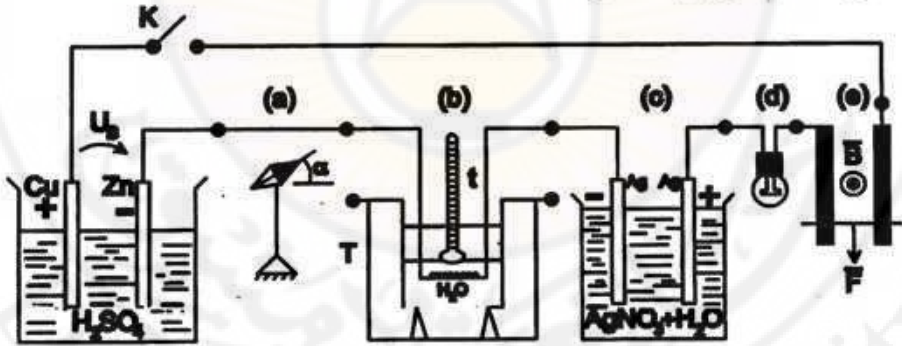
حيث يمثل السهم اتجاه التيار داخل المولد الكهربائي من القطب السالب إلى القطب الموجب وتجدر الإشارة إلى أن مصادر القوة المحركة الكهربائية المذكورة هي مصادر عكوسية (REVERISBLE) حيث يمكن أن تتحول الطاقة الكهربائية المطبقة على البطاريات إلى طاقة كيميائية ويمكن أن تتحول الطاقة الكهربائية المطبقة على المولدات إلى طاقة ميكانيكية حركية . إن واحدة قياس القوى المحركة هي $[E]=[V]$ الفولط .

٦-٣- الآثار الناتجة عن الحالة الكهربائية المتحركة :

Effects of Kinetic Electricity

إذا اعتبرنا الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (6-3) والتي تتألف من مصدر للقوة المحركة الكهربائية - بطارية مثلاً - مربوطة مع مسعر حراري ومع وعاء تحليل كيميائي - وعاء فولط - ومع مصباح كهربائي ومع سكة معدنية تنزلق عليها مسطرة معدنية تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي .

عندما يكون القاطع (K) مفتوحاً ، فإنه لن يمر أي تيار كهربائي في الدارة ، بالرغم من وجود (ق.م.ك) فيها وبالرغم من أن جميع الأجسام المكونة للدارة هي أجسام ناقلة وتسمح بحركة الشحنات الكهربائية فيها بحرية ، وذلك لأن الطريق الذي تسلكه الشحنات يكون مقطوعاً بالهواء العازل الموجود بين قطبي القاطع (K). وعند إغلاق القاطع (K) فإنه سوف تظهر حالة كهربائية جديدة تختلف عن حالة الكهرباء الساكنة تسمى الحالة الكهربائية المتحركة .



الشكل (6-3)

وتتميز الحالة الكهربائية المتحركة بظهور الآثار التالية المرافقة لها :

- أ- تظهر حول الناقل الكهربائي الذي يمر به تيار كهربائي قوى وعزوم مغناطيسية تؤثر على الأجسام المغناطيسية الموجودة بالقرب من هذا الناقل ، كما هو حال الإبرة المغناطيسية التي تؤدي هذه القوى والعزوم إلى انحرافها بزاوية

α تتناسب مع شدة التيار الذي يمر في الناقل . ويسمى هذا الأثر المغناطيسي للتيار الكهربائي .

ب - تظهر طاقة حرارية في الناقل الذي يمر به تيار كهربائي تؤدي هذه الطاقة الحرارية إلى تسخين الناقل الذي يمر عبر المسعر مما يؤدي إلى تسخين الماء ضمن المسعر فترتفع درجة حرارته ويسمى هذا الأثر الحراري للتيار الكهربائي.

ج- تظهر طاقة كيميائية في وعاء فولطا للتحليل تنتج عن الناقل الذي يمر به تيار كهربائي ، تؤدي هذه الطاقة إلى ذوبان القطب الموجب للوعاء والمصنوع من الفضة وإلى توضع الفضة الذائبة على القطب السالب لوعاء فولطا ويسمى هذا الأثر الكيميائي للتيار الكهربائي .

د - عندما يمر التيار في الناقل الكهربائي في المصباح ، فإن هذا المصباح يتوهج وهذا يسمى الأثر الضوئي للتيار الكهربائي .

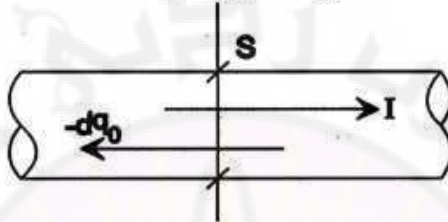
هـ- عندما يمر التيار الكهربائي في الناقل عبر السكتين والمسطرة المرتكزة عليهما وتحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي $\vec{B}$ ، فإنه سوف تؤثر على هذه المسطرة قوة كهروستاتيكية تسبب تحريك المسطرة على السكتين وهذا يسمى الأثر الميكانيكي للتيار الكهربائي .

٦-٤ شدة تيار الناقلية الكهربائي : Conduction Current Intensity

نعرف الحالة الكهربائية المتحركة بواسطة كمية فيزيائية تسمى شدة التيار الكهربائي، أو شدة تيار الناقلية الكهربائي ويرمز لها I . ونعرف هذه الكمية عادة نسبة إلى سطح مقطع ما ضمن الأجسام الناقلة وتساوي مرعة انتقال الشحنات الكهربائية عبر هذا السطح خلال ثانية واحدة ، كما هو مبين في الشكل (4-6) . حيث يمكن أن نكتب علاقة التعريف التالية :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{dq}{dt}$$



الشكل (6-4)

وتظهر إشارة السالب في العلاقة السابقة ، لأن الاتجاه الموجب للتيار I هو بعكس اتجاه حركة الشحنات السالبة $-dq_0$.

وتساوي واحدة قياس شدة تيار الناقلية للأمبير

$$[I] = \frac{[q]}{[t]} = \frac{[C]}{[S]} = [A]$$

أي كولومب في الثانية أي الأمبير ، ويساوي الأمبير بالتعريف لكمية الشحنات الكهربائية التي إذا مرت لمدة ثانية واحدة عبر وعاء فولتا للتحليل الكيميائي ، والذي يحتوي على أزونات الفضة ، فإنها ترسب على المهبط كمية من الفضة تساوي غراماً واحداً .

٦-٥- توزيع التيار الكهربائي في الأجسام الناقلة - كثافة التيار :

Conduction Current Density

لكي نميز الحالة الكهربائية المتحركة في نقطة ما من نقاط ناقل معدني ، عندما تكون الشحنات الكهربائية المتحركة موزعة في كافة أنحاء حجم هذا الناقل ، فإننا نعرف كمية فيزيائية شعاعية مشتقة من شدة تيار الناقلية الكهربائي ، تسمى كثافة تيار

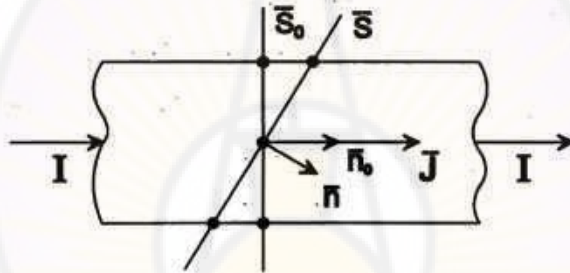
الناقلية الكهربائي أو كثافة التيار ويرمز لها $(\vec{J})$ وتعرف بالعلاقة التالية :

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

أي أن تدفق شعاع كثافة التيار $\bar{J}$ عبر السطح S ضمن الناقل الكهربائي ، يساوي شدة تيار الناقلية الذي يمر عبر هذا السطح ، كما هو مبين في الشكل (6-5).
 إن علاقة التدفق الشعاعية تبين لنا أنه لكي تكون كثافة التيار ثابتة نسبة لأي مقطع ضمن الناقل فإن الجداء يتعلّق بـ $\cos \alpha$ بين الحقل $\bar{J}$ والناظم على السطح $\bar{ds}$ حيث لدينا :

$$I = \iint_{S_1} \bar{J} \cdot \bar{ds}_1 = \iint_{S_0} \bar{J} \cdot \bar{ds}_0$$

$$I = J \cdot S_1 \cos \alpha_1 = J \cdot S_0 \cdot \cos \alpha_0$$



الشكل (6-5)

أي أن (I) تبقى ثابتة و (J) ثابتة والذي يتغير هو لسطح (S) والزاوية (α) .
 وتعطى واحدة قياس كثافة التيار بالعلاقة :

$$[J] = \frac{[I]}{[S]} = \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

وحيث ، لا توجد في التطبيقات العملية نواقل كهربائية يقاس سطح مقطعها بالأمتار المربعة ، بل بالمليمترات المربعة لذلك تستخدم في الحياة العملية واحدة قياس هي :

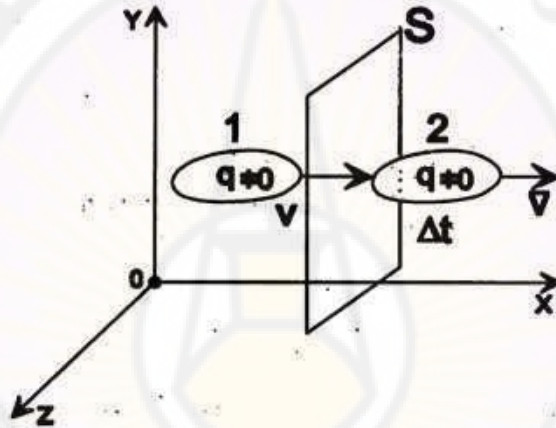
$$[J] = \left[\frac{A}{mm^2} \right] = 10^6 \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

Convection Current Intensity

٦-٦- شدة تيار الانتقال الكهربائي :

ليكن لدينا جسم مشحون $q \neq 0$ والشحنات موزعة في كافة أنحاء هذا الجسم . وإذا كانت الشحنات في الجسم ثابتة لا تتحرك بل يتحرك الجسم بكامل شحناته بسرعة لا

تساوي الصفر $V \neq 0$ نسبة لمحاور إحداثيات z, y, x . وإذا افترضنا أنه يوجد لدينا سطح S ثابت في الفراغ كما في الشكل (6-6) عندما يمر الجسم المشحون عبر السطح (S) الثابت في الفراغ، فإن هناك شحنات كهربائية موزعة على هذا الجسم ستمر عبر السطح أيضاً وبسرعة تساوي $\bar{V}$. إن كمية الشحنات للكهربائية الثابتة نسبة للجسم والتي تخترق السطح S في واحدة الزمن تعرف تياراً جديداً يسمى تيار الانتقال الكهربائي ويرمز له I_v .



الشكل (6-6)

ويمكن أن نعرف هذا التيار بالعلاقة التالية المشابه لتعريف تيار الناقلية الكهربائي I .

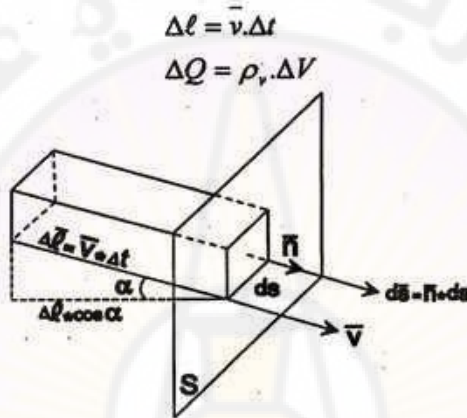
$$I_v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$I_v = \iint_S \bar{J}_v \cdot d\bar{s}$$

ويجدر أن نبين هنا أن تغير الشحنات Δq في حالة تيار الانتقال الكهربائي تنتج عن انتقال الجسم المشحون بسرعة تساوي v نسبة لمحور إلى إحداثيات وبالتالي نسبة للسطح الثابت S .

وإذا افترضنا أنه يوجد لدينا جسم عنصري على شكل متوازي سطوح حجمه ΔV ومشحون بشحنة عنصرية ΔQ موزعة توزيعاً منتظماً في حجم الجسم بكثافة حجمية ρ_v ، وإذا افترضنا أن طول ضلع الحجم العنصري متوازي السطوح يساوي Δl

وان سطح قاعدة متوازي السطوح يساوي ds وان سرعة انتقال هذا الجسم العنصري المشحون عبر السطح S تساوي v وان الزمن الكلي اللازم لكي يخترق متوازي السطوح بكامله السطح S يساوي Δt فانه يمكن أن نكتب كما هو مبين في الشكل (6-7).



الشكل (6-7)

وإذا افترضنا أن الجسم يرد نحو السطح S بزاوية α فانه يمكن أن نكتب :

$$\Delta V = \Delta l \cdot ds = ds \cdot v \cdot \Delta t$$

$$\Delta V = \Delta l \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

إن الشحنة العنصرية الموزعة على الحجم العنصري ستساوي :

$$\Delta Q = \rho_v \cdot \Delta V = \rho_v \cdot ds \cdot v \cdot \Delta t$$

وباعتبار علاقة تعريف شدة تيار الانتقال الكهربائي يمكن أن نكتب :

$$dI_v = \frac{d(\Delta Q)}{\Delta t} = \frac{\rho_v \cdot ds \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t}$$

$$dI_v = \rho_v \cdot v \cdot ds$$

أما التيار الكلي الذي ينتج عن ناقل كامل فيحسب بالعلاقة :

$$I_v = \iint_S \rho_v \cdot v \cdot ds$$

وبمقارنة هذه العلاقة مع علاقة كثافة التيار :

$$I_v = \iint_S \bar{J}_v \cdot d\bar{s}$$

ينتج لدينا أن كثافة تيار الانتقال الكهربائي تساوي

$$\bar{J}_v = \rho_v \cdot \bar{V}$$

Current Carriers

٦-٧-٦ - حاملات التيار الكهربائي:

تسمى حاملات التيار الكهربائي في النواقل الكهربائية المختلفة تلك الشحنات الكهربائية التي يسبب انتقالها في هذه النواقل مرور تيار كهربائي . وتختلف حاملات التيار حسب طبيعة النواقل الكهربائية التي تنتقل فيها ، ويمكن أن نميز الحالات التالية:

Metallic Conductors

٦-٧-٦ -١ حاملات التيار في النواقل المعدنية:

تكون حاملات التيار في هذه الحالة الإلكترونات حرة الحركة في النواقل والتي تمثل في الواقع إلكترونات الرابطة المعدنية التي تتولد بشكل غير منتظم وعشوائي بين مختلف ذرات النواقل المعدنية ذات البنية الكريستالية .

وعند تطبيق قوة محركة كهربائية خارجية على ناقل معدني فإن الإلكترونات الحرة ، تنتقل ضمن الناقل من النقاط ذات الكمون المنخفض إلى النقاط ذات الكمون المرتفع وبحركة موجهة ، مما يسبب مرور التيار الكهربائي في هذا الناقل . أما ذرات المعدن المكونة من النواة وفيها البروتونات والنيوترونات والإلكترونات محددة الحركة فإنها لن تتحرك تحت تأثير القوة المحركة الكهربائية الخارجية وذلك بسبب ارتباطها مع بعضها ضمن الشبكة البلورية للمعدن . ويكون اتجاه التيار الكهربائي في المعادن بعكس اتجاه الإلكترونات الحرة ذات الشحنات السالبة .

إن أفضل المواد المعدنية الناقلة للتيار الكهربائي هي الذهب والفضة والنحاس والألمنيوم.

إن التيار الكهربائي في حالة النواقل المعدنية هو تيار ناقلية حيث تتحرك الشحنات الكهربائية السالبة ضمن المادة الناقلة ولا يحدث انتقال لمادة المعدن الناقل .

٦-٧-٢ حاملات التيار في المحاليل الكيميائية الناقلة: Electrolytic conductors

تكون المحاليل الكيميائية الكهربائية متأينة وغنية بالأيونات الموجبة والسالبة وأحياناً بالإلكترونات السالبة. إن المحاليل الكيميائية الكهربائية هي محاليل الحموض في الماء أو محاليل الأملاح المعدنية في الماء .

وعند تطبيق فرق كمون ناتج عن قوة محرّكة كهربائية بين قطبين معدنيين مغموسين في المحلول ستتحرك الأيونات السالبة باتجاه القطب الموجب أي باتجاه النقطة ذات الكمون المرتفع بينما ستتحرك الأيونات الموجبة باتجاه القطب السالب أي باتجاه النقطة ذات الكمون المنخفض . وتكون حاملات التيار في هذه الحالة عبارة عن جسيمات مشحونة - الأيونات - لها أبعاد الجزيئات وتتحرك هذه الجسيمات المشحونة باتجاه القطب الموجب أو باتجاه القطب السالب حسب شحناتها الكهربائية . وهذا يعني أن هناك انتقال للمادة المشحونة ضمن المحاليل الكيميائية الناقلة وسوف ينتج عن حركة هذه الجسيمات المشحونة مرور تيار كهربائي في المحلول يمثل تيار الانتقال الكهربائي .

٦-٧-٣ حاملات التيار في حالة أنصاف النواقل: Semi Conductors

تعتبر المواد أنصاف الناقلة مواداً ذات خواص كهربائية تقع بين الخواص الكهربائية للنواقل وبين الخواص الكهربائية للعوازل . وتكون المواد أنصاف الناقلة عازلة عند درجات الحرارة المنخفضة وتزداد درجة توصيلها مع ارتفاع درجة الحرارة . ومن المواد أنصاف الناقلة نذكر السيليكون والجرمانيوم .

وتحرر بعض هذه المواد أنصاف النواقل في درجة الحرارة العادية جزءاً من إلكترونات التكافؤ التي تدخل في الرابطة المشتركة . وتترك هذه الإلكترونات التي

تتطلق حرة ، خلفها ذرات فيها نقص من الإلكترونات أي تترك خلفها ذرات ذات شحنات موجبة . ويطلق على الذرات التي ينقص فيها الكترون اسم النقب (Hole) وبكافئ النقب في أنصاف النواقل شحنة موجبة تساوي بالمقدار شحنة الكترون المنطلق حراً .

ويسمى الإلكترون الحر والنقب الذي ينتج عن انطلاق هذا الإلكترون زوج من الشحنات (PAIR) ويساهم هذا الزوج من الشحنات في حمل التيار في أنصاف النواقل. وتجدر الملاحظة أن عدد أزواج الشحنات في أنصاف النواقل يكون صغيراً جداً بالمقارنة مع عدد الإلكترونات الحرة في المعادن .

Gas Discharge

٦-٧-٤ - حاملات التيار في الغازات المتأينة:

إذا وضع غاز معين في ظروف مناسبة من الضغط ، وطبق عليه وبين نقطتين مختلفتين فرق في الكمون ، فإن هذا الغاز يمكن أن يسمح بمرور التيار الكهربائي فيه. وتكون حاملات التيار في هذه الحالة الأيونات الموجبة والإلكترونات السالبة التي تظهر في الغاز تحت تأثير الضغط العالي ، وتكون الغازات الخاملة من أفضل الغازات المتأينة .

الفصل السابع

المبادئ والقوانين والنظريات في

الكهرباء المتحركة المستقرة – التيار المستمر

Theories and Laws in Kinetic Electricity

Direct Durrent – D.C.

٧- المبادئ والقوانين والنظريات في الكهرباء المتحركة المستقرة - التيار المستمر
Theories and Laws in Kinetic Electricity - D.C.

٧-١ مقدمة :

تسمى الحالة الكهربائية المتحركة الحالة الكهربائية للأجسام التي لا يتحقق فيها أحد شروط السكون على الأقل . أي الحالة التي يمكن أن تتحرك الشحنات الكهربائية بسرعة $\bar{v}$ أو الحالة التي يمكن أن تتغير فيها قيمة الشحنات في الزمن أو الحالة التي تتغير فيها الطاقة الحرارية للنظام . ويمكن أن نكتب :

$$\bar{V} \neq 0 ; \quad \frac{d}{dt} \neq 0 ; \quad \Delta W_T \neq 0$$

ولكي تكون هذه الحالة الكهربائية المتحركة مستقرة ، فإن الكميات الفيزيائية المعروفة لها أي القوة المحركة الكهربائية E وشدة التيار الكهربائي I والتوتر الكهربائي U يجب أن تكون ثابتة في الزمن ، أي أن يكون مشتق هذه الكميات نسبة للزمن مساوياً للصفر . وحيث أن التيار I في هذه الحالة يجب أن يكون ثابتاً لا يتغير ، فإن هذا التيار يسمى التيار المستمر .

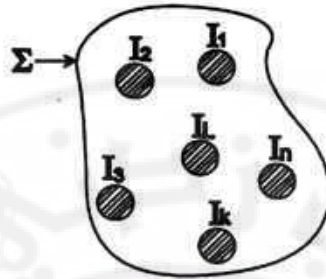
٧-٢ قانون مصونية الشحنات الكهربائية :

Charges Conservation

إذا اعتبرنا في الحالة الكهربائية المتحركة والمستقرة ، نظاماً مؤلفاً من عدد من الأجسام n تمر فيها تيارات مختلفة . وإذا اعتبرنا أنه يحيط بهذا النظام سطح مغلق (Σ) يمر عبر الأوساط العازلة ولا يتقاطع هذا السطح مع أي ناقل من نواقل النظام ، كما في الشكل (7-1) .

يمكن أن نلاحظ بسهولة أن شدة التيار الكهربائي الذي يعبر السطح المغلق (Σ) مساوي للصفر

$$I_{\Sigma} = 0$$

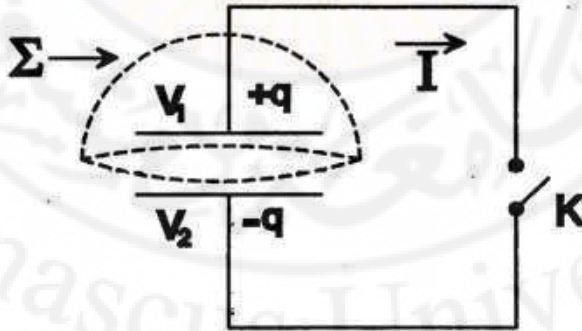


الشكل (7-1)

وهذا يعني أن الشحنات الكهربائية الكلية ضمن السطح (Σ) تبقى ثابتة ويمكن أن نكتب :

$$I_{\Sigma} = \frac{dq_{\Sigma}}{dt} = 0 \Rightarrow q_{\Sigma} = ct$$

أما إذا كان السطح المغلق يتقاطع مع الأجسام الناقلة ويمر عبر المواد العازلة على حد سواء كما في الشكل (7-2). عند إغلاق القاطع K في الدارة فإن الإلكترونات السالبة تنتقل عبر السلك من النقاط ذات الكمون المنخفض V_2 نحو النقاط ذات الكمون المرتفع V_1 ، وبذلك يتم تفريغ المكثف الكهربائي . وسوف يمر تيار كهربائي في السلك بعكس في الاتجاه وحركة الإلكترونات



الشكل (7-2)

يمكن أن نلاحظ أنه طالما استمرت حركة الإلكترونات في السلك ، وطالما استمر تفريغ المكثف الكهربائي فإن التيار يبقى مستمراً في الجريان في الناقل . وإن هذا التيار يساوي سرعة تناقص شحنات المكثف الكهربائي في الزمن . أي أنه يمكن أن نكتب :

$$I_z = -\frac{dq_z}{dt}$$

وهذه العلاقة تمثل قانون مصونية الشحنات الكهربائية وهي علاقة صالحة في أي مكان وأي زمان وتمثل هذه العلاقة الصيغة التفاضلية للقانون . وإذا اعتبرنا علاقة تعريف كثافة تيار الناقلية الكهربائي :

$$I_z = \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

وعلاقة تعريف الكثافة الحجمية للشحنات الكهربائية

$$q_z = \iiint_{V_z} \rho_v \cdot dV$$

ينتج لدينا :

$$I_z = \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iiint_{V_z} \rho_v \cdot dV$$

وعندما تكون الأجسام الكهربائية متحركة أي لها سرعة $\vec{v} \neq 0$ فإنه يمكن أن نكتب من التحليل الرياضي ما يلي :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V_z} \rho_v \cdot dV = \iiint_{V_z} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \cdot dV + \iint_{\Sigma} \rho_v \cdot \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

كما ويمكن أن نكتب علاقة غاوس - أومستروكرلومسكي لتحويل التكامل الثنائي إلى تكامل ثلاثي :

$$\iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{s} = \iiint_{V_z} \text{div} \vec{J} \cdot dV$$

حيث يمثل التابع $\text{div} \vec{J}$ تابع انتشار خطوط الحقل $\vec{J}$ وبالإستبدال في قانون مصونية الشحنات الكهربائية ينتج :

$$\iiint_{V_\Sigma} \text{div} \bar{J} dV = - \iiint_{V_\Sigma} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} dV - \iint_{\Sigma} \rho_v \cdot \bar{V} \cdot d\bar{s}$$

أو يمكن أن نكتب :

$$\iint_{\Sigma} (\bar{J} + \rho_v \cdot \bar{V}) \cdot d\bar{s} = - \iiint_{V_\Sigma} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} dV$$

وكذلك يمكن أن نكتب :

$$\iiint_{V_\Sigma} \text{div} (\bar{J} + \rho_v \cdot \bar{V}) dV = - \iiint_{V_\Sigma} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} dV$$

أو نكتب :

$$\text{div} (\bar{J} + \rho_v \cdot \bar{V}) = - \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

وهذه العلاقة تسمى الصيغة المكانية لقانون مصونية الشحنات الكهربائية أو الصيغة الفراغية للقانون .

وعندما تكون الأجسام الكهربائية ثابتة لا تتحرك ، أي $\bar{v} = 0$ ينتج لدينا :

$$\text{div} \bar{J} = - \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

٧-٣- مبدأ استمرارية خطوط كثافة التيار الكهربائي :

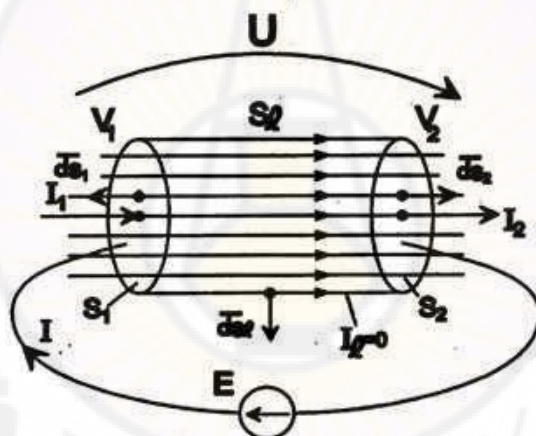
Current Density Stream Lines

إذا اعتبرنا جزءاً من ناقل كهربائي ، يحتل حجماً أسطوانياً دائرياً قاعدتيه S_1, S_2 تؤخذ عمودية على خطوط حقل كثافة التيار $\bar{J}$ وسطحه الجانبي مواز لهذه الخطوط ، كما هو مبين في الشكل (7-3) حيث تشكل قاعدتا الاسطوانة S_1, S_2 وسطحه الجانبي S_r حجماً مغلقاً Σ ، وإذا طبقنا على هذا الحجم قانون مصونية الشحنات الكهربائية يمكن أن نكتب :

$$I_\Sigma = - \frac{dq_\Sigma}{dt}$$

إن قيمة التيار الكلي الذي يخترق السطح المغلق I_2 يجب أن تساوي الصفر ، لأن التيار I_1 معدوم حيث لا يمكن أن تمر الشحنات من الناقل الأسطوانى عبر الوسط العازل المحيط به ولأن $I_1 = -I_2$ فالتيار I_1 يدخل إلى الناقل الأسطوانى والتيار I_2 يخرج من الناقل الأسطوانى ولكي لا يحدث أي انقطاع في حركة الإلكترونات عبر هذا الجسم يجب أن يكون عدد الإلكترونات الداخلة إلى الجسم مساوياً لعدد الإلكترونات الخارجة من الجسم . أي يكون لدينا دائماً

$$I_2 = -\frac{dq_E}{dt} = 0$$



الشكل (7-3)

ويمكن أن نقول إن شدة التيار الكهربائي الذي يدخل إلى سطح ناقل ما تساوي شدة التيار الكهربائي الذي يخرج من هذا السطح ، أي أن خطوط شدة التيار الكهربائي هي خطوط مستمرة ، ليس لها أول ولا آخر وإن التيار الكهربائي يسير دائماً في خطوط مغلقة وبشكل عام يمكن أن نكتب :

$$I_{\Sigma} = \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow I_1 = I_2 = I$$

$$I_{\Sigma} = \iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{s}_1 + \iint_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{s}_2 + \iint_{S_3} \vec{J} \cdot d\vec{s}_3$$

$$I_{\Sigma} = -J.S_1 + J.S_2 + 0 = 0$$

وإذا قمنا بتحويل التكامل الثنائي على السطح Σ إلى تكامل ثلاثي على الحجم V المتضمن داخل السطح المغلق Σ يمكن أن نكتب :

$$I_{\Sigma} = \iint_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{s} = \iiint_V \text{div } \vec{J} \cdot dV = 0$$

أو يمكن أن نكتب :

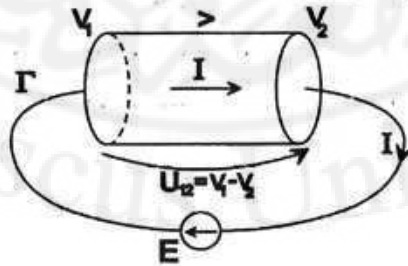
$$\text{div } \vec{J} = 0$$

وهذه العلاقة تسمى الصيغة الفراغية لمبدأ استمرارية خطوط كثافة التيار الكهربائي $(\vec{J})$.

إن هذا المبدأ يعني أن خطوط كثافة التيار هي خطوط مغلقة على نفسها دائماً أي ليس لها انتشار وليس لها بداية أو نهاية.

٧-٤ - نظرية الكمون الكهربائي في التيار المستمر : Electric Potential in DC

لنفرض انه لدينا ناقل كهربائي يشكل جزءاً من دائرة كهربائية يمر فيها تيار يساوي I كما هو مبين في الشكل (7-4).



الشكل (7-4)

إن سبب ظهور فرق الكمون بين طرفي الناقل هو القوة المحركة الكهربائية التي تعمل في الدارة E وتعمل هذه القوة المحركة أيضاً على تحريك الشحنات في الأجسام الناقلة للدارة الأمر الذي يكافئ لمرور تيار كهربائي فيها ، وعندما تتحرك الشحنات في الناقل الكهربائي فإن شرط التوازن الكهربائي الساكن يكون غير محقق ، وينتج لدينا دليلاً للناقل :

$$\overline{E_v} + \overline{E_i} \neq 0$$

وإذا كاملنا هذه العلاقة على المنحني المغلق الذي تشكله الدارة ينتج لدينا :

$$\oint (\overline{E_i} + \overline{E_v}) \cdot d\vec{r} \neq 0$$

$$\oint \overline{E_i} \cdot d\vec{r} + \oint \overline{E_v} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

لكن نحن لدينا:

$$\oint \overline{E_v} \cdot d\vec{r} = 0$$

فينتج:

$$\oint \overline{E_i} \cdot d\vec{r} \neq 0 = E$$

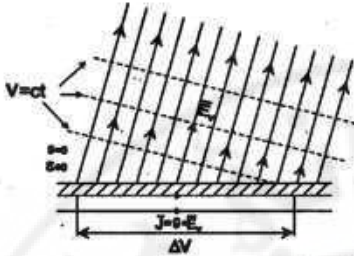
أي أن القوة المحركة الكهربائية التي تحرك الشحنات تنتج عن تأثير قوى غير كهربائية لا تساوي الصفر .

إن فرق الكمون الذي ينتج على طرفي الناقل الكهربائي يساوي :

$$\int_1^2 \overline{E_i} \cdot d\vec{r} = V_1 - V_2 = E = U_{12}$$

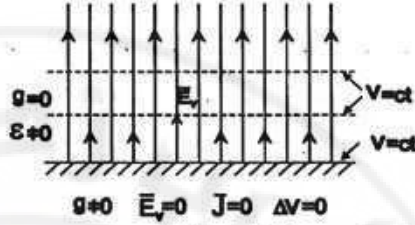
وهذه العلاقة تمثل نظرية فرق الكمون في التيار المستمر .

ويمكن أن نلاحظ الفرق بين الكمون الكهربائي في الحالة الساكنة والكمون الكهربائي في الحالة المتحركة إذا اعتبرنا المخطط التوضيحي المبين في الشكل (7-5) .



داخل الناقل $\bar{J} \neq 0 ; \Delta V \neq 0 ; \bar{E}_t \neq 0$

الشكل (7-5-b)



داخل الناقل $q \neq 0 ; \bar{E}_v = 0 ; \bar{J} = 0 ; \Delta V = 0$

الشكل (7-5-a)

الناقل في الحالة الكهربائية المتحركة

الناقل في الحالة الكهربائية الساكنة

- في الحالة الكهربائية الساكنة : إذا كان الجسم مشحوناً بشحنات موجبة $q \neq 0$ فإن الحقل الكهربائي الناتج عنها سيكون عمودياً على سطح الناقل ويكون سطح الناقل سطحاً متساوي الكمونات ، وتكون كثافة التيار الكهربائي في هذه الحالة مساوية للصفر .

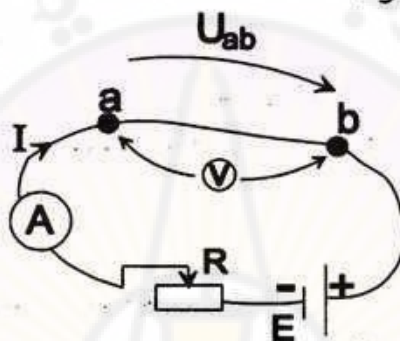
- في الحالة الكهربائية المتحركة : بسبب فرق الكمون المطبق على طرف الناقل حيث $v_1 \neq v_2$ وحيث $\Delta v \neq 0$ فإن الحقل الكهربائي المتولد لن يكون عمودياً على سطح الناقل . بل سيكون له ميلان يتناسب مع شدة الحقل وبالتالي مع فرق الكمون المطبق . وتظهر للحقول الكهربائية في هذه الحالة مركبتان ، مركبة عمودية على سطح الناقل $\bar{E}_n$ تؤثر على الشحنات في الناقل بقوة عمودية على السطح . ومركبة مماسية على سطح الناقل تؤثر على الشحنات في الناقل بقوة مماسية تؤدي إلى تحريك الإلكترونات حرة الحركة من النقاط ذات الكمون الأصغر إلى النقاط ذات الكمون الأعلى ، أي بعكس اتجاه التيار .

Ohm's Law in D.C.

٧-٥- قانون أوم الكهربائي في التيار المستمر :

ويمثل هذا القانون علاقة تجريبية بين التوتر المطبق على ناقل كهربائي ما وبين التيار الكهربائي الذي يمر في هذا الناقل فإذا أخذنا ناقلاً كهربائياً وطبقنا عليه توتر U

عن طريق مصدر للقوة المحركة الكهربائية E كما في الشكل (7-6) ، يمكن أن نقيس التوتر المطبق باستخدام مقياس توتر وإن نقيس التيار باستخدام مقياس تيار .
عندما نطبق على الناقل توتراً كهربائياً $U_{ab} = U_1$ ونقيس هذا التوتر بواسطة مقياس التوتر بين طرفي الناقل a, b فإنه سيمر في الدارة وبالتالي في الناقل تياراً I_1 يمكن قياسه بواسطة مقياس التيار .



الشكل (7-6)

وإذا طبقنا على الناقل توتراً كهربائياً مختلفاً $U_{ab} = U_2$ وهذا التوتر يمكن تغييره عن طريق المقاومة المتغيرة R فإننا نلاحظ أنه سيمر في الناقل تيار جديد I_2 .
وفي كل مرة تغير فيها قيمة التوتر المطبق على الناقل يمر في الدارة تيار كهربائي مختلف .

يمكن أن نلاحظ وبموجب هذه التجارب العملية إن النسبة بين التوتر المطبق على الناقل والتيار الذي يمر فيه تبقى دائماً نسبة ثابتة، لا تتعلق لا بالتوتر ولا بالتيار . كما ونلاحظ أنه إذا تغير اتجاه التوتر المطبق على الناقل فإن التيار الذي يمر في الناقل سوف يغير من اتجاهه أيضاً .
ويمكن أن نكتب:

$$\frac{V_a - V_b}{I} = \frac{U_{ab}}{I} = ct$$

وقد أطلق العالم أوم على النسبة الثابتة بين التوتر والتيار اسم المقاومة الكهربائية والتي يرمز لها R وبذلك يمكن أن نكتب:

$$\frac{U}{I} = R$$

أو

$$U = R.I$$

أو

$$I = \frac{U}{R}$$

وهذه العلاقة التجريبية تسمى قانون أوم الكهربائي في الحالة الكهربائية المستقرة ، التيار المستمر . وهو قانون صالح أيضاً في جميع الحالات وكل الأزمنة مهما كانت الكميات الفيزيائية ومهما كانت تغيراتها في الزمن .

٦-٧ المقاومة الكهربائية والمقاومة النوعية الكهربائية :

Electric Resistance and Specific Resistance

تسمى النسبة الثابتة بين التوتر المطبق على ناقل ما وبين التيار الذي يمر في هذا الناقل ، المقاومة الكهربائية للناقل المعتبر . والمقاومة الكهربائية هي كمية فيزيائية تميز تصرف المواد المختلفة تحت تأثير التوتر المطبق عليها وتأثير التيار الذي يمر عبرها .

وتساوي واحدة قياس المقاومة الكهربائية للأوم وهذا يعرف بالعلاقة التالية :

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = \left[\frac{V}{A} \right] = [\Omega]$$

والأوم يساوي مقاومة ناقل كهربائي ما، والذي إذا طبق على طرفية توتر يساوي فولطاً واحداً فإنه سوف يمر عبر هذا الناقل تيار كهربائي يساوي أمبيراً واحداً . ويمكن الإثبات بالتجريب أن مقاومة أي ناقل كهربائي تتناسب طرذاً مع طول هذا الناقل ، وتتناسب عكساً مع سطح مقطع هذا الناقل وتتناسب طرذاً مع طبيعة المعدن المصنوع منه هذا الناقل ، ويمكن أن نعبر عن هذا القانون بالعلاقة التالية :

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}$$

حيث ρ هي كمية فيزيائية تسمى المقاومة النوعية للمعدن المصنوع منه الناقل وهي تعتمد على البنية الفيزيائية والكيميائية لهذا المعدن .
 ℓ هو طول الناقل الكهربائي و s هو سطح مقطع الناقل وتساوي واحدة قياس المقاومة النوعية الكهربائية للأجسام :

$$[\rho] = \left[\frac{\Omega \cdot s}{\ell} \right] = \left[\frac{\Omega \cdot m^2}{m} \right] = [\Omega \cdot m]$$

وبما أن مقاطع النواقل الكهربائية تكون صغيرة جداً وتقدر بالميلي متر مربع فإن وحدة قياس ρ المستخدمة في التطبيقات العملية تساوي :

$$[\rho] = \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right] = 10^{-6} [\Omega \cdot m]$$

وتقسم المواد الكهربائية من حيث مقاومتها لمرور التيار فيها إلى ثلاث فئات رئيسية وهي :

أ- مواد جيدة ، ناقة للتيار الكهربائي: وتكون المقاومة الكهربائية لهذه المواد صغيرة جداً مثل الذهب الفضة والنحاس والألمنيوم والمحاليل الحمضية ومحاليل الأملاح المعدنية الخ .

ب- مواد متوسطة ، ناقة بشكل قليل للتيار الكهربائي : وتكون المقاومة الكهربائية لهذه المواد كبيرة بالمقارنة مع المواد من الفئة الأولى مثل القطن والخشب والورق والرخام والعاج الخ .

ج - مواد رديئة ، غير ناقة ولا تسمح بمرور التيار الكهربائي فيها : وتكون المقاومة الكهربائية لهذه المواد كبيرة جداً جداً وعملياً تعتبر لا نهائية مثل الزيوت والخزف والبورسلان والجلود والصوف والشمع الأحمر والكبريت والمطاط و الخ .

وتعرف في العلوم الكهربائية كمية تسمى الناقلية الكهربائية ويرمز لها G وذلك باستخدام قانون أوم في الصيغة التالية :

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R} = G$$

أي أن الناقلية الكهربائية G تساوي مقلوب المقاومة الكهربائية R وبذلك يمكن أن نكتب :

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{s}{\ell}$$

وتساوي واحدة قياس الناقلية الكهربائية السيمنس وتعرف كما يلي :

$$[G] = \left[\frac{1}{R} \right] = \left[\frac{1}{\Omega} \right] = [S]$$

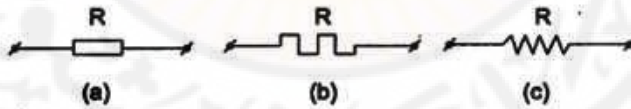
كما وتعرف الناقلية النوعية للمعدن بالعلاقة :

$$g = \frac{1}{\rho}$$

وتساوي واحدة قياس الناقلية النوعية g كما يلي :

$$[g] = \left[\frac{1}{\rho} \right] = \left[\frac{S.m}{mm^2} \right]$$

ويستخدم لتمثيل المقاومة الكهربائية أحد الرموز التالية المحددة من قبل الهيئة العالمية للكهرباء I.E.C والمبينة في الشكل (7-7) وهذه الرموز هي المستعملة في الدارات الكهربائية .



الشكل (7-7)

إن أي جزء من الدارات الكهربائية أو أي ناقل كهربائي له مقاومة كهربائية محددة R وهذا الجسم أو الجزء من الدارة يمثل باستخدام أحد الرموز الممثلة في الشكل (7-7).

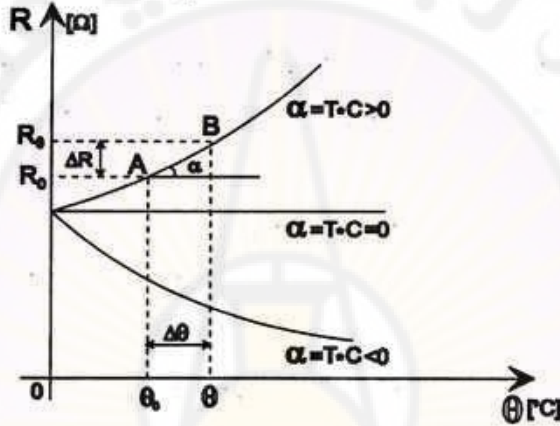
٧-٧- قانون تغير المقاومات الكهربائية كتابع لدرجة الحرارة :

Dependence of Electric Resistance to Temperature

لقد أثبتت التجارب أن المقاومة الكهربائية للمواد تتغير مع تغير درجات حرارتها .
ويكون هذا التغير تابعاً لا خطياً لتغيرات درجة الحرارة $\Delta\theta$:

$$R = f(\Delta\theta)$$

ويبين الشكل (7-8) تغيرات المقاومة الكهربائية كتابع لدرجات الحرارة .



الشكل (7-8)

لقد بينت التجارب أن هناك مواداً ناقلة تزداد مقاومتها الكهربائية مع ازدياد درجة الحرارة وأن قانون تغير مقاومة هذه المواد يمثل قطعاً زائداً ينطلق من مقاومة المادة R_0 عند درجة الحرارة 0 وعادة هذه المواد هي المواد الناقلة الكهربائية المعدنية وذلك لأن زيادة درجة حرارة الأجسام المعدنية الناقلة تؤدي إلى زيادة الحركة الطاقية للإلكترونات الحرة التي تتحرك ضمن المعدن ، وهي تمثل حاملات التيار في هذه الحالة ، فتزداد تبعاً لذلك إمكانية تصادمها مع بعضها ومع أيونات المعدن الموجبة فينتج عن ذلك زيادة في مقاومة المعدن لجريان هذه الإلكترونات الحرة.

كما وقد أثبتت التجارب أيضاً أن هناك مواداً ناقلة تتناقص مقاومتها الكهربائية مع ازدياد درجة الحرارة وأن هذه المواد هي عادة السوائل الكهروكيميائية وكذلك أنصاف النواقل ، وذلك لأن زيادة درجة حرارة السائل تؤدي إلى ارتفاع لزوجته مما يساعد

على تسهيل حركة الأيونات داخل السائل فنقل مقاومته الكهربائية ولان زيادة درجة حرارة أنصاف النواقل تزيد من طاقة إلكترونات التكافؤ التي تدخل في الرابطة المشتركة لجزيئات هذه المواد أنصاف الناقله مما يزيد من عدد الإلكترونات التي يمكنها أن تتغلب على قوى الترابط الذرية فتنتقل حرة مخلفة وراءها ثقباً موجباً مما يساعد على توصيل الكهرباء بشكل افضل وزيادة التيار المار في هذه المواد وبالتالي تقل مقاومتها .

وبلاحظ أن عدد الإلكترونات الحرة يكون في أنصاف النواقل أقل بكثير بالمقارنة مع عدد الإلكترونات الحرة في النواقل المعدنية عند درجة الحرارة المحيطة النظامية $\theta = 20C^{\circ}$.

فمثلاً يكون عدد الإلكترونات في المتر المكعب من النحاس $(1,23.10^{29})$ بينما يكون عددها في المتر المكعب من مادة الجرمانيوم نصف الناقله $(2,4.10^{19})$ عند درجة الحرارة المحيطة $\theta = 20C^{\circ}$.

وللحصول على العلاقة التي تعرف قانون تغير المقاومة الكهربائية كنابع لدرجة الحرارة يمكن أن نعتبر البرهان التالي :

نفترض في الشكل (7-8) أن تغير مقاومة المعدن ΔR يكون صغيراً جداً بين النقطتين B،A بحيث يمكن اعتبار أن تغير التابع $R = f(\theta)$ بين هاتين النقطتين يكون خطياً ، وبذلك يمكن أن نكتب :

$$R_2 = R_1 + \Delta R$$

$$Q_2 = Q_1 + \Delta Q$$

وباعتبار معادلة المستقيم BA على المنحني :

$$y = K.X$$

يمكن أن نكتب :

$$y = \Delta R ; \quad X = \Delta \theta$$

$$K = tq\alpha = \frac{dR}{d\theta}$$

وبالتعويض في معادلة المستقيم ينتج :

$$\Delta R = \frac{dR}{d\theta} \cdot \Delta\theta$$

وبالاستبدال في معادلة المقاومة R_2 ننتج :

$$R_2 = R_1 + \frac{dR}{d\theta} \cdot \Delta\theta$$

$$R_2 = R_1 \left(1 + \frac{\frac{dR}{d\theta}}{R_0} \cdot \Delta\theta \right)$$

وإذا عرفنا كمية فيزيائية α تسمى المعامل الحراري للمعدن المعتبر بالعلاقة :

$$\alpha = \frac{\frac{dR}{d\theta}}{R_0}$$

فان قانون تغير المقاومة الكهربائية كتابع لدرجات الحرارة يمكن أن يكتب كما يلي :

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

وهذه العلاقة تمثل قانوناً عاماً صالحاً في كل الحالات وفي جميع الأزمنة ويمثل تغير مقاومة النواقل المعدنية مع تغير درجات الحرارة .

أما في حالة السوائل الكهروكيميائية وأنصاف النواقل حيث تتناقص المقاومة مع ازدياد درجة الحرارة ، فيكون لدينا المعامل الحراري لهذه المواد سالباً، وبالتالي يمكن أن نكتب :

$$R_2 = R_1 (1 - \alpha \Delta\theta)$$

وعند استعمال المقاومة النوعية للمواد ρ عوضاً عن المقاومة R فإنه يمكن أن نكتب بالتشابه :

$$\rho_2 = \rho_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \text{ ، } \rho_2 = \rho_1 (1 - \alpha \Delta\theta) \text{ لأنصاف النواقل}$$

وتساوي واحدة قياس العامل الحراري للمواد :

$$[\alpha] = \left[\frac{1}{C^\circ} \right]$$

وتقاس مقاومة المواد في الحالات النظامية عند درجة الحرارة للوسط المحيط ($20C^{\circ}$) والتي تعتمد مبدأ لدرجة الحرارة .

وتؤخذ المقاومة النوعية للنحاس عند درجة الحرارة $\theta = 20C^{\circ}$

$$\rho_{cu} = \frac{1}{57} \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right]$$

ولالألمنيوم

$$\rho_{Al} = \frac{1}{33} \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right]$$

ويساوي العامل الحراري للنحاس والألمنيوم

$$\alpha_{cu} = \alpha_{Al} = 4.10^{-3} \left[\frac{1}{^{\circ}C} \right]$$

وبين الجدول (7-1) المقاومة النوعية والناقلية النوعية والعامل الحراري لعديد من المواد ذات الاستعمال الأوسع في التطبيقات العملية :

اسم المادة	المقاومة النوعية $20C^{\circ}$ $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$	الناقلية النوعية $20C^{\circ}$ $\frac{S \cdot m}{mm^2}$	العامل الحراري $20C^{\circ}$ $\alpha = \frac{1}{^{\circ}C}$
الفضة	0,0159 ÷ 0,0170	(5,900 ÷ 6,300) 10^{+7}	$3,8 \cdot 10^{-3}$
النحاس	0170.0 ÷ 0168.0	(5,600 ÷ 5,900) 10^{+7}	$3,9 \cdot 10^{-3}$
الذهب	0240.0 ÷ 0280.0	(3,600 ÷ 4,160) 10^{+7}	$3,4 \cdot 10^{-3}$
الألمنيوم	0280.0 ÷ 0300.0	(3,300 ÷ 3,600) 10^{+7}	$3,7 \cdot 10^{-3}$
التنكستين	0500.0 ÷ 0550.0	(1,818 ÷ 2,000) 10^{+7}	$3,5 \cdot 10^{-3}$
الزنك	0500.0 ÷ 0600.0	(1,660 ÷ 1,818) 10^{+7}	$3,7 \cdot 10^{-3}$
البيكل	0700.0 ÷ 0780.0	(1,300 ÷ 1,430) 10^{+7}	$6,0 \cdot 10^{-3}$
الحديد	0900.0 ÷ 1500.0	(0,670 ÷ 1,110) 10^{+7}	$5,0 \cdot 10^{-3}$
البلاتين	0900.0 ÷ 1000.0	(1,000 ÷ 1,110) 10^{+7}	$3,0 \cdot 10^{-3}$
القصدير	1100.0 ÷ 1200.0	(0,840 ÷ 0,900) 10^{+7}	$4,2 \cdot 10^{-3}$

الرصاص	$2000,0 \div 2200,0$	$(0,460 \div 0,500)10^{+7}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
المانجانيك	43,0	$0,233 \cdot 10^{+7}$	0,0
كونستانتان	49,0	$0,204 \cdot 10^{+7}$	0,0
الزئبق	$9600,0 \div 000,1$	$(0,100 \div 0,104)10^{+7}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$
نيكل + كروم	$000,1 \div 1000,1$	$(0,090 \div 0,100)10^{+7}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$
الفحم	$60 \div 80$	$(0,0017) \cdot 10^{+7}$	$(-0,2 \div 0,8)10^{-3}$
جرمانيوم	$40 - 10^4$	25	0
ماء مقطر	$1,10^4$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	0
زجاج	$1,10^{12}$	$1 \cdot 10^{-12}$	0
مطاط	$1,10^{15}$	$1 \cdot 10^{-5}$	0
ليزامين	$1,10^{15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	0
ميكا	$1,10^{15}$	$1 \cdot 10^{-15}$	0
كوارتز	$1,10^{17}$	$1 \cdot 10^{-17}$	0

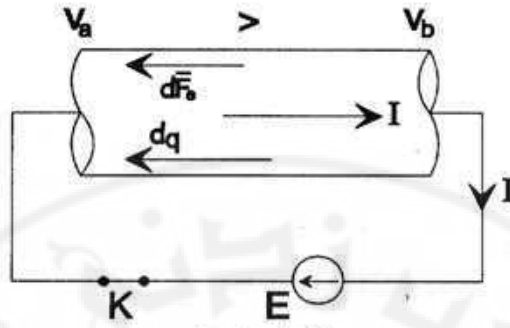
وعندما نحتاج في التطبيقات العملية إلى مقاومة ثابتة لا تتغير مع تغير درجات الحرارة ، فإننا نصنع هذه المقاومة عادة من مواد ناقلة لها عامل حراري صغير جداً وأهم المواد التي تتصف بثبات مقاومتها مع تغير درجات الحرارة هي الكونستانتان والمانجانيك وهي في الواقع خلائط من النحاس والمنغنيز والنيكل بنسب مختلفة .

٨-٧ قانون تحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية في النواقل :

Joule – Lenz Law

ويسمى هذا القانون أيضاً ، قانون جول - لنز لتحويل الطاقة الكهربائية . وهذا القانون يمثل أحد آثار مرور التيار الكهربائي عبر النواقل الكهربائية والذي يؤدي إلى تسخين هذه النواقل وارتفاع درجة حرارتها .

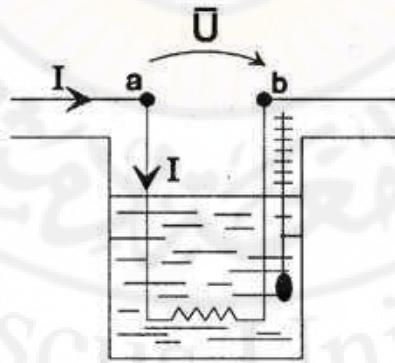
فإذا اعتبرنا ناقلاً كهربائياً في الحالة الكهربائية المتحركة ، ويشكل جزءاً من دائرة ما كما في الشكل (7-9) فإنه سوف يمر في هذا الناقل تيار كهربائي I تحت تأثير تطبيق فرق الكمون U_{ab} بين طرفي الناقل .



الشكل (7-9)

إن مرور التيار يعني تحرك الشحنات الكهربائية في الناقل بعكس اتجاه التيار . وعند تحرك الشحنات ستصرف عملاً ميكانيكياً يلزم لنقلها في الناقل من الطرف ذي الكمون المنخفض إلى الطرف ذي الكمون الأعلى .

وإذا مررنا هذا الناقل ضمن مسعر حراري كما في الشكل (7-10) فإننا نلاحظ أن الماء الموجود في المسعر سيشحن وتزداد درجة حرارته ، ويمكن أن نلاحظ ونثبت بالتجريب أن ارتفاع درجة حرارة الماء وبالتالي ازدياد الطاقة الحرارية التي يبثها الناقل في الماء ، هي تابع للتوتر المطبق على الناقل وتابع لشدة التيار الذي يمر في الناقل وكذلك تابع للفترة الزمنية التي يمر بها التيار في المسعر وعبر الماء .



الشكل (7-10)

فإذا قمنا بالتجارب التالية سنجد مايلي :

- في التجربة الأولى : نفترض انه لدينا:

$$I = ct , \quad U = ct , \quad \Delta t \neq ct$$

بالتجريب نجد أن كمية الطاقة الحرارية التي يمتصها الماء من الناقل تتناسب طردياً مع الفترة الزمنية التي يمر فيها التيار في الناقل ، أي :

$$\Delta W_T \sim \Delta t$$

- في التجربة الثانية : نفترض أن :

$$I \neq ct , \quad U = ct , \quad \Delta t = ct$$

بالتجريب نجد أن كمية الطاقة الحرارية التي يمتصها الماء من الناقل تتناسب طردياً مع شدة التيار التي تمر في الناقل ، أي :

$$\Delta W_T \sim I$$

- في التجربة الثالثة : نفترض أن

$$I = ct , \quad U \neq ct , \quad \Delta t = ct$$

بالتجريب نجد أن كمية الطاقة الحرارية التي يمتصها الماء من الناقل تتناسب طردياً مع قيمة التوتر المطبق على الناقل ، أي :

$$\Delta W_T \sim U$$

وبشكل عام يمكن إن نكتب :

$$\Delta W_e \equiv \Delta W_T = K.U.I.\Delta t$$

حيث K تمثل ثابتة تجريبية ، مساوية في النظام [MK.SA] للواحد وبذلك تنتج صيغة القانون التجريبية :

$$\Delta W_e \equiv \Delta W_T = U.I.\Delta t$$

أي أن الطاقة الكهربائية المكافئة للطاقة الحرارية التي يبتها الناقل في كتلة الماء تتناسب مع التوتر المطبق على الناقل ومع التيار المار في الناقل ومع الفترة الزمنية التي يمر فيها التيار الكهربائي في الناقل .

وتقاس الطاقة الكهربائية التي تتحول إلى طاقة حرارية تحت تأثير مرور التيار الكهربائي في الناقل بالكمية التالية :

$$[W_e] = [U] \cdot [I] [t] = [V.A.S]$$

$$[W_e] = [W.S]$$

ويمكن الوصول إلى علاقة قانون جول - لنز رياضياً بالشكل التالي :

عندما يمر التيار الكهربائي I في الناقل من a إلى b فان شحنات الإلكترونات ستتحرك في الناقل من b إلى a تحت تأثير القوة المحركة الكهربائية المطبقة على الناقل وبسبب فرق الكمون الكهربائي U_{ab} المطبق بين طرفي الناقل .

وتصرف الشحنات الكهربائية عندما تنتقل من b إلى a عملاً ميكانيكياً تحت تأثير القوى الكهربائية التي تؤثر عليها يساوي :

$$dL = \int_b^a d\vec{F}_e \cdot d\vec{r}$$

حيث إن $d\vec{F}_e$ تمثل القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة dq في الناقل وتساوي

$$d\vec{F}_e = dq \cdot \vec{E}_V$$

وبالاستبدال يمكن أن نكتب

$$dL = dq \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = -dq \int_b^a \vec{E}_V \cdot d\vec{r}$$

$$dL = -dq \cdot U_{ab}$$

وإذا اعتبرنا مبدأ مصونية الشحنات الكهربائية :

$$I = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = -I \cdot dt$$

يمكن أن نكتب :

$$dL = IU_{ab} \cdot dt$$

إن العمل الميكانيكي هذا ، يكافئ للطاقة الكهربائية التي تتحول في الناقل إلى طاقة حرارية ، هو العمل الذي يلزم لتحريك الشحنات الكهربائية في الدارة وفي الناقل بشكل مستمر من الطرف b إلى الطرف a .

ويمكن أن نكتب :

$$dL \equiv dW_e \equiv dW_r$$

$$\Delta W_e = I.U.\Delta t$$

وإذا اعتبرنا قانون اوم الكهربائي :

$$U = R.I$$

ينتج لدينا :

$$\Delta W_e = R.U^2.\Delta t$$

$$\Delta W_e = \frac{U^2}{R}.\Delta t = G.U^2.\Delta t$$

وهذه الطاقة الكهربائية تكافئ الطاقة الحرارية التي تنتشر في الماء عند مرور التيار في الناقل .

وإذا اعتبرنا المكافئ الحراري للواط ثانية (WS) يمكن أن نكتب :

$$[J] = 1[WS]$$

$$[Kg.m] = 9.81[J]$$

$$[Kg.m] = \frac{10^3}{427}[cal]$$

$$[J] = \frac{10^3}{427.9.81} = 0.24cal$$

فنتنتج علاقة الطاقة الكهربائية المتحولة إلى حرارة كما يلي :

$$W_e = W_r = 0.24 U.I.\Delta t \quad [cal]$$

هذا وقد كان العالم جول أول من أثبت بالتجارب أن الطاقة الحرارية التي تنتشر عن ناقل كهربائي يمر به تيار I تتناسب مع شدة التيار ومع التوتر المطبق على الناقل وكان العالم لنز أول من وضع الصيغة الرياضية لهذا القانون .

٧-٩- تحديد مواصفات النواقل الكهربائية في التطبيقات العملية :

إن أهم المواصفات الفنية التي يجب معرفتها عن ناقل كهربائي معين هي :

- المقاومة الكهربائية لهذا الناقل .

- قيمة التيار الكهربائي الأعظمي الذي يسمح بمروره في هذا الناقل بشكل متواصل دون أن يظهر أي تغير في هذا الناقل أو تيار التشغيل النظامي الاعظمي . ويرتبط حساب قيمة التيار الاعظمي المسموح مروره في ناقل ما مع درجة الحرارة القصوى التي يجب أن لا يتخطاها هذا الناقل لكي تتصهر مواد هذا الناقل أو تتفحم المواد العازلة المحيطة به .

فكما نعلم ، فان مرور التيار الكهربائي في ناقل ما يرافقه ارتفاع تدريجي في درجة حرارته ، حتى يصل الناقل إلى درجة حرارة مستقرة وعندها تتساوى كمية الحرارة التي تتولد داخل الناقل بسبب مرور التيار وكمية الحرارة التي يبعثها الناقل بالإشعاع إلى الأوساط المحيطة به . وكلما ازدادت شدة التيار الكهربائي المار في الناقل كلما ارتفعت درجة الحرارة المستقرة للناقل .

فإذا اعتبرنا أن درجة الحرارة الاعظمية المسموحة للناقل لكي لا تتفحم وتتسوه المادة العازلة المحيطة به تساوي Q_{max} وأنه يقابل هذه الحرارة مرور تيار اعظمي في الناقل يساوي I_{max} فان كمية الحرارة التي تتولد في الناقل خلال ثانية واحدة بفعل مرور التيار فيه تعطى بالعلاقة التالية:

$$W_r = 0,24 . I_{max}^2 . R$$

وتساوي كمية الحرارة التي يبعثها الناقل بالإشعاع خلال ثانية واحدة إلى الوسط الخارجي :

$$W_r = K . S . (\theta_{max} - \theta_0)$$

حيث لدينا :

W_r كمية الحرارة المفقودة بالإشعاع .

θ_{max} درجة حرارة الناقل المسموحة الاعظمية .

K ثابتة الإشعاع للجسم الناقل وهذه الثابتة تعتمد على طبيعة سطح الناقل وعلى الوسط المحيط به .

θ_0 تمثل درجة حرارة الوسط المحيط .

S المساحة المشعة للناقل .

وعندما تصل درجة حرارة الناقل إلى الدرجة المستقرة فإنه سيكون لدينا :

$$W_r = W_T$$

أي :

$$K.S(\theta_{\max} - \theta_0) = 0,24I_{\max}^2 > R$$

ومنه يمكن أن نجد قيمة التيار الكهربائي الاعظمي المسموح مروره في الناقل لكي لا يتجاوز درجة الحرارة الاعظمية المسموحة :

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{K.S}{0,24.R}(\theta_{\max} - \theta_0)}$$

٧-١٠ نظرية الاستطاعة الكهربائية في التيار المستمر : Electric Power in D.C.

تعرف الاستطاعة بشكل عام أنها النسبة بين العمل الميكانيكي المكتسب أو المصروف من قبل نظام فيزيائي ما وبين الفترة الزمنية التي يتم فيها هذا العمل . ويمكن أن نكتب في الحالة الكهربائية المتحركة المستقرة ، أي في حالة التيار المستمر علاقة الاستطاعة الكهربائية كما يلي :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

وإذا اعتبرنا أن العمل المصروف أو المكتسب ينتج خلال فترة زمنية صغيرة جداً ، نتناهي نحو الصفر فإن العلاقة السابقة يمكن أن نكتب كما يلي :

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

وتحدد الاستطاعة الكهربائية ، مدى إمكانية نظام كهربائي ما أن ينتج عملاً ميكانيكياً أو أن يستهلك عملاً ميكانيكياً ما خلال واحدة الزمن .

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{I.U.dt}{dt} = U.I$$

وإذا اعتبرنا قانون اوم ينتج :

$$P = RI^2 = GU^2 = UI$$

وتساوي واحدة قياس الاستطاعة الكهربائية الواط وتعرف بالعلاقة :

$$[P] = \left[\frac{W}{t} \right] = \left[\frac{V.A.S}{S} \right] = [V.A] = [W]$$

ويعرف الواط بأنه الاستطاعة الكهربائية التي ينتجها نظام كهربائي ما خلال ثانية واحدة عندما يطبق عليه توتر U يساوي فولطاً واحداً ويمر به تيار كهربائي I يساوي أمبيراً واحداً .

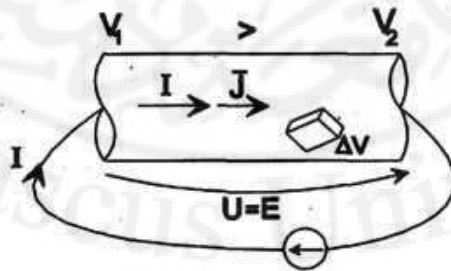
٧-١١ نظرية الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية : Electric Power Density

تعرف الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية لنظام كهربائي ما أنها النسبة بين استطاعة هذا النظام الكهربائي وبين الحجم الذي يحتله هذا النظام ، أي

$$p = \frac{P}{V}$$

فإذا اعتبرنا حجماً عنصرياً من ناقل كهربائي يمر به تيار كهربائي I ويطبق عليه توتر كهربائي U كما هو مبين في الشكل (7-11) فإنه يمكن أن نكتب علاقة تعريف الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية كما يلي :

$$p = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{dp}{dV}$$



الشكل (7-11)

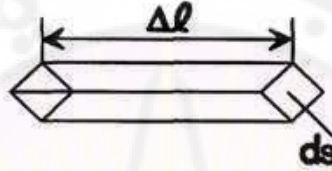
وباعتبار الشكل (7-12)، فإنه يمكن أن نكتب العلاقات التالية

$$\Delta P = \Delta U \cdot \Delta I$$

$$\Delta U = \overline{E_v} \cdot \Delta \ell$$

$$dI = \overline{J} ds$$

$$\Delta V = d\overline{s}, \Delta \ell$$



الشكل (7-12)

وبالاستبدال ينتج :

$$\Delta P = \overline{E_v} \cdot \overline{J} \Delta \ell \cdot ds$$

$$\Delta P = \overline{E_v} \cdot \overline{J} \cdot \Delta V$$

ومن علاقة تعريف الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية ينتج لدينا :

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{\overline{E_v} \cdot \overline{J} \cdot \Delta V}{\Delta V}$$

$$p = \overline{E_v} \cdot \overline{J}$$

وتقاس وحدة الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية بالواط على المتر المكعب وذلك

$$[p] = \left[\frac{P}{V} \right] = \left[\frac{W}{m^3} \right] \quad \text{وفقاً للعلاقة :}$$

الفصل الثامن

الدارات الكهربائية في التيار المستمر

Electrical Circuits in D.C.

٨-١ مقدمة :

يجري التيار الكهربائي المستمر دائماً على منحنيات مغلقة تقع ضمن النواقل الكهربائية والتي لا يمكن أن توجد بينها أية انقطاعات أو أية أجسام عازلة وإلا توقف جريان هذا التيار .

وتسمى دائرة كهربائية مجموعة الأجسام الناقلة المتصلة مع بعضها بحيث تشكل حلقة كاملة يمكن للتيار الكهربائي أن يجري فيها إذا وجدت في هذه الدارة قوة محركة كهربائية تحرك الشحنات.

ولكي يمر التيار الكهربائي في الدارات فإنه يجب أن تتحقق الشروط التالية :

أ - وجود دائرة كهربائية مؤلفة من مجموعة من الأجسام الناقلة تسمح بمرور التيار الكهربائي دون انقطاع .

ب- وجود شحنات كهربائية قادرة على الحركة ضمن المواد التي تشكل الدارة .

ج- وجود قوة محركة كهربائية تدفع الشحنات للتحرك ضمن المسار المغلق المؤلف من المواد الناقلة .

وتستعمل في دراسة المسائل المختلفة المتعلقة بالدارات الكهربائية العلاقات والقوانين الرئيسية التالية :

- نظرية الكمون الكهربائي في التيار المستمر .

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_R \cdot d\vec{r} = V_1 - V_2$$

- نظرية استمرارية خطوط شدة التيار الكهربائي المستمر .

$$I_2 = \oint \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$$

- قانون أوم الكهربائي في التيار المستمر .

$$U = R \cdot I$$

$$I = G \cdot U$$

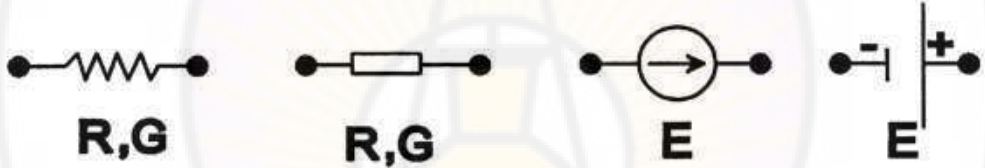
- قانون تحويل الطاقة الكهربائية - قانون جول لنتر .

$$W = R.I.U$$

Structure of D.C. Circuits

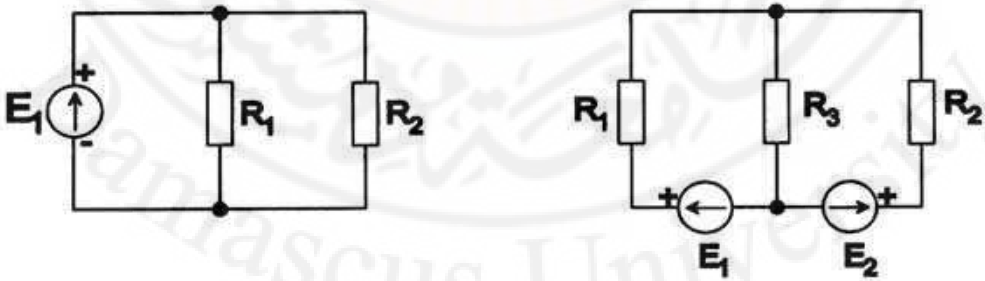
٢-٨ بنية دارات التيار المستمر :

تسمى دائرة كهربائية البنية المولدة من مجموعة من العناصر الكهربائية - قوى محرقة كهربائية ومقاومات كهربائية - والتي تربط فيما بينها بواسطة أسلاك توصيل بحيث تبقى هذه البنية ثابتة، وذلك لتحقيق وظيفة محددة ومعينة. وتستخدم في دارات التيار المستمر الرموز المبينة في الشكل (8-1) لعناصر الدائرة من مقاومات كهربائية وقوى محرقة كهربائية . تعتبر أسلاك التوصيل في دارات التيار المستمر بأنها من دون مقاومة (أي مقاومتها الكهربائية مهملة) .



الشكل (8-1) عناصر الدارات في التيار المستمر

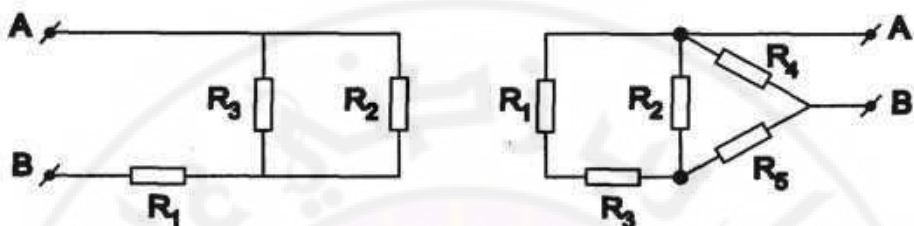
وبين الشكل (8-2) أمثلة عن الدارات الكهربائية المستمرة



الشكل (8-2)

تسمى الدارة الكهربائية التي تحوي قوة محرقة كهربائية واحدة على الأقل ضمن بنيتها دائرة كهربائية نشيطة كما في الشكل (8-2) .

وتسمى الدارة الكهربائية التي لا تحتوي أية قوة محركية كهربائية دائرة كهربائية مسالمة أو غير نشيطة ، كما في الشكل (8-3).



الشكل (8-3)

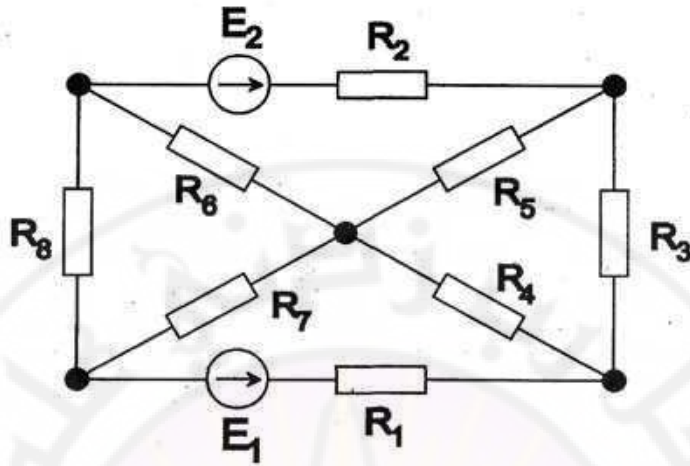
وتستخدم في تحليل الدارات الكهربائية بشكل عام ، وفي تحليل دارات التيار المستمر بشكل خاص ، التعاريف والمصطلحات التالية :

- العقدة : نقطة ارتباط ثلاثة أسلاك توصيل مع بعضها بشكل ثابت في الدارة .
- الضلع : أي سلك توصيل في الدارة الذي يربط بين عقدتين ويحتوي على عنصر كهربائي واحد على الأقل (ق.م.ك أو مقاومة) .
- الحلقة : أي عدد من أسلاك التوصيل في دائرة ما تشكل مع بعضها حلقة جزئية مغلقة .

يكون عدد العقد في دائرة ما ثابتاً دائماً ويرمز له N ويكون عدد الأضلاع في دائرة كهربائية ما ثابتاً دائماً ويرمز له L وإذا ارتبطت عقدتان أو أكثر مع بعضها بواسطة ناقل توصيل كهربائي مقاومته تساوي الصفر ، فإن هذه العقد تكون مقصورة مع بعضها ويكون كمونها متساوياً ، ويكون فرق الكمون بينها مساوياً للصفر .

ونلاحظ في الشكل (8-4) أن عدد العقد $N=5$ وان عدد الأضلاع $L=8$ وان الدارة الكهربائية هي دائرة نشيطة أما في الشكل (8-5) فلدينا :

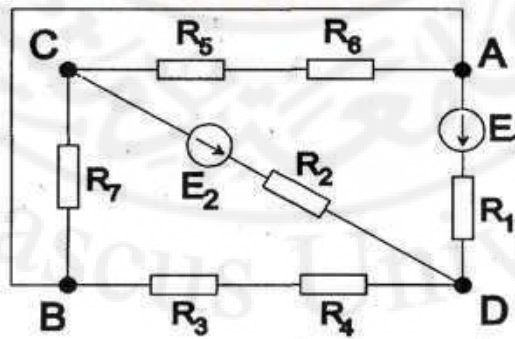
$$L=5 , \quad N=3$$



الشكل (8-4)

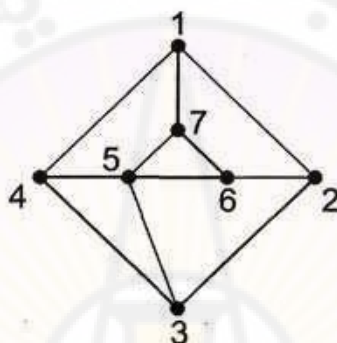
والعقدة A و B مقصورة فيما بينها ويكون فرق الكمون بينها $U_{AB}=0$ وهذه الدارة أيضاً هي دارة نشيطة ويمكن أن نلاحظ في الشكل (8-5) أيضاً عدداً من الحلقات التي يمكن تعريفها :

- الحلقة الأولى وتتألف من الضلع R_1 والضلع R_2 والضلع (R_5+R_6) .
- الحلقة الثانية وتتألف من الضلع R_7 والضلع R_2 والضلع (R_1+R_4) .
- الحلقة الثالثة وتتألف من الضلع (R_5+R_6) والضلع R_1 والضلع (R_3+R_4) والضلع R_7 .
- الحلقة الرابعة وتتألف من الضلع (R_5+R_6) والضلع (R_7) .



الشكل (8-5)

يسمى الخط الواصل بين جميع عقد الدارة الكهربائية شجرة الدارة وتسمى أضلاع شجرة الدارة الأضلاع المستقلة أو الأضلاع الأساسية كما هو مبين في الشكل (8-6) .
يمكن أن الدارة الكهربائية معزولة عن الوسط الخارجي أو يمكن أن ترتبط مع الوسط الخارجي عن طريق عقدتين في التيار المستمر و تسمى هذه الدارة دائرة ثنائي أقطاب وثنائي الأقطاب يمكن أن يكون مسالماً أو نشيطاً .



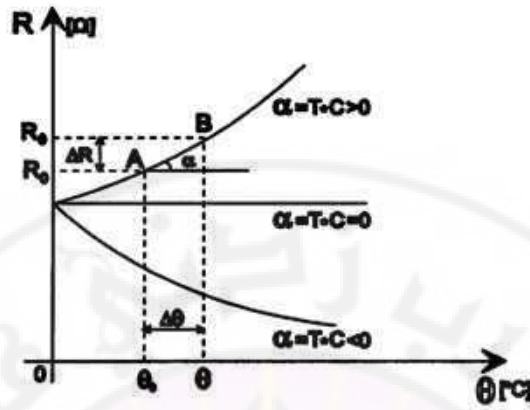
الشكل (8-6)

٨-٣ اختيار الاتجاهات الموجبة في دارات التيار المستمر :

Positive Directions in D.C. Circuits

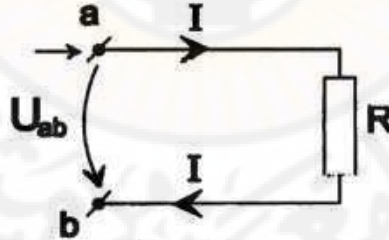
يتم تحديد الاتجاهات في دارات التيار المستمر بشكل اختياري لكن هذه الاتجاهات يجب أن تبقى ثابتة طيلة فترة استخدام الدارة الكهربائية ويمكن أن نحدد الاتجاه الموجب للكميات الكهربائية في دائرة مولدة ، كما هو مبين في الشكل (8-7) . حيث تسمى دائرة مولدة ، دائرة ثنائي أقطاب يعطي تياراً للوسط الخارجي عبر أحد أقطابه ويعود التيار إلى هذه الدارة عبر القطب الثاني ، وتكون معادلة تشغيل هذه الدارة كما يلي :

$$E = R.I + U_{ab}$$



الشكل (8-7)

ويكون الاتجاه الموجب للتيار في الدارة الاتجاه المنطبق على اتجاه القوة المحركة الكهربائية E ، ويكون الاتجاه الموجب للتوتر U_{ab} بين أقطاب ثنائي الأقطاب المولد الاتجاه من القطب ذي الكمون الأعلى إلى القطب ذي الكمون الأخفض . ويمكن تحديد الاتجاه الموجب للكميات الكهربائية في دارة مستهلكة ، كما هو مبين في الشكل (8-8)، حيث تسمى دارة مستهلكة ، دارة ثنائي أقطاب يستقبل التيار الكهربائي I من الخارج عن طريق أحد أقطابه ويعود التيار إلى الوسط الخارجي عن طريق القطب الثاني .



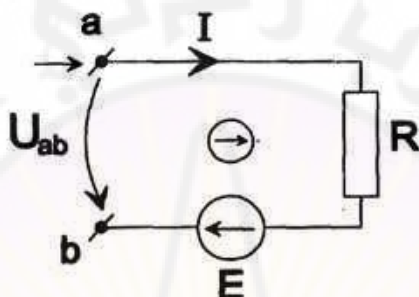
الشكل (8-8) دارة ثنائي أقطاب مستهلكة

وتكون معادلة تشغيل هذه الدارة كما يلي :

$$U_{ab} = R.I$$

ويمكن أن تكون الدارة المستهلكة دارة نشيطة أيضاً ، أي يمكن أن تعمل فيها قوة محرركة كهربائية E كما هو مبين في الشكل (8-9) ، وعندها فإن معادلة تشغيل هذه الدارة تكتب كما يلي :

$$U_{ab} + E = R.I$$



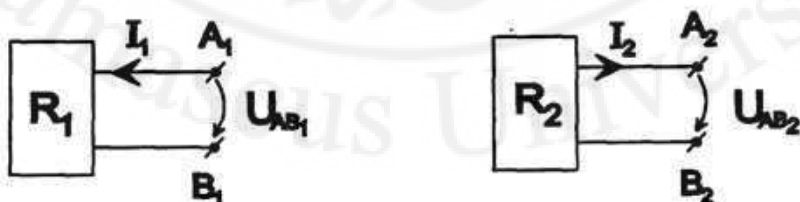
الشكل (8-9) دارة ثنائي أقطاب مستهلكة نشيطة

أما إذا كان اتجاه القوة المحركة الكهربائية في الدارة ، معاكساً لاتجاه التيار I في الدارة ، فإن معادلة تشغيل الدارة تكتب كما يلي :

$$U_{ab} - E = R.I$$

٨-٤ نظرية تكافؤ دارات التيار المستمر : Equivalence of D.C. Circuits

لنكن لدينا دارتان كهربائيتان ، ترتبط كل منهما مع الوسط الخارجي عبر قطبين A و B كما هو مبين في الشكل (8-10) فإذا طبق على كل منهما توتر كهربائي U_{AB} فإنه سيمر في كل دارة تيار كهربائي I يتناسب هذا التيار مع مقاومة كل منهما R



الشكل (8-10) تكافؤ دارات R تيار المستمر

ونقول إن الدارة الأولى R_1 تكافئ الدارة الثانية R_2 إذا تحقق ما يلي :

- إذا طبقنا على الدارتين توترين متساويين $U = U_{AB1} = U_{AB2}$ وكانت التيارات المارة في الدارتين متساوية $I_1 = I_2$ فإن مقاومات الدارتين ستكون متساوية $R_1 = R_2$. فعندما نطبق على الدارتين هذه التوترات المتساوية يكون لدينا :

$$U = U_{AB1} = R_1 I_1$$

$$U = U_{AB2} = R_2 I_2$$

ومن هذه المعادلات المتساوية ينتج لدينا :

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow R_1 = R_2$$

عندما تكون الدارات متكافئة تكون مقاومتها متساوية وبذلك يمكن أن نستبدل أية دارة منهما بالدارة الأخرى دون أن تتغير قيمة التيارات التي تمر في كل منهما تحت تأثير ذات التوتر المطبق عليهما .

ويمكن أن نقول بشكل عام :

إذا كان لدينا

$$I_1 = I_2 \text{ و } U_{AB1} = U_{AB2}$$

فانه ينتج

$$R_1 = R_2$$

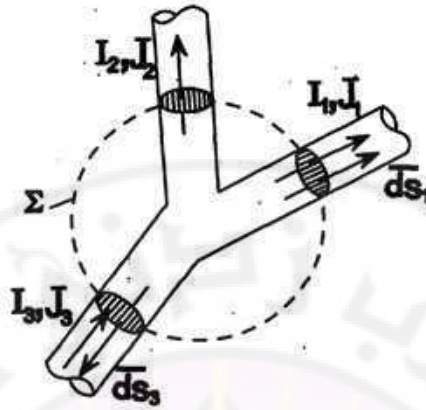
٨-٥ قانون كيرشوف في دارات التيار المستمر :

Kirchhoff's Laws

Kirchhoff's First Law

٨-٥-١ قانون كيرشوف الأول :

يمثل هذا القانون تطبيقاً لقانون مصونية الشحنات الكهربائية في دارات التيار المستمر وذلك نسبة لسطح مغلق (Σ) يحيط بإحدى عقد دائرة كهربائية ما .
 فإذا أخذنا سطحاً مغلقاً (Σ) يحيط بعقدة من دائرة كهربائية في التيار المستمر ، ولنكن العقدة (a) كما هو مبين في الشكل (8-11)



الشكل (8-11)

فانه يمكن أن نكتب قانون مصونية الشحنات الكهربائية نسبة لهذا السطح كما يلي :

$$I_z = 0$$

أو يمكن أن نكتب :

$$I_z = \oint J \cdot d\vec{s} = 0$$

أو نكتب :

$$\int_{S_1} J_1 \cdot d\vec{s}_1 + \int_{S_2} J_2 \cdot d\vec{s}_2 + \int_{S_3} J_3 \cdot d\vec{s}_3 + \int_{S_0} J_0 \cdot d\vec{s}_0 = 0$$

حيث S_0 تقاطع السطح Σ مع الهواء .

S_1 تقاطع السطح Σ مع الناقل 1 .

S_2 تقاطع السطح Σ مع الناقل 2 .

S_3 تقاطع السطح Σ مع الناقل 3 .

J_0 : كثافة التيار الكهربائي في الهواء ، وهي تساوي الصفر .

J_1, J_2, J_3 : كثافة التيار في النواقل 1، 2، 3 .

ds_1, ds_2, ds_3 : شعاع السطح العنصري في النواقل 1، 2، 3 .

وإذا اعتبرنا أن شعاع السطح العنصري يوجه دائماً من داخل السطح المغلق نحو

الوسط الخارجي وإن $J_0 = 0$ يمكن أن نكتب :

$$\int_{S_1} J_1 ds_1 + \int_{S_2} J_2 ds_2 - \int_{S_3} J_3 ds_3 + \int_{S_0} J_0 ds_0 = 0$$

وحيث إن حقل كثافة التيار J ثابت في كافة نقاط مقطع الناقل ينتج :

$$\overline{J_1} \int_{S_1} ds_1 + \overline{J_2} \int_{S_2} ds_2 - \overline{J_3} \int_{S_3} ds_3 = 0$$

$$J_1 S_1 + J_2 S_2 - J_3 S_3 = 0$$

وبما أن

$$J.S = I$$

ينتج

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

أو بشكل عام

$$\sum_{K=1}^m I_K = 0$$

وهذه العلاقة تمثل قانون كيرشوف الأول وهو ينص على ما يلي :

إن مجموع التيارات الكهربائية التي تتقاطع في عقدة ما من دائرة كهربائية يساوي الصفر . نؤخذ التيارات التي تدخل إلى العقدة سالبة والتيارات التي تخرج من العقدة موجبة .

Kirchhoff's Second Law

٨-٥-٢ قانون كيرشوف الثاني :

إذا أخذنا حلقة من دائرة تيار مستمر مؤلفة من أضلاع نشيطة وأضلاع مسالمة ، وطبقنا على هذه الحلقة نظرية الكمون الكهربائي المستقر كما في الشكل (8-12) فإنه يمكن أن نكتب :

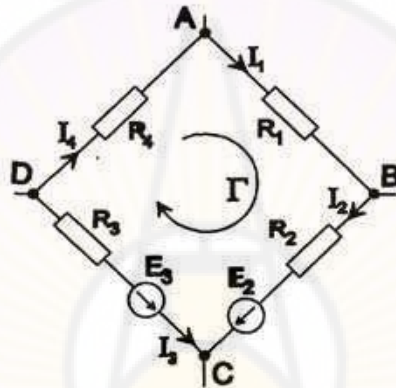
$$\oint E_r \cdot dr = 0$$

وإذا أجرينا هذا التكامل انطلاقاً من العقدة A بالاتجاه المحدد في الشكل بالسهم داخل الحلقة يمكن أن نكتب :

$$\oint E_1 \cdot dr = \int_A^B E_{V_1} dr_1 + \int_B^C E_{V_2} dr_2 + \int_C^D E_{V_3} dr_3 + \int_D^A E_{V_4} dr_4 = 0$$

أو نكتب :

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$



الشكل (8-12)

وإذا كتبنا معادلة تشغيل كل ضلع من أضلاع الحلقة مع اعتبار الاتجاه الموجب لثنائيات الأقطاب المستهلكة والمسالمة والنشطة ، فينتج :

للضلع الأول : الشكل (8-12-a)

$$U_{AB} = I_1 \cdot R_1$$

للضلع الثاني : الشكل (8-12-b)

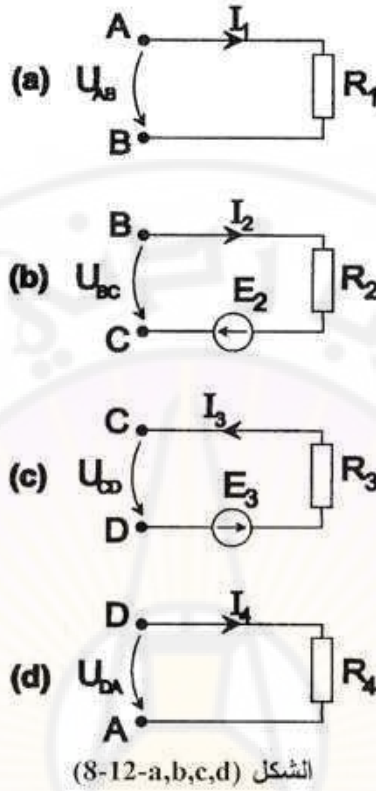
$$U_{BC} + E_2 = I_2 \cdot R_2$$

للضلع الثالث : الشكل (8-12-c)

$$U_{CD} - E_3 = I_3 \cdot R_3$$

للضلع الرابع : الشكل (8-12-d)

$$U_{DA} = I_4 \cdot R_4$$



وإذا استبدلنا في العلاقة أعلاه يمكن أن نكتب :

$$I_1.R_1 + I_2.R_2 - E_2 + I_3.R_3 + E_3 + I_4.R_4 = 0$$

وبترتيب هذه العلاقة ينتج :

$$E_2 - E_3 = I_1.R_1 + I_2.R_2 - I_3.R_3 + I_4.R_4$$

أو بشكل آخر :

$$\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n R_K I_K$$

ونمثل هذه العلاقة قانون كيرشوف الثاني . وينص هذا القانون كما يلي :

إن المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية E_K التي تعمل على أضلاع أية حلقة من دارة تيار مستمر يساوي مجموع التوترات الأومية $R_K.I_K$ على مختلف أضلاع الدارة . بحيث تؤخذ القوة المحركة الكهربائية E_K موجبة إذا كان اتجاهها ينطبق على

اتجاه التكامل في الحلقة وبحيث يؤخذ هبوط التوتر $R_k \cdot I_k$ موجباً إذا كان اتجاه التيار I_k ينطبق على اتجاه التكامل في الحلقة .

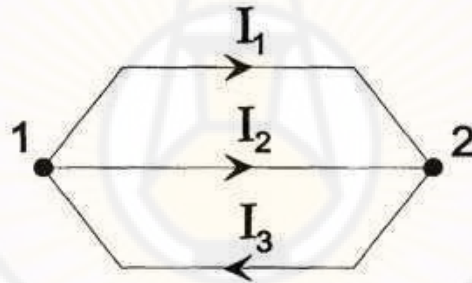
٨-٥-٣ ملاحظات حول تطبيق قوانين كيرشوف في دارات التيار المستمر :

- يمكن أن نلاحظ انه يمكن أن نطبق قانون كيرشوف الأول في دائرة كهربائية ما ، عدداً من المرات يساوي عدد العقد N في هذه الدارة كما في الشكل ٨-١٣ .
في العقدة (١) :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

في العقدة (٢)

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$



الشكل (٨-١٣)

ونلاحظ أن أية من المعادلتين يمكن الحصول عليها من المعادلة الثانية بضربها بـ (١-) أي أننا نكتب قانون كيرشوف الأول مرتين في هذه الدارة ، لكن نحصل على معادلة واحدة مستقلة . كذلك نحصل عندما نطبق قانون كيرشوف الأول في الدارة المبينة في الشكل (٨-١٤).

في العقدة (١) :

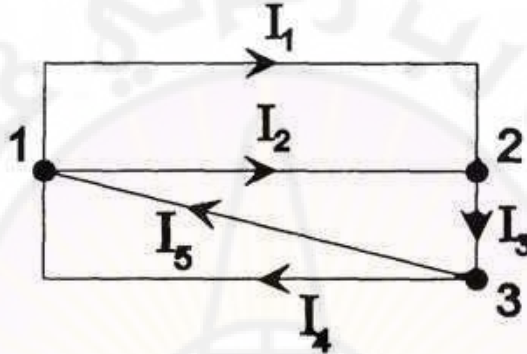
$$I_1 + I_2 - I_4 - I_5 = 0$$

في العقدة (2) :

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

في العقدة (3) :

$$-I_3 + I_4 + I_5 = 0$$



الشكل (8-14)

أي أننا نحصل على عدد من المعادلات يساوي عدد العقد N لكن نلاحظ أنه إذا جمعنا معادلة العقدة (2) ومعادلة العقدة (3) فإننا نحصل على معادلة العقدة (1) مضروبة بـ (-1).

أي أننا نحصل على معادلتين مستقلتين فقط والمعادلة الثالثة تكون غير مستقلة. إن تطبيق قانون كيرشوف الأول في دارات التيار المستمر يعطينا دائماً عدد من المعادلات الجبرية الخطية المستقلة يمكن تحديده باستعمال علاقة أولير الأولى في نظرية الشبكات :

$$P = N - 1$$

- يمكن أن نلاحظ أنه يمكن أن نطبق قانون كيرشوف الثاني في دائرة كهربائية ما ، عدداً من المرات يساوي عدد الحلقات (M) في هذه الدائرة . لكن عدد المعادلات المستقلة التي نحصل عليها عند تطبيق قانون كيرشوف الثاني في الدائرة يمكن تحديده باستعمال علاقة أولير الثانية في نظرية الشبكات :

$$B = L - N + 1$$

حيث:

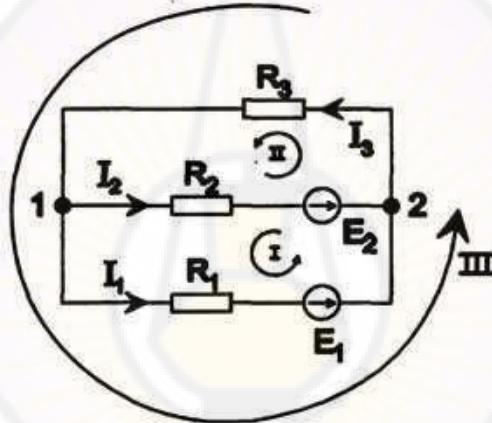
L يساوي عدد أضلاع الدارة .

N يساوي عدد عقد الدارة .

ويمكن ملاحظة ذلك في الدارة المبينة في الشكل (8-15) حيث نطبق قانون كيرشوف

الثاني في عدد من الحلقات التي نعطينا معادلات مستقلة يساوي :

$$B = 3 - 2 + 1 = 2$$



الشكل (8-15)

فإذا أخذنا حلقتي في الدارة ، الحلقة I والحلقة II واختارنا الاتجاه الموجب للدوران في

الحلقة ، يمكن أن نكتب علاقة قانون كيرشوف الثاني كما يلي :

في الحلقة I :

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2$$

في الحلقة II :

$$E_2 = R_2 I_2 - R_3 I_3$$

أما إذا كتبنا قانون كيرشوف الثاني في الحلقة III فإننا نحصل على المعادلة :

في الحلقة III :

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3$$

يمكن أن نلاحظ انه يمكن أن نحصل على المعادلة III إذا جمعنا المعادلتين في الحلقة I والحلقة II معاً أي أن هذه المعادلة غير مستقلة .
يمكن أن نلاحظ أن تطبيق قانون كيرشوف الأول وتطبيق كيرشوف الثاني في دائرة كهربائية ما ، يعطينا عدداً من المعادلات المستقلة يساوي L .

$$P = N - 1$$

$$\frac{B = L - N + 1}{P + B = L}$$

أي يساوي عدد أضلاع الدارة . وبذلك نحصل على نظام معادلات جبرية خطية من الدرجة الأولى غير متجانسة . عندما نقوم بإيجاد الحل لهذا النظام فإننا نحصل على قيم التيارات المختلفة التي تمر في أضلاع الدارة L .

إن خطوات تطبيق قانوني كيرشوف في الدارات الكهربائية هي التالية :

أ- نحدد على أضلاع الدارة الكهربائية الاتجاهات الموجبة لمختلف التيارات . ونؤخذ اتجاهات التيار في الأضلاع النشطة مطابقة لاتجاه القوة المحركة .

ب - نحدد عدد العقد المستقلة في الدارة بتطبيق علاقة اويلر $P = N - 1$ ونحدد عدد الحلقات المستقلة في الدارة بتطبيق علاقة اويلر الثانية $B = L - N + 1$.

ج - نطبق قانون كيرشوف الأول في عدد من العقد المستقلة P من الدارة . ونطبق قانون كيرشوف الثاني في عدد من الحلقات المستقلة B فنحصل على نظام من المعادلات يساوي $B + P = L$.

د - نحل نظام المعادلات L فنحصل على مختلف التيارات I_L في أضلاع الدارة .

٨-٦ مبدأ مصونية الاستطاعة الكهربائية في دارات التيار المستمر :

Power Conservation in DC Circuits

ينص مبدأ مصونية الاستطاعة الكهربائية في دارات التيار المستمر على ما يلي :

إن المجموع الجبري للاستطاعات الكهربائية التي تولدها مصادر القوة المحركة الكهربائية في أية دائرة كهربائية يساوي مجموع الاستطاعات التي تستهلكها المقاومات الكهربائية في مختلف أضلاع الدارة .
أي يمكن أن نكتب :

$$\sum_{i=1}^n P_{M_i} = \sum_{i=1}^n P_{R_i}$$

حيث لدينا :

P_{M_i} الاستطاعة التي تولدها القوة المحركة الكهربائية E_i التي تعمل في الضلع (i) من الدارة .

P_{R_i} الاستطاعة التي تستهلكها المقاومة R_i المربوطة في الضلع (i) من الدارة .
ويمكن أن نكتب أيضاً :

$$\sum_{i=1}^n E_i \cdot I_i = \sum_{i=1}^n R_i \cdot I_i^2$$

وللبرهان على هذا المبدأ ، نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (8-16)، حيث تعطى في الدارة قيمة المقاومات (R_1, R_2, R_3) وقيمة القوة المحركة الكهربائية E_1 و E_2 و نطبق على هذه الدارة قانوني كيرشوف الأول والثاني كما يلي :

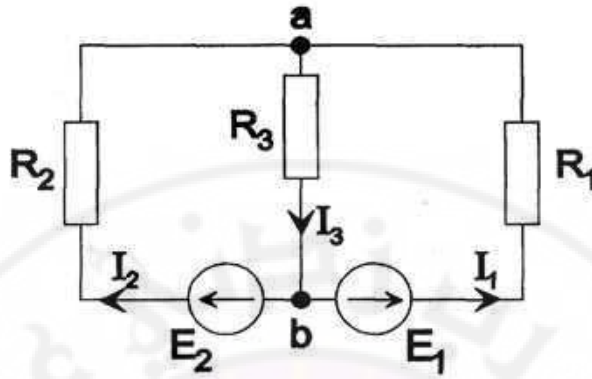
إن تحليل الدارة يعطينا

- عدد أضلاع الدارة $L=3$

- عدد عقد الدارة $N=2$

- عدد العقد المستقلة $P=N-1=2-1=1$

- عدد الحلقات المستقلة $B=L-N+1=3-2+1=2$



الشكل (8-16)

وبذلك فانه يمكن أن نطبق قانون كيرشوف الأول في عقدة واحدة مستقلة فنحصل على:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

ويمكن أن نطبق قانون كيرشوف الثاني في حلقتي مستقلتين من حلقات الدارة ، فنحصل على :

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 I_3$$

$$E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3$$

وبذلك نحصل على 3 معادلات ، فيها ثلاثة مجاهيل I_1, I_2, I_3 وبحل هذه المعادلات نحصل على قيمة التيارات التي تمر في مختلف أضلاع الدارة .

الآن ، لكي نبرهن مبدأ مصونية الاستطاعة الكهربائية في هذه الدارة نكتب معادلة تشغيل أضلاع الدارة الثلاثة ، مع أخذ افتراض الاتجاهات الموجبة في الدارات المستهلكة المسالمة والنشطة كما في الشكل (8-17)، فينتج لدينا :

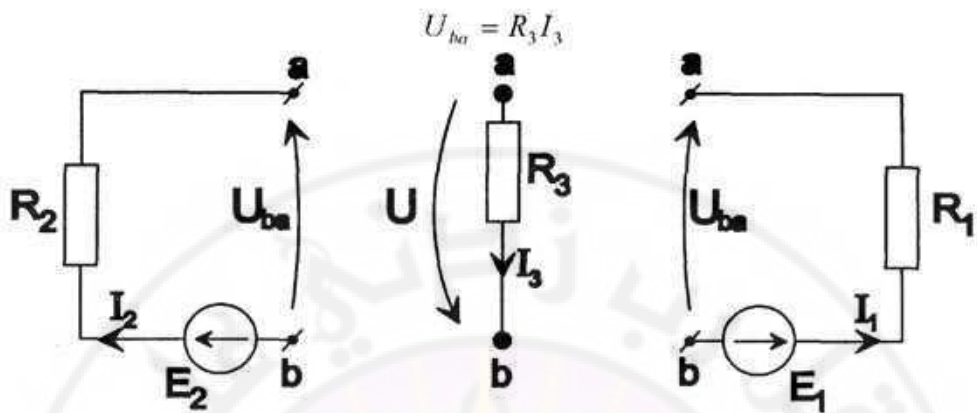
- بالنسبة للضلع الأول :

$$U_{ba} + E_1 = R_1 I_1$$

- بالنسبة للضلع الثاني :

$$U_{ba} + E_2 = R_2 I_2$$

- بالنسبة للضلع الثالث :



الشكل (8-17)

الآن نضرب كل معادلة من المعادلات الثلاثة بالتيار الذي يمر في الضلع الذي تصفه هذه المعادلة فينتج :

$$I_1 \times (U_{ba} + E_1 = R_1 I_1)$$

$$I_2 \times (U_{ba} + E_2 = R_2 I_2)$$

$$I_3 \times (U_{ab} = R_1 I_1)$$

ونكتب :

$$U_{ba} I_1 + E_1 I_1 = R_1 I_1^2$$

$$U_{ba} I_2 + E_2 I_2 = R_2 I_2^2$$

$$U_{ab} I_3 = R_3 I_3^2$$

وإذا جمعنا هذه المعادلات الثلاثة معاً ، فينتج :

$$U_{ba} I_1 + U_{ba} I_2 + U_{ba} I_3 + E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

وإذا اعتبرنا أن

$$U_{ba} = V_b - V_a \quad \text{و} \quad U_{ab} = V_a - V_b$$

يمكن أن نكتب:

$$V_b I_1 - V_a I_1 + V_b I_2 - V_a I_2 + V_b I_3 - V_a I_3 + E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

$$V_b (I_1 + I_2 - I_3) - V_a (I_1 + I_2 - I_3) + E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

وإذا اعتبرنا ، قانون كيرشوف في العقدة a :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

تصبح المعادلة كما يلي :

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$$

أو بشكل عام :

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2$$

أي أن مجموع الاستطاعات المولدة في الدارة $\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k$ يساوي مجموع الاستطاعات

المستهلكة في مقاومات الدارة $\sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2$.

وذلك باعتبار الاستطاعة المولدة $P_{gi} = E_i I_i$

والاستطاعة المولدة $P_{ki} = R_i \cdot I_i^2$.

وبحيث يمكن أن نكتب :

$$\sum_{i=1}^n P_{gi} = \sum_{i=1}^n P_{ki}$$

وتسمى العلاقة الأخيرة هذه ، ميزان الاستطاعة في دارات التيار المستمر .

إن واحدة من أهم ميزات الدارات الكهربائية ، أنه لا يمكن أن نولد في هذه الدارات استطاعة P_g أكبر أو أصغر من الاستطاعة المستهلكة في هذه الدارة P_k . أي أنه بقدر الاستطاعة المستهلكة يجب أن تكون الاستطاعة المولدة .

٧-٨ نظريات ثنائيات الأقطاب الكهربائية المكافئة :

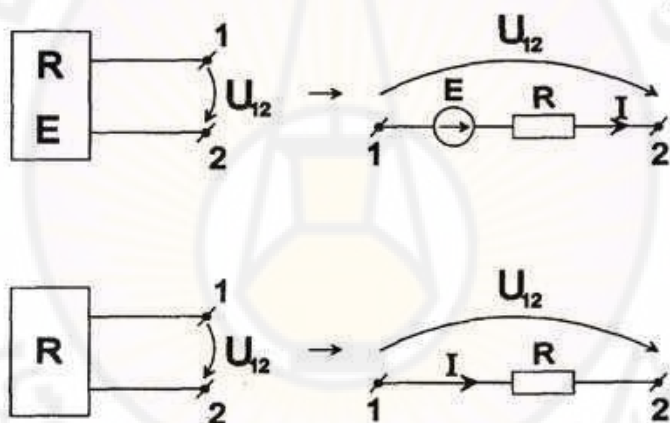
Equivalence Dipole Circuits Theories

تتألف دارات التيار المستمر ، كما ذكرنا سابقاً ، من عدد من المقاومات الكهربائية وعدد من مصادر القوة المحركة الكهربائية وتكون مربوطة مع بعضها ربطاً ثابتاً وفق بنية هندسية معينة لتحقيق وظيفة فيزيائية محددة . ويمكن أن تكافئ أي دارة من الدارات نسبة لأي عقدتين من الدارة، ثنائي أقطاب كهربائي وذلك مهما كانت بنية

الدارات الهندسية بحيث تتحقق بين الدارة الأصلية وبين ثنائي الأقطاب شروط التكافؤ وهي : تساوي التوترات المطبقة بين العقدتين في الدارتين وتساوي التيارات التي تمر في الدارة عبر هذه العقد أي

$$U_1 = U_2 ; I_1 = I_2 \Rightarrow R_1 = R_2$$

وحيث أن ثنائي الأقطاب يمثل دارة كهربائية ترتبط مع الوسط الخارجي بواسطة زوج من الأقطاب أو العقد ، فإن هذه الدارة يمكن أن تحتوي على قوى محرركة كهربائية وبذلك تكون الدارة هذه نشيطة أو يمكن أن تكون بدون قوى محرركة كهربائية وبذلك تكون الدارة هذه مسالمة ويكون ثنائي الأقطاب المكافئ نشيطاً أو مسالماً أيضاً كما في الشكل (8-18)



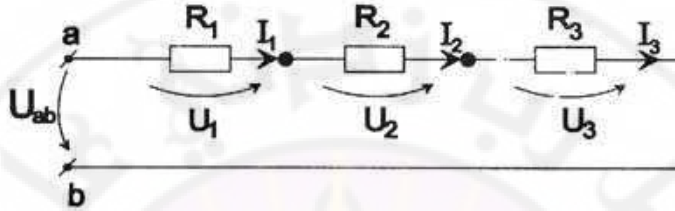
الشكل (8-18)

٨-٧-١ نظرية الربط التسلسلي لثنائيات الأقطاب الكهربائية المسالمة :

Passive Dipole Circuits in Series

إذا كانت لدينا مجموعة من المقاومات الكهربائية مربوطة مع بعضها بحيث يخرج التيار من واحدة ويدخل إلى الثانية ثم يخرج من المقاومة الثانية ويدخل إلى الثالثة وهكذا دون أن ينتج بين هذه المقاومات أي عقدة ، كما في الشكل (8-19). فإن هذه الطريقة لربط المقاومات تسمى الربط التسلسلي في هذه الحالة يمكن أن نكتب :

- (1) شرط الربط التسلسلي : $I_1 = I_2 = I_3 = I$
- (2) نظرية التوتر الكهربائي : $U_1 + U_2 + U_3 = U_{ab}$
- (3) قانون أوم لكل مقاومة : $U_1 = R_1 I_1; U_2 = R_2 I_2; U_3 = R_3 I_3$



الشكل (8-19) الربط التسلسلي للمقاومات

وباستبدال في علاقة التوتر الكهربائي ينتج :

$$U_{ab} = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3$$

وبما أننا اعتبرنا شرط الربط التسلسلي ينتج :

$$U_{ab} = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad (4)$$

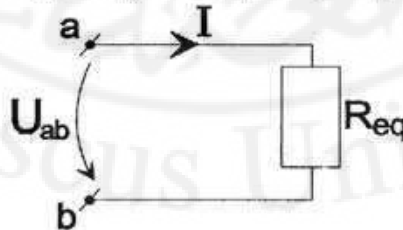
بحسب نظرية تكافؤ دارات التيار المستمر ، فإنه يمكن أن نجد دارة مكافئة لهذه الدارة ، مولفة من مقاومة واحدة R_{eq} بحيث إذا طبقنا على الدارتين نفس التوتر U_{ab} ، فإنه سوف يمر في الدارتين ذات التيار I كما في الشكل (8-19).

إن معادلة تشغيل هذه الدارة هي :

$$U_{ab} = R_{eq} \cdot I \quad (5)$$

فإذا دلت الدارات مكافئة فإن المعادلات (4) و (5) ستكون متطابقة ، أي :

$$U_{ab} = R_{eq} I = I(R_1 + R_2 + R_3)$$



الشكل (8-20)

ومنها ينتج :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

أو :

$$R_{eq} = \sum_{k=1}^n R_k$$

أي أن المقاومة المكافئة للربط التسلسلي للمقاومات تساوي المجموع الحصري للمقاومات المربوطة على التسلسل .

Potential Divider

٨-٧-٢ نظرية مجزئ التوتير الكهربائي :

إذا أخذنا دائرة كهربائية مؤلفة من مقاومتين : R_1, R_2 مربوطين على التسلسل كما في الشكل (8-21)، فإن التوتير الكلي المطبق على هذه الدارة U_{ab} سوف ينجز إلى توترين ، توتر U_1 سيظهر على المقاومة R_1 وتوتر U_2 سيظهر على المقاومة R_2 ويمكن أن نحدد قيمة كل من التوترين U_1 و U_2 كما يلي :

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$U = R_{eq} \cdot I$$

وبنقسيم المعادلة الأولى على الثانية نحصل على :

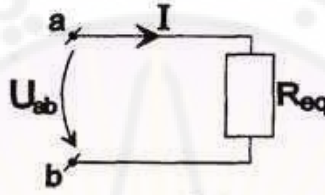
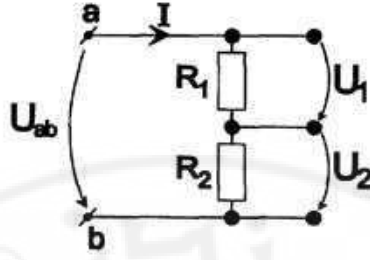
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

وإذا قسمنا المعادلة الأولى على المعادلة الثالثة نحصل على :

$$\frac{U_1}{U_{ab}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

وإذا قسمنا المعادلة الثانية على المعادلة الثالثة نحصل على :

$$\frac{U_2}{U_{ab}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



الشكل (8-21)

حيث لدينا :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

وبشكل عام إذا كان لدينا عدد (n) من المقاومات (R) مربوطة على التسلسل ، فإن علاقة مجزئ التوتر يمكن أن تكتب كما يلي :

$$U_n = U_{ab} \cdot \frac{R_n}{R_{eq}} = \frac{R_n}{\sum_{K=1}^n R_K}$$

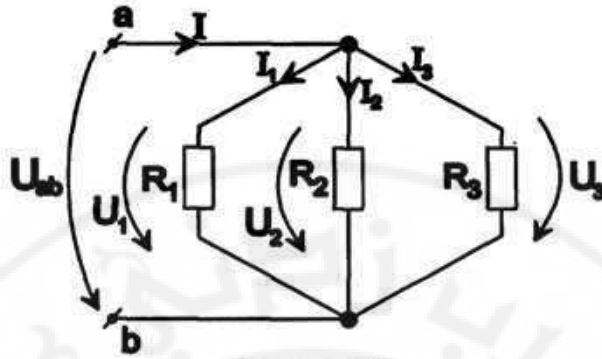
٨-٧-٣ نظرية الربط التفرعي لثنائيات الأقطاب المسالمة :

Passive Dipole in Parallel

يقصد بالربط على التفرع أو على التوازي لعدد من ثنائيات الأقطاب المسالمة ، أي من المقاومات الكهربائية ، ربط هذه الثنائيات بين ذات العقدتين في الدارة الكهربائية ، بحيث يكون التوتر المطبق على أية مقاومة مساوياً للتوتر المطبق على العقدتين كما في الشكل (8-22)، وبحيث يتحقق الشرط :

$$U_{ab} = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n \quad (1)$$

وبتطبيق قانون كيرشوف الأول في العقدة b ينتج لدينا :



الشكل (8-22)

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (2)$$

وبتطبيق قانون اوم على كل مقاومة من المقاومات نحصل على :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} ; I_2 = \frac{U_2}{R_2} ; I_3 = \frac{U_3}{R_3} \quad (3)$$

وباستبدال العلاقات (3) في العلاقة (2) ينتج :

$$I = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} \quad (4)$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط التفرعي ينتج :

$$I = U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (5)$$

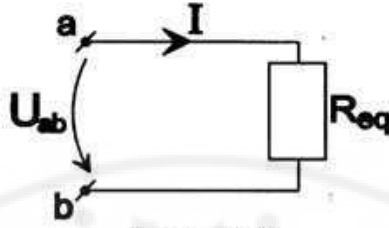
وحسب نظرية تكافؤ دارات التيار المستمر ، فإنه يمكن أن نجد دائرة مكافئة لهذه

الدائرة مؤلفة من مقاومة واحدة R_{eq} بحيث إذا طبقنا على الدارتين نفس التوتر U_{ab} ،

فانه سوف يمر في الدارتين ذات التيار I ، كما في الشكل (8-23) ، إن معادلة تشغيل

هذه الدائرة المكافئة هي :

$$U_{ab} = R_{eq} \cdot I \quad (6)$$



الشكل (8-23)

فإذا كانت الدارات متكافئة فإن المعادلات (5) و (6) ستكون متطابقة ، أي :

$$I = \frac{U_{ab}}{R_{eq}} = U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

ومنه ينتج :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{K=1}^n \frac{1}{R_K}$$

أي أن مقلوب المقاومة المكافئة للربط التفرعي للمقاومات يساوي المجموع الجبري لمقلوب المقاومات المربوطة على التفرع .

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف الناقلية الكهربائية:

$$G_K = \frac{1}{R_K}$$

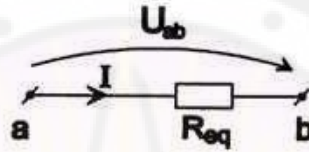
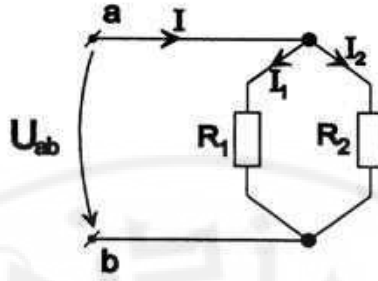
يمكن أن نكتب:

$$G_{eq} = \sum_{K=1}^n G_K$$

Current Divider

٨-٧-٤ - نظرية مجزئ التيار الكهربائي :

إذا أخذنا دائرة كهربائية مؤلفة من مقاومتين R_1 و R_2 مربوطين على التفرع كما في الشكل (8-24)، فإن التيار الكلي الذي يمر في الدارة I سوف يتجزأ إلى تيارين ، تيار I_1 يمر في المقاومة R_1 ، وتيار I_2 يمر في المقاومة R_2 .



الشكل (8-24)

ويمكن أن نحدد قيمة كل من التيارين I_1 و I_2 كما يلي :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_{ab}}{R_1} \quad (1)$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{ab}}{R_2} \quad (2)$$

$$I = \frac{U_{ab}}{R_{eq}} = U_{ab} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad (3)$$

حيث لدينا

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

وبتقسيم المعادلة الأولى على المعادلة الثالثة ينتج :

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

وبتقسيم المعادلة الثانية على المعادلة الثالثة ينتج :

$$\frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

وبتقسيم المعادلة الأولى على المعادلة الثانية ينتج :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

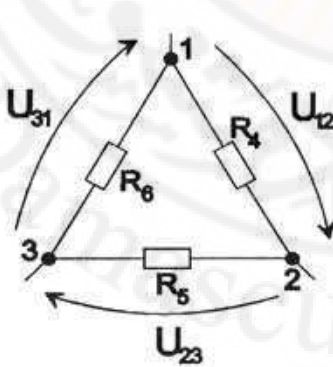
وبشكل عام إذا كان لدينا عدد (n) من المقاومات (R) مربوطة مع بعضها على التفرع، فإن علاقة مجزئ التيار يمكن أن تكتب كما يلي :

$$I_n = I \cdot \frac{R_{eq}}{R_n} = \frac{\sum_{k=1}^n R_k}{R_n} \cdot I$$

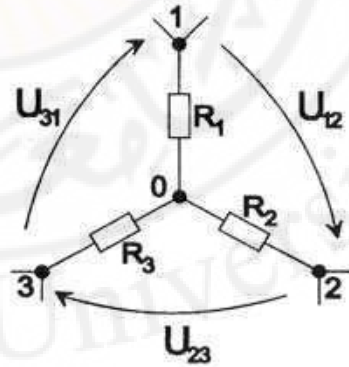
٨-٧-٥- الربط المثلثي والربط النجمي للمقاومات المسالمة والتكافؤ بينها :

Star / Delta Passive Dipole Circuits

يقصد بالربط المثلثي للمقاومات الكهربائية ، وصل ثلاث مقاومات مع بعضها في دائرة ما ، بين ثلاث عقد ، بحيث تشكل أضلاع مثلث . ويقصد بالربط النجمي للمقاومات ، وصل ثلاث مقاومات مع بعضها في دائرة ما بين ثلاث عقد ، بحيث تشكل أضلاع نجمة ثلاثية الرؤوس كما هو مبين في الشكل (8-25)، حيث لدينا R_1, R_2, R_3 المقاومات المربوطة بشكل نجمي ولدينا R_4, R_5, R_6 المقاومات المربوطة بشكل مثلثي . لإيجاد علاقة تحويل الربط المثلثي إلى ربط نجمي وبالعكس، نفترض أنه تتم تغذية الدارتين المثلثية والنجمية ، كما يلي :



الربط المثلثي للمقاومات



الربط النجمي للمقاومات

الشكل (8-25)

- في البداية نفترض أن تغذية الداريتين تتم عبر الأقطاب 1،2 فقط والقطب 3 يبقى مفصلاً عن بقية الدارة ، ونطبق في كلتا الحالتين توتراً متساوياً U_{12} . فإذا كانت هذه الدارات متكافئة فإن التيارات التي ستمر في الحالتين ستكون متساوية أيضاً . ويمكن أن نكتب علاقة المقاومة الكهربائية التي تعترض مرور التيار 1 في الدارة المثلثية عند تطبيق التوتر بين القطب 1،2 كما يلي :

$$R_{eq}(\Delta)_{12} = \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} = \frac{R_4 \cdot (R_5 + R_6)}{R_4 + (R_5 + R_6)}$$

و لأجل ذات الأقطاب في الدارة النجمية يمكن أن نكتب علاقة المقاومة الكهربائية التي تعترض مرور التيار عند تطبيق التوتر بين القطب 1،2 كما يلي :

$$R_{eq}(\lambda)_{12} = R_1 + R_2$$

وإذا كانت الدارتان متكافئتين فإنه سينتج لدينا :

$$R_{eq}(\lambda)_{12} = R_{eq}(\Delta)_{12}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{R_4 R_5 + R_4 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \quad (1)$$

- وإذا تمت تغذية الداريتين عبر الأقطاب 3،2 فقط وبقي القطب 1 حراً ومفصلاً عن بقية الدارة ، وإذا طبقنا في كلتا الحالتين توتراً متساوياً U_{23} فإن المقاومة التي ستعترض مرور التيار في الدارة المثلثية ستساوي ما يلي :

$$R_{eq}(\Delta)_{23} = \frac{R_5 (R_{46})}{R_5 + (R_{46})} = \frac{R_5 (R_4 + R_6)}{R_5 + (R_4 + R_6)}$$

و لأجل ذات الأقطاب في الدارة النجمية ، يمكن أن نكتب علاقة المقاومة الكهربائية التي تعترض مرور التيار عند تطبيق التوتر بين القطبين 2،3 كما يلي :

$$R_{eq}(\lambda)_{23} = R_2 + R_3$$

وإذا كانت الداريتين متكافئتين ، فإنه يمكن أن نكتب :

$$R_{eq}(\lambda)_{23} = R_{eq}(\Delta)_{23}$$

$$R_2 + R_3 = \frac{R_5 R_4 + R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \quad (2)$$

وإذا تمت تغذية الدارتين عبر الأقطاب 1،3 فقط وبقي القطب 2 حراً ومفصلاً عن بقية الدارة ، وإذا طبقنا في الحالتين توتراً متساوياً U_{31} ، فإن المقاومة التي ستعترض مرور التيار في الدارة المثلثية ستساوي ما يلي :

$$R_{eq}(\Delta)_{31} = \frac{R_6(R_{46})}{R_6 + (R_{46})} = \frac{R_5(R_4 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6}$$

و لأجل ذات الأقطاب في الدارة النجمية ، يمكن أن نكتب علاقة المقاومة الكهربائية التي تعترض مرور التيار عند تطبيق التوتر بين القطبين 1،3 ، كما يلي :

$$R_{eq}(\lambda)_{31} = R_3 + R_1$$

وإذا كانت الدارتان متكافئتين ، فانه يمكن أن نكتب :

$$R_{eq}(\lambda)_{31} = R_{eq}(\Delta)_{31}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_4 R_5 + R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6} \quad (3)$$

نلاحظ أننا بهذا البرهان ، قد حصلنا على ثلاث معادلات 1،2،3 فيها ست كميات كهربائية ، ثلاث كميات تمثل مقاومات أضلاع المثلث R_4, R_5, R_6 وثلاث كميات تمثل مقاومات أضلاع النجمة R_1, R_2, R_3 فإذا افترضنا أن مقاومات المثلث معلومة فإنه بحل نظام المعادلات نحصل على قيمة مقاومات النجمة ، كما يلي :

$$R_1 = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_2 = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_3 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

أما إذا افترضنا أن مقاومات النجمة هي المعلومة ، فانه بحل نظام المعادلات نحصل على قيمة مقاومات المثلث كما يلي :

$$R_4 = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

$$R_5 = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_6 = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

إن مثل هذا الربط المثلثي للمقاومات أو الربط النجمي للمقاومات يستعمل كثيراً في الدارات والشبكات الكهربائية وتساعد طريقة التحويل بين الربط المثلثي والربط النجمي على تسهيل دراسة هذه الشبكات .

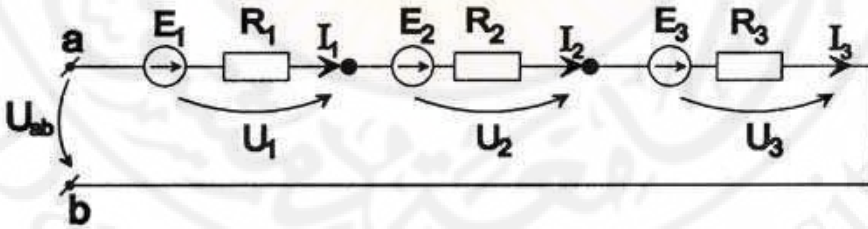
٨-٧-٦- نظرية الربط التسلسلي لثنائيات الأقطاب النشطة:

Active Dipole Circuits in Series

تحتوي ثنائيات الأقطاب النشطة على قوة محركة كهربائية تعمل فيها إضافة إلى مقاومتها . وعند ربط ثنائيات الأقطاب النشطة على التسلسل كما في الشكل (8-26)، فإن طريقة الربط هذه تعني تحقيق الشروط التالية :

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$U_{ab} = U_1 + U_2 + U_3$$



الشكل (8-26)

ويمكن أن نكتب معادلة تشغيل كل ضلع من الأضلاع النشطة كما يلي :

$$U_1 + E_1 = R_1 I_1$$

$$U_2 + E_2 = R_2 I_2$$

$$U_3 + E_3 = R_3 I_3$$

وإذا جمعنا المعادلات الثلاثة نحصل على ما يلي :

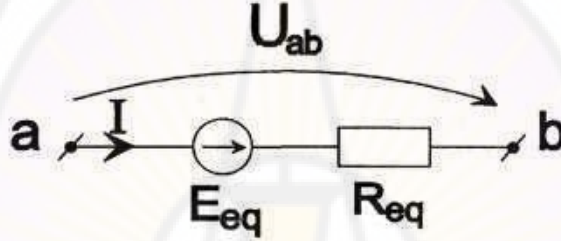
$$U_1 + U_2 + U_3 + E_1 + E_2 + E_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3$$

وإذا اعتبرنا شروط الربط التسلسلي فإنه يمكن أن نحصل على ما يلي :

$$U_{ab} + \sum E_K = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad (1)$$

وتمثل هذه العلاقة معادلة تشغيل الدارة المؤلفة من ثلاثة أضلاع نشيطة .

يمكن أن نوجد لهذه الدارة ، دارة مكافئة مؤلفة من ثنائي أقطاب نشيط ، كما في الشكل (8-27) بحيث إذا طبقنا على الدارتين نفس التوتر U_{ab} سيمر في الدارتين ذات التيار 1.



الشكل (8-27)

ويمكن أن نكتب معادلة الدارة المكافئة كما يلي :

$$U_{ab} + E_{eq} = R_{eq} \cdot I \quad (2)$$

فإذا كانت الدارتان متكافئتين فإن المعادلتين (1) و (2) ستكونان متطابقتين كما يلي :

$$U_{ab} + \sum E_K = I \cdot \sum R_K = U_{ab} + E_{eq} = I \cdot R_{eq}$$

ومن مقارنة حدود هذه المعادلات ينتج لدينا :

$$R_{eq} = \sum_{K=1}^n R_K$$

$$E_{eq} = \sum E_K$$

أي أن الدارة المكافئة سيكون لها مقاومة مكافئة تساوي مجموع مقاومات الأضلاع النشيطة المربوطة على التسلسل وسيكون لها قوة محرركة كهربائية مكافئة تساوي مجموع القوى المحركة الكهربائية النشيطة المربوطة على التسلسل .

٨-٧-٧- نظرية الربط التفرعي لثنائيات الأقطاب النشطة :

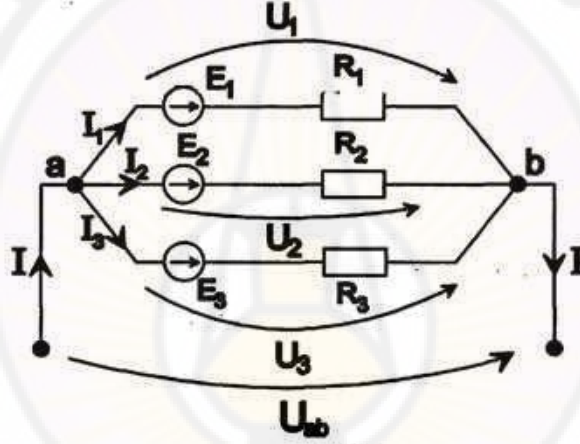
Active Dipole Circuits in Parallel

عند ربط ثنائيات الأقطاب النشطة على النوع فإنه سوف تتحقق الشروط التالية : كما في الشكل (8-28).

$$U_{ab} = U_1 = U_2 = U_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

وإذا طبقنا قانون اوم على كل ثنائي أقطاب نشيط ، مع الأخذ بعين الاعتبار الاتجاهات الموجبة لثنائيات الأقطاب المستهلكة النشطة فإننا سنحصل على :



الشكل (8-28)

$$U_1 + E_1 = R_1 I_1$$

$$U_2 + E_2 = R_2 I_2$$

$$U_3 + E_3 = R_3 I_3$$

ويمكن أن نكتب بشكل آخر :

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_1} = I_1 \quad G_1 U_1 + G_1 E_1 = I_1$$

$$\frac{U_2}{R_2} + \frac{E_2}{R_2} = I_2 \Rightarrow G_2 U_2 + G_2 E_2 = I_2$$

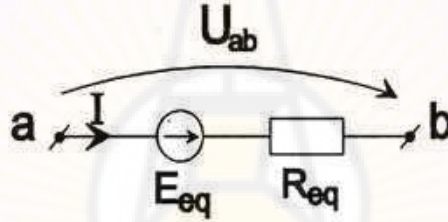
$$\frac{U_3}{R_3} + \frac{E_3}{R_3} = I_3 \quad G_3 U_3 + G_3 E_3 = I_3$$

وإذا استبدلنا في علاقة كيرشوف الأولى في العقدة a بنّج :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U_1 + G_2 U_2 + G_3 U_3 + G_1 E_1 + G_2 E_2 + G_3 E_3$$

$$U_{ab}(G_1 + G_2 + G_3) + \sum_{K=1}^3 G_K E_K = I \quad (1)$$

وتمثل هذه المعادلة ،علاقة تشغيل الدارة المولفة من ثلاثة أضلاع نشيطة على التفرع يمكن أن نوجد لهذه الدارة ، دارة مكافئة مؤلفة من مقاومة واحدة ومن قوة محرّكة كهربائية مكافئة ، بحيث إذا طبقنا على الدارتين توتراً متساوياً U ، فانه سوف يمر في الدارتين تيارات متساوية I .
ويبين الشكل (8-29) الدارة المكافئة .



الشكل (8-29) الدارة المكافئة

ونكتب معادلة تشغيل الدارة المكافئة كما يلي :

$$U_{ab} + E_{eq} = R_{eq} I$$

أو :

$$G_{eq} U_{ab} + G_{eq} E = I$$

وبمقارنة معادلتَي تشغيل الدارتين المتكافئتين مع بعضهما ، فانه يمكن أن نكتب :

$$E_{eq} = \frac{\sum G_K E_K}{G_{eq}}$$

$$G_{eq} = \sum_{K=1}^n G_K$$

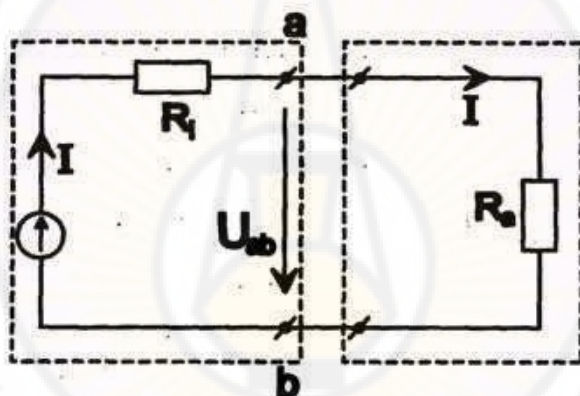
وتمثل هذه العلاقة نظرية الدارة الكهربائية المكافئة لربط ثنائيات الأقطاب النشيطة على التفرع .

٨-٨ - الدارة الكهربائية الأساسية في التيار المستمر وحالات تشغيلها :

Basic Circuit in D.C.

تتألف دارة التيار المستمر الأساسية من مصدر للقوة المحركة الكهربائية يغذي دارة مستهلك مقاومته R_o . كما هو مبين في الشكل (8-30). حيث تمثل المقاومة R_i المقاومة المكافئة لأسلاك التوصيل والمقاومة الداخلية لمصدر القوة المحركة الكهربائية . وتكتب معادلة تشغيل هذه الدارة ، بتطبيق قانون كيرشوف الثاني ، كما يلي :

$$E = (R_i + R_o)I$$



الشكل (8-30)

كما ويمكن أن نكتب علاقة التوتر بين القطبين a و b كما يلي :

$$U_{ab} = R_o \cdot I$$

$$I = \frac{E}{R_i + R_o}$$

$$U_{ab} = \frac{R_o}{R_i + R_o} E$$

ويمكن أن نميز حالات التشغيل الأساسية لدارة التيار المستمر الأساسية .

١- حالة التشغيل النظامية :

وتمثل هذه الحالة ، الحالة التي صممت لأجلها الدارة والتي يجب أن تعمل فيها فترة زمنية طويلة جداً دون أن تظهر في الدارة أية تغيرات هندسية أو فيزيائية أو كيميائية. ويرمز للكميات الكهربائية التي تعرف هذه الحالة بواسطة الدليل (n) .

إن معادلة تشغيل الدارة في الحالة النظامية هي :

$$I_n = \frac{E_n}{R_i + R_o}$$

$$U_n = \frac{R_o}{R_i + R_o} \cdot E_n$$

٢- حالة التشغيل بدون حمل أو حالة التشغيل على الفراغ :

وتنتج هذه الحالة عندما تكون مقاومة المستهلك كبيرة جداً بحيث يمكن اعتبارها لا نهائية $R_o \equiv \infty$ وتكون الدارة في هذه الحالة مبينة في الشكل (8-31) ويرمز للكميات الكهربائية التي تعرف هذه الحالة بواسطة الدليل (0) ولدينا في هذه الحالة التيار :

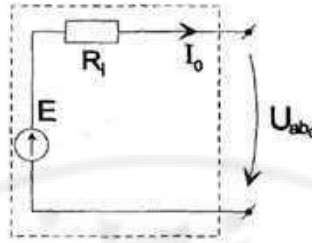
$$I_0 = \frac{E}{R_i + R_o} = \frac{E}{R_i + \infty} = 0$$

والتوتر الذي يظهر على أقطاب الدارة :

$$U_{ah0} = \frac{R_o}{R_i + R_o} E$$

$$U_{ah0} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o}} E = E$$

$$U_{ah0} = E$$



الشكل (8-31)

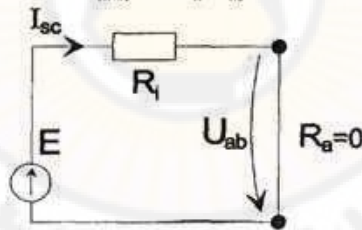
٣- حالة التشغيل على قصر الدارة :

وتنتج هذه الحالة عندما تكون مقاومة المستهلك صغيرة جداً ، بحيث يمكن اعتبارها مساوية للصفر $R_a=0$ وتكون الدارة الأساسية في هذه الحالة مبينة في الشكل (8-32). ويرمز للكميات الكهربائية في هذه الحالة بواسطة الدليل (Sc) . ويكون التيار الذي يمر في الدارة في هذه الحالة معرّفاً بالعلاقة التالية :

$$I_{sc} = \frac{1}{R_a + R_l} E = \frac{E}{R_l}$$

ويكون التوتر الذي يظهر بين الأقطاب a و b مساوياً :

$$U_{absc} = R_a \cdot I_{sc} = 0$$



الشكل (8-32)

٨-٩- نظريات نقل الاستطاعة ألا عظمية في دارات التيار المستمر :

Maximum Power Transfer in DC Circuits

٨-٩-١- نظرية نقل الاستطاعة الكهربائية بمرود اعظمي:

Power Transfer with Maximum Efficiency

يسمى مرود نقل الاستطاعة الكهربائية من أية دائرة أو شبكة كهربائية ، النسبة بين الاستطاعة المستهلكة وبين الاستطاعة المولدة والذي يعرف بالعلاقة :

$$\eta = \frac{P_K}{P_g} \leq 1$$

حيث :

η : يمثل المرود .

P_K : الاستطاعة المستهلكة

P_g : الاستطاعة المولدة

كما ويمكن كتابة المرود كنسبة مئوية ، كما يلي :

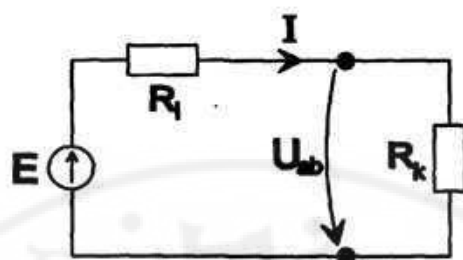
$$\eta\% = \frac{P_K}{P_g} \cdot 100 \leq 100$$

ويمكن الملاحظة أن المرود يكون اعظمياً عندما تكون الاستطاعة المستهلكة في الدارة P_K مساوية لاستطاعة المولدة P_g . وتعرف في الدارات الكهربائية كمية تسمى الضياعات الكهربائية ، ويرمز لها ΔP وذلك بالعلاقة :

$$\Delta P = P_g - P_K \Rightarrow \eta = \frac{P_K}{P_g + \Delta P}$$

وتنتج الضياعات الكهربائية من المقاومات الداخلية لمصادر القوة المحركة الكهربائية ومقاومة أسلاك التوصيل ، كما هو مبين في الشكل (8-33) .
إن قيمة التيار في هذه الدارة تعطى بالعلاقة :

$$I = \frac{E}{R_i + R_K}$$



الشكل (8-33)

وتعطى الاستطاعة المولدة في الدارة بالعلاقة :

$$P_g = I \cdot E = \frac{E^2}{R_i + R_k}$$

وتعطى الاستطاعة المستهلكة في المقاومة R_k في الدارة بالعلاقة :

$$P_k = R_k \cdot I^2$$

$$P_k = \frac{R_k}{(R_i + R_k)^2} \cdot E^2$$

وتكون قيمة المردود في هذه الدارة كما يلي :

$$\eta = \frac{P_k}{P_g} = \frac{R_k}{R_i + R_k} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_k}}$$

ولكي تكون قيمة المردود في هذه الدارة أعظمية يجب أن تكون النسبة $\frac{R_i}{R_k}$ في

العلاقة السابقة مساوية للصفر .

أي :

$$\frac{R_i}{R_k} = 0$$

وهذا يعني أن R_i يجب أن تكون أصغر بكثير من R_k .

ونتص النظرية : أنه لكي نحصل على مردود اعظمي من أية دائرة كهربائية فإن النسبة بين المقاومة المكافئة لثنائي الأقطاب المولد R_i وبين المقاومة المكافئة لثنائي الأقطاب المستهلك R_K يجب أن تكون اصغر ما يمكن .

٨-٩-٢ - نظرية نقل الاستطاعة الكهربائية مع توفير استطاعة أعظمية للمستهلك:

Power Transfer with matching Conditions

تعطى الاستطاعة عند المستهلك R_K بالعلاقة :

$$P_K = R_K . I^2$$

وبما أن التيار I يساوي :

$$I = \frac{E}{R_i + R_K}$$

فان الاستطاعة المستهلكة تساوي :

$$P_K = \frac{R_K}{(R_i + R_K)^2} . E^2$$

ونتص النظرية على أن تكون هذه الاستطاعة عند المستهلك أعظمية .
ورباضياً ، لكي تكون هذه الاستطاعة أعظمية ، فان المشتق الأول لها نسبة لمقاومة المستهلك R_K يجب أن يكون مساوياً للصفر ، أي :

$$\frac{dP_K}{dR_K} = 0$$

أي :

$$\frac{dP_K}{dR_K} = \frac{E^2 (R_i + R_K)^2 - 2(R_i + R_K) . R_K . E^2}{(R_i + R_K)^4} = 0$$

ولكي تكون علاقة المشتق مساوية للصفر ، فان الحد في صورة الكسر يجب أن يكون مساوياً للصفر ، أي :

$$E^2 (R_i + R_K)^2 - 2(R_i + R_K) . R_K . E^2$$

ومنه ينتج :

$$R_i^2 - R_K^2 = 0$$

$$R_i = R_K$$

وتسمى هذه العلاقة الأخيرة شرط توفير استطاعة أعظمية عند المستهلك . وإذا تحقق هذا الشرط فإن الاستطاعة عند المستهلك ستساوي:

$$P_K = \frac{R_K}{(R_i + R_K)^2} \cdot E^2 = \frac{E^2}{4R_K}$$

وستساوي الاستطاعة المولدة في الدارة :

$$P_g = \frac{E^2}{R_i + R_K} = \frac{E^2}{2R_K}$$

وسيكون المردود عند تحقق هذا الشرط مساوياً :

$$\eta = \frac{P_K}{P_g} = \frac{\frac{E^2}{4R_K}}{\frac{E^2}{2R_K}} = \frac{1}{2}$$

أي أن المردود سيكون مساوياً $\eta\% = 50\%$ وأن 50% من الاستطاعة المولدة ستضيع في الدارة وسوف نستفيد عند المستهلك من 50% من الاستطاعة المولدة في الدارة .

ويسمى شرط تساوي مقاومة المستهلك ومقاومة المولد بشرط تطابق الدارات ، والدارات التي يتحقق فيها هذا الشرط تسمى الدارات المتطابقة .

وتنص النظرية على ما يلي : إذا ربط ثنائي أقطاب مستهلك R_K مع ثنائي أقطاب مولد فيه قوة محرركة كهربائية E ومقاومة داخلية مكافئة R_i ، فإن هذا المستهلك سيحصل على استطاعة أعظمية من المولد ، إذا كانت مقاومته R_K مساوية للمقاومة المكافئة للمولد R_i .

الفصل التاسع

طرق حل ودراسة دارات التيار المستمر
Analysis and Solving of Dc Circuits

٩- طرق حل ودراسة دارات التيار المستمر

Analysis and Solving of DC Circuits

Introduction

٩-١- مقدمة :

تستخدم في دراسة الدارات الكهربائية في التيار المستمر ، القوانين والعلاقات والنظريات الفيزيائية التي تم شرحها وتحديدها في الفصول السابقة . وتعنى دراسة الدارات الكهربائية انه إذا كانت معروفة في الدارة المقاومات الكهربائية والقوى المحركة الكهربائية فانه يتوجب إيجاد قيمة التيارات الكهربائية التي تمر في مختلف أضلاع الدارة . إن تطبيق القوانين والنظريات الكهربائية المختلفة في دارة ما يعني إيجاد عدد من العلاقات الرياضية بين الكميات المعروفة وعادة تكون المقاومات والقوى المحركة وبين الكميات المجهولة وعادة تكون التيارات . ويكون عدد العلاقات التي نحصل عليها مساوياً لعدد المجاهيل أي لعدد أضلاع الدارة .

تتميز المعادلات الرياضية التي نحصل عليها عند تطبيق القوانين والنظريات الكهربائية في الدارة ، بأنها معادلات جبرية من الدرجة الأولى ، خطية وغير متجانسة ، أي أن حدها الحر لا يساوي الصفر وعدد هذه المعادلات يساوي عدد أضلاع الدارة .

وتستخدم في حل مسائل الدارات الكهربائية عدة طرق تتميز بأنها تجعل نظام المعادلات الذي ينتج سهلاً للحل . وندرج فيما يلي أهم طرق حل دارات التيار المستمر .

٩-٢- طريقة قوانين كيرشوف في دارات التيار المستمر :

Kirchoff's Laws Methode

تمثل هذه الطريقة في الواقع ، التطبيق العملي لقانوني كيرشوف الأول والثاني في الدارة . فكما نعلم ، يعطينا تطبيق قانون كيرشوف الأول في عقد الدارة المستقلة ، عدداً من المعادلات يساوي :

$$P=N-1$$

وتكون المجاهيل في هذه المعادلات ، مختلف تيارات أضلاع الدارة والتي تلتقي في العقد التي نطبق فيها القانون .

ويعطينا تطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقات المستقلة عدداً من المعادلات يساوي :

$$B=L-N+1$$

وتكون المجاهيل في هذه المعادلات أيضاً ، مختلف التيارات التي تمر في أضلاع الدارة .

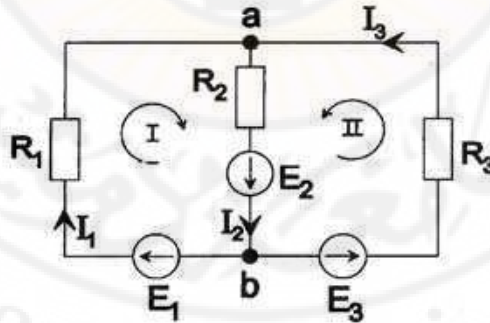
وبتطبيق القانونيين معاً نحصل على L معادلة مستقلة :

$$L=B+P$$

وتكون هذه المعادلات خطية وجبرية من الدرجة الأولى ، ويكون عددها مساوياً لعدد المجاهيل ، أي التيارات التي تمر في أضلاع الدارة .

ولتطبيق هذه الطريقة ، نعتبر المثال التالي :

تُعْطى الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (9-1)، حيث تكون معطاة القوى المحركة الكهربائية E_1, E_2, E_3 والمقاومات الكهربائية R_1, R_2, R_3 والمطلوب حساب التيارات الكهربائية I_1, I_2, I_3 التي تمر في أضلاع الدارة . إن خطوات تطبيق هذه الطريقة هي التالية :



الشكل (9-1)

أ- نحدد أولاً عدد العقد المستقلة في الدارة والتي نطبق فيها قانون كيرشوف الأول كما يلي :

$$P=N-1$$

ب- نحدد ثانياً عدد الحلقات المستقلة في الدارة والتي نطبق فيها قانون كيرشوف الثاني وكما يلي :

$$B=L-N+1$$

ج- نحدد الاتجاهات الموجبة للتيارات في الدارة ، بحيث يؤخذ التيار في الأضلاع النشطة منطبقاً على اتجاه القوة المحركة الكهربائية في الضلع النشط .

د- نحدد اتجاه إجراء التكامل في الحلقات المستقلة .

هـ - نطبق قانون كيرشوف الأول وقانون كيرشوف الثاني في العقد المستقلة وفي الحلقات المستقلة .

إن تطبيق هذه الخطوات يعطينا ما يلي :

في هذه الدارة لدينا :

- عدد العقد: $N=2$

- عدد الأضلاع: $L=3$

- عدد العقد المستقلة: $P=N-1=2-1=1$

- عدد الحلقات المستقلة: $B=L-N+1=3-2+1=2$

نطبق قانون كيرشوف الأول في العقدة (a) فنحصل على ما يلي :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (a)$$

نطبق قانون كيرشوف الثاني في الحلقتين I و II فنحصل على ما يلي :

$$(I) \quad E_1 + E_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

$$(II) \quad E_2 + E_3 = R_2 I_2 + R_3 I_3$$

فنحصل بذلك على ثلاث معادلات فيها ثلاثة مجاهيل هي I_1, I_2, I_3 . وبحل هذه

المعادلات نحصل على قيمة التيارات كما يلي :

$$I_1 = \frac{E_1 R_3 + E_1 R_2 + E_2 R_3 - E_3 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$I_2 = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$I_3 = \frac{E_3 R_1 + E_3 R_2 + E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

يمكن الملاحظة دائماً أن هذه الطريقة تعطي عدداً من المعادلات الجبرية الخطية يساوي عدد الأضلاع في الدارة الكهربائية المدروسة والتي يجب إيجاد الحل لها . وأن حل هذا النظام من المعادلات يزداد تعقيداً كلما ازداد عدد أضلاع الدارة . لذلك يفضل استعمال هذه الطريقة في حل الدارات التي لا يزيد عدد الأضلاع فيها على أربعة .

٩-٣- طريقة تيارات الحلقات أو تيارات ماكسويل :

Loop Currents Method

وتعتمد هذه الطريقة على فكرة استبدال المجاهيل (I_1, I_2, I_3) في نظام المعادلات الذي ينتج عن تطبيق طريقة قوانين كيرشوف بمجاهيل جديدة (J_1, J_2, J_3) بحيث يكون عددها B وهو يمثل عدد الحلقات المستقلة في الدارة ، حيث لدينا دائماً :

$$B < L$$

أي أننا نحصل على نظام معادلات جديد عدد معادلاته أقل من النظام الأصلي ، الأمر الذي يقود حكماً إلى تسهيل عملية حل هذا النظام .

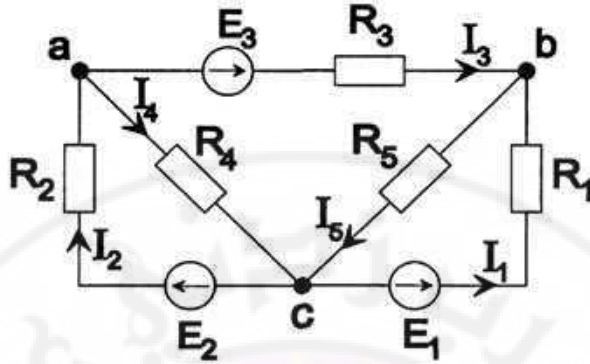
وتستعمل كمجاهيل جديدة في الدارة ، تيارات وهمية ، تسمى تيارات الحلقات أو تيارات ماكسويل . وهذه التيارات افترضناها ماكسويل على أنها تمر في أضلاع الحلقات المستقلة في الدارة ، دون أن تتفرع في العقد . وهذه التيارات هي تيارات افتراضية ، تساعد على تسهيل حل معادلات الدارة رياضياً .

ولتحديد كيفية تطبيق هذه الطريقة نعتبر الدارة المبينة في الشكل (2 9)، حيث تكون معطاة القوى المحركة الكهربائية (E_1, E_2, E_3) والمقاومات الكهربائية (R_1, R_2, R_3, R_4, R_5) والمطلوب حساب التيارات الكهربائية (I_1, I_2, I_3, I_4) التي تمر في أضلاع الدارة .

إن خطوات تطبيق هذه الطريقة هي التالية :

أ- نحدد أولاً عدد الحلقات المستقلة في الدارة

$$B = L - N + 1$$



الشكل (9-2)

ب - نحدد الاتجاهات الموجبة للتيارات على أضلاع الدارة ، بحيث يؤخذ التيار في الأضلاع النشطة منطبقاً على اتجاه القوة المحركة الكهربائية في الضلع النشط .

ج - نحدد في كل حلقة مستقلة تيار I يمر في جميع أضلاع هذه الحلقة دون أن يتفرع في العقد . ويتم اختيار اتجاه هذا التيار بحيث ينطبق على اتجاه أكبر عدد ممكن من تيارات أضلاع الحلقة .

د - نطبق قانون كيرشوف الثاني في الحلقات المستقلة بمعدولية التيارات الأصلية .

هـ - نستبدل المجاهيل الأساسية ، وهي تيارات الأضلاع بالمجاهيل الجديدة وهي تيارات الحلقات .

إن تطبيق هذه الخطوات سيعطينا ما يلي :

- عدد أضلاع الدارة $L=5$

- عدد عقد الدارة $N=3$

- عدد الحلقات المستقلة $B=L-N+1=5-3+1=3$

نختار ثلاث حلقات مستقلة I و II و III في الدارة ونفترض أنه يجري في كل منها

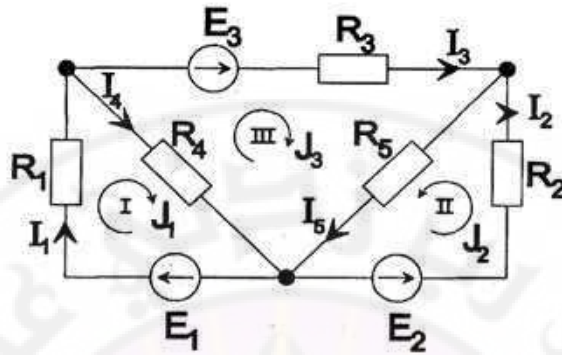
تيار افتراضي I_1 و I_2 و I_3 كما في الشكل (9-3).

نطبق قانون كيرشوف الثاني في الحلقات المستقلة فنحصل على :

$$(I) \quad E_1 = R_1 I_1 + R_4 I_4$$

$$(II) \quad E_2 = R_2 I_2 + R_5 I_5$$

$$(III) \quad E_3 = R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5$$



الشكل (9-3)

نلاحظ في الحلقات المستقلة أن هناك علاقة تعريف تربط تيارات الأضلاع I مع تيارات الحلقات J ، كما يلي :

$$I_1 = J_1 ; I_2 = J_2 ; I_3 = J_3 ; I_4 = J_1 - J_3 ; I_5 = J_2 + J_3$$

وإذا استبدلنا هذه العلاقات في علاقات قانون كيرشوف الثاني في الحلقات المستقلة ينتج لدينا :

$$\begin{cases} E_1 = R_1 J_1 + R_4 (J_1 - J_3) \\ E_2 = R_2 J_2 + R_5 (J_2 + J_3) \\ E_3 = R_3 J_3 - R_4 (J_1 - J_3) + R_5 (J_2 + J_3) \end{cases}$$

وبترتيب هذه العلاقات نسبة للمجاهيل الجديدة J ينتج :

$$\begin{cases} E_1 = J_1 (R_1 + R_4) - R_4 J_3 \\ E_2 = J_2 (R_2 + R_5) - R_5 J_3 \\ E_3 = J_3 (R_3 + R_4 + R_5) - R_4 J_1 + R_5 J_2 \end{cases}$$

وبهذا نحصل على نظام مؤلف من ثلاث معادلات . إن مسألة حل هذا النظام أسهل بكثير من مسألة حل نظام مؤلف من خمس معادلات .

يمكن أن نلاحظ في نظام المعادلات الجبرية ما يلي :

- يمثل الحد $R_1 + R_4$ المقاومة الكلية لجميع أضلاع الحلقة المستقلة الأولى والتي يجري فيها التيار J_1 . ونرمز لهذه المقاومة كما يلي ، وهي تسمى أيضاً المقاومة الذاتية للحلقة الأولى :

$$R_{11} = R_1 + R_4$$

- يمثل الحد R_4 المقاومة المشتركة بين الحلقة الأولى والحلقة الثانية . ونرمز لها كما يلي :

$$R_{13} = R_4$$

- إن المقاومة المشتركة بين الحلقة الأولى والحلقة الثانية معدومة ، لأنه لا يوجد أي ضلع في الدارة مشترك بين هاتين الحلقتين ، ويمكن أن نكتب هنا :

$$R_{12} = 0$$

- تمثل القوة المحركة الذاتية التي تعمل في أضلاع الحلقة المستقلة وبـنفس الطريقة يمكن أن نعرف :

$$R_{22} = R_2 + R_5 \text{ المقاومة الذاتية للحلقة الثانية}$$

$$R_{23} = R_5 \text{ المقاومة المتبادلة بين الحلقة الثانية والحلقة الثالثة}$$

$$R_{21} = 0 \text{ المقاومة المتبادلة بين الحلقة الثانية والحلقة الأولى}$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 \text{ المقاومة الذاتية للحلقة الثالثة}$$

$$R_{31} = R_4 \text{ المقاومة المتبادلة بين الحلقة الثالثة والحلقة الأولى}$$

$$R_{32} = R_5 \text{ المقاومة المتبادلة بين الحلقة الثالثة والحلقة الثانية}$$

كما ويمكن الملاحظة أن المقاومة الذاتية للحلقة ، تأخذ إشارة موجبة في المعادلات وبشكل دائم . وإن المقاومة المتبادلة بين حلقتين تأخذ إشارة موجبة ، عندما يكون اتجاه تيارات الحلقات في هذه المقاومة متطابقاً ، وتأخذ إشارة سالبة ، عندما يكون اتجاه تيارات الحلقات في هذه المقاومة متعاكساً.

وتصبح معادلات طريقة تيارات الحلقات ، بعد اعتبار الاصطلاحات السابقة ، كما يلي :

$$\begin{cases} E_{11} = R_{11}J_1 + R_{12}J_2 - R_{13}J_3 \\ E_{22} = R_{21}J_1 + R_{22}J_2 - R_{23}J_3 \\ E_{33} = R_{31}J_1 + R_{32}J_2 - R_{33}J_3 \end{cases}$$

حيث لدينا :

$$E_{33} = E_3 ; E_{22} = E_2 ; E_{11} = E_1$$

إذا قمنا بحل نظام المعادلات السابق فإننا نحصل على قيمة تيارات الحلقات J_1 و J_2 و J_3 . وبمعرفة هذه التيارات يمكن أن نحدد من علاقات التعريف قيمة تيارات الأضلاع وكما يلي :

$$I_1=J_1 ; I_2=J_2 ; I_3=J_3 ; I_4=J_1-J_3 ; I_5=J_2+J_3$$

يمكن أن نلاحظ في نظام المعادلات الجبرية الذي ينتج عن تطبيق طريقة تيارات الحلقات ، إن المقاومات المتبادلة بين الحلقات تنتج دائماً متناظرة أي ينتج لدينا دائماً :

$$R_{13}=R_{31} ; R_{12}=R_{21} ; R_{23}=R_{32}$$

وبذلك ينتج لدينا دائماً نظام معادلات جبرية متناظر .

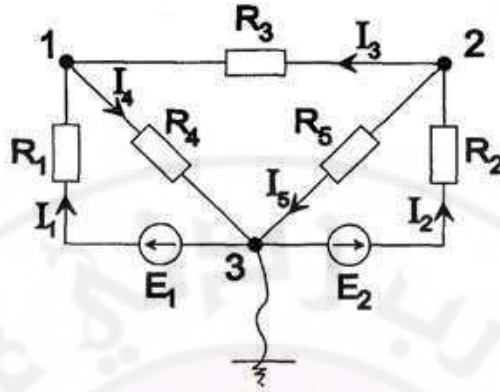
٩-٤ - طريقة كمون العقد أو فرق الكمون العقد Node Potentia Method

تسمى طريقة كمون العقد أو طريقة فرق الكمون العقدي لأنها تعتمد على الكمون في مختلف عقد الدارة المستقلة أو معرفة فرق الكمون . يمكن أن نحدد فرق الكمون بين أي عقدتين تقعان على أطراف ضلع كهربائي ما في الدارة وبذلك نستطيع تحديد قيمة التيار الكهربائي الذي يمر في هذا الضلع المعنبر .

وتعتمد هذه الطريقة على فكرة استبدال المجاهيل في نظام المعادلات التي تنتج عن تطبيق قوانين كيرشوف الأول والثاني وهي تيارات الأضلاع ، بمجاهيل جديدة هي كمونات العقد المستقلة في الدارة وبذلك نحصل على نظام معادلات جبرية خطية من الدرجة الأولى عددها يساوي P معادلة مقارنة مع المعادلات التي نحصل عليها من تطبيق قوانين كيرشوف وعددها L معادلة . ويكون لدينا دائماً وفي أية دارة كهربائية:

$$P < L$$

ولبيان خطوات تطبيق هذه الطريقة ، فإننا نفترض الدارة المبينة في الشكل (4-9) ، حيث تكون المقاومات R_5, R_4, R_3, R_2, R_1 معروفة وكذلك القوى المحركة الكهربائية في هذه الدارة E_1, E_2 ويطلب حساب التيارات في مختلف أضلاع الدارة .



الشكل (9-4)

في هذه الدارة لدينا :

- عدد العقد $N=3$

- عدد الأضلاع $L=5$

- عدد العقد المستقلة $P=L-N+1=5-3+1=3$

وبذلك نطبق قانون كيرشوف الأول في عدد من العقد يساوي عدد العقد المستقلة في

الدارة $P=2$ ، فنحصل على المعادلات التالية :

- في العقدة 1 لدينا :

$$I_1 + I_3 - I_4 = 0$$

- في العقدة 2 لدينا :

$$I_3 + I_5 - I_2 = 0$$

وإذا طبقنا قانون اوم على الأضلاع النشيطة في الدارة نحصل على :

$$E_1 + U_{31} = I_1 R_1 = E_1 + (V_3 - V_1)$$

$$E_2 + U_{32} = I_2 R_2 = E_2 + (V_3 - V_2)$$

يمكن أن نحصل على قيمة التيارات I_1 و I_2 من هذه المعادلات كما يلي :

$$I_1 = \frac{E_1 + (V_3 - V_1)}{R_1} = G_1 E_1 + G_1 (V_3 - V_1)$$

$$I_2 = \frac{E_2 + (V_3 - V_2)}{R_2} = G_2 E_2 + G_2 (V_3 - V_2)$$

وإذا طبقنا قانون اوم على أضلاع الدارة غير النشيطة نحصل على المعادلات التالية :

$$I_3 R_3 = U_{21} = V_2 - V_1$$

$$I_4 R_4 = U_{13} = V_1 - V_3$$

$$I_5 R_5 = U_{23} = (V_2 - V_3)$$

ويمكن أن نحصل على قيمة التيارات من هذه المعادلات كما يلي :

$$I_3 = \frac{V_2 - V_1}{R_3} = G_3 (V_2 - V_1)$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_3}{R_4} = G_4 (V_1 - V_3)$$

$$I_5 = \frac{V_2 - V_3}{R_5} = G_5 (V_2 - V_3)$$

وإذا استبدلنا قيمة التيارات المختلفة I_5, I_4, I_3, I_2, I_1 الناتجة عن تطبيق قانون اوم على مختلف أضلاع الدارة ، في معادلات قانون كيرشوف الأول في العقدة 1 والعقدة 2 ينتج لدينا :

$$G_1 (V_3 - V_1) + G_1 E_1 + G_3 (V_2 - V_1) - G_4 (V_1 - V_3) = 0$$

$$G_3 (V_2 - V_1) + G_5 (V_2 - V_3) - G_2 (V_3 - V_2) - E_2 G_2 = 0$$

وإذا رتبنا هذه المعادلات بمعلولية كمونات العقد (V_1, V_2, V_3) نحصل على ما يلي :

$$-V_1 (G_1 + G_3 + G_4) + V_2 G_3 + V_3 (G_1 + G_4) = -E_1 G_1$$

$$-V_1 G_3 + V_2 (G_2 + G_3 + G_5) - V_3 (G_2 + G_5) = E_2 G_2$$

نلاحظ بذلك ، أننا حصلنا على نظام معادلات جديد مؤلف من معادلتين تحتويان على ثلاثة مجاهيل جديدة هي كمونات العقد في الدارة V_3, V_2, V_1 .

ولكي نستطيع أن نحل هذا النظام ، فإنه يمكن أن نفترض أن أحد المجاهيل يساوي الصفر . وبكافئ هذا الأمر كهربائياً اعتبار كمون إحدى العقد مساوياً للصفر ، أي اعتبار هذا الكمون مبدأ للكمونات الكهربائية وربط هذه العقدة إلى الأرض .

فإذا افترضنا $V_3 = 0$ ، وربطنا العقدة 3 إلى الأرض نحصل على المعادلات التالية :

$$-V_1 (G_1 + G_3 + G_4) + V_2 G_3 = -E_1 G_1$$

$$-V_1 G_3 + V_2 (G_2 + G_3 + G_5) = E_2 G_2$$

وإذا ضربنا المعادلة الأولى بـ (-1) نحصل على ما يلي :

$$V_1 (G_1 + G_3 + G_4) + V_2 G_3 = E_1 G_1$$

$$-V_1 G_3 + V_2 (G_2 + G_3 + G_5) = E_2 G_2$$

نلاحظ أننا قد حصلنا بذلك على نظام معادلات مؤلف من $P=2$ معادلة تحتوي على مجهولين هما كمونات العقد المستقلة في الدارة V_1, V_2 . أما كمون العقدة الثالثة فيساوي $V_3=0$ لأننا ربطناها إلى الأرض .

وبحل هذا النظام من المعادلات نحصل على قيمة V_1, V_2 وكذلك لدينا $V_3=0$. وباستبدال هذه القيم في معادلات التيار في مختلف أضلاع الدارة نحصل على المطلوب .

يمكن أن نلاحظ في هذه المعادلات أن الحد $G_1+G_3+G_4$ يمثل مجموع ناقلية الأضلاع التي تلتقي في العقدة 2 من الدارة ، وبذلك نرمز لهذا المجموع بما يلي :

$$G_{11}=G_1+G_3+G_4$$

وتسمى G_{11} الناقلية الذاتية للعقدة 1

وكذلك يمكن أن نعرف الناقلية الذاتية للعقدة 2 كما يلي :

$$G_{22}=G_2+G_3+G_5$$

كما ونلاحظ أن G_3 تمثل ناقلية الضلع المشترك بين العقدة 1 و 2 ونرمز لها G_{12} وتسمى الناقلية المتبادلة بين العقدة 1 والعقدة 2 .

أما الحد $E_1 \cdot G_1$ فإنه يمثل في الواقع التيار الذي تحقنه القوة المحركة E_1 في العقدة 1 ونرمز له I_{11} والحد $E_2 \cdot G_2$ فإنه يمثل التيار الذي تحقنه القوة المحركة E_2 في العقدة 2 ونرمز له I_{22} .

وبهذه الملاحظات يمكن أن نكتب نظام المعادلات كما يلي :

$$G_{11} \cdot V_1 - G_{12} \cdot V_2 = I_{11}$$

$$-G_{21} \cdot V_1 + G_{22} \cdot V_2 = I_{22}$$

وتجدر الملاحظة أن :

- الناقلية الذاتية للعقدة G_{KK} تكون دائماً موجبة وتساوي مجموع ناقلية الأضلاع التي تلتقي في العقدة K .

- الناقلية المتبادلة بين عقدتين G_{KL} ، تكون دائماً سالبة وتساوي لمجموع ناقلية الأضلاع المشتركة بين العقدة K وبين العقدة L .

- إذا لم يكن هناك في الدارة أي ضلع مشترك بين العقدة K والعقدة L ، فإن الناقلية المتبادلة تساوي الصفر $G_{KL}=0$.

- إن التيار الكلي الذي تحقنه القوى المحركة الكهربائية في العقدة K يرمز له I_{KK} ، ويساوي مجموع التيارات الناتجة عن كل قوة محرركة مربوطة إلى العقدة K . يؤخذ التيار الذي يحقن إلى العقدة موجباً والتيار الذي يحقن خارج العقدة سالباً .

- عندما لا تتضمن الأضلاع التي تلتقي في عقدة ما K ، أية قوة محرركة ، فإن التيار الذاتي يساوي الصفر $I_{KK}=0$.

- بمعرفة كمونات العقد V_1, V_2, V_3 فإنه يمكن حساب تيارات الأضلاع كما يلي :

$$I_1 = G_1 E_1 + G_1 (0 - V_1)$$

$$I_2 = G_2 E_2 + G_2 (0 - V_2)$$

$$I_3 = G_3 (V_2 - V_1)$$

$$I_4 = G_4 (V_1 - 0)$$

$$I_5 = V_5 (V_2 - 0)$$

عند تطبيق طريقة كمون العقد لحل دارات التيار المستمر فإنه يجب اتباع الخطوات التالية :

١- تحدد على أضلاع الدارة وبشكل اختياري اتجاهات تيارات الأضلاع I_K . ويراعى أن يكون اتجاه التيار في الأضلاع النشطة مطابقاً لاتجاه القوة المحركة في الضلع المعتبر .

٢- يتم تحديد عدد العقد المستقلة في الدارة :

$$P=N-1$$

وتربط العقدة الأخيرة غير المستقلة N إلى الأرض بحيث يصبح كمونها $V_N=0$ ويعتبر مبدأ للكمونات .

٣- نكتب علاقات الطريقة لكل عقدة مستقلة من عقد الدارة فنحصل على نظام

معادلات عددها يساوي $P=N-1$. إن الشكل العام للمعادلات هو :

$$V_K G_{KK} - V_1 G_{K1} - V_2 G_{K2} + \dots - V_L G_{KL} = I_{KK}$$

٤- بحل نظام المعادلات المكتوب لجميع العقد المستقلة نحصل على الكمونات
 $V_N=0$ وكذلك لدينا $V_1, V_2, \dots, V_{N-1}$.

٥- نحسب تيارات الأضلاع بمذلولية الكمونات في مختلف عقد الدارة بتطبيق قانون
اوم على كل ضلع بشكل منفرد حيث يكون معلوماً لدينا فرق الكمون على طرفي
الضلع والقوة المحركة الكهربائية التي تعمل في الضلع وكذلك مقاومة الضلع .

٦- إن نظام المعادلات التي نحصل عليها بتطبيق هذه الطريقة له ميزة هامة وهي انه
نظام جبري متناظر ويتوفر فيه الشرط $G_{KL}=G_{LK}$ الأمر الذي يساعد على التحقق من
صحة كتابة نظام المعادلات .

Principle of Superposition

٩-٥- طريقة مبدأ التراكم:

وتعتمد هذه الطريقة على مبدأ التراكم في العلوم الميكانيكية فكما هو معلوم ، إذا أثرت
مجموعة قوى في جسم ما ، تأثيراً خطياً أدى إلى تحريك هذا الجسم ، فان النتيجة
الكلية لتأثير هذه القوى يمكن حسابها كمجموع تأثير كل قوة من القوى فيما لو عملت
منفردة على هذا الجسم .

فإذا أثرت مجموعة من القوى المحركة الكهربائية في دارة ما فان التيارات التي
ستتولد في كل ضلع من أضلاع الدارة يمكن حسابها من تراكم التيارات التي تتولد في
أضلاع الدارة فيما لو عملت في كل مرة قوة محرك كهربائية واحدة بشكل منفرد في
الدارة .

ويتم تطبيق طريقة التراكم في الدارات الكهربائية كما يلي :

١- يتم تحديد الاتجاهات الموجبة للتيارات في الدارة الأساسية المطلوب دراستها
ويراعى أن يؤخذ اتجاه التيارات في الأضلاع النشطة منطبقاً على اتجاه القوة
المحركية الكهربائية التي تعمل في الضلع النشط .

٢- نحذف من الدارة جميع القوى المحركة الكهربائية عدا واحدة ونعين الاتجاهات
الموجبة للتيارات في مختلف الأضلاع والناجمة عن تأثير القوة المحركة الكهربائية

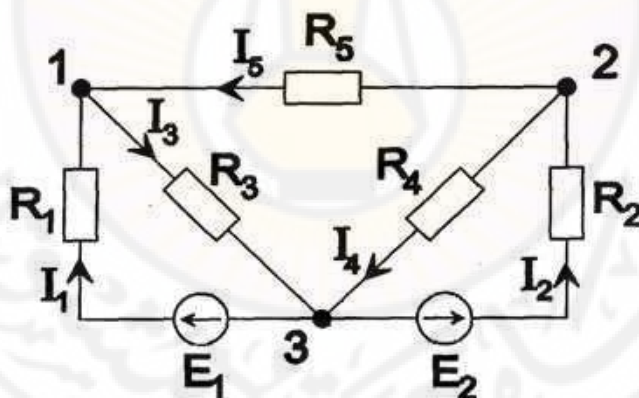
الوحيدة ويتم حساب هذه التيارات بمعلومية القوة المحركة الكهربائية ومقاومات الأضلاع .

٣- تكرر العملية السابقة وفي كل مرة تحذف القوى المحركة الكهربائية وتترك قوة محرك كهربائية واحدة ، حتى تستنفذ جميع الحالات . وفي كل مرة تحسب التيارات التي تتولد في الأضلاع ونحدد اتجاهات هذه التيارات .

٤- يتم تراكم التيارات المختلفة التي تنتج في كل حالة وفي كل ضلع من الأضلاع لكي نحصل على قيمة التيار الكلي الذي ينتج عن عمل القوى المحركة الكهربائية مجتمعة في الدارة .

ولكي نفهم هذه الطريقة ، نأخذ التطبيق التالي :

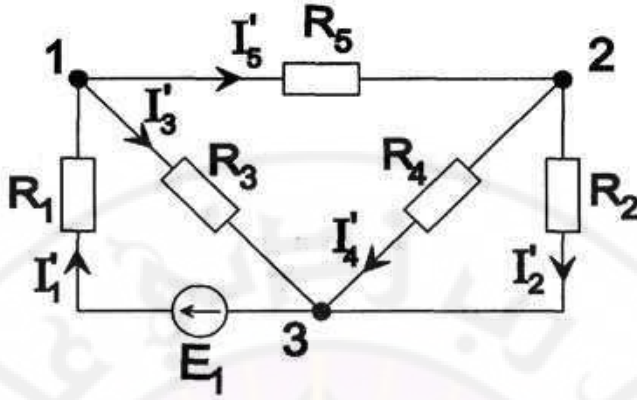
تعطى الدارة المبينة في الشكل (9-5) ومعروفة فيها القوى المحركة الكهربائية E_1, E_2 والمقاومات R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ، والمطلوب حساب قيمة التيارات في مختلف أضلاع الدارة .



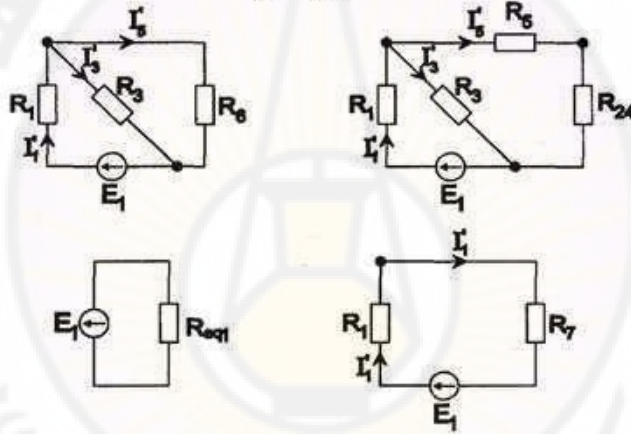
الشكل (9-5)

ولحل المسألة باستعمال طريقة التراكم نقوم أولاً بتحديد الاتجاهات الموجبة للتيار في مختلف أضلاع الدارة . ثم نعتبر الحالة الأولى وهي حالة الدارة وقد بقيت فيها قوة محرك كهربائية E_1 وحيدة تعمل منفردة كما هو مبين في الشكل (9-6).

وإذا طبقنا نظريات المقاومات الكهربائية المكافئة وقانون أوم في هذه الدارة فإننا نحصل على قيم التيارات في أضلاع هذه الدارة كما يلي :



الشكل (9-6)



الشكل (9-7)

واستناداً إلى نظريات المقاومات الكهربائية المكافئة يمكن أن نحصل على الدارات المكافئة المبينة في الأشكال (9-7).

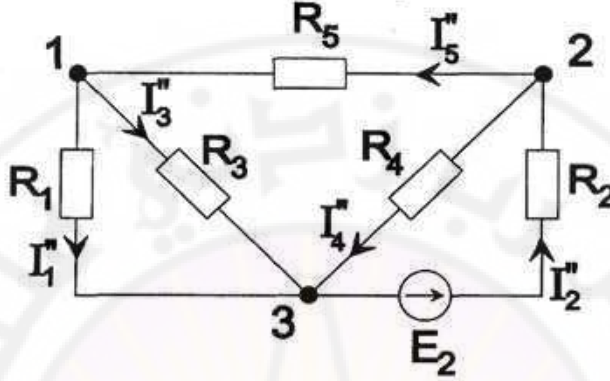
وتحسب قيمة التيارات في هذه الحالة كما يلي :

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_{eq}}, \quad I'_1 = I'_3 + I'_5$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{R_6}{R_3 + R_6}, \quad I'_5 = I'_1 \frac{R_3}{R_3 + R_6}$$

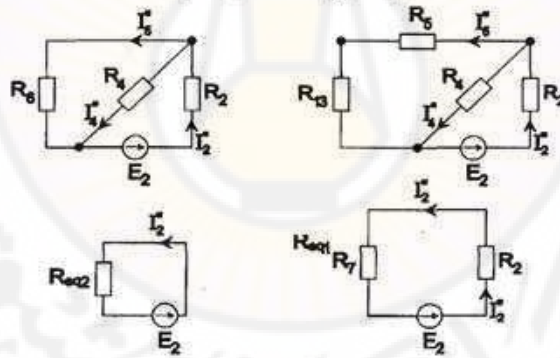
$$I'_2 = I'_5 \frac{R_4}{R_2 + R_4}, \quad I'_4 = I'_5 \frac{R_2}{R_2 + R_4}$$

ثم نعتبر الحالة الثانية وهي حالة الدارة ١٩، بقيت فيها قوة محرّكة كهربائية (E_2) وحيدة تعمل منفردة كما هو مبين في الشكل (9-8).



الشكل (9-8)

وإذا طبقنا نظريات المقاومات الكهربائية المكافئة وقانون اوم في هذه الدارة فإننا نحصل على الدارات المكافئة المبينة في الشكل (9-9).



الشكل (9-9)

ومن هذه الدارات نحصل على قيم التيارات في أضلاع الدارة وكما يلي :

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{eq2}}, \quad I_2'' = I_3'' + I_5''$$

$$I_3'' = I_2'' \frac{R_5}{R_3 + R_6}, \quad I_5'' = I_2'' \frac{R_3}{R_3 + R_6}$$

$$I_1'' = I_5'' \frac{R_3}{R_3 + R_1}, \quad I_3'' = I_5'' \frac{R_1}{R_3 + R_1}$$

ولحساب التيارات الأصلية في مختلف أضلاع الدارة والتي تنتج عن تأثير القوى المحركة الكهربائية E_1 و E_2 مجتمعة في الدارة ، نراكم التيارات الناتجة في الحالتين السابقتين في كل ضلع من أضلاع الدارة فنحصل على ما يلي :

$$I_1 = I'_1 - I''_1$$

$$I_2 = -I'_2 + I''_2$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3$$

$$I_4 = I'_4 + I''_4$$

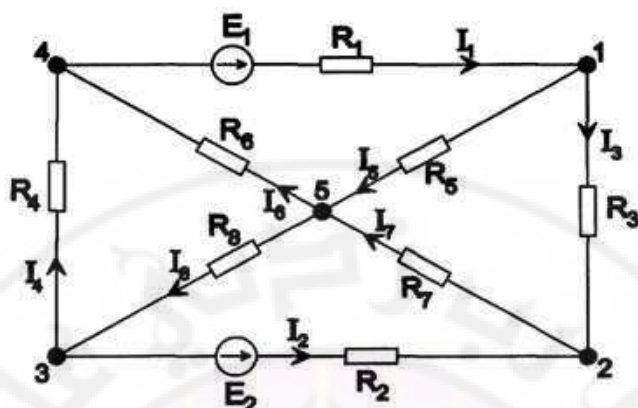
$$I_5 = I'_5 + I''_5$$

ويجب الانتباه عند تطبيق هذه الطريقة ، إن تراكم التيارات التي تنتج عن عمل القوى المحركة الكهربائية منفردة في الحالات المختلفة يؤخذ موجباً أو سالباً نسبة للاتجاه الموجب للتيار الكهربائي الأصلي الذي تم اختياره في بداية الحل في الدارة الأساسية.

٩-٦ - نظرية فاشي أو نظرية إضافة قوى محركة: Vachy Theory

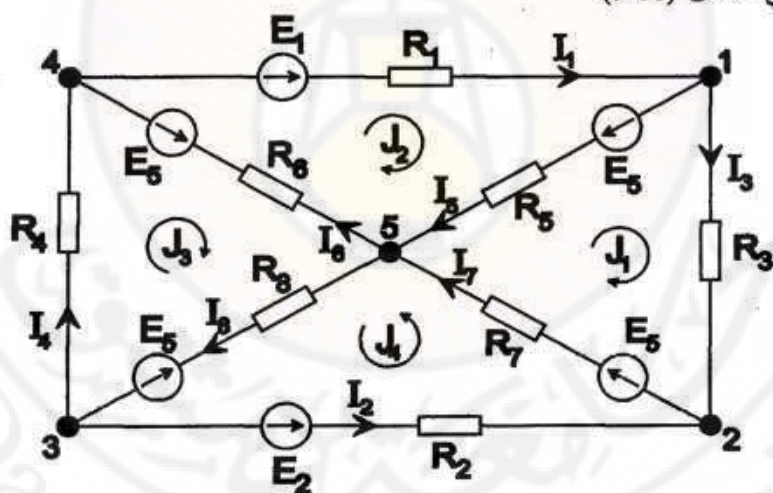
وتنص هذه النظرية على أنه يمكن أن نضيف إلى جميع الأضلاع التي نلتقي في عقدة ما في أية دارة كهربائية قوى محركة كهربائية متساوية بالقيمة ولها ذات الاستقطاب نسبة إلى هذه العقدة دون أن يطرأ أي تغيير على شدة التيارات الكهربائية التي تجري في مختلف أضلاع هذه الدارة .

وللبرهان على هذه النظرية نفترض أنه لدينا دارة كهربائية كما هو مبين في الشكل (9-10) حيث تعمل في هذه الدارة مجموعة من القوى الكهربائية وتجري في أضلاعها تيارات كهربائية محددة . وحيث تكون معلومة في الدارة المقاومات الكهربائية لمختلف الأضلاع .



الشكل (9-10)

وإذا أضفنا إلى كل ضلع من أضلاع العقدة 5 مثلاً ، قوة محركية E_5 ولها ذات الاستقطاب ، بحيث يكون قطبها السالب مثلاً باتجاه العقدة 5 فإننا نحصل على الدارة المبينة في الشكل (9-11).



الشكل (9-11)

وإذا طبقنا طريقة تيارات الحلقات لحل هذه الدارة مع اعتبار تحليل الدارة التالي :

- عدد أضلاع الدارة $L=8$
- عدد عقد الدارة $N=5$
- عدد الحلقات المستقلة $B=L-N+1=8-5+1=4$

نختار في هذه الدارة 4 حلقات مستقلة ونحدد في كل حلقة تياراً مستقلاً I يلف في أضلاع هذه الحلقة المستقلة فقط دون أن يتفرع في العقد ، كما هو مبين في الشكل (9-11). ثم نكتب معادلات تيارات الحلقات المستقلة كما يلي :

$$J_1(R_3 + R_5 + R_7) - J_2R_5 + J_4R_7 = E_3 - E_5$$

$$J_2(R_1 + R_5 + R_6) - J_1R_5 + J_3R_6 = E_1 + E_5 - E_6$$

$$J_3(R_4 + R_6 + R_8) - J_2R_6 + J_4R_8 = E_5 - E_6$$

$$J_4(R_2 + R_5 + R_8) - J_3R_8 + J_1R_7 = E_1 + E_5 - E_8$$

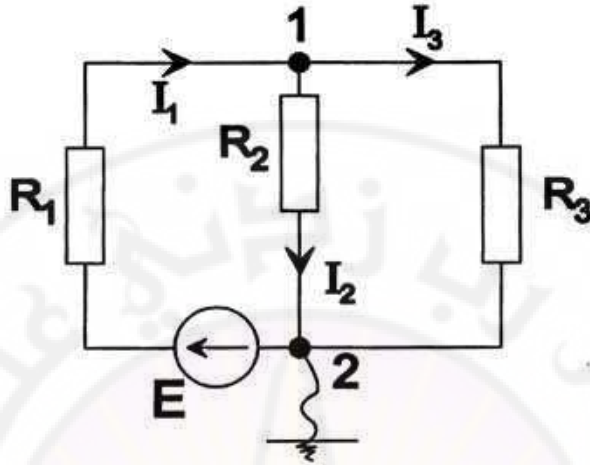
يمكن أن نلاحظ في هذه المعادلات أن كل معادلة تحتوي على قوتين محركتين E_5 لكنهما تدخلان في المعادلة مرة بقيمة موجبة ومرة بقيمة سالبة . وتكون محصلة هاتين القوتين المتساويتين مساوية للصفر ، أي أن هذه القوى المحركة الكهربائية المضافة لأضلاع العقدة لا تؤثر على معادلات الدارة وبالتالي لا تؤثر على التيارات التي تجري في مختلف الأضلاع .

٧-٩- نظرية التعاكس لماكسويل: **Maxwell Opposition Theory**

وتتص هذه النظرية على أنه إذا كانت قوة محركية ما E والموجودة على أحد أضلاع دائرة كهربائية ما - الضلع R_1 مثلاً - تعطي في ضلع آخر R_3 ، تياراً شدته تساوي I ، فإن نفس هذه القوة المحركة E ستولد في الضلع R_1 تياراً كهربائياً شدته تساوي I ، إذا وضعت هذه القوة المحركة الكهربائية على الضلع R_3 .

ونعتبر للبرهان على هذه النظرية المثال التالي :

لتكن لدينا الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (9-12) ، حيث تكون معلومة مقاومات أضلاع هذه الدارة R_K والقوة المحركة الكهربائية التي تعمل بها . وإذا طبقنا طريقة فرق الكمون العقدي لحل هذه الدارة مع اعتبار تحليل الدارة التالي :



الشكل (9-12)

- عدد الأضلاع $L=3$
- عدد العقد $N=2$
- عدد العقد المستقلة $P=N-1=2-1=1$
- عدد الحلقات المستقلة $B=L-N+1=3-2+1=2$

نختار في هذه الدارة عقدة مستقلة مثلاً العقدة 1 ، ونربط العقدة 2 إلى الأرض ، ثم نكتب معادلة كمون العقدة 1 كما يلي :

$$V_1(G_1 + G_2 + G_3) = G_1 \cdot E$$

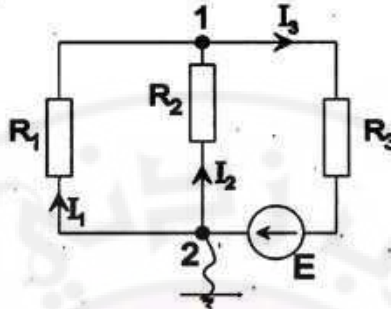
$$V_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \cdot E$$

وستساوي قيمة التيار I_3 :

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = G_3 \cdot V_1$$

$$I_3 = \frac{G_1 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3} E$$

ثم نقوم بوضع القوة المحركة E على الضلع 3 ، ونحسب التيار في الضلع 1 ، كما هو مبين في الشكل (9-13) .



الشكل (9-13)

وبتطبيق طريقة كمون العقد نحصل على ما يلي :

$$V_1(G_1 + G_2 + G_3) = G_3 \cdot E$$

$$V_1 = -\frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \cdot E$$

وستساوي قيمة التيار I_1 :

$$I_1 = \frac{V_2 - V_1}{R_1} = G_1 \cdot V_1$$

$$I_1 = \frac{G_1 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3} E$$

أي انه ينتج $I_1 = I_3$

وهو برهان النظرية .

Thevenin Theory

٩-٨- نظرية ثفينين أو نظرية مولد التوتر المكافئ:

وتنص هذه النظرية على انه إذا كان لدينا دائرة كهربائية يظهر فيها توتر كهربائي

U_{AB} بين قطبين من أقطابها A و B وإذا ربطنا بين هذين القطبين مقاومة كهربائية

R فانه سوف يمر في هذه المقاومة تيار كهربائي تساوي شدته :

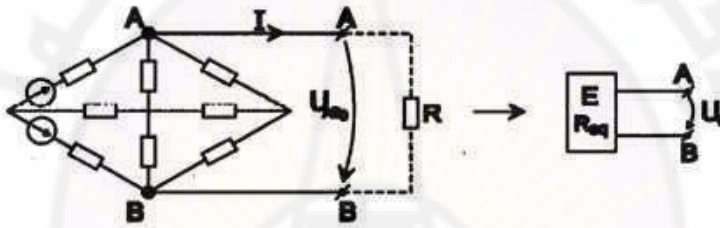
$$I_{AB} = \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

حيث لدينا :

- R_{eqAB} تمثل المقاومة المكافئة للدارة الكهربائية المعتبرة نسبة لأقطاب A و B قبل ربط المقاومة R إلى الدارة وباعتبار أن جميع القوى المحركة في الدارة قد حذفت منها .

- U_{AB0} يمثل التوتر الكهربائي على الفراغ بين القطبين A و B وذلك قبل ربط المقاومة R بينهما .

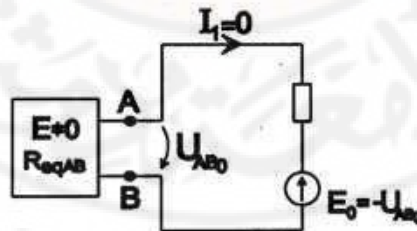
- R المقاومة المربوطة بين أقطاب الدارة A و B كما هو مبين في الشكل (9-14)



الشكل (9-14)

وللبرهان على هذه النظرية نستعمل مبدأ التراكم وذلك وفق المراحل التالية :

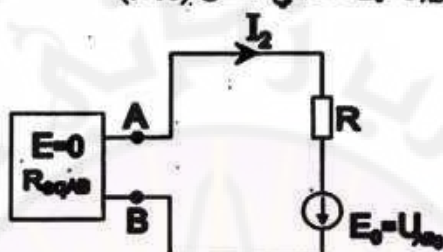
١- المرحلة الأولى : نطبق في هذه المرحلة على أقطاب الدارة مقاومة تساوي R ونربط معها على التسلسل قوة محرركة كهربائية $E_0 = -U_{AB0}$ كما في الشكل (9-15) وبذلك تكون قيمة التيار الذي يسير في R مساوية للصفر .



$$I_1 = \frac{U_{AB0} + E_0}{R} = \frac{U_{AB0} - U_{AB0}}{R}$$

الشكل (9-15)

٢- المرحلة الثانية : نحذف جميع القوى المحركة الكهربائية التي تعمل في الدارة الكهربائية ثم نطبق بين أقطاب الدارة A و B مقاومة R ومعها على التسلسل نربط قوة محرركة كهربائية $E_0 = U_{AB0}$ كما في الشكل (9-16).



الشكل (9-16)

وتكون قيمة التيار الكهربائي الذي منوف يمر في المقاومة R في هذه المرحلة وحسب قانون أمبير :

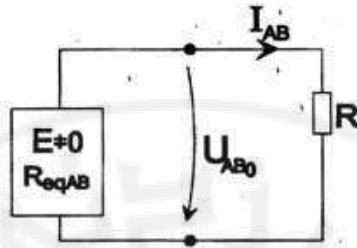
$$I_2 = \frac{E_0}{R_{eqAB} + R} = \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

٣- المرحلة الثالثة : نراكم هاتين الدارتين من المرحلة الأولى والمرحلة الثانية ، أي نراكم الشكل (9-15) والشكل (9-16) فنلاحظ أن القوة المحركة E_0 تعمل في الضلع AB مرتين ولكن باتجاهين متعاكسين وتكون محصلتها مساوية للصفر ، ونحصل بهذا للتراكم على الدارة المبينة في الشكل (9-17) ، حيث يكون لدينا :

$$I_{AB} = I_1 + I_2 = 0 + \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

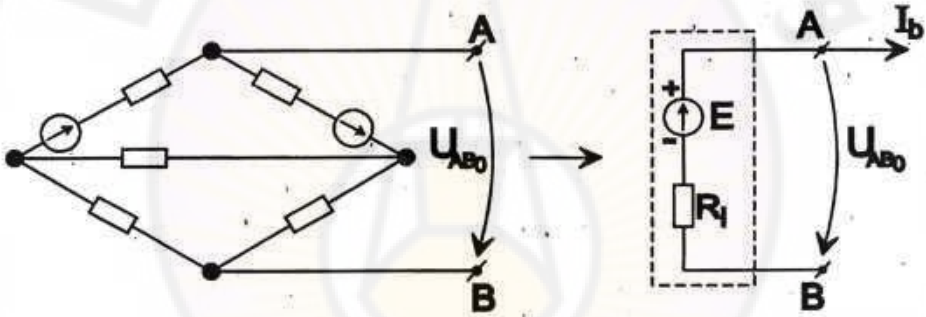
$$I_{AB} = \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

ويمكن أن نستنتج من هذه النظرية ، نظرية جديدة تسمى نظرية مولد التوتر المكافئ والتي يمكن أن تطبق على أية دارة يمكن أن يعرف فيها توتراً على الفراغ U_{AB0} بين قطبيها A و B وتتص هذه النظرية على أنه يمكن أن نستبدل هذه الدارة بغض النظر عن بنيتها الداخلية وعدد أضلاعها وعدد عقدتها ، بثلاثي أقطاب مكافئ نشيط ، له قوة محرركة كهربائية وحيدة مكافئة تساوي $E = U_{AB0}$ وله مقاومة مكافئة $R_1 = R_{eqAB}$.



الشكل (9-17)

وتحسب هذه المقاومة المكافئة عندما تكون جميع القوى المحركة محذوفة من الدارة وتنسب المقاومة المكافئة للأقطاب A و B . كما هو مبين في الشكل (9-18) .



الشكل (9-18)

وتستعمل هذه النظرية في المسائل التي تتطلب معرفة تيار واحدة فقط في أحد أضلاع الدارة الكهربائية المعتبرة .

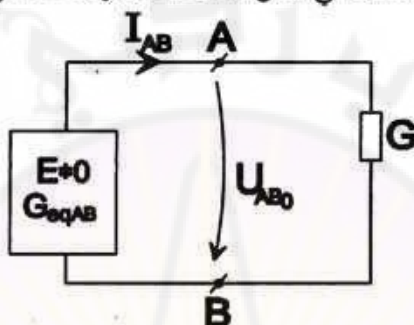
٩-٩- نظرية نورتن أو نظرية مولد التيار المكافئ : Norton Theory

وتنص هذه النظرية على انه إذا ربطنا في دارة ما مقاومة R أو ناقلية G بين قطبيها A و B ، فإن فرق الكمون الكهربائي الذي سوف يظهر على طرفي المقاومة يعطى بالعلاقة :

$$U_{AB} = \frac{I_{scAB}}{G_{eqAB} + G}$$

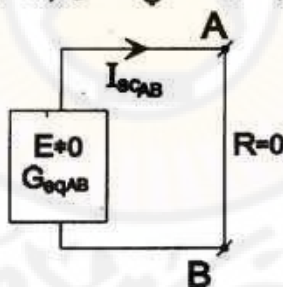
حيث لدينا :

- G_{eqAB} تمثل الناقلية الكهربائية المكافئة للدارة الكهربائية المعتبرة نسبة للأقطاب A و B قبل ربط المقاومة R أو الناقلية $G = \frac{1}{R}$ إلى الدارة وذلك باعتبار أن جميع القوى المحركة الكهربائية التي تعمل في الدارة قد حذفت منها ، كما في الشكل (9-19).



الشكل (9-19)

- I_{scAB} يمثل تيار القصر الذي يجري بين القطب A والقطب B في الدارة ، عندما تكون المقاومة المربوطة بين القطبين مساوية للصفر $R=0$ أو $G = \infty$ ، أي عندما يتم قصر دارة القطب A إلى القطب B كما في الشكل (9-20) .



الشكل (9-20)

وللبرهان على هذه النظرية نستخدم نظرية تقينين السابقة من الشكل (9-19) يمكن أن نكتب :

$$U_{AB} = R \cdot I_{AB}$$

ويعطى التيار I_{AB} حسب نظرية تقينين بالعلاقة :

$$I_{AB} = \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

وبالاستبدال ينتج لدينا :

$$U_{AB} = R - \frac{U_{AB0}}{R_{eqAB} + R}$$

وباستخدام الناقلية الكهربائية عوضاً عن المقاومة الكهربائية ينتج :

$$U_{AB} = \frac{\frac{1}{G} U_{AB0}}{\frac{1}{G_{eqAB}} + \frac{1}{G}} = \frac{G_{eqAB} U_{AB0}}{G_{eqAB} + G}$$

ومن الشكل (9-20) لدينا :

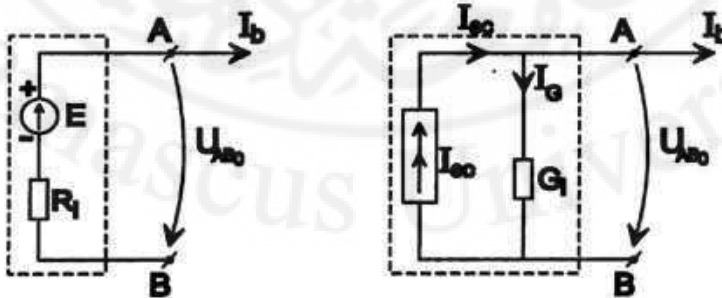
$$I_{scAB} = G_{eqAB} U_{AB}$$

وهذا يمثل تيار القصر بين الأقطاب A و B .

وبالاستبدال ينتج :

$$U_{AB} = \frac{I_{scAB}}{G_{eqAB} + G}$$

ويمكن أن نستنتج من هذه النظرية ، نظرية جديدة تسمى نظرية مولد التيار المكافئ والتي يمكن أن تطبق على أية دائرة كهربائية يمكن أن نعرف فيها توتراً على الفراغ U_{AB0} بين قطبيها A و B وتعمل فيها قوة محرّكة كلية مكافئة E ولها مقاومة مكافئة $(R_i = R_{eqAB})$ ، يمكن استبدالها بثنائي أقطاب مولد للتيار I مربوط على التفرع مع ناقلية كهربائية G_i ، بحيث تكون متوفرة شروط التكافؤ بين الدائرتين كما في الشكل (9-21).



الشكل (9-21)

وشروط التكافؤ بين الدائرتين هي :

$$I_{sc} = G_i \cdot E \quad , \quad G_i \cdot R_i = 1$$

وإذا اعتبرنا مولد التوتّر المكافئ يمكن أن نكتب :

$$U_{AB0} = E - R_i \cdot I_b$$

$$I_b = \frac{E - U_{AB0}}{R_i}$$

وإذا رمزنا بما يلي :

$$I_{sc} = \frac{E}{R_i}$$

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

يمكن أن نكتب :

$$I_b = I_{sc} - G_i U_{AB0}$$

وإذا اعتبرنا مولد التيار المكافئ ، يمكن أن نكتب :

$$I_b = I_{sc} - I_G = I_{sc} - G_i \cdot U_{AB0}$$

وبالتقسيم على G_i ينتج :

$$\frac{I_b}{G_i} = \frac{I_{sc}}{G_i} - U_{AB0}$$

أو :

$$R_i \cdot I_b = R_i E - U_{AB0}$$

أي أننا في كلتا الحالتين نصل إلى العلاقة التي انطلقنا منها وهذا يبرهن أن الدائرتين متكافئتين وإن أية دائرة يمكن أن تكافئ بمولد مكافئ أو بمولد تيار مكافئ .

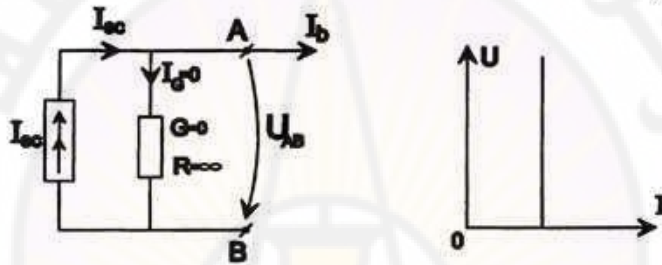
٩-١٠-١ - مصادر القوة المحركة الكهربائية المثالية :

Ideal electromotive Forces

٩-١٠-١-١ - مصدر التيار المثالي :

Ideal Current Source

وهذا المصدر المثالي للتيار هو عبارة عن مولد تيار مكافئ تكون الناقلية الكهربائية المربوطة معه على التفرع مساوية للصفر أي $G=0$ أو $R=\infty$ ، كما هو مبين في الشكل (9-22).

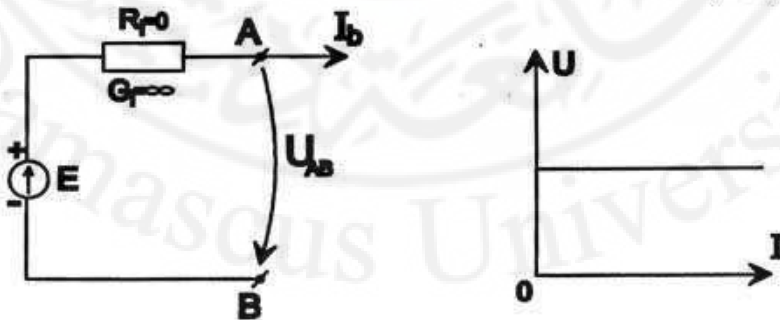


الشكل (9-22)

٩-١٠-٢ - مصدر التوتر الكهربائي المثالي :

Ideal Potential Source

وهذا المصدر المثالي للتوتر هو عبارة عن مولد توتر مكافئ تكون مقاومته الداخلية $R_i=0$ أو ناقليته $G_i=\infty$ ، ومربوطة مع المصدر على التسلسل كما هو مبين في الشكل (9-23).



الشكل (9-23)

The background of the page features a large, faint watermark of the Damascus University logo. It is a circular emblem with a five-pointed star in the center. The Arabic text "وقل رب زدني علما" (Qul Rabbi Zidni 'Alima) is written along the top arc, and "جامعة دمشق" (University of Damascus) is written along the bottom arc. The English text "Damascus University" is also written along the bottom arc.

الباب الثالث
المغناطيسية والكهرطيسية
مباديء وقوانين ونظريات
Magnetic Field – Principles and Laws

الفصل العاشر

الحقل المغناطيسي ، مبادئ ومفاهيم عامة

Magnetic Field – Principles and Concepts

١٠- الحقل المغناطيسي، مبادئ ومفاهيم عامة:

Magnetic Field – Principles and Concepts

١-١٠ مقدمة:

توجد في الطبيعة حالات تؤثر فيها بعض الأجسام على أجسام أخرى، بقوة وعزم تشابه القوى والعزوم التي تظهر بين الأجسام المشحونة كهربائياً . وأن هذه الأجسام لا تكون مشحونة ولا تكون مستقطبة كهربائياً، بل تتصف بخواص ومميزات فيزيائية مختلفة من حيث تأثيراتها فيما بينها. فهي تستطيع أن تتجاذب مع بعضها أو تستطيع أن تتنافر، وكذلك تستطيع أن تجذب الأجسام الحديدية الصغيرة إليها بسهولة مثل برادة الحديد. وتسمى هذه الأجسام المغناطيسية وتسمى الظاهرة التي ترافقها الظاهرة المغناطيسية. ولقد دلت التجارب أن مثل هذه القوى والعزوم والتي تسمى القوى المغناطيسية ، تظهر بين الأجسام المغناطيسية ، وتظهر بين الأجسام المغناطيسية وبين النواقل الكهربائية التي تمر فيها تيارات كهربائية ، كما وتظهر بين النواقل التي تمر فيها تيارات كهربائية وبين الأجسام المشحونة كهربائياً والتي تتحرك بسرعة معينة أمام هذه النواقل الكهربائية . ولقد عرف الانسان المواد المغناطيسية منذ العصور القديمة واستعملها في عدد من المجالات المحدودة، أهمها البوصلة المغناطيسية.

ومع تطور العلوم الفيزيائية بدأت تظهر العلاقة المتكاملة بين الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي، وارتباطهما معاً كجزء من الحقل الكامل والمعروف بالحقل الكهرطيسي. إن هذا الحقل الذي يعرف تماماً حالة الأجسام المغناطيسية والأجسام الكهربائية والظواهر الفيزيائية المختلفة التي تلازم وجود هذا الحقل، وتلازم تغيراته في الفراغ وفي الزمن والتي تسمى الظواهر الكهرطيسية. وتتصف الأجسام المغناطيسية بأنها تجذب إليها أجساماً أخرى وتؤثر عليها بقوة تجاذب أو قوى تنافر أو عزوم دوران كلها محددة ومعروفة بشكل دقيق.

٢-١٠ تعريف الحقل المغناطيسي في الخلاء - قوة لورنز الكهربائية:

Magnetic Field in Vide - Lorentz Magnetic Field

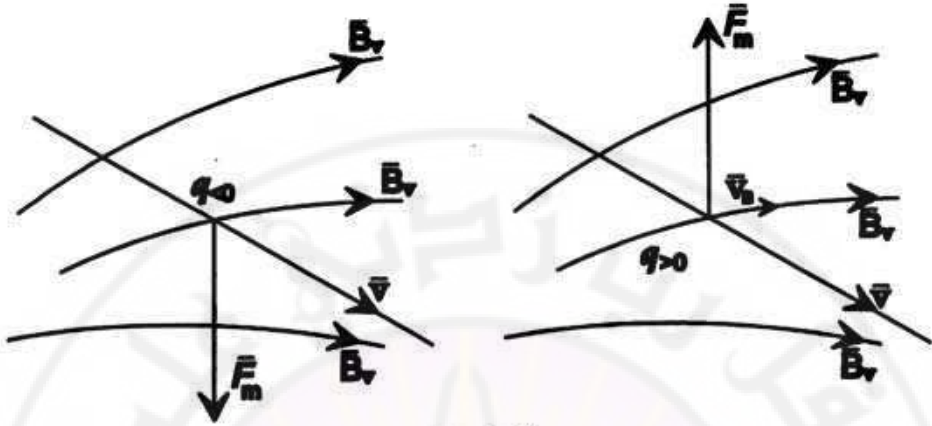
يتم تعريف الحقل المغناطيسي عن طريق التجربة العملية وعن طريق الآثار التي تنتج عن هذا الحقل على مختلف الأجسام الكهربائية أو الأجسام المغناطيسية ، أو النواقل الكهربائية التي تمر فيها تيارات إذا أدخلت إلى مجال تأثير هذا الحقل . فإذا اعتبرنا جسماً مادياً صغيراً جداً، مشحوناً بشحنة كهربائية قيمتها (q). وإذا حركنا هذا الجسم بشكل منتظم وبسرعة تساوي $\vec{v}$ ، وذلك في الوسط المحيط بأحد الأجسام المغناطيسية كما هو مبين في الشكل (1-10)، فإننا نلاحظ أنه ستؤثر على الجسم المشحون قوة ، نسميها القوة الكهربائية ، أو قوة لورنز نسبة للعالم الذي اكتشفها لأول مرة .

يمكن أن نلاحظ بالتجريب أن ظهور هذه القوة الكهربائية يرتبط عملياً بثلاثة خواص فيزيائية ، هذه الخواص الفيزيائية هي :

- حالة الجسم المادي المشحون (q) .
 - سرعة الجسم ضمن الحقل المغناطيسي $(\vec{v})$.
 - حالة الجسم المغناطيسي المؤثر والمولد للحقل المغناطيسي $\vec{B}_r$.
- فإذا زالت إحدى هذه الخواص الفيزيائية فإن القوة المغناطيسية تتعدم وتزول. ولتعريف الحقل المغناطيسي نجري التجارب العملية التالية:

في التجربة الأولى نفترض أن :

- شحنة الجسم ثابتة $q = ct$
- سرعة الجسم ثابتة $v = ct$
- وضعية محور حركة الجسم ضمن الحقل ثابتة $\alpha = ct$.
- الحالة المغناطيسية للجسم المؤثر متغيرة $B_r \neq ct$.



الشكل (10-1)

يمكن أن نلاحظ بالتجريب أن القوة التي تؤثر على الجسم المتحرك تتناسب مع الحالة المغناطيسية حيث يمكن أن نكتب:

$$F_{cv} \sim B_v$$

في التجربة الثانية: نفترض أن:

- شحنة الجسم متغيرة $q \neq ct$.
 - وضعية المحور الذي يتحرك عليه الجسم ضمن الحقل ثابتة $\alpha = ct$.
 - سرعة الجسم ضمن الحقل ثابتة $v = ct$.
 - الحالة المغناطيسية للجسم المؤثر ثابتة $B_v = ct$.
- يمكن أن نلاحظ أن القوة التي تؤثر على الجسم المتحرك تتناسب في هذه التجربة مع شحنة الجسم حيث يمكن أن نكتب:

$$F_{cv} \sim q$$

في التجربة الثالثة: نفترض أن:

- شحنة الجسم ثابتة $q = ct$.
- سرعة الجسم ضمن الحقل متغيرة $v \neq ct$.
- وضعية المحور الذي يتحرك عليه الجسم ضمن الحقل ثابتة $\alpha = ct$.
- الحالة المغناطيسية للجسم المؤثر ثابتة $B_v = ct$.

يمكن أن نلاحظ أن القوة التي تؤثر على الجسم المتحرك ضمن الحقل تتناسب في هذه التجربة مع سرعة الجسم حيث يمكن أن نكتب:

$$F_{ew} \sim v$$

في التجربة الرابعة: نفترض أن:

- شحنة الجسم ثابتة $q = ct$.
- وضعية الجسم ضمن الحقل متغيرة $\propto ct$.
- سرعة الجسم ضمن الحقل ثابتة $v = ct$.
- الحالة المغناطيسية للجسم المؤثر ثابتة $B_v = ct$.

يمكن أن نلاحظ أن القوة التي تؤثر على الجسم المتحرك ضمن الحقل تتناسب طردياً مع الزاوية التي يصنعها محور حركة الجسم مع اتجاه الحقل المؤثر B_v حيث يمكن أن نكتب:

$$F_{ew} \sim \sin \alpha$$

وبذلك نستنتج وبالتجريب أن القوة الكهرومغناطيسية التي تؤثر على جسم كهربائي مشحون بشحنة q ويتحرك بسرعة v ضمن حقل مغناطيسي مؤثر B_v وفقاً لمحور محدد بالزاوية α تساوي :

$$F_{ew} = K.q.v.B_v.\sin \alpha$$

حيث K هي ثابتة تناسب تساوي للواحد في النظام العالمي لواحداث القياس [M.K.S.A] وبذلك يمكن أن نكتب العلاقة الشعاعية التالية:

$$\overline{F_{ew}} = q.\overline{v} \times \overline{B_v}$$

وهذه القوة الكهرومغناطيسية تسمى علاقة لورنز للقوة الكهرومغناطيسية

Magnetic Field

١٠-٣ الحقل المغناطيسي في الخلاء:

يعرف الحقل المغناطيسي في الخلاء بواسطة كمية فيزيائية شعاعية تسمى حقل التحريض المغناطيسي في الخلاء ويرمز لها $\overline{B_v}$ ويتم تحديد هذه الكمية تجريبياً بواسطة قوة لورنز الكهرومغناطيسية التي تؤثر على شحنة كهربائية تتحرك في مجال

عمل الحقل المغناطيسي . ويمكن أن نستدل على وجود الحقل المغناطيسي عن طريق الآثار المرتبطة بهذا الحقل، والتي تظهر على شكل قوى وعزوم يمكن أن يؤثر بها الحقل على أجسام أخرى مغناطيسية أو على نواقل كهربائية تجري فيها تيارات عند وجودها ضمن هذا الحقل . ويمكن أن نلاحظ بالتجريب أن الحقل المغناطيسي يتولد حول الأجسام المغناطيسية وحول النواقل الكهربائية التي تمر بها تيارات .

و يعرف الحقل المغناطيسي في الخلاء بواسطة علاقة تسمى قانون الرابطة بين التحريض المغناطيسي والحقل المغناطيسي والتي نكتب على الشكل التالي:

$$\overline{B_v} = \mu_0 . \overline{H_v}$$

حيث :

B_v : هي شدة حقل التحريض المغناطيسي في الخلاء

H_v : هي شدة الحقل المغناطيسي في الخلاء

μ_0 : هي ثابتة النفاذ المغناطيسية للوسط الذي يتولد فيه الحقل المغناطيسي وفي هذه الحالة ثابتة النفاذ المغناطيسية للخلاء أو الهواء.

وتعطى قيمة ثابتة النفاذ المغناطيسية للخلاء بالعلاقة:

$$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7} [H / m]$$

وتمثل علاقة التعريف المذكورة اعلاه قانون ماكسويل للرابطة بين التحريض المغناطيسي وبين الحقل المغناطيسي.

١٠-٤ وحدات القياس المغناطيسية: Magnetic Measurment Units

يستعمل حالياً في العلوم الفيزيائية، ومنها العلوم الكهربائية نظام وحيد للقياس هو النظام [M.K.S.A] حيث تعتبر الواحدات المتر والكيلوغرام والثانية والأمبير الواحدات الأساسية في النظام ويشق منها ما بقي من وحدات القياس لمختلف الكميات الفيزيائية.

تقاس شدة الحقل المغناطيسي في هذا النظام بوحدة قياس تسمى الأمبير على المتر $[A/m]$ وهي تساوي شدة الحقل المغناطيسي الذي يتولد على بعد مترين من محور ناقل كهربائي مستقيم لا نهائي الطول، عندما يمر فيه تيار كهربائي تساوي شدته $4\pi A$ امبير .

ويقاس التدفق المغناطيسي $[\phi]$ بواسطة واحدة قياس تسمى الفولط. ثانية $[V.s]$ ويطلق على هذه الوحدة الويبر $[Wb]$ نسبة للعالم ويبر .

ويساوي الويبر قيمة التدفق المغناطيسي الذي يولد في دائرة مغناطيسية مغلقة بفعل التحريض المغناطيسي، قوة محرّكة كهربائية تساوي فولطاً واحداً وذلك عندما تتناقص قيمة التدفق في الدائرة حتى الصفر خلال ثانية واحدة.

ويقاس التحريض المغناطيسي B بواسطة واحدة تساوي الويبر على المتر المربع $[Wb/m^2]$ والتي يطلق عليها أيضاً تسلا $[Ts]$ تخليداً للعالم تسلا. وتساوي واحدة القياس هذه التحريض المغناطيسي المنتظم الذي يكون تدفقه عبر سطح عمودي على اتجاه التحريض ومساحته متر مربع واحد يساوي لويبر واحد.

الفصل الحادي عشر
الكميات و التعاريف الأساسية
لحساب الحقل المغناطيسي

١١- الكميات والتعاريف الأساسية لحساب الحقل المغناطيسي :

Quantities and Basic Definitions in Magnetic Field

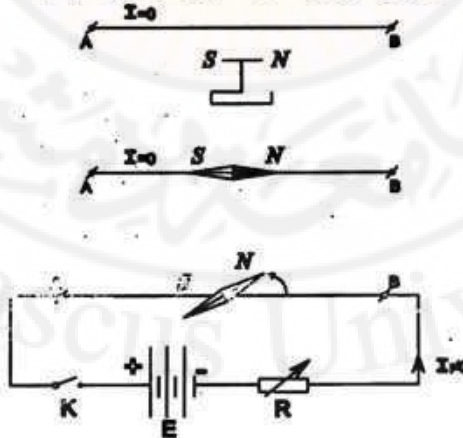
١١-١ الآثار المغناطيسية للتيار الكهربائي :

Magnetic Effect of Electric Current

تم اكتشاف الآثار المغناطيسية لمرور التيار الكهربائي في النواقل من قبل العالم أورستيد وتجربته الشهيرة التي أجراها لذلك .

فإذا أخذنا سلكاً مستقيماً من النحاس وربطنا طرفي هذا السلك إلى بطارية كهربائية ومعه على التسلسل مقاومة متغيرة كما في الشكل (11-1). إن التيار الكهربائي سوف يمر في الناقل تحت تأثير القوة المحركة الكهربائية التي تعطيها بطارية ، ويمكن تغيير شدة هذا التيار عن طريق المقاومة المتغيرة في الدارة (R) . نلاحظ أن مرور التيار الكهربائي في الناقل سوف يولد حول السلك حقلاً مغناطيسياً يمكن الاستدلال عليه من تأثيره على أي جسم مغناطيسي يوضع بالقرب من السلك .

لقد أخذ العالم أورستيد إبرة مغناطيسية وقربها من السلك الذي يمر فيه التيار فلاحظ أن الإبرة المغناطيسية تنحرف عن اتجاهها نحو الشمال الجغرافي ، وتأخذ الإبرة انحرافاً جديداً مختلفاً . ويعتمد هذا الاتجاه الجديد على شدة التيار الكهربائي المار في السلك وعلى جهة هذا التيار وعلى وضعية الإبرة وقربها أو بعدها عن السلك .



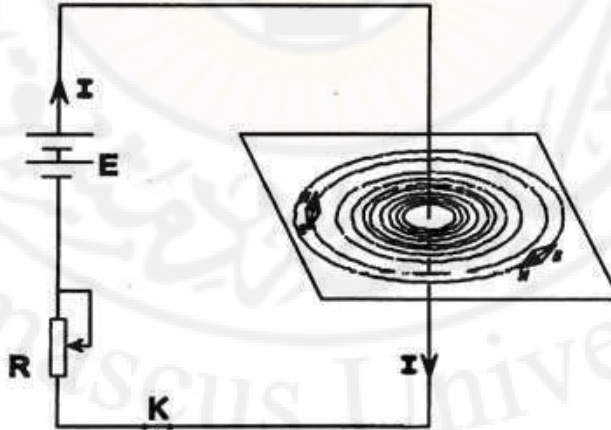
الشكل (11-1)

وبما أن الإبرة المغناطيسية والتي هي عبارة عن جسم مغناطيسي صغير ، لا تنحرف إلا بتأثير جسم مغناطيسي آخر يقرب منها ، ومرتبطة به حقل مغناطيسي ، فإن انحراف الإبرة الموضوعة قرب السلك دليل واضح أن للتيار الكهربائي حقلاً مغناطيسياً يؤثر على الأجسام المغناطيسية الواقعة ضمن مجال عمل هذا الحقل .
يمكن أن نلاحظ وبالتجريب أن انحراف الإبرة المغناطيسية يزداد مع ازدياد التيار وينقص مع نقصانه وأن الانحراف يغير من اتجاهه مع تغيير اتجاه التيار في الناقل .
كما ونلاحظ أن انحراف الإبرة يزداد كلما اقتربت الإبرة من الناقل

١١-٢ الحقل المغناطيسي والتحريض المغناطيسي المتولد عن التيار الكهربائي:

Magnetic Field and Induction of Electric Current

يمكن أن نحدد اتجاه الحقل المغناطيسي وخطوط الحقل الذي يتولد حول النواقل التي تجري فيها تيارات كهربائية مستمرة بالتجريب . فإذا أخذنا سلكاً مستقيماً يخرق بشكل عمودي قطعة من الورق المقوى ومررنا في هذا الناقل تياراً كهربائياً (I) كما في الشكل (11-2)



الشكل (11-2)

وإذا ربطنا إبرة مغناطيسية بخيط مرن ، وجعلناها حرة الدوران حول محور تعليقها بالخيط ، ووضعناها بالقرب من الناقل ، فإنها سوف تستقر على اتجاه جديد يخالف اتجاه الشمال الجغرافي ، بسبب تأثير الحقل المغناطيسي للتيار الكهربائي . وإذا رسمنا وضعية استقرار هذه الإبرة على قطعة الورق المقوى . ثم قمنا بنقلها إلى مكان آخر ورسمنا وضعية الاستقرار من جديد ، فإننا يمكن أن نلاحظ أن المحل الهندسي لوضعية استقرار الإبرة المغناطيسية المرسومة على قطعة الورق المقوى هو عبارة عن دوائر متمركزة مع محور الناقل الكهربائي .

وإذا نثرنا كمية من برادة الحديد على قطعة الورق المقوى ، وإذا مررنا في الناقل تياراً كهربائياً شدته تزيد عن 10A ، وقمنا بعد ذلك برج الورقة رجاء خفيفة ، فإننا نلاحظ أن برادة الحديد قد انتظمت وفق خطوط الحقل المغناطيسي المؤثر عليها، حيث تنصرف قطع برادة الحديد الصغيرة مثل إبر مغناطيسية . وترسم هذه القطع الحديدية الصغيرة شكلاً يسمى اللطيف المغناطيسي ويكون في هذه الحالة على شكل دوائر متحدة المركز ، ويقع مركزها على محور الناقل كما هو مبين في الشكل (2-11) .

يمكن أن نلاحظ في هذه التجربة أن الدوائر التي تتوضع عليها برادة الحديد على قطعة الورق المقوى تكون كثيفة جداً قرب نقطة اختراق السلك للورقة وتتناقص الكثافة عند الابتعاد عن محور الناقل .

وتسمى الخطوط التي ترسمها برادة الحديد ، أو التي ترسمها الإبرة المغناطيسية حول الناقل ، خطوط الحقل المغناطيسي .

ويمكن أن نستنتج من هذه التجربة أن خطوط الحقل المغناطيسي حول الناقل المستقيم الذي يمر به تيار كهربائي (I) هي خطوط مغلقة ودائرية وأن اتجاه الإبرة المغناطيسية على خطوط الحقل يتغير مع تغير اتجاه التيار الذي يجري في السلك والذي يولد الحقل المغناطيسي . ويحدد لخطوط الحقل المغناطيسي اتجاه معين وثابت في كافة النقاط ويكون هذا الاتجاه منطبقاً على الاتجاه الذي يخرج منه خط الحقل من

القطب الشمالي للإبرة المغناطيسية عندما توضع في إحدى نقاط خط الحقل المعتبر .
ويسمى هذا الاتجاه، الاتجاه الموجب لخطوط الحقل المغناطيسي .
وبعين اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي عملياً بواسطة إبرة مغناطيسية تعلق بخيط
عديم الفتل نفلها إلى نقاط مختلفة قريبة من سطح قطعة الورق المقوى فنجد أن الإبرة
نسكن في وضعية مماسة لخطوط الحقل الدائرية التي رسمتها برادة الحديد ويعتبر
الاتجاه من القطب الجنوبي إلى القطب الشمالي للإبرة هو الاتجاه الموجب لخطوط
الحقل .

ونستعمل أربع قواعد عملية تساعد على تحديد اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي حول
النواقل الكهربائية بسرعة وسهولة هذه القواعد هي :

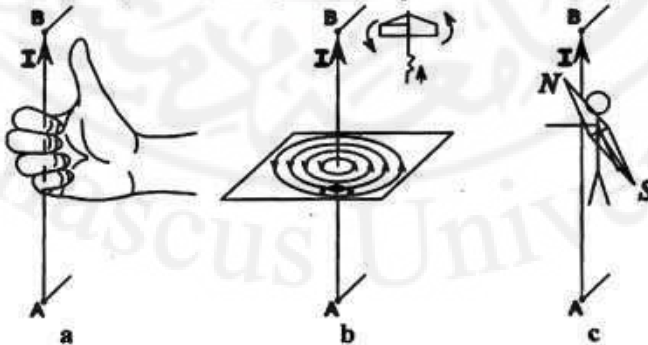
١- قاعدة إنسان آمبير

٢- قاعدة بزال ماكسويل ، أو البرغي اليميني

٣- قاعدة اليد اليمنى

٤- قاعدة الساعة

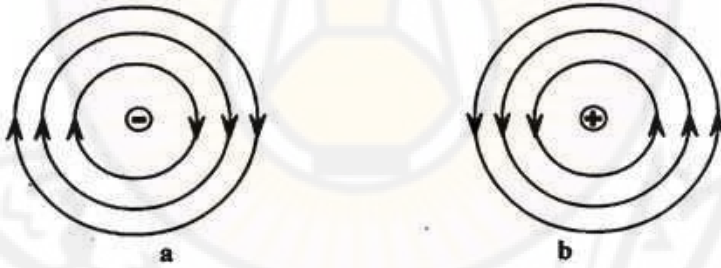
وبين الشكل (11-3-8) طريقة قاعدة إنسان آمبير ، حيث نتخيل أن هناك إنساناً ،
يستلقي على بطنه على طول الناقل وينظر إليه وأن التيار يجتاز هذا الإنسان من
قدميه نحو رأسه . ويكون الاتجاه الموجب لخطوط الحقل الاتجاه الذي ترسمه اليد
اليمنى لإنسان آمبير عند حركتها لكي تنطبق على صدر هذا الإنسان .



الشكل (11-3) قاعدة إنسان آمبير قاعدة بزال ماكسويل قاعدة اليد اليمنى

ويبين الشكل (11-3-b) قاعدة بزال ماكسويل ، حيث نتخيل بزالاً يميني الدوران ، نطبقه على محور الناقل وندير هذا البزال بحيث يتقدم هذا البزال مع تقدم التيار في الناقل . ويكون الاتجاه الموجب لخطوط الحقل منطبقاً على اتجاه دوران البزال عند تقدمه مع التيار المار في الناقل .

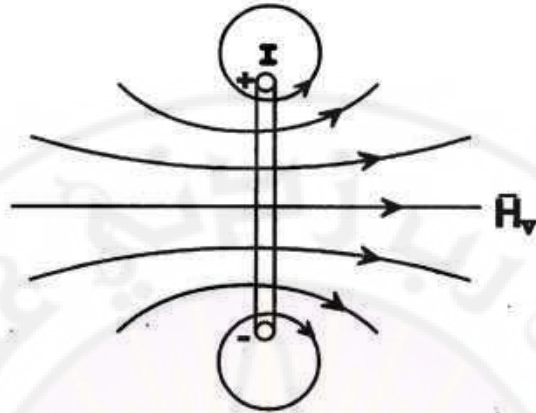
ويبين الشكل (11-3-c) قاعدة اليد اليمنى ، حيث نضع راحة الكف الأيمن على الناقل بحيث يكون الإبهام باتجاه التيار ونضم الأصابع لتقبض على السلك . ويكون الاتجاه الموجب لخطوط الحقل منطبقاً على اتجاه دوران أصابع اليد للقبض على الناقل . وتفترض طريقة الساعة أن التيار الذي يمر في الناقل يخترق الساعة من الأمام نحو الخلف مبتعداً عن ناظرينا . ويكون الاتجاه الموجب لخطوط الحقل في هذه الحالة باتجاه حركة عقارب الساعة كما هو مبين في الشكل (11-4-a) .



الشكل (11-4)

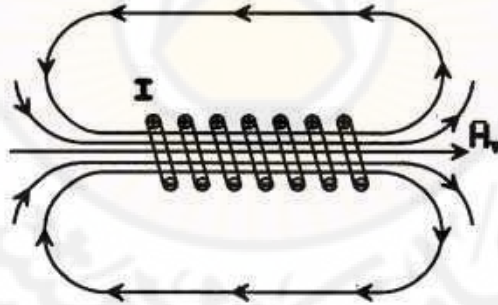
أما إذا كان التيار الذي يجري في الناقل يخترق الساعة من الخلف نحو الأمام مقترباً من ناظرينا ، فيكون الاتجاه الموجب لخطوط الحقل في هذه الحالة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة كما هو مبين في الشكل (11-4-b) .

وإذا كان لدينا ناقل على شكل حلقة دائرية ويمر فيه تيار كهربائي فإن برادة الحديد ستوضع على قطعة الورق المقوى على شكل مجموعتين من الدوائر ، تحيطان بنقاط تقاطع الحلقة مع الورقة ، كما هو مبين في الشكل (11-5) .



الشكل (11-5)

وعندما يكون الناقل الكهربائي على شكل ملف حلزوني وشيعة كهربائية - ويمر فيه تيار كهربائي مستمر فإن خطوط الحقل المغناطيسي سترسم خيالا مغناطيسيا كما هو مبين في الشكل (11-6) .



الشكل (11-6)

ويمكن أن نلاحظ أن خطوط الحقل المغناطيسي المتولد في الوشيعة الكهربائية التي يمر فيها تيار كهربائي مستمر تكون على شكل منحنيات مغلقة وتكون منتظمة داخل الوشيعة وموازية لمحور الوشيعة .
ويمكن لخيال الحقل المغناطيسي أن يعطي فكرة عن قيمة الحقل ، فحيث تكون خطوط الحقل كثيفة ومتقاربة من بعضها ، يكون الحقل المغناطيسي أشد وأقوى .

ويعرف الحقل المغناطيسي الناتج عن التيارات الكهربائية التي تمر في مختلف أشكال النواقل بواسطة شدة الحقل المغناطيسي $\vec{H}$ أو التحريض المغناطيسي $\vec{B}$.

١١-٣- قانون الفيض المغناطيسي أو التدفق المغناطيسي:

Magnetic Flux Law

يعرف التدفق المغناطيسي أو الفيض المغناطيسي بالعلاقة الرياضية التالية :

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_S B \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

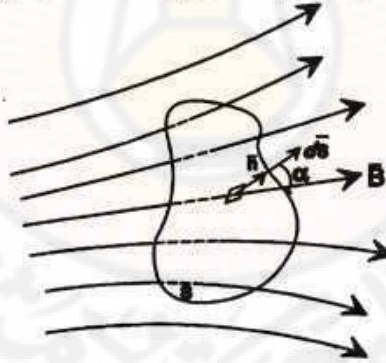
حيث :

ϕ : التدفق المغناطيسي

S : السطح ضمن الحقل والذي نخترقه خطوط الحقل المغناطيسي

ds : شعاع السطح العنصري ويكون منطبقاً على الشعاع النازل على السطح S .

α : الزاوية بين الحقل $\vec{B}$ والشعاع العنصري $d\vec{s}$ كما هو مبين في الشكل (11-7)



الشكل (11-7)

ويمثل التدفق في الواقع عدد خطوط الحقل $\vec{B}$ التي تجتاز السطح S الذي ينسب التدفق إليه .

يمكن أن نعرف التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ بالعلاقة التالية :

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

ومنها يمكن أن نكتب :

$$\bar{B} = \frac{d\phi}{ds}$$

وتعني هذه العلاقة أن التحريض المغناطيسي $\bar{B}$ يساوي كثافة التدفق المغناطيسي ϕ نسبة لواحدة السطوح .

يقاس التدفق المغناطيسي بوحدة تسمى الويبر [Wb] وذلك نسبة للعالم الألماني (W. WEBER) .

$$[\phi] = [Wb]$$

والويبر يساوي للفلوط .ثانية أي :

$$[\phi] = [Wb] = [V.s]$$

وبذلك تنتج وحدة قياس التحريض المغناطيسي كما يلي :

$$[B] = \frac{[\phi]}{[s]} = \frac{[Wb]}{[m^2]} = \frac{[V.s]}{[m^2]} = [Ts]$$

ويساوي التحريض المغناطيسي كمية الفيض المغناطيسي التي تخترق واحدة السطوح بشكل ناظمي ، أي عندما تكون $\alpha = 0$.

لقد دلت التجارب العلمية على أن خطوط حقل التحريض المغناطيسي $\bar{B}$ هي خطوط مغلقة دائماً ، وذلك مهما كان المجال الذي تمر فيه هذه الخطوط سواء أكان هذا المجال هو الهواء أو أية مادة أخرى . ويعني هذا الأمر رياضياً أن التدفق المغناطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي الصفر . أي أنه إذا اعتبرنا سطحاً مغلقاً واقعاً ضمن الحقل المغناطيسي فإن عدد خطوط الحقل الذي يدخل إلى هذا السطح المغلق يساوي عدد خطوط الحقل الذي يخرج من هذا السطح المغلق . ويمكن أن نكتب استناداً إلى هذه الحقيقة العلاقة التالية:

$$\phi = \oint \bar{B} \cdot d\bar{s} = 0$$

وتمثل هذه العلاقة قانون التدفق المغناطيسي العام في صيغته التكاملية .

وإذا اعتبرنا علاقة تحويل التكامل الثنائي إلى تكامل ثلاثي والتي تسمى علاقة غاوس-أوستروكرادسكي ، فإن قانون التدفق المغناطيسي يمكن أن يكتب على الشكل التالي :

$$\phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iiint_{V_{\Sigma}} \text{div} \vec{B} \cdot dV = 0$$

حيث لدينا :

(Σ) : السطح المغلق الذي يخترقه الفيض ضمن الحقل .

V_{Σ} : الحجم المحصور داخل السطح المغلق S

$\text{div} \vec{B}$: انتشار حقل التحريض المغناطيسي

كما ويمكن أن نكتب :

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

وتمثل هذه العلاقة الصيغة التفاضلية لقانون التدفق المغناطيسي .

وتعني هذه العلاقة أن حقل التحريض المغناطيسي هو حقل بدون انتشار وأن خطوطه هي خطوط مغلقة دائماً . وبذلك فالحقل المغناطيسي ليس له منابع وليس له شحنات تولده كما في حالة الحقل الكهربائي .

١١-٤- الحقل المغناطيسي الناتج عن مرور التيارات الكهربائية في النواقل :

Magnetic Field of Electrical Conductors

يعرف الحقل المغناطيسي الناتج عن مرور التيارات الكهربائية في النواقل بواسطة

قانون يسمى قانون بيو-سافار-لابلاس . ((Biot-Savart-Laplace Law))

فقد أثبت هؤلاء العلماء أنه يتولد حقل مغناطيسي حول أي ناقل كهربائي يمر فيه تيار كهربائي . ويؤثر هذا الحقل على الإبرة المغناطيسية الموجودة قرب الناقل ، بعزم

دوران يؤدي إلى تغيير اتجاهها عن اتجاه استقرارها الطبيعي نحو الشمال الجغرافي .

فإذا أخذنا ناقلاً مستقيماً يمر فيه تيار (i) وبالقرب منه إبرة مغناطيسية ، كما هو مبين

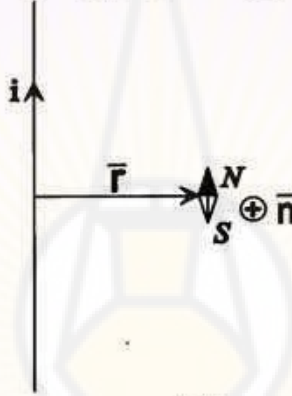
في الشكل (8-11) فإننا نلاحظ أن انحراف الإبرة المغناطيسية يتناسب طردياً مع شدة

التيار الكهربائي (i) الذي يمر في الناقل ، ويتناسب عكساً مع المسافة بين الإبرة

المغناطيسية ومحور الناقل الكهربائي . إن انحراف الإبرة مرتبط بالحقل المغناطيسي المتولد عن الناقل الكهربائي الذي يمر فيه التيار الكهربائي - وأن شدة الحقل المغناطيسي تعرف بالعلاقة التالية :

$$\overline{H_r} = \frac{i}{2\pi r} \cdot \bar{n}$$

ويكون هذا الحقل المغناطيسي عمودياً على المستوى المشكل من محور الناقل الكهربائي ومن الشعاع ($\bar{r}$) الذي يحدد مكان الإبرة نسبة للناقل .



الشكل (8-11)

ويمكن أن نعرف حقل التحريض المغناطيسي ($\overline{B_r}$) المرتبط بهذا الحقل المغناطيسي بالقانون التالي :

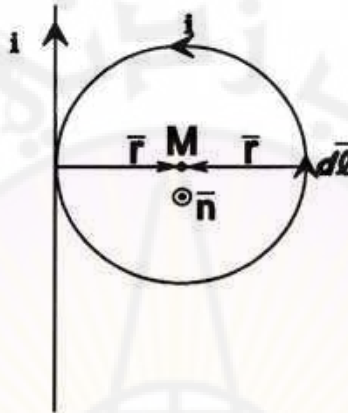
$$\overline{B_r} = \mu_0 \cdot \overline{H_r}$$

$$\overline{B_r} = \frac{\mu i}{2\pi r} \cdot \bar{n}$$

وتمثل هذه العلاقة قانون بيو-سافار-لابلاس للحقل المغناطيسي الناتج عن النواقل المستقيمة .

ويمكن استنتاج علاقة قانون بيو-سافار-لابلاس الذي يتولد في مركز النواقل الدائرية، على الشكل التالي :

نفترض أنه يوجد لدينا ناقل كهربائي دائري نصف قطره (r) ويجتازه تيار كهربائي شدته i_1 ويوجد على التماس معه ناقل كهربائي مستقيم طويل يجتازه التيار i_2 ، كما هو مبين في الشكل (11-9) .



الشكل (11-9)

لقد دلت التجارب التي أجراها العلماء ، أن شدة الحقل المغناطيسي الكلي المتولد عن مرور التيار في كلا الناقلين تكون مساوية للصفر ، أي معدومة إذا كانت النسبة بين التيارين اللذين يمران في كلا الناقلين تساوي :

$$\frac{i_2}{i_1} = \pi$$

أي :

$$i_2 = \pi \cdot i_1$$

وإذا وضعنا في هذه الحالة إبرة مغناطيسية في مركز الناقل الدائري ، فإننا نلاحظ أن الإبرة تبقى مستقرة على وضعها نحو اتجاه الشمال الجغرافي .

إن شدة الحقل المغناطيسي الناتج عن الناقل المستقيم في نقطة تبعد عن مركز الناقل مسافة (r)، أي تقع في مركز الناقل الدائري ، تساوي وفقاً لقانون بيو-سافار-لابلاس لما يلي :

$$H_{v_2} = \frac{i_2}{2\pi r}$$

وإذا اعتبرنا أن $i_2 = \pi.i_1$

ينتج لدينا :

$$H_{v_2} = \frac{i_2}{2\pi r} = \frac{\pi.i_1}{2\pi r} = \frac{i_1}{2r}$$

وقيمة هذا الحقل يجب أن تساوي شدة الحقل الناتج عن الناقل الدائري ويجب أن تعاكسها بالاتجاه ، لكي نحصل في مركز الناقل الدائري على حقل محصلة كلي مساو للصفر

$$H_{v_1} + H_{v_2} = 0$$

وبذلك ينتج لدينا :

$$\overline{H_{v_1}} = \frac{i_1}{2.r} . \overline{n}$$

وتمثل هذه العلاقة قانون بيو- سافار- لابلاس لتحديد شدة الحقل المغناطيسي في مركز الناقل الدائري .

يمكن أن نلاحظ ما يلي :

إن الحقل المغناطيسي $\overline{H_{v_1}} = \frac{i_1}{2.r}$ يتولد عن ناقل دائري طوله $\ell = 2\pi r$ وأن الحقل المغناطيسي العنصري $d\overline{H_v}$ سيتولد عن ناقل عنصري $d\ell$ وأنه يمكن أن نكتب:

$$dH_v = \frac{i}{2r} \cdot \frac{d\ell}{2\pi r}$$

$$dH_v = \frac{i}{4\pi r^2} . d\ell$$

وأن محور هذا الحقل سيكون منطبقاً على محور الناقل الدائري وأن اتجاهه يمكن أن يحدد باحدى الطرق العملية المستعملة لتحديد اتجاه الحقل المغناطيسي.

ويمكن كتابة العلاقة بشكل شعاعي كما يلي:

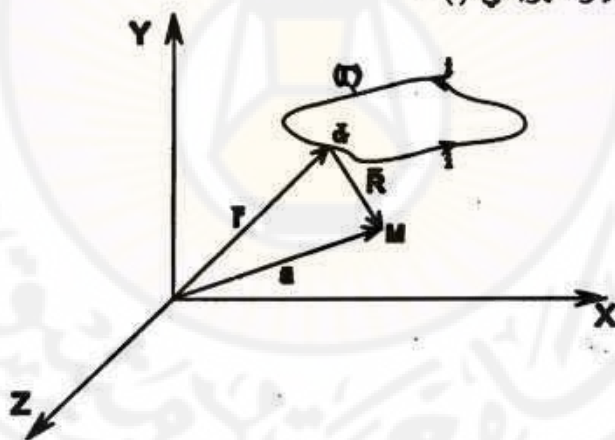
$$d\overline{H_v} = \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

ويتم حساب الحقل المغناطيسي الكلي الذي ينتج عن جميع عناصر الحلقة الدائرية التي يمر فيها التيار (i) بإجراء التكامل على كامل محيط الدائرة المغلقة (c) للعلاقة السابقة، فنحصل على ما يلي:

$$\overline{H_v} = \oint_c \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

وتمثل هذه العلاقة قانون بيوسافار-لابلاس للنواقل الكهربائية الدائرية في صورته العامة .

ولقد عمم العالم لابلاس صيغة القانون بحيث يصبح صالحاً لحساب شدة الحقل المغناطيسي المتولد عن أي ناقل كهربائي يمر فيه تيار (i) مهما كان شكل هذا الناقل . فإذا اعتبرنا ناقلاً كهربائياً على شكل منحنٍ مغلق (Γ) كما في الشكل (10-11) ويمر في هذا الناقل تيار كهربائي (i) .



الشكل (10-11)

يحدد الحقل المغناطيسي الذي ينتج عن هذا الناقل بعلاقة بيوسافار-لابلاس العامة التالية :

$$d\overline{H_v} = \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{r} \times \vec{R}}{R^3}$$

$$\overline{H_v} = \oint_{\Gamma} \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{r} \times \vec{R}}{R^3}$$

تسمى العلاقة الأخيرة ، قانون بيو-سافار-لابلاس العام وهي تستعمل لحساب الحقول المغناطيسية المتولدة عن مرور التيارات الكهربائية في النواقل ذات الأشكال المختلفة.

١١-٥ تطبيقات عملية لقانون بيو - سافار - لابلاس:

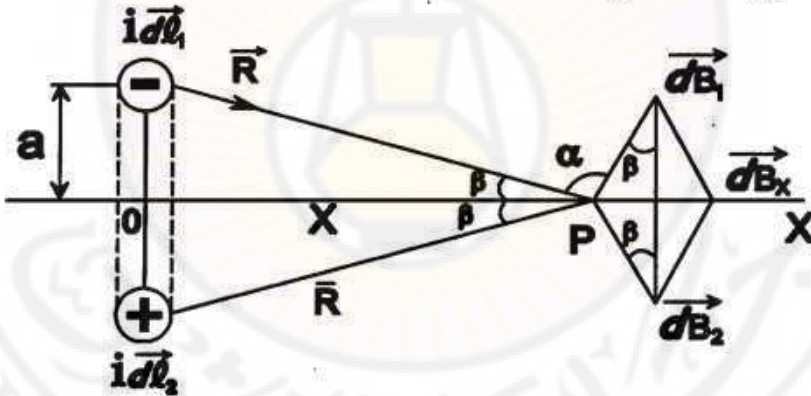
Biot – Savart – Laplace Law

١١-٥-١ حساب الحقل المغناطيسي الناتج في نقطة تقع على محور ناقل

كهربائي دائري يمر فيه تيار كهربائي :

Magnetic Field of Circular Conductor

لنفترض أنه لدينا ناقل كهربائي على شكل حلقة دائرية ، كما هو مبين في الشكل (11-11) ، ونرغب أن نحسب قيمة الحقل المغناطيسي الذي يتولد في نقطة (P) تقع على محور الحلقة الدائرية .



الشكل (11-11)

يمكن أن نلاحظ أن كل طول عنصري (dl_1) من الحلقة الدائرية يولد في النقطة (P) ، حقلًا مغناطيسيًا عنصريًا (dH_{y1}) ، ويكون هذا الحقل عمودياً على الخط الذي يصل بين الطول العنصري (dl_1) والنقطة (P) كما ويمكن أن نلاحظ أن كل طولين عنصريين (dl_1) و (dl_2) من الحلقة الدائرية ، يقعان بشكل متناظر نسبة للنقطة (P) ، سيولدان حقلين مغناطيسيين (dH_{y1}) و (dH_{y2}) في النقطة (P) وأن محصلة هذين

الحقلين المغناطيسيين العنصريين لها مركبة واحدة تنطبق على محور الحلقة الناقلة الدائرية $(X-X')$ ، أما المركبة نسبة للمحور $(y-y')$ فستكون معدومة . وبالعودة إلى الشكل (11-11) يمكن أن نكتب مايلي :

$$(\hat{dl}, r) = \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \alpha = 1, \sin \beta = \frac{a}{r}$$

وتعطى شدة الحقل المغناطيسي في النقطة (P) بحسب قانون بيوسافار-لابلاس بالعلاقة التالية :

$$d\vec{H}_v = \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{H}_v = \oint_C \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

وإذا اعتبرنا مركبة هذا الحقل نسبة للمحور $(X-X')$ فإنه يمكن أن نكتب :

$$\vec{H}_{v_x} = \vec{H}_v \sin \beta$$

$$H_{v_x} = \oint_C \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \sin \beta$$

$$H_{v_x} = \oint_C \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{d\ell \times r \sin \alpha}{r^3} \sin \beta$$

$$H_{v_x} = \frac{i}{4\pi^2} \sin \beta \oint_C d\ell$$

$$H_{v_x} = \frac{i}{4\pi^2} \cdot 2\pi a \cdot \sin \beta$$

$$H_{v_x} = \frac{i}{2r^2} \cdot a \cdot \sin \beta$$

وبتعويض $\sin \beta = \frac{a}{r}$ في العلاقة الأخيرة ينتج :

$$H_{v_x} = \frac{ia^2}{2r^3} = H$$

وتعطي هذه العلاقة شدة الحقل المغناطيسي في النقطة (P) والذي ينتج عن جميع عناصر الحلقة الدائرية . ويكون هذا الحقل منطبقاً على محور الحلقة $(X - X')$.
عندما تكون النقطة (p) واقعة في مركز الحلقة ، أي عندما يكون لدينا $r = a$ ، فإن شدة الحقل المغناطيسي في هذه النقطة متساوي :

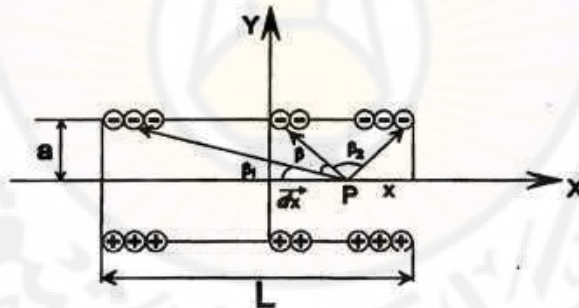
$$H_v = \frac{i}{2a}$$

١١-٥-٢ حساب الحقل المغناطيسي المتولد داخل وشيعة كهربائية :

Magnetic Field inside a Coil

لنكن لدينا وشيعة كهربائية دائرية ، طولها (ℓ) وعدد لفاتها N ويجتازها تيار كهربائي (i) ، كما هو مبين في الشكل (11-12) يمكن أن نعرف لهذه الوشيعة كمية "م" هي الكثافة الخطية لعدد اللفات بالعلاقة التالية :

$$dN = \frac{N}{\ell} . dx$$



الشكل (11-12)

حيث لدينا :

dN : عدد اللفات الموجودة على كل طول عنصري dx من طول الوشيعة (ℓ) .
تعطي قيمة الحقل المغناطيسي الذي يتولد عن عدد عنصري من اللفات dN في نقطة (P) تقع على محور الوشيعة ، بتطبيق قانون بيو-سافار-لابلاس كما في التطبيق السابق ، وباستخدام العلاقة التالية :

$$dH_v = \frac{ia^2}{2r^3} dN = \frac{in^2}{2r^3} \cdot \frac{N}{\ell} . dx$$

وبالعودة إلى الشكل (11-12) يمكن أن نكتب ما يلي :

$$\sin \beta = \frac{a}{r} \Rightarrow a = r \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{x} \Rightarrow \operatorname{ctg} \beta = \frac{x}{a}$$

$$x = a \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

$$dx = -a \frac{1}{\sin^2 \beta} d\beta$$

وبالتعويض في علاقة الحقل الناتج في النقطة p ، نحصل على ما يلي :

$$dH_v = \frac{i r^2 \sin^2 \beta}{2r^3} \cdot \frac{N}{\ell} = \frac{r \sin \beta}{\sin^2 \beta} \cdot d\beta$$

$$dH_v = -\frac{i N \sin \beta}{2\ell} d\beta$$

وتحسب قيمة الحقل الكلي الناتج عن جميع لفات الوشيمة بالعلاقة التالية :

$$H_v = \frac{i N}{2\ell} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta$$

$$H_v = -\frac{i N}{2\ell} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

وعندما يكون نصف قطر لفة الوشيمة (a) أصغر بكثير من طول الوشيمة (ℓ) أي عندما يكون تحقق ما يلي :

$$a \gg \ell$$

فإنه ينتج ما يلي :

$$\begin{array}{ll} \beta_1 \approx 0 & ; \quad \beta_2 \approx 18^\circ \\ \cos \beta_1 = 1 & ; \quad \cos \beta_2 = -1 \end{array}$$

وبالاستبدال في علاقة الحقل المغناطيسي ، ينتج :

$$H_v = \frac{i N}{2\ell} \cdot 2$$

$$H_v = \frac{i N}{\ell}$$

أي أن شدة الحقل المغناطيسي داخل الوشعة الكهربائية الاسطوانية ، لا يتعلق بقطر الوشعة ، بل بعدد لفاتها (N) وبطولها (l) وبشدة التيار المار بها (i) .

١١-٦- الاستقطاب المغناطيسي والعزم المغناطيسي :

Magnetic Polarization and Polarization Momentum

لقد أثبتت التجارب العملية أن الحقل المغناطيسي يمكن أن يتولد حول النواقل التي يمر فيها تيار كهربائي ، أو حول الأجسام المغناطيسية والتي تسمى الأجسام المستقطبة المغناطيسية .

فقد بينت للتجارب أن هناك أجساماً ذات صفات فيزيائية خاصة من حيث إنها تؤثر بين بعضها . ويظهر هذا التأثير على شكل قوى وعزوم مرتبطة بطبيعتها المغناطيسية وكذلك أنها تؤثر على النواقل الكهربائية التي قد توجد قريبها . وتسمى هذه القوى والعزوم القوى والعزوم المغناطيسية . ويمكن لهذه العزوم والقوى أن تعرف الحالة الفيزيائية لهذه الأجسام وأن تعرف الحقل المغناطيسي الذي يتولد عن هذه الأجسام المغناطيسية .

وتوجد هذه الأجسام المستقطبة المغناطيسية في الطبيعة على شكل أكاسيد للحديد مثل أول أكسيد الحديد (FeO) وثالث أكسيد الحديد (Fe_2O_3) وتسمى هذه الأجسام ، المغناط الطبيعية . كما ويمكن تشكيل المغناط بشكل اصطناعي عن طريق تسليط حقل مغناطيسي قوي على بعض أنواع المواد المعدنية مثل الحديد والكوبالت والنيكل وخلاتهما مما يكسبها الصفات المغناطيسية للمواد الطبيعية . وتعتبر الأبرة المغناطيسية من أشهر المغناط الطبيعية . وتعرف حالة الاستقطاب المغناطيسي للأجسام بواسطة كمية فيزيائية تسمى العزم المغناطيسي ويرمز لها (m) .

ويكون الاستقطاب المغناطيسي نوعين : الاستقطاب المغناطيسي المؤقت والاستقطاب المغناطيسي الدائم .

ويتولد الاستقطاب المغناطيسي المؤقت تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي تساوي شدة تحريضه (B_e) و يزول الاستقطاب المؤقت مع انعدام الحقل الخارجي المؤثر .

وينتج الاستقطاب للمغناطيسي الدائم عن تأثير قوى ذات طبيعة لا مغناطيسية على المواد الحديدية ، مثل الضغط تحت طبقات الأرض وارتفاع درجات الحرارة ، مما يؤدي إلى ظهور الصفات المغناطيسية على هذه الأجسام .
وإذا كان لدينا بشكل عام نظام ما من الأجسام يتضمن أجسام مستقطبة دائمة وأجسام مستقطبة مؤقتة فإنه يمكن أن نكتب :

$$\bar{m} = \bar{m}_i + \bar{m}_p$$

حيث $\bar{m}_p$ هو عزم الاستقطاب المغناطيسي الدائم ولا تتعلق قيمة هذا العزم بقيمة الحقل المغناطيسي الخارجي (H_e) .

$\bar{m}_i$ هو عزم الاستقطاب المغناطيسي المؤقت ، وتعتمد قيمة هذا العزم على شدة الحقل المغناطيسي الخارجي (H_e) .

ونعرف حالة الاستقطاب المغناطيسي بواسطة كمية فيزيائية تمثل الكثافة الحجمية للعزوم المغناطيسية ، ويرمز لها $(\bar{M})$ وتسمى هذه للكمية الاستقطاب المغناطيسي . وتعطى هذه للكمية بالعلاقة التالية :

$$\bar{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{m}}{\Delta V} = \frac{d\bar{m}}{dV}$$

حيث :

ΔV : الحجم العنصري من المادة المستقطبة المغناطيسية .

$\Delta \bar{m}$: العزم المغناطيسي العنصري المتضمن في الحجم العنصري .

ويمكن أن نستنتج ما يلي :

$$d\bar{m} = \bar{M}.dV$$

$$\bar{m} = \iiint_V \bar{M}.dV$$

وتستعمل لقياس عزوم الاستقطاب للمغناطيسية واحدة تسمى $[A.m^2]$ (الأمبير متر مربع) وبذلك تنتج واحدة قياس الاستقطاب المغناطيسي كما يلي :

$$[M] = \frac{[m]}{[V]} = \left[\frac{A.m^2}{m^3} \right] = [A/m]$$

أي الأمبير على المتر .

١١-٧- قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت :

Temporary Magnetic Polarization

يمكن تفسير أسباب ظاهرة الاستقطاب المغناطيسي ، إذا أخذنا بالاعتبار البنية الذرية للمواد بالشكل التالي : فكما نعلم فإن كل مغناطيس يتألف من قطبين مغناطيسيين قطب شمالي وقطب جنوبي وقد أثبتت التجارب أنه لا يمكن تفريق هذين القطبين عن بعضهما إطلاقاً .

وتعتبر النظرية الذرية أن كل إلكترون يدور حول النواة على مدار معين وفي اتجاه معين وكذلك يدور حول محوره في اتجاه معين و يكافئ دوران الإلكترون حول النواة تياراً يسمى تيار أمبير الذري ويكون اتجاه هذا التيار نسبة إلى النواة باتجاه عقارب الساعة أو بعكس اتجاه عقارب الساعة . وينتج عن هذا التيار الذري حقل مغناطيسي عنصري صغير يعرف الرقم المغناطيسي لكل إلكترون وبالتالي للذرة والذي يأخذ القيمة $\pm m$. كما يكافئ دوران الإلكترون حول نفسه وتوليد تيار كهربائي ذري يدور حول المحور باتجاه عقارب الساعة أو باتجاه معاكس لعقارب الساعة وينتج عن هذا التيار الذري أيضاً حقل مغناطيسي عنصري ينطبق محوره على محور دوران الإلكترون حول نفسه ويعرف هذا الحقل المغناطيسي العنصري الرقم المغزلي لكل إلكترون وبالتالي للذرة بكاملها والذي يأخذ القيمة $\pm S$.

ويساوي العزم المغناطيسي الكلي لذرة ما ، المحصلة الشعاعية لجميع الحقول المغناطيسية العنصرية التي تتولد عن دوران كل إلكترون من الكثرونات الذرة حول نفسه وحول النواة ، فإذا كانت المحصلة الشعاعية مساوية للصفر فإن الذرة تكون غير مستقطبة والمادة غير ممغنطة . أما إذا كانت المحصلة الشعاعية لا تساوي الصفر فإن الذرة مستقطبة مغناطيسياً .

ولقد أثبتت التجارب أن هناك مواداً تكون المحصلة الشعاعية للعزوم المغناطيسية فيها مساوية للصفر ، إلا أن هذه المحصلة تأخذ قيمة محددة لا تساوي الصفر وذلك عند إدخال هذه المواد ضمن حقل مغناطيسي خارجي (H_v) وأن قيمة المحصلة الشعاعية تتناسب طردياً مع شدة الحقل المغناطيسي الخارجي الذي يؤثر على المادة . كما وأن

قيمة هذه المحصلة تعود مساوية للصفر عندما ينعدم الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر على المواد .

وتوضع نتائج التجارب هذه على شكل علاقة قانون يسمى قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت وكما يلي :

$$\overline{M}_t = X_m \cdot \overline{H}_v$$

حيث :

X_m : هي ثابتة قابلية للتأثر المغناطيسية .

وتقسم المواد في الطبيعة استناداً إلى هذا القانون إلى أربع فئات وكما يلي:

١- أجسام غير قابلة للاستقطاب المغناطيسي : وتكون قيمة ثابتة للتأثر المغناطيسية لها مساوية للصفر ($X_m=0$) .

٢- الأجسام المستقطبة الطردية : وتكون ذرات مواد هذه الأجسام بدون محصلة للعزوم المغناطيسية الذرية ، لكن العزوم المغناطيسية تتوجه باتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي الذي يؤثر عليها ، وتصبح لها محصلة كلية لا تساوي الصفر . وتكون ثابتة قابلية التأثير المغناطيسية لها موجبة لكنها أكبر من الواحد بعدد من المرات ($X_m > 0$) .

٣- الأجسام المستقطبة العكسية : وتكون ذرات مواد هذه الأجسام بدون محصلة للعزوم المغناطيسية ، لكن العزوم المغناطيسية للذرية فيها تتوجه باتجاه يعاكس اتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي الذي يؤثر عليها وتصبح لها محصلة كلية لا تساوي الصفر ، وتكون ثابتة قابلية التأثير المغناطيسية لها سالبة ($X_m < 0$) .

٤- الأجسام المستقطبة الطردية الحديدية : وتتصف هذه المواد بأن لها ثابتة تأثير مغناطيسية موجبة وكبيرة جداً ($X_m \gg \gg 0$) ، وتكون ذرات هذه المواد في الحالات العادية بدون محصلة للعزوم المغناطيسية . لكنها وتحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي ($\overline{H}_v$) تصبح لها محصلة كلية لا تساوي الصفر . وتتصف هذه المواد أيضاً بأن هذه المحصلة تبقى لها قيمة معينة لا تساوي الصفر حتى وبعد أن يزول الحقل الخارجي المؤثر .

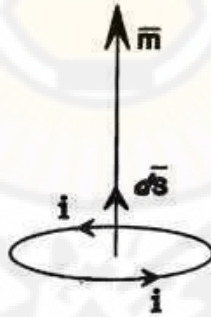
١١-٨- حلقة التيار الكهربائي المكافئة للعزم المغناطيسي:

Equivalence of Magnetic Momentum and Current spire

لقد شاهدنا أن مرور التيار الكهربائي في ناقل ومهما كان شكل هذا الناقل يولد حول هذا الناقل حقلاً مغناطيسياً محدداً وكذلك يتولد حقل مغناطيسي حول أي جسم مغناطيسي له عزم استقطاب ($\vec{m}$) مهما بلغ هذا الجسم المغناطيسي من الصغر . وانطلاقاً من الأثر المغناطيسي لمرور التيار الكهربائي في النواقل والأثر المغناطيسي للأجسام المستقطبة المغناطيسية ، فإنه يمكن أن نوجد علاقة تكافؤ بين حلقة دائرية ناقلة يمر فيها تيار (i) وبين جسم مستقطب متناه في الصغر عزمه ($\vec{m}$) بحيث يكون الأثر الناتج عن الجسم المغناطيسي وعن حلقة التيار ، على أي جسم مغناطيسي آخر موجود بالقرب منهما متساو و متكافئ ، بحيث نكتب :

$$\vec{m} = i \vec{S}$$

كما هو مبين في الشكل (11-13) .



الشكل (11-13)

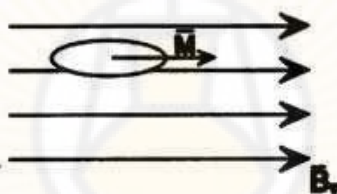
حيث $\vec{S}$ هو سطح حلقة التيار والذي يوجه شعاعياً بحيث ينطبق على الشعاع الناظم . وبذلك فإن أي جسم مستقطب مغناطيسي متناه في الصغر وله عزم مغناطيسي ($\vec{m}$) ، يمكن استبداله بحلقة دائرية يمر فيها تيار (i) بحيث ينتج عن حلقة التيار وعن الجسم المغناطيسي المستقطب أثر مغناطيسي متساو ، على أي جسم مغناطيسي يقع بالقرب منهما .

والتيار الكهربائي الذي إذا مر في حلقة تيار ، فإنه يكافئ لجسم مغناطيسي صغير يساوي عزمه $(\vec{m})$ ، بحيث يمكن أن تحل الحلقة الكهربائية مكان الجسم المغناطيسي ، يسمى تيار أمبير المغناطيسي . ولقد كان العالم أمبير أول من أثبت أن علاقة التكافؤ بين التيار الذي يمر في الحلقة وبين الجسم المغناطيسي ، هي ممكنة على مستوى الذرة .

١١-٩- تعريف الحقل المغناطيسي داخل الأجسام المستقطبة:

Magnetic Field inside Polarized Materials

إذا كان لدينا جسم مستقطب مغناطيسياً ، يساوي حقل استقطابه $(\vec{M})$ ، وإذا كان هذا الجسم واقعاً تحت تأثير حقل خارجي $(\vec{H}_v)$ ، كما هو مبين في الشكل (11-14)



الشكل (11-14)

فإن الحقل المغناطيسي الكلي الذي يؤثر على أية نقطة واقعة داخل الجسم ، سيكون ناتجاً عن تراكب الأثر المغناطيسي لحقل الاستقطاب $(\vec{M})$ وللحقل الخارجي $(\vec{H}_v)$ ويمكن أن نكتب :

$$\vec{B}_v = \mu_0 \vec{H}_v + \mu_0 \vec{M}$$

وتسمى هذه العلاقة قانون ماكسويل للعلاقة بين للتحريض والحقل والاستقطاب المغناطيسي ، وهي علاقة صالحة في أي مكان وفي أي زمان ، مهما كانت تغيرات الكميات في الزمن ومهما كانت سرعة الأجسام .

وإذا افترضنا أن استقطاب الأجسام ناتج بشكل دائم وبشكل مؤقت فإنه يمكن أن نكتب:

$$\vec{M} = \vec{M}_p + \vec{M}_i$$

حيث :

$\overline{M}_p$: هو حقل الاستقطاب المغناطيسي الدائم .

$\overline{M}_i$: هو حقل الاستقطاب المغناطيسي المؤقت .

ويمكن أن نكتب :

$$\overline{B}_v = \mu_0 \overline{H}_v + \mu_0 (\overline{M}_p + \overline{M}_i)$$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت ، ينتج :

$$\overline{B}_v = \mu_0 \overline{H}_v + \mu_0 \overline{M}_p + \mu_0 X_m \overline{H}_v$$

$$\overline{B}_v = (\mu + \mu_0 X_m) \overline{H}_v + \mu_0 \overline{M}_p$$

وإذا افترضنا أن الاستقطاب الدائم $\overline{M}_p$ ، له قيمة مهملة بالمقارنة مع الاستقطاب

المؤقت ، وهذه هي حالة الأجسام المستقطبة الحديدية .

فإنه يمكن أن نكتب :

$$\overline{B}_v = \mu_0 (1 + X_m) \overline{H}_v$$

وتسمى ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية ، الكمية المعرفة بالعلاقة :

$$\mu_r = 1 + X_m$$

وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\overline{B}_v = \mu_0 \mu_r \overline{H}_v$$

أو :

$$\overline{B}_v = \mu \overline{H}_v$$

حيث

μ : تمثل ثابتة النفاذ المغناطيسية المطلقة للجسم المعتبر وهي تساوي :

$$\mu = \mu_0 (1 + X_m)$$

وتقاس ثابتة النفاذ المغناطيسية المطلقة في نظام القياس [M.K.S.A] بوحدة تساوي :

$$[\mu] = [H/m]$$

أي الهنري على المتر .

أما ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية (μ_r) فهي عدد مطلق وليس واحدة قياس .

وتعرف لكل مادة مغناطيسية وفقاً لهذا القانون ثلاث مميزات مغناطيسية هي التالية :

١- منحنى المغنطة : ويمثل هذا المنحنى العلاقة بين الحقل المغناطيسي $(\overline{H_r})$ المتولد في مادة ما والتحريض المغناطيسي المرتبط به . ويعرف هذا المنحنى بالعلاقة:

$$\overline{B} = f(\overline{H_r})$$

٢- منحنى النفوذية المغناطيسية : ويمثل هذا المنحنى العلاقة بين ثابتة النفاذ المغناطيسية والحقل المغناطيسي داخل مادة ما ، ويعرف هذا المنحنى بالعلاقة التالية:

$$\mu = f(\overline{H_r})$$

٣- منحنى التعويق المغناطيسي : أو منحنى الإبطاء المغناطيسي ، ويمثل هذا المنحنى العلاقة بين الحقل المغناطيسي وبين التحريض المغناطيسي وذلك داخل المواد المغناطيسية الحديدية (HYSTERESIS LOOP).

ويمكن أن نقول بشكل عام إن ثابتة النفاذ المغناطيسية للأجسام (μ_r) يمكن أن تعطي فكرة أولية عن تصرف الأجسام إذا أدخلت ضمن الحقول المغناطيسية .

وتساوي قيمة ثابتة النفاذ المغناطيسية للهواء (μ_r) للواحد ، بينما تصل قيمتها في بعض المواد الحديدية إلى حوالي (1000000) .

وبين الجدول (1-11) قيمة ثابتة النفاذ المغناطيسية لبعض المواد والخلائط .

وتقسم المواد المغناطيسية نسبة إلى ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية إلى ثلاث فئات وهي التالية :

اسم المادة	نوع الاستقطاب	ثابتة النفاذ المغناطيسية
هزموت	طردي	0.99983
فضة	طردي	0.99998
رصاص	طردي	0.999983
نحاس	طردي	0.999991

1.00002	عكسي	ألمنيوم
1.0000004	عكسي	هواء
0.999991	طردي	ماء
250	حديدي	كوبالت
600	حديدي	نيكل
2000	حديدي	حديد لين
5000	حديدي	فولاذ
7000	حديدي	حديد سيلكوني
200000	حديدي	حديد نقي
1000000	حديدي	سوبر مألوي

١ - المواد المغناطيسية الطردية Para magnetism :

وتتصف بأن لها ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية أكبر من الواحد بقليل ($\mu_r > 1$) وتضم هذه الفئة الأوكسجين والكبريت والألمنيوم والسيليوم والمعادن القلوية وغيرها.

٢ - المواد المغناطيسية الطردية: Diamagnetism Magnetism :

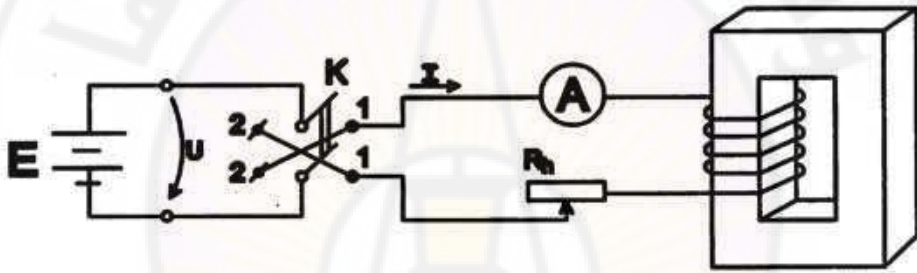
وتتصف بأن لها ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية أصغر من الواحد بقليل ($\mu_r < 1$) وتضم هذه الفئة الهروجين والغازات النادرة المواد العضوية والماء والنحاس والفضة والفحم والزجاج والبزموت وغيرها.

٣ - المواد المغناطيسية الحديدية Ferromagnetism :

وتتصف بأن لها ثابتة النفاذ المغناطيسية النسبية كبيرة جداً ($\mu_r \gg 1$) وأنها تتغير بشكل لا خطي مع تغيرات الحقل المغناطيسي الخارجي الذي قد يؤثر على هذه المواد، أي يكون لها ($\mu_r \neq c$) .

وتتضمن هذه الفئة الحديد والكوبالت والبيكل وبعض خلاطط النحاس الخاصة وبعض مركبات المغنيز والكروم ، وسميت هذه الفئة بالمواد الحديدية لأن الحديد ومركباته من أبرزها .

وتتم دراسة الصفات المغناطيسية للمواد الحديدية مخبرياً عن طريق التجربة التالية . كما هو مبين في الشكل (11-15) حيث لدينا في الدارة حلقة حديدية تمثل عينة المواد التي نرغب بدراسة مميزاتها المغناطيسية .



الشكل 11-15

وتلف على العينة هذه وشيعة كهربائية يمر بها تيار مستمر . ويمكن التحكم بشدة هذا التيار عن طريق مقاومة متغيرة (R_v) . ويمكن عكس اتجاه التيار في الدارة بواسطة القاطع القلاب K ويتم قياس التيار الكهربائي بمقياس الأمبير (A) . وتتم التجربة عن طريق تغيير قيمة التيار الكهربائي الذي يمر في الوشيعة وقياس قيمة هذا التيار في كل مرة . ويمكن أن نحدد لأجل كل قيمة للتيار (I) قيمة الحقل المغناطيسي الذي يتولد عنه في الوشيعة والذي يساوي :

$$H_v = \frac{NI}{\ell}$$

عندما يطبق على المادة المغناطيسية حقل مغناطيسي متناوب ينتج عن مرور تيار كهربائي متناوب فإن المادة المغناطيسية سوف ترسم منحنى التعويق المغناطيسي خلال كل دورة كاملة من دورات التيار الكهربائي المتناوب .

وكذلك نحدد قيمة التحريض المغناطيسي الذي يتولد في المادة الحديدية والمرتبطة بهذا الحقل المغناطيسي والذي يساوي :

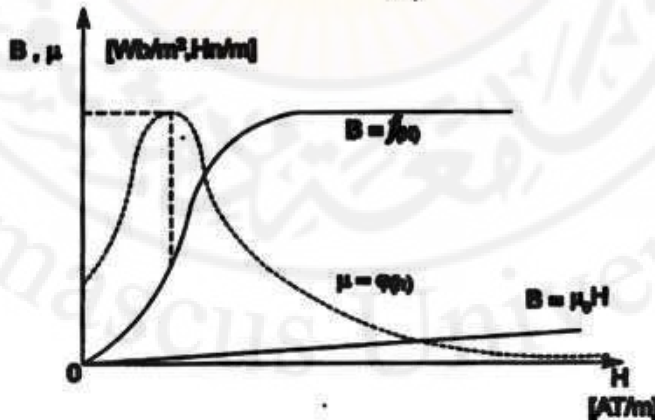
$$B_r = \mu_0 \mu_r \cdot \overline{H_r}$$

وعندما نغير قيمة التيار الكهربائي فلإننا نحصل على قيم مختلفة للحقل المغناطيسي $\overline{H_r}$ وكذلك على قيم مختلفة للتحريض المغناطيسي B وكذلك قيماً محددة ومختلفة لثابتة النفاذ المغناطيسية للمادة (العينة الحديدية) (μ_r) . وإذا حملنا هذه القيم العددية التجريبية على محاور إحداثيات مناسبة فإنه نحصل على المنحنيات التي تمثل المميزات المغناطيسية للمادة الحديدية .

وكذلك إذا أخرجنا الحلقة الحديدية من الدارة وتركنا عوضاً عنها الهواء ضمن الوشعة الكهربائية ، فإنه نحصل كذلك على المميزات المغناطيسية للهواء . ويبين الشكل (11-16) المميزات المغناطيسية للمادة الحديدية وللـهواء .

ويمكن أن نلاحظ في هذا الشكل أن منحنى المغنطة للهواء ، هو عبارة عن خط مستقيم ، يمر من مبدأ الإحداثيات وله ميلان صغير جداً يتناسب مع ثابتة النفاذ المغناطيسية للهواء (μ_r) حيث لدينا :

$$\mu_0 = \arctg \frac{B}{H_r}$$



الشكل 11-16

كما ويمكن الملاحظة أن منحنى المغنطة للحلقة الحديدية يصعد بميلان كبير لأجل قيم صغيرة للحقل المغناطيسي (H_v) والذي ينتج عن مرور التيار الكهربائي في الوشيمة. وعندما تصل قيمة هذا الحقل المغناطيسي قدراً محدداً يبدأ هذا المنحنى بالانعطاف حتى يصل إلى نقطة تبقى عندها قيمة التحريض (B) ثابتة مهما ازدادت قيمة الحقل المغناطيسي المؤثر (H_v) ويوحى المنحنى عند وصوله إلى هذه النقطة وكان حديد الحلقة قد تشبع عند تحريض معين . لذا تسمى هذه الظاهرة الإشباع المغناطيسي.

ويبين منحنى النفوذ المغناطيسية ، أن قيمة ثابتة للنفاذ (μ) تصغر بصورة كبيرة عندما تصبح الحلقة للمغناطيسية في حالة الإشباع .

١٠-١١ منحنى التحريض المغناطيسي : Magnetic Hysteresis Loop

ويسمى هذا المنحنى أيضاً منحنى الإبطاء المغناطيسي . ويتم رفع هذا المنحنى عن طريق التجربة أيضاً وباستخدام الدارة المبينة في الشكل (11-16) . فنأخذ في بداية التجربة المادة الحديدية وهي غير ممغنطة ، أي أن الحقل المغناطيسي والتحريض للمغناطيسي يكون مساوياً للصفر داخل المادة ، ثم نغلق القاطع (K) على الوضعية (2-2) ونمرر في الدارة تياراً أصغرياً تحده قيمة المقاومات الكلية في الدارة ، وهي مقاومة الوشيمة ومقاومة أسلاك التوصيل والمقاومة المتغيرة (R_h) والذي يساوي :

$$I_{min} = \frac{E}{R + R_h}$$

فيتولد في الوشيمة حقل مغناطيسي (H_v) يساوي :

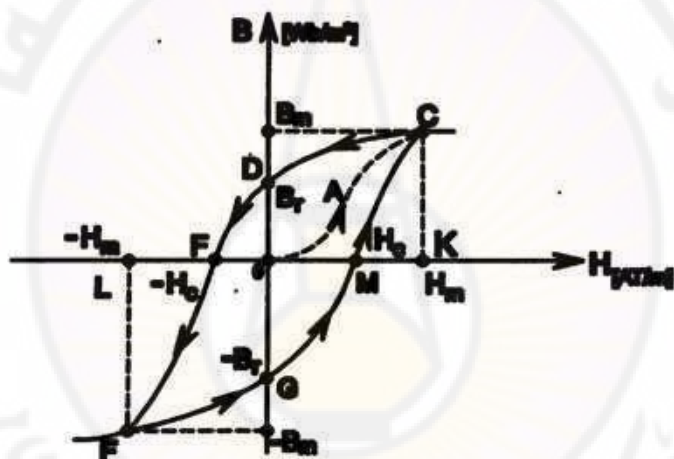
$$H_v = \frac{NI}{\ell}$$

ويرافقه توليد حقل تحريض مغناطيسي داخل العينة الحديدية يساوي :

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_v = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{NI}{\ell}$$

ثم نغير من شدة الحقل المغناطيسي (H_v) عن طريق تغير شدة التيار الكهربائي المولد له بواسطة تغيير قيمة المقاومة المتغيرة (R_v) حتى تصل شدة هذا الحقل قيمتها الأعظمية (H_{max}) ويصل التحريض المغناطيسي المرافق لهذا الحقل ضمن المادة إلى قيمة الإثباع (B_s).

ويزداد شدة الحقل المغناطيسي (H_v) زيادة حقل التحريض المغناطيسي المرافق له (B) وتمثل العلاقة بين هاتين الكميتين بالمنحنى (OAC) كما هو مبين في الشكل (11-17).



الشكل 11-17

وعندما تصل شدة الحقل المغناطيسي إلى القيمة الأعظمية (H_{max}) تصل قيمة التحريض المغناطيسي إلى الإثباع (B_s). وتبقى هذه القيمة ثابتة.

١١-١١ الصفات والمميزات المغناطيسية للمواد :

Characteristics of Magnetic Materials

تعرف الصفات والمميزات المغناطيسية للمواد بواسطة قانون ماكسويل للعلاقة بين التحريض المغناطيسي والحقل المغناطيسي داخل المواد :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}_v$$

وتبين هذه العلاقة أن التحريض المغناطيسي ($\overline{B_r}$) يتناسب في كل نقطة من نقاط المادة مع شدة الحقل المغناطيسي وأن ثابتة التناسب هي ثابتة النفاذ المغناطيسية المطلقة (μ) وتعتمد هذه الثابتة على طبيعة المادة المغناطيسية فقط .
 مهما ازدادت قيمة الحقل المغناطيسي ($\overline{H_r}$) .

وإذا قمنا بإقصاء قيمة التيار الكهربائي في الدارة بعد أن وصلت المادة إلى حد الإشباع ، فإن الحقل المغناطيسي سوف يتناقص أيضاً ولكننا نلاحظ أن المادة أن تعود بالمرور على المنحني (ONC) ، بل سوف ترسم منحنيًا جديدًا (DC) يقع فوق المنحني الأول . فتصل المادة بذلك إلى حالة يكون الحقل فيها معدوماً ، بينما تكون قيمة التحريض المغناطيسي في المادة (B_r) غير معدومة . وتسمى هذه القيمة للتحريض المغناطيسي المتبقي ، (Residual Induction).

ولكي نعود بالمادة المغناطيسية إلى حالة تكون فيها قيمة التحريض المغناطيسي المتبقي معدومة ($B_r = 0$) ، فإنه يجب أن نطبق عليها حقلاً مغناطيسياً بالاتجاه المعاكس ، أي بالاتجاه السالب ، ويتم هذا عن طريق تغيير اتجاه التيار في الدارة وبواسطة القاطع للقلاب K وإغلاقه على الوضعية (1-1) . وتسمى شدة الحقل المغناطيسي الذي يطبق في الاتجاه المعاكس والكافية لإزالة التحريض المتبقي ، شدة الحقل المغناطيسي القاهر أو الحقل المغناطيسي الماحي (Coercive Field). وترسم المادة بذلك المنحني (DE) .

وإذا تابعنا زيادة شدة الحقل المغناطيسي بالاتجاه السالب ، أي إذا قمنا بمغنطة المادة بالاتجاه المعاكس ، فإن شدة التحريض المغناطيسي تأخذ بالازدياد أيضاً وبالاتجاه المعاكس ، وترسم المادة المنحني (EF) . وعندما تصل شدة الحقل المغناطيسي قيمتها الاعظمية بالاتجاه السالب ($-H_{max}$) فإن التحريض المغناطيسي يصل إلى حد الإشباع بالاتجاه السالب ($-B_r$) . وتبقى هذه القيمة ثابتة مهما ازدادت قيمة الحقل المغناطيسي ($-H_r$) .

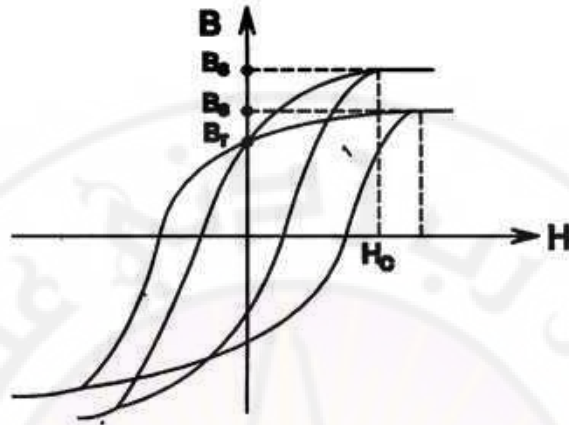
وإذا قمنا بإنقاص قيمة التيار الكهربائي المار في الدارة ، بعد أن وصلت المادة إلى حد الإشباع بالاتجاه السالب ، فإن الحقل المغناطيسي سوف يتناقص أيضاً ولكننا نلاحظ أن المادة سوف ترسم المنحني (FG) حيث نصل إلى الحالة التي يكون فيها الحقل المغناطيسي معدوماً ، بينما تكون قيمة التحريض المغناطيسي مساوية للتحريض المتبقي بالاتجاه السالب $(-B_r)$.

ولكي نزيل التحريض المغناطيسي المتبقي في المادة ، نقوم بزيادة شدة الحقل المغناطيسي بالاتجاه الموجب ، وذلك بوضع القاطع للقلب على الوضعية (1-1) من جديد . وعندما نصل قيمة التحريض المغناطيسي مساوية للصفر ، فإن الحقل المغناطيسي سوف يساوي للحقل الماهي أو القاهر .

وإذا تابعنا زيادة شدة الحقل المغناطيسي حتى نصل إلى قيمتها الأعظمية بالاتجاه الموجب $(+H_{max})$ فإن المادة المغناطيسية سترسم الجزء (GMC) من المنحني . يسمى المنحني المغلق الذي ترسمه هذه المادة المغناطيسية خلال مراحل التجربة كلها (CDEFGMC) ، منحني التعويق المغناطيسي أو منحني الإبطاء المغناطيسي وتنتج هذه التسمية بسبب بقاء حقل التحريض المغناطيسي (B) مبطناً عن الحقل المغناطيسي (H) خلال التجربة . (HYSTERSIS LOOP) .

ويسمى المنحني (DAC) الذي تمر به المادة عند مغنطتها لأول مرة ، منحني المغنطة الحثري أو الأولي .

يتعلق شكل منحني التعويق المغناطيسي بنوع المادة الحديدية المستعملة . أي أن قيمة التحريض المتبقي (B_r) وقيمة الحقل المغناطيسي الماهي (H_c) تتعلق بشكل مباشر بالمادة الحديدية المستعملة في التجربة . فيكون للفولاذ المغناطيسي القاسي مثلاً، منحني تعويق كبير وعريض ، وتكون قيمة التحريض المتبقي (B_r) وقيمة الحقل المغناطيسي الماهي (H_c) كبيرة أيضاً . ويكون للفولاذ المغناطيسي المطاوع منحني تعويق مغناطيسي ذي سطح صغير وضيق . كما هو مبين في الشكل (11-18)



الشكل 11-18

تتصف المواد الفولاذية المستعملة في صناعة الآلات والتجهيزات الكهربائية بأن لها منحنى تعويق ذي سطح صغير ، لأنه يمكن البرهان أن الضياعات المغناطيسية التي تنتج في المادة الحديدية المغناطيسية خلال دورة كاملة على منحنى التعويق المغناطيسي ، تتناسب مع مساحة منحنى التعويق المغناطيسي للمادة المعتبرة .

الفصل الثاني عشر
القوانين والنظريات والعلاقات
العامة في الكهرباء المغناطيسية
Theories and Laws of Electromagnetism

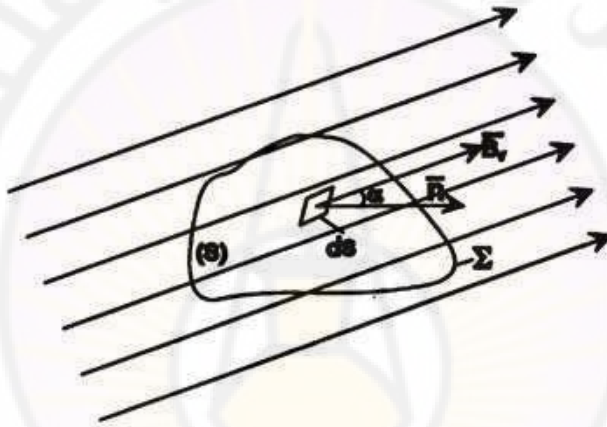
١٢-القوانين والنظريات والعلاقات العامة في الكهرباء المغناطيسية

Theories and Laws of Electromagnetism

Magnetic Flux

١٢-١ قانون التدفق المغناطيسي:

وينص هذا القانون على أن قيمة التدفق المغناطيسي عبر أي سطح مغلق (Σ) واقع ضمن الحقل يساوي الصفر ، كما هو مبين في الشكل (12-1).



الشكل 12-1

وذلك مهما كان شكل السطح المغلق المعتبر ومهما كانت الكميات الفيزيائية وتغيراتها في الزمن .

ونكتب الصيغة العامة لهذا القانون على الشكل التالي :

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

وتمثل هذه العلاقة قانوناً عاماً من قوانين الكهرومغناطيسية ، وهي صالحة في أي مكان وفي أي لحظة زمنية . وتبين هذه العلاقة أن عدد خطوط الحقل المغناطيسي التي تدخل إلى السطح المغلق (Σ) يساوي عدد خطوط الحقل المغناطيسي التي تخرج من هذا السطح المغلق .

وتعطي الصيغة التفاضلية للقانون بالعلاقة :

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

وتبين هذه العلاقة أن انتشار الحقل المغناطيسي في الوسط المعرف فيه يساوي الصفر وأن الحقل المغناطيسي هو حقل بدون منابع .

١٢-٢ قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت :

Temporary Polarization Law

ويحدد قانون الاستقطاب المغناطيسي المؤقت العلاقة بين شدة الحقل المغناطيسي الخارجي الذي يؤثر على المواد المغناطيسية وشدة حقل الاستقطاب المغناطيسي المؤقت داخل الجسم المغناطيسي المستقطب ، ويمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل التالي :

$$\overline{M}_t = f(\overline{H}_v)$$

ويعتمد شكل هذه العلاقة على نوع مادة الجسم المستقطب وعلى الشروط الفيزيائية والكيميائية التي تؤثر على بنية هذا الجسم .

وبشكل عام وفي حالة الأجسام المستقطبة يأخذ القانون الشكل التالي :

$$\overline{M}_t = x_m \cdot \overline{H}_v$$

حيث x_m هي ثابتة قابلية للتأثر المغناطيسية ، وهي ثابتة من دون واحدات قياس .

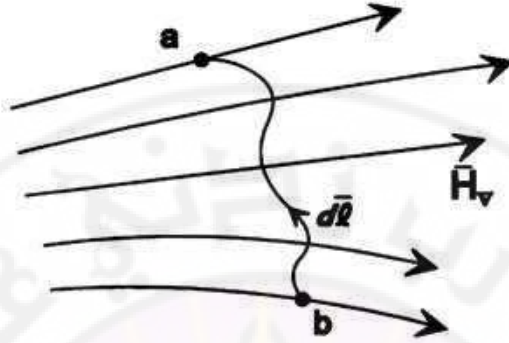
Magnetic Circuit Law

١٢-٣ قانون الدارة المغناطيسية :

يحدد هذا القانون العلاقة بين الحقل المغناطيسي والتيار الكهربائي الذي يولد هذا الحقل . وتستنتج علاقة هذا القانون بالتجريب ، وبالتجريب فقط .

ولكي نستنتج العلاقة التي تعرف هذا القانون ، فإننا سنعرف كمية فيزيائية نسميها التوتر المغناطيسي ونرمز لها (U_m) .

ويعرف التوتر المغناطيسي بأنه يساوي لفرق الكمون المغناطيسي بين نقطتين (a)، (b) واقعتين ضمن مجال تأثير الحقل المغناطيسي ويساوي هذا التوتر بالتعريف لجولان الحقل المغناطيسي على أي منحنى يصل بين للنقطتين (a)، (b) ويقع ضمن الحقل ، كما هو مبين في الشكل (12-2)



الشكل (12-2)

ويمكن التعبير عن هذا المفهوم رياضياً بالعلاقة التالية :

$$U_{mag} = \int_a^b \vec{H}_v \cdot d\vec{\ell}$$

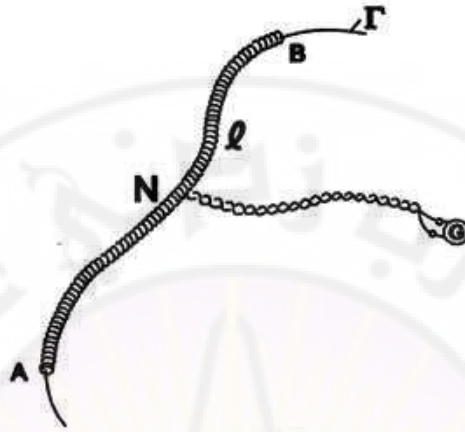
ويمكن الإثبات بالتجريب ، أن قيمة التكامل لا تعتمد على المنحني الذي يربط بين النقطتين (a)، (b) ، بل تعتمد فقط على وضعية النقطتين داخل الحقل المغناطيسي . ويقاس التوتر المغناطيسي بواسطة جهاز خاص مؤلف من وشيعة كهربائية طويلة جداً وذات مقطع دائري صغير وملفوفة على أنبوب بلاستيكي مرن ، بحيث يمكن أن تأخذ شكل أي منحنى نرغبه . ويمكن ربط نهايات أسلاك هذه الوشيعة إلى مقياس غلفاني قذاف ، كما هو مبين في الشكل (12-3) .

فإذا اعتبرنا أن عدد لفات الوشيعة الكلي يساوي (N) ، فإن عدد لفات الوشيعة التي توجد على طول عنصري من الوشيعة (d\ell) يساوي (dN) .

$$dN = N \cdot \frac{d\ell}{\ell}$$

وباعتبار أن S هو سطح مقطع الوشيعة الدائري ، وهو ثابت على طول الوشيعة ، فإن التدفق العنصري الذي يجتاز اللفات العنصرية (dN) المتوضعة على طول عنصري من الوشيعة يساوي :

$$d\phi = N \cdot \frac{d\ell}{\ell} \cdot S \cdot \vec{B}$$



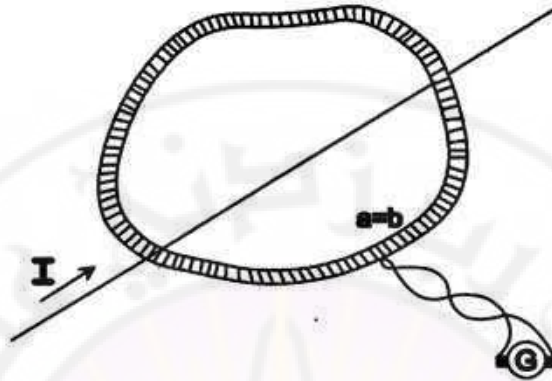
الشكل (12-3)

ويساوي التدفق الكلي عبر الوشيجة بكاملها :

$$\phi = \frac{N}{l} S \int_0^l \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{N S}{l} \cdot \mu \int_0^l \vec{H}_v \cdot d\vec{\ell}$$

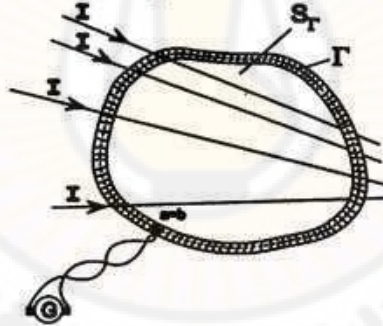
ويمكن أن نلاحظ من هذه العلاقة ، أنه يمكن قياس التدفق المغناطيسي بواسطة هذا الجهاز ، وأن هذا التدفق يتناسب مع التوتر المغناطيسي بين طرفي الوشيجة (a)، (b) ، وأن ثابتة التناسب تتبع للمواصفات الهندسية للوشيجة (N, l, S) .

لقد أظهرت التجارب العملية ، أن قيمة التدفق المغناطيسي الذي يتم قياسه بواسطة هذا الجهاز ، تعتمد على وضعية النقطتين (a)، (b) ضمن الحقل المغناطيسي دون التأثير بالمنحنى الذي يربط هاتين النقطتين . فإذا ربطنا نهايتي الوشيجة (a)، (b) معاً كما هو مبين في الشكل (12-4) وأدخلنا هذا الوشيجة على هذا الشكل ضمن حقل مغناطيسي فإن إبرة المقياس الغلفاني (G) لن تتحرك وسوف تكون قيمة التدفق المغناطيسي عبر لفات الوشيجة مساوية للصفر ، وكذلك ستكون قيمة التوتر المغناطيسي (U_{mob}) مساوية للصفر .



الشكل (12-4)

وإذا أدخلنا ضمن الوشعة المغلفة ناقلاً كهربائياً ، يمر فيه تيار (I) فإننا نلاحظ أن إبرة المقياس تنحرف عن وضعية التوازن وتشير إلى قيمة تتناسب مع التوتر المغناطيسي الذي يقيسه الجهاز كما هو مبين في الشكل (12-5) .

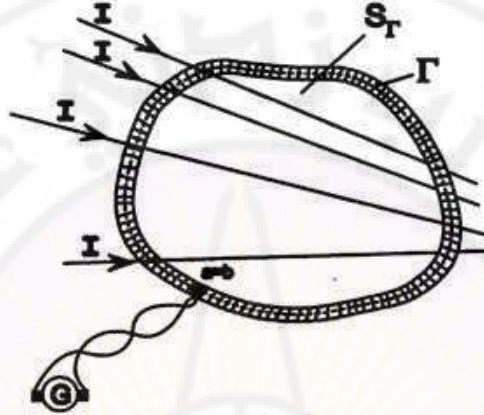


الشكل (12-5)

ونلاحظ تجريبياً أن قيمة التوتر المغناطيسي (U_{mr}) الذي يقيسه الجهاز الغلفاني يتناسب مع شدة التيار (I) الذي يخترق السطح (S) الذي يستند إلى المنحني (Γ) المنطبق على محور الوشعة الكهربائية .

وإذا مررنا عبر سطح الوشعة عدداً من النواقل الكهربائية يمر في كل منها تيار (I_r) ، فإننا نلاحظ أن انحراف إبرة المقياس الغلفاني (G) يصبح أكبر بكثير وأن قيمة هذا الانحراف وبالتالي قيمة التوتر المغناطيسي على المنحني الذي شكله

الوشية (Γ) تتناسب مع شدة التيار الكهربائي الكلي الذي يخترق سطح الوشية كما هو مبين في الشكل (12-6) .



الشكل (12-6)

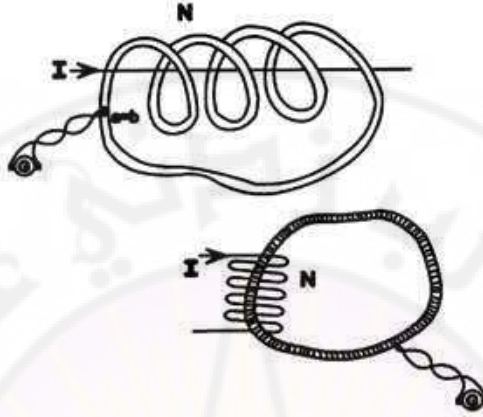
وإذا افترضنا أن عدد النواقل التي تخترق سطح الوشية يساوي (N) وأنه يمر في كل ناقل تيار كهربائي شدته تساوي (I) ، فإنه يمكن أن نعرف كمية فيزيائية جديدة نسميها القوة المحركة المغناطيسية ونرمز لها (θ) وذلك بالعلاقة التالية :

$$\theta = N.I$$

وإذا افترضنا أن الناقل للكهربائي يلف حول الوشية عدداً من المرات يساوي (N) أو أن الوشية تلف حول الناقل الواحد (N) مرة ، فإننا نلاحظ أن قيمة التوتر المغناطيسي المتولد على طول الوشية والذي يقيسه الجهاز يتناسب مع عدد المرات (N) في كلتا الحالتين وكذلك مع شدة التيار المار في الناقل (I) ، كما هو مبين في الشكل (12-7) .

ويمكن أن نعرف القوة المحركة المغناطيسية (θ_r) التي تعمل ضمن الوشية بالعلاقة التالية :

$$\theta_r = \sum_{K=1}^m N_K I_K$$



الشكل (12-7)

حيث :

- (N_K) : تمثل عدد النواقل أو عدد المرات التي يلف بها الناقل على الوشبة أو عدد المرات التي تلف بها الوشبة على الناقل .
- (I_K) : تمثل شدة التيار المار في الناقل (K)
- (θ_r) : تمثل القوة المحركة المغناطيسية .

وإذا عدنا إلى علاقة التوتر المغناطيسي الذي يقيسه الجهاز الغلفاني فإننا نستطيع أن نستنتج أن الفيض المغناطيسي وبالتالي التوتر المغناطيسي الذي يقيسه الجهاز ، يكون مساوياً للصفر ، إذا كان التيار عبر السطح (S_r) يساوي الصفر ، وأن قيمة هذا الفيض تصبح غير معدومة عندما يكون هناك تيار أو عدة تيارات تخترق السطح (S_r) وأن هذه القيمة تتناسب مع القوة المحركة المغناطيسية (θ_r) التي تعمل على السطح (S_r) ويمكن أن نكتب :

$$\int_r \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \theta_r$$

وتمثل هذه العلاقة قانون الدارة المغناطيسية في صيغته التكاملية . ويبين هذا القانون أن جولان الحقل المغناطيسي على أي منحنى مغلق (Γ) يساوي القوة المحركة المغناطيسية التي تخترق السطح (S_r) المستند إلى المنحنى (Γ) .

تعطى واحدة قياس القوة المحركة المغناطيسية بالامبير لفة ، وتستنتج هذه الواحدة كما يلي :

$$[\theta] = [N] \cdot [I] = [Turn] \cdot [A] = [AT]$$

وبذلك يمكن أن نستنتج واحدة قياس الحقل المغناطيسي من قانون الدارة المغناطيسية كما يلي :

$$[H] = \frac{[\theta]}{[\ell]} = [AT/m]$$

ويقاس الحقل المغناطيسي إنن [بالامبير لفة على المتر] .
ويمكن لقانون الدارة المغناطيسية أن يأخذ أحد الأشكال المبينة في العلاقات التالية وذلك حسب علاقة تعريف القوة المحركة المغناطيسية .

$$\theta = I \Rightarrow \int_r H_v d\ell = I$$

$$\theta = \sum_{K=1}^m I_K \Rightarrow \int_r H_v d\ell = \sum_{K=1}^m I_K$$

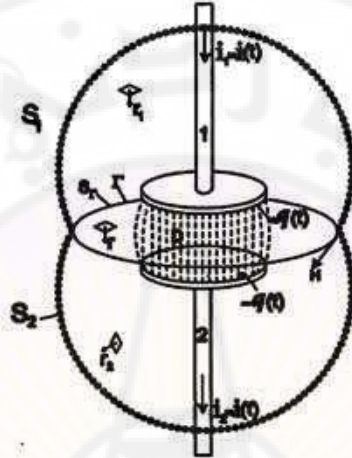
$$\theta = NI \Rightarrow \int_r H_v d\ell = NI$$

$$\theta = \sum_{K=1}^m N_K I_K \Rightarrow \int_r H_v d\ell = \sum_{K=1}^m N_K I_K$$

لإيجاد الصيغة الأعم لقانون الدارة المغناطيسية نفترض الحالة التي يخترق فيها السطح (S_r) المستند إلى المنحني المغلق الذي نقيس عليه التوتر المغناطيسي ، تيار الإزاحة الكهربائية الذي ينتج ضمن المكثفات الكهربائية عند شحنها أو عند تفريغها ، كما هو مبين في الشكل (8-12) .

يمكن أن نلاحظ في هذه التجربة أن التوتر المغناطيسي الذي يشير إليه المقياس الغلفاني يتناسب مع تغيرات الفيض الكهربائي الذي يخترق السطح (S_r) والتي تمثل تيار الإزاحة الكهربائي الذي يتولد في المادة العازلة للمكثف . وبذلك يمكن أن نكتب في الحالة العامة :

$$\int_{\Gamma} \overline{H_v} d\ell = \theta + \frac{d}{dt} \iint_{S_1} \overline{D} ds$$



الشكل (12-8)

وعندما يكون الوسط المادي الذي يوجد فيه السطح المغلق (S_r) متحركاً فإننا يمكن أن نكتب :

$$\frac{d}{dt} \iint_{S_r} \overline{D} \cdot d\overline{s} = \iint_{S_r} \left[\frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \cdot d\overline{s} + \overline{v} \operatorname{div} \overline{D} + \operatorname{rot}(\overline{D} \times \overline{v}) \cdot d\overline{s} \right]$$

وتسمى هذه العلاقة التفاضل المادي للتكامل على السطح في الأوساط المادية المتحركة.

وإذا أخذنا بالاعتبار قانون التدفق الكهربائي في صيغته التفاضلية .

$$\operatorname{div} \overline{D} = \rho_v$$

فإن قانون الدارة المغناطيسية في صيغته الأعم يأخذ الشكل التالي :

$$\int_{\Gamma} \overline{H} \cdot d\ell = \theta + \iint_{S_r} \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \cdot d\overline{s} + \iint_S (\rho_v \cdot \overline{v}) \cdot d\overline{s} + \iint_{S_1} \operatorname{rot}(\overline{D} \times \overline{v}) \cdot d\overline{s}$$

حيث:

$\theta = NI$: هي القوة المحركة المغناطيسية الناتجة عن تيار الناقلية الكهربائية
(Conduction Current) .

وإذا أخذنا بالاعتبار نظرية استمرارية خطوط حقل كثافة التيار :

$$\theta = NI = \iint_{S_r} \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

وباستعمال علاقة ستوكس (STOKES) لتحويل التكامل الأحادي إلى تكامل ثنائي ينتج:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{S_r} \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

وبذلك تصبح العلاقة العامة لقانون الدارة المغناطيسية كما يلي

$$\oint \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_r} [\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \rho_v \cdot \vec{v} + \text{rot}(\vec{D} \times \vec{v})] \cdot d\vec{s}$$

أو كما يلي :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \rho_v \cdot \vec{v} + \text{rot}(\vec{D} \times \vec{v})$$

وتسمى هذه العلاقة الصيغة التفاضلية لقانون الدارة المغناطيسية حيث :

$\vec{J}$: تمثل كثافة تيار الناقلية الكهربائي Conduction Current .

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: تمثل كثافة تيار الإزاحة الكهربائي Displacement Current

$\rho_v \cdot \vec{v}$: تمثل كثافة تيار الانتقال الكهربائي Convection Current

$\text{rot}(\vec{D} \times \vec{v})$: تمثل كثافة تيار رونتجن Roentgen Current

وعندما تكون الأجسام ثابتة لا تتحرك أي ($\vec{v} = 0$) ينتج :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

وتمثل هذه العلاقة المعادلة الأساسية الأولى في الكهروستاتيكية ، أو علاقة ماكسويل الأولى في الكهروستاتيكية .

١٢-٤- فرق الكمون المغناطيسي والتوتر المغناطيسي :

Magnetic Potential Difference

يمكن أن تعرف للحقل المغناطيسي $(\vec{H})$ ، كمية سلمية ، تسمى الكمون المغناطيسي عندما تتحقق بين الحقل المغناطيسي $(\vec{H})$ والكمون المغناطيسي (V_m) العلاقات التالية:

$$\vec{H} = -\text{grad } V_m$$

$$H_x = -\frac{\partial V_m}{\partial x}, H_y = -\frac{\partial V_m}{\partial y}; H_z = -\frac{\partial V_m}{\partial z}$$

حيث لدينا :

$$H_v = iH_x + jH_y + kH_z$$

$$\text{grad } V_m = -\frac{\partial V_m}{\partial x}i - \frac{\partial V_m}{\partial y}j - \frac{\partial V_m}{\partial z}k$$

ويسمى الحقل المغناطيسي الذي يحقق العلاقات السابقة ، حقلاً كمونياً . ويمثل هذا الحقل المغناطيسي تدرج الكمون المغناطيسي .

ويمكن أن تعرف في الحقل المغناطيسي ، السطوح متساوية الكمونات ويمكن أن نكتب رياضياً علاقة تعريف السطوح متساوية الكمونات المغناطيسية على الشكل التالي :

$$V_m(x, y, z) = ct = K$$

أو على الشكل التالي :

$$dV_m = 0$$

ويعني هذا الأمر أن الحقل المغناطيسي يكون عمودياً على السطوح متساوية الكمونات، في النقاط التي تمر بها هذه السطوح ضمن الحقل .

ويعرف التوتر المغناطيسي بأنه فرق الكمون المغناطيسي بين نقطتين واقعتين ضمن الحقل المعبر :

$$U_{mab} = V_{ma} - V_{mb} = \int_a^b \vec{H}_v \cdot d\vec{\ell}$$

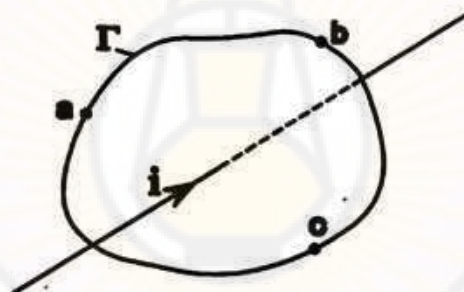
وإذا اعتبرنا أن الكمون المغناطيسي في النقطة (b) هو مبدأ أحداثيات الكمونات وبساوي الصفر ($V_{mo} = 0$) فإنه ينتج :

$$V_{mo} = \int_a^b \overline{H_v} \cdot d\ell$$

وإذا كان لدينا منحني مغلق (Γ) يخترقه تيار كهربائي (i) كما هو مبين في الشكل (12-9) فإنه يمكن أن نكتب :

$$\oint_{\Gamma} \overline{H_v} \cdot d\ell = \theta$$

$$\int_a^b \overline{H_v} \cdot d\ell + \int_b^c \overline{H_v} \cdot d\ell + \int_c^a \overline{H_v} \cdot d\ell = \theta$$



الشكل 12-9

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف التوتر المغناطيسي ، يمكن أن نكتب :

$$U_{mab} + U_{mbc} + U_{mca} = \theta$$

أي أن مجموع التوترات المغناطيسية بين النقاط الواقعة على أي منحني مغلق Γ ضمن الحقل المغناطيسي يساوي للقوة المحركة المغناطيسية (ق . م . م) التي تعمل على هذا المنحني .

يقاس التوتر المغناطيسي بوحدة تسمى الامبير لفة وتعرف كما يلي :

$$[U_m] = [\theta] = [A.T]$$

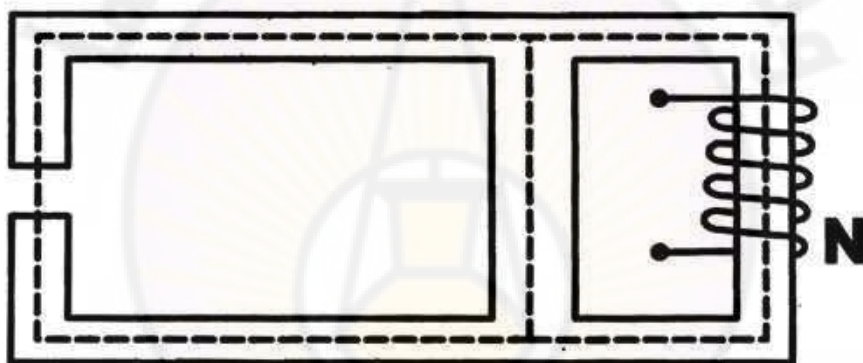
الفصل الثالث عشر
الدارات المغناطيسية
Magnetic Circuits

Magnetic Circuits

١-١٣ تعريف الدارات المغناطيسية:

تسمى دائرة مغناطيسية أي مجموعة من الأجسام المغناطيسية التي تمر عبرها خطوط الحقل المغناطيسي وتشكل مع بعضها منحنيًا مغلقاً تغلق عليه خطوط الحقل المغناطيسي

وبشكل صلي تتألف الدارة المغناطيسية من عدد من الأجسام المغناطيسية والتي يمكن أن تتخللها أحياناً بعض الفراغات الهوائية كما هو مبين في الشكل (13-1) .



الشكل (13-1)

تتألف الدارة المغناطيسية من عدد من الأصدة وعدد من الحافظات ويمكن أن تتضمن فجوة هوائية أيضاً .

تسمى دائرة مغناطيسية نشيطة ، تلك الدارة التي تحتوي على وشيعة كهربائية ملفوفة على أحد أعمدتها أو حافظاتها .

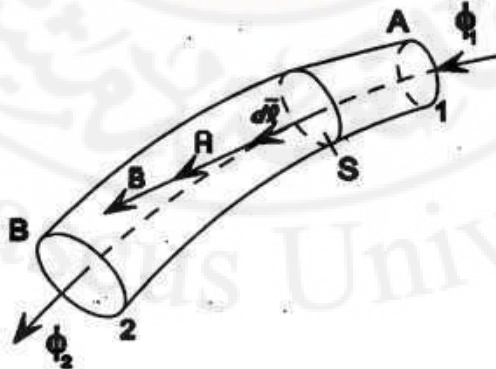
يتولد الحقل المغناطيسي في الدارة بواسطة الأجسام المغناطيسية ذات الاستقطاب الدائم أو المغناط الدائمة ، أو بواسطة الوشائع الكهربائية التي يمكن أن تحتوي عليها الدارة المغناطيسية .

وتمر خطوط الحقل المغناطيسي ضمن أجسام الدارة المغناطيسية وعبر الفراغات الهوائية الواقعة بين أجزاء هذه الدارة . ولكن هناك حالات لا تمر فيها خطوط الحقل المغناطيسي عبر جميع أجزاء الدارة بل يغلق قسم منها في الهواء المحيط بالأجسام . يسمى الفيض المغناطيسي المفيد (ϕ_{eff}) الفيض الذي تغلق خطوطه بشكل كامل عبر أجسام الدارة المغناطيسية . ويسمى الفيض المغناطيسي التسريبي أو الهروبي ، الفيض الذي تغلق خطوطه في بعض أجزاء الدارة وفي الهواء المحيط بها . يسمى ضلع في الدارة المغناطيسية ، الجسم المغناطيسي الذي يربط بين عقدتين في هذه الدارة . وتسمى عقدة في الدارة المغناطيسية نقطة التهام ثلاثة أضلاع مع بعضها في هذه الدارة . كما وتسمى حلقة في الدارة المغناطيسية ، أي مجموعة من الأضلاع تشكل مع بعضها منحنيًا مغلقاً يمكن أن يطبق عليه قانون الدارة المغناطيسية .

Ohm's Law in MC

١٣-٢ قانون أوم في الدارات المغناطيسية :

إذا اعتبرنا أحد أضلاع دارة مغناطيسية نشيطة ، كما هو مبين في الشكل (13-2) ، حيث يمثل (ϕ_1) الفيض المغناطيسي الذي يدخل إلى هذا الضلع حيث يمثل (ϕ_2) الفيض المغناطيسي الذي يخرج من هذا الضلع ، وإذا أهملنا الفيض التسريبي، فإن الفيض الذي يدخل إلى الضلع يساوي الفيض المغناطيسي الذي يخرج من هذا الضلع ($\phi_1 = \phi_2$) .



الشكل (13-2)

وإذا اعتبرنا أن الحقل المغناطيسي (H_v) ينطبق على محور الضلع المغناطيسي
المعتبر ، فإن التوتر المغناطيسي بين طرفي الناقل (A و B) سيساوي :

$$U_{mAB} = \int_A^B H_v d\ell$$

وإذا افترضنا أن سطح الناقل المغناطيسي متجانس ويساوي (S) وأن التحريض
المغناطيسي (B) منتظم في جميع نقاط هذا السطح ، فإنه يمكن أن نكتب :

$$B = \frac{\phi}{S} = \mu H_v$$

$$H_v = \frac{\phi}{\mu S}$$

وبالاستبدال في علاقة التوتر المغناطيسي (U_{mAB}) ينتج :

$$U_{mAB} = \int_A^B \frac{\phi}{\mu S} d\ell = \phi \int_A^B \frac{d\ell}{\mu S}$$

تسمى بالتعريف ، المقاومة المغناطيسية ، الكمية المعرفة بالعلاقة :

$$R_m = \frac{U_m}{\phi} = \int_A^B \frac{d\ell}{\mu S}$$

وتشبه هذه العلاقة ، علاقة تعريف المقاومة الكهربائية ، ولذلك وبالتشابه مع قانون
أوم الكهربائي ، نكتب العلاقة التالية :

$$U_{mAB} = R_{mAB} \phi$$

وتسمى هذه العلاقة ، قانون أوم في الدارات المغناطيسية .

يمكن أن نكتب في حالة الدارات المغناطيسية المتجانسة والخطية حيث $S = c\ell$
وحيث ($\mu = c\ell$) العلاقة التالية :

$$R_m = \frac{\ell}{\mu S}$$

يقاس التوتر المغناطيسي بالأمبير لفة [A.T] والفيض المغناطيسي بالويبر [Wb] بينما
تقاس المقاومة المغناطيسية بوحدة تساوي الواحد على الهنري .

$$[R_m] = \frac{[U_m]}{[\phi]} = \left[\frac{A.T}{Wb} \right] = \left[\frac{1}{H} \right]$$

ويمكن أن نعرف في الدارات المغناطيسية كمية نسميها الناقلية المغناطيسية بالعلاقة التالية :

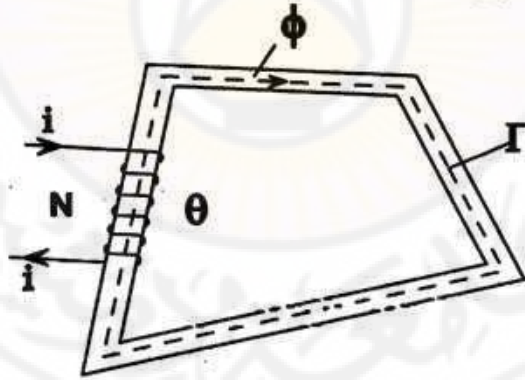
$$G_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu S}{\ell}$$

ونقاس الناقلية المغناطيسية بوحدة قياس تسمى الهنري :

$$[G_m] = \left[\frac{1}{R_m} \right] = [H]$$

١٣-٣ قانون أمبير في الدارات المغناطيسية : Ampere's Law in MC

لنكن لدينا الدارة المغناطيسية المولدة من حلقة واحدة ، كما هو مبين في الشكل (13-3) ، حيث تعمل في هذه الدارة القوة المحركة المغناطيسية (θ) ، ويمر بها الفيض المغناطيسي (ϕ) .



الشكل (13-3)

وبتطبيق نظرية التوتر المغناطيسي على هذه الدارة ينتج :

$$U_{m\Gamma} = \oint_{\Gamma} \vec{H}_v \cdot d\vec{\ell} = \theta_r$$

$$\theta_r = \oint_{\Gamma} \vec{H}_v \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\Gamma} \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\Gamma} \frac{B \cdot d\ell}{\mu}$$

وبافتراض أن الفيض التسريبي مهمل :

$$\theta_r = \oint_r \frac{\phi d\ell}{S\mu} = \phi \oint_r \frac{d\ell}{\mu S} = \phi \frac{\ell_r}{\mu S}$$

ولكن لدينا :

$$\frac{\ell_r}{\mu S} = R_{mr}$$

حيث (R_{mr}) تمثل المقاومة الكلية للدائرة المغناطيسية وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\theta_r = R_{mr} \phi$$

وتمثل هذه العلاقة قانون أمبير في الدارات المغناطيسية وتشبه هذه العلاقة ، قانون أمبير في الدارات الكهربائية .

$$E = R.I$$

١٣-٤ قوانين كيرشوف في الدارات المغناطيسية : Kircchoff Laws

١٣-٤-١ قانون كيرشوف الأول في الدارات المغناطيسية :

نستنتج علاقة هذا القانون بتطبيق قانون الفيض المغناطيسي في الدارات المغناطيسية. فإذا افترضنا أنه لدينا عقدة ما في دائرة مغناطيسية ، كما هو مبين في الشكل (4-13). يمر في كل ضلع من الأضلاع التي تلتقي في هذه العقدة فيفيض مغناطيسي (ϕ_k) ، فإن تطبيق قانون الفيض المغناطيسي على سطح مغلق (Σ) يحيط بالعقدة كما هو مبين في الشكل سوف يعطي :

$$\phi_{\Sigma} = 0$$

وإذا اعتبرنا أن الفيض التسريبي ϕ_0 يكون مهملاً ، وأن الفيض المغناطيسي يمر في الأجزاء المغناطيسية فقط من الدارة ، فإنه يمكن أن نكتب :

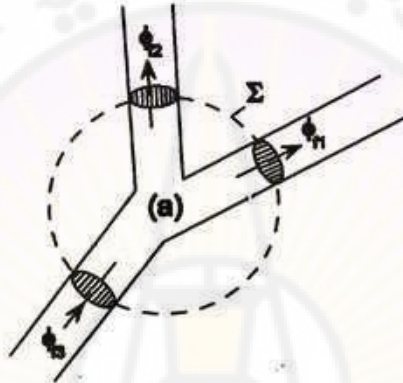
$$\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 = 0$$

وذلك باعتبار أن الفيض الذي يخرج من العقدة موجباً وأن الفيض الذي يدخل إلى العقدة سالباً .

ويكتب قانون كيرشوف الأول في الدارات المغناطيسية كما يلي :

$$\sum_{k=0}^m \phi_k = 0$$

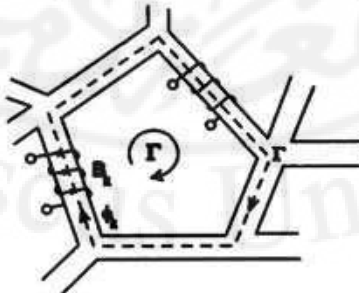
أي أن المجموع الجبري للفيوض المغناطيسية التي تمر في كافة أضلاع الدارة التي تلتقي في عقدة ما يساوي الصفر .



الشكل (13-4)

١٣-٤-٢ قانون كيرشوف الثاني في الدارات المغناطيسية:

تستج علاقة هذا القانون بتطبيق قانون الدارة المغناطيسية في حلقات الدارة المغناطيسية ، كما هو مبين في الشكل (13-5) فإذا طبقنا قانون الدارة المغناطيسية على الحلقة (Γ) فإنه ينتج:



الشكل (13-5)

$$\oint_{\Gamma} H_v d\ell = \theta_r$$

$$\int_1^2 H_v d\ell + \int_2^3 H_v d\ell + \int_3^4 H_v d\ell + \int_4^5 H_v d\ell + \int_5^1 H_v d\ell = \sum_{K=1}^m \theta_K$$

وإذا اعتبرنا نظرية التوتر المغناطيسي يمكن أن نكتب :

$$U_{m12} + U_{m23} + U_{m34} + U_{m45} + U_{m51} = \theta_1 + \dots + \theta_K$$

وبشكل عام يمكن أن نكتب :

$$\sum_{K=1}^m U_{m_K} = \sum_{K=1}^m \theta_K$$

وبتطبيق قانون أوم على كل ضلع من أضلاع الحلقة ينتج :

$$U_{m_K} = \phi_K \cdot R_{m_K}$$

وبالاستبدال نكتب :

$$\sum_{K=1}^m R_{m_K} \phi_K = \sum_{K=1}^m \theta_K$$

وتسمى هذه العلاقة قانون كيرشوف الثاني في الدارات المغناطيسية .

١٣-٥ نظريات المقاومات المغناطيسية المكافئة :

Magnetic Resistances

١٣-٥-١ نظرية المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التسلسلي :

Magnetic Resistances in Series

إذا كان لدينا في دائرة مغناطيسية عدد من الأجسام المغناطيسية مربوطة مع بعضها

على التسلسل، كما هو مبين في الشكل (6-13) وإذا رسمنا دائرة مكافئة لها :

إذا اعتبرنا أن الفيض التسريبي مهمل في هذه الدائرة ، فإن شرط الربط التسلسلي هو :

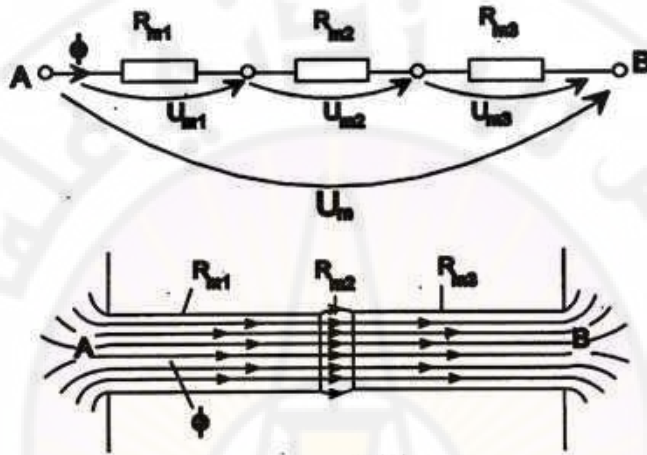
$$\phi = \phi_1 = \phi_2 = \phi_3$$

يمكن أن نكتب لكل جسم من أجسام الدائرة قانون أوم المغناطيسي كما يلي :

$$U_{m_1} = R_{m_1} \phi_1$$

$$U_{m_2} = R_{m_2} \phi_2$$

$$U_{m_3} = R_{m_3} \phi_3$$



الشكل (13-6)

وإذا طبقنا على الدارة نظرية التوتر المغناطيسي ، فإنه يمكن أن نكتب :

$$U_{m,ab} = U_{m_1} + U_{m_2} + U_{m_3}$$

وباستبدال علاقات أوم في العلاقة الأخيرة هذه ينتج :

$$U_{m,ab} = R_{m_1} \phi_1 + R_{m_2} \phi_2 + R_{m_3} \phi_3$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط التسلسلي يمكن أن نكتب :

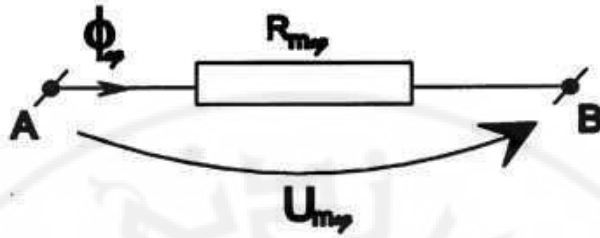
$$U_{m,ab} = \phi (R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_3})$$

يمكن أن نعرف لهذه الدارة المغناطيسية ، دارة مكافئة مؤلفة من مقاومة مغناطيسية واحدة بحيث تتحقق بينهما شروط التكافؤ وهي أنه إذا طبقنا على الدارتين توتراً متساوياً فإن الفيض المغناطيسي الذي سيمر في الدارتين ينتج متساوياً .

وبين الشكل (13-7) للدارة المكافئة المغناطيسية .

ويمكن كتابة قانون أوم في الدارة المكافئة المغناطيسية على الشكل التالي :

$$U_{m,AB} = R_{meq} \phi$$



الشكل (13-7)

وبما أن الدائرتين متكافئتان فإنه يمكن أن نكتب :

$$U_{mAB} = R_{mag} \phi = \phi (R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_3})$$

ومنه ينتج :

$$R_{mag} = R_{m_1} + R_{m_2} + R_{m_3}$$

أو بشكل عام :

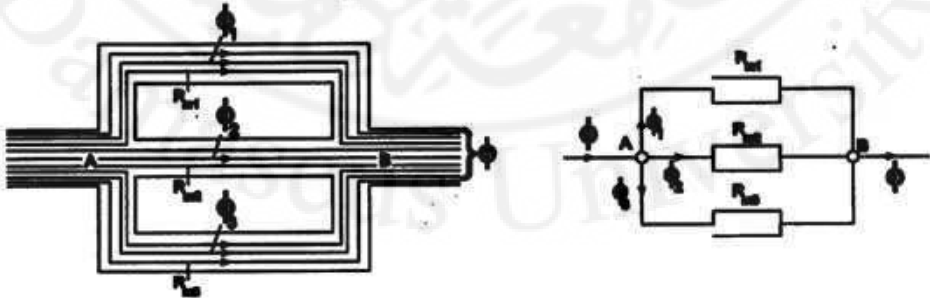
$$R_{mag} = \sum_{k=1}^n R_{m_k}$$

أي أن المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التسلسلي تساوي المجموع الجبري للمقاومات المغناطيسية المربوطة على التسلسل.

١٣-٥-٢ نظرية المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التفرعي :

Magnetic Resistances in Parallel

لنكن لدينا دائرة مغناطيسية ، يمر فيها عدد من الفروع أو الأضلاع مربوطة على التفرع . وإذا رسمنا الدائرة المكافئة لها كما هو مبين في الشكل (13-8) .



الشكل (13-8)

وإذا طبقنا قانون كيرشوف الأول في إحدى عقد الدارة ، وباعتبار الفيض التسريبي مهملًا ، ينتج :

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

ويمكن أن نكتب شرط الربط التفرعي :

$$U_{m, in} = U_{m_1} = U_{m_2} = U_{m_3}$$

وإذا كتبنا قانون أوم المغناطيسي لكل ضلع من أضلاع الدارة:

$$U_{m_1} = R_{m_1} \cdot \phi_1 \Rightarrow \phi_1 = \frac{U_{m_1}}{R_{m_1}}$$

$$U_{m_2} = R_{m_2} \cdot \phi_2 \Rightarrow \phi_2 = \frac{U_{m_2}}{R_{m_2}}$$

$$U_{m_3} = R_{m_3} \cdot \phi_3 \Rightarrow \phi_3 = \frac{U_{m_3}}{R_{m_3}}$$

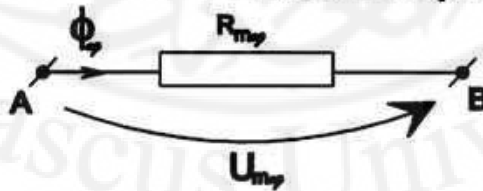
وباستبدال هذه العلاقات في علاقة قانون كيرشوف ينتج :

$$\phi = \frac{U_{m_1}}{R_{m_1}} + \frac{U_{m_2}}{R_{m_2}} + \frac{U_{m_3}}{R_{m_3}}$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط التفرعي يمكن أن نكتب :

$$\phi = U_{m, in} \cdot \left(\frac{1}{R_{m_1}} + \frac{1}{R_{m_2}} + \frac{1}{R_{m_3}} \right)$$

ويمكن أن نعرف لهذه الدارة المغناطيسية ، دارة مكافئة مؤلفة من مقاومة مغناطيسية واحدة ، كما هو مبين في الشكل (13-9) .



الشكل 13-9

وإذا كتبنا قانون أوم المغناطيسي في هذه الدارة ينتج :

$$\phi = \frac{U_{m,10}}{R_{m0q}}$$

وعندما تتحقق شروط التكافؤ بين الدائرتين ، يمكن أن نكتب :

$$\phi = U_{m,10} \left(\frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \frac{1}{R_{m3}} \right) = U_{m,10} \frac{1}{R_{m0q}}$$

ومنه يمكن استنتاج علاقة المقاومة المغناطيسية للربط التفرعي كما يلي :

$$\frac{1}{R_{m0q}} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \frac{1}{R_{m3}}$$

أو بشكل عام :

$$\frac{1}{R_{m0q}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_{mk}}$$

أي أن مقلوب المقاومة المغناطيسية المكافئة للربط التفرعي يساوي مجموع مقلوب المقاومات المغناطيسية المربوطة على التفرع .

١٣-٦ نظرية التشابه بين دارات التيار المستمرة والدارات المغناطيسية :

Similarities Between DC Circuits and MC Circuits

يوجد تشابه كامل ومتناظر تماماً بين دارات التيار المستمر والدارات المغناطيسية ، الأمر الذي يسمح بدراسة مختلف الدارات المغناطيسية عن طريق دارات التيار المستمر المشابهة والمكافئة لها . حيث يتم اعداد دارات تيار مستمر مكافئة ، وحيث يتم قياس وحساب مختلف الكميات الكهربائية في الدارة هذه وتم استبدال هذه الكميات الكهربائية بالكميات المغناطيسية المكافئة والمبينة في الجدول (13-1) الذي يحدد شروط نظرية التشابه بين دارات التيار المستمر والدارات المغناطيسية .

ويشير هذا الجدول إلى الكميات المغناطيسية والكميات الكهربائية المشابهة لها وإلى العلاقات والقوانين والنظريات المتشابهة في دارات التيار المستمر والدارات المغناطيسية

الجدول (13-1) التشابه بين دارات التيار المستمر والدارات المغناطيسية

الكمية الكهربائية	الكمية المغناطيسية المكافئة	علاقات الدارات الكهربائية	علاقات الدارات المغناطيسية
I	ϕ	$\sum I = 0$	$\sum \phi = 0$
U	U_m	$U = R \cdot I$	$U_m = R_m \phi$
E	θ	$\sum E_K = \sum R_K I_K$	$\sum \theta_K = \sum R_{m_K} \phi_K$
R/G	R_m/G_m	$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} = \frac{1}{G}$	$R_m = \frac{\ell}{\mu S} = \frac{1}{G_m}$

وإذا استبدلنا الكميات الكهربائية بالكميات المغناطيسية في العلاقات العامة للدارات الكهربائية ، فإن هذه العلاقات تصبح صالحة للدارات المغناطيسية ، ويمكن بذلك تطبيق جميع القوانين والنظريات والعلاقات وطرق الحل المختلفة التي تستعمل في دارات التيار المستمر لتساعد على حل الدارات المغناطيسية وتحليلها وحسابها .

الفصل الرابع عشر
الحالة الكهرطيسية والخقل الكهرطيسي
والتحريض الكهرطيسي
Electromagnetism and Electromagnetic Field

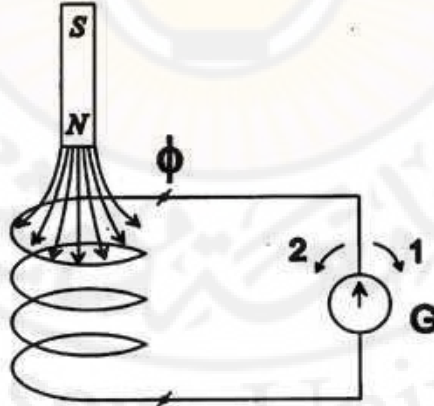
١٤- الحالة الكهروضوئية والحقل الكهروضوئي والتحريض الكهروضوئي

Electromagnetism and Electromagnetic Field

١٤-١ ظاهرة التحريض الكهروضوئي : Electromagnetic Induction

تسمى ظاهرة التحريض الكهروضوئي ، توليد توترات كهربائية تحت تأثير تغيرات الحقل المغناطيسي في الزمن . ويعود الفضل في اكتشاف هذه الظاهرة للعالم فرادي (FARADAY M.) عام 1831 . وتعتبر تجربة فرادي لإثبات التحريض الكهروضوئي واحدة من التجارب الأساسية في العلوم الكهروضوئية .

ويمكن إجراء التجربة كما يلي : إذا وصلنا طرفي وشيعة كهربائية إلى مقياس غلفاني، يقع صفر تدرجاته في المنتصف ، بحيث تنحرف إبرة المقياس إلى يمين الصفر أو إلى يسار الصفر وذلك حسب اتجاه التيار المار في المقياس . وإذا قربنا من الوشيعة قطباً مغناطيسياً شمالياً وبسرعة ثابتة . كما هو مبين في الشكل (14-1) فإننا نلاحظ أن إبرة المقياس مستحرف باتجاه المسهم (1) ويدوم انحراف الإبرة هذا مادام القطب المغناطيسي يقترب من الوشيعة ، حتى إذا سكن هذا القطب عن حركته ، عادت الإبرة إلى وضعية الصفر .

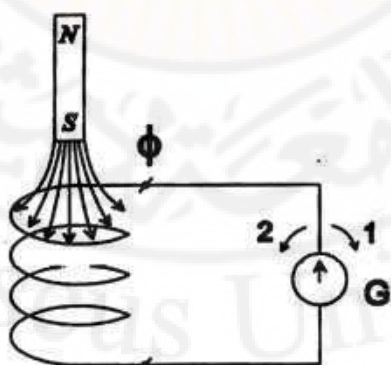


الشكل (14-1)

ثم إذا قمنا بتحريك القطب المغناطيسي الشمالي أمام الوشيعة الكهربائية بالاتجاه المعاكس ، وبسرعة ثابتة ، فإننا نلاحظ أن إبرة المقياس الخلفاني تنحرف أيضاً

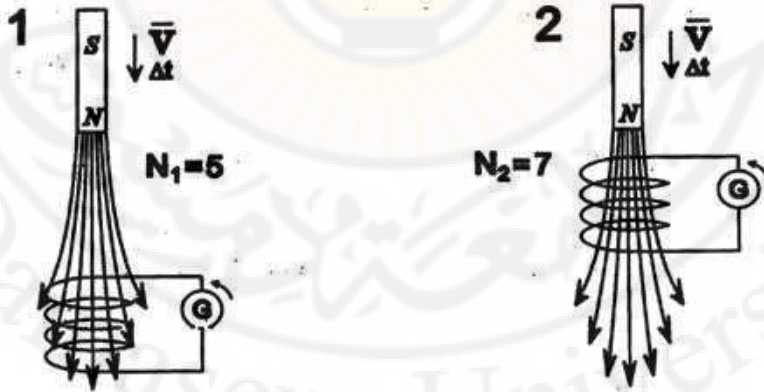
وباتجاه يعاكس انحرافها في التجربة الأولى ، أي تنحرف بالاتجاه (2) . ونلاحظ أن انحراف إبرة المقياس يدوم مادام القطب الشمالي يبتعد عن الوشاعة حتى إذا سكن هذا القطب عن حركته ، عادت الإبرة إلى وضعية الصفر. وإذا أعدنا التجربة من جديد وقمنا بتقريب القطب الشمالي من الوشاعة الكهربائية أو قمنا بإبعاد القطب الشمالي عن الوشاعة الكهربائية بسرعات مختلفة فإننا نلاحظ أنه كلما كانت سرعة اقتراب أو سرعة ابتعاد القطب الشمالي أكبر كلما كان انحراف إبرة المقياس أكبر وأنه كلما كانت سرعة اقتراب أو سرعة ابتعاد القطب الشمالي أصغر كلما كان انحراف إبرة المقياس أصغر .

وإذا كررنا التجربة وقمنا بتقريب أو إبعاد قطب مغناطيسي جنوبي من الوشاعة الكهربائية كما هو مبين في الشكل (2-14) ، فإننا نلاحظ أنه عند تقريب القطب الجنوبي من الوشاعة فإن إبرة المقياس سوف تنحرف بالاتجاه (2) وأنه عند إبعاد القطب الجنوبي عن الوشاعة فإن إبرة المقياس سوف تنحرف بالاتجاه (1) أي أن تقريب القطب الجنوبي من الوشاعة يكافئ إبعاد القطب الشمالي عن الوشاعة من حيث انحراف إبرة المقياس وأن إبعاد القطب الجنوبي عن الوشاعة يكافئ تقريب القطب الشمالي من الوشاعة من حيث انحراف إبرة المقياس .



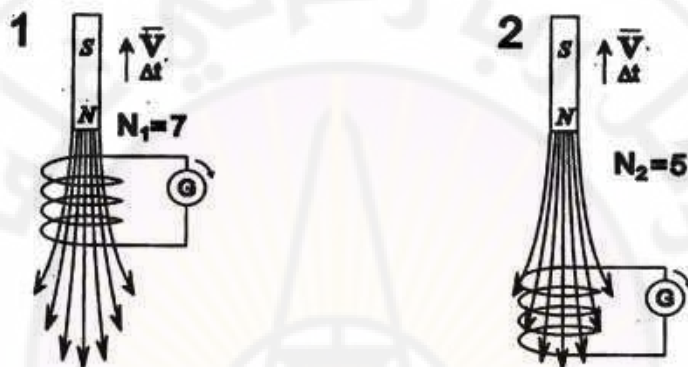
الشكل (2-14)

يدل انحراف إبرة المقياس الغلفاني على مرور تيار كهربائي (I) في دائرة الوشيعية والمقياس وذلك بالرغم من أن الدارة لا تحتوي على أي مصدر للقوة المحركة الكهربائية. وبذلك فإنه يكفي أن نقوم بتقريب أو إبعاد قطب مغناطيسي من وشيعة ما، لكي يتولد في هذه الوشيعة تيار كهربائي. ويسمى المغناطيس الذي يولد هذا التيار، المغناطيس المحرض والأثر الذي ينتج عنه ، ظاهرة التحريض الكهرطيسي . ويمكن تفسير ظاهرة التحريض الكهرطيسي إذا أخذنا بعين الاعتبار التجربة السابقة حيث نلاحظ أن تقريب القطب المغناطيسي الشمالي من الوشيعة الكهربائية، من الوضعية الأولى (1) إلى الوضعية الثانية (2) بسرعة تساوي (v) وخلال فترة زمنية Δt كما هو مبين في الشكل (14-3) يؤدي إلى زيادة خطوط الحقل المغناطيسي التي تخترق سطح الوشيعة من (N_1) إلى (N_2) ، حيث يمثل عدد خطوط الحقل التي تخترق سطح الوشيعة عندما يكون القطب الشمالي في الوضعية (1) و (N_2) تمثل خطوط الحقل التي تخترق سطح الوشيعة عندما يصبح القطب الشمالي في الوضعية (2).



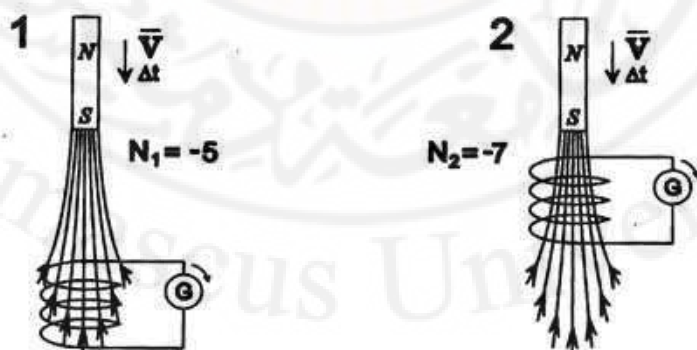
الشكل (14-3)

كما ونلاحظ أن إبعاد القطب المغناطيسي الشمالي عن الوشعة الكهربائية من
الوضعية (1) إلى الوضعية (2) يؤدي إلى تناقص خطوط الحقل المغناطيسي التي
تخترق سطح لفات الوشعة ، كما هو مبين في الشكل (14-4) .



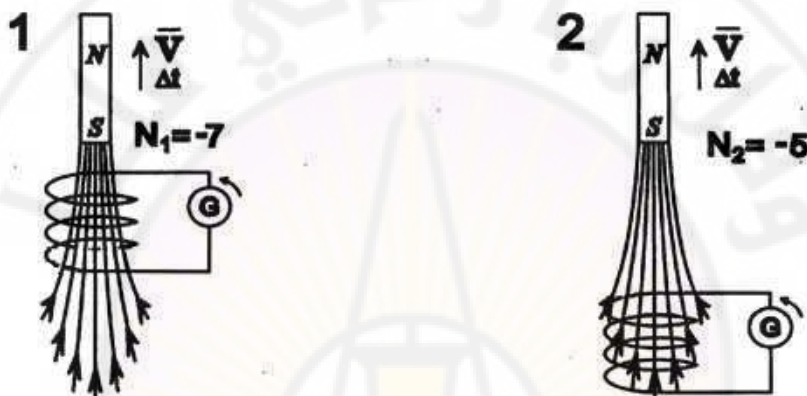
الشكل (14-4)

أما تقريب القطب المغناطيسي الجنوبي من الوشعة الكهربائية من الوضعية الأولى
(1) بسرعة تساوي (v) وخلال فترة زمنية Δt ، كما هو مبين في الشكل (14-5)
يؤدي إلى تناقص خطوط الحقل المغناطيسي التي تخترق سطح لفات الوشعة من
(N₁) إلى (N₂) .



الشكل (14-5)

وأما إبعاد القطب المغناطيسي الجنوبي من الوشعة الكهربائية ، من الوضعية الأولى (1) إلى الوضعية (2) ، كما هو مبين في الشكل (14-6) فسوف يؤدي إلى زيادة خطوط الحقل المغناطيسي التي تخترق لفات الوشعة الكهربائية .



الشكل (14-6)

نلاحظ من هذه التجارب أن تغير عدد خطوط الحقل المغناطيسي عبر سطح الوشعة الكهربائية ، أي تغير الفيض المغناطيسي عبر سطح الوشعة زيادة أو نقصاناً يسبب انحراف إبرة المقياس الغلفاني ، وبالتالي يسبب توليد التيار الكهربائي الذي يتعرض في الدارة وذلك بالرغم من عدم وجود أي مصدر آخر للقوة المحركة الكهربائية في هذه الدارة .

٢١٤ قانون التحريض الكهرومغناطيسي : Electromagnetic Induction Law

أعطى العالم فرادي ، استناداً إلى التجارب حول الظاهرة الكهرومغناطيسية ، قانون التحريض الكهرومغناطيسي والذي ينص كما يلي :

يتولد تيار كهربائي متحرض في دارة ما ، إذا تغير التدفق المغناطيسي الذي يجتاز سطح هذه الدارة . ويدوم هذا التيار مادام تغير التدفق المغناطيسي مستمراً .

وقد أثبتت التجارب أن توليد التيار المتحرض يرتبط بتوليد قوة محركية كهربائية في الدارة تسمى القوة المحركة الكهربائية التحريضية . ولأن هذه القوة المحركة الكهربائية ترتبط بتغيرات التدفق المغناطيسي في الزمن ، والذي يخترق سطح الدارة الكهربائية التي تتولد فيها هذه القوة المحركة الكهربائية .

ويمكن أن نستنتج أن القوة المحركة الكهربائية (e) التي تتولد في الدارة (Γ) تتناسب مع تغيرات خطوط الحقل المغناطيسي التي تخترق سطح الدارة (S_r) خلال الزمن ، أي تتناسب مع تغيرات الفيض المغناطيسي عبر سطح الدارة في الزمن ، ويمكن أن نكتب :

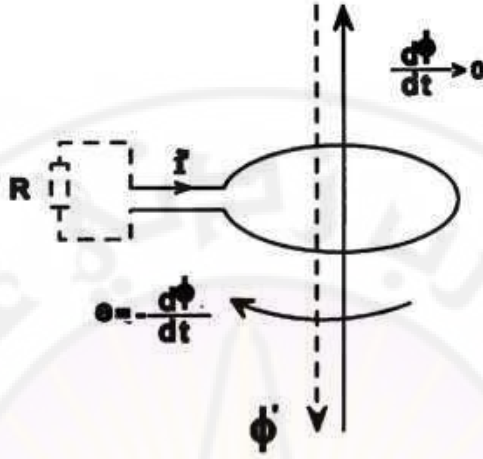
$$e_r = \frac{d\phi}{dt}$$

وتعني التغيرات $\left(\frac{d\phi}{dt} > 0\right)$ الموجبة للفيض أو التدفق المغناطيسي نسبة للزمن زيادة الفيض المغناطيسي الذي يجتاز سطح الدارة الكهربائية بينما تعني التغيرات السالبة للفيض المغناطيسي نسبة للزمن $\left(\frac{d\phi}{dt} < 0\right)$ نقصان الفيض المغناطيسي الذي يجتاز سطح الدارة الكهربائية .

فإذا افترضنا أنه لدينا ناقل كهربائي حلقي ، يقع ضمن حقل مغناطيسي متغير في الزمن ، بحيث تنتج عن هذا الحقل تغيرات موجبة نسبة للزمن للفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح الناقل الكهربائي الدائري كما هو مبين في الشكل (7-14) .

تبين التجربة ، أنه ستتولد عن تغيرات الفيض المغناطيسي (ϕ) عبر السطح الناقل الحلقي ، قوة محركية كهربائية تحريضية ، يكون اتجاه عملها في الدارة ، بحيث ينتج عنها تيار كهربائي يتولد عنه في هذه الحلقة ، حقل مغناطيسي ، وبالتالي فيض مغناطيسي متغير أيضاً (ϕ') ويعاكس بالاتجاه تغيرات الفيض الأصلي (ϕ) .

يسمى الحقل المغناطيسي الذي يتولد عن القوة المحركة الكهربائية التحريضية e_r وعن التيار الكهربائي التحريضي الذي يمر في الحلقة (i)، ردة فعل الحلقة أو الدارة



الشكل (14-7)

الكهربائية على تغيرات الحقل الخارجي (ϕ) عبر سطح هذه الدارة وسيعمل هذا الحقل المغناطيسي (ϕ') ردة الفعل لإيقاف زيادة الفيض المغناطيسي الأصلي (ϕ) الذي يجتاز سطح الحلقة الكهربائية .

وتمثل ردة الفعل هذه ، مبدأ لنز العام والذي ينص على أن الكميات الفيزيائية التي تتولد تحت تأثير ظاهرة ما ، ستعمل لإزالة السبب الذي يؤدي إلى توليدها . وبذلك فإن التيار الكهربائي الذي سيرمر في الحلقة والذي تولده القوة المحركة الكهربائية التحريضية ، سيعمل لإزالة السبب الذي يؤدي إلى توليده ، أي سيعمل على إيقاف تغيرات الفيض المغناطيسية ($\frac{d\phi}{dt} > 0$) الموجبة ، بحيث تولد حقلاً مغناطيسياً يعمل بالاتجاه المعاكس أي سيعطي تغيرات سالبة ($\frac{d\phi'}{dt} < 0$) ، بحيث يصبح مجموع التغيرات الكلية للفيض المغناطيسية عبر سطح الحلقة مساوياً للصفر .

وتمثل إشارة السالب (-) في علاقة قانون التحريض المغناطيسي مبدأ لنز العام . وإذا اعتبرنا قانون الفيض المغناطيسي :

$$\phi = \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

ونظرية الكمون الكهربائي :

$$e_r = \oint_r \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

يمكن أن نكتب علاقة قانون التحريض الكهروطيسي كما يلي :

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\oint_r \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \iint_{S_r} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

وإذا اعتبرنا عدداً من الحلقات الكهربائية (N) مربوطة مع بعضها على التسلسل لتشكل وشيعة كهربائية ، وإذا أدخلنا هذه الوشيعة ضمن حقل مغناطيسي فإن الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح جميع لفات الوشيعة (ψ) يعرف بالعلاقة :

$$\psi = N \cdot \phi = N \cdot \iint_{S_r} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

وعندما يتغير هذا الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح الوشيعة ، فإنه ستولد في هذه الوشيعة قوة محركة كهربائية تحريضية تساوي :

$$e_r = \frac{d\psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$e_r = N \cdot \iint_{S_r} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

ولكي نحدد الصيغة العامة لقانون التحريض الكهروطيسي ، نكتب ما يلي :

$$e_r = \oint_r \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \iint_{S_r} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

فإذا تحرك سطح الدارة (S_r) بسرعة ($\vec{v}$) فإنه يمكن أن نستخدم علاقة غاوس-اوستروكرديسكي في التحليل الشعاعي ، فنحصل على :

$$\frac{d}{dt} \iint_{S_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_r} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_r} \vec{v} \cdot \text{div} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \iint_{S_r} \text{rot}(\vec{B} \times \vec{v}) \cdot d\vec{s}$$

وإذا طبقنا علاقة ستوكس في التحليل الرياضي :

$$e_r = \oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\vec{r} = \iint_{S_r} \text{rot} \bar{E} \cdot d\vec{s}$$

وإذا اعتبرنا :

$$\text{div} \bar{B} = 0$$

فإن الصيغة العامة لقانون التحريض الكهرومغناطيسي تكتب كما يلي :

$$\iint_{S_r} \text{rot} \bar{E} \cdot d\vec{s} = - \iint_{S_r} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} - \iint_{S_r} \text{rot}(\bar{B} \times \bar{v}) \cdot d\vec{s}$$

أو يمكن أن تكتب :

$$\text{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \text{rot}(\bar{B} \times \bar{v})$$

وتسمى هذه العلاقة الأخيرة ، علاقة ماكسويل الثانية في الكهرومغناطيسية ويمثل الحد :

$$e_s = - \iint_{S_r} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

القوة المحركة الكهربائية التحريضية المكونية والتي تتولد عندما يتغير الفيض المغناطيسي عبر سطح الدارة S_r ، وتنتج هذه القوة المحركة الكهربائية في المحولات ويمثل الحد :

$$e_v = - \iint_{S_r} \text{rot}(\bar{B} \times \bar{v}) \cdot d\vec{s} = \iint_{S_r} \text{rot}(\bar{v} \times \bar{B}) \cdot d\vec{s}$$

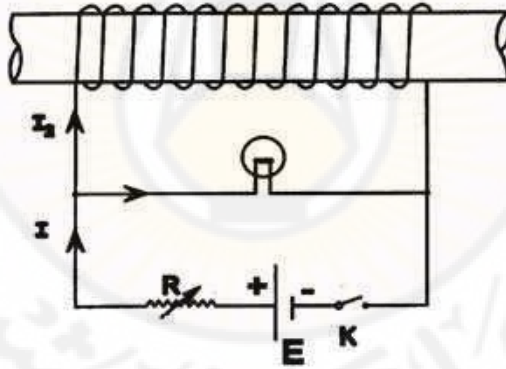
القوة المحركة الكهربائية التحريضية الحركية والتي تتولد عندما يتحرك المسطح S_r بسرعة $\bar{v}$ ضمن الحقل المغناطيسي . وتنتج هذه القوة المحركة الكهربائية في الآلات الكهربائية .

٣-١٤ ظاهرة التحريض الذاتي وظاهرة التحريض المتبادل:

Self and Mutual Induction

تمثل ظاهرة التحريض الذاتي الحالة التي تتولد فيها قوة محرّكة كهربائية تحريضية في دارة ما تحت تأثير تغيرات الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح هذه الدارة عندما يمر تيار كهربائي في ذات الدارة .

ويمكن التأكد من حدوث ظاهرة التحريض الذاتي عملياً ، بإجراء التجربة التالية :
لنأخذ دارة كهربائية مؤلفة من وشيعة كهربائية تحتوي داخلها على قضيب فولاذي ومن قاطع كهربائي (K) ومصدر للقوة المحركة الكهربائية (E) ومقاومة كهربائية متغيرة (R) ويربط على التفرع مع هذه الوشيعة مصباح كهربائي متوهج . كما هو مبين في الشكل (14-8) .



الشكل (14-8)

فإذا قمنا بالخطوات التجريبية التالية :

١- نغلق القاطع (K) بحيث نغذي المصباح الكهربائي وعلى التفرع معه الوشيعة الكهربائية فإننا نلاحظ أن المصباح يتوهج بشدة بعد إغلاق القاطع مباشرة ثم يعود إلى ضيائه المعتاد بعد فترة زمنية قصيرة . ويمكن أن نعلل زيادة توهج المصباح بأنه بعد إغلاق القاطع يزداد التيار في الوشيعة من القيمة (0) إلى القيمة (I) والتي تحددها

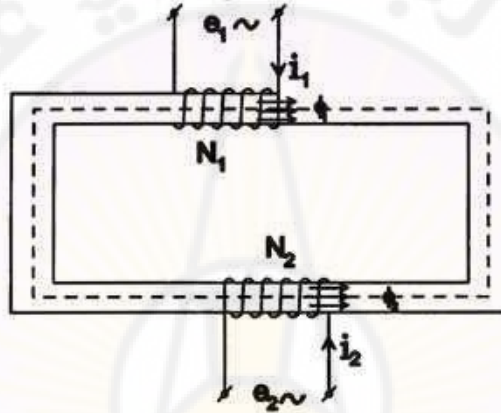
مقاومات الدارة ، وبسبب هذا التغير يزداد الفيض المغناطيسي المتولد في الوشيعه وتتولد من جراء ذلك قوة محركه كهربائية تحريضية ، تسمى الذاتية . وتعمل هذه القوة لإزالة الأثر الذي أدى إلى توليدها . لذلك سوف تولد تياراً كهربائياً متغيراً يعاكس التيار الأصلي المار في الوشيعه . لكن هذا التيار المعاكس تضاف شدته إلى شدة التيار الناتج عن مصدر القوة المحركة الكهربائية وذلك في الفرع الذي يحتوي على المصباح الكهربائي مما يؤدي إلى زيادة توهج المصباح .

٢- إذا تركنا التيار يجري في الدارة فترة من الزمن حتى تستقر شدة توهج المصباح الكهربائي ، ثم نقوم بفتح القاطع (K) فإننا نلاحظ أن المصباح يتوهج ويبقى مضيئاً لفترة من الزمن بالرغم من فتح القاطع ثم يتوقف توهج المصباح ويمكن أن نعلل استمرار توهج المصباح بالرغم من فتح القاطع ، بأن التيار الكهربائي الذي يمر في الوشيعه ينقص من القيمة (I) إلى القيمة صفر (0) ، ويتناقص معه الفيض المغناطيسي الذي يخترق الوشيعه الكهربائية ، وتتولد من جراء ذلك قوة محركه كهربائية تحريضية تسمى القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية . وتعمل هذه القوة المحركة لتزيل الأثر الذي أدى إلى توليدها . لذلك سوف تولد تياراً كهربائياً متغيراً يعمل في اتجاه التيار الأصلي المار في الوشيعه ويمر هذا التيار في الدارة المؤلفة من الوشيعه الكهربائية والمصباح . مما يؤدي إلى استمرار توهج المصباح وبقاء هذا التوهج لفترة بالرغم من فتح القاطع وفصل مصدر القوة المحركة عن الوشيعه والمصباح .

وتمثل ظاهرة التحريض المتبادل ، الحالة التي تتولد فيها قوة محركه كهربائية تحريضية في دارة ما عندما يتغير الفيض المغناطيسي الذي يخترق سطح هذه الوشيعه والذي يتولد تحت تأثير مرور تيار كهربائي في وشيعه ثانية مجاورة للوشيعه الأولى .

ويمكن التأكد من حدوث ظاهرة التحريض المتبادل عملياً ، بإجراء التجربة التالية :

لنأخذ دائرة كهربائية تحتوي على وشيعةتين كهربائيتين كما هو مبين في الشكل (14-9)، فإذا طبقنا على الوشيعة الأولى وعدد لفاتها (N_1) قوة محرّكة كهربائية متغيرة في الزمن (e_1) فإن تياراً كهربائياً متغيراً في الزمن سيمر في هذه الدائرة وينتج عن هذا التيار توليد حقل مغناطيسي متغير في الزمن أيضاً وتخترق خطوط هذا الحقل سطح لفات الوشيعة الأولى مشكلة الفيض المغناطيسي (ϕ_1) .



الشكل (14-9)

ستغلق خطوط الفيض المغناطيسي (ϕ_1) في الدائرة المغناطيسية وسوف يخترق هذا الفيض سطح لفات الوشيعة الثانية (N_2) . وحيث أن الفيض المغناطيسي (ϕ) يكون متغيراً في الزمن فإنه سوف تتولد في الوشيعة الثانية (N_2) قوة محرّكة كهربائية تحريضية تنتج عن تغيرات هذا الفيض (ϕ_1) المتولد في الوشيعة الأولى والذي يخترق الوشيعة الثانية . وتسمى هذه القوة المحركة التحريضية المتبادلة .

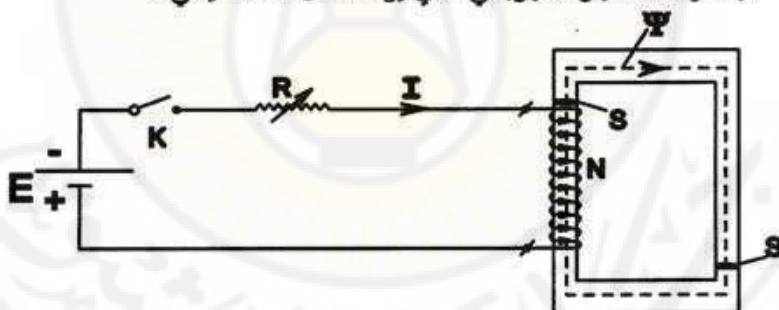
وإذا طبقنا على الوشيعة الثانية (N_2) قوة محرّكة كهربائية (e_2) متغيرة في الزمن فسوف يمر فيها تيار كهربائي (i_2) متغير في الزمن ، وينتج عن هذا التيار حقل مغناطيسي متغير في الزمن يرتبط به فيض مغناطيسي متغير في الزمن (ϕ_2) . وسوف تمر خطوط هذا الفيض في الدائرة المغناطيسية وسوف يخترق الوشيعة الأولى

(N_1). وحيث أن هذا الفيض (ϕ_2) يكون متغيراً في الزمن فإنه مستولد عنه في الوشعة الأولى قوة محرّكة كهربائية تحريضية متبادلة .

١٤-٤ عامل التحريض الذاتي لوشعة كهربائية: Self Induction of a Coil

إذا افترضنا أنه لدينا وشعة كهربائية مربوطة في دائرة كما هو مبين في الشكل (14-10) فإن التجارب العملية ترينا أن الفيض المغناطيسي (ψ) الذي يتولد في الوشعة تحت تأثير مرور التيار (I) فيها سوف تغلق خطوطه في القلب الفولاذي وأن هذا الفيض يتعلّق بالعوامل التالية :

- شكل ومميزات الدارة الكهربائية التي تولد الحقل المغناطيسي
- الخصائص المغناطيسية للوسط الذي تغلق فيه خطوط الفيض .
- قيمة وشكل التيار الكهربائي الذي يولد الحقل المغناطيسي .



الشكل (14-10)

ويمكن أن نثبت بالتجريب أن النسبة بين التيار الكهربائي الذي يمر في الوشعة الكهربائية ، وبين الفيض المغناطيسي الذي يتولد في الوشعة نتيجة لمرور هذا التيار ، هي نسبة ثابتة دائماً . ولا تتعلّق هذه النسبة بتغيرات التيار ولا بتغيرات الفيض المغناطيسي وتتعلّق فقط بالمواصفات الهندسية للوشعة الكهربائية التي يتولد فيها الفيض المغناطيسي وكذلك تتعلّق بالمواصفات الفيزيائية المغناطيسية للوسط الذي تخترقه خطوط الفيض المغناطيسي .

كما وأثبتت التجارب أن أي تغير في قيمة التيار الكهربائي الذي يمر في الوشيعه ، يرافقه تغير في قيمة الفيض المغناطيسي الناتج عن هذا التيار بحيث تبقى النسبة بينهما ثابتة دائماً . وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\frac{\psi}{I} = ct$$

$$\psi = K.I$$

حيث تمثل (K) ثابتة ، تعتمد قيمتها على المواصفات الهندسية للدائرة الكهربائية التي يتولد فيها الحقل المغناطيسي وعلى المواصفات المغناطيسية للوسط الذي يجتازه الفيض المغناطيسي المرافق لهذا الحقل .

وتسمى هذه الثابتة ، عامل التحريض المغناطيسي الذاتي للوشيعه أو ذاتية الوشيعه ويرمز لها (L) ، وبذلك يمكن أن نكتب :

$$\psi = LI \Rightarrow I = \frac{\psi}{L}$$

$$L = \frac{\psi}{I}$$

وعندما يكون التيار الكهربائي المار في الوشيعه تياراً مستمراً ، فإن الحقل المغناطيسي وبالتالي الفيض المغناطيسي المرافق له سيكون مستمراً أيضاً وتسمى الثابتة عندها ، عامل التحريض الذاتي السكوني أو الساتاتيكي . وتقاس ذاتية الوشيعه بوحدة قياس تسمى الهنري . وتستنتج هذه الوحدة كما يلي :

$$[L] = \frac{[\psi]}{[I]} = \frac{[V.S]}{[A]} = \left[\frac{Wb}{A} \right] = [H]$$

ويمكن الاستنتاج بسهولة أن عامل التحريض الذاتي (L) يأخذ دائماً قيمة موجبة ($L > 0$) ، وذلك لأن التيار الكهربائي (I) الذي يمر في دائرة كهربائية ما والفيض المغناطيسي المرافق له (ψ) يأخذ إشارة جبرية واحدة . فإذا كان التيار موجباً كان الفيض المرافق له موجباً . أما إذا كان التيار سالباً فإن الفيض المرافق له سيكون سالباً أيضاً ، بحيث تنتج النسبة بين الفيض والتيار موجبة دائماً .

وإذا أخذنا وشيعة كهربائية يساوي عدد لفاتها (N) ويمر فيها تيار كهربائي (I) فإن الفيض المغناطيسي (ϕ) الذي سيخترق كل لفة من لفات الوشيعة سيساوي :

$$\phi = B.S$$

وسيكون الفيض الكلي الذي يتولد في الوشيعة :

$$\psi = N\phi =$$

ويكون عامل التحريض الذاتي لهذه الوشيعة :

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{N\phi}{I}$$

وإذا كان الوسط الموجود ضمن الوشيعة والذي تخترقه خطوط الحقل ، متجانساً وخطياً أي ($\mu = ct$) ، وإذا اعتبرنا علاقة أوم المغناطيسية فإنه يمكن أن نكتب :

$$\psi = N\phi = N \frac{\theta}{R_m} = N \frac{NI}{R_m}$$

وبالاستبدال في علاقة عامل التحريض الذاتي ينتج :

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{N^2 I}{I.R_m} = \frac{N^2}{R_m} = N^2 G_m$$

حيث لدينا :

(R_m) تمثل المقاومة المغناطيسية للوشيعة الكهربائية وتساوي :

$$R_m = \frac{\ell}{\mu.S}$$

وبالاستبدال يمكن أن نكتب :

$$L = \frac{N^2}{\frac{\ell}{\mu.S}} = \frac{N^2}{\ell} \mu.S$$

حيث :

(ℓ) : تمثل طول الوشيعة الكهربائية أو طول الدارة المغناطيسية التي تغلق فيها خطوط الحقل المغناطيسي .

S : سطح مقطع الوشيعة أو الدارة المغناطيسية .

N : عدد لفات الوشعة الكهربائية .

ونكون ذاتية الوشعة (L) كمية ثابتة ، عندما تكون المواصفات المغناطيسية للمواد خطية ، أي عندما تكون $(\mu = ct)$. أما في حالة المواد المغناطيسية والتي يكون لها منحنى مغناطيسي لا خطي فإن ذاتية الوشعة تتغير مع تغير التيار المار في الوشعة . وعندما يتغير التيار الكهربائي الذي يمر في الوشعة نسبة للزمن $(i = f(t))$ فإن الحقل المغناطيسي والتحريض المغناطيسي وكذلك الفيض المغناطيسي الذي يتولد عن هذا التيار سيكون متغيراً في الزمن أيضاً أي :

$$i = f(t) \Rightarrow H = f(t) \Rightarrow B = f(t) \Rightarrow \phi = f(t)$$

واستناداً إلى قانون التحريض الكهروضوئي ، يؤدي تغير الفيض المغناطيسي في الوشعة في الزمن إلى توليد قوة محركة كهربائية تحريضية ذاتية تساوي :

$$e_i = -\frac{d\psi}{dt} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار علاقة تعريف عامل التحريض الذاتي يمكن أن نكتب :

$$e_i = -\frac{d}{dt}(Li)$$

وإذا كانت الدارة المغناطيسية خطية فإنه يمكن أن نكتب :

$$e_i = -L \frac{di}{dt}$$

أما إذا كانت الدارة المغناطيسية لاهطية $(\mu \neq ct)$ فإن عامل التحريض الذاتي (L) سيكون متغيراً مع تغيرات الزمن ، أي : $(L=f(i))$ ، وعندها ينتج لدينا :

$$e_i = -\frac{d(Li)}{dt} = -(L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{di} \cdot \frac{di}{dt})$$

أو يمكن أن نكتب :

$$e_i = -(L + i \frac{dL}{di}) \frac{di}{dt} = Ld \frac{di}{dt}$$

حيث :

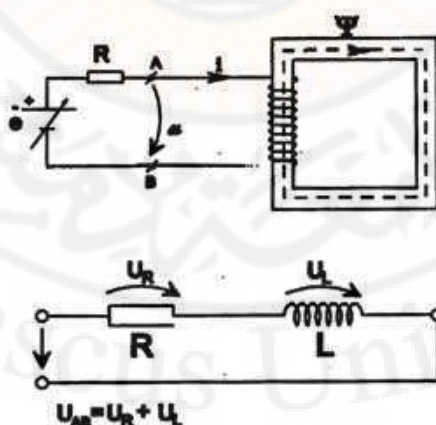
$$Ld = L + i \frac{dL}{di}$$

وتمثل عامل التحريض الذاتي الديناميكي .
ويمكن الملاحظة بسهولة ، أنه عندما يكون عامل التحريض الذاتي غير تابع لتغيرات التيار ، أي $\left(\frac{dL}{di} = 0\right)$ فإنه ينتج $(Ld = L)$.

١٤-٥ عامل التحريض الذاتي كعنصر في دارة كهربائية

Self Induction in Electrical Circuit

عندما يكون التيار الذي يمر في وشيعة كهربائية ثباتاً في الزمن أي تياراً مستمراً، فإن تغير الفيض المغناطيسي في الزمن عبر الوشيعة سيكون مساوياً للصفر، وبالتالي ستكون ظاهرة توليد قوة محرّكة كهربائية تحريضية ذاتية معدومة أيضاً .
ولن تؤثر هذه القوة في الدارة التي تتضمن هذه الوشيعة .
أما عندما يكون التيار الذي يمر في الوشيعة ، تياراً متغيراً في الزمن فإن الفيض المغناطيسي الناتج عن هذا التيار سيكون متغيراً في الزمن وسوف ينتج عن هذا التغير توليد قوة محرّكة كهربائية تحريضية ذاتية تعمل لإزالة السبب الذي أدى إلى توليدها في الدارة الكهربائية .



الشكل 14-11

ويجب أن تؤخذ هذه القوة المحركة الكهربائية بعين الاعتبار عند كتابة معادلة تشغيل الوشعة الكهربائية في حالة التيارات المتغيرة في الزمن .
 ولتحديد كيفية تصرف عامل التحريض الذاتي في الدارة الكهربائية ، نفترض الدارة الكهربائية المبينة في الشكل (14-11) .
 ولتحديد معادلات تشغيل الدارة ، نطبق مبدأ التراكم ، فنفترض في الحالة الأولى أن الوشعة الكهربائية بدون مقاومة أي ($R=0$) كما هو مبين في الشكل (14-12) .



الشكل 14-12

ونكتب معادلة تشغيل هذه الدارة على الشكل التالي :

$$e_L + u_L = 0$$

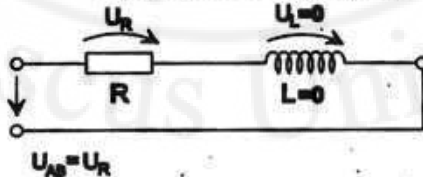
$$u_L = -e = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

حيث :

u_L : يمثل التوتر الكهربائي عبر ذاتية الوشعة .

e_L : يمثل القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية .

ثم نفترض في الحالة الثانية أن الوشعة لها عامل تحريض ذاتي مهمل ويساوي الصفر أي ($L=0$) ، كما هو مبين في الشكل (14-13) .



الشكل (14-13)

ونكتب معادلة تشغيل هذه الدارة على الشكل التالي :

$$u_R = Ri$$

وبجمع الحالتين معاً ، نحصل على مايلي :

$$u_{ab} = u_R + u_L$$

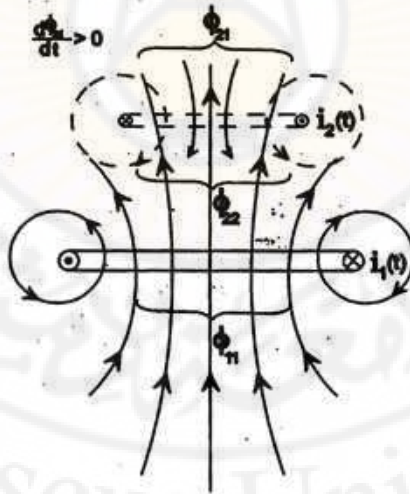
$$u_{ab} = Ri + L \frac{di}{dt}$$

وتمثل هذه العلاقة معادلة تشغيل الوشعة الكهربائية في حالة التيار المتناوب ، وهي معادلة تفاضلية خطية من الدرجة الأولى وغير متجانسة .

٦-١٤ عامل التحريض المتبادل لوشيعتين كهربائيتين :

Mutual Induction of 2 Coils

إذا افترضنا أنه لدينا وشيعتان كهربائيتان واقعتان الواحدة بجوار الأخرى ، كما هو مبين في الشكل (14-14) .



الشكل (14-14)

وإذا اعتبرنا في بادئ الأمر أن عدد لفات كل وشيعة هو $(N_1=1)$ ، $(N_2=1)$ ، وإذا افترضنا أنه يمر في الوشيعة الأولى تيار (i_1) ، فسوف يرافق مرور هذا التيار في الوشيعة توليد حقل مغناطيسي $(\overline{H}_1)$ ، ويرتبط بهذا الحقل تحريض مغناطيسي $(\overline{B}_1)$ وبالتالي فيض مغناطيسي (ϕ_{11}) . ويمكن أن نلاحظ أن خطوط هذا الفيض (ϕ_{11}) الذي يتولد في الوشيعة الأولى تحت تأثير مرور التيار (i_1) من ذات الوشيعة (N_1) ، سوف تتشابك ويخترق الوشيعة الثانية (N_2) ، ويسمى هذا الفيض الذي يتولد في الوشيعة الأولى ويخترق الوشيعة الثانية (ϕ_{21}) ، الفيض المغناطيسي المتبادل بين الوشيعة الثانية والأولى.

ثم إذا افترضنا أنه يمر في الوشيعة الثانية تيار (i_2) ، فسوف يرافق مرور هذا التيار في الوشيعة (N_2) ، توليد حقل مغناطيسي $(\overline{H}_2)$ ، ويرتبط بهذا الحقل تحريض مغناطيسي $(\overline{B}_2)$ ، وبالتالي فيض مغناطيسي (ϕ_{22}) . ويمكن أن نلاحظ أن خطوط هذا الفيض (ϕ_{22}) الذي يتولد في الوشيعة الثانية تحت تأثير مرور التيار (i_2) في ذات الوشيعة (N_2) سوف تتشابك مع الوشيعة الأولى ويخترق قسم منها هذه الوشيعة (N_1) . وتسمى هذا الفيض الذي يتولد في الوشيعة الثانية ويخترق الوشيعة الأولى (ϕ_{12}) الفيض المغناطيسي المتبادل بين الوشيعة الأولى والوشيعة الثانية، ويمكن أن نلاحظ إن الفيض المغناطيسي الكلي الذي يخترق كل وشيعة يحدد بالعلاقة :

$$\phi_1 = \phi_{11} \pm \phi_{12}$$

$$\phi_2 = \phi_{22} \pm \phi_{21}$$

فإذا كان عدد لفات كل وشيعة هو (N_1) و (N_2) فإن الفيض الكلي الذي يخترق سطح كل وشيعة من الوشائع يحدد كما يلي :

$$\psi_1 = N_1 \phi_1 = N_1 (\phi_{11} \pm \phi_{12}) = \psi_{11} \pm \psi_{12}$$

$$\psi_2 = N_2 \phi_2 = N_2 (\phi_{22} \pm \phi_{21}) = \psi_{22} \pm \psi_{21}$$

إن سبب وضع إشارة (+) أو (-) في العلاقات السابقة هو أن الفيض المغناطيسي المتبادل، يمكن أن يكون له نفس اتجاه الفيض الذاتي في الوشيعة وبذلك يكون الفيض

الكلي مساوياً لمجموع الفيضين ، أو يمكن إن يكون له اتجاه معاكس لاتجاه الفيض الذاتي في الوشعة ، وبذلك يكون الفيض الكلي مساوياً لتفاضل الفيضين .

لقد أثبتت التجارب أن النسبة بين الفيض المغناطيسي المتبادل الذي يتشابه مع وشعة ما وبين التيار الذي يمر في وشعة أخرى ويولد هذا الفيض المتبادل ، هي نسبة ثابتة دائماً . فإذا ازداد التيار المار في الوشعة الأولى ازداد أيضاً الفيض المتبادل الذي يتولد في الوشعة الأولى وتتشابه خطوطه مع الوشعة الثانية .

وإذا نقص التيار المار في الوشعة الأولى ، نقص أيضاً الفيض المتبادل الذي يتولد في الوشعة الأولى وتتشابه خطوطه مع الوشعة الثانية ، بحيث تبقى نسبتهما دائماً ثابتة .

وأثبتت التجارب أن هذه النسبة لا تتعلق بتغيرات الفيض المغناطيسي ولا بتغيرات التيار المولد لهذا الفيض بل تتعلق فقط بالمواصفات الهندسية للوشعة التي يتولد فيها الفيض وبالمواصفات الهندسية والمغناطيسية للدائرة التي تستقبل الفيض المتبادل . ويمكن أن نعبر عن هذه النتائج بشكل رياضي كما يلي :

$$\frac{\psi_{12}}{i_2} = K , \frac{\psi_{21}}{i_1} = K$$

أي أن النسبة بين الفيض المتبادل (ψ_{12}) الذي يتولد في الوشعة الأولى ، وتتشابه خطوطه مع لفات الوشعة الثانية وبين التيار (i_1) الذي يولد هذا الفيض هي نسبة ثابتة . وكذلك أن النسبة بين الفيض المتبادل (ψ_{21}) الذي يتولد في الوشعة الثانية ، وتتشابه خطوطه مع لفات الوشعة الأولى وبين التيار (i_2) الذي يولد هذا الفيض هي نسبة ثابتة .

ويرمز لهذه الكمية الثابتة (M) وتسمى هذه الثابتة عامل التحريض المغناطيسي المتبادل ، أو المحارضة المتبادلة .

وتستعمل لتمييز عامل التحريض المتبادل أرقام تمثل دليل هذه الثابتة بحيث يمكن أن نكتب :

$$\psi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\psi_{21} = M_{21} i_1$$

ويشير الرقم الأول في الدليل إلى الوشعة التي تستقبل الفيض المتبادل ويشير الرقم الثاني في الدليل إلى الوشعة التي تولد هذا الفيض المتبادل ويقاس عامل التحريض بوحدة تسمى الهنري $[H] = [M]$ وهي نفس واحدة القياس المستعملة لعامل التحريض الذاتي .

ويمكن البرهان انه عندما تكون الأوساط المتضمنة في الوشائع متجانسة وخطية ، أي عندما يكون $(\mu = c)$ فإن عوامل التحريض المتبادل بين الوشائع تكون متساوية، أي:

$$M_{12} = M_{21} = M$$

وبأخذ عامل التحريض المتبادل (M) قيمة موجبة أو قيمة سالبة أو يمكن أن يكون مساوياً للصفر .

فإذا كان الفيض المتبادل (ψ_{KL}) الذي يتشابه مع الوشعة له ذات اتجاه الفيض الذاتي للوشعة (ψ_{KK}) فإن عامل التحريض المتبادل يكون موجباً $(M > 0)$.

وإذا كان الفيض المتبادل (ψ_{KL}) الذي يتشابه مع الوشعة له عكس اتجاه الفيض الذاتي للوشعة (ψ_{KK}) فإن عامل التحريض المتبادل يكون سالباً $(M < 0)$.

وعندما يكون الفيض المتبادل معدوماً، ولا توجد خطوط فيض مغناطيسي تتولد في وشعة ما وتتشابه مع وشعة أخرى ، فإن عامل التحريض المتبادل يكون مساوياً للصفر $(M=0)$.

عندما تكون التيارات التي تمر في الوشائع الكهربائية متغيرة في الزمن فإن الفيوض المغناطيسية التي تتولد عنها ستكون متغيرة في الزمن أيضاً وسوف ينتج عن تغيرات هذه الفيوض قوى محرقة كهربائية تحريضية استناداً إلى قانون التحريض الكهرومغناطيسي .

وبذلك ستتولد في الوشعة الأولى قوة محرقة كهربائية كما يلي :

$$e_1 = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\psi_{11} \pm \psi_{12})$$

وإذا اعتبرنا علاقات تعريف عامل التحريض الذاتي وعامل التحريض المتبادل ،
يمكن أن نكتب :

$$e_1 = -\frac{d}{dt}(L_{11}i_1 \pm M_{12}i_2) =$$

$$e_1 = -L_{11} \frac{di_1}{dt} \mp M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

يمكن أن نلاحظ أن القوة المحركة الكهربائية التحريضية التي تتولد في هذه الحالة ،
تتألف من حدين ، يسمى الحد الأول القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية :

$$e_{I_1} = -L_{11} \frac{di_1}{dt}$$

ويسمى الحد الثاني ، القوة المحركة الكهربائية التحريضية المتبادلة :

$$e_{M_1} = \mp M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

وبذلك يمكن أن نكتب :

$$e_1 = e_{I_1} \mp e_{M_1}$$

وبشكل مماثل ستتولد في الوشعة الثانية قوة محرك كهربائية تحريضية كلية كما يلي:

$$e_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}(\psi_{22} \pm \psi_{21})$$

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف عامل التحريض المتبادل وعامل التحريض الذاتي ، ينتج :

$$e_2 = -\frac{d}{dt}(L_{22}i_2 \pm M_{21}i_1)$$

$$e_2 = -L_{22} \frac{di_2}{dt} \mp M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

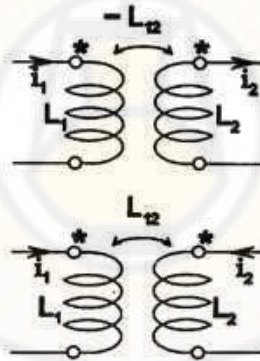
وكذلك ينتج :

$$e_2 = e_{I_2} \mp e_{M_2}$$

ويمكن أن نلاحظ أن القوة المحركة الكهربائية المتبادلة تدخل في العلاقات بإشارة
موجبة أو بإشارة سالبة ، وذلك حسب اتجاه الفيض المغناطيسي المتبادل نسبة لاتجاه
الفيض المغناطيسي الذاتي الذي يتولد في الوشعة المعتمدة .

وتستعمل في التطبيقات العملية طريقة بسيطة لتحديد اتجاه عمل القوة المحركة الكهربائية المتبادلة التي تتولد في الوشائع الكهربائية ولتحديد إشارة عامل التحريض المتبادل الموجب أو السالب وذلك بوضع إشارة خاصة على أحد أقطاب كل وشيعة كهربائية (*) أو (S) بحيث إذا وضعت الوشائع بقرب بعضها فتنشأ الفصوص المغناطيسية التي تنتج عنها ، فإن عامل التحريض المتبادل (M) يكون موجباً إذا دخل التيار إلى كل وشيعة أو إذا خرج التيار من كل وشيعة من القطب الذي يحمل الإشارة (*) ، كما هو مبين في الشكل (14-15) .

أما إذا كان التيار يدخل من قطب يحمل الإشارة في إحدى الوشائع فقط ، أو يخرج من قطب يحمل الإشارة في وشيعة واحدة فقط فإن عامل التحريض المتبادل تكون له إشارة سالبة .

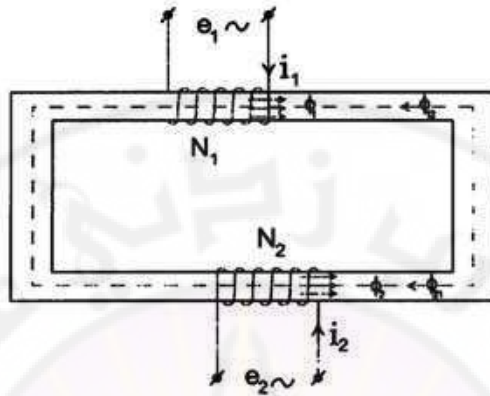


الشكل (14-15)

١٤-٧ عامل التحريض المتبادل كعنصر في دائرة كهربائية :

Mutual Induction in Electrical Circuit

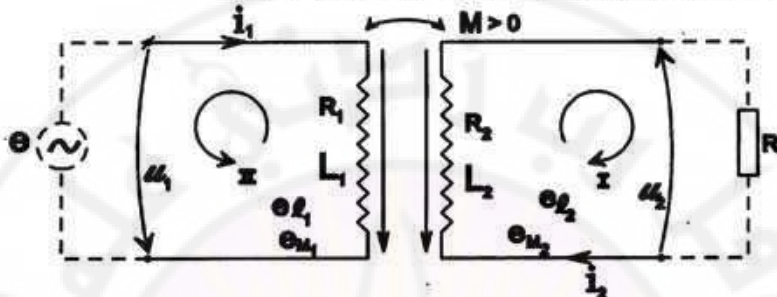
إذا اعتبرنا الدارة المغناطيسية المبينة في الشكل (14-16) والتي تمثل دائرة محولة كهربائية أحادية الطور .



الشكل (14-16)

ولدينا في هذه الدارة ، الوشعة الأولى وعدد لفاتها (N_1) والوشعة الثانية وعدد لفاتها (N_2). وعندما نطبق على الوشعة الأولى توتراً كهربائياً متغيراً في الزمن ($u=f(t)$) ، فإنه سيمر في هذه الوشعة تيار كهربائي (i_1) متغير في الزمن ويرافقه توليد فيض مغناطيسي (ψ_{11}) في الوشعة الأولى متغير في الزمن أيضاً . وسوف يتولد عن هذا الفيض المتغير في الزمن ، قوة محرّكة كهربائية تحريضية ذاتية (e_{11}) تعمل لإزالة السبب الذي ولدها . وبسبب الدارة المغناطيسية سوف يمر في الوشعة الثانية ، فيض مغناطيسي متبادل (ψ_{21}) ، يتولد في الوشعة الأولى وتلف خطوط الوشعة الثانية وينتج عن هذا الفيض المتبادل المتغير في الزمن قوة محرّكة كهربائية تحريضية متبادلة (e_{12}) ، تعمل هذه القوة المحركة لإزالة السبب الذي أدى إلى توليدها وعندما نربط مع الوشعة الثانية مقاومة كهربائية (R) فسوف يمر في الوشعة الثانية تيار كهربائي (i_2) متغير في الزمن ويرافق مرور هذا التيار توليد فيض مغناطيسي (ψ_{22}) متغير في الزمن ، وينتج عن تغير هذا الفيض توليد قوة محرّكة كهربائية ذاتية في الوشعة الثانية (e_{22}) تعمل أيضاً لإزالة السبب الذي ولدها . كما ونلاحظ أن الفيض المغناطيسي المتولد في الوشعة الثانية سوف يتشابه مع الوشعة الأولى (ψ_{12}) . وينتج عن تغير هذا الفيض المتشابه مع الوشعة الأولى توليد قوة محرّكة كهربائية

تَحْرِيصِيَّة مَتَبَادِلَة (e_{M1}) تَعْمَل لِإِزَالَة السَّبَب الَّذِي أَدَّى إِلَى تَوَلِيدِهَا . وَيَبِين الشَّكْل (14-17) ، الدَّارَة الكَهْرَبَائِيَّة المَكافِئَة لِلْمَحْوَلَة لِأَحَادِيَةِ الطُّور .



الشَّكْل (14-17)

وَإِذَا طَبَقْنَا قَانُون كِيرشُوف الثَّانِي عَلَى كُلِّ حَلْقَةٍ مِنْ حَلَقَات الدَّارَة الكَهْرَبَائِيَّة يَنْتُج لَدَيْنَا:

- فِي حَالَةِ حَلْقَةِ الْوَشِيْعَةِ الْأُولَى :

$$u_1 + e_{L1} + e_{M1} = R_1 i_1$$

$$i_1 = \frac{u_1 + e_{L1} + e_{M1}}{R_1}$$

حَيْث لَدَيْنَا :

u_1 : التَّوْتَر المَطْبَق عَلَى الْوَشِيْعَةِ الْأُولَى لِلْمَحْوَلَة .

e_{L1} : الْقُوَّة المَحْرَكَة الكَهْرَبَائِيَّة التَّحْرِيصِيَّة الذَّائِيَّة لِلْوَشِيْعَةِ الْأُولَى .

e_{M1} : الْقُوَّة المَحْرَكَة الكَهْرَبَائِيَّة التَّحْرِيصِيَّة المَتَبَادِلَة الَّتِي تَتَوَلَّد فِي الْوَشِيْعَةِ الْأُولَى تَحْتَ تَأْثِير تَغْيِيرَات التَّيَّار (i_2) الَّذِي يَمُرُّ فِي الْوَشِيْعَةِ الثَّانِيَّة .

- فِي حَلْقَةِ الْوَشِيْعَةِ الثَّانِيَّة :

$$e_{M2} = R_2 i_2 - e_{L2} + u_2$$

$$-u_2 = R_2 i_2 - e_{L2} - e_{M2}$$

حَيْث لَدَيْنَا :

u_2 : التَّوْتَر المَتَوَلَّد عَلَى أَقْطَاب الْوَشِيْعَةِ الثَّانِيَّة لِلْمَحْوَلَة .

e_{L_2} : القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية للشعبة الثانية .
 e_{M_1} : القوة المحركة الكهربائية التحريضية المتبادلة التي تتولد في الشعبة الثانية تحت تأثير تغيرات التيار (i_1) في الشعبة الأولى .
 وإذا اعتبرنا علاقات تعريف القوة المحركة الكهربائية التحريضية الذاتية والمتبادلة :

$$e_{L_1} = -L_{11} \frac{di_1}{dt} ; \quad e_{L_2} = -L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{M_1} = \mp M_{12} \frac{di_2}{dt} ; \quad e_{M_2} = \mp M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

فإذا افترضنا أن التيارات تدخل إلى وشائع المحولة من الأقطاب ذات الإشارة (*) بحيث ينتج عامل تحريض متبادل بين الوشيعتين موجب ($M > 0$) فإن معادلات المحولة الكهربائية الأحادية ستكون على الشكل التالي :

$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$-u_2 = R_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

أما إذا كانت إشارة عامل التحريض المتبادل سالبة ($M < 0$) فإن معادلات المحولة الكهربائية الأحادية تأخذ الشكل التالي :

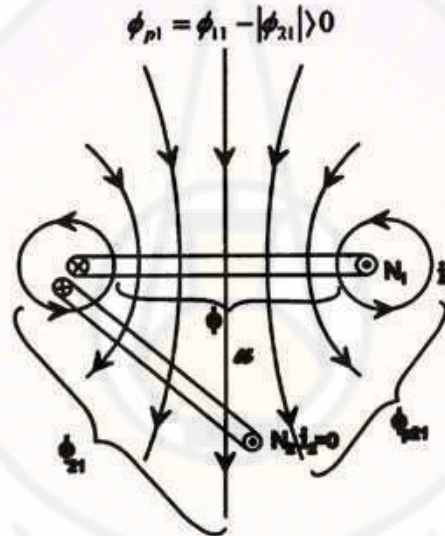
$$u_1 = R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$-u_2 = R_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

٨-١٤ عامل التحريض الكهرومغناطيسي التسريبي : Leakage Induction

إذا أخذنا دائرة مغناطيسية نشيطة ، تحتوي على وشيعة كهربائية عدد لفاتها (N) وتتضمن فجوة هوائية (σ) ، كما هو مبين في الشكل (14-18) .

ويمكن أن نعرف الفيض المفيد لوشية كهربائية ما ، بأنه الفيض الذي يتولد في هذه الوشية ، ويتم تباعده مع وشية ثانية كما هو مبين في الشكل (14-19) .
ويمكن أن نعرف الفيض التسريبي للوشية الأولى (N_1) نسبة للوشية الثانية (N_2) على أنه الفرق بين الفيض الذاتي الذي يتولد في الوشية الأولى (ϕ_{11}) والفيض المتبادل الذي يتولد في الوشية الأولى وتغلق خطوطه عبر الوشية الثانية (ψ_{21}) أي:



الشكل (14-19)

وإذا أخذنا بعين الاعتبار عدد لفات الوشية الأولى (N_1) ، فإننا يمكن أن نكتب :

$$\psi_{p1} = N_1 \phi_{p1}$$

ويمكن أن نعرف عامل التحريض التسريبي للوشية الأولى نسبياً للوشية الثانية ، على أنه النسبة بين الفيض التسريبي والتيار الكهربائي المار في الوشية الأولى .
أي :

$$L_{p1} = \frac{\psi_{p1}}{i_1} = N_1 \frac{\phi_{p1}}{i_1}$$

$$L_{p_1} = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1} - N_1 \frac{|\phi_{21}|}{i_1}$$

وإذا اعتبرنا علاقة تعريف عامل التحريض الذاتي وعامل التحريض المتبادل بين
الوشية الأولى والثانية ، فإنه يمكن أن نكتب :

$$L_{p_1} = L_{11} - \frac{N_1}{N_2} \frac{|N_2 \varepsilon_{21}|}{i_1}$$

$$L_{p_1} = L_{11} - \frac{N_1}{N_2} |L_{21}| > 0$$

وبشكل مماثل يمكن أن نعرف عامل التحريض التمريري للوشية الثانية نسبة للوشية
الأولى :

$$L_{p_2} = L_{22} - \frac{N_2}{N_1} |L_{12}| > 0$$

ونعرف عامل التحريض الذاتي للوشية الأولى كما يلي :

$$L_{11} = L_{p_1} + \frac{N_1}{N_2} |L_{21}|$$

$$L_{11} = L_{p_1} + L_{u_{21}}$$

حيث :

$(L_{u_{21}})$ يمثل عامل التحريض المتبادل المفيد للوشية الأولى نسبة للوشية الثانية
ويساوي :

$$L_{u_{21}} = \frac{N_1}{N_2} |L_{21}| > 0$$

ويمكن أن نعرف بشكل مماثل عامل التحريض المتبادل المفيد للوشية الثانية نسبة
للوشية الأولى كما يلي :

$$L_{u_{12}} = \frac{N_1}{N_2} |L_{12}| > 0$$

ويستعمل لتعريف الفيض التمريري ، في التطبيقات العملية ، عامل يسمى عامل الربط
المغناطيسي بين وشيتين ، والذي يعطى بالعلاقة :

$$K = \frac{\sqrt{L_{21}L_{12}}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$$

وتجدر الإشارة أنه في حالة الوشائع الكهربائية التي لا يوجد بينها ربط مغناطيسي ، يكون عامل الربط المغناطيسي لها مساوياً للصفر . وذلك لأن عامل التحريض المتبادل يساوي الصفر ويكون لدينا :

$$L_{12} = 0, L_{21} = 0 \Rightarrow K = 0$$

وأنه في حالة الوشائع التي تترايط معها بشكل كامل لا يكون بينها أي فيض تسري ، يكون عامل الربط المغناطيسي لها $K=1$.

$$L_{11} = L_{21}, L_{22} = L_{12}, L_{12}^2 = L_{11}L_{22} \Rightarrow K = 1$$

وتتراوح قيمة عامل الربط المغناطيسي للوشائع ما بين :

$$0 \leq K \leq 1$$

كما ويعرف عامل آخر يسمى عامل التسريب ويعطى بالعلاقة :

$$\sigma = 1 - K^2$$

$$\sigma = \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{L_{11} \cdot L_{22}}$$

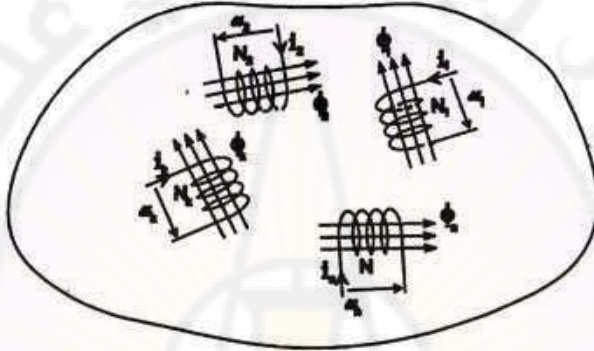
ويمكن أن نستنتج بسهولة مايلي :

- ١- عندما تكون قيمة عامل الربط المغناطيسي مساوية للصفر ($K=0$) فإن قيمة عامل التسريب تكون أعظمية ($\sigma=1$) وتكون الدارات المغناطيسية بدون أي ربط مغناطيسي .
- ٢- عندما تكون قيمة عامل الربط المغناطيسي أعظمية وتساوي ($K=1$) فإن قيمة عامل التسريب تكون مساوية للصفر ($\sigma=0$) وتكون الدارات المغناطيسية مربوطة مع بعضها ربطاً مغناطيسياً كاملاً .

٩-١٤ نظريات ماكسويل لعوامل التحريض الذاتي والمتبادل

Maxwell's Relation for Self and Mutual Induction

إذا افترضنا أنه لدينا نظام كهربي مؤلف من (n) وشيعة كهربائية يجري في كل منها تيار كهربائي (i_k) ويرافق مرور كل تيار توليد فيض مغناطيسي (ϕ_k) ، كما هو مبين في الشكل (14-20) .



الشكل (14-20)

وإذا اعتبرنا علاقات تعريف عامل التحريض الذاتي وعامل التحريض المتبادل ، فإن الفيض المغناطيسي الكلي الذي يمر في الوشيعة الأولى (i) والذي ينتج عن مرور التيارات (i_k) في مختلف الوشائع يعطى بالعلاقة :

$$\psi_1 = \psi_1 \pm \psi_{12} \pm \psi_{13} \pm \dots \pm \psi_{1m}$$

وكذلك نكتب :

$$\psi_1 = L_{11}i_1 \pm L_{12}i_2 \pm L_{13}i_3 \pm \dots \pm L_{1m}i_m$$

وإذا عممنا هذه العلاقة على جميع وشائع النظام ، فإننا نحصل على نظام المعادلات التالية :

$$\psi_1 = L_{11}i_1 \pm L_{12}i_2 \pm L_{13}i_3 \pm \dots \pm L_{1m}i_m$$

$$\psi_2 = \pm L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \pm L_{23}i_3 \pm \dots \pm L_{2m}i_m$$

$$\psi_2 = \pm L_{31}i_1 \pm L_{32}i_2 + L_{33}i_3 \pm \dots + L_{3m}i_m$$

$$\psi_m = \pm L_{m1}i_1 \pm L_{m2}i_2 \pm L_{m3}i_3 \pm \dots \pm L_{mm}i_m$$

أو نكتب بشكل مختزل :

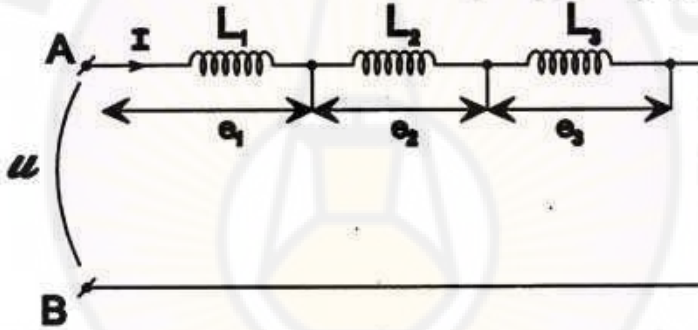
$$\psi_j = \pm L_{jj} i_j \pm \sum_{\substack{JK=1, m \\ K=1}}^m L_{jK} i_K$$

وتسمى هذه العلاقات ، علاقات ماكسويل لعوامل التحريض الذاتي وعوامل التحريض المتبادل .

Coils in Series

١٤-١٠ ربط الوشائع الكهربائية على التسلسل :

إذا افترضنا أنه لدينا عدد من الوشائع الكهربائية ، موصولة مع بعضها على التسلسل كما هو مبين في الشكل (14-21)



الشكل (14-21)

وإذا افترضنا أن الفيض المغناطيسي التسريبي في الدارة مهملاً ($\phi_0 = 0$) وأن الوشائع موضوعة على مسافة بعيدة من بعضها ، بحيث يكون الفيض المتبادل بين مختلف الوشائع معدوماً أيضاً ، فإن شرط الربط التسلسلي للوشائع يعطى :

$$i = i_1 = i_2 = i_3 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \frac{di_3}{dt}$$

وأن نظرية التوتر الكهربائي المطبقة على الدارة تعطي :

$$u_{ab} = u_{L1} + u_{L2} + u_{L3}$$

وإذا كتبنا معادلة تشغيل كل وشيعة من الوشائع :

$$u_{L1} = L_1 \frac{di_1}{dt}, u_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt}, u_{L3} = L_3 \frac{di_3}{dt}$$

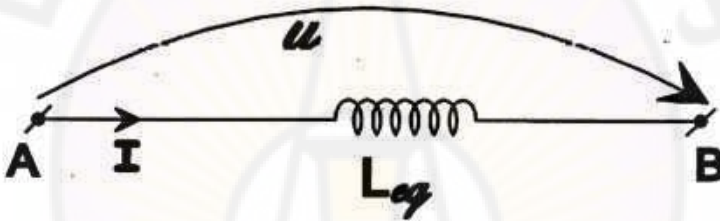
وبالاستبدال في معادلة التوتر الكهربائي ، ينتج :

$$u_{ab} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_3 \frac{di_3}{dt}$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط التسلسلي ، يمكن أن نكتب :

$$u_{ab} = \frac{di}{dt} (L_1 + L_2 + L_3)$$

ويمكن أن نوجد لهذه الدارة المؤلفة من ثلاث وشائع مربوطة على التسلسل ، دارة مكافئة مؤلفة من وشيعة واحدة ، بحيث إذا طبقنا على كلتا الدارتين توتراً متساوياً ، مر في الوشيعتين تيارات متساوية كما هو مبين في الشكل (14-22)



الشكل (14-22)

ويمكن أن نكتب معادلة تشغيل هذه الدارة المكافئة كما يلي :

$$u_{ab} = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

وبما أن الدارتين متكافئتان فإن معادلات تشغيلها تنتج متطابقة ويمكن أن نكتب :

$$u_{ab} = L_{eq} \frac{di}{dt} = \frac{di}{dt} (L_1 + L_2 + L_3)$$

حيث ينتج :

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$

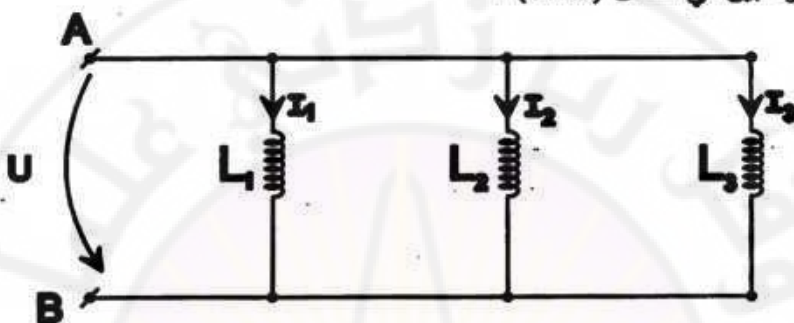
أو بشكل عام

$$L_{eq} = \sum_{K=1}^n L_K$$

Coils in Parallel

١١-١٤ ربط الوشائع الكهربائية على التفرع :

إذا افترضنا أنه لدينا عدد من الوشائع الكهربائية موصولة مع بعضها على التفرع ، كما هو مبين في الشكل (14-23) .



الشكل (14-23)

وإذا افترضنا أن الفيض المغناطيسي التعمري في الدارة مهمل ($\phi_0 = 0$) وأن الوشائع موضوعة على مسافة بعيدة بين بعضها ، بحيث يكون الفيض المتبادل بين مختلف الوشائع معدوماً أيضاً ، فإن شرط الربط التفرعي للوشائع يعطى :

$$u_{ab} = u_{L_1} = u_{L_2} = u_{L_3}$$

ويعطى قانون كيرشوف الأول للمطبق في هذه الدارة مايلي :

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

وإذا كتبنا معادلة تشغيل كل وشيعة من الوشائع :

$$u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{u_{L_1}}{L_1}$$

$$u_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt} \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = \frac{u_{L_2}}{L_2}$$

$$u_{L_3} = L_3 \frac{di_3}{dt} \Rightarrow \frac{di_3}{dt} = \frac{u_{L_3}}{L_3}$$

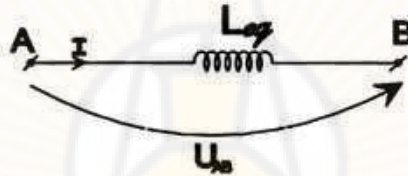
وبالاستبدال في قانون كيرشوف الأول ينتج لدينا :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_{L_1}}{L_1} + \frac{u_{L_2}}{L_2} + \frac{u_{L_3}}{L_3}$$

وإذا اعتبرنا شرط الربط التفرعي ينتج :

$$\frac{di}{dt} = u_{ab} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right)$$

ويمكن أن نوجد لهذه الدارة المولفة من ثلاث وشائع مربوطة على التفرع ، دارة مكافئة مولفة من وشيعة واحدة ، بحيث إذا طبقنا على كلتا الدارتين توتراً متساوياً ، مر في الوشيعتين تيارات متساوية ، كما هو مبين في الشكل (14-24) .



الشكل (14-24)

ويمكن أن نكتب معادلة تشغيل هذه الدارة المكافئة كما يلي :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_{ab}}{L_{eq}}$$

وبما أن الدارتين متكافئتان فإن معادلات تشغيلها تنتج متطابقة ويمكن أن نكتب :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u_{ab}}{L_{eq}} = u_{ab} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1} \right)$$

حيث ينتج :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_1}$$

أو بشكل عام :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{K=1}^n \frac{1}{L_K}$$

الفصل الخامس عشر
القدرة والقوى في الكهرطيسية
Energy and Forces in Electromagnetism

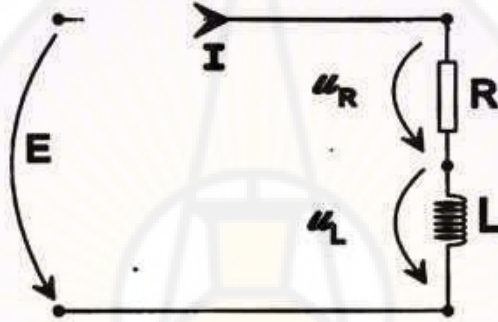
١٥- القدرة والقوى في الكهرومغناطيسية

Energy and Forces in Electromagnetism

١-١٥ القدرة المقطاطيسية المخزنة في وشيعة كهربائية :

Magnetic Energy in a Coil

إذا كان لدينا وشيعة كهربائية مقاومتها (R) ، وعامل تحريضها الذاتي (L) و إذا ربطنا هذه الوشيعة إلى مصدر للقوة المحركة الكهربائية (e) كما هو مبين في الشكل (15-1).



الشكل (15-1)

وإذا كان التيار الذي يمر في الوشيعة يأخذ القيمة صفر ($i=0$) في اللحظة الزمنية ($t=0$) فإن قيمة الفيض المغناطيسي في هذه اللحظة تساوي الصفر أيضاً ($\psi=0$). وإذا كتبنا معادلة تشغيل هذه الدارة في التيار المتغير في الزمن :

$$e = u_R + u_L$$

$$e = Ri + \frac{d\psi}{dt}$$

حيث لدينا :

u_R : التوتر الأومي الذي يظهر على مقاومة الوشيعة .

u_L : التوتر التحريضي الذاتي الذي يتولد في الوشيعة الكهربائية .

وإذا ضربنا المعادلة الأخيرة بالحد ($i dt$) ينتج مايلي :

$$e i dt = Ri^2 dt + i d\psi$$

ويمثل الحد الأيسر من المعادلة القدرة الكهربائية الكلية التي يعطيها مصدر القوة المحركة الكهربائية (e) لعناصر الدارة خلال فترة زمنية تساوي (dt) .
ويمثل الحد $Ri^2 dt$ القدرة الكهربائية التي تتحول إلى حرارة تنتشر في المقاومة (R) خلال نفس الفترة الزمنية (dt) ويرمز لهذه القدرة (We) .
ويمثل الحد $(id\psi)$ القدرة المختزنة في الحقل المغناطيسي المتولد ضمن الوشعة الكهربائية ويرمز لهذه القدرة (W_m) .
ويمكن أن نكتب بذلك :

$$dW_{em} = dW_e + dW_m$$

ويمكن تحديد قيمة القدرة المغناطيسية المختزنة في الوشعة الكهربائية باستخدام العلاقة:

$$dW_m = id\psi$$

وإذا تغير التيار الكهربائي من القيمة $(i=0)$ إلى قيمة ما $(i \neq 0)$ ، فإن القدرة المغناطيسية سوف تتغير من القيمة (W_{m_1}) إلى القيمة (W_{m_2}) ويمكن أن نكامل العلاقة أعلاه كما يلي :

$$\int_1^2 dW_m = \int_1^2 id\psi$$

$$W_{m_2} - W_{m_1} = \int_0^\psi id\psi$$

وبما أن الطاقة المغناطيسية في الحالة الأولى (W_{m_1}) التي يكون فيها التيار في الوشعة $(i=0)$ ، تكون معدومة $(W_{m_1} = 0)$ فإنه ينتج :

$$W_m = \int_0^\psi id\psi$$

وإذا اعتبرنا أن :

$$\psi = L.i \Rightarrow d\psi = L di$$

فإنه يمكن أن نكتب :

$$W_m = \int_0^i L i d\psi$$

أو نكتب :

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2$$

وكذلك :

$$W_m = \frac{1}{2} i \psi = \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{L}$$

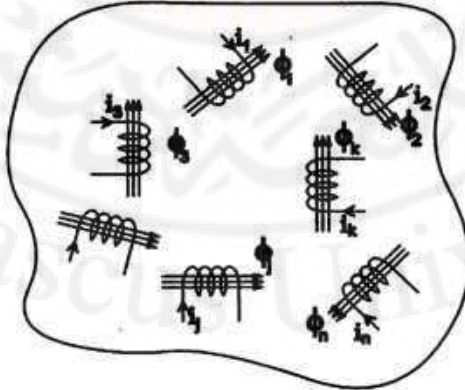
وتقاس القدرة المغناطيسية بالواحدة [V.A.S] أو [WS] أو [KWh] وتستنتج واحدة القياس كما يلي :

$$[W_m] = [i][\psi] = [V.A.S]$$

١٥-٢ القدرة المغناطيسية المختزنة في نظام مؤلف من عدة وشائع :

Magnetic Energy in Several Coils System

لنفترض أنه لدينا نظام كهربائي ، يتألف من عدد من الوشائع الكهربائية (n) ، وأن هذه الوشائع تكون ثابتة لا تتحرك أي ($v=0$) وأن الوسط الموجود ضمن الوشائع هو وسط متجانس وخطي أي ($\mu = \epsilon t$) كما هو مبين في الشكل (15-2) .



الشكل (15-2)

وإذا كانت التيارات التي تجري في الوشائع متغيرة في الزمن، وإذا كانت $(\mu = ct)$ فإن عوامل التحريض الذاتي والمتبادل للوشائع ستكون أيضاً ثابتة أي سيكون لدينا $(L_{KK} = ct, M_{KJ} = ct)$.

يمكن أن نطبق علاقة القدرة المختزنة في وشيعة كهربائية على كل وشيعة من وشائع النظام ، وأن نجمع هذه القدرة لنحصل على القدرة الكلية للنظام .

$$W_{m_1} = \frac{1}{2} \psi_1 i_1$$

$$W_{m_2} = \frac{1}{2} \psi_2 i_2$$

.....

$$W_{m_n} = \frac{1}{2} \psi_n i_n$$

وبجمع العلاقات ينتج :

$$W_{m_i} = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^n \psi_K i_K$$

ولكي نصل إلى الصيغة العامة لهذه القدرة فإننا نفترض في بداية الأمر أن عدد الوشائع يساوي $(n=2)$ وبذلك فإن الطاقة المغناطيسية المختزنة في هذا النظام ستعطى كما يلي :

$$W_{m_n} = \frac{1}{2} \psi_1 i_1 + \frac{1}{2} \psi_2 i_2$$

وإذا اعتبرنا علاقات الفيض المغناطيسي الكلي الذي يتولد في كل وشيعة بدلالة عامل التحريض الذاتي والتحريض المتبادل ، يمكن أن نكتب :

$$\psi_1 = L_{11} i_1 + M_{12} i_2$$

$$\psi_2 = L_{22} i_2 + M_{21} i_1$$

ويمكن أن نكتب علاقة القدرة المغناطيسية الكلية المختزنة في النظام المؤلف من الوشيعتين كما يلي :

$$W_{mi} = \frac{1}{2}(L_{11}i_1 + M_{12}i_2)i_1 + \frac{1}{2}(L_{22}i_2 + M_{21}i_1)i_2$$

$$W_{mi} = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + \frac{1}{2}M_{12}i_1i_2 + \frac{1}{2}M_{21}i_1i_2$$

وإذا كانت عوامل التحريض المتبادل متساوية ، ينتج :

$$M_{12} = M_{21} = M$$

وبذلك يمكن أن نكتب :

$$W_{mi} = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 + \frac{1}{2}M_{12}i_1i_2 + \frac{1}{2}M_{21}i_1i_2$$

وإذا عممنا هذه العلاقة لأجل (n) وشيعة يمكن أن نكتب :

$$W_{mi} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_{kk} i_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1 \\ k \neq j}}^n M_{jk} i_k i_j$$

٣-١٥ نظرية الكثافة الحجمية للقدرة المغناطيسية :

Volume Density of Magnetic Energy

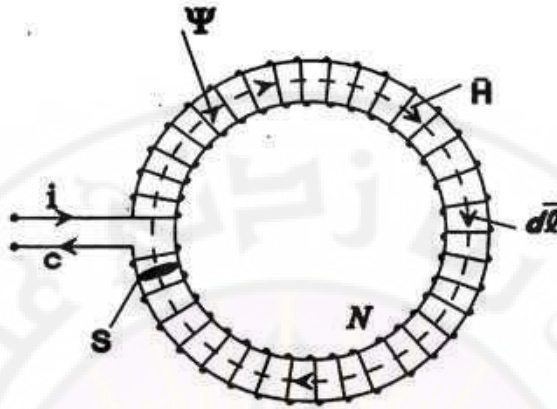
تعرف الكثافة الحجمية للقدرة المغناطيسية بأنها النسبة بين القدرة المغناطيسية لوشيعة ما والحجم الذي تحتله هذه الوشيعة أي :

$$W_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta V}$$

أو بشكل رياضي أدق يمكن أن نكتب :

$$W_m = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta W_m}{\Delta V} = \frac{dW_m}{dV}$$

ولتحديد هذه العلاقة فإننا نأخذ وشيعة كهربائية يتولد الحقل المغناطيسي داخلها فقط ، ويكون معدوماً خارجها ، وتسمى هذه الوشيعة الحلقية الدائرية (TOROID) كما هو مبين في الشكل (15-3).



الشكل (15-3)

عندما يمر تيار كهربائي ($i(t)$) متغير في الزمن ضمن الوشعة ، فإنه سوف يتولد عن هذا التيار حقل مغناطيسي متغير في الزمن يساوي :

$$H(t) = \frac{Ni}{\ell}$$

$$H(t) \cdot \ell = Ni$$

وينتج عن هذا الحقل ، فيض مغناطيسي يخترق جميع لفات الوشعة يساوي :

$$\psi = N\phi = N.B.S$$

ونلك وفق قانون الفيض المغناطيسي

$$\phi = N.B.S$$

وبالتالي يمكن أن نكتب :

$$\psi = N.B.S$$

وإذا استبدلنا في علاقة القدرة المغناطيسية ينتج :

$$W_m = \frac{1}{2} i \psi$$

$$W_m = \frac{1}{2} i N S B = \frac{1}{2} H \cdot \ell \cdot S \cdot B$$

وحيث ($V = \ell \cdot S$) يساوي حجم الوشعة الدائرية الحلقية وبالتالي ينتج

$$W_m = \frac{1}{2} V.B.H$$

وتنتج قيمة الكثافة الحجمية للقوة المغناطيسية :

$$W_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\frac{1}{2} \overline{H.B.V}}{V}$$

$$W_m = \frac{1}{2} \overline{H.B}$$

وبتقاس الكثافة الحجمية بوحدة تساوي :

$$[W_m] = \left[\frac{V.A.S}{m^3} \right] = \left[\frac{W.S}{m^3} \right]$$

أي واط ثانية على المتر المكعب .

Magnetic Forces

١٥-٤ القوى المؤثرة الكهرومغناطيسية :

تعتبر القوى الكهرومغناطيسية وأثرها الميكانيكي ، من أهم الظواهر الكهرومغناطيسية وذلك بالإضافة إلى ظاهرة التحريض الكهرومغناطيسي ، وتمثل هذه القوى الأثر الميكانيكي المتبادل بين الحقل المغناطيسي وبين الحقل الكهربائي .

وقد اكتشف هذا الأثر في بداية القرن التاسع عشر وذلك اعتماداً على التجارب التي أجراها العالم أورستيد والعالم أمبير .

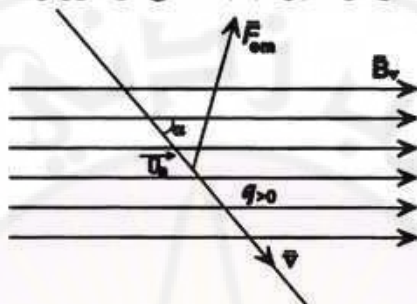
ويمكن أن تنشأ هذه على أي جسم كهربائي (q) يتحرك ضمن حقل مغناطيسي ($\vec{B}$) أو تنشأ على أي ناقل كهربائي يمر فيه تيار (i) ويقع ضمن حقل مغناطيسي أو يمكن أن تنشأ بين ناقلين كهربائيين يجتازهما تياران كهربائيان (i_1, i_2) .

Lorentz Magnetic Force

١٥-٤-١ قوة لورنتز الكهرومغناطيسية :

لقد أثبت العالم لورنتز أن الحقل المغناطيسي ، يؤثر على أي جسم كهربائي مشحون بشحنة (dq) يتحرك ضمن هذا الحقل بسرعة ($\vec{v}$) وفقاً لمحور الحركة ($X - X'$)

والذي يصنع مع خطوط الحقل زاوية تساوي $(\alpha = ct)$ كما هو مبين في الشكل (15-4) وينتج عن هذا الأثر قوة كهروطيسية تسمى قوة لورنتز .



الشكل (15-4)

لقد أثبتت التجارب أن القوة الكهروطيسية التي تتولد تتناسب مع شدة التحريض المغناطيسي (B_v) وذلك لأجل شحنة ثابتة $(dq=ct)$ ولأجل سرعة ثابتة للجسم $(v = ct)$ ولأجل اتجاه ثابت لحركة الجسم على محور الحركة $(\alpha = ct)$ ، أي يمكن أن نكتب :

$$F_{em} \sim B_v$$

كما أن القوة الكهروطيسية التي تتولد على الجسم المشحون تتناسب مع شحنة الجسم (dq) وذلك عندما يكون $(B_v = ct)$ و $(v = ct)$ و $(\alpha = ct)$ أي يمكن أن نكتب في هذه الحالة :

$$F_{em} \sim dq$$

كذلك نجد بالتجريب أن القوة الكهروطيسية التي تتولد على الجسم المشحون تتناسب مع سرعة الجسم (v) ضمن الحقل المغناطيسي ، وذلك عندما تكون $(B_v = ct)$ و $(dq = ct)$ و $(\alpha = ct)$ وبذلك نكتب

$$F_{em} \sim v$$

وأخيراً نجد بالتجربة أيضاً أن القوة الكهروطيسية التي تتولد على الجسم المشحون تتناسب مع اتجاه محور الحركة ضمن الحقل ، أي تتناسب مع الزاوية (α) . حيث نجد أن هناك اتجاهاً لحركة الجسم ضمن الحقل ، تنتج القوة فيه مساوية للصفر وذلك

مهما كانت شدة الحقل ، وشحنة الجسم وسرعته ، وأن هذا الاتجاه يوازي لخطوط الحقل $(\vec{B}_v)$. ونجد كذلك أن هناك اتجاه آخر لحركة الجسم ضمن الحقل ، وإذا تحركت وفقاً له الشحنة الكهربائية (dq) فإن القوة الكهرومغناطيسية تنتج أعظمية وأن هذا الاتجاه يتعامد مع خطوط الحقل ، أي يمكن أن نكتب :

$$F_{em} \sim \sin \alpha$$

وبذلك يمكن أن نكتب صيغة القانون كما يلي :

$$dF_{em} = K.dq.v.B_v.\sin \alpha$$

حيث K هي ثابتة التناسب وتساوي في النظام الدولي $[M.K.S.A]$ للواحد . ويمكن أن نكتب :

$$d\vec{F}_{em} = dq.\vec{v}.\vec{B}_v$$

وتمثل هذه العلاقة قانون قوة لورنز الكهرومغناطيسية التي يؤثر بها حقل مغناطيسي $(\vec{B}_v)$ على جسم مشحون (dq) يتحرك ضمن هذا الحقل بسرعة تساوي $(\vec{v})$.

Laplace Force

١٥-٤-٢ قوة لابلاس الكهرومغناطيسية:

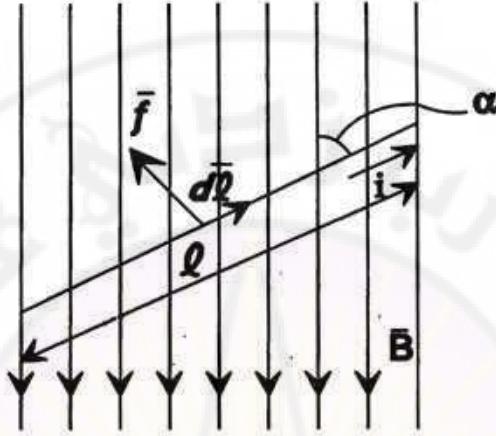
لقد أثبت العالم لابلاس أن الحقل المغناطيسي يؤثر على أي ناقل كهربائي يوجد ضمن هذا الحقل ، يمر فيه تيار كهربائي شدته تساوي (i) بقوة كهرومغناطيسية تسمى قوة لابلاس كما هو مبين في الشكل (5-15)

لقد أثبتت التجارب أن القوة الكهرومغناطيسية (F_{em}) التي تتولد وتؤثر على الناقل ، تتناسب مع شدة التحريض المغناطيسي $(\vec{B}_v)$ وذلك عندما يكون $(i = ct)$ و $(\ell = ct)$ و $(\alpha = ct)$ بحيث يمكن أن نكتب :

$$F_{em} \sim B_v$$

كما أن القوة الكهرومغناطيسية التي تتولد على الناقل الكهربائي الذي يمر فيه تيار (i) ويقع الناقل ضمن الحقل $(\vec{B}_v)$ ، ويبلغ طوله ضمن الحقل (ℓ) ، تتناسب مع شدة التيار (i) وذلك عندما يكون $(B_v = ct)$ و $(\ell = ct)$ و $(\alpha = ct)$ بحيث نكتب :

$$F_{em} \sim i$$



الشكل (15-5)

ونجد بالتجريب أيضاً أن القوة الكهرطيسية التي تتولد على الناقل الكهربائي تتناسب مع طول الناقل ضمن الحقل (ℓ) وذلك لأجل ($B_v = ct$) و ($\ell = ct$) و ($\alpha = ct$) ، بحيث يمكن أن نكتب :

$$F_{em} \sim \ell$$

ونجد أخيراً وبالتجريب أن القوة الكهرطيسية التي تؤثر على الناقل الكهربائي الواقع ضمن الحقل ، تتناسب مع الزاوية (α) ، حيث نجد أن هناك اتجاهًا للناقل الكهربائي ضمن الحقل ، تنتج القوة فيه مساوية للصفر وذلك مهما بلغت شدة الحقل ، وشدة التيار وطول الناقل ضمن الحقل المغناطيسي وأن هذا الاتجاه هو الاتجاه الذي يوازي فيه الناقل خطوط الحقل المغناطيسي أي عندما تكون ($\alpha = 0^\circ$) . ونجد كذلك أن هناك اتجاهًا آخر للناقل ضمن الحقل تنتج القوة فيه أعظمية وأن هذا الاتجاه يعتمد مع خطوط الحقل ، أي عندما تكون ($\alpha = 90^\circ$) ، أي يمكن أن نكتب :

$$F_{em} \sim \sin \alpha$$

وبذلك يمكن أن نكتب صيغة القانون كما يلي :

$$dF_{em} = K i . dl . B_v . \sin \alpha$$

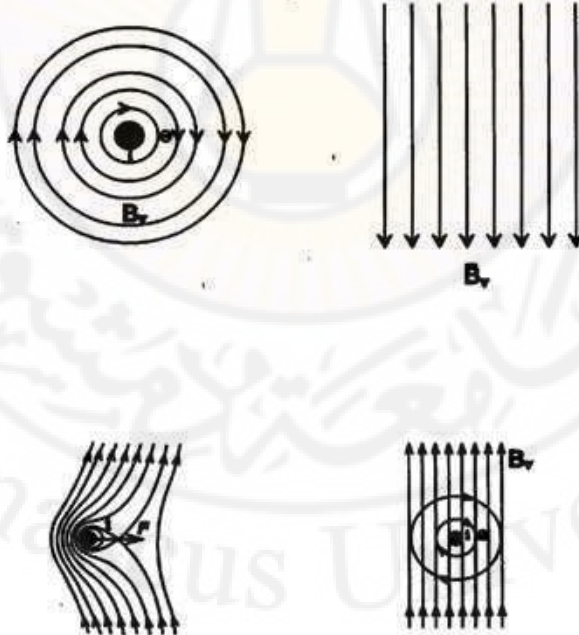
حيث K هي ثابتة التناسب وتساوي في النظام الدولي $[M.K.S.A]$ للواحد .

بحيث ينتج :

$$dF_{em} = id\vec{\ell} \times \vec{B}_v$$

ونمثل هذه العلاقة قانون قوة لابلاس الكهرومغناطيسية التي يؤثر بها حقل مغناطيسي $(\vec{B}_v)$ على ناقل يقع ضمن الحقل يساوي طوله (ℓ) ويمر فيه تيار كهربائي شدته (i) .
تنتج القوة الكهرومغناطيسية $(\vec{F}_{em})$ بحيث تكون عمودية على المستوى المشكل من الكميتين الشعاعيتين $(d\vec{\ell}$ و $\vec{B}_v$) .

ويتم تحليل الأثر الميكانيكي للحقل المغناطيسي على ناقل واقع ضمن الحقل ويمر فيه تيار (i) ، بأن خطوط الحقل سوف تنشأ بسبب وجود الناقل ضمن الحقل وبسبب توليد حقل مغناطيسي عند مرور تيار (i) في هذا الناقل . ويحاول الحقل أن يخرج الناقل من مجال عمل الحقل كما هو مبين في الشكل (6-15) .

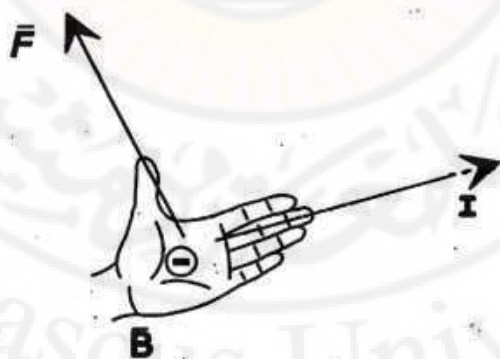


الشكل (6-15)

ويبين الشكل (15-6-a) خطوط الحقل المغناطيسي المنتظم الخارجي المؤثر قبل إدخال الناقل الكهربائي ضمن هذا الحقل ويبين الشكل (15-6-b) شكل خطوط الحقل المغناطيسي الذي يتولد عن الناقل المستقيم الذي يمر فيه التيار (i) . ويمثل الشكل (15-6-c) تراكم خطوط الحقل الخارجي المؤثر وخطوط الحقل المغناطيسي المتولد عن الناقل الكهربائي المستقيم . وأخيراً يمثل الشكل (15-6-d) خطوط الحقل المغناطيسي المحصلة والناجمة عن وضع الناقل الكهربائي داخل الحقل الخارجي .

وتستعمل في التطبيقات العملية ، طريقتان لتحديد اتجاه القوة الكهرومغناطيسية التي تتولد على جسم مشحون يتحرك ضمن الحقل المغناطيسي أو تتولد على الناقل الكهربائي الموجود ضمن الحقل وهما طريقة اليد اليسرى للعالم (FLEMING) وطريقة اليد اليمنى للعالم (Metkevej) .

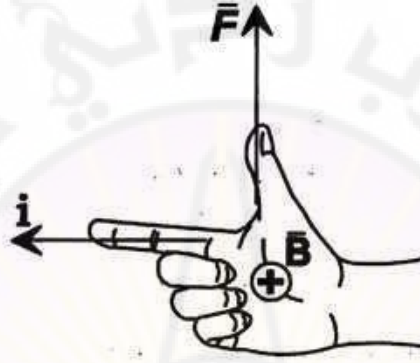
وتنص قاعدة اليد اليسرى (قاعدة فليمنغ) على أنه لو بسطنا راحة الكف بحيث تخترق خطوط الحقل $(\vec{B})$ راحة الكف وإذا جعلنا الأصابع باتجاه التيار المار في الناقل ، فنتنتج القوة الكهرومغناطيسية المؤثرة باتجاه الإبهام ، كما هو مبين في الشكل (15-7).



الشكل (15-7)

بينما تنص قاعدة اليد اليمنى (قاعدة ميكنيفيج) ، على أنه شكلنا بأصابع اليد اليمنى، الإبهام والسبابة والإصبع الأوسط ، ثلاثة محاور متعامدة وإذا جعلنا اتجاه الإصبع

الأوسط باتجاه التحريض المغناطيسي ، ووضعنا السبابة باتجاه التيار المار في الناقل ، فنتج القوة الكهرطيسية المؤثرة باتجاه الإبهام كما هو مبين في الشكل (15-8) .

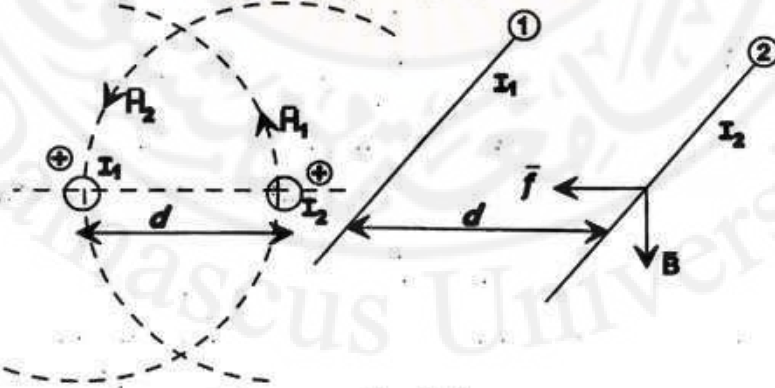


الشكل (15-8)

١٥-٤-٣ القوى الكهرطيسية التي تؤثر على النواقل المتوازية :

Ampere Magnetic Forces

إذا افترضنا أنه لدينا ناقلان كهربائيان متوازيان ، طول كل منهما (l) والمسافة بين مركزيهما (d) ويمر فيهما تياران (i_2, i_1) كما هو مبين في الشكل (15-9) .



الشكل (15-9)

سوف يولد التيار (i_1) حول الناقل الأول حقلاً مغناطيسياً متناظراً تكون خطوطه دائرية وينطبق مركزها على محور هذا الناقل ، ويساوي التحريض المغناطيسي المتولد عن هذا التيار على بعد (d) من الناقل :

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$

وسيكون هذا الحقل عمودياً على الناقل الثاني الذي يمر فيه التيار (i_2) ويولد هذا الحقل الناتج عن التيار (i_1) قوة كهروطيسية تؤثر على الناقل الثاني تساوي :

$$F_{em1} = B_1 \ell i_2$$

$$F_{em1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \cdot \ell$$

وكذلك سوف يولد التيار (i_2) حول الناقل الثاني حقلاً مغناطيسياً متناظراً تكون خطوطه دائرية وينطبق مركزها على محور الناقل ويساوي التحريض المغناطيسي المتولد عن هذا التيار على بعد (d) من الناقل :

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

وسيكون هذا الحقل عمودياً على الناقل الأول الذي يمر فيه التيار (i_1) ويولد الحقل الناتج عن التيار (i_2) قوة كهروطيسية تؤثر على الناقل الثاني تساوي :

$$F_{em2} = B_2 \ell i_1$$

$$F_{em2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \cdot \ell$$

ويمكن أن نلاحظ أن القوتين الكهروطيسيتين ، تكونان متساويتين بالقيمة المطلقة لكنهما متعاكستان بالاتجاه ، ولدينا :

$$F_{12} = F_{21}$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} = 0$$

وتكون القوة الكهروطيسية المتولدة بين النواقل المتوازنة ، قوة تجاذب عندما يكون اتجاه التيارات في النواقل واحداً ، أما إذا كان اتجاه التيارات في النواقل متعاكساً فإن القوة الكهروطيسية تكون قوة تنافر .

المراجع:

- ١ - بيسينوف ، ل. " الأسس النظرية للهندسة الكهربائية " . الجزء ١ و ٢ و ٣ .
وزارة التعليم العالي ، مطبوعات جامعة حلب ، ١٩٨١ .
- ٢ - سميح الجابي ، محمد علي عثمان . " أسس الهندسة الكهربائية " ، الجزء
الأول و الجزء الثاني . وزارة التعليم العالي ، مطبوعات جامعة دمشق ، ١٩٨٢ .

References

- 1 - Cahen, Fr., "Electrotechnique, Circuits et Reseaux en Regime Permanent ". Editure Gauthier Villars, Paris, 1962.
- 2 - Smythe, W., " Static and Dynamic Electricity ". McGraw - Hill . New York, 1950.
- 3 - Timotin, A., Hortopan, V., Ifrim, A. " Basics of Electrical Engineering ". Editura Tehnica, Bucharest, 1973.
- 4 - Antoniu, I. " Special problems on Basics of Electrical Engineering ". Editura Tehnica, Bucharest, 1973.
- 5 - Sagau, A., " Theorie Generale des Reseaux en Regime lineaire", Editure Dunod, Paris, 1966.
- 6 - Feynman, R., " Modern Physics ". McGraw - Hill, New York, 1987.

جدول المصطلحات الأجنبية

Absolute	مطلق
Acceleration	تسارع
Accumulator	مدخرة
Active	نشط
Amplitude	مطال
Arrangement	ترتيب أو تنظيم
Atomic	ذري
Atomic structure	بنية ذرية
Attraction	تجاذب
Basic	أساسي
Basic electricity	أسس الكهرباء
Capacity	سعة
Capacitor	مكثف
Charge	شحنة
Charges conservation	مصونية الشحنات
Circuit	دائرة
Co energy	الطاقة المواقبة
Coherent field	الحقل الماحي
Conductance	الناقلية كعنصر في دائرة
Conduction	ناقلية
Conductivity	ناقلية نوعية
Consumer	مستهلك
Convection	انتقال

Conventional current direction	اتجاه التيار الافتراضي
Coil	وشيعة
Coordinate	إحداثية
Coordinate axis	محاور إحداثيات
Coulomb's law	قانون كولمب
Current	تيار
Current carrier	حاملات تيار
Current divider	مجزئ تيار
Cylindrical capacitor	مكثف أسطواني
Delta	مثلثي
Delta – star	مثلثي – نجمي
Density	كثافة
Detector	كشفاف
Diamagnetic	مغناطيسية عكسية
Dielectric constant	ثابتة العازلية الكهربائية
Dipole	ثنائي أقطاب
Dipole circuit	دائرة ثنائي أقطاب
Direct current	تيار مستمر
Direction	اتجاه
Displacement	ازاحة
Effect	تأثير
Efficiency	مردود
Energy	طاقة
Electric charge	شحنة كهربائية

Electric field	حقل كهربائي
Electric force	قوة كهربائية
Electric potential	كمون كهربائي
Electric shield	ترس كهربائي
Electrical cells	بطاريات كهربائية
Electrical polarization	استقطاب كهربائي
Electrical susceptibility	قابلية التأثر الكهربائية
Electrolysis	تحليل كهربائي
Electrolytic	كهر وكيميائي
Electromagnetic	كهروضي
Electro motive force	قوة محركة كهربائية
Elementary	عنصري
Equivalence	تكافؤ
Equipotential	متساوي الكمون
Faraday's cage	قفص فراداي
Faraday's law	قانون فراداي
Field	حقل
Field lines	خطوط الحقل
Field pattern	طيف الحقل
Fleming's left hand rule	قاعدة اليد اليمنى لفليمغ
Force	قوة
Flux	تدفق
Gas discharge	تفريغ الغازات
Generalized force	قوة عامة

Generator	مولدة
Gradient	تدرج
Hysteresis electric loop	منحني التعويق الكهربائي
Hysteresis magnetic loop	منحني التعويق المغناطيسي
Induced charge	شحن بالتأثير
Induction	تحريض
Intensity	شدة
Ion	أيون أو جزيء
Kinetic	كهرباء متحركة
Kirchhoff's laws	قوانين كير شوف
Leaf electroscope	كشاف كهربائي
Line	ضلع أو خط
Linear	خطي
Linear conductor	ناقل خطي
Linear density	كثافة خطية
Loop	حلقة
Magnet	مغناطيس
Magnetic energy	طاقة مغناطيسية
Magnetic field	حقل مغناطيسي
Magnetic force	قوة مغناطيسية
Magnetic induction	تحريض مغناطيسي
Magnetic leakage	تمريب مغناطيسي
Magnetic permeability	نفاذة مغناطيسية
Magnetic polarization	استقطاب مغناطيسي

Magnetic susceptibility	قابلية التأثر المغناطيسية
Magnetq motive force	قوة محرّكة مغناطيسية
Matching	تطابق
Matching circuits	دائرة متطابقة
Maximum	أعظمي
Mechanical work	عمل ميكانيكي
Minimum	أصغري
Mutual	متبادل
Mutual induction	تحريض متبادل
Negative	سالب
Neutral	محايد
Neutral axis	محاور محايدة
Node	عقدة
No - load	على الفراغ
Nominal	نظامي
Ohm's law	قانون اوم
Parallel	تفرع أو توازي
Parallel connection	ربط تفرعي
Partial capacity	سعة جزئية
Passive	مسالم أو غير نشيط
Permanent	دائم
Permanent magnet	مغناطيس دائم
Physical phenomena	ظاهرة فيزيائية
Polarization	استقطاب

Polarization momentum

عزم استقطاب

Pole

قطب

Potential

كمون

Potential difference

فرق كمون

Positive

موجب

Power

استطاعة

Power density

كثافة استطاعة

Pressure

ضغط

Relative

نسبي

Repulsion

تنافر

Residual field

حقل متبقي

Resistance

مقاومة

Reversible

عكوسة

Rotor

إعصار

Saturation

شعاع

Scalar

سلمي

Self induction

تحريض ذاتي

Semi conductor

نصف ناقل

Series

تسلسلي

Series connection

ربط تسلسلي

Short circuit

قصر دائرة

Spherical conductor

ناقل كروي

Star connection

ربط نجمي

Static electrical field

حقل كهربائي ساكن

Static electricity	كهربية ساكنة
Stream lines	خطوط حقل
Superposition principle	مبدأ التراكم
Surface charge density	كثافة شحنات سطحية
Temperature	حرارة
Temperature coefficient	عامل الحرارة
Temporary	مؤقت
Temporary electric polarization	استقطاب كهربائي مؤقت
Temporary magnetic polarization	استقطاب مغناطيسي مؤقت
Thermal energy	طاقة حرارية
Thermostat	مسعر حراري
Turn	لفة
Uniform	متجانس
Unknown	مجهول
Vector	شعاع
Vide	خلأ
Velocity	سرعة
Volume electric charge density	الكثافة الحجمية للشحنة الكهربائية
Volume electrical energy density	الكثافة الحجمية للطاقة الكهربائية
Volume electrical power density	الكثافة الحجمية للاستطاعة الكهربائية
Voltage	توتر كهربائي
Voltage divider	مجزئ توتر

اللجنة العلمية:

- أ.د. محمد نضال الرئيس .
- أ.د. سميح الجابي.
- أ.د. مصطفى خزوري

المدقق اللغوي:

- أ.د. ناصر حسين علي .

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات

