منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

أسس هندسة الاتصالات

الدكتور المهندس
عصام عبود
أستاذ مساعد في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

الدكتور المهندس
ديب خليفة
مدرس في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

جامعة دمشق

١٤٣٢ - ١٤٣٣هـ
٢٠١١ - ٢٠١٢م

مقدمة

تغطي محتويات هذا الكتاب مفردات مقرر أسس هندسة الاتصالات لطلاب السنة الثالثة في قسم هندسة الالكترونيات والاتصالات ولطلاب السنة الثالثة في قسم هندسة الحواسيب والأتمتة في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية بجامعة دمشق وفق الخطة الدراسية الجديدة. ووضع بالحسبان أن يغطي الكتاب مفردات المقرر الذي يمهّد لكل مقررات الاتصالات في السنتين الرابعة والخامسة في القسمين المذكورين.

يحتوي الكتاب على تسعة فصول وزوّد كل فصل بأمثلة محلولة لتوضيح أهم المفاهيم النظرية.

يعطي الفصل الأول فكرة أساسية عن هندسة الاتصالات والمكوّنات الرئيسية لنظام الاتصال بشكل عام، ويتعرض الفصل أيضاً لتصنيف الإشارات المستخدمة في هندسة الاتصالات بحيث يمكن التعامل مع هذه الإشارات ومعالجتها.

يشمل الفصل الثاني دراسة المرشحات وخطوط النقل، حيث أنها تشكل حلقة أساسية في أي نظام اتصال.

يتعرض الفصل الثالث لدراسة التحليل الطيفي للإشارات وخصائص نقلها عبر النظم الخطية، كما يتعرض الفصل إلى سلاسل فورييه وتحويل فورييه وأهم خصائصه، كما تمت دراسة نقل الإشارات بدون تشويه بقناة الاتصال. ويشمل الفصل أيضاً دراسة توابع الترابط والكثافة الطيفية للطاقة والاستطاعة.

يشمل الفصل الرابع مراجعة عن مادة الاحتمالات ويتعرض للعمليات والإشارات العشوائية والضجيج وكذلك خصائص نقل الإشارات في المجال الأساسي بوجود الضجيج.

يتضمن الفصل الخامس دراسة مفصلة لطرق التعديل التماثلي (*AM,FM,PM*) وطـــرق كشف هذه الإشارات ويتعرض أيضاً لدراسة نظام التجميع بتقسيم التردد *FDM*.

يتعرض الفصل السادس لدراسة نظرية الاعتيان أو أخذ العينات نظراً لأهميتها لدراســة التعديل النبضي والرقمي، ويشمل الفصل أيضاً طـــرق التعـــديل النبضـــي التمـــاثلي (*PAM,PDM,PPM*) ونظام التجميع بتقسيم الزمن *TDM*.

يشمل الفصل السابع دراسة التعديل النبضي الترميزي *PCM* وتعديل دلتا *DM* ونظـــام *DPCM*.

يتعرض الفصل الثامن للطرق الأساسية للتعديل الرقمي للموجات الحاملة، وهي تشمل طرق الإبدال بإزاحة المطال *ASK* والإبدال بإزاحة التردد *FSK* والإبدال بإزاحة الطور *PSK*.

خصّص الفصل التاسع والأخير لدراسة مختصرة عن نظم الاتصالات البصرية وتطبيقاتها حيث تم التعرض إلى الأنواع الأساسية للألياف البصرية وآلية انتشار الضوء خلالها.

وتورد في نهاية الكتاب مجموعة من المسائل غير المحلولة عن فصول الكتاب وملاحق عن تحويلات فورييه وأهم التوابع والتكاملات المحدودة الهامة ومنحني التابع الاحتمالي $Q(k)$ واستعراض لبعض نظم الاتصالات العملية وقائمة بأهم المصطلحات العلمية الواردة في الكتاب.

نأمل أن نكون قد حققنا الغاية المرجوة وهي التغطية الوافية لمنهاج مفـــردات أســـس هندسة الاتصالات بما يتيح اكتساب الطلاب للخلفية الأساسية التي تتطلبـــها دراســـة المقررات المتقدمة للاتصالات.

المؤلفان

الفصل الأول

مدخل إلى هندسة الاتصالات

Introduction to Communication Engineering

مدخل إلى هندسة الاتصالات

Introduction to Communication Engineering

١-١ مقدمة

إن حياة المجتمع المعاصر لا يمكن أن تكـــون ذات معـــنى إذا لم يكـــن هنـــاك تبـــادل للمعلومات والخبرات والتجارب، وتتيح الاتصالات الكهربائية تحقيق تبادل المعلومـــات هذا باستخدام الإشارات الكهربائية والأمواج (الموجات) الكهرومغناطيسية.

تعد الاتصالات من العلوم التي خدمت الإنسان بشكل كبير جـــداً، فنتيجـــة لحاجـــة الإنسان الملحة إلى الاتصال مع غيره واختصاراً للمسافات، الطويلة منـــها والقصـــيرة، وتوفيراً لعناء السفر من أجل تحقيق الاتصال، من أجل كل هذا كان على الإنســـان أن يفكر ويعمل جاهداً كي يؤمن وسيلة للاتصال مع من يريد عن بعد أو عن قرب.

في القديم تم استخدام الإشارات النارية (الضوئية) والإشارات الصوتية المنقولة عبر الهواء (الطبول). ولقد أدت مثابرة الإنسان الجادة في هذا المجال إلى اختـــراع الهـــاتف عـــام ١٨٧٦، وبدأت الاتصالات الكهربائية بواسطة الهاتف باستخدام الخطوط السلكية، ثم تطورت الاتصالات السلكية إلى اتصالات لاسلكية وذلك بالاستفادة مـــن خـــواص انتشار الأمواج في الفضاء الحر، واختراع جهاز الراديو وأنظمة البث الراديوي. ومـــع مزيد من التطور استطاع الإنسان أن ينقل الصوت والصورة باختراعه لنظام التلفزة.

ولم يكتف الإنسان بذلك، فهو لا يزال يفكر ويحاول وضع أجهزة إرسال واســـتقبال على الكواكب المجاورة للكرة الأرضية، ويعمل جاهداً لتطـــوير الســـواتل (التوابـــع

الصنعية)، وبالتالي أصبح الاتصال بين أقصى الكرة الأرضية وأي نقطة منها لا يحتاج لأكثر من عدة ثوان.

بالإضافة لاستخدامات الاتصالات في مجالات الهاتف والإذاعة والتلفزة، اتسعت تطبيقاتها لتشمل مجالات هامة أخرى مثل الرادار ونظم القياس عن بعد وشبكات الحواسيب وشبكات الاتصالات الخليوية.

يمكن تعريف الاتصال بأنه عبارة عن إرسال معلومات مختلفة من موقع محدد في الفراغ والزمن يسمى المنبع *Source*، إلى موقع آخر يسمى الوجهة أو المقصد *Destination*. وتعرف المعلومات، بشكل عام، بأنها الرسائل *Messages* أو المعطيات *Data* المعبرة عن حوادث أو ظواهر معينة. وتستخدم لإرسال أو تخزين ومعالجة بعض أنواع المعلومات طرق ترميز *Coding* تسمح بوصف هذه المعلومات بشكل ما. ففي الإرسال البرقي (التلغراف) مثلاً تكون المعلومات عبارة عن نص البرقية المشكل من مجموعة من الرموز (حروف أو أرقام)، بينما خلال التحدث بالهاتف تكون عبارة عن الضغط الصوتي المتغير بشكل مستمر مع الزمن. وعند إرسال الصور المتحركة في نظم التلفزة تكون المعلومات عبارة عن تغير شدة الإضاءة لعناصر الصورة تبعاً للإحداثيات المكانية والزمانية. وهناك أنواع عديدة من منابع المعلومات ومنها الإنسان والآلة. والرسائل *Messages* يمكن أن تكون تابعة للزمن، مثل الكلام خلال إرسال المكالمات الهاتفية ودرجة الحرارة أو الضغط الجوي عند إرسال المعطيات بأجهزة القياس عن بعد، أو غير تابعة للزمن كنص التلغراف، والصور الثابتة ...الخ. وبشكل عام يمكن القول إن هناك نوعين أساسيين للرسائل هما الرسائل المستمرة (التماثلية) والرسائل المتقطعة (الرقمية). وبغض النظر عن كون منابع الرسالة تماثلية أم رقمية، فهي تكون غالباً غير كهربائية ولذلك يتم تحويلها إلى إشارات كهربائية موافقة لها بواسطة مبدلات طاقة *Transducers* كالميكروفونات وحساسات التصوير التلفزيوني وغيرها.

تسمى الإشارة الكهربائية التي تحول إليها الرسالة *Message* إشارة الرسالة *Message Signal* أو الإشارة الحاملة للمعلومات *Information-Bearing Signal* أو إشارة منبع المعلومات، وقد تسمى للتبسيط إشارة المعلومات *Information Signal*. وتكون عادة ذات ترددات منخفضة ويمكن إرسالها في بعض الحالات عبر خط نقل (خط اتصال) دون إجراء أي تبديل عليها، كما هو الحال خلال الاتصال الهاتفي داخل المدن. وبالمقابل عند إرسال الإشارة إلى مسافات بعيدة (بواسطة الكابلات النحاسية أو الألياف البصرية أو الأمواج اللاسلكية) فإنه لابد من تحويل هذه الإشارات إلى إشارة أخرى ذات تردد عالٍ وذلك بواسطة إحدى طرق التعديل *Modulation*.

إذا كانت الرسائل أو المعطيات المرسلة مقررة أو حتمية (معروفة مسبقاً) فإن إرسالها لا يكون ذا معنى، حيث إن مثل تلك الرسائل أو المعطيات لا تشكل أي فائدة بالنسبة للمستقبل. ولذلك نهتم عادة بإرسال الرسائل غير الحتمية التي ننظر إليها كتوابع أو مقادير عشوائية. وتوصف الإشارات الموافقة لهذه الرسائل أيضاً كمقادير أو توابع عشوائية.

إن الطابع العشوائي المميز للإشارات والرسائل والضجيج يعد السبب الرئيسي للدور الذي تؤديه نظرية الاحتمالات خلال تصميم نظم الاتصالات، حيث إن المواصفات الاحتمالية للإشارات والرسائل وللوسط الذي تمر عبره الإشارات تحدد كمية المعلومات المرسلة والضياعات الناتجة.

يمكن أن يتم وصف أي إشارة باستخدام تابع للزمن $v(t)$. ولكن مثل هذا الوصف للإشارة ليس ضرورياً في أكثر الحالات، حيث يكتفى بالتعبير عن الخواص الأساسية للإشارة من خلال بعض العوامل المميزة لها مثل دور الإشارة T_s وعرض طيف الإشارة.

١-٢ عناصر نظام الاتصال

إن الهدف من نظام الاتصال هو إرسال إشارة المعلومات الناتجة عن منبع متوضع في مكان ما إلى المقصد أو الوجهة الموجودة في مكان آخر. وتكون المعلومات الناتجة عن المنبع غالباً عبارة عن مقادير فيزيائية غير كهربائية. ولذلك نحتاج كما أشرنا سابقاً إلى مبدل طاقة في الدخل يحول المعلومات إلى إشارات كهربائية متغيرة مع الزمن وإلى مبدل طاقة آخر في الخرج يحول الإشارات إلى معلومات. ونطلق على مجموعة الأجهزة والحلقات المرتبطة وظيفياً، والتي يمكن بوساطتها إرسال المعلومات من المنبع إلى الوجهة (المقصد) اسم نظام الاتصال أو نظام إرسال المعلومات وهو يتألف من ثلاثة عناصر رئيسية: المرسل وقناة النقل والمستقبل.

يبين الشكل (١-١) المخطط الصندوقي لنظام الاتصال موضحاً عليه أهم عناصره. وكل من هذه العناصر يؤدي دوراً هاماً في إرسال الإشارات. ونوضح ذلك باختصار فيما يلي:

أ- المرسل ***Transmitter***: تكمن وظيفته في معالجة إشارة الدخل لتوليد إشارة إرسال موافقة بخواصها لخواص قناة النقل (قناة الاتصال). ومن أهم العمليات التي يقوم بها المرسل عملية التعديل *Modulation* وذلك بتحميل إشارة الرسالة المراد إرسالها في حالات كثيرة على موجة جيبة ذات تردد مرتفع يتوافق مع خواص قناة النقل أو الإرسال. ويمكن أن يقوم المرسل بعملية الترميز أيضاً.

ب- **قناة الإرسال (النقل)** ***Transmission Channel*** : وهي عبارة عن الوسط الفيزيائي الذي يربط ما بين المرسل والمستقبل. هذا الوسط يمكن أن يكون كابلاً محورياً كما هو الحال في الهاتف والتلغراف أو ليفاً بصرياً كما هو الحال في نظم الاتصالات البصرية أو الفراغ الحر حيث يتم بث الإشارة كموجة راديوية (كما هو الحال في الإرسال الإذاعي والتلفزيوني). وتتعرض الإشارة المرسلة خلال انتشارها عبر القناة إلى

تخميد وتشويه بسبب عدم خطية القناة أو سوء الاستجابة الترددية للقناة. ولذلك فإن استطاعة الإشارة المستقبلة سوف تتناقص كلما ازدادت المسافة.

ج- **المستقبل *Receiver***: وظيفته استخلاص الإشارة المطلوبة من القناة ومن ثم إعطاؤها إلى مبدل الخرج. وأهم العمليات التي يقوم بها المستقبل هي التضخيم (للتعويض عن ضياعات الإرسال) وكذلك الكشف الذي هو عملية معاكسة لعملية التعديل ويتم من خلالها الحصول على الإشارة الأصلية المرسلة. ويمكن أن يقوم المستقبل بعملية فك الترميز *Decoding* والترشيح أيضاً.

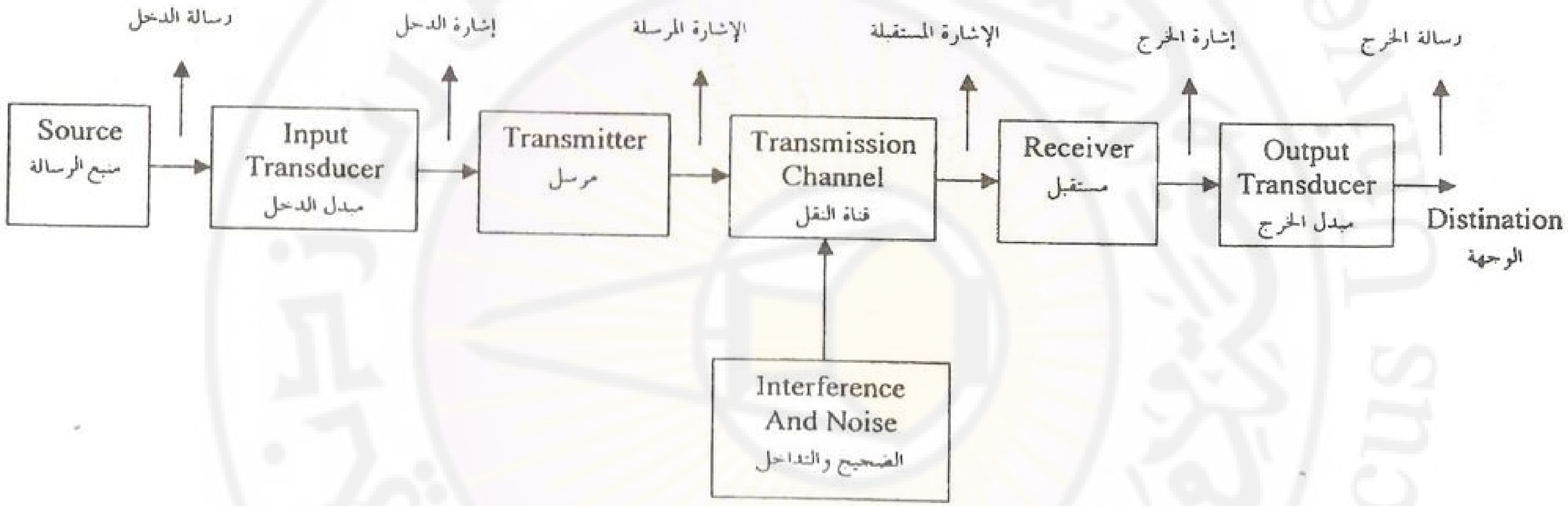
هناك بعض الظواهر غير المرغوب بها تؤثر على خصائص الإشارة المرسلة وبالتالي على دقة نظام الاتصالات مثل: التشويه *Distortion* والتداخل *Interference* والضجيج *Noise*، وهي تؤدي إلى تغيرات في شكل الإشارة. ويتم عادة تجميع مثل هذه الظواهر المؤثرة على الإشارة المرسلة كما لو أن تأثيرها يقتصر على قناة الإرسال كما هو مبين في الشكل (١-١). ومثل هذا التجميع يساعدنا على تحليل ودراسة نظام الاتصال بحيث يعد المرسل والمستقبل مثاليين. ويتم عادة تصميم المرسل والمستقبل بعناية بهدف إنقاص تأثير الضجيج والتشويه على نوعية الاستقبال.

- **التشويه *Distortion***: هو عبارة عن تغير شكل الإشارة الناتج عن عدم مثالية استجابة النظام للإشارة المطلوبة نفسها. وبخلاف تأثير التداخل والضجيج يزول التشويه بزوال الإشارة نفسها. وإذا كان للقناة استجابة خطية مشوهة، فإنه يمكن تصحيح أو إنقاص التشويه بشكل كبير باستخدام مرشحات خاصة تدعى المسوّيات *Equalizers*.
- **التداخل *Interference***: ينتج عن إشارة خارجية تكون عادة من صنع الإنسان أو ناتجة عن أجهزة إرسال أخرى تتداخل مع الإشارة المرسلة وتؤدي إلى تشويهها. ويظهر التداخل غالباً في النظم الراديوية عندما تأتي إلى هوائي

الاستقبال عدة إشارات بآن واحد وبترددات مماثلة أو متقاربة. ويمكن التخلص من التداخل بإلغاء الإشارة الدخيلة أو إلغاء مصادرها، أو بتخميدها بحيث يصبح أثرها مهملاً على الإشارة الأصلية المرسلة، كما يمكن إلغاء أو إضعاف التداخل باستخدام دارات ترشيح مناسبة.

- **الضجيج *Noise***: هو عبارة عن الإشارات الكهربائية العشوائية غير المتوقعة الناتجة عن ظواهر طبيعية سواء من داخل النظام أو من خارجه. والضجيج موجود دوماً في أي نظام اتصال ولذلك فهو يعد من المحددات الأساسية لأي نظام اتصال. ويمكن الإقلال من تأثير الضجيج عن طريق التصميم الصحيح للدارات المستخدمة في النظام.

تجدر الإشارة أخيراً إلى أن المخطط الصندوقي المبين في الشكل (١-١) يمثل الإرسال وحيد الاتجاه *SX* (*Simplex Transmission*). وبالطبع يحتاج الإرسال باتجاهين إلى وجود مرسل ومستقبل في كل جهة. ويسمح الإرسال المزدوج الكامل *FDX* (*Full Duplex Transmission*) بالإرسال والاستقبال بآن واحد في كلا الاتجاهين، أما الإرسال نصف المزدوج *HDX* (*Half Duplex Transmission*) فإنه يسمح بالإرسال في كلا الاتجاهين ولكن ليس بوقت واحد.



الشكل (١-١) عناصر نظام الاتصال.

١-٣ التعديل *Modulation*

يعد التعديل من أهم العمليات التي تتم في قسم الإرسال لنظام الاتصال. وتتعلق عملية التعديل بإشارتين هما إشارة الرسالة والموجة الحاملة، حيث إنه كما أشـــرنا ســـابقاً لا يمكن إرسال إشارة الرسالة لاسلكياً مباشرة عبر قناة النقل. ولذلك يتم تحميـــل هـــذه الإشارات في حالات كثيرة على أمواج راديوية نسميها الموجات الحاملـــة *Carrier*، ويفترض أن تكون ذات خواص ترددية موافقة لقناة النقل. وتسمى عملية التحميل هذه التعديل، وتتم بتغيير أحد بارامترات الموجة الحاملة (مطال، تردد، طور) وفق تغير القيمة اللحظية لإشارة المعلومات.

يصنف التعديل إلى أربعة أنواع أساسية وفق نوع وشكل الموجة الحاملة:

أ- تعديل الموجة المستمرة ***Continuous Wave Modulation***

وتكون فيه الموجة الحاملة عبارة عن موجة جيبية راديوية ويشمل:

- التعديل المطالي: *Amplitude Modulation (AM)*.
- التعديل الترددي: *Frequency Modulation (FM)*.
- التعديل الطوري: *Phase Modulation (PM)*.

ب- التعديل النبضي التماثلي ***Analog pulse Modulation***

وتكون فيه الموجة الحاملة عبارة عن قطار من النبضات ويشمل:

- تعديل مطال النبضة: *Pulse Amplitude Modulation (PAM)*.
- تعديل عرض النبضة: *Pulse Duration Modulation (PDM)*.
- تعديل موضع النبضة: *Pulse Position Modulation (PPM)*.

ج- التعديل النبضي الرقمي ***Digital pulse Modulation***

ويشمل أساساً الطرق التالية:

- التعديل النبضي الترميزي: *Pulse Code Modulation (PCM)* .
- تعديل دلتا: *Delta Modulation (DM)*.
- التعديل النبضي الترميزي التفاضلي: *Differential Pulse Code Modulation (DPCM)*.

د- التعديل الرقمي للموجات الحاملة: *Digital Carrier modulation*

تكون فيه إشارة الرسالة عبارة عن إشارة رقمية (واحدات وأصفار) تقوم بتعديل موجة حاملة راديوية مستمرة وتسمى هذه العملية الإقفال أو الإبدال *Keying* وتشمل الإبدال بإزاحة المطال *ASK* و الإبدال بإزاحة التردد *FSK* و الإبدال بإزاحة الطور *PSK*.

١-٤ الأمواج الكهرطيسية *Electromagnetic Waves*

تعتمد الاتصالات على خواص انتشار الأمواج الكهرطيسية في وسط النقل (قناة الاتصال)، الذي يمكن أن يكون خط نقل أو ليفاً بصرياً أو دليل موجة أو الفراغ الحر. وتكون سرعة الانتشار في الفراغ الحر هي نفسها سرعة انتشار الضوء التي تساوي $3\times10^8 m/sec$. وتتألف الموجة الكهرطيسية من حقلين كهربائي ومغناطيسي متعامدين وعموديين على مستوى الانتشار.

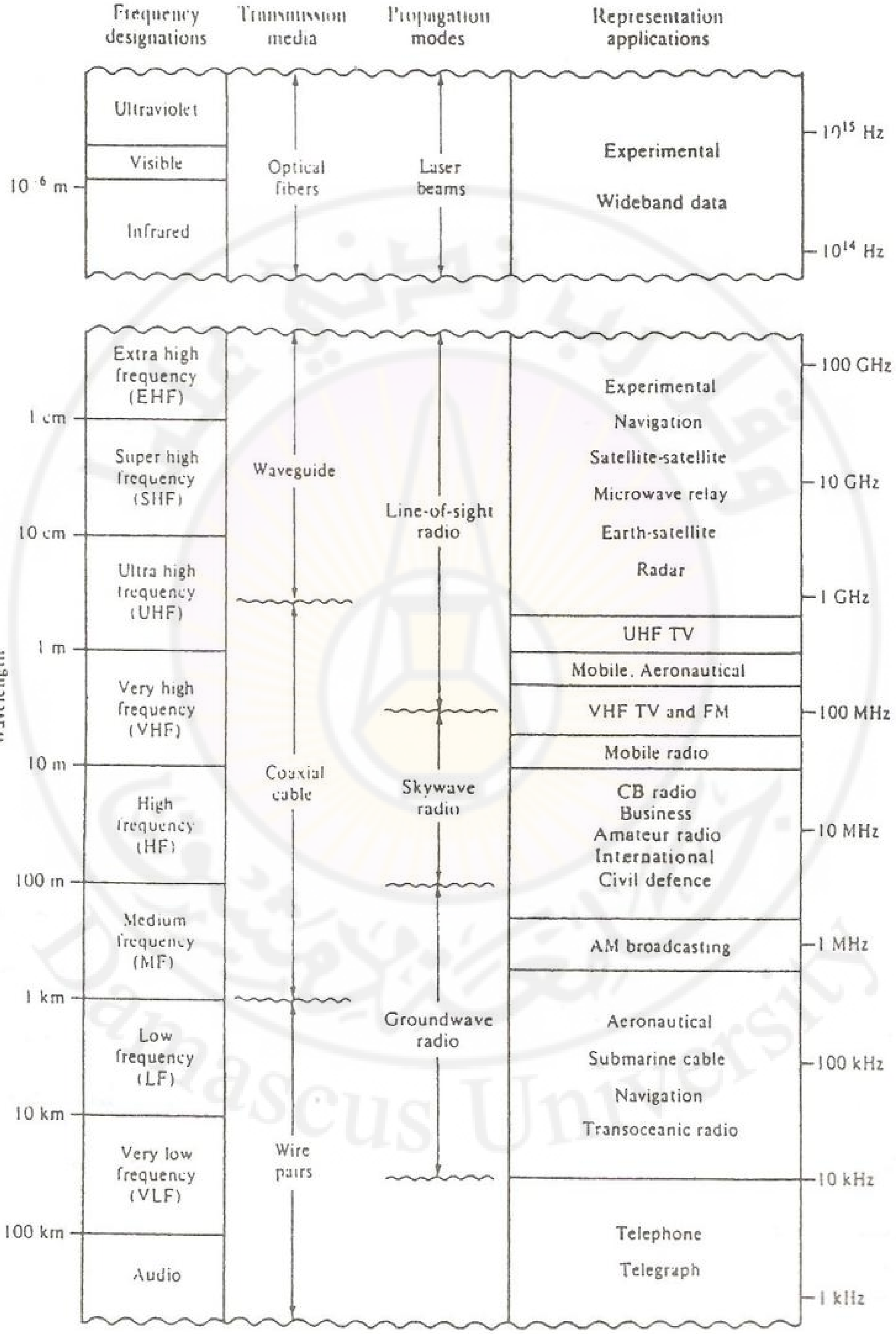
إن الخواص الأساسية للموجات الكهرطيسية التي تسمى أيضاً الموجات الراديوية هي التردد والشدة واتجاه الانتشار ومستوى الاستقطاب. وتتغير شدة الموجة المتولدة عن تيار متناوب مع تردد التيار. وأهم عامل يميز الموجة الراديوية هو طول الموجة λ، حيث:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

يمثل T الدور وf التردد ($f=1/T$) وc سرعة الانتشار (وقيمتها في الفراغ $c=3\times10^8$ m/sec). ومن المهم ملاحظة التناسب العكسي بين طول الموجة والتردد.

تتوقف القيمة الأصغرية لشدة الحقل التي تعطي استقبالاً جيداً على عوامل عديدة منها التردد، طريقة التعديل، درجة التداخل الموجودة....الخ. وتتخامد الموجة كلما ابتعدنا عن النقطة الأصلية التي انتشرت منها. وهذا يعود إلى توزع الطاقة التي تحملها في الفراغ المحيط وإلى الامتصاص من قبل الأرض والطبقات المتأينة في الطبقات العليا من الجو المسماة بالأيونوسفير. وتتعرض الموجة الراديوية خلال انتشارها إلى انعكاسات وانكسارات في وسط الانتشار مما يؤدي إلى تغيرات معقدة لشدة حقل الموجة تبعاً لترددها وتبعاً للمسافة. ومن المعروف أن اختيار أطوال الموجات الحاملة المستخدمة لإرسال الإشارات الصوتية مهم جداً لتأمين اتصال صوتي جيد وموثوق. ويرتبط اختيار مجال ما من ترددات الموجات الحاملة بالنسبة لكل نظام اتصال بعوامل مختلفة منها خواص انتشار الموجات في المجال الترددي المحدد وطبيعة الضجيج في هذا المجال وعرض الطيف وأبعاد الهوائي اللازمة لتحقيق إشعاعات موجهة. ويؤثر اختيار تردد الموجات الراديوية بشكل ملموس على مبادئ تصميم نظم الاتصالات. ولذلك يتم تصنيف المجالات الترددية للموجات الراديوية المستخدمة في نظم الاتصالات تبعاً لخواص إشعاعها وانتشارها، وذلك كما هو مبين في الجدول (١-١).

Damascus University



الجدول (١–١) المجالات الترددية للموجات الكهرطيسية.

١-٥ التحديدات الأساسية لنظم الاتصالات

يواجه المصمم، عند تصميم أي نظام اتصال نوعين رئيسين من التحديدات أو التقييدات. ويتعلق النوع الأول بالمشاكل التقنية التي تتعلق بإمكانية تحقيق واختيار العناصر المختلفة المكونة للنظام بما يتناسب مع استخدام أفضل العناصر جودة، وأقلها كلفة وأكثرها تطوراً. أما النوع الثاني فيتعلق بالتحديدات الفيزيائية الأساسية المفروضة على النظام نفسه والتي تعتمد بدورها على التحديدات الأساسية لنقل المعلومات في نظام اتصال كهربائي. ويمكن حصر هذه التحديدات الأساسية غالباً بعاملين هما عرض المجال الترددي *Bandwidth* والضجيج *Noise*.

يعد مفهوم عرض المجال الترددي لكل من الإشارات والنظم على حد سواء بمثابة مقياس لسرعة تغير الإشارة مع الزمن، حيث إنه عندما تتغير الإشارة بشكل سريع مع الزمن فإن طيفها يمتد على مجال عريض من الترددات ونقول إن الإشارة ذات عرض مجال كبير. وبطريقة مماثلة فإن مقدرة النظام على ملاحقة تغيرات الإشارة يعبر عنها بمنحني الاستجابة الترددية أو عرض مجال الإرسال. لكن جميع النظم الكهربائية تحتوي عناصر خازنة للطاقة، والطاقة المخزنة لا يمكن أن تتغير بشكل لحظي. ولذلك يكون لكل نظام اتصال عرض مجال محدد مما يحد من معدل تغير الإشارة وسرعة نقل المعلومات.

وهكذا تتطلب عملية نقل كمية كبيرة من المعلومات خلال زمن صغير إشارة ذات عرض مجال كبير لتمثيل المعلومات، كما تتطلب نظاماً ذا عرض مجال كبير لملائم الإشارة. ولهذا السبب يعد عرض المجال تحديداً أو تقييداً أساسياً في أي نظام اتصال. والضجيج هو التقييد (التحديد) الثاني لكمية المعلومات المرسلة وهو موجود دوماً في أي نظام اتصال ولا يمكن تجنبه. ونعبر عن الضجيج، من أجل نظام ذي عرض مجال

معين بقياس نسبة الإشارة إلى الضجيج *SNR (Signal to Noise Ratio)*. ويقصد بهذه النسبة نسبة الاستطاعة المتوسطة للإشارة إلى الاستطاعة المتوسطة للضجيج. وتعد النسبة المذكورة المعيار أو المقياس الذي يحدد جودة أداء النظام لنقل إشارة منبع المعلومات، حيث إنه كلما كانت هذه النسبة أكبر كانت جودة النظام أفضل. ولكن باعتبار أنه في أحيان كثيرة لا يمكن أن تكون الإشارة كبيرة نسبياً بالنسبة للضجيج فإنه يوجد نسبة دنيا لهذا المعيار يجب مراعاتها.

أخيراً، إذا كان هناك نظام اتصال، له عرض مجال ونسبة إشارة إلى ضجيج معروفان، فإن هناك حداً أعلى للمعدل الذي يمكن أن ينقل به هذا النظام المعلومات وهذا ما يسمى سعة قناة الاتصال، وهي إحدى المفاهيم الأساسية لنظرية المعلومات. وباعتبار أن سعة قناة الاتصال تتحدد وفق عرض المجال الترددي ونسبة الإشارة إلى الضجيج يمكن القول إن تصميم أي نظام اتصال هو عبارة عن عملية إيجاد حل وسط بين زمن النقل والاستطاعة المرسلة وعرض المجال ونسبة الإشارة إلى الضجيج.

١-٦ تصنيف الإشارات

إن المقادير الفيزيائية الحقيقية (الضغط، درجة الحرارة،...) يتم تحويلها إلى إشارات كهربائية موافقة على شكل توابع زمنية. ويعد التابع الزمني نموذجاً رياضياً للإشارة، ويمكن التعبير عنه بيانياً أو بواسطة جداول أو بعبارة (علاقة) تحليلية رياضية. ويقصد عادة بكلمة إشارة *Signal* تابع زمني مطابق للإشارة الكهربائية.

ومن وجهة نظر المعلومات يمكن تصنيف الإشارات إلى:

أ- **الإشارات الحتمية (المقررة): *Deterministic Signals***

وهي الإشارات التي تكون قيمتها اللحظية في أي فترة زمنية محددة تماماً، أي يمكن التنبؤ بها باحتمال يساوي الواحد. وكأمثلة على هذه الإشارات يمكن أن تكون

تتابعات النبضات أو قطارات النبضات التي تكون فيها قيم كل من المطـــال والموضـــع والشكل معرفة بالنسبة للزمن.

ب- الإشارات العشوائية: *Random Signals*

هي التي تكون قيمتها اللحظية خلال أي فترة زمنية غير معرفة تماماً، ويمكن التنبؤ بهذه الإشارات باحتمال أقل من الواحد. وكمثال على هذه الإشارات يمكن أن يكون الجهد الكهربائي الموافق للإشارة الصوتية وقطار النبضات الراديوية على دخل جهاز الاستقبال الراداري عندما يتغير مطال وطور هذه النبضات نتيجة لظروف الانتشار. وفي الواقـــع فإن أي إشارة تحمل معلومات هي إشارة عشوائية، بينما الإشارة الحتمية لا تحمـــل أي معلومات ولذلك فهي تستخدم فقط لفحص واختبار النظم وتهيئتها للعمل.

ج- الإشارات الدورية واللادورية: *Periodic and Non Periodic Signals*

نقول إن أي إشارة $v(t)$ هي إشارة دورية ودور تكرارها هو T_0 إذا تحققت العلاقـــة: $v(t\pm mT_0)=v(t)$ حيث m عدد صحيح.

تنتمي إلى الإشارات الدورية الموجات الجيبية والتوابع الأسية العقديـــة وكـــثير مـــن الإشارات التي نتعامل معها في نظم الاتصالات.

بالمقابل فإن أي إشارة لا تحقق العلاقة المذكورة تسمى الإشارة اللادورية.

ء- الإشارات التماثلية والإشارات الرقمية: *Analog and Digital Signals*

الإشارة التماثلية *Analog Signal* التي تسمى أحياناً الإشارة المستمرة هي عبارة عـــن تابع يتغير على نحو مستمر مع الزمن. وتظهر هذه الإشارات عندما يتم تبديل الرســـالة كالصوت أو الضوء مثلاً إلى إشارة كهربائية بواسطة مبدل الدخل (مبدل الرســـالة إلى إشارة)، كالميكرفون الذي يبدل تغيرات الضغط الصوتي إلى تيـــار أو جهـــد موافـــق. وبالمقابل فإن الإشارة غير المستمرة أو المتقطعة زمنياً *Discrete* تكون معرفـــة فقـــط خلال فترات زمنية معينة تتباعد بعضها عن بعض بفترات ثابتة ويمكن وصفها كتتـــابع

من العينات التي يمكن لمطالاتها أن تأخذ قيماً مختلفة (على نحو مستمر). وعندما تتم تكمية كل عينة (هذا يعني أنه يمكن للمطال أن يأخذ فقط مجموعة منتهية من القيم المتقطعة) ومن ثم يتم ترميزها فإن الإشارة الناتجة تسمى إشارة رقمية *Digital*، وهي تكون غالباً على شكل تتابعات من الواحدات والأصفار في نظام العد الثنائي.

الفصل الثاني

المرشحات وخطوط النقل

Filters and Transmission Lines

المرشحات وخطوط النقل

Filters and Transmission Lines

٢-١ مقدمة

تعد المرشحات وخطوط النقل من الدارات التي لها أهمية كبيرة في نظم الاتصالات، حيث تقوم المرشحات بتمرير مجال محدود من الترددات المطلوبة دون تخميد ملحوظ وتخمد باقي الترددات بشكل كبير، بينما تقوم خطوط النقل بنقل الطاقة الكهربائية من مكان لآخر (مثلاً من المرسل إلى المستقبل أو بين أي نقطتين في النظام) في مدى ترددي واسع. وهناك أنواع مختلفة لخطوط النقل ولكن أبسطها وأكثرها استخداماً وانتشاراً هو خط النقل المكون من سلكين متوازيين.

في هذا الفصل سوف نستعرض أهم أنواع المرشحات وخطوط النقل المستخدمة في الاتصالات. وتعتمد دراسة كل من دارات المرشحات، وخطوط النقل نظرية رباعي الأقطاب التي يفترض أن الطالب قد ألم بها في خلال دراسته لمقرر الدارات الكهربائية.

٢-٢ تعريف المرشح وأنواعه

يعرف المرشح أنه عبارة عن رباعي أقطاب خطي يسمح بمرور ترددات معينة بدون تخميد أو بتخميد صغير جداً ويمنع مرور الترددات الأخرى وذلك بتخميدها بشكل كبير.

نسمي المجال الذي يكون فيه التخميد معدوماً أو مهملاً مجال التمرير للمرشح، بينما نسمي المجال الذي يكون فيه للتخميد قيمة كبيرة نسبياً مجال التخميد أو مجال المنع للمرشح. ويكون لكل مرشح مجال تمرير ومجال تخميد (منع). ولكي يكون التخميد معدوماً ضمن مجال التمرير يجب أن يكون المرشح مكوناً من عناصر مفاعلة أو ردية *Reactive* بحتة (ملفات، مكثفات). ويؤدي وجود أي مقاومة في دارة المرشح إلى امتصاص للاستطاعة (تخميد) عند جميع الترددات بما فيها ترددات مجال التمرير.

تصنف المرشحات، عموماً، في نوعين أساسيين هما: المرشحات التماثلية *Analog* والمرشحات الرقمية *Digital*. وتصنف المرشحات التماثلية بدورها إلى مرشحات غير فعالة *Passive* وفعالة *Active*. وتتكون أغلب المرشحات غير الفعالة من عناصر مفاعلة فقط (*L,C*) وهي لا تحتوي أي عنصر فعال، بينما تحتوي المرشحات الفعالة عنصراً فعالاً أو أكثر كالترانزيستور أو مكبر العمليات. وتعد المرشحات الرقمية الوسائل الأساسية للمعالجة الرقمية للإشارة.

سواء كان المرشح فعالاً أو غير فعال فإنه يجب أن يكون له أحد الأنواع التالية وفق مجال الترددات التي يمررها أو مجال الترددات التي يمنع مرورها:

١- مرشح تمرير منخفض: *LPF (Low Pass Filter)*

يقوم هذا المرشح بتمرير الترددات التي هي أقل من تردد محدد يسمى تردد القطع f_c (*Cutoff Frequency*) ويمنع مرور باقي الترددات التي هي أكبر من تردد القطع.

٢- مرشح تمرير مرتفع: *HPF (High Pass Filter)*

وعمله معاكس لعمل *LPF*، أي أنه يقوم بتمرير جميع الترددات التي هي أعلى من تردد محدد يسمى تردد القطع ويمنع مرور باقي الترددات التي هي أقل من تردد القطع.

٣- مرشح تمرير مجال: *(Band Pass Filter) BPF*

ويقوم هذا المرشح بتمرير جميع الترددات الواقعة بين ترددين محددين هما تردد القطع السفلي f_{c1} وتردد القطع العلوي f_{c2}.

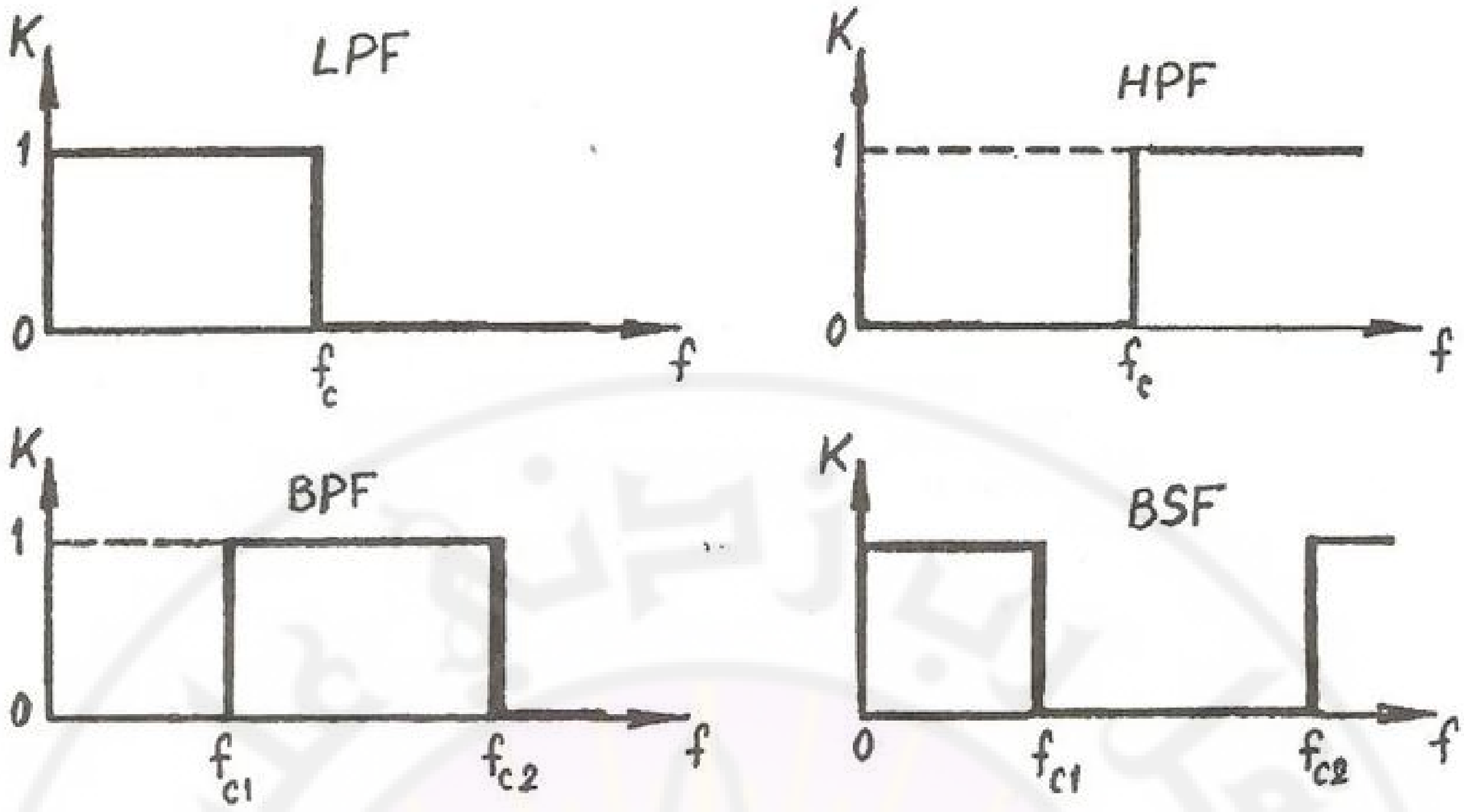
٤- مرشح مانع مجال: *(Band Stop Filter) BSF*

وعمله عكس عمل مرشح *BPF* حيث يمنع مرور جميع الترددات الواقعة بين ترددين محددين هما تردد القطع السفلي f_{c1} وتردد القطع العلوي f_{c2} ويمرر باقي الترددات.

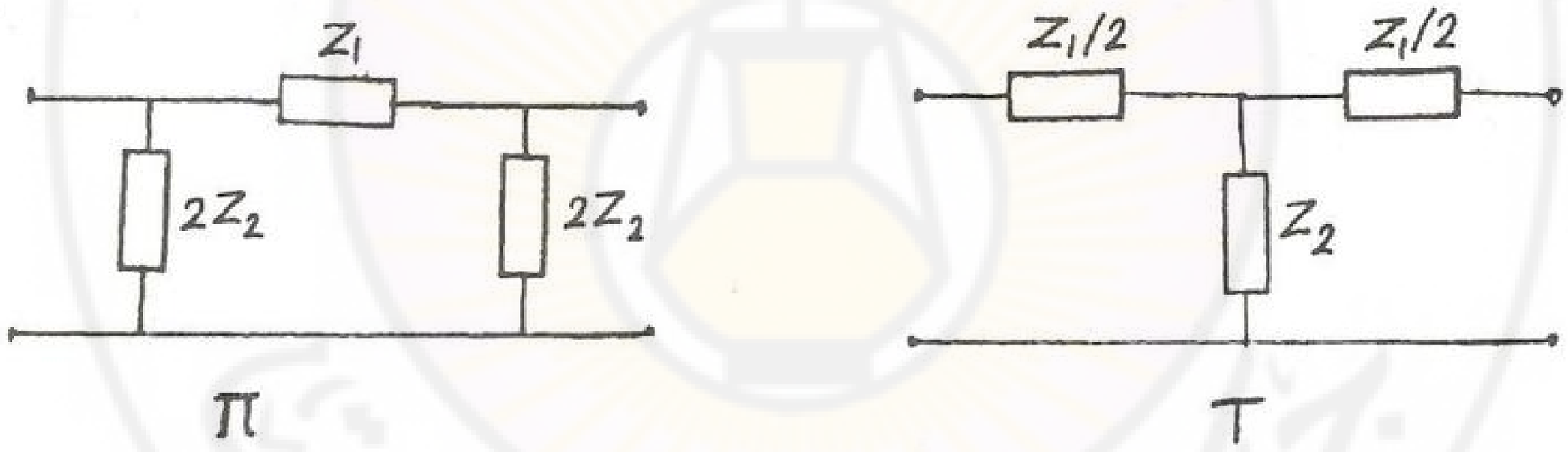
يبين الشكل (٢-١) منحنيات الاستجابة الترددية للمرشحات المثالية من الأنواع المذكورة. ونلاحظ من الشكل أن مجال التمرير لمرشح *LPF* يمتد من $f=0$ حتى $f=f_c$ الذي يفصل بين مجال التمرير ومجال التخميد، بينما يمتد مجال التمرير لمرشح *HPF* من $f=f_c$ حتى $f=\infty$. ويكون مجال التخميد من $f=0$ حتى $f=f_c$. كما نلاحظ من الشكل أيضاً أن مرشح *BPF* له مجال تمرير واحد يمتد من f_{c1} حتى f_{c2} وله مجالا تخميد $(0\rightarrow f_{c1})$ و $(f_{c2}\rightarrow\infty)$. أما مرشح مانع المجال فيكون له مجالا تمرير $(0\rightarrow f_{c1})$ و $(f_{c2}\rightarrow\infty)$ ومجال تخميد واحد يقع بين f_{c1} حتى f_{c2}.

٢-٣ المرشحات غير الفعالة المكونة من عناصر مفاعلة

نستعرض فيما يلي المرشحات غير الفعالة *Passive Filters* المكونة من عناصر مفاعلة *Reactive*. ومن أكثر دارات هذه المرشحات استخداماً دارات المرشحات من النوع *T* و π، وهي التي تتشكل من تكرار مقاطع *Sections* من الشكلين *T* و π كما موضح في الشكل (٢-٢).



الشكل (٢-١) الاستجابة الترددية للمرشحات المثالية.



الشكل (٢-٢) المقطع T والمقطع π للمرشح غير الفعال.

إن جميع المرشحات التي ندرسها في هذا البند هي مرشحات متناظرة، أي تمثل برباعيات أقطاب متناظرة يكون لها $A=D$، حيث A و D من ثوابت مصفوفة النقل لرباعيات الأقطاب في العلاقة:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}1)$$

حيث V_1 و V_2 جهدا الدخل والخرج و I_1 و I_2 تيارا الدخل والخرج.

٢-٤ المرشحات ذات الثابت k

نسمي المرشحات نوع T أو π التي تكون فيها Z_1 من طبيعة مخالفة لـــــ Z_2 (مثلاً Z_1 ملف و Z_2 مكثف أو بالعكس) وتحقق العلاقة:

$$Z_1 Z_2 = k^2 \qquad \textbf{(2-21)}$$

بالمرشحات ذات الثابت k، حيث k ثابت مستقل عن التردد وله واحـــدة الأوم وهـــو يساوي المقاومة التي يحمّل بها المرشح.

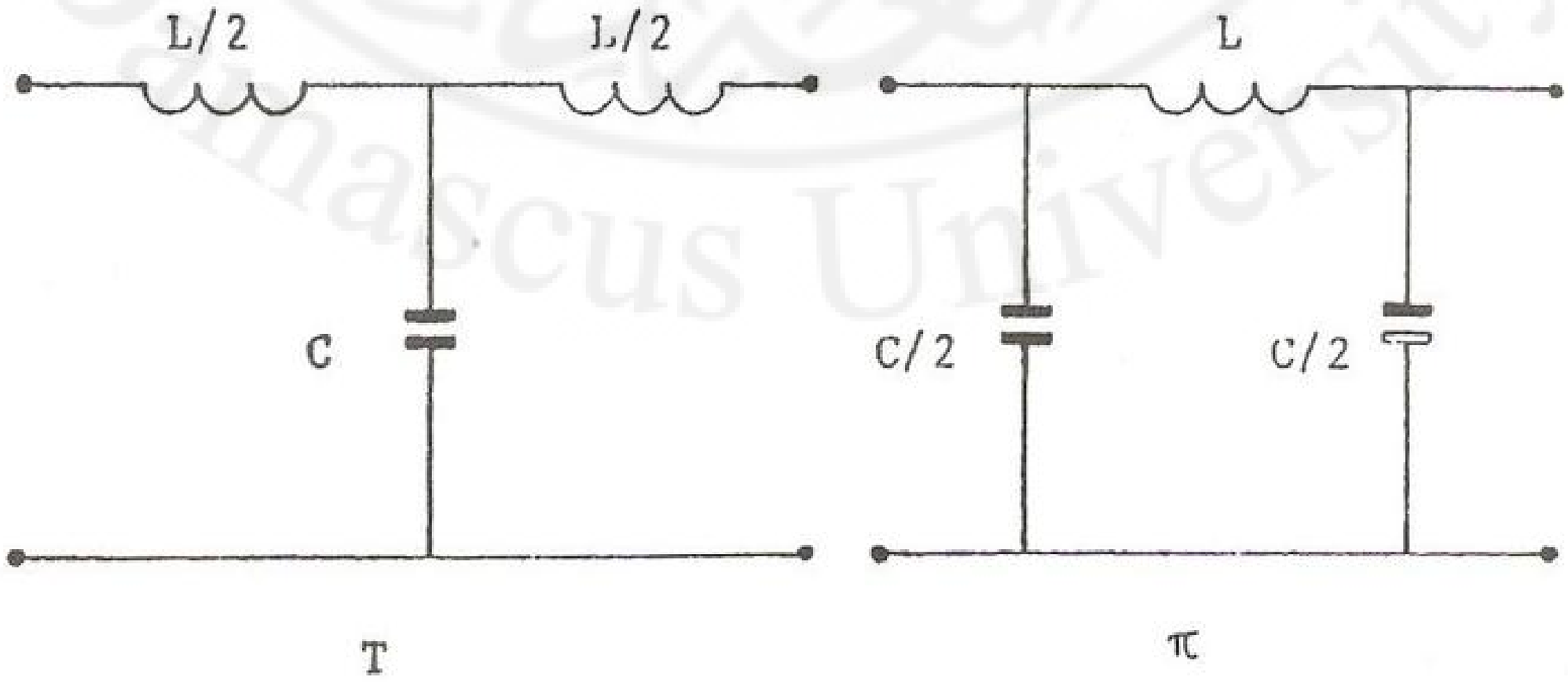
فإذا كانت Z_1 عبارة عن ملف تحريضيته L و Z_2 مكثف سعته C فإن:

$$Z_1 Z_2 = j\omega L \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = k^2$$

٢-٤-١ مرشح التمرير المنخفض LPF

يبين الشكل (٢-٤) مقطعين على شكل T و π لمرشح تمرير منخفض LPF ويكـــون فيهما:

$$Z_1 = j\omega L \quad , \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \quad , \quad k^2 = \frac{L}{C}$$



الشكل (٢-٤) المقطعان T و π لمرشح تمرير منخفض ذي الثابت k.

نستنتج مجال التمرير بتعويض قيمتي Z_1 و Z_2 في (2-13)، فنجد أن:

$$0 \le \omega \le \frac{2}{\sqrt{LC}} \qquad \textbf{(2-22)}$$

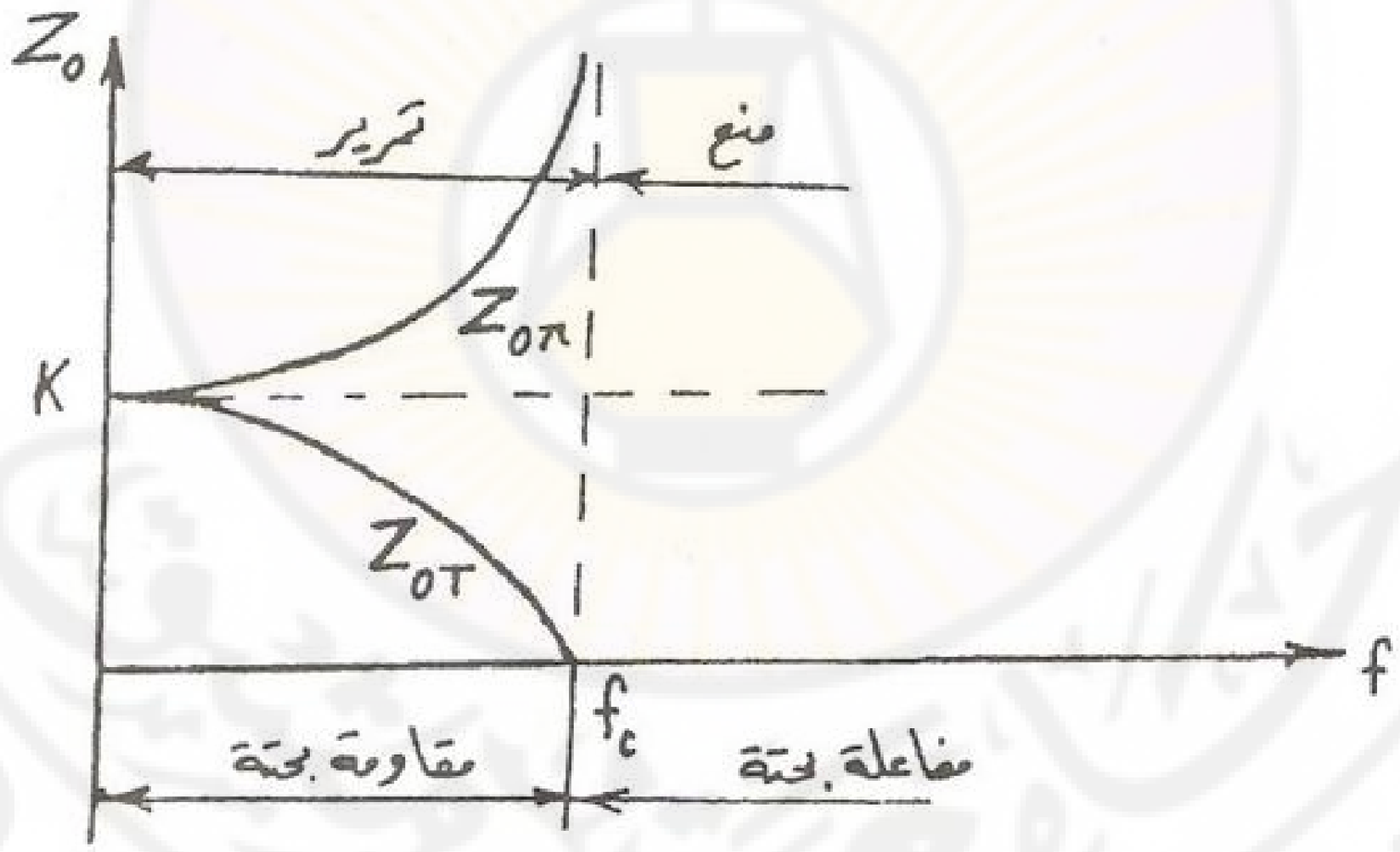
نسمي الحد العلوي لـــ ω في (2-22) بتردد القطع ويرمز له بـــ ω_c ونكتب:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} \qquad f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \qquad \textbf{(2-23)}$$

بتطبيق (2-19) و (2-20) نجد بالنتيجة:

$$\omega_{OT} = K\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \qquad \omega_{O\pi} = \frac{k}{\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \qquad \textbf{(2-24)}$$

يبين الشكل (٢-٥) تغير كل من Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ تبعاً للتردد.

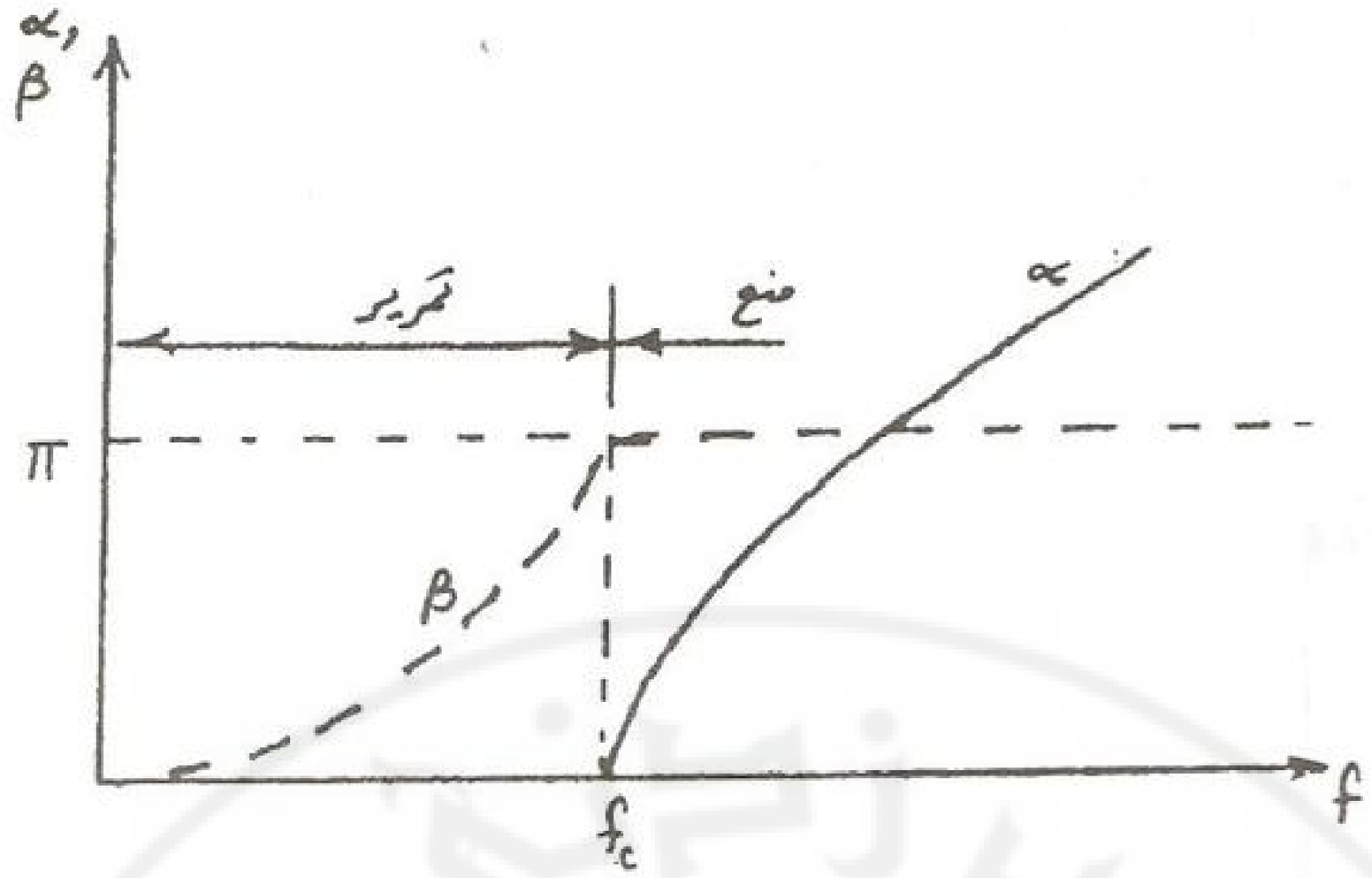


الشكل (٢-٥) تغير Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ بدلالة التردد لمرشح LPF.

نجد وفق (2-14) و (2-16) في مجال التمرير والتخميد:

$$\alpha = \cosh^{-1}\left[2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 - 1\right] \quad , \quad \beta = \cos^{-1}\left[1-2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right] \qquad \textbf{(2-25)}$$

يكون الثابت الطوري خارج مجال التمرير $\beta=\pi$. ويبين الشكل (٢-٦) تغـــير α و β بدلالة التردد.



الشكل (٢-٦) تغير α و β بدلالة التردد لمرشح LPF.

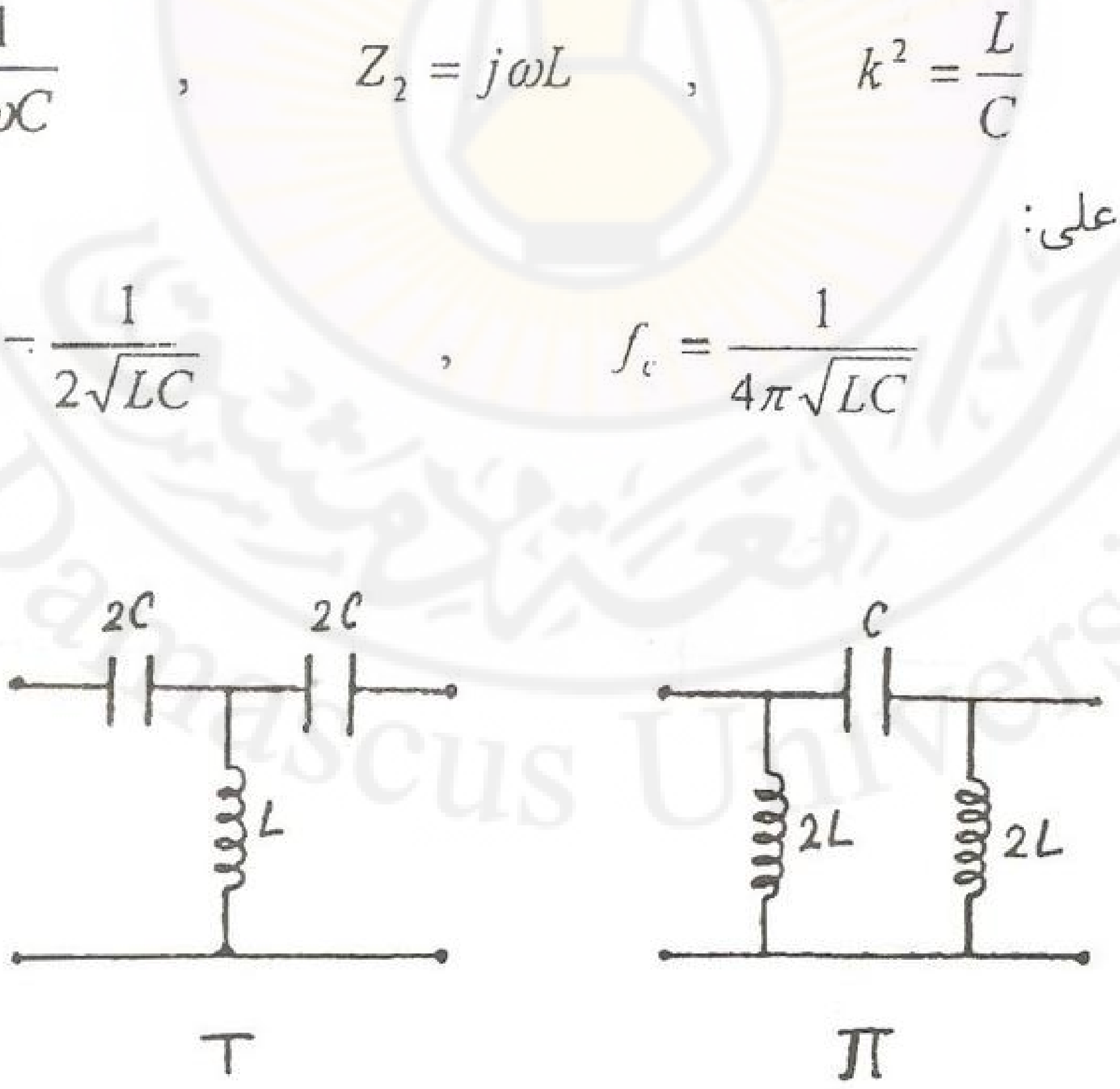
٢-٤-٢ مرشح التمرير المرتفع HPF

يبين الشكل (٢-٧) مرشح HPF على شكل مقطع T ومقطع π ويكون فيهما:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} \quad , \quad Z_2 = j\omega L \quad , \quad k^2 = \frac{L}{C}$$

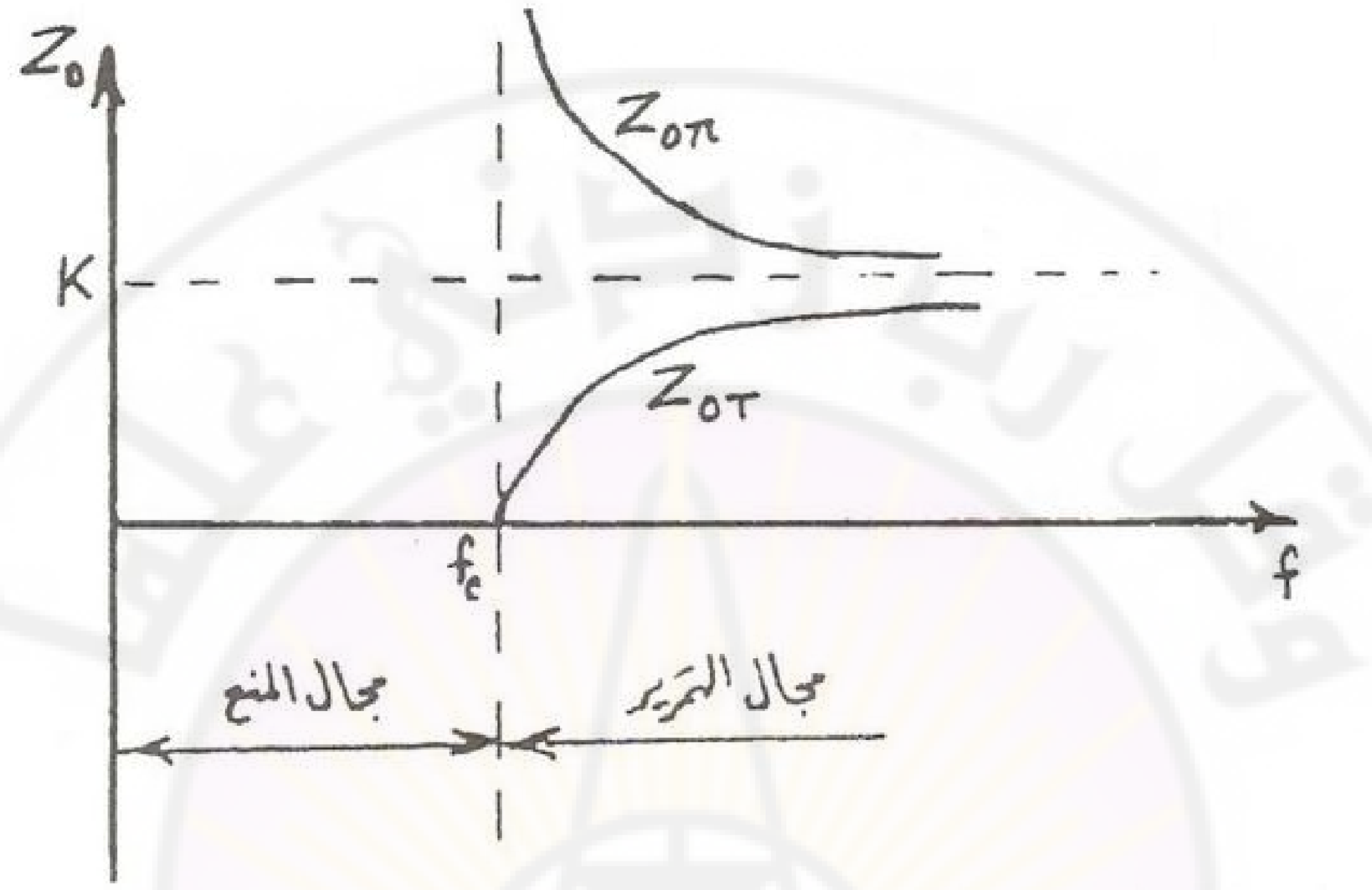
نحصل بالنتيجة على:

$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad , \quad f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \qquad (2\text{-}26)$$

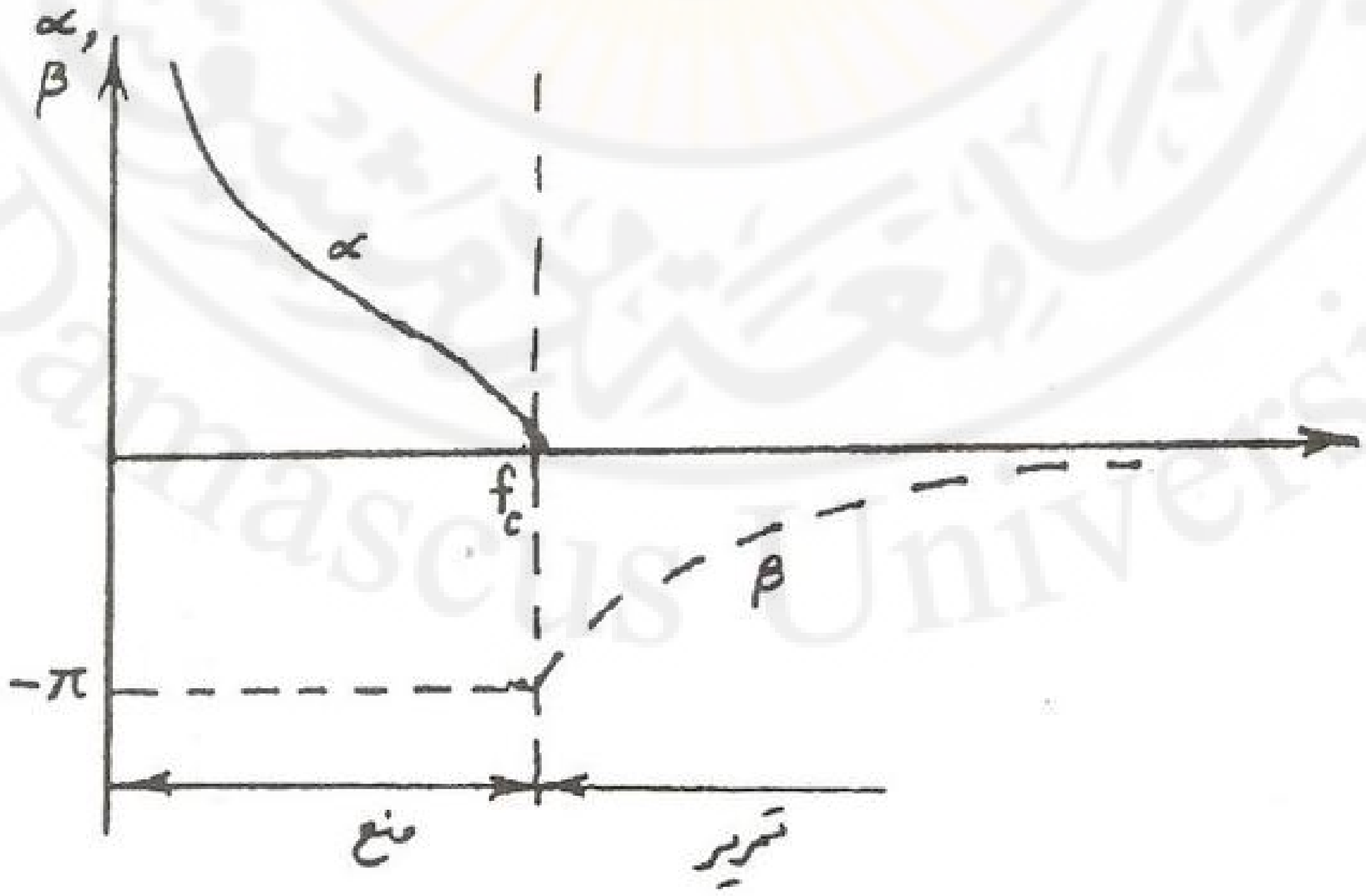


الشكل (٢-٧) المقطعان T و π لمرشح HPF ذي الثابت k.

تتحدد Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ و β و α في حالة HPF بعلاقات مماثلة لـــ (2-24) و (2-25) على أن نبدل $\frac{f}{f_c}$ بـــ $\frac{f_c}{f}$. ويبين الشكلان (٢-٨) و (٢-٩) تغير كل من القيم المذكورة مع التردد.



الشكل (٢-٨) تغير Z_{OT} و $Z_{O\pi}$ بدلالة التردد لمرشح HPF.



الشكل (٢-٩) تغير α و β بدلالة التردد لمرشح HPF.

$(nT)v_o$. بعد ذلك يقوم المبدل الرقمي-التماثلي D/A بتحويل هذا التتابع الرقمـــي إلى إشارة خرج تماثلية $(t)v_o$.



الشكل (٢-١٤) مبدأ الترشيح الرقمي.

٢-٨ خطوط النقل (الاتصال)، أنواعها وخواصها

تستخدم خطوط النقل أو الاتصال لنقل الطاقة من مكان لآخر وبـــترددات غاليـــة أو منخفضة، وهناك أنواع مختلفة من خطوط النقل أبسطها هو الخط المكون من ســـلكين ناقلين متوازيين والذي يمكن أن يكون منبسطاً أو مجدولاً. ومن أكثر خطـــوط النقـــل استخداماً الخط الهوائي الذي يكون فيه العازل بين السلكين هو الهواء، وهو يســـتخدم في النقل الهاتفي.

من خطوط النقل الأكثر استخداماً في الاتصالات خط النقل المحوري (الكابل المحوري)، وهو يتكون من ناقل داخلي ذي قطر صغير يحيط به ناقل خارجي اســـطواني الشـــكل مقطعه دائرة مركزها الناقل الداخلي ويفصل بينهما عازل مناسب. وهنـــاك شـــكلان للكابل المحوري: الأول هو الكابل المحوري الصلب ويكون فيه الناقل الخارجي اسطوانة من النحاس تحيط بالناقل الداخلي الموجود في مركزها حيث يثبت الناقـــل الـــداخلي بواسطة حلقات عازلة سماكتها صغيرة جداً بالمقارنة مع طول الموجة وموجودة علـــى مسافات متساوية على طول الكابل المحوري. والشكل الثاني للكابل المحوري هو الكابل المحوري المرن حيث يصنع الناقل الداخلي من مجموعة نواقل مرنة غير معزولة وبأقطـــار

صغيرة نسبياً مجدولة بعضها مع بعض لتشكل الناقل الداخلي. ويحيط بهذا الناقل الداخلي طبقة عازلة من بلاستيك البوليتلين يحيط بها الناقل الخارجي المغلف بطبقة حماية وعزل من بلاستيك البوليتلين.

تصنف الكوابل وفق مجالات الترددات التي تعمل عندها. ويفهم عادة ضمناً أن الكابل المحوري هو كابل للترددات العالية ويمكن أن يتضمن زوجاً محورياً أو أكثر.

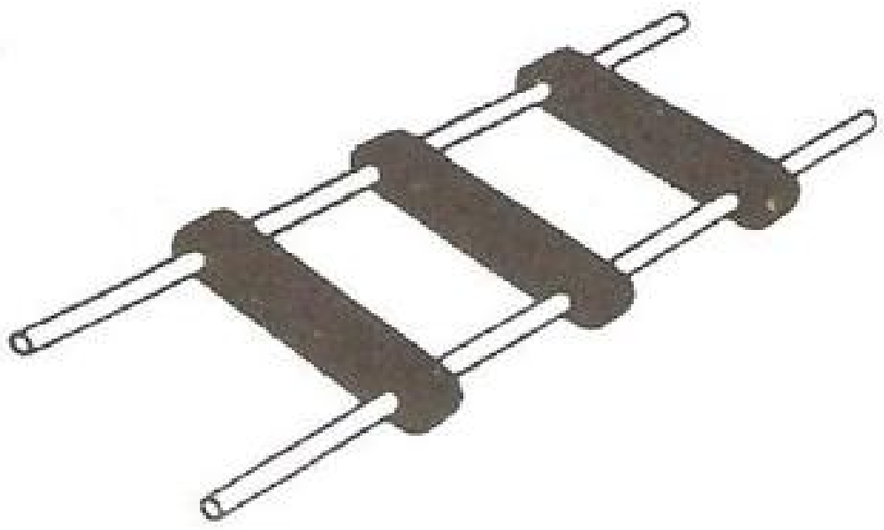
من المزايا الهامة للكوابل المحورية عدم السماح للحقول الكهرومغناطيسية بالنفاذ إلى الناقل الداخلي وبالتالي فهي تؤمن عزلاً جيداً للإشارة المنقولة عن التأثيرات الخارجية.

ويبين الشكل (٢-١٥) الأنواع المختلفة لخطوط النقل.

يعبر عن الخواص الكهربائية لخطوط النقل بوساطة الثوابت الأولية *Primary Constants* لخط النقل، أي الثوابت المنسوبة لواحدة الطول من الخط وهي يمكن أن تكون كيلومتراً أو متراً. ويفترض أن هذه الثوابت موزعة بانتظام على طول خط النقل.

إن الثوابت الأولية لخط النقل (بفرض أن واحدة الطول هي $1m$ أو $1km$) هي بالتعريف:

- المقاومة المادية لواحدة الطول (R) وهي تدل على أن الناقل غير مثالي وتقاس بالـ (Ω/m) أو (Ω/km).
- التحريضية أو عامل التحريض الذاتي لواحدة الطول (L) وينشأ من الأسلاك المكونة لخط النقل ويقاس بالـ (H/m) أو (H/km).
- السعة الكهربائية لواحدة الطول (C) وتنشأ من تجاور سلكي خط النقل ووجود الوسط العازل بينهما وتقاس بالـ (F/m) أو (F/km).
- الناقلية التفرعية لواحدة الطول (G) وتدل على وجود ضياع في العازل المحيط بالخط وتقاس بالـ (Ω^{-1}/m) أو (Ω^{-1}/km).



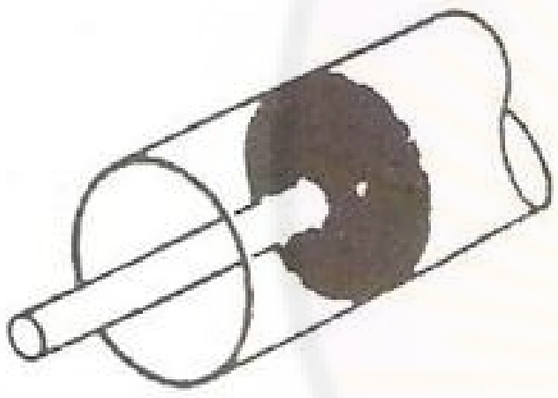
Parallel two-wire line.



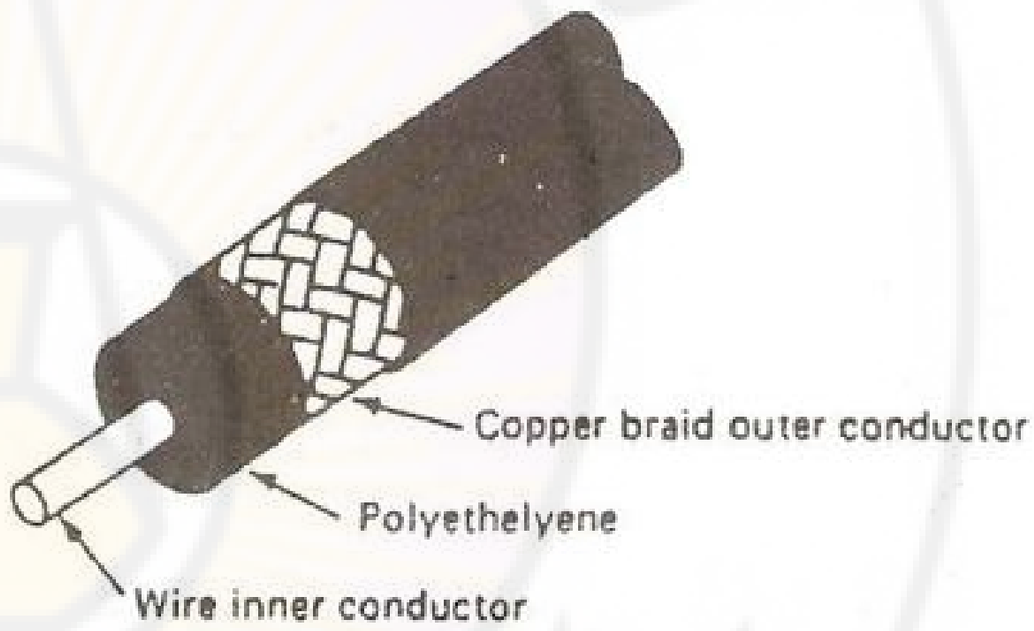
Two-wire ribbon-type lines.



Twisted pair.



Air coaxial: cable with washer insulator.



Flexible coaxial.

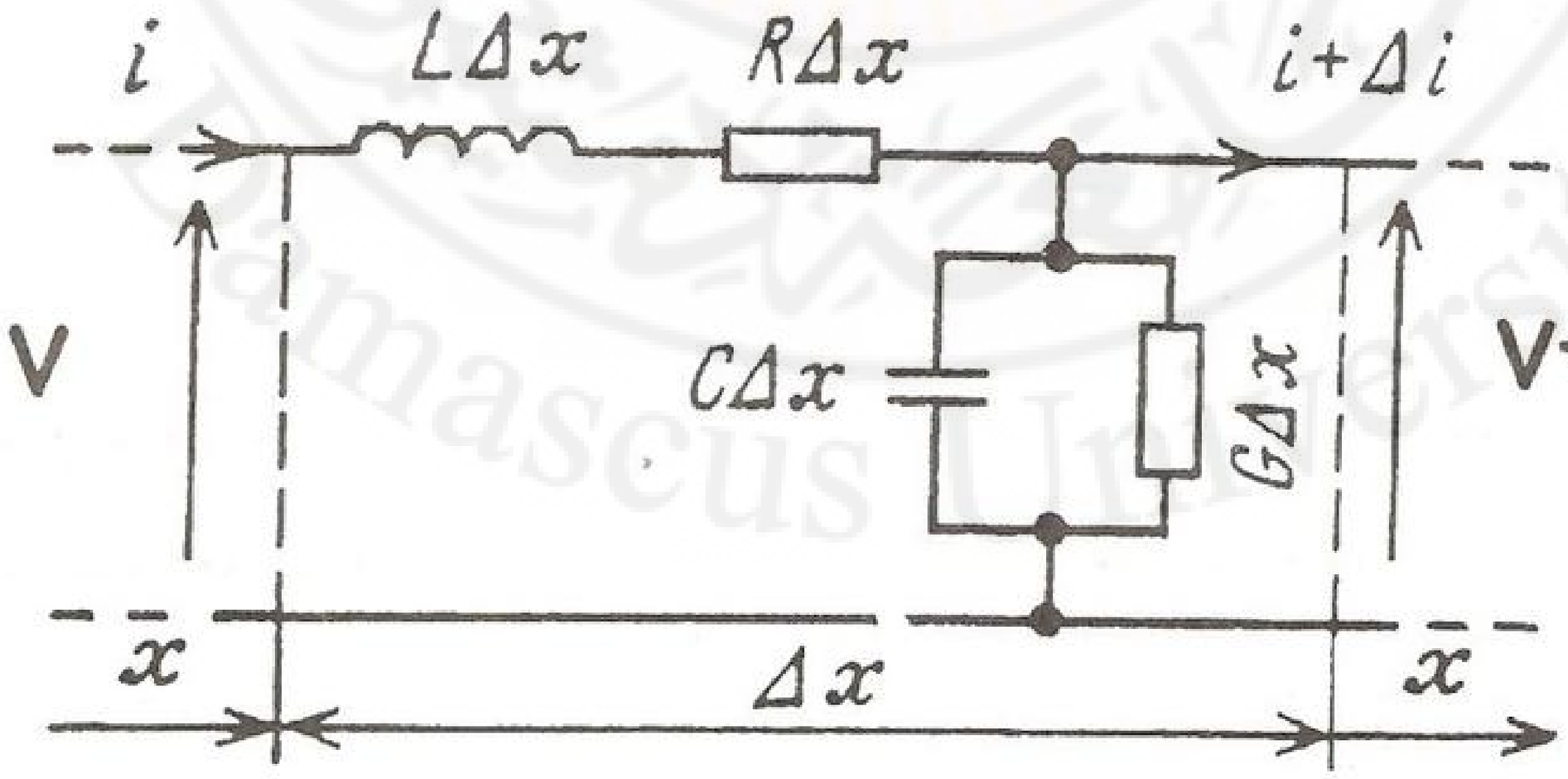
الشكل (٢-١٥) الأنواع المختلفة لخطوط النقل.

إن جميع هذه الثوابت تحدد خواص خط النقل. ولذلك عند دراسة خطوط النقل يتم تحديد القيم العددية لهذه الثوابت التي يفترض أنها موزعة بانتظام. وتكون L و C غير معتمدتين على التردد، بينما عملياً تتزايد قيم R و G مع التردد نتيجة الظاهرة القشرية *Skin Effect* وتزايد التسريب مع التردد.

إذا بقيت الثوابت الأولية لخط النقل ثابتة (غير متغيرة) على طول الخط، فإن الخط يسمى خط النقل المتجانس أو الخط المنتظم *Uniform Line*. ونقصد به الخط الذي تكون فيه الخواص الكهربائية لكل قطعة منه مهما صغرت مطابقة تماماً للخواص الكهربائية للقطع الأخرى. وبذلك تكون العناصر الكهربائية المشكلة للخط كالمقاومة والسعة والتحريضية والناقلية موزعة بشكل متساو على طول خط النقل المتجانس، وهذا النوع من الخطوط هو الذي سندرسه في البنود التالية.

٢-٩ معادلات خط النقل

لنفترض أن لدينا خط نقل منتظماً ثوابته الأولية (R, L, G, C) معلومة. وهذه الثوابت تحدد كيفية انتشار الأمواج على طول الخط، ونريد إيجاد العلاقات التي تحدد توزع كل من موجة الجهد وموجة التيار على طول الخط. لذلك نفترض أنه على مسافة x من بداية الخط عزلنا جزءا صغيرا من الخط بطول Δx كما هو مبين في الشكل (٢-١٦). ومقاومة هذا الجزء هي $R\Delta x$ وتحريضيته $L\Delta x$ وسعته $C\Delta x$ وناقليته $G\Delta x$. ونرمز للتيار والجهد في بداية هذا الجزء بـ i و v وفي نهايته بـ $i+\Delta i$ و $v+\Delta v$.



الشكل (٢-١٦) الدارة المكافئة لخط النقل.

٢-١٠ سلوك خط النقل عديم الضياع

عند دراسة سلوك خط النقل في كثير من التطبيقات العملية يمكننا إهمال فقدان الطاقة الناتج عن كل من R و G، بحيث يمكن أن نفترض.للتبسيط $R=0$ و $G=0$. ويسمى خط النقل في مثل هذه الحالة خط النقل عديم الضياع، ونعيد كتابة المعادلتين (2-36) له على النحو التالي:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t}$$
$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C\frac{\partial v}{\partial t} \qquad \textbf{(2-38)}$$

باشتقاق المعادلة الأولى بالنسبة لـ x وتبديل المعادلة الثانية فيها، وكذلك باشتقاق المعادلة الثانية بالنسبة لـ t وتبديل الأولى فيها نحصل على المعادلتين:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$
$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \qquad \textbf{(2-39)}$$

حيث:

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \textbf{(2-40)}$$

تمثل هذه القيمة كما هو موضح لاحقاً سرعة الانتشار في الخط.

تسمى المعادلتان (2-39) المعادلتين الموجيتين *Wave Equations* لخط النقل، ويعتمد حل هاتين المعادلتين على الشروط الابتدائية والحدية (الخاصة بمنبع الإشارة وممانعة الحمل). وتقبل المعادلتان كحل لهما توابع من الشكل:

$$v(x,t) = F_1\left(t \pm \frac{x}{c}\right)$$
$$i(x,t) = F_2\left(t \pm \frac{x}{c}\right) \qquad \textbf{(2-41)}$$

الفصل الثالث

التحليل الطيفي للإشارات

وخصائص نقلها عبر النظم الخطية

Spectral Analyses

and

Transmission of Signals via Linear System

التحليل الطيفي للإشارات

وخصائص نقلها عبر النظم الخطية

Spectral Analyses

and Transmission of Signals via Linear Systems

٣–١ مقدمة

ذكرنا في الفصل الأول أنه لإرسال الرسائل *Messages* عبر نظام اتصال يتم تحويلها (بواسطة مبدل الدخل) إلى إشارات كهربائية مناظرة، بشكل جهود أو تيارات متغيرة مع الزمن.

يمكن تمثيل أو وصف هذه الإشارات في مجال الزمن *Time Domain* أو في مجال التردد *Frequency Domain*. ويختص التحليل الطيفي بوصف الإشارات في مجال التردد وإظهار العلاقة بين مجال التردد ومجال الزمن. ويعد التحليل الطيفي باستخدام سلاسل فورييه أو تحويل فورييه من الطرائق الأساسية لدراسة نظم الاتصالات.

سنبدأ في هذا الفصل دراسة تحليل الإشارات باستخدام سلاسل فورييه التي تمكننا من تمثيل إشارة دورية كمجموع غير متناه من مركبات جيبية ذات ترددات مختلفة (من مضاعفات تردد تكرار الإشارة الدورية) بمطالات وأطوار معينة. ومن ثم سننتقل إلى تحويل فورييه والذي له الهدف نفسه ولكن من أجل تحليل الإشارات غير الدورية.

والهدف من استخدام سلاسل فورييه أو تحويل فورييه هو الحصول على طيف إشارة موصوفة في مجال الزمن وبالتالي إعطاء المحتوى الترددي للإشارة.

سوف نستعرض أيضاً خصائص نقل الإشارات عبر النظم الخطية. ويفترض أن يكون الطالب قد درس في الرياضيات سلاسل فورييه وتحويل فورييه، ومع ذلك سوف نستعرضها في هذا الفصل مع التركيز على التطبيقات الخاصة بنظم الاتصالات.

٣-٢ سلاسل فورييه

تستخدم سلاسل فورييه للتحليل الطيفي للإشارات الدورية. ونحن نعلم أن الإشارة $v(t)$ تكون دورية إذا حققت العلاقة:

$$v(t \pm mT_0) = v(t) \qquad \textbf{(3-1)}$$

حيث m أي عدد صحيح و T_0 دور الإشارة.

يشترط نظريا أن تحقق الإشارة الدورية $v(t)$ العلاقة (3-1) لكل الأزمنة المحصورة بين $-\infty<t<+\infty$، وهو شرط لا يمكن تحقيقه بالنسبة للإشارات العملية. ومع ذلك يمكن أن تعد كإشارة دورية عملياً أي إشارة توصف بالعلاقة (3-1) خلال فترة محدودة مثل $-\frac{T}{2}<t<\frac{T}{2}$، بشرط أن يكون $T>>T_0$.

من القيم الهامة المميزة للإشارات الدورية متوسطها الزمني واستطاعتها المتوسطة.

يعرف المتوسط الزمني لأي إشارة $v(t)$ وفق العلاقة:

$$\langle v(t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} v(t)dt \qquad \textbf{(3-2)}$$

إذا كانت الإشارة $v(t)$ دورية فإن العلاقة (3-2) تصبح:

$$\langle v(t)\rangle = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)dt \qquad \textbf{(3-3)}$$

يعني هذا أنه يمكن إجراء التكامل لأي فترة مدتها تساوي الدور T_0، مثلاً من t_1 حتى t_1+T_0. وتعرف الاستطاعة المتوسطة كمتوسط زمني للاستطاعة اللحظية. فمثلاً بفرض أن $v(t)$ تمثل الجهد المطبق على مقاومة $(R=1\Omega)$ فإن الاستطاعة اللحظية تساوي $v^2(t)$، سواء كانت الإشارة تمثل جهداً أم تياراً. وتكون الاستطاعة المتوسطة:

$$P = \left\langle |v(t)|^2 \right\rangle = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} |v(t)|^2 dt \qquad \textbf{(3-4)}$$

نقول أن $v(t)$ هي إشارة استطاعة، إذا كانت ذات قيمة محدودة للاستطاعة المتوسطة P، أي إذا كانت:

$$0 < P < \infty$$

يشترط أحياناً لتمثيل الإشارات الدورية بسلسلة فورييه أن تكون ذات استطاعة محدودة. ومع ذلك يمكن عد الشرط المذكور كافياً، ولكنه قد لا يكون ضرورياً في بعض الحالات.

يمكن تمثيل الإشارات الدورية طيفياً بنشرها وفق سلسلة فورييه *Fourier Series* التي يمكن أن تأخذ أشكالاً متعددة ومنها الشكل التالي المسمى بالسلسلة المثلثاتية *Trigonometric Series*:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t \qquad \textbf{(3-5)}$$

حيث $\omega_0 = 2\pi f_0$، و $f_0 = \frac{1}{T_0}$، بينما تعطى الثوابت a_0 و a_n و b_n بالعلاقات:

$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)dt \qquad \textbf{(3-6)}$$

$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} v(t)\cos n\omega_0 t dt \qquad \textbf{(3-7)}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} v(t)\sin n\omega_0 t dt \qquad \textbf{(3-8)}$$

يمثل a_0 المتوسط الزمني أو المركبة المستمرة لـــ $v(t)$.

نكتب سلسلة فوريه المثلثاتية المدمجة *Compact Trigonometric Series* كما يلي:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \qquad \textbf{(3-9)}$$

حيث:

$$A_0 = a_0 \quad , \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad , \quad \phi_n = -\arctan\frac{b_n}{a_n} \qquad \textbf{(3-10)}$$

يرمز A_n و Φ_n لمطال وطور التوافقي ذي التردد nf_0. ويُمثّل A_0 و A_n بالطيف المطالي، بينما يُمثّل Φ_n بالطيف الطوري.

بدلاً من سلسلة فوريه المثلثاتية (5-3) والسلسلة المدمجة (9-3) تستخدم للتحليل النظري غالباً السلسلة التالية المسماة سلسلة فوريه الأسية العقديـــة *Complex Exponential Series*:

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \qquad \textbf{(3-11)}$$

حيث:

$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t) e^{-jn\omega_0 t}\, dt \qquad \textbf{(3-12)}$$

يمكن أن ننشر حسب السلسلة الأسية (11-3) التوابع الدورية الحقيقية والعقدية.

عند المقارنة مع السلسلة المثلثاتية المدمجة (9-3) في حالة التوابع الدورية الحقيقية، يستنتج أن:

$$c_0 = A_0 \quad , \quad c_n\big|_{n\geq 1} = \frac{A_n}{2} e^{j\phi_n} \qquad \textbf{(3-13)}$$

يعد c_n أحياناً "مطالاً" للمركبة الطيفية الأسية $c_n e^{jn\omega_0 t}$، مع أنه يكون في الحالة العامة عقدياً حتى إذا كان التابع $v(t)$ حقيقياً. ولذلك نكتب:

$$c_n = |c_n| e^{j\arg c_n}$$

حيث $|c_n|$ مقدار المطال، وترمز $\arg c_n$ لزاوية c_n.

نجد من أجل $n\geq 1$ أن:

$$|c_n| = \frac{A_n}{2} \quad , \quad \arg c_n = \phi_n \qquad \textbf{(3-14)}$$

برسم $|c_n|$ كتابع للتردد نحصل على الطيف المطالي المتقطع للإشارة، كما أن رسم $\arg(c_n)$ كتابع للتردد يعطي الطيف الطوري المتقطع للإشارة.

إذا استبدلنا $(-n)$ بـ (n) في (3-12)، نستنتج أنه لأي تابع دوري حقيقي يكون:

$$c_{-n} = c_n^* \qquad \textbf{(3-15)}$$

حيث c_n^* هو المرافق العقدي لـ c_n لذلك يكون:

$$|c_{-n}| = |c_n| \quad , \quad \arg(c_{-n}) = -\arg(c_n) \qquad \textbf{(3-16)}$$

هذا يعني أن الطيف المطالي لإشارة دورية حقيقية متناظر زوجياً والطيف الطوري متناظر فردياً. ويعبر عن التناظرين معاً بالقول إن c_n وفق (3-15) تحقق التناظر بإحكام *Hermition Symmetry*.

المثال ٣-١

أوجد c_n لقطار النبضات المستطيلة المبينة في الشكل (٣-١) وارسم طيف المطال $|c_n|$ وطيف الطور $\arg(c_n)$.

الحل:

نختار مجال التكامل من $-\frac{T_0}{2}$ حتى $\frac{T_0}{2}$. ونلاحظ أنه في المجال المذكور لدينا:

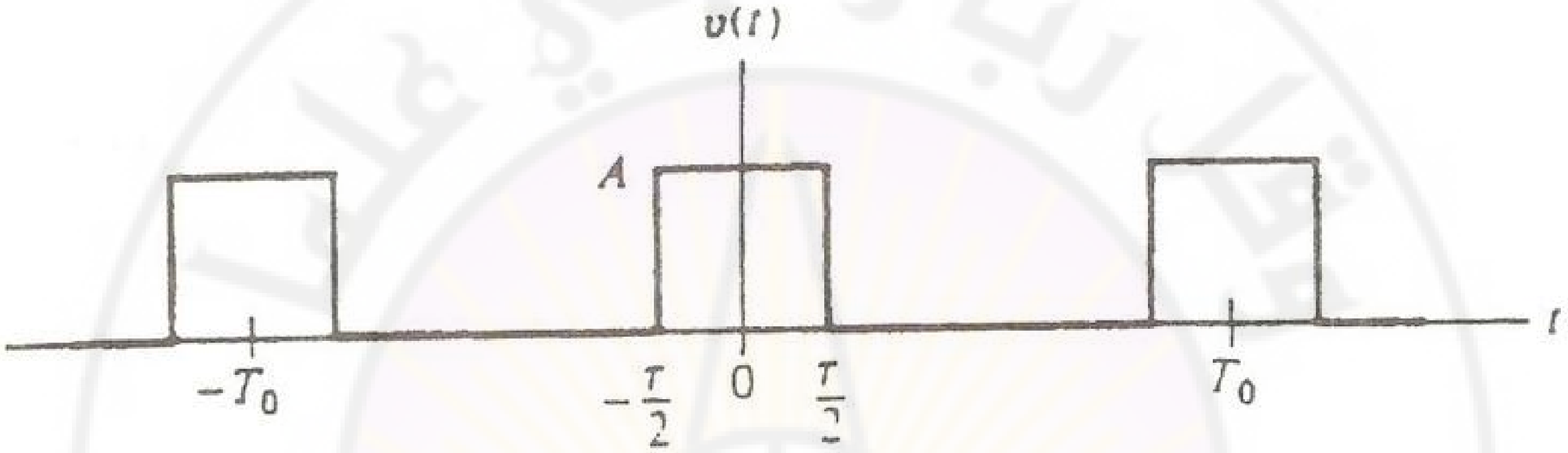
$$v(t) = \begin{cases} A & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases}$$

حيث τ مدة كل نبضة و A مطالها أو ارتفاعها.

نجد وفق العلاقة (3-12) أن:

$$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} v(t)e^{-jn\omega_0 t}\,dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)e^{-jn\omega_0 t}\,dt$$

$$= \frac{A}{-jn\omega_0 T_0}\left(e^{-\frac{jn\omega_0\tau}{2}} - e^{\frac{jn\omega_0\tau}{2}}\right) = \frac{A}{T_0}\frac{\sin \pi n f_0 \tau}{\pi n f}$$



الشكل (٣-١) قطار نبضات مستطيلة.

من المناسب أن نستخدم لاحقاً التابع sinc المعرف بدلالة المتحول λ وفق العلاقة:

$$\operatorname{sinc}\lambda = \frac{\sin \pi\lambda}{\pi\lambda} \qquad \textbf{(3-17)}$$

بفرض أن $\lambda = nf_0\tau$ نجد أن:

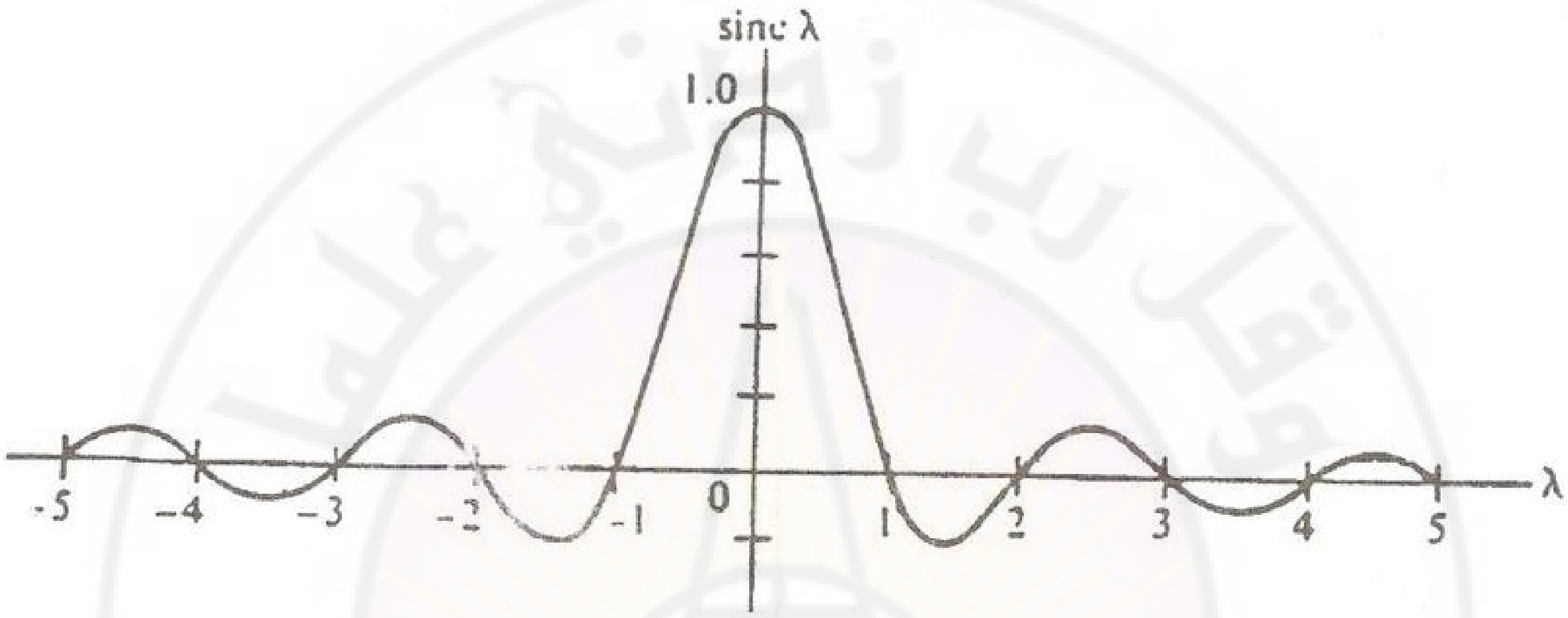
$$c_n = \frac{A\tau}{T_0}\operatorname{sinc} nf_0\tau = Af_0\tau \operatorname{sinc} nf_0\tau \qquad \textbf{(3-18)}$$

يبين الشكل (٣-٢) منحني التابع sincλ. ونلاحظ أنه يساوي الواحد عندما $\lambda=0$ وينعدم عندما $\lambda=\pm k$، حيث k أي عدد صحيح ما عدا الصفر $(k=1,2,3,\ldots)$.

تكون العلاقة (3-18) صحيحة من أجل جميع قيم n، وكحالة خاصة نجد منها المركبة المستمرة من أجل $n=0$:

$$c_0 = \frac{A\tau}{T_0} = Af_0\tau$$

يبين الشكل (٣-٣) طيف المطال $|c_n|$ وطيف الطور $\arg(c_n)$ وفق العلاقة (3-18) من أجل $\tau = T_0/4$.



الشكل (٣-٢) منحني التابع sinc.

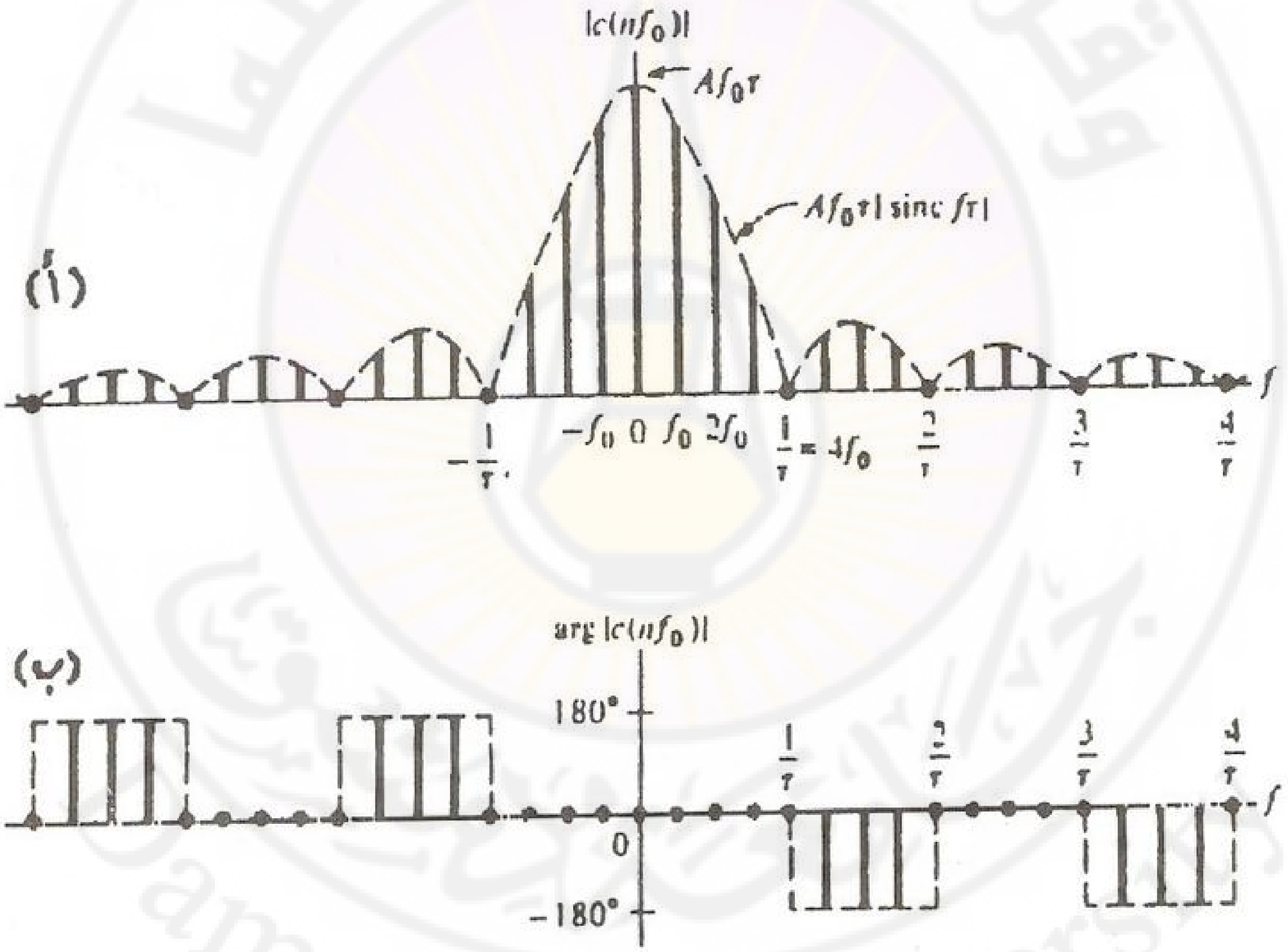
نجد من الشكل أن طيف المطال $|c_n|$ في الشكل (٣-٣-أ) متناظر زوجياً وأن غلافه يمر بالصفر عند الترددات التي هي من مضاعفات $1/\tau$. ونعد في الشكل (٣-٣-ب) أن طيف الطور يأخذ القيم $0°$ و $\pm 180°$ تبعاً لقطبية التابع $\text{sinc}nf_0t$. وقد استخدمنا كلا القيمتين $180°$ و $-180°$ بهدف إيضاح التناظر الفردي لطيف الطور وفق العلاقة (3-16).

تتميز المعاملات العقدية c_n عموماً بالخواص التالية:

١- يمثل c_0 المركبة المستمرة لـ $v(t)$.

٢- إذا كان $v(t)$ تابعاً دورياً حقيقياً، فإن طيف المطال $|c_n|$ يكون متناظراً زوجياً، بينما يكون طيف الطور متناظراً فردياً، أي يكون c_n متناظراً بإحكام.

٣- إذا كان $v(t)$ زوجياً بحيث $v(-t)=v(t)$ كما في حالة قطار النبضات المستطيلة في الشكل (٣-١) فإن c_n يكون حقيقياً، أي تكون زاويته صفراً أو $\pm 180^\circ$ ويوافق ذلك سلسلة مثلثاتية (3-5) مؤلفة من حدود التجيب فقط، أي تنعدم فيها الثوابت b_n. وإذا كان $v(t)$ فردياً بحيث $v(-t)=-v(t)$ فإن c_n يكون تخيلياً، أي تكون زاويته $\pm 90^\circ$. وهذا يوافق سلسلة مثلثاتية (3-5) مؤلفة من حدود الجيب فقط، أي تنعدم فيها الثوابت a_n.



الشكل (٣-٣)

أ) طيف المطال

ب) طيف الطور

٣-٣ نظرية بارسيفال للاستطاعة

يمكن إثبات أن الاستطاعة المتوسطة P للإشارة الدورية $v(t)$ وفق العلاقة (3-4) تساوي مجموع الاستطاعات المتوسطة لمركبات سلسلة فورييه لها. ونعبر عن ذلك بكتابة:

$$P = \left\langle |v(t)|^2 \right\rangle = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 \qquad \textbf{(3-19)}$$

تمثل القيمة $|c_n|^2$ الاستطاعة المتوسطة للمركبة n لسلسلة فورييه الأسية:

$$P_n = \left\langle \left| c_n e^{jn\omega_0 t} \right|^2 \right\rangle = |c_n|^2$$

لذا يمكن إعادة كتابة (3-19) على النحو:

$$P = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n \qquad \textbf{(3-20)}$$

تسمى العلاقة (3-19) أو (3-20) نظرية بارسيفال للاستطاعة *Parseval's Power Theorem*.

٣-٤ تحويل فورييه والطيف المستمر

تستخدم سلسلة فورييه للتمثيل الطيفي للإشارات الدورية محدودة الاستطاعة ($0<P<\infty$). وبالمقابل يستخدم تحويل فورييه للتمثيل الطيفي للإشارات غير الدورية محدودة الطاقة. بمعنى أن لها قيمة محدودة للطاقة الكلية (المحددة لكل الأزمنة):

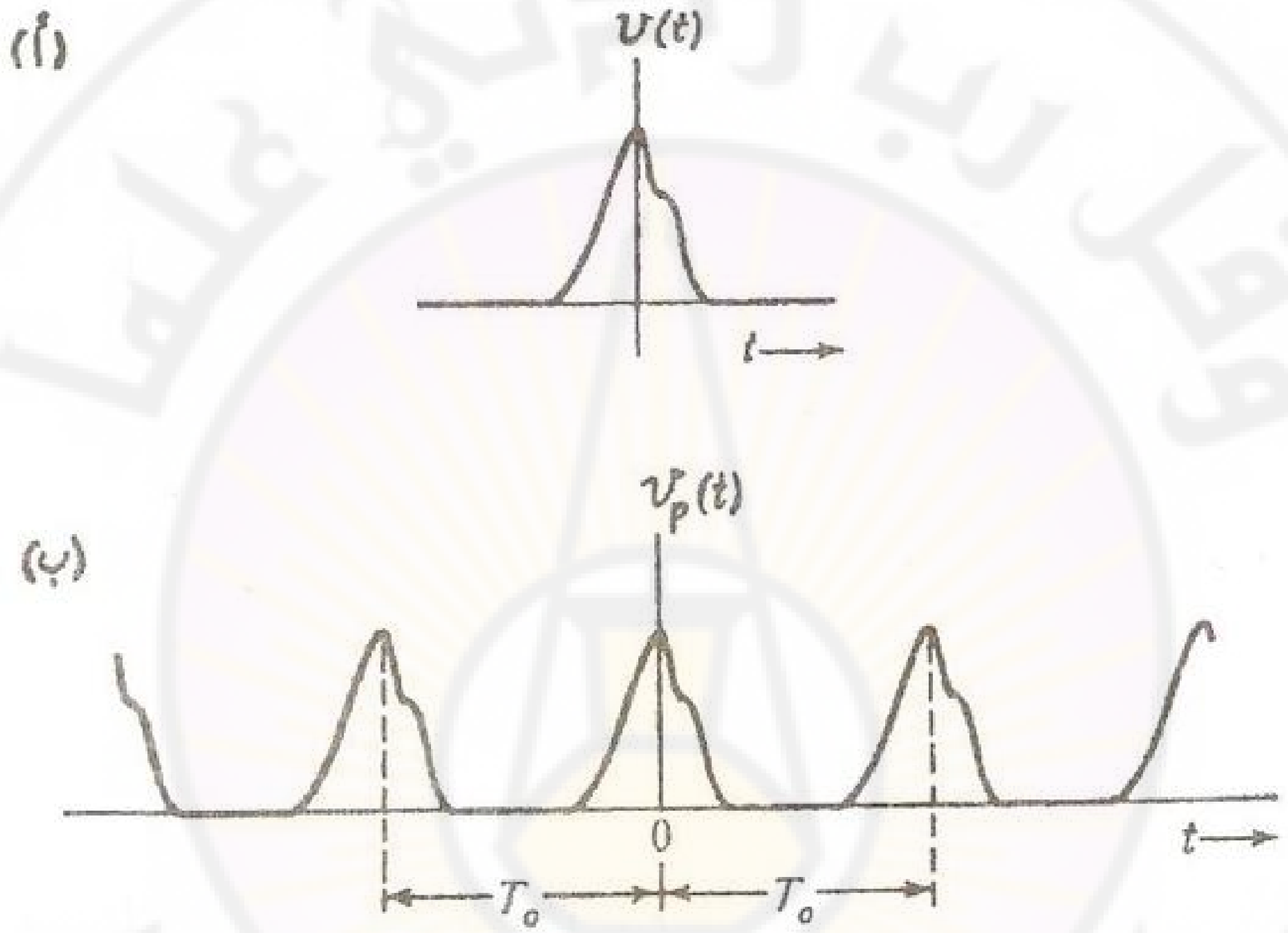
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |v(t)|^2 \, dt$$

بحيث ($0<E<\infty$). ويعد أحياناً كشرط مسبق لوجود تحويل فورييه لأي إشارة $v(t)$ أي تكون طاقتها الكلية محدودة.

كما أوضحنا في البند السابق تستخدم سلاسل فورييه للوصف الطيفي للإشارة الدورية، ونريد تطوير وصف طيفي مشابه لإشارة $v(t)$ غير دورية محدودة الطاقة

كالمبينة في الشكل (٣-٤-أ). ومن أجل ذلك نرسم إشارة دورية $v_p(t)$ كما في الشكل (٣-٤-ب)، بحيث تكون مماثلة لـ $v(t)$ خلال فترة وجود $v(t)$ وتتكرر بدور T_0. ونجد أن $v_p(t)$ تؤول إلى $v(t)$ إذا جعلنا $T_0 \to \infty$، بحيث يمكن أن نكتب:

$$v(t) = \lim_{T_0 \to \infty} v_p(t)$$



الشكل (٣-٤)

أ)إشارة غير دورية محدودة الطاقة.

ب)إشارة دورية مماثلة لها.

نمثل $v_p(t)$ بسلسلة فورييه الأسية:

$$v_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j2\pi f_n t} \qquad \textbf{(3-21)}$$

نعبر عن c_n وفق (3-12):

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v_p(t) e^{-j2\pi f_n t}\, dt \qquad \textbf{(3-22)}$$

حيث $f_n=nf_0$. وإذا جعلنا T_0 كبيراً جداً، فإن f_0 يصبح صغيراً جداً. ولذا سنرمز له Δf، ونعيد كتابة (3-21) على النحو:

$$v_\mu(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{c_n}{f_0}e^{j2\pi f_n t}\Delta f \qquad \textbf{(3-23)}$$

وذلك لأن $\frac{\Delta f}{f_0}=1$.

عندما نجعل $T_0\to\infty$، بحيث $v_P(t)\to v(t)$ فإن $c_n\to 0$. ولكن قيمة الجداء c_nT_0 أو النسبة $\frac{c_n}{f_0}$ تبقى محدودة وتؤول إلى ما يسمى تحويل فوريه لـ $v(t)$، ونرمز له $V(f)$. وهكذا يكون:

$$V(f)=\lim_{T_0\to\infty}c_nT_0=\lim_{f_0\to 0}\frac{c_n}{f_0} \qquad \textbf{(3-24)}$$

طالما أن خطوط الطيف "تتلاصق" عندما $T_0\to\infty$، أو $f_0\to 0$ ، ففي هذه الحالة بدلاً من التعامل مع قيم منفصلة للتردد f_n أو nf_0، نتعامل مع التردد f كمتحول مستمر. ولذا نعيد كتابة (3-24) على النحو:

$$V(f)=\lim_{T_0\to\infty}c_nT_0=\int_{-\infty}^{+\infty}v(t)e^{-j2\pi ft}\,dt \qquad \textbf{(3-25)}$$

يؤول المجموع في العلاقة (3-23) إلى تكامل، وبالتالي تؤول العلاقة المذكورة إلى الشكل:

$$v(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}V(f)e^{j2\pi ft}\,df \qquad \textbf{(3-26)}$$

وذلك مع مراعاة أن $v_P(t)\to v(t)$ و $\frac{c_n}{f_0}\to V(f)$.

سوف نكتب ω بدلاً من $2\pi f$ في (3-25) و (3-26) لتصبحا على النحو:

$$V(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}v(t)e^{-j\omega t}\,dt \qquad \textbf{(3-27)}$$

$$|V(-f)| = |V(f)| \quad , \quad \arg[V(-f)] = -\arg[V(f)] \tag{3-31}$$

أي يكون الطيف المطالي $|V(f)|$ متناظراً زوجياً وطيف الطور $\arg[V(f)]$ متناظراً فردياً. ويعد $V(f)$ متناظراً بإحكام وفق (3-30) وعلى غرار (3-15).

٢- إذا كانت $v(t)$ متناظرة زوجياً بحيث $v(t) = v(-t)$ فإن:

$$V(f) = 2\int_0^{+\infty} v(t)\cos\omega t dt \tag{3-32}$$

يكون $V(f)$ في هذه الحالة حقيقياً. وبالمقابل إذا كانت $v(t)$ متناظرة فردياً، أي أن $v(t) = -v(-t)$ فإن:

$$V(f) = -2j\int_0^{+\infty} v(t)\sin\omega t dt \tag{3-33}$$

٣- إن قيمة $V(f)$ عند التردد $f=0$ تمثل مساحة $v(t)$ أي أن:

$$V(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)dt \tag{3-34}$$

تقارن هذه العلاقة مع العلاقة المحددة للمركبة المستمرة لإشارة دورية c_0 وفق (3-12).

المثال ٣-٢

لنوجد تحويل فوريه $V(f)$ للنبضة المستطيلة المبينة في الشكل (٣-٥) التي توصف بالعلاقة:

$$v(t) = A\Pi(\frac{t}{\tau}) \tag{3-35}$$

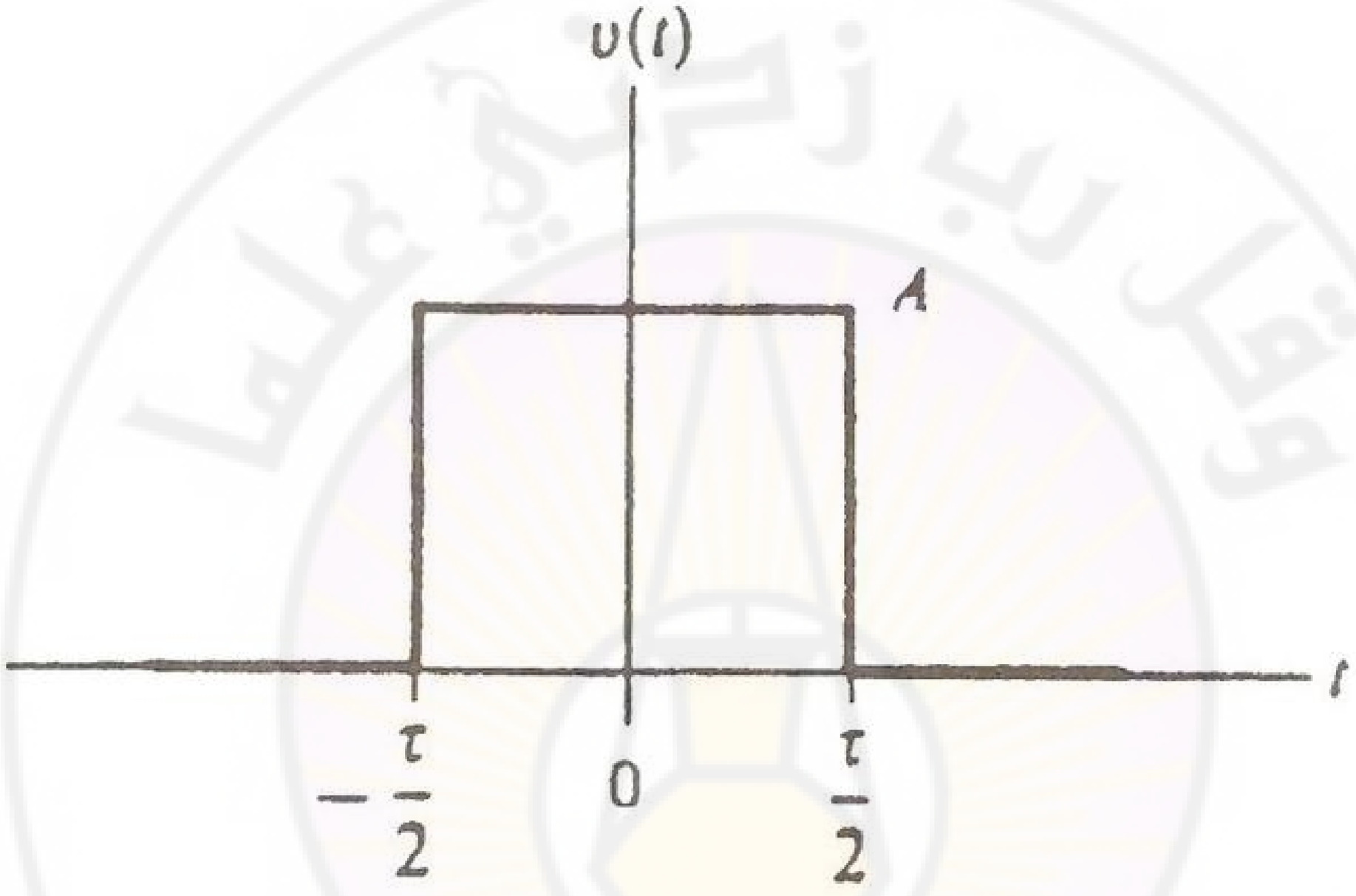
يرمز $\Pi(\lambda)$ لتابع المستطيل *Rectangle Function* المعرف بالعلاقة التالية:

$$\Pi(\lambda) = \begin{cases} 1 & |\lambda| < 1/2 \\ 0 & |\lambda| > 1/2 \end{cases} \tag{3-36}$$

نفترض في (3-35) أن $\lambda = \frac{t}{\tau}$، ومن ثم يكون:

$$\Pi(\frac{t}{\tau}) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases} \qquad \textbf{(3-37)}$$

هذا يعبر عن النبضة المستطيلة في الشكل (٣-٥) عندما $A=1$.



الشكل (٣-٥) نبضة مستطيلة.

بما أن $\Pi(\frac{t}{\tau})$ متناظرة زوجياً، لذلك يكون تحويل فورييه لها وفق (3-32):

$$F\left[\Pi(\frac{t}{\tau})\right] = 2\int_0^{\tau/2} \cos\omega t dt = \frac{2\sin\frac{\omega\tau}{2}}{\omega} = \tau \text{sinc} f\tau$$

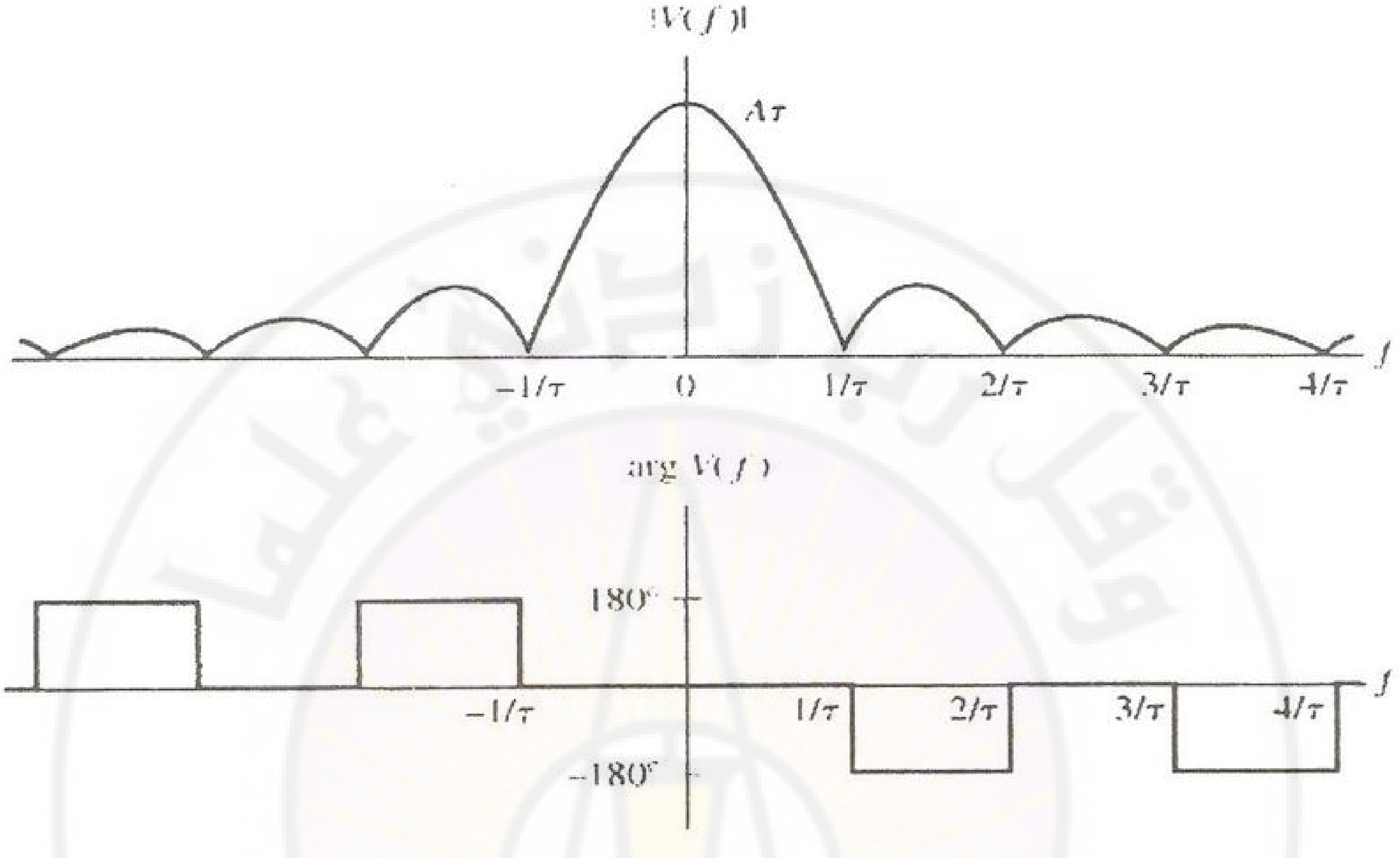
أي أن:

$$\Pi(\frac{t}{\tau}) \leftrightarrow \tau \text{sinc} f\tau \qquad \textbf{(3-38)}$$

بالتالي يكون تحويل فورييه للنبضة (3-35):

$$V(f) = A\tau \text{sinc} f\tau \qquad \textbf{(3-39)}$$

يبين الشكل (٣-٦) الطيفين المطالي والطوري وفق (3-39).



الشكل (٣-٦) الطيف المطالي والطيف الطوري للنبضة المستطيلة.

نلاحظ أن $V(0) = A\tau$ وهذه هي مساحة النبضة $v(t)$. ونلاحظ أن الطيف المطالي $|V(f)|$ في الشكل (٣-٦-أ) هو غلاف $|c_n|$ نفسه لقطار النبضات المستطيلة في الشكل (٣-٣-أ) بعد أن نقسمه على f_0، وهو ينعدم في النقاط $\pm K/\tau$، حيث K أي عدد صحيح ما عدا الصفر ($K=1,2,3...$)، ونجد أيضاً أن $\arg[V(f)]$ في الشكل (٣-٦-ب) مماثل لغلاف $\arg[c_n]$ في الشكل (٣-٣-ب) ويعد غالباً أن الجزء الأساسي للطيف المطالي $|V(f)|$ محصور ضمن المجال $|f|<1/\tau$. وبعبارة أخرى، يمثل $1/\tau$ عرض المجال "الفعال" لطيف النبضة. وكلما زادت τ، يقل عرض المجال "الفعال"

للطيف، والنبضات الضيقة التي لها عرض τ صغير جداً يكون عرض المجـــال "الفعـــال" لطيفها كبيراً جداً. وتسمى هذه الظاهرة ظاهرة الامتداد العكسي.

٣-٥ نظريات أو خواص تحويل فورييه

إذا كان $v(t) \leftrightarrow V(f)$ فيمكن إثبات النظريات أو الخواص التالية لتحويل فورييه:

٣-٥-١ خاصة الخطية أو التراكب *Super Position*:

إذا كان تحويل فورييه لـــ $v(t)$ هو $V(f)$، ولـــ $w(t)$ هو $W(f)$ فإنه يمكن أن نكتب:

$$\alpha v(t) + \beta w(t) \leftrightarrow \alpha V(f) + \beta W(f) \qquad \textbf{(3-40)}$$

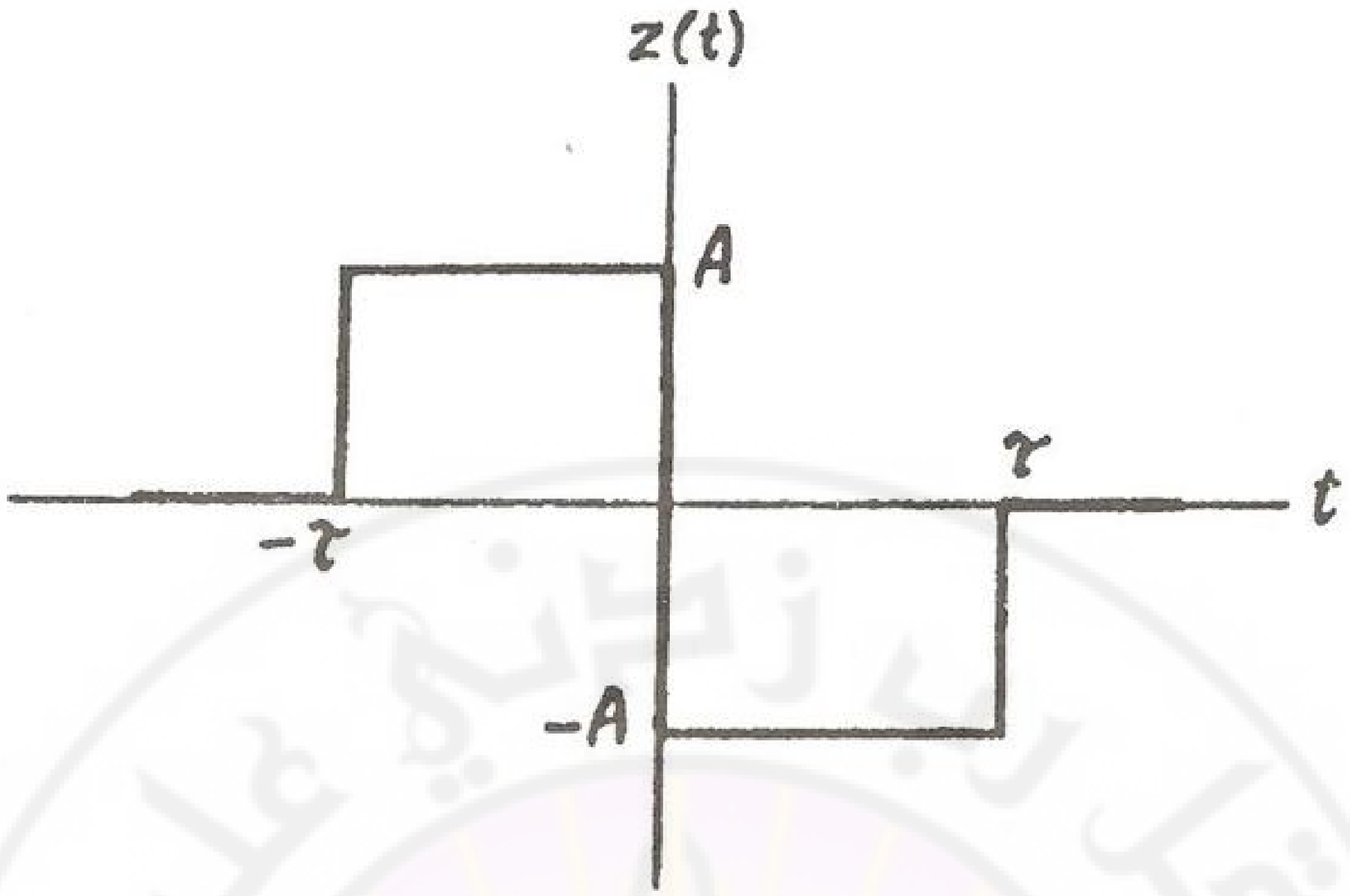
حيث α و β أي ثابتان.

٣-٥-٢ خاصة تغيير التدريج أو التقييس *Scaling*:

ويعبر عنها بالعلاقة:

$$v(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} V\left(\frac{f}{a}\right) \qquad \textbf{(3-41)}$$

حيث a ثابت. وتمثل $v(at)$ هنا $v(t)$ نفسه بعد استبدال t بـــ at. ووفق هذه الخاصـــة فإن تدريجات محور الزمن تتمدد أو تنضغط وفقاً لقيمة الثابت a كما أن اتجاه المحـــور ينعكس في حالة كون a سالباً. فإذا كان الثابت a موجباً وأكبر من الواحد فإن $v(at)$ تمثل حالة ضغط لـــ $v(t)$، أما إذا كان a موجباً وأصغر من الواحـــد فنحصـــل علـــى توسيع زمني. وإذا كان a سالباً فهذا يعني أنه يجب أن نعكس $v(t)$ زمنيـــاً إضـــافة إلى ضغطه أو توسيعه زمنياً بالعامل $|a|$ لنحصل على $v(at)$.



الشكل (٣-٧) الإشارة الممثلة بمجموع لنبضتين مستطيلتين.

٣-٥-٤ خاصة الإزدواجية أو المثنوية *Duality*:

تنص هذه الخاصة على أنه بافتراض أن $v(t)\leftrightarrow V(f)$ وأن تابعاً للزمن $z(t)$ يكون مماثلاً لـ $V(f)$ فيما لو استبدلنا f بـ t أي:

$$z(t)=V(t) \tag{3-45}$$

فعند إذن يكون:

$$F[z(t)]=v(-f) \tag{3-46}$$

حيث $v(-f)$ هو $v(t)$ نفسه بعد استبدال t بـ $-f$.

تعد هذه الخاصة كنتيجة لتشابه تكاملي فوريه (3-27) و (3-28) واختلافهما فقط بمتحول عملية التكامل والإشارة الجبرية للأس.

المثال ٣-٤

بالاستفادة من خاصة الازدواجية، أوجد تحويل فورييه للإشارة المبينة في الشكل (٣-٨-أ)، وهي تسمى بنبضة sinc وتوصف بالعلاقة:

$$z(t) = A\text{sinc}2\omega t$$

يمكن إيجاد تحويل فورييه لهذه الإشارة بالاستفادة من خاصة الازدواجية انطلاقاً من أن تحويل فورييه للنبضة المستطيلة يوصف بالتابع sinc وفق العلاقة (3-39):

$$A\prod(\frac{t}{\tau}) \leftrightarrow A\,\tau\text{sinc}f\tau$$

لذا نفترض أن $v(t) = \frac{A}{\tau}\prod(\frac{t}{\tau})$ بحيث يكون:

$$V(f) = A\,\tau\text{sinc}f\tau$$

هكذا يكون $z(t)$ مماثلاً لـ $V(f)$، فيما لو استبدلنا f بـ t و τ بـ $2W$. ويمكن أن نكتب $z(t)=V(t)$، إذا افترضنا شكلياً أن $\tau=2W$. ومن ثم نطبق خاصة الازدواجية (3-46) فنكتب:

$$F[z(t)] = v(-f) = \frac{A}{2W}\Pi\left(\frac{-f}{2W}\right)$$

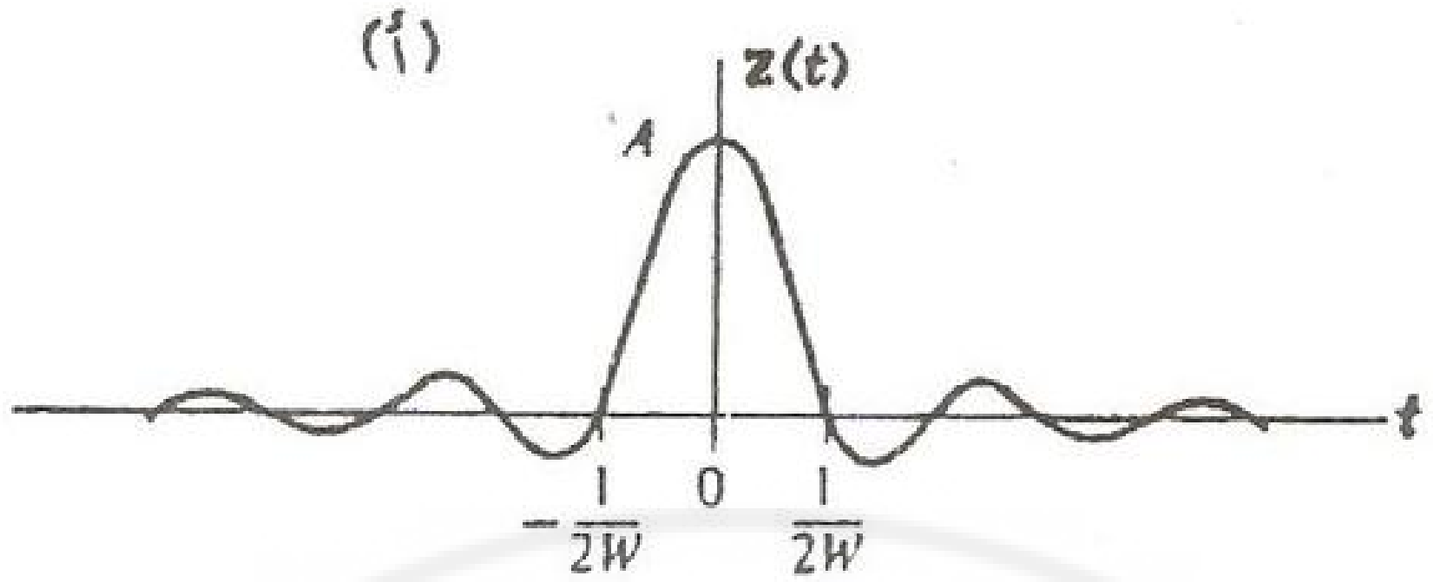
وبالتالي يكون:

$$Z(f) = \frac{A}{2W}\Pi\left(\frac{f}{2W}\right) \qquad \textbf{(3-47)}$$

ذلك لأن تابع المستطيل متناظر زوجياً، ونكتب بالنتيجة:

$$A\,\text{sinc}2Wt \leftrightarrow \frac{A}{2W}\Pi\left(\frac{f}{2W}\right) \qquad \textbf{(3-48)}$$

يبين الشكل (٣-٨-ب) تحويل فورييه لـ $z(t)$، أي $Z(f)$ وفق العلاقة (3-47). ونلاحظ من الشكل أن هذا الطيف محدود تماماً وعرضه يساوي $2W$، حيث W عرض المجال للترددات الموجبة أو السالبة.



الشكل (٣-٨)

أ)نبضة sinc.

ب)تحويل فوريه لنبضة sinc.

٣-٥-٥ خاصة الإزاحة الترددية *Frequency Shifting*:

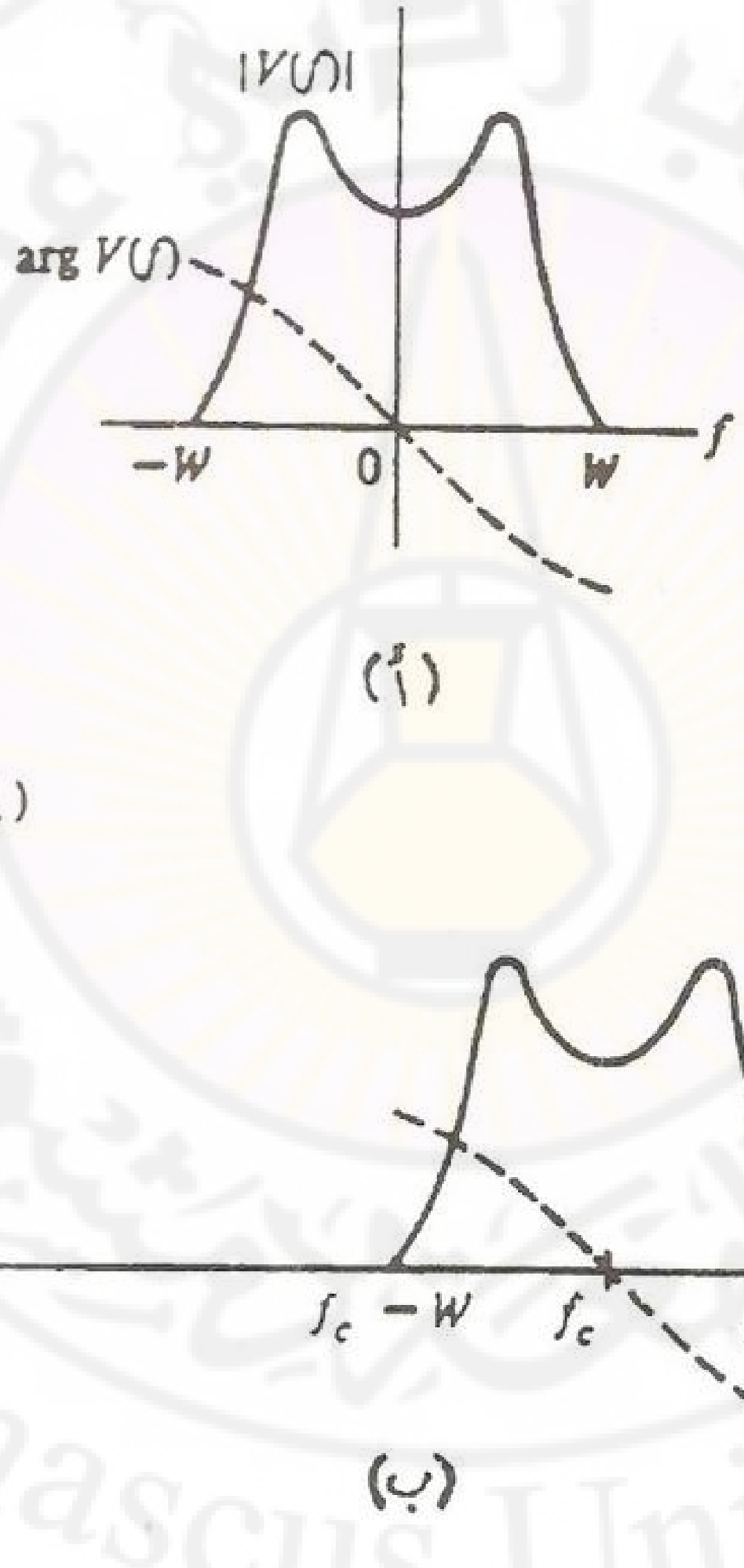
تسمى هذه الخاصة أيضاً خاصة التعديل *Modulation* أو النقل الترددي *Frequency Translation* ويعبر عنها بالعلاقة:

$$v(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow V(f - f_c) \qquad \textbf{(3-49)}$$

يطلق على التردد f_c اسم تردد "الحامل"، وذلك لأن ضرب $v(t)$ بـ $e^{j\omega_c t}$ يعد "تعديلاً عقدياً" وهو يؤدي إلى نقل الطيف بمقدار f_c.

لتوضيح خاصة الإزاحة الترددية أو النقل الترددي نفترض أن طيف الإشارة $v(t)$ محدود المجال بـ $(-W,+W)$ كما هو مبين في الشكل (٣-٩-أ) ونفترض أيضاً أن $f_c>W$. باستخدام العلاقة (3-49) نحصل على الطيف المبين في الشكل (٣-٩-ب) أي نحصل

على $V(f-f_c)$. ونلاحظ أن النصف الأيسر لـ $V(f)$، المقابل للترددات السالبة في الشكل (٣-٩-أ) يظهر في الطيف المنقول الممثل لـ $V(f-f_c)$ في الشكل (٣-٩-ب) بترددات موجبة. ولذا نجد أن عرض المجال الكلي لطيف $V(f-f_c)$ هو $2W$، أي ضعف عرض المجال الأصلي W، (أي عرض مجال الترددات الموجبة للإشارة الأصلية).



الشكل (٣-٩)

أ)طيف الإشارة $v(t)$.

ب)الطيف $V(f-f_c)$.

تستخدم غالباً لنقل الطيف طريقة الضرب بموجة حاملة جيبية. وفي هذه الحالة نستنتج من العلاقة (3-49) أن:

$$v(t)\cos(\omega_c t+\phi)\leftrightarrow\frac{e^{j\phi}}{2}V(f-f_c)+\frac{e^{-j\phi}}{2}V(f+f_c) \qquad \textbf{(3-50)}$$

أي أن ضرب الإشارة $v(t)$ بموجة حاملة جيبية يؤدي إلى نقل طيفها إلى الأعلى والأسفل ترددياً بمقدار f_c.

المثال ٣-٥

لنفترض أنه لدينا موجة جيبية محدودة المدة كالمبينة في الشكل (٣-١٠-أ)، وهي توصف بالعلاقة:

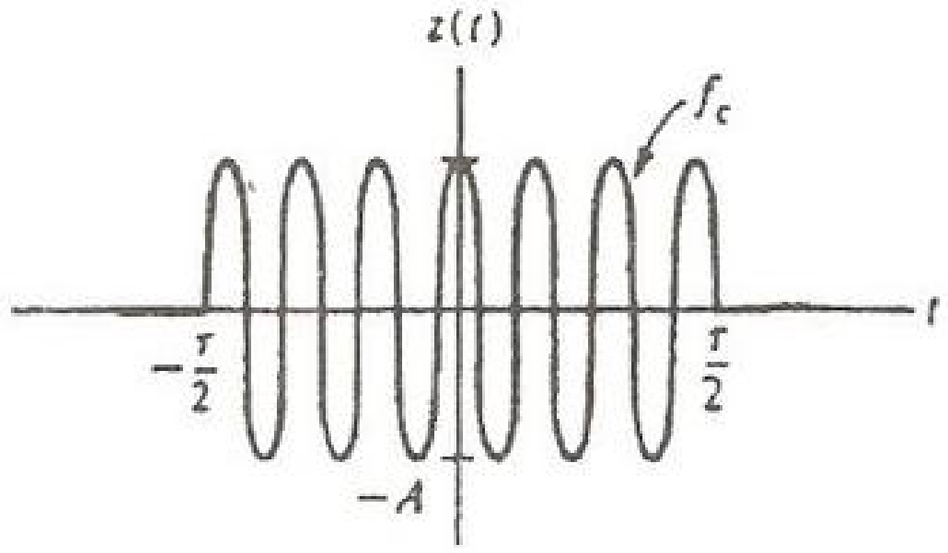
$$z(t)=A\prod\left(\frac{t}{\tau}\right)\cos\omega_c t \qquad \textbf{(3-51)}$$

نحصل عليها بضرب نبضة مستطيلة $v(t)=A\prod(\frac{t}{\tau})$ بموجة جيبية $\cos\omega_c t$. وهي تسمى نبضة تردد راديوي *RF Pulse* إذا كان f_c يقع ضمن مجال الترددات الراديوية.

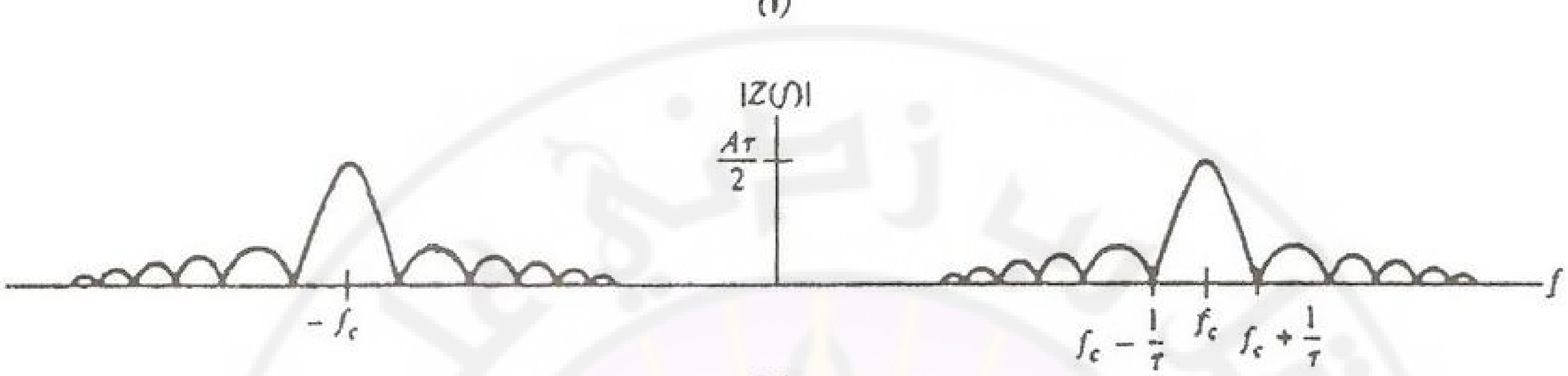
نريد إيجاد تحويل فورييه لـ $z(t)$، ومن أجل ذلك نستخدم (3-50)، فنكتب:

$$Z(f)=\frac{A\tau}{2}\text{sinc}(f-f_c)\tau+\frac{A\tau}{2}\text{sinc}(f+f_c)\tau \qquad \textbf{(3-52)}$$

وذلك باعتبار أن $\Phi=0$ وأن تحويل فورييه لـ $v(t)$ هو $V(f)=A\tau\text{sinc}f\tau$. ويبين الشكل (٣-١٠-ب) الطيف المطالي لـ $|Z(f)|$ بفرض أن $f_c>>1/\tau$.



(أ)



(ب)

الشكل (٣-١٠)

أ)نبضة التردد الراديوي.

ب)الطيف المطالي لنبضة التردد الراديوي.

٣-٥-٦ خاصة التفاضل والتكامل:

يعبر عن خاصة التفاضل بالعلاقة:

$$\frac{d}{dt}v(t) \leftrightarrow j\omega V(f) \qquad \textbf{(3-53)}$$

أي أن تحويل فورييه لمشتق $v(t)$ يساوي حاصل ضرب $j\omega$ في $V(f)$.

تنص خاصة التكامل على أنه إذا كان:

$$V(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)dt = 0 \qquad \textbf{(3-54)}$$

فعندئذ:

$$\int_{-\infty}^{t} v(\lambda)d\lambda \leftrightarrow \frac{1}{j\omega}V(f) \qquad \textbf{(3-55)}$$

حيث إن $v(\lambda)$ في التكامل الأخير هو $v(t)$ نفسه بعد استبدال t بـــ λ كمتحول آخـــر من أجل عملية التكامل تجنباً للالتباس مع الحد العلوي للتكامل.

في حالة عدم تحقق العلاقة (3-54)، أي إذا لم تكن مساحة $v(t)$ مساوية للصفر فيتـــبين أن:

$$\int_{-\infty}^{t} v(\lambda)d\lambda \leftrightarrow \frac{1}{j\omega}V(f)+\frac{1}{2}V(0)\delta(f) \qquad \textbf{(3-56)}$$

حيث $\delta(f)$ هو تابع دلتا لديراك في مجال التردد وسنعرفه فيما بعد.

المثال ٣-٦

سوف نستخدم خاصة التكامل من أجل إيجاد تحويل فوريه للنبضة المثلثيـــة المبينـــة في الشكل (٣-١١-أ)، وهي توصف بالعبارة:

$$w(t) = A\Lambda(\frac{t}{\tau})$$

حيث $\Lambda(t/\tau)$ تابع المثلث وهو يتمثل بـــ $w(t)$ في الشكل (٣-١١-أ) من أجل $A=1$:

$$\Lambda(\frac{t}{\tau}) = \begin{cases} A(1-\frac{|t|}{\tau}) & |t|<\tau \\ 0 & |t|>\tau \end{cases} \qquad \textbf{(3-57-a)}$$

سوف نستفيد من كون:

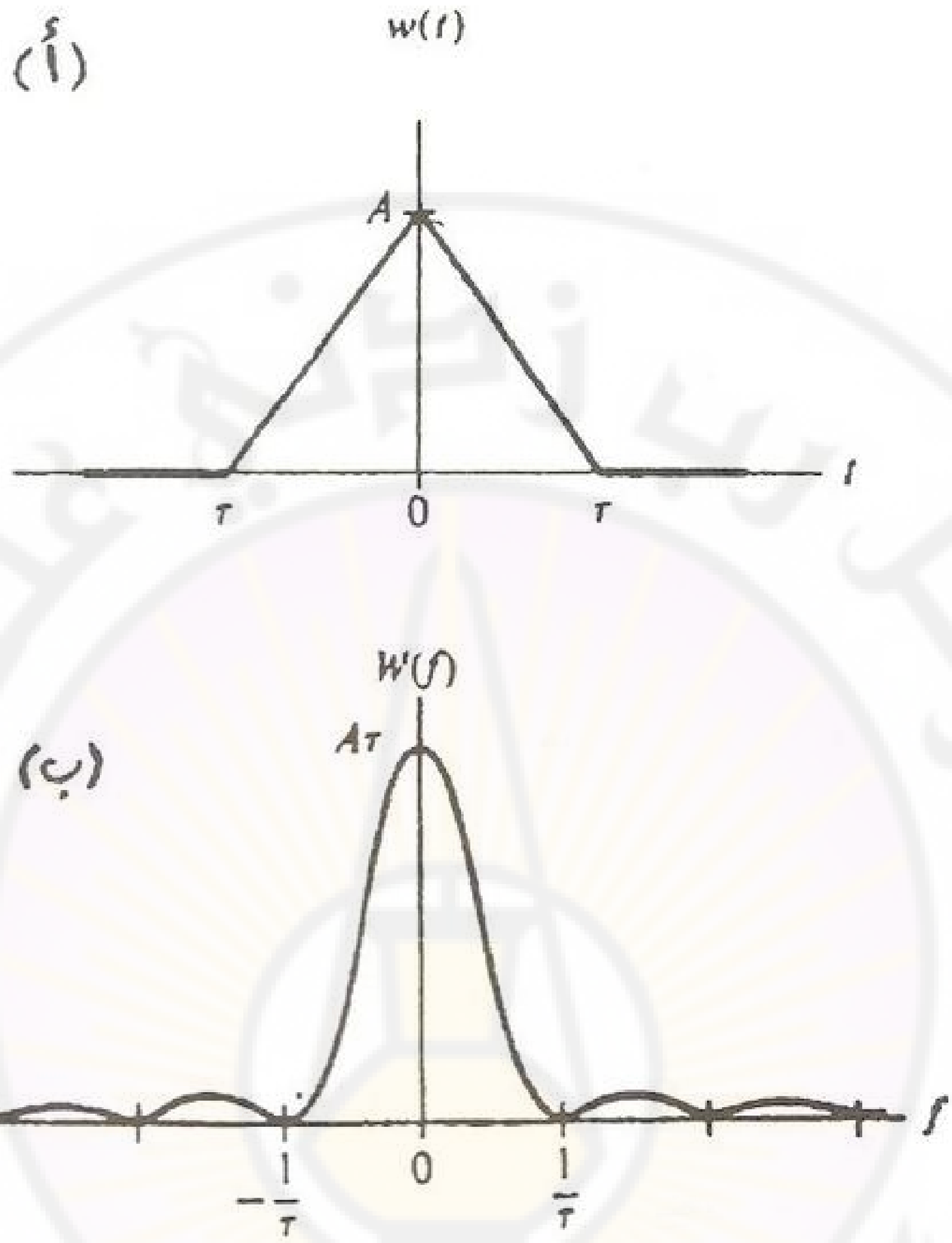
$$w(t) = \frac{1}{\tau}\int_{-\infty}^{t} z(\lambda)d\lambda$$

حيث أن $z(t)$ هي الإشارة الواردة سابقاً في الشكل (٣-٧) ونكتـــب وفـــق خاصـــة التكامل واعتماداً على (3-44):

$$W(f) = \frac{1}{\tau}\frac{1}{j2\pi f}Z(f) = A\tau\text{sinc}^2 f\tau \qquad \textbf{(3-57-b)}$$

$$A\Lambda(\frac{t}{\tau}) \leftrightarrow A\tau\text{sinc}^2 f\tau \qquad \textbf{(3-57-c)}$$

ويكون $W(f)$ كما في الشكل (٣-١١-ب).



الشكل (٣-١١)

أ)نبضة مثلثية.

ب)تحويل فوريه.

٣-٥-٧ خاصة الطي والضرب:

يقصد بالطي *Convolution* العملية الرياضية التي تجري على تابعين للمتحول نفسه مثل $v(t)$ و $w(t)$ وفق العلاقة:

$$v(t) * w(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\lambda) w(t-\lambda) d\lambda \qquad \textbf{(3-58)}$$

يشير الرمز * إلى عملية الطي، وينتج عن هذه العملية تابع للمتحول المستقل t نفسه الذي يفترض ثابتاً عند إجراء التكامل بالنسبة للمتحول λ في (3-58).

يمكن إثبات أن:

$$v(t) * w(t) \leftrightarrow V(f)W(f) \qquad \textbf{(3-59-a)}$$

$$v(t)w(t) \leftrightarrow V(f) * W(f) \qquad \textbf{(3-59-b)}$$

تسمى العلاقة (3-59-a) نظرية الطي الزمني، وهي تعني أن الطي في مجال الزمن يقابل الضرب في مجال التردد، كما تسمى العلاقة (3-59-b) نظرية الطي الترددي، وهي تعني أن الضرب في مجال الزمن يقابل الطي في مجال التردد.

تعد إمكانية استبدال عملية الطي المعقدة نسبياً بعملية ضرب وفق النظريتين السابقتين من أهم خواص تحويل فورييه.

يمكن إيجاد تكامل الطي (3-58) ببساطة أحياناً في حالات كون $v(t)$ و $w(t)$ تابعين مستمرين من أجل كل قيم t. وبالمقابل، إذا كان كل من $v(t)$ أو $w(t)$، أو أحدهما فقط معرفاً ضمن فترات محددة، فيكون إيجاد الطي صعباً نسبياً، ونحتاج إلى الرسم من أجل توضيح حدود التكامل لكل فترة على حدة.

المثال ٣-٧: طي نبضتين مستطيلتين

نريد إيجاد $z(t)=v(t)*w(t)$ حيث:

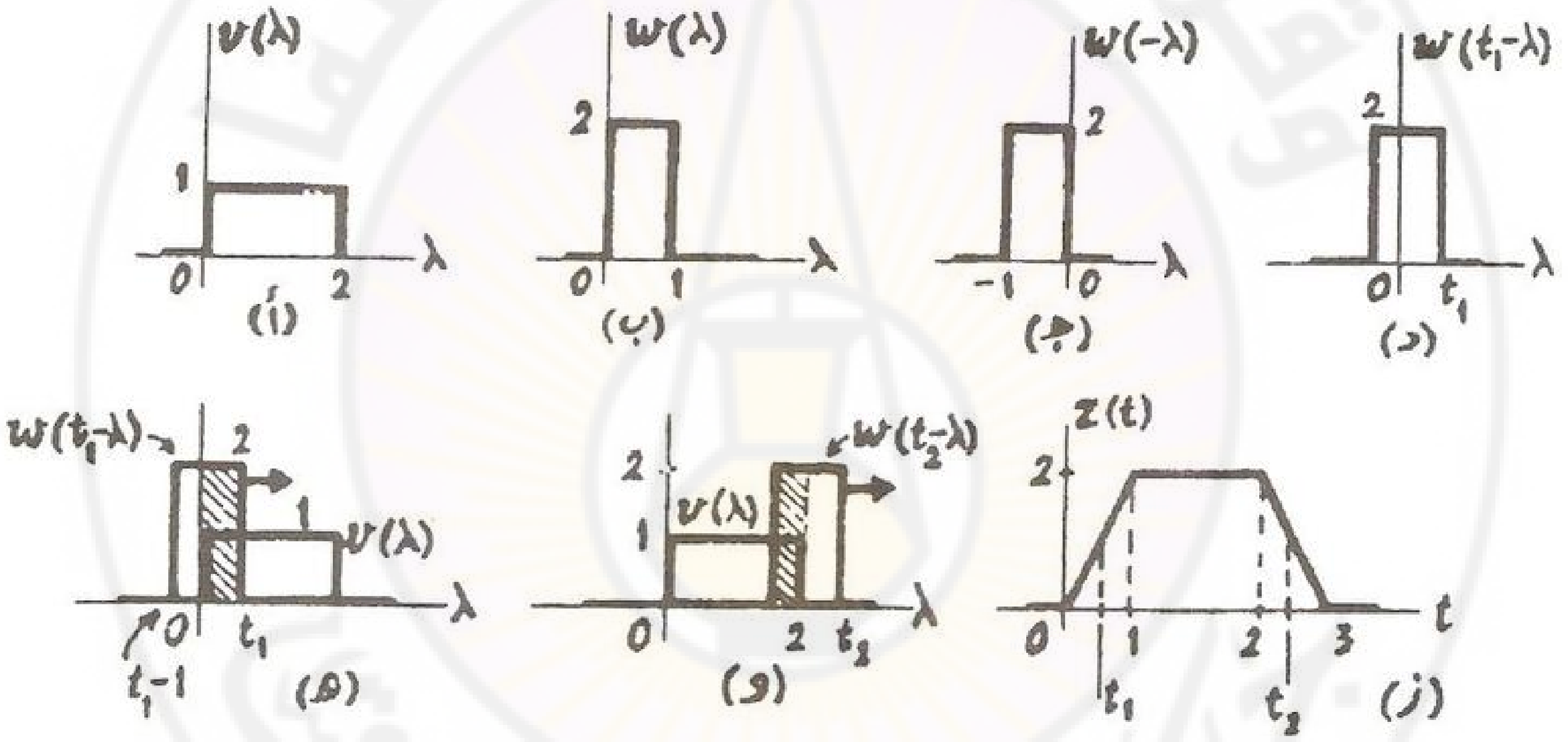
$$v(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right) \quad , \quad w(t) = 2\Pi\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

من أجل ذلك نرسم $v(\lambda)$ و $w(\lambda)$، وهما نفسهما $v(t)$ و $w(t)$، بعد استبدال t بـ λ، فيكونان كما في الشكل (٣-١٢-أ،ب). ونرسم $w(-\lambda)$ كما في الشكل (٣-١٢-ج) بأن "نطوي" أو نقلب $w(\lambda)$ بالنسبة للمحور الشاقولي (وذلك يفسر كلمة الطي).

ونحصل على $w(t-\lambda)$ كما في الشكل (٣-١٢-د) بإزاحة $w(-\lambda)$ أفقياً بمقدار t_1 مع افتراض $0<t_1<1$.

نرسم $w(t_1-\lambda)$ و $v(\lambda)$ معاً في الشكل (٣-١٢-هـ) ويعطينا تكامل الطي (3-58) في هذه الحالة $z(t)=2t_1$، وتمثله المساحة المظللة.

عند زيادة t_1 تنزلق النبضة المتحركة $w(t_1-\lambda)$ نحو اليمين كما يشير السهم، فيتزايد $z(t_1)$ ويبلغ أكبر قيمة له عندما $t_1=1$.



الشكل (٣-١٢) توضيح عملية الطي لإشارتين.

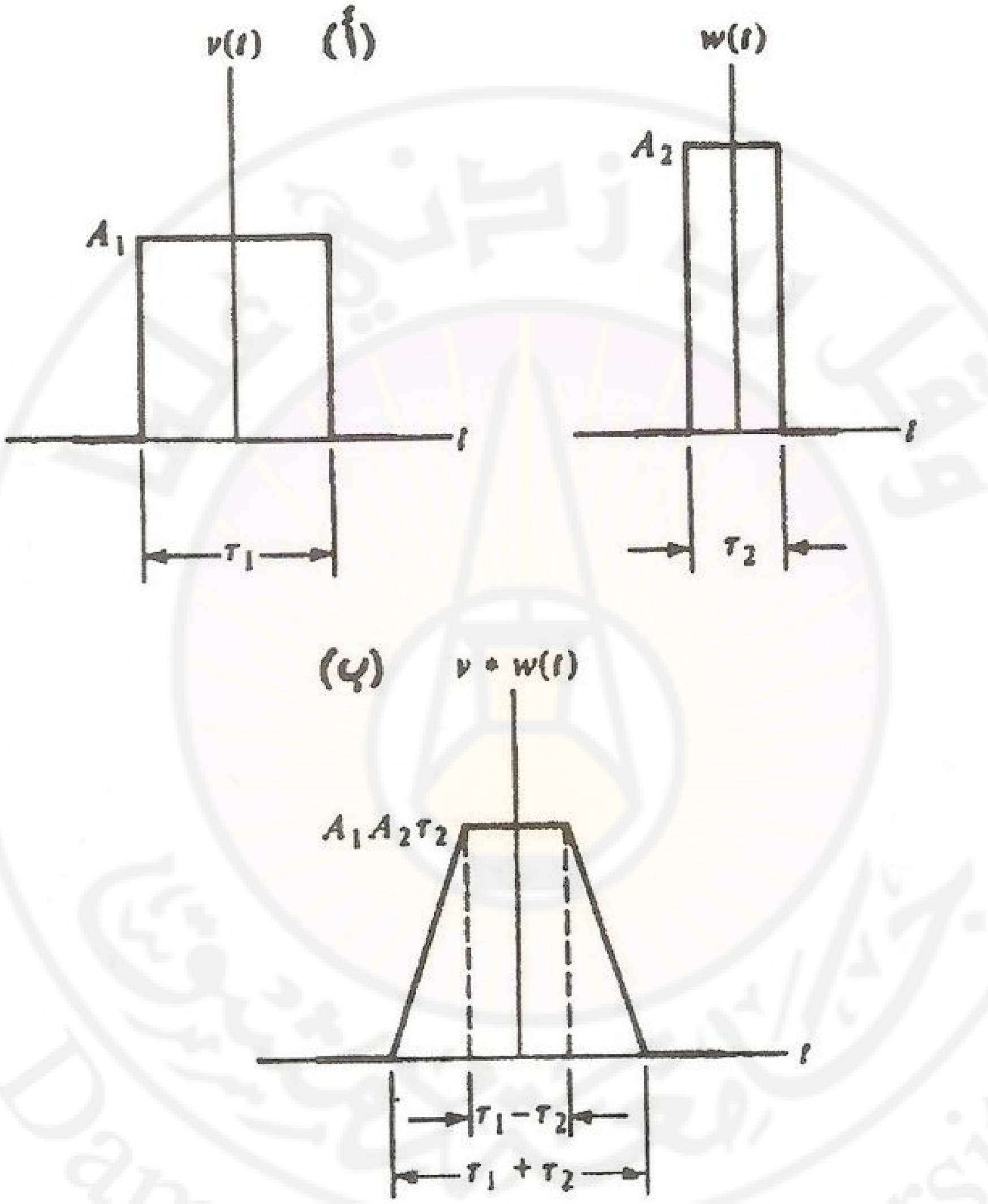
نفترض في الشكل (٣-١٢-و) أن $2<t_2<3$. وفي هذه الحالة تقابل قيمة $z(t_2)$ المساحة المظللة بين $\lambda=t_2-1$ و $\lambda=2$، فيكون:

$$z(t_2)=2[2-(t_2-1)]=3-t_2$$

لذا يتناقص $z(t_2)$ خطياً ابتداءً من $t_2=2$ حتى $t_2=3$.

يكون $z(t)$ بالنتيجة بشكل شبه منحرف كما في الشكل (٣-١٢-ز).

عند تطبيق الأسلوب نفسه لإيجاد طي النبضتين المتنـــاظرتين في الشـــكل (٣-١٣-أ) نحصل على شبه المنحرف المتناظر في الشكل (٣-١٣-ب).



الشكل (٣-١٣) توضيح عملية الطي لنبضتين متناظرتين

أ)النبضتين.

ب)طي النبضتين.

إذا افترضنا في الشكل (٣-١٣-أ) كحالة خاصة $\tau_2=\tau_1=\tau$، يتحول شبه المنحـــرف في الشكل (٣-١٣-ب) إلى النبضة المثلثية $A\Lambda(t/\tau)$، المبينة في الشكل (٣-١٣-أ) مـــن أجل $A=A_1A_2\tau$. ونستنتج أن:

$$\Lambda(\frac{t}{\tau})=\frac{1}{\tau}\Pi(\frac{t}{\tau})*\Pi(\frac{t}{\tau}) \qquad \textbf{(3-60-a)}$$

بتطبيق خاصة الطي الزمني (3-59) نجد أن:

$$F\left[\Lambda(\frac{t}{\tau})\right]=\frac{1}{\tau}(\tau\text{sinc}f\tau)^2=\tau\text{sinc}^2 f\tau \qquad \textbf{(3-60-b)}$$

تتفق هذه النتيجة مع العلاقة (3-57-c) المستنتجة سابقاً وفق خاصة التكامل.

٣-٦ نظرية ريلاي للطاقة *Rayleigh's Energy Theorem*

تسمى هذه النظرية أحياناً نظرية بارسيفال للطاقة، لأنهـــا تقابـــل نظريـــة بارســـيفال للاستطاعة في حالة الإشارات الدورية. وهي تعد كحالة خاصة للعلاقة التكاملية:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}v(t)w^*(t)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}V(f)W^*(f)df \qquad \textbf{(3-61)}$$

نفترض في هذه العلاقة أن $v(t)$ و $w(t)$ إشارتا طاقة (أي محدودتا الطاقة)، وأن:

$$v(t)\leftrightarrow V(f) \quad , \quad w(t)\leftrightarrow W(f)$$

يمكن أن نستنتج نظرية ريلاي للطاقة بأن نفترض أن $v(t)=w(t)$ في (3-61):

$$\int_{-\infty}^{+\infty}v(t)v^*(t)dt=\int_{-\infty}^{+\infty}V(f)V^*(f)df$$

يمثل الطرف الأيسر لهذه العلاقة طاقة الإشارة $v(t)$، ولذا نكتب:

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}|v(t)|^2dt=\int_{-\infty}^{+\infty}|V(f)|^2df \qquad \textbf{(3-62-a)}$$

هذه هي العلاقة المعبرة عن نظرية ريلاي للطاقة، وهي تعني أنه يمكن إيجاد طاقة $v(t)$ بمكاملة $|V(f)|^2$ لكل الترددات بدلاً من مكاملة $|v(t)|^2$ لكل الأزمنة.

حسب العلاقة (3-62-a) يمكن عد E موزعة طيفياً، بحيث تكون الطاقة ضمن مجال ترددي ضيق جداً $f\pm df/2$ هي:

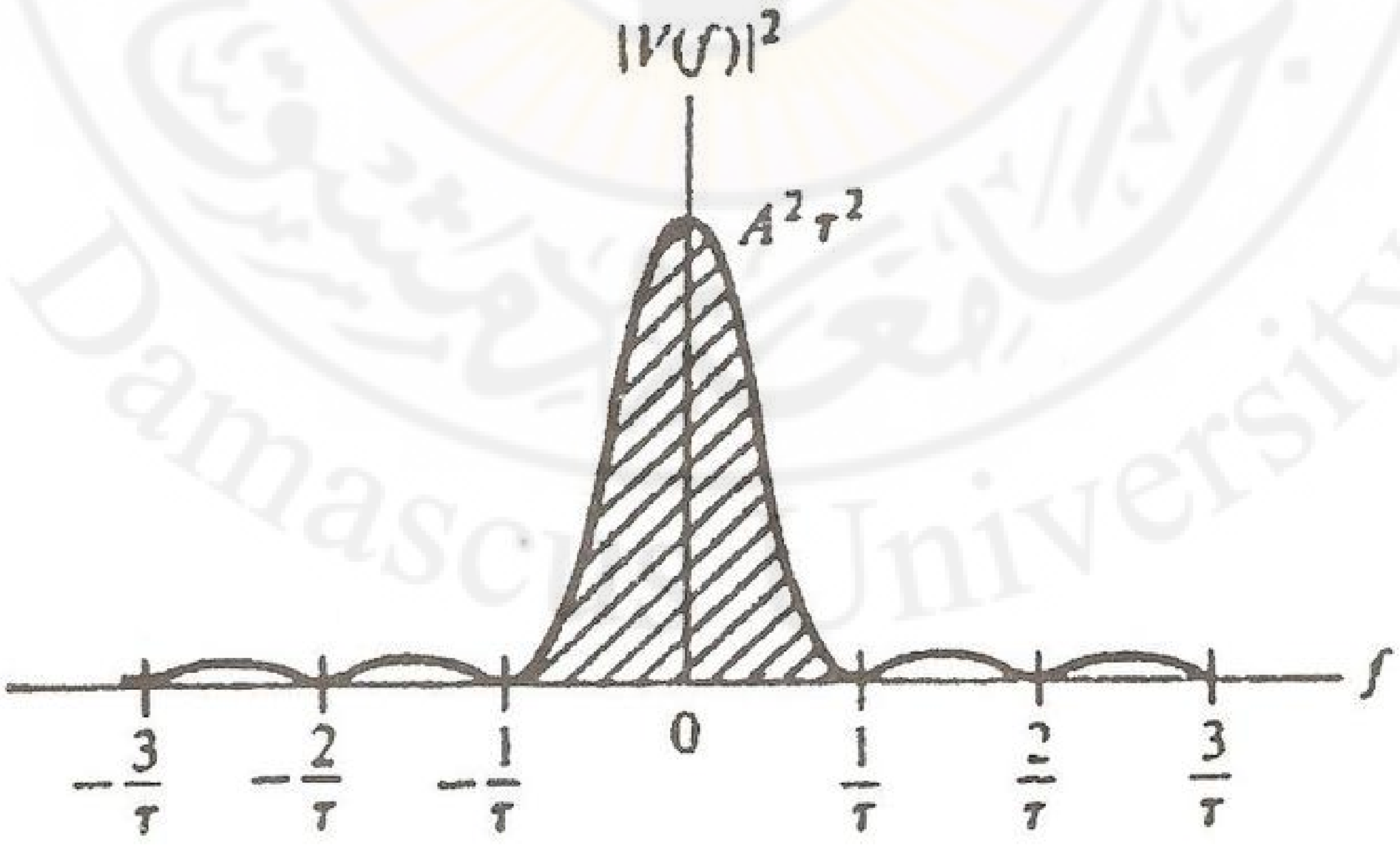
$$dE = |V(f)|^2 df \qquad \textbf{(3-62-b)}$$

$$\frac{dE}{df} = |V(f)|^2$$

نسمي $\frac{dE}{df}$ الكثافة الطيفية للطاقة *Energy Spectral Density* وهي تساوي حسب نظرية ريلاي $|V(f)|^2$.

لتوضيح ما سبق يبين الشكل (٣-١٤) الكثافة الطيفية لنبضة مستطيلة وفق العلاقة (3-39):

$$|V(f)|^2 = (A\tau)^2 \operatorname{sinc}^2 f\tau \qquad \textbf{(3-62-b)}$$



الشكل (٣-١٤) الكثافة الطيفية لنبضة مستطيلة.

تمثل المساحة المظللة في الشكل الطاقة ضمن المجال $|f|<1/\tau$، ونجد أنها تساوي:

$$\int_{-1/\tau}^{+1/\tau}|V(f)|^2\,df=\int_{-1/\tau}^{+1/\tau}(A\tau)^2\,\mathrm{sinc}^2\,f\tau df=0.92A^2\tau$$

بما أن القيمة الكلية لطاقة النبضة هي $A^2\tau$، لذلك فإن الطاقة المحصورة ضمن المجال $|f|<1/\tau$ تمثل أكثر من 90% من الطاقة الكلية.

٣-٧ تابع دلتا لديراك وأهم تطبيقاته

يعد تابع دلتا لديراك $\delta(t)$ *Dirac Delta Function* من أهم التوابع المستخدمة في هندسة الاتصالات، ويسمى $\delta(t)$ أيضاً النبضة الدفعية الواحدية *Unit Impulse*. ويقصد بالنبصة الدفعية أن هذه النبضه مركزة خلال مدة غير متناهية في الصغر، ومطالها غير متناه في الكبر، وتوصف بأنها واحدية للدلالة على أن مساحتها تساوي الواحد. ويمكن أن نسمي $\delta(t)$ أيضاً ببساطة نبضة ديراك.

عرف ديراك $\delta(t)$ كما يلي:

$$\delta(t)=0 \qquad t\neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1 \qquad \textbf{(3-63)}$$

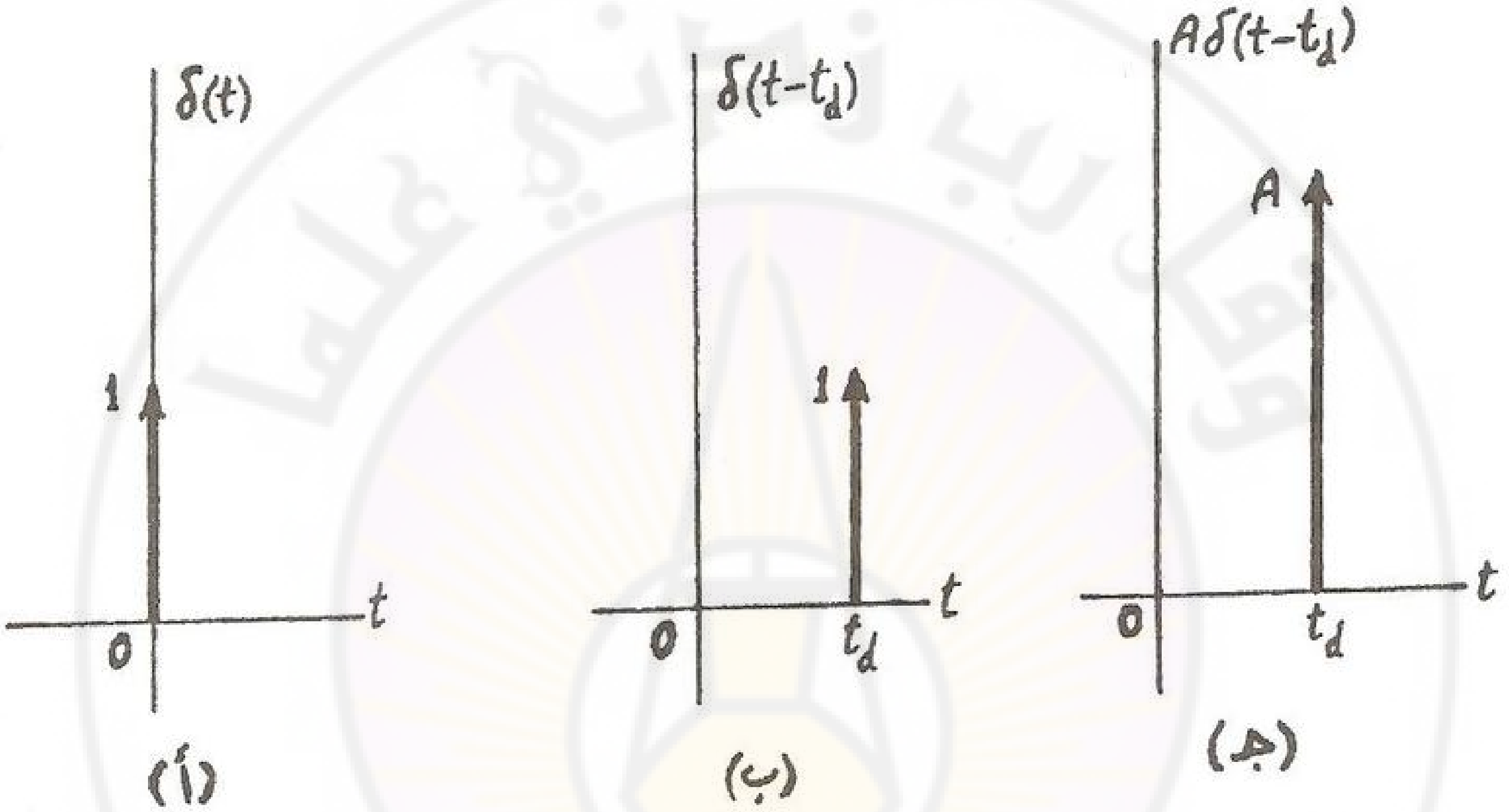
يكون التمثيل الرمزي لـ $\delta(t)$ بسهم شاقولي كما في الشكل (٣-١٥-أ). ويبين الشكل (٣-١٥-ب) نبضة ديراك نفسها بعد إزاحتها زمنياً بمقدار t_d، ويرمز لها في هذه الحالة بـ $\delta(t\text{-}t_d)$، ونكتب:

$$\delta(t-t_d)=0 \quad t\neq t_d$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_d)dt=1 \qquad \textbf{(3-64)}$$

يبين الشكل (٣-١٥-ج) نبضة ديراك مؤخرة بزمن t_d وذات مساحة A ويرمز لها بـ $A\delta(t-t_d)$، حيث أن:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A\,\delta(t-t_d)dt = A$$



(أ) (ب) (جـ)

الشكل (٣-١٥) نبضات ديراك

أ)التمثيل الرمزي.

ب)نبضة ديراك مزاحة بمقدار t_d.

ج)نبضة ديراك مزاحة بمقدار t_d وذات مساحة A.

من أهم خواص نبضة ديراك أن:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(t)\delta(t-t_d)dt = v(t_d) \qquad \textbf{(3-65)}$$

تسمى هذه الخاصة خاصة الاعتيان *Sampling Property* أو خاصة الفـــرز *Sifting Property*، وذلك لأن $v(t_d)$ تمثل قيمة عينة *Sample* من $v(t)$ في لحظة ظهور $\delta(t-t_d)$، أي في اللحظة $t=t_d$. ومن هذه الخاصة يمكن استنتاج العلاقة الهامة التالية:

$$v(t) * \delta(t-t_d) = v(t-t_d) \qquad \textbf{(3-66)}$$

نسمي هذه العلاقة بخاصة النسخ *Replication*، لأنها تعني أن طـــي $v(t)$ مـــع $v(t-t_d)$ يؤدي إلى نسخ التابع $v(t)$ مع إزاحته بزمن t_d.

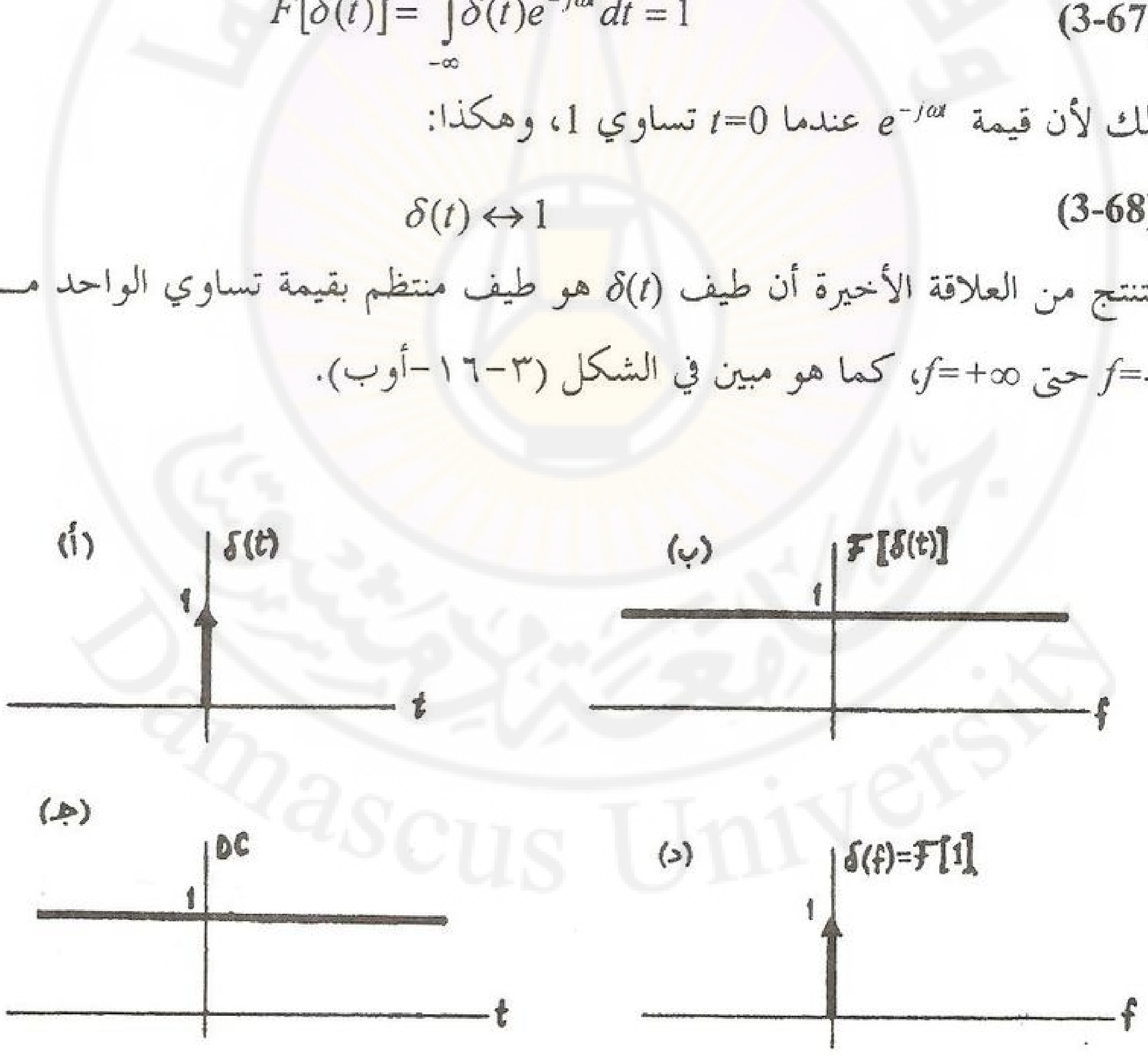
يكون تحويل فورييه لتابع دلتا:

$$F[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1 \qquad \textbf{(3-67)}$$

وذلك لأن قيمة $e^{-j\omega t}$ عندما $t=0$ تساوي 1، وهكذا:

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \qquad \textbf{(3-68)}$$

نستنتج من العلاقة الأخيرة أن طيف $\delta(t)$ هو طيف منتظم بقيمة تساوي الواحد مـــن $f=-\infty$ حتى $f=+\infty$، كما هو مبين في الشكل (٣-١٦-أوب).



الشكل (٣-١٦) طيف $\delta(t)$.

حسب خاصة التأخير (3-42) نجد أن:

$$A\delta(t-t_d) \leftrightarrow Ae^{-j\omega t_d} \tag{3-69}$$

بالاعتماد على (3-68) نكتب وفق خاصة الازدواجية (3-46) أن:

$$F[1]=\delta(f)$$
$$1 \leftrightarrow \delta(t) \tag{3-70}$$

حيث $\delta(f)$ تابع ديراك في مجال التردد وهو يمثل وفق (3-70) تحويل فورييه لتيار أو جهد مستمر قيمته تساوي 1 كما مبين في الشكل (٣-١٦-ج و د).

يمكن أن نوجد تحويل فورييه للتابع الأسي العقدي $e^{j\omega_c t}$ انطلاقاً من (3-70) وخاصة النقل الترددي (3-49)، فنكتب:

$$e^{j\omega_c t} \leftrightarrow \delta(f-f_c)$$
$$Ae^{j\omega_c t} \leftrightarrow A\delta(f-f_c) \tag{3-71}$$

يمكن أن نكتب أيضاً:

$$e^{-j\omega_c t} \leftrightarrow \delta(f+f_c) \tag{3-72}$$

بالتالي نستنتج أن:

$$\cos\omega_c t \leftrightarrow \frac{1}{2}\delta(f-f_c)+\frac{1}{2}\delta(f+f_c) \tag{3-73}$$

$$A\cos(\omega_c t+\phi) \leftrightarrow \frac{A}{2}e^{j\phi}\delta(f-f_c)+\frac{A}{2}e^{-j\phi}\delta(f+f_c) \tag{3-74}$$

أي أن طيف الإشارة الجيبية يتألف من نبضتي ديراك كما هو مبين في الشكل (٣-١٧).

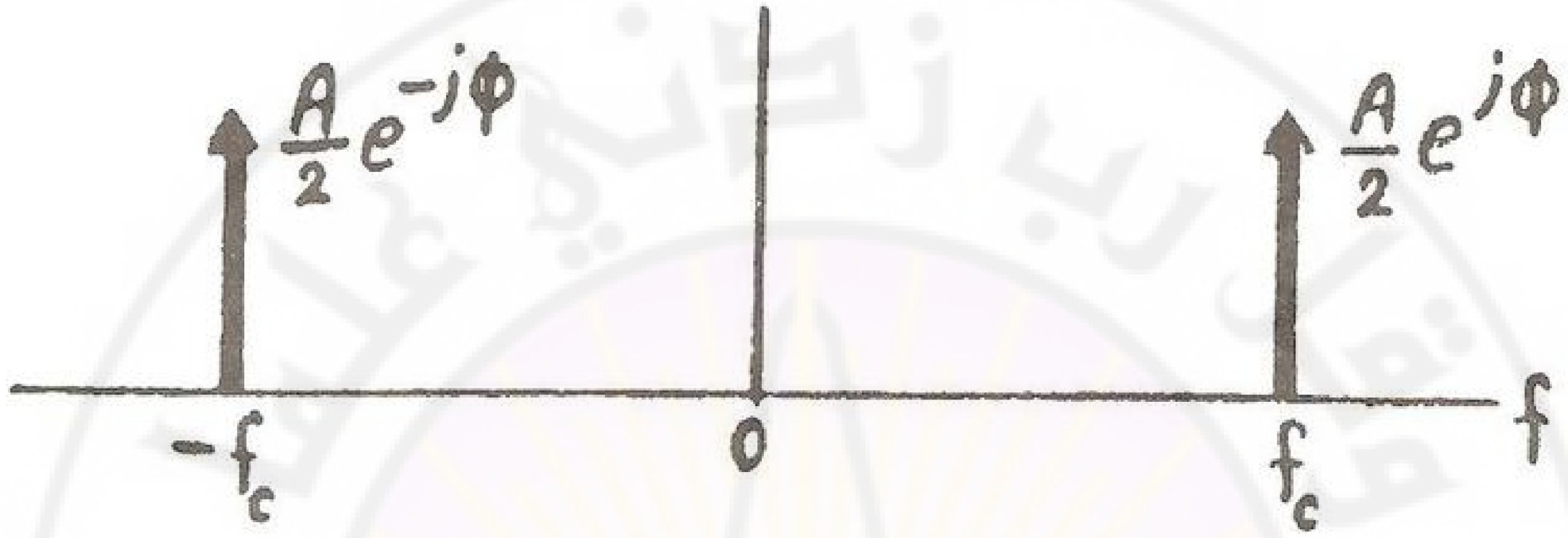
بالمثل يمكن تطبيق (3-71) لإيجاد تحويل فورييه لأي إشارة دورية $v(t)$ انطلاقاً من سلسلة فورييه لها:

$$v(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \tag{3-75}$$

نجد بالمقارنة مع (3-71) أن:

$$V(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \delta(f-nf_0) \qquad \textbf{(3-76)}$$

أي أن تحويل فورييه للإشارة الدورية هو تتابع من نبضات ديراك طيفية موزونة بثوابت سلسلة فورييه للإشارة نفسها.



الشكل (٣-١٧) طيف الإشارة الجيبية.

المثال ٣-٨

أوجد تحويل فورييه لقطار نبضات ديراك المبين في الشكل (٣-١٨-أ) الذي يوصف بالعلاقة:

$$v(t)=A\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT_0) \qquad \textbf{(3-77)}$$

الحل:

نوجد c_n من العلاقة:

$$c_n=A\left[\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}\delta(t)e^{-jn\omega_0 t}\,dt\right]=\frac{A}{T_0} \qquad \textbf{(3-78)}$$

تكون سلسلة فورييه لـ $v(t)$:

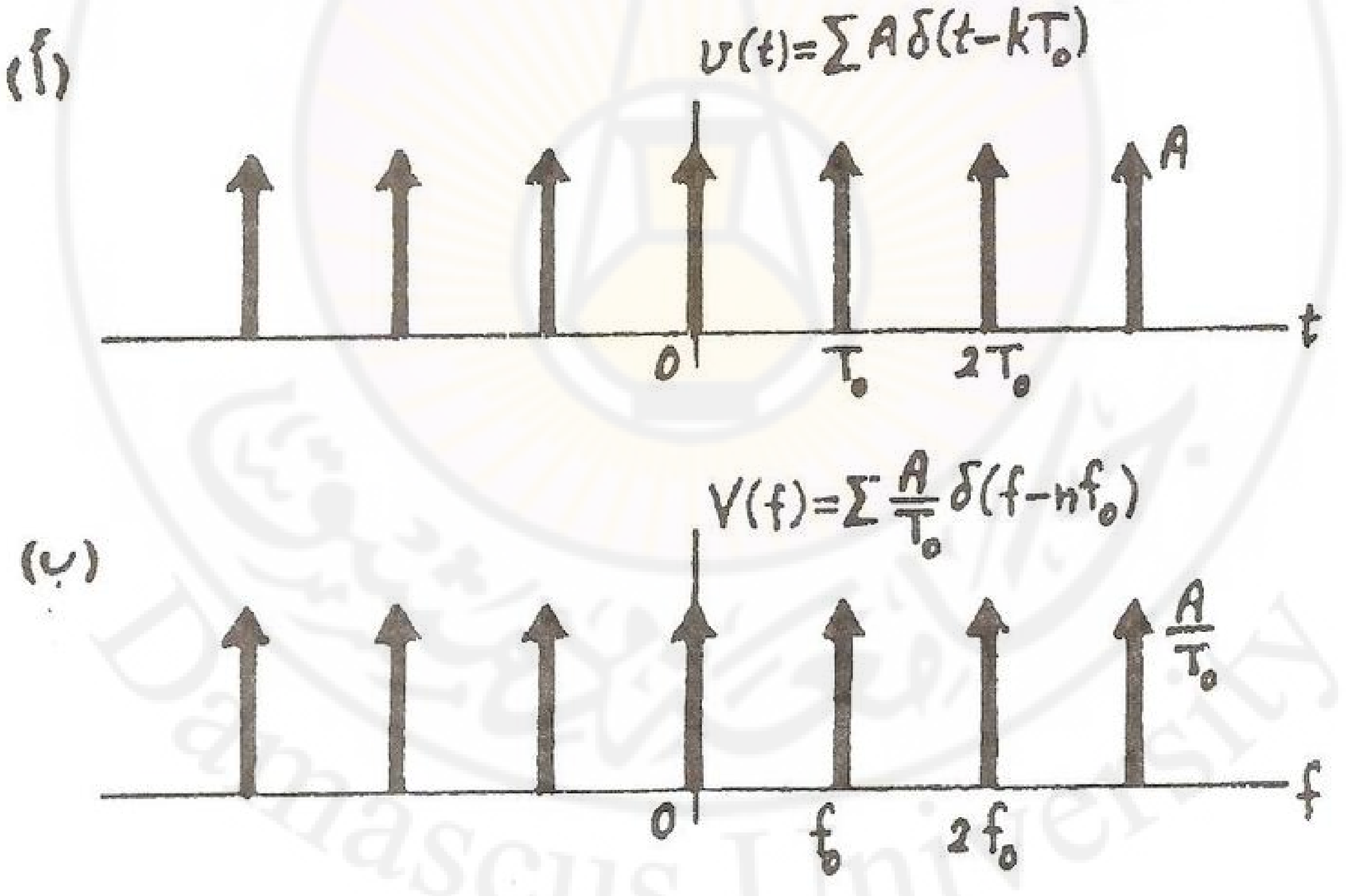
$$v(t)=\frac{A}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{jn\omega_0 t} \qquad \textbf{(3-79)}$$

ويكون تحويل فورييه وفق (3-76):

$$V(f)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{A}{T_0}\delta(f-nf_0) \qquad \textbf{(3-80)}$$

أي أن $V(f)$ يمثل تتابعاً دورياً من نبضات ديراك في مجال التردد أوزانها A/T_0 كما في الشكل (٣-١٨-ب) ونكتب:

$$A\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT_0)\leftrightarrow\frac{A}{T_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(f-nf_0) \qquad \textbf{(3-81)}$$



الشكل (٣-١٨)

أ)قطار نبضات ديراك.

ب)تحويل فورييه.

نذكر أخيراً أنه بالإضافة إلى تابع دلتا لديراك يستخدم أيضاً عند تحليل الإشـــارات في نظم الاتصالات تابع الدرجة الواحدية أو الخطوة الواجدية *Unit Step Function* المبين في الشكل (٣-١٩)، ويوصف بالعلاقة:

$$u(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t\le 0\end{cases} \qquad \textbf{(3-82)}$$

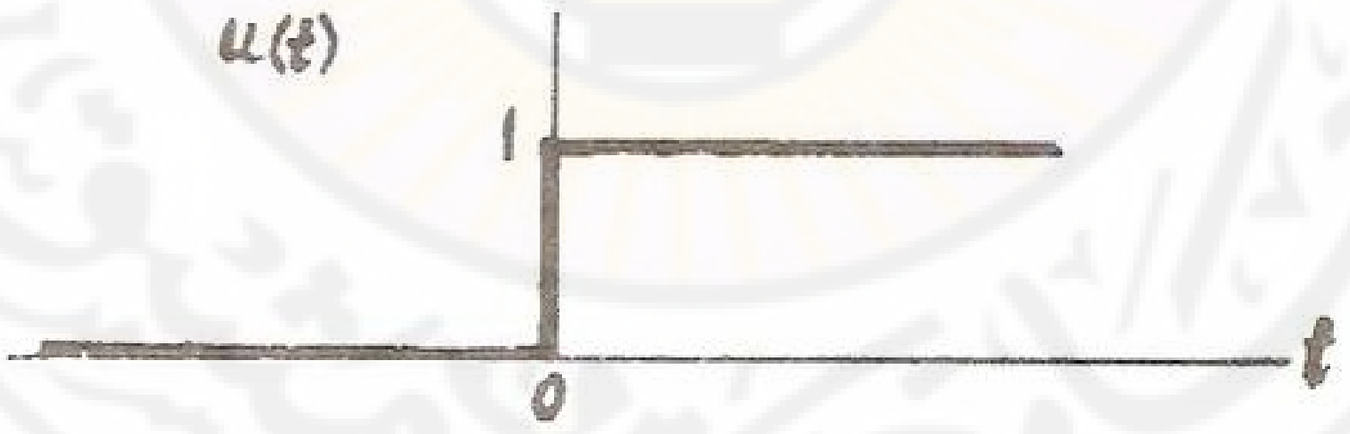
وهو يرتبط مع تابع ديراك $\delta(t)$ بالعلاقتين التاليتين:

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\lambda)d\lambda \quad , \quad \delta(t)=\frac{d}{dt}u(t) \qquad \textbf{(3-83)}$$

يمكن أن نثبت أن:

$$u(t)\leftrightarrow\frac{1}{j2\pi f}+\frac{1}{2}\delta(f) \qquad \textbf{(3-84)}$$

نلاحظ أن العلاقة (3-84) تقابل (3-56) من أجل $u(t)=\delta(t)$ بحيـــث يكـــون $V(f)=1$ وبالتالي $V(0)=1$.



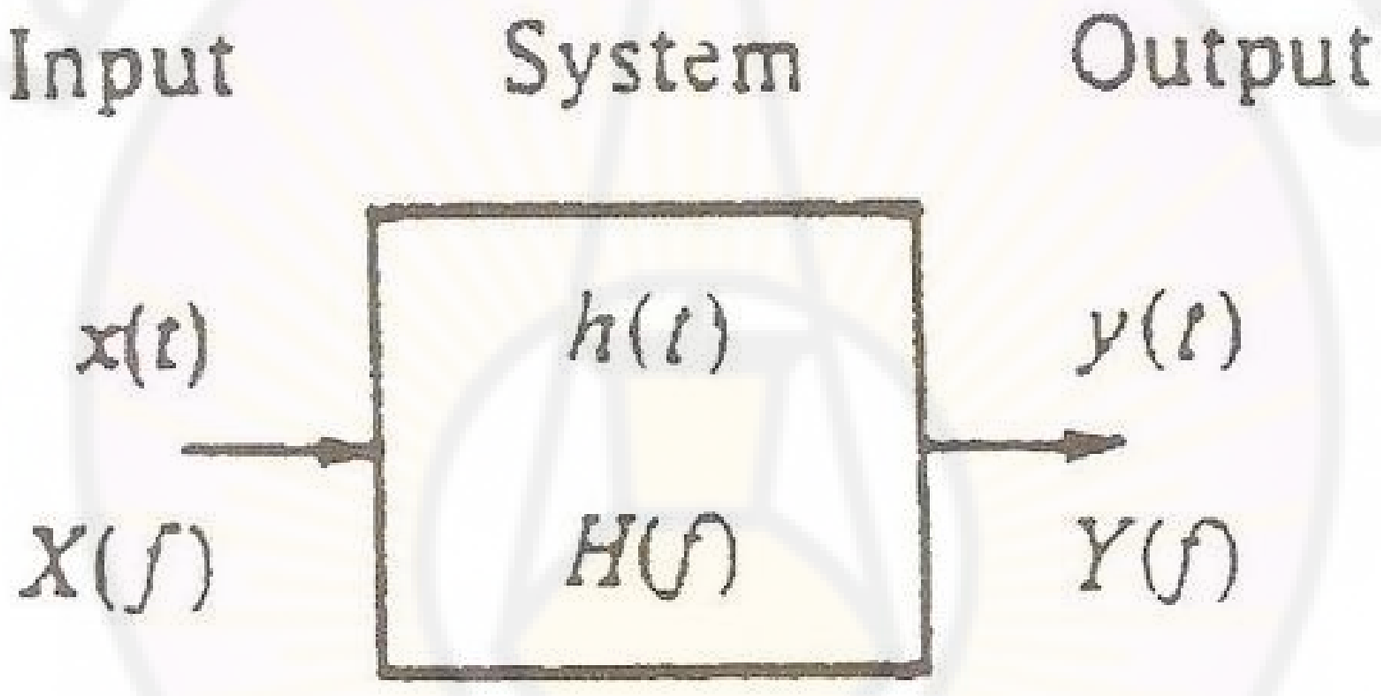
الشكل (٣-١٩) تابع الخطوة الواحدية.

٣-٨ العلاقة بين خرج ودخل نظام خطي في مجالي التردد والزمن

يمثل الشكل (٣-٢٠) نظاماً خطياً إشارة دخله $x(t)$ وإشارة خرجه $y(t)$ وتحويلا فورييه لهما $X(f)$ و $Y(f)$ على الترتيب. ونرمز بـــ $H(f)$ لما يسمى تـــابع النقـــل أو التحويـــل *Transfer Function* وهو يمثل نسبة تحويلي فورييه للخرج والدخل:

$$H(f)=\frac{Y(f)}{X(f)} \qquad \textbf{(3-85-a)}$$

$$Y(f)=H(f)\cdot X(f) \qquad \textbf{(3-85-b)}$$



الشكل (٣-٢٠) تمثيل نظام خطي.

نرمز بـــ $h(t)$ في الشكل (٣-٢٠) لما يسمى الاستجابة النبضية *Impulse Response*، ويقصد بها الخرج عندما يكون الدخل نبضة ديراك $\delta(t)$. ونبين أدنـــاه أن $H(f)$ هـــو تحويل فورييه لـــ $h(t)$.

إذا افترضنا أن الدخل هو نبضة ديراك، أي $x(t)=\delta(t)$، فإن الخرج يكون في هذه الحالة $y(t)=h(t)$ حسب تعريف $h(t)$. ومن ثم يكون $X(f)=1$، وبالتالي:

منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية

أسس هندسة الاتصالات

الدكتور المهندس
عصام عبود
أستاذ مساعد في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

الدكتور المهندس
ديب خليفة
مدرس في قسم
هندسة الالكترونيات والاتصالات

جامعة دمشق

١٤٣٢ - ١٤٣٣هـ
٢٠١١ - ٢٠١٢م

الفصل الخامس

التعديل

Modulation

التعديل

Modulation

٥-١ مقدمة

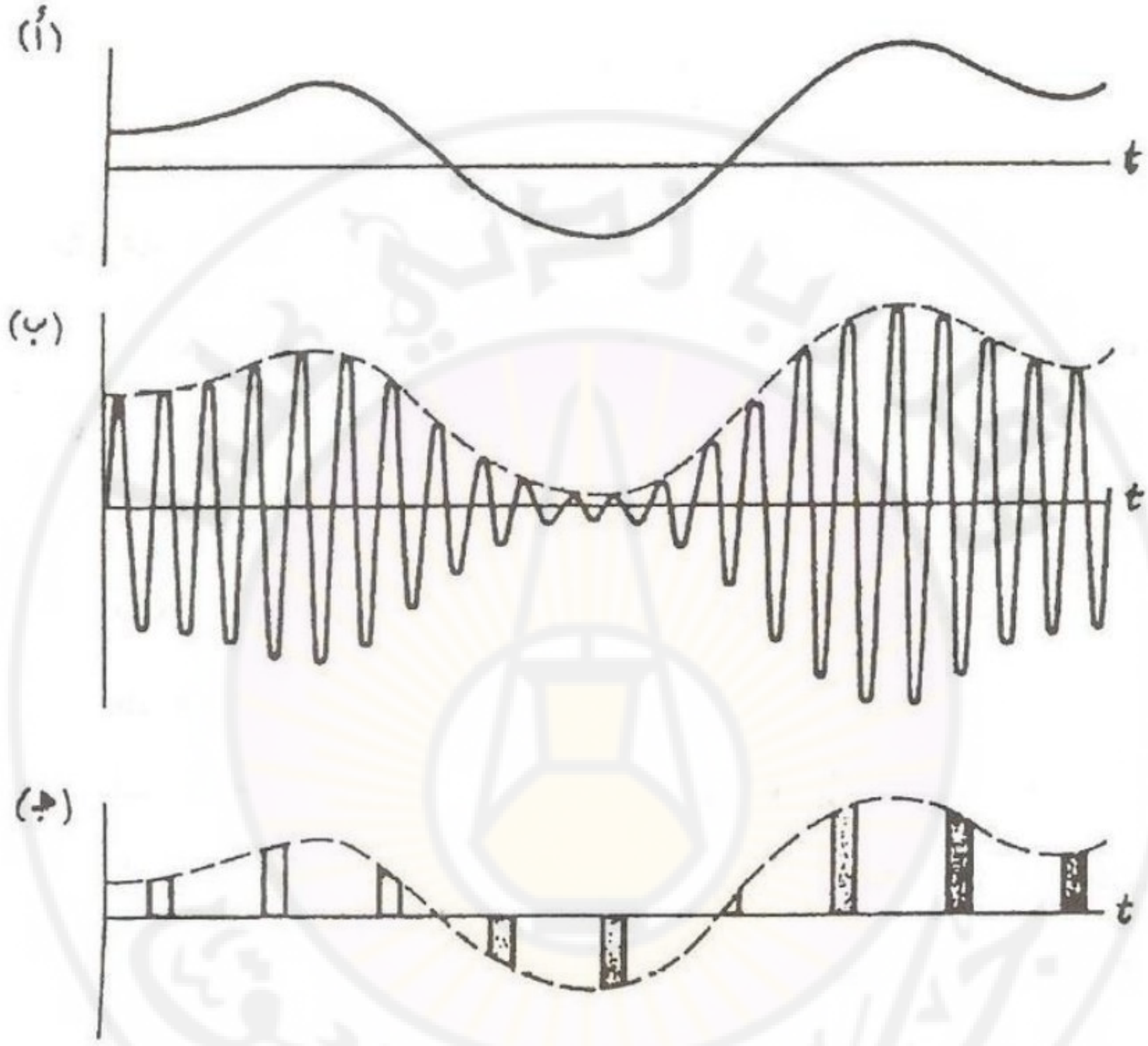
يعد التعديل من العمليات الأساسية في أي نظام اتصال. وتتعلق عملية التعديل عموماً بإشارتين هما:

١- إشارة التعديل أو الإشارة المُعَدِّلة *Modulating Signal*، وهي تمثل إشارة منبع المعلومات أو إشارة الرسالة *Message* كالإشارة الصوتية أو السمعية *Audio Signal* في الإرسال الإذاعي العادي.

٢- الموجة الحاملة *Carrier Wave* التي تكون عبارة عن إشارة جيبية في حالة الإرسال اللاسلكي وكثير من نظم الاتصالات السلكية أيضاً، ويمكن أن تكون أيضاً عبارة عن قطار من النبضات في الاتصالات النبضية والرقمية.

تقوم دارة التعديل بتغيير إحدى القيم المميزة للموجة الحاملة (مثلاً مطال الموجة الحاملة الجيبية) تبعاً لتغيرات إشارة التعديل. ونحصل بنتيجة ذلك على موجة معدَّلة *Modulated Wave* "تحمل" المعلومات المحتواة في إشارة التعديل. ويفترض عادة أن عملية التعديل عكوسة بمعنى أن إشارة التعديل الأصلية يمكن أن تستعاد في جهة الاستقبال بعملية معاكسة تسمى كشف التعديل *Demodulation* أو باختصار الكشف *Detection*. ويبين الشكل (٥-١-أ) جزءاً من إشارة تعديل، كما يبين الشكل (٥-١-ب) الموجة المعدَّلة التي نحصل عليها بتغيير مطال موجة حاملة جيبية.

وهذا هو التعديل المطالي *Amplitude Modulation (AM)* المستخدم في الإرسال الإذاعي العادي وفي تطبيقات أخرى.



الشكل (٥-١)

أ-إشارة التعديل.

ب-إشارة معدلة مطالياً.

جـ-إشارة *PAM*.

يمكن تحميل إشارة التعديل على حامل جيبي أيضاً بالتعديل الترددي *Frequency Modulation (FM)* الذي تستخدمه محطات بث *FM*، ويمكن ذلك أيضاً

بتعديل الطوز *Phase Modulation (PM)*. وتعرف الطرق الثلاثة لتعديل حامل جيبي بطرق تعديل الموجة المستمرة *Continuous Wave (CW)* تمييزاً لها عن طرق التعديل النبضي *Pulse Modulation* التي يستخدم فيها كموجة حاملة قطار نبضات. ويبين الشكل (٥-١-ج) الإشارة المعدلة بطريقة تعديل مطال النبضات *Pulse Amplitude Modulation (PAM)*. وبدلاً من تعديل مطال النبضات تستخدم أحياناً طرق تعديل مدة النبضات أو موضع النبضات، كما تستخدم طرق تعديل نبضي رقمية مثل التعديل الترميزي النبضي *Pulse Code Modulation (PCM)* الذي يعتمد على عملية التبديل التماثلي-الرقمي لكل من نبضات *PAM*.

يمكن نقل إشارات التعديل النبضي سلكياً أحياناً، ولكن لا يمكن نقلها لاسلكياً إلا بعد تحميلها على موجة جيبية. وفي هذه الحالة نكون قد استخدمنا التعديل النبضي وتعدبل الموجة المستمرة *CW* معاً.

يوجد سببان أساسيان لاستخدام التعديل في نظم الاتصالات:

١- يعتمد مردود إشعاع الموجات الكهرطيسية في حالة الإرسال اللاسلكي على نسبة طول هوائي الإرسال (l) إلى طول الموجة المرسلة (λ). ولكي يكون الإشعاع فعالاً يجب أن يكون $l\approx\lambda/4$. فإذا أردنا إرسال الإشارة السمعية مثلاً مباشرة بواسطة إشعاعها على شكل موجة كهرطيسية، فإن طول هوائي الإرسال يجب أن يختار وفق الشرط المذكور، على أن نحدد λ للترددات السمعية ضمن المجال بين *20Hz-20kHz*، وهي تكون بين *15km-15000km*. ولو أردنا تحقيق الشرط $l\approx\lambda/4$ من أجل أعلى تردد سمعي نجد أن الطول المطلوب للهوائي نحو *4km*، ومن غير المعقول تحقيقه عملياً. وبالمقابل إذا أرسلنا الإشارة السمعية بعد "تحميلها" على حامل جيبي ذي تردد *100MHz* مثلاً (وهذا التردد من ضمن ترددات *FM*)، تكون $\lambda=3m$ وبالتالي يمكن استخدام هوائي قصير بطول $l\approx\lambda/4=75cm$.

٢- نحتاج إلى التعديل من أجل إرسال عدة إشارات في آن واحد لاسلكياً أو سلكياً بخط نقل واحد دون حدوث تداخلات بينها. ويتضح ذلك مثلاً عند الحاجة لإرسال عدة إشارات سمعية لها المجال الترددي نفسه، حيث يمكن إرسال تلك الإشارات باستخدامها لتعديل موجات حاملة ذات ترددات عالية يختلف كل منها عن الآخر بمقدار كافٍ، ويمكن استقبال أي منها دون أن تتداخل معها الإشارات الأخرى. ومن أجل ذلك تستخدم دارة انتخاب (عدة دارات رنين) تنتخب فقط الموجة المعدَّلة المطلوبة، كما هو الحال عندما نقوم بتوليف جهاز راديو على إحدى المحطات الإذاعية. وبالمثل يمكن إرسال عدة إشارات هاتفية بخط نقل واحد، بعد تحميلها على موجات حاملة ذات ترددات مختلفة حيث يمكن فرزها بدارات انتخاب (دارات رنين أو مرشحات تمرير مجال) في طرف الاستقبال.

سوف نخصص البنود التالية لدراسة طرق تعديل الموجات الحاملة الجيبية، أي طرق التعديل المطالي والترددي والطوري وطرق الكشف المناسبة لكل منها.

٢-٥ التعديل المطالي *Amplitude Modulation*

يقصد بالتعديل المطالي تغيير مطال الموجة الحاملة تبعاً لإشارة التعديل، مع بقاء التردد والطور ثابتين. ويوضح الشكل (٢-٥) طريقة التعديل المطالي *AM*. ونرمز بـ $v_m(t)$ لإشارة التعديل، ونفترض مثلاً أنها كما في الشكل (٢-٥-أ). ونفترض أيضاً أن الموجة الحاملة دون تعديل هي المبينة في الشكل (٢-٥-ب):

$$v_c(t) = A_c \cos \omega_c t \qquad (5\text{-}1)$$

حيث A_c مطال الموجة الحاملة و ω_c التردد الزاوي لها، أي $\omega_c = 2\pi f_c$ حيث f_c ترددها بالهرتز.

بتعديل الطوز *Phase Modulation (PM)*. وتعرف الطرق الثلاثة لتعديل حامل جيبي بطرق تعديل الموجة المستمرة *Continuous Wave (CW)* تمييزاً لها عن طرق التعديل النبضي *Pulse Modulation* التي يستخدم فيها كموجة حاملة قطار نبضات. ويبين الشكل (٥-١-ج) الإشارة المعدلة بطريقة تعديل مطال النبضات *Pulse Amplitude Modulation (PAM)*. وبدلاً من تعديل مطال النبضات تستخدم أحياناً طرق تعديل مدة النبضات أو موضع النبضات، كما تستخدم طرق تعديل نبضي رقمية مثل التعديل الترميزي النبضي *Pulse Code Modulation (PCM)* الذي يعتمد على عملية التبديل التماثلي-الرقمي لكل من نبضات *PAM*.

يمكن نقل إشارات التعديل النبضي سلكياً أحياناً، ولكن لا يمكن نقلها لاسلكياً إلا بعد تحميلها على موجة جيبية. وفي هذه الحالة نكون قد استخدمنا التعديل النبضي وتعديل الموجة المستمرة *CW* معاً.

يوجد سببان أساسيان لاستخدام التعديل في نظم الاتصالات:

١- يعتمد مردود إشعاع الموجات الكهرطيسية في حالة الإرسال اللاسلكي على نسبة طول هوائي الإرسال (l) إلى طول الموجة المرسلة (λ). ولكي يكون الإشعاع فعالاً يجب أن يكون $l \approx \lambda/4$. فإذا أردنا إرسال الإشارة السمعية مثلاً مباشرة بواسطة إشعاعها على شكل موجة كهرطيسية، فإن طول هوائي الإرسال يجب أن يختار وفق الشرط المذكور، على أن نحدد λ للترددات السمعية ضمن المجال بين *20Hz-20kHz*، وهي تكون بين *15km-15000km*. ولو أردنا تحقيق الشرط $l \approx \lambda/4$ من أجل أعلى تردد سمعي نجد أن الطول المطلوب للهوائي نحو *4km*، ومن غير المعقول تحقيقه عملياً. وبالمقابل إذا أرسلنا الإشارة السمعية بعد "تحميلها" على حامل جيبي ذي تردد *100MHz* مثلاً (وهذا التردد من ضمن ترددات *FM*)، تكون $\lambda = 3m$ وبالتالي يمكن استخدام هوائي قصير بطول $l \approx \lambda/4 = 75cm$.

٢- نحتاج إلى التعديل من أجل إرسال عدة إشارات في آن واحد لاسلكياً أو سلكياً بخط نقل واحد دون حدوث تداخلات بينها. ويتضح ذلك مثلاً عند الحاجة لإرسال عدة إشارات سمعية لها المجال الترددي نفسه، حيث يمكن إرسال تلك الإشارات باستخدامها لتعديل موجات حاملة ذات ترددات عالية يختلف كل منها عن الآخر بمقدار كافٍ، ويمكن استقبال أي منها دون أن تتداخل معها الإشارات الأخرى. ومن أجل ذلك تستخدم دارة انتخاب (عدة دارات رنين) تنتخب فقط الموجة المعدَّلة المطلوبة، كما هو الحال عندما نقوم بتوليف جهاز راديو على إحدى المحطات الإذاعية. وبالمثل يمكن إرسال عدة إشارات هاتفية بخط نقل واحد، بعد تحميلها على موجات حاملة ذات ترددات مختلفة حيث يمكن فرزها بدارات انتخاب (دارات رنين أو مرشحات تمرير مجال) في طرف الاستقبال.

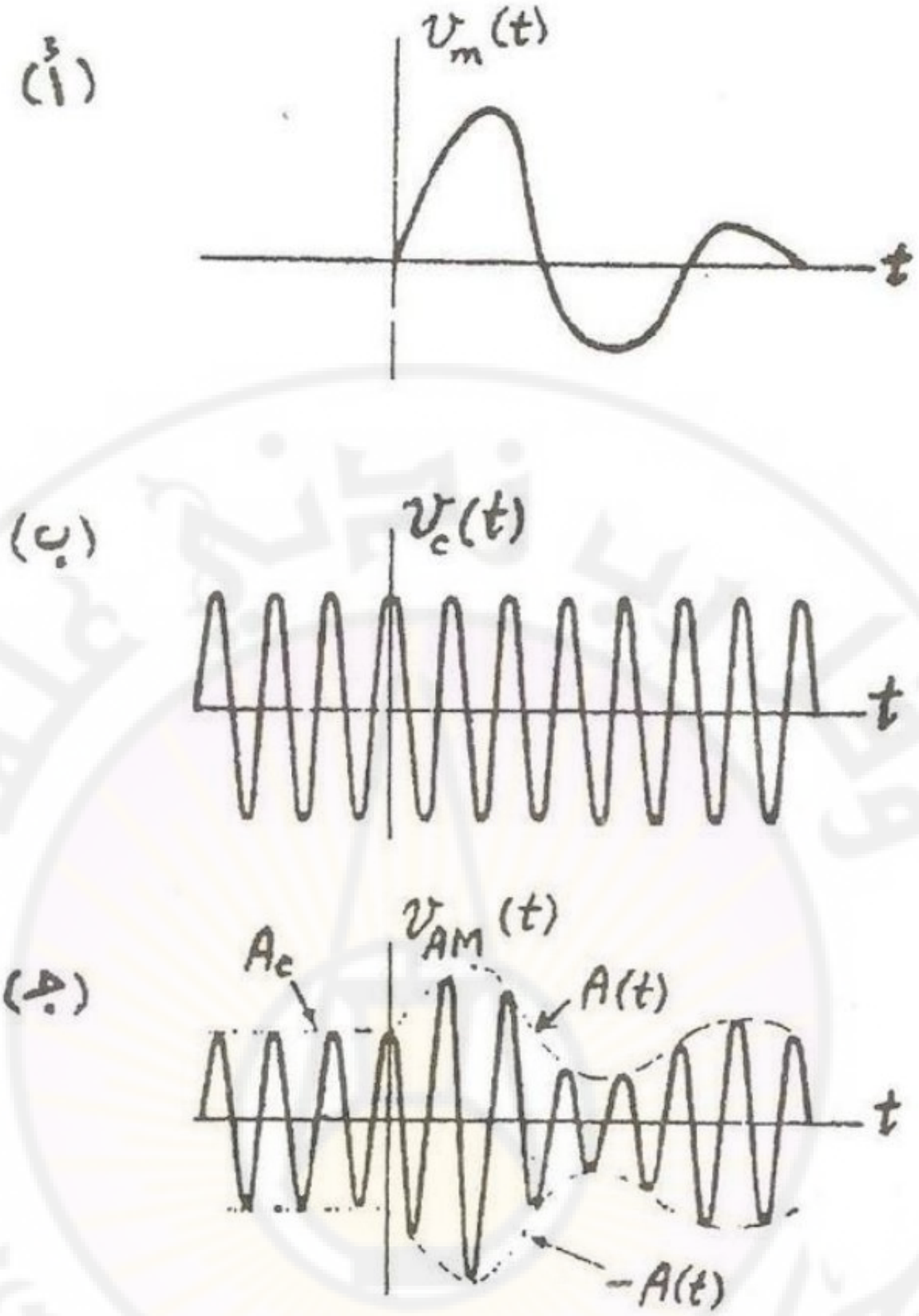
سوف نخصص البنود التالية لدراسة طرق تعديل الموجات الحاملة الجيبية، أي طرق التعديل المطالي والترددي والطوري وطرق الكشف المناسبة لكل منها.

٢-٥ التعديل المطالي *Amplitude Modulation*

يقصد بالتعديل المطالي تغيير مطال الموجة الحاملة تبعاً لإشارة التعديل، مع بقاء التردد والطور ثابتين. ويوضح الشكل (٢-٥) طريقة التعديل المطالي *AM*. ونرمز بـ $v_m(t)$ لإشارة التعديل، ونفترض مثلاً أنها كما في الشكل (٢-٥-أ). ونفترض أيضاً أن الموجة الحاملة دون تعديل هي المبينة في الشكل (٢-٥-ب):

$$v_c(t) = A_c \cos \omega_c t \qquad (5\text{-}1)$$

حيث A_c مطال الموجة الحاملة و ω_c التردد الزاوي لها، أي $\omega_c = 2\pi f_c$ حيث f_c ترددها بالهرتز.



الشكل (٥-٢) الموجة المعدلة مطالياً

أ-إشارة التعديل.

ب-الموجة الحاملة.

ج-موجة AM.

تقوم دارة التعديل المطالي بتغيير مطال الموجة الحاملة تبعاً لتغير $v_m(t)$ لنحصل على الموجة المعدلة المبينة في الشكل (٥-٢-ج) وفق العبارة:

$$v_{AM}(t) = A(t)\cos\omega_c t \qquad (5\text{-}2)$$

وذلك بافتراض:

$$A(t) = A_c[1 + \mu v_m(t)] \qquad (5\text{-}3)$$

حيث μ ثابت موجب. وعلى هذا النحو:

$$v_{AM}(t) = A_c[1 + \mu v_m(t)]\cos\omega_c t \qquad (5\text{-}4)$$

يشترط عادة أن يكون $\mu V_{max}<1$ حيث V_{max} القيمة العظمى لـــ $|v_m(t)|$. ويعني ذلك أن $A(t)$ يجب أن يبقى موجباً (وسنوضح أدناه الغاية من ذلك لحالة التعـــديل بإشـــارة جيبية). ويسمى μ ثابت التعديل المطالي، بينما يسمى المقدار μV_{max} دليـــل أو عامـــل التعديل المطالي *AM Index*، ويرمز له بـــ *m*. ونلاحظ أن المنحني المتقطع الذي يصـــل بين القيم الموجبة للموجة المعدلة في الشكل (٥-٢-ج) يمثـــل المطـــال المعّـــدل $A(t)$ ويسمى الغلاف الموجب *Positive Envelope* للموجة المعدَّلة، وهو يشـــبه إشـــارة التعديل $v_m(t)$. وبالمقابل يسمى المنحني المتقطع الذي يصل بين القمم السالبة في الشكل (٥-٢-ج) الغلاف السالب وهو يمثل $[-A(t)]$ ويشبه $[-v_m(t)]$. وفي حالـــة الإرســـال الإذاعي تمثل إشارة التعديل $v_m(t)$ الإشارة السمعية التي تؤخذ من ميكرفون عن طريـــق مكبرات سمعية. وتستخدم محطات الإذاعة بمثابة $v_m(t)$ في حالة البث التجـــريبي عـــادة إشارة جيبية ترددها $1000Hz$، وهي تسمع من أجهزة الراديو كنغمة *tone* بســـيطة. ويسمى التعديل في مثل هذه الحالة التعديل بنغمة *Tone Modulation*، وهـــي الـــتي سنفترضها أدناه من أجل تبسيط التحليل ونوضحها في الشكل (٥-٣).

سنفترض أن إشارة التعديل توصف بالعبارة:

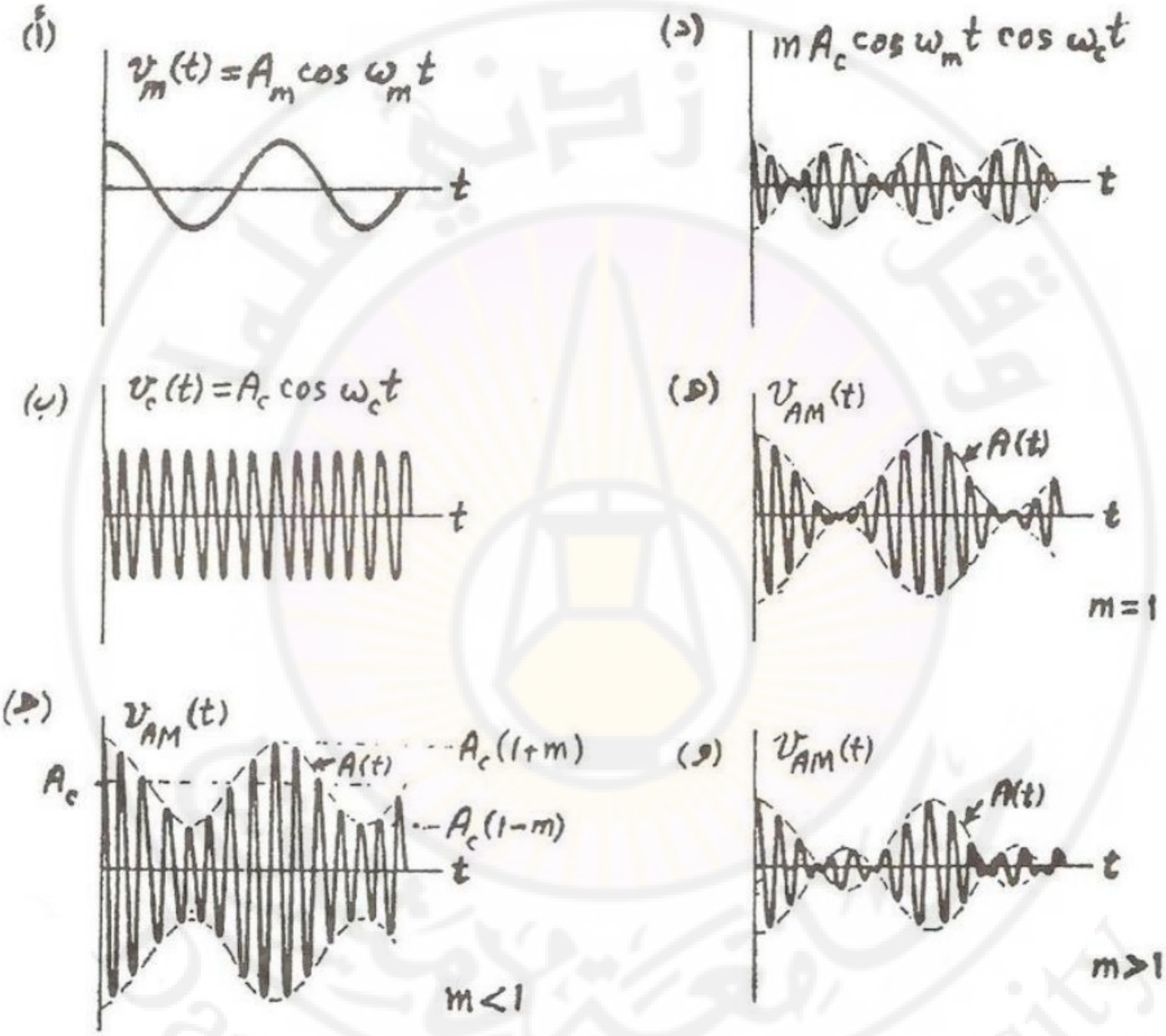
$$v_m(t) = A_m \cos\omega_m t \qquad (5\text{-}5)$$

حيث A_m مطال إشارة التعديل، و ω_m ترددها الزاوي ($\omega_m=2\pi f_m$).

إذا افترضنا أن الموجة الحاملة دون تعديل هي $v_c(t) = A_c \cos\omega_c t$ كمـــا في الشـــكل (٥-٣-ب) وأن $v_m(t) = A_m \cos\omega_m t$ فإنه يمكن أن نكتب وفق (5-4) أن:

$$v_{AM}(t) = A_c\left(1 + m\cos\omega_m t\right)\cos\omega_c t \qquad \textbf{(5-6)}$$

حيث $m=\mu A_m$. ويمثل m عامل التعديل في حالة التعديل بإشارة جيبية. ونلاحـــظ أن $m=\mu$ عندما $A_m=1$.



الشكل (٥-٣) شكل موجة AM عند قيم مختلفة لعامل التعديل المطالي.

بمقارنة (5-6) و (5-2) نكتب:

$$A(t) = A_c\left(1 + m\cos\omega_m t\right) \qquad \textbf{(5-7)}$$

يبين الشكل (٥-٣-ج) الموجة المعدلة من أجل $m<1$. ونجـــد أن المطـــال الأعظمـــي والمطال الأصغري هما:

$$A_{\max} = A_c(1+m)$$
$$A_{\min} = A_c(1-m) \qquad \textbf{(5-8)}$$

ونستنتج بالتالي أن:

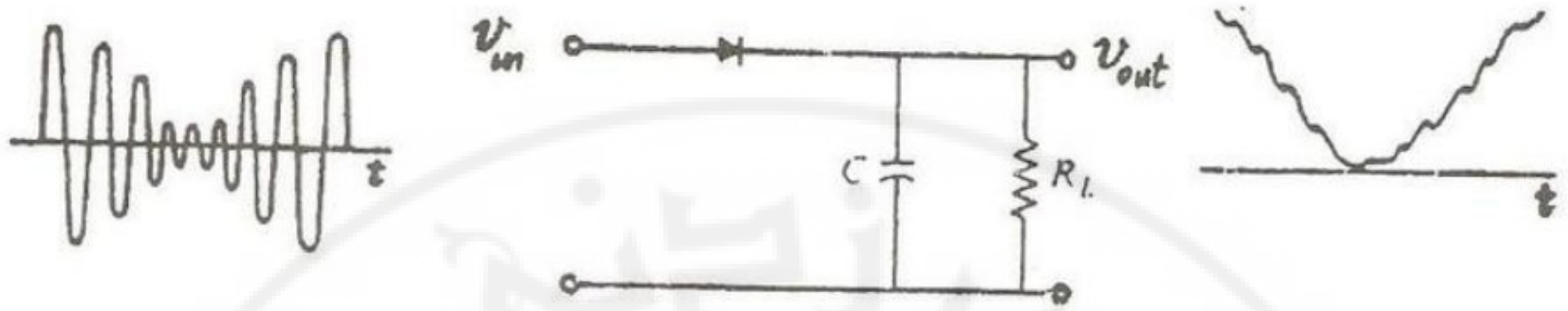
$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} \qquad \textbf{(5-9)}$$

تمثل موجة AM وفق العلاقة (5-6) مجموع الموجة الحاملـــة في الشـــكل (٥-٣-ب) والعبارة $mA_c \cos\omega_m t \cos\omega_c t$ الممثلة في الشكل (٥-٣-ء).

تستخدم العلاقة (5-9) لحساب قيمة m بعد قياس A_{max} و A_{min} بمراقبة الموجة المعدَّلـــة $v_{AM}(t)$ على شاشة راسم الإشارة. ويلاحظ أن زيادة m تـــؤدي إلى إنقـــاص A_{min} في الشكل (٥-٣-ج). ولذلك يسمى m أحياناً عمـــق التعـــديل *Modulation Depth*. وعندما يعبر عن m كنسبة مئوية، فهو يسمى النسبة المئوية للتعديل. ففي حالة التعديل بنسبة 100% أي عندما $m=1$ كما في الشكل (٥-٣-هـــ) يصبح لـــدينا $A_{min}=0$ و $A_{max}=2A_c$. وإذا جعلنا $m>1$ تصبح الموجة المعدلة كما في الشكل (٥-٣-و)، فـــلا يبقى غلافها الموجب مشابهاً لإشارة التعديل $v_m(t)$، وكذلك لا يبقى الغلاف الســـالب مشابهاً لـــ $-v_m(t)$-، ويفسر ذلك بأن $A(t)$ وفق العلاقة (5-7) يمكن أن يكـــون ســـالباً عندما $m>1$ خلال الفترات التي يكون فيها $\cos\omega_m t$ سالباً و $|m\cos\omega_m t|>1$.

يستخدم لكشف التعديل *Demodulation* أو باختصار الكشف *Detection* في أغلب أجهزة استقبال AM ما يسمى كاشف الغلاف *Envelope Detector*. وهو يتألف من ثنائي (ديود) ومقاوم ومكثف كما في الشكل (٥-٤). ونفترض أن جهد الـــدخل v_{in} هو موجة AM من أجل $m<1$ فيكون جهد الخرج v_{out} هو تقريباً الغلاف الموجب (مع

بعض التعرجات) كما سنوضح لاحقاً. ويمكن تمرير المركبة المتناوبة لجهد الخـــرج v_{out} عن طريق مكثف ربط للحصول على إشارة مشابهة لإشارة التعديل الأصلية.



الشكل (٥-٤) كاشف الغلاف.

بالعودة إلى الشكل (٥-٣-هـــ) نرى أنه في حالة كشف موجة *AM* بكاشف غلاف عندما يكون $m>1$ نحصل على إشارة خرج مشوهة لأن الغلاف لا يشبه إشارة التعديل الأصلية. ولذلك تسمى الحالة $m>1$ حالة التعديل الزائد *Overmodulation*، وينبغـــي تفاديها، وكذلك يفضل تفادي حالة التعديل بنسبة تزيد عن 90% (أي $m=0.9$) لأن كاشف الغلاف لا يعمل بشكل جيد عندما ينخفض مطال الدخل عن حد معين.

٥-٣ المخطط الشعاعي لموجة معدلة مطالياً

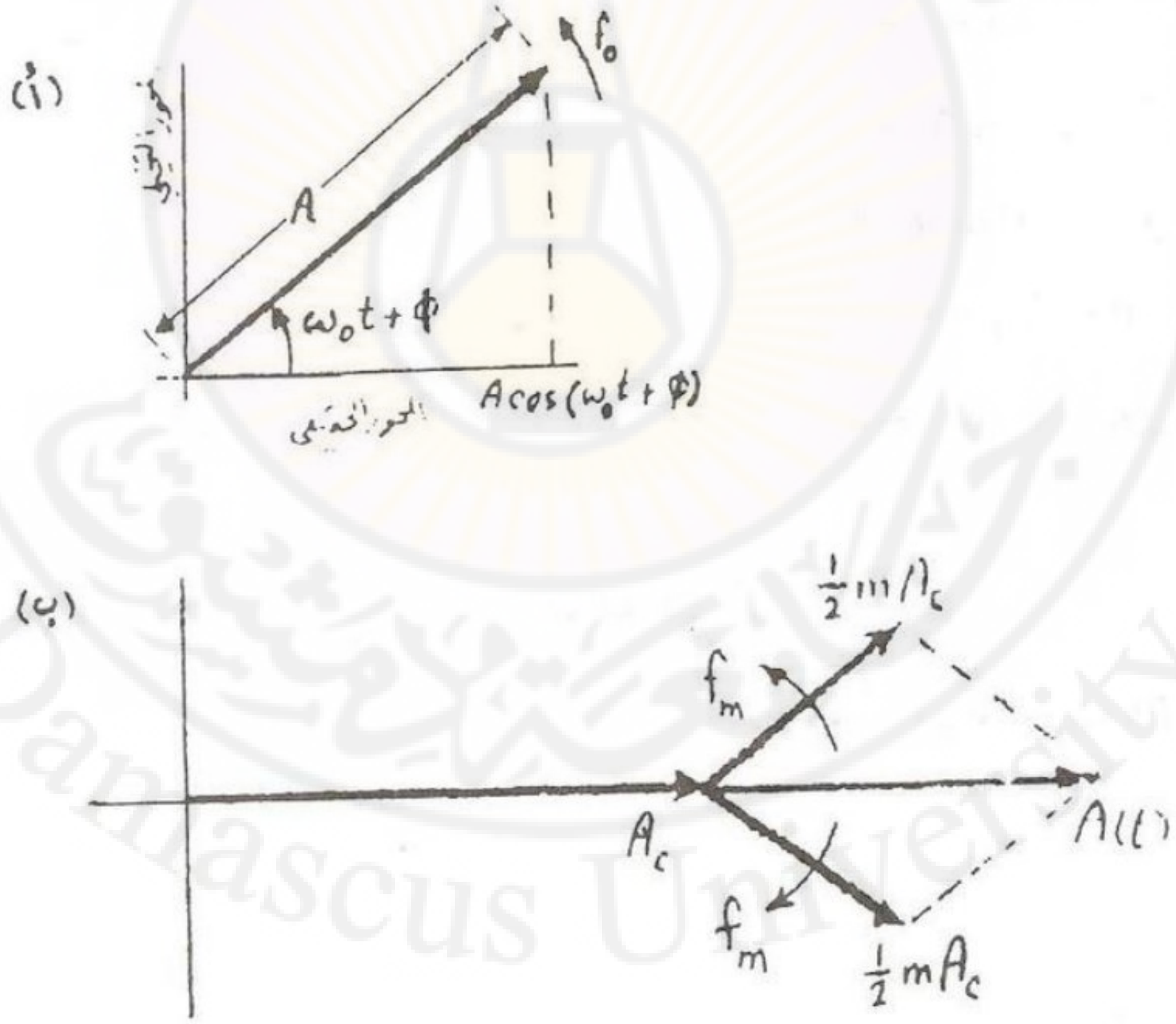
يبين الشكل (٥-٥-أ) طريقة تمثيل أي إشارة جيبية بشعاع أو مطاور *Phaser* وفـــق العلاقة:

$$v(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) = \mathrm{Re}\left[e^{j(\omega_0 t+\phi)}\right] \qquad \textbf{(5-10)}$$

يمثل طول الشعاع المطال A، وتمثل السرعة ω_0 السرعة الزاوية لدوران الشعاع بعكس عقارب الساعة، وتمثل الزاوية التي يميل بها الشعاع على المحور الحقيقي في اللحظة $t=0$ زاوية الطور φ. ويمثل مسقط الشعاع على المحور الحقيقي القيمة اللحظية للإشارة $v(t)$.

ويوضح الشكل (٥-٥-ب) طريقة تمثيل الموجة المعدلة مطالياً بشعاع بافتراض أن إشارة التعديل $v_m(t)$ هي موجة جيبية ترددها f_m، وتمثل مركبة الموجة الحاملة بشعاع طوله A_c ويدور بعكس عقارب الساعة بسرعة f_c، بحيث يبدو شعاع الموجة الحاملة كأنه ثابت. ويبدو لنا عندئذ أن الشعاعين الممثلين لمركبتي المحالين الجانبيين $(f_c \pm f_m)$ كأنهما يدوران بسرعة f_m باتجاهين متعاكسين وبالتالي تكون الزاويتان بين هذين الشعاعين والشعاع A_c متساويتين، ولذلك تكون المحصلة الممثلة للموجة المعدلة منطبقة دوماً على شعاع المركبة الحاملة أو امتداده وطول هذه المحصلة:

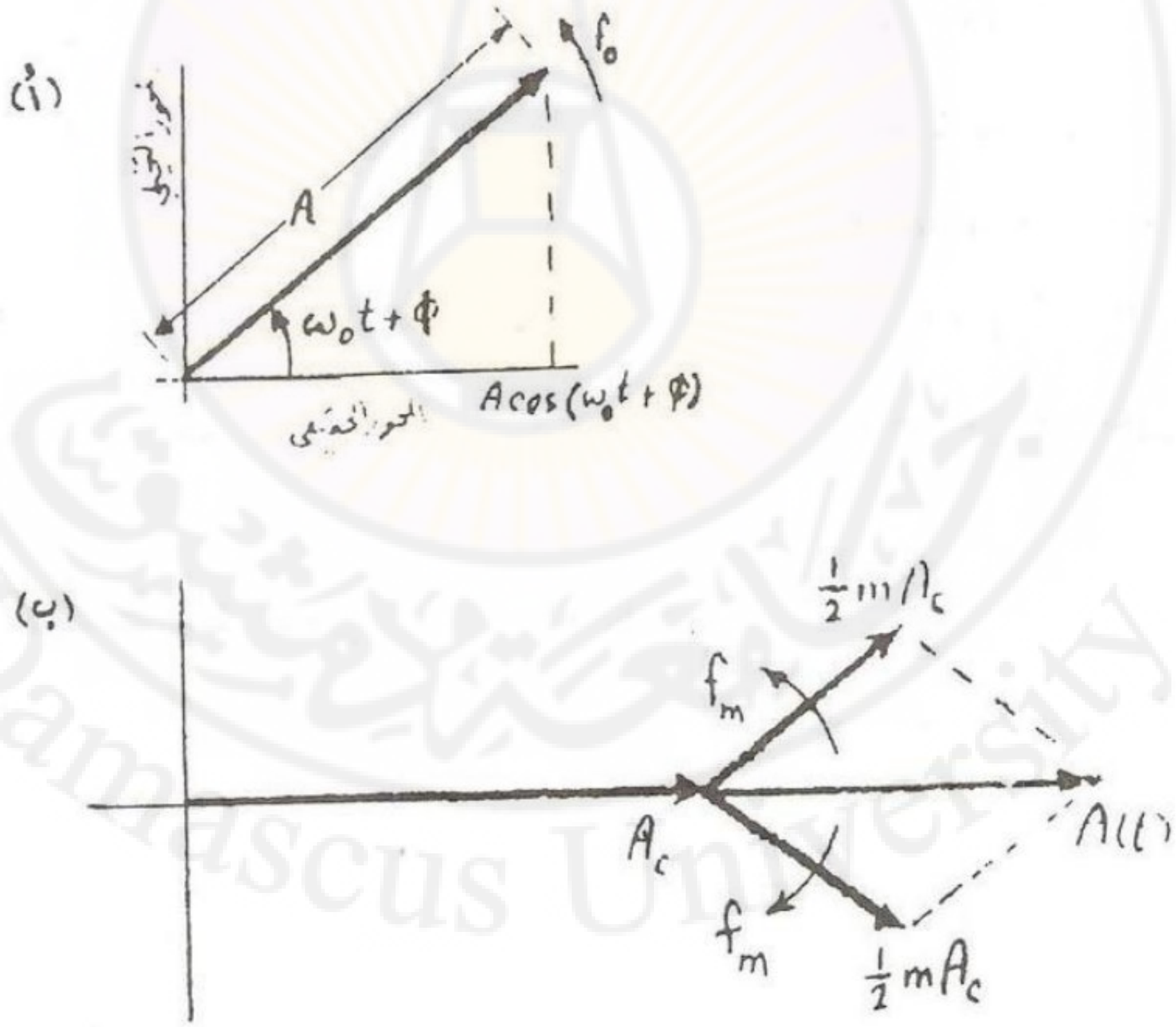
$$A(t) = A_c(1 + m\cos\omega_m t)$$



الشكل (٥-٥) تمثيل الموجة المعدلة مطالياً شعاعياً.

ويوضح الشكل (٥-٥-ب) طريقة تمثيل الموجة المعدلة مطالياً بشعاع بافتراض أن إشارة التعديل $v_m(t)$ هي موجة جيبية ترددها f_m، وتمثل مركبة الموجة الحاملة بشعاع طوله A_c ويدور بعكس عقارب الساعة بسرعة f_c، بحيث يبدو شعاع الموجة الحاملة كأنه ثابت. ويبدو لنا عندئذ أن الشعاعين الممثلين لمركبتي المحالين الجانبيين $(f_c \pm f_m)$ كأنهما يدوران بسرعة f_m باتجاهين متعاكسين وبالتالي تكون الزاويتان بين هذين الشعاعين والشعاع A_c متساويتين، ولذلك تكون المحصلة الممثلة للموجة المعدلة منطبقة دوماً على شعاع المركبة الحاملة أو امتداده وطول هذه المحصلة:

$$A(t) = A_c(1 + m\cos\omega_m t)$$



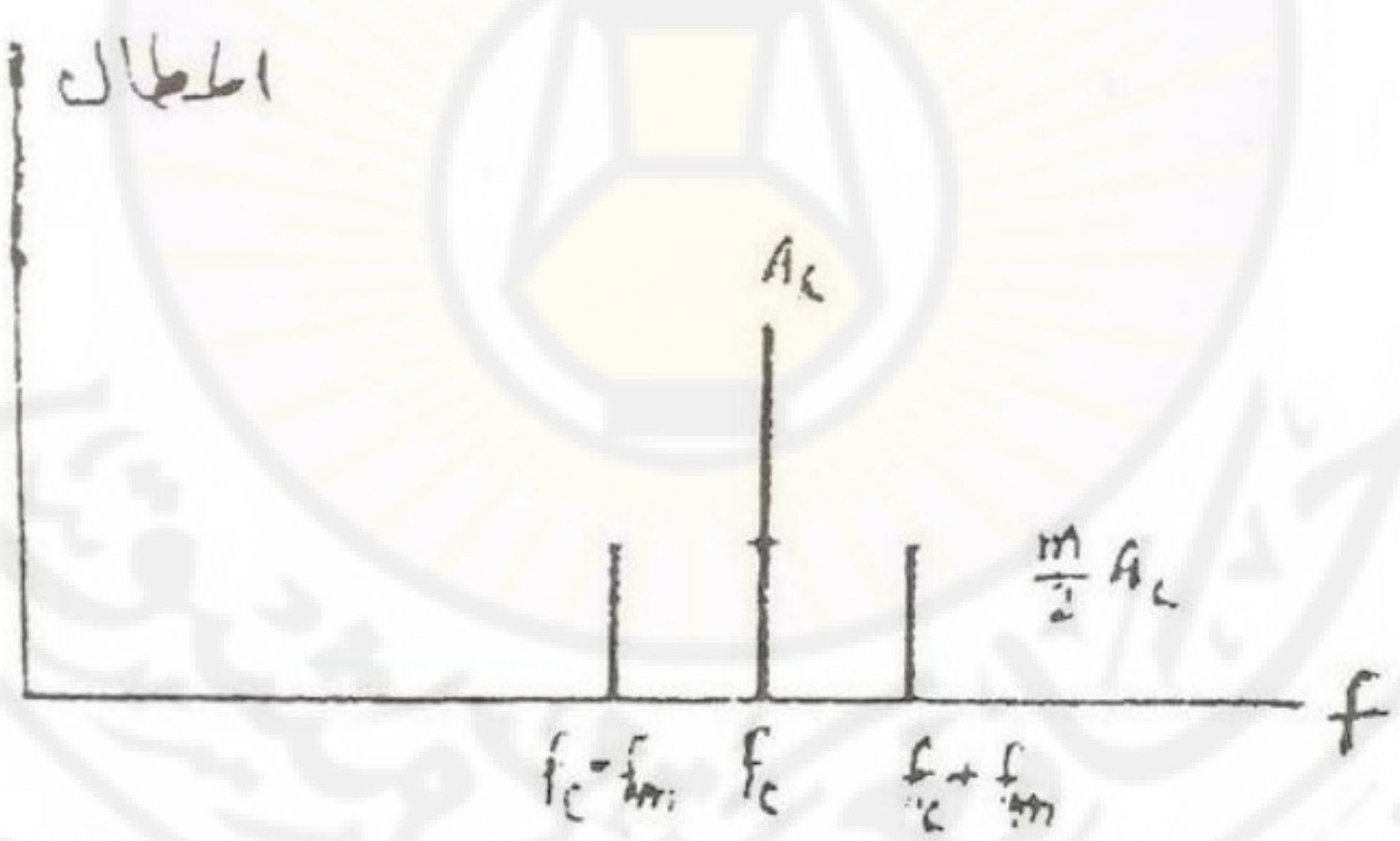
الشكل (٥-٥) تمثيل الموجة المعدلة مطالياً شعاعياً.

٥-٤ طيف الموجة المعدلة مطالياً

يمكن أن نوضح التركيب الطيفي للإشارة المعدلة مطالياً بكتابة العلاقة (5-6) على النحو:

$$v_{AM}(t) = A_c \cos\omega_c t + \frac{mA_c}{2}\cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{mA_c}{2}\cos(\omega_c + \omega_m)t \qquad \textbf{(5-11)}$$

حسب هذه العلاقة تمثل الموجة المعدلة طيفياً بثلاثة مركبات كما هو مبين في الشكل (٥-٦). وتكون المركبة ذات التردد f_c هي الموجة الحاملة نفسها دون تعديل ومطالها هو A_c. أما المركبتان $(f_c \mp f_m)$ فمطال كل منهما $mA_c/2$. ويسمى التردد $(f_c - f_m)$ التردد الجانبي السفلي *LSF* (*Lower Side Frequency*)، كما يسمى التردد $(f_c + f_m)$ التردد الجانبي العلوي *USF* (*Upper Side Frequency*).



الشكل (٥-٦) طيف موجة AM عن التعديل بإشارة جيبية.

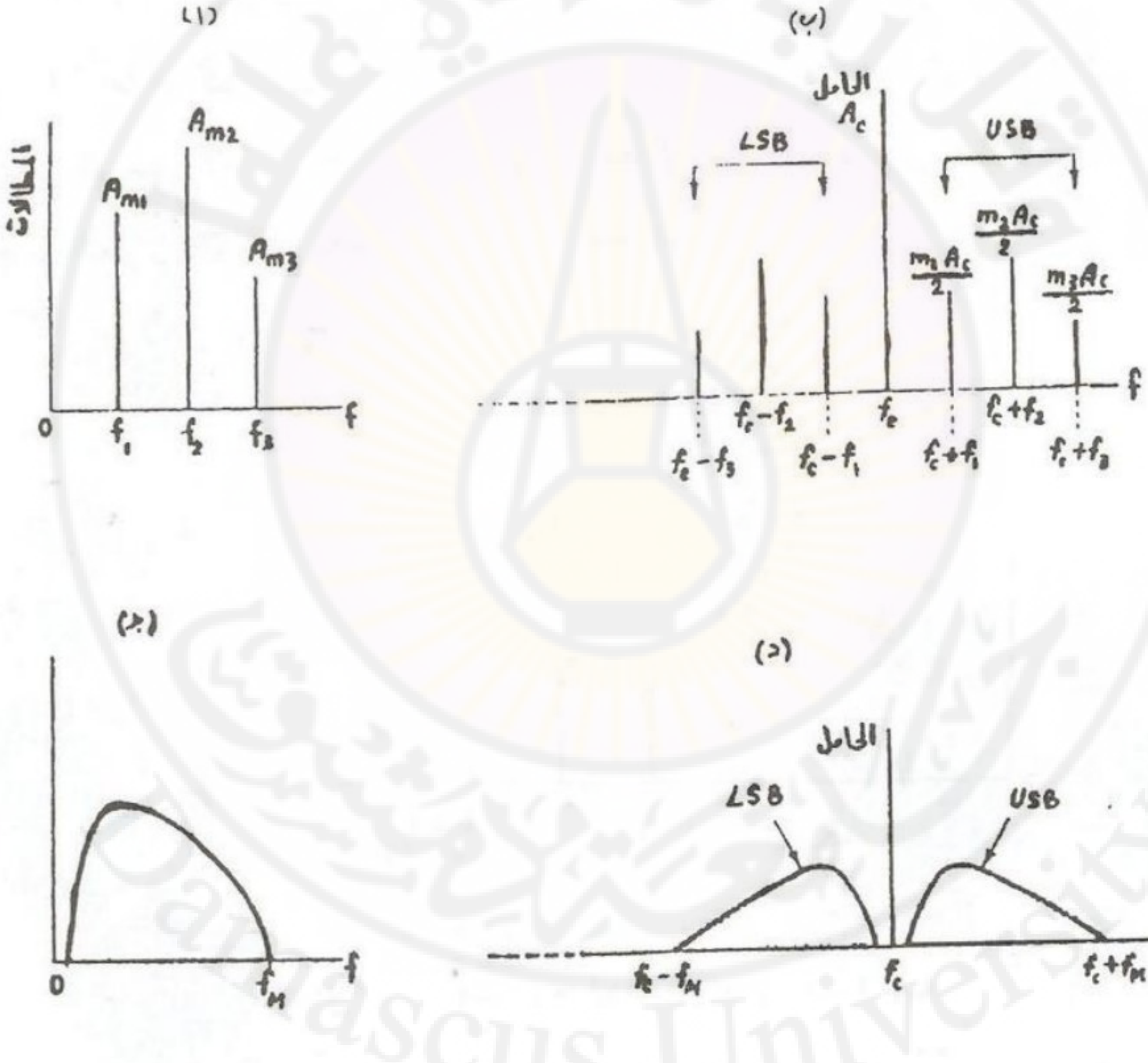
إذا كانت إشارة التعديل غير جيبية، يمكن تمثيلها طيفياً بسلسلة فورييه عندما تكون دورية أو مكافئة لمجموع إشارات دورية، بينما نوجد تحويل فورييه لها عندما تكون غير دورية.

لكي نوضح كيف يصبح الطيف عند التعديل بإشارة غير جيبية، سنفترض على سبيل المثال أن إشارة لتعديل تكافئ مجموع ثلاث مركبات جيبية:

$$v_m(t) = A_{m1}\cos\omega_1 t + A_{m2}\cos\omega_2 t + A_{m3}\cos\omega_3 t \qquad (5\text{-}12)$$

يسمى التعديل في مثل هذه الحالة التعديل بعدة نغمات *Multi-Tone Modulation*.

يحتوي طيف $v_m(t)$ وفق (5-12) على ثلاث مركبات كما مبين في الشكل (٥-٧-أ).



الشكل (٥-٧) طيف موجة AM عند التعديل بإشارة دورية وبإشارة غير دورية.

وبالتالي يكون طيف الموجة المعدلة $v_{AM}(t)$ كما في الشكل (٥-٧-ب)، لأن كلا من المركبات الطيفية لـ $v_m(t)$ تعطي مركبتين بترددين جانبيين في طيف الموجة المعدلة. وتمثل مجموعة المركبات الجانبية على يمين مركبة الموجة الحاملة ما يسمى الحزمة الجانبية العليا أو المجال الجانبي العلوي *USB* (*Upper Side Band*)، كما تمثل مجموعة المركبات الجانبية على يسار مركبة الموجة الحاملة الحزمة الجانبية السفلية أو المجال الجانبي السفلي *LSB* (*Lower Side Band*). ونجد أن عرض المجال الكلي للموجة المعدلة مطاليا:

$$B = 2f_m \qquad \textbf{(5-13)}$$

حيث f_m أعلى تردد في إشارة التعديل، أي $B=2f_3$ في حالة الشكل (٥-٧-ب). وعندما تكون إشارة التعديل غير دورية نمثلها طيفياً بواسطة تحويل فورييه، ويكون طيفها مستمراً كما مبين في الشكل (٤-٧-ج)، حيث نفترض أن مجال الطيف يمتد تقريباً من الصفر حتى التردد الأعظمي f_m. ويكون عندئذ طيف الموجة المعدلة كما مبين في الشكل (٤-٧-ء)، أي يكون عرض مجاله $B=2f_m$.

يتبين من (5-11) أن مركبة الموجة الحاملة $A_c\cos\omega_c t$ لا تتأثر بقيمتي m و ω_m. وهذا يدل على أن مركبة الموجة الحاملة لا تحمل أية معلومات عن إشارة التعديل، ولذلك تعد استطاعتها كاستطاعة "ضائعة" من وجهة نظر نقل المعلومات. ولذلك يمكن حذف تلك المركبة أو كبتها دون فقدان للمعلومات (مع أن وجودها ضروري لعمل كاشف الغلاف، وفي حالة عدم وجودها نلجأ إلى استخدام طريقة الكشف المتزامن الموضحة لاحقاً).

إذا حذفنا مركبة الموجة الحاملة $A_c\cos\omega_c t$ من عبارة $v_{AM}(t)$ في العلاقة (5-4) مع افتراض $\mu=1$، نحصل على العبارة التالية لإشارة *AM* ذات الحامل المكبوت *AM-SC* (أي *AM-Suppressed-Carrier*) أو الإشارة ذات المجالين الجانبيين والحامل المكبوت *DSB_SC* (أي *Double SideBand-SC*)، أو باختصار الإشارة ذات المجالين *DSB*:

$$v_{DSB}(t) = A_c v_m(t)\cos\omega_c t \qquad \textbf{(5-14-a)}$$

تدل هذه العلاقة على إمكانية الحصول على إشارة نظام *DSB* باستخدام ضارب تماثلي *Analog Multiplier*، بحيث يقوم بضرب الموجة الحاملة $A_c\cos\omega_c t$ بإشارة التعديل $v_m(t)$.

يتبين من طيف إشارة *AM* في الشكل (٥-٧-ب،ء) تناظر المجالين *USB* و *LSB*، وتكون المعلومات المحتواة في أحدهما هي نفسها المحتواة في الآخر. ولذلك تلجأ بعض نظم الاتصالات إلى حذف أحد المجالين الجانبيين (بهدف إنقاص عرض المجال الكلي)، مع كبت الحامل لنحصل على النظام المسمى نظام المجال الجانبي الواحد مع كبت الحامل *SSB-SC* (أي *Single SideBand-SC*)، أو ببساطة *SSB*.

نعبر عن إشارة *DSB* وفق (5-14-a) في حالة التعديل بإشارة جيبية $v_m(t)=A_m\cos\omega_m t$ بالعبارة:

$$v_{DSB}(t) = A_c A_m \cos\omega_m t \cos\omega_c t \qquad \textbf{(5-14-b)}$$

هذه العبارة تقابل (5-6) بعد حذف مركبة الموجة الحاملة $A_c\cos\omega_c t$ مع جعل $m=1$، ومن ثم تمثل طيفياً بالشكل (٥-٦) إذا حذفنا منه مركبة الموجة الحاملة مع جعل $m=1$.

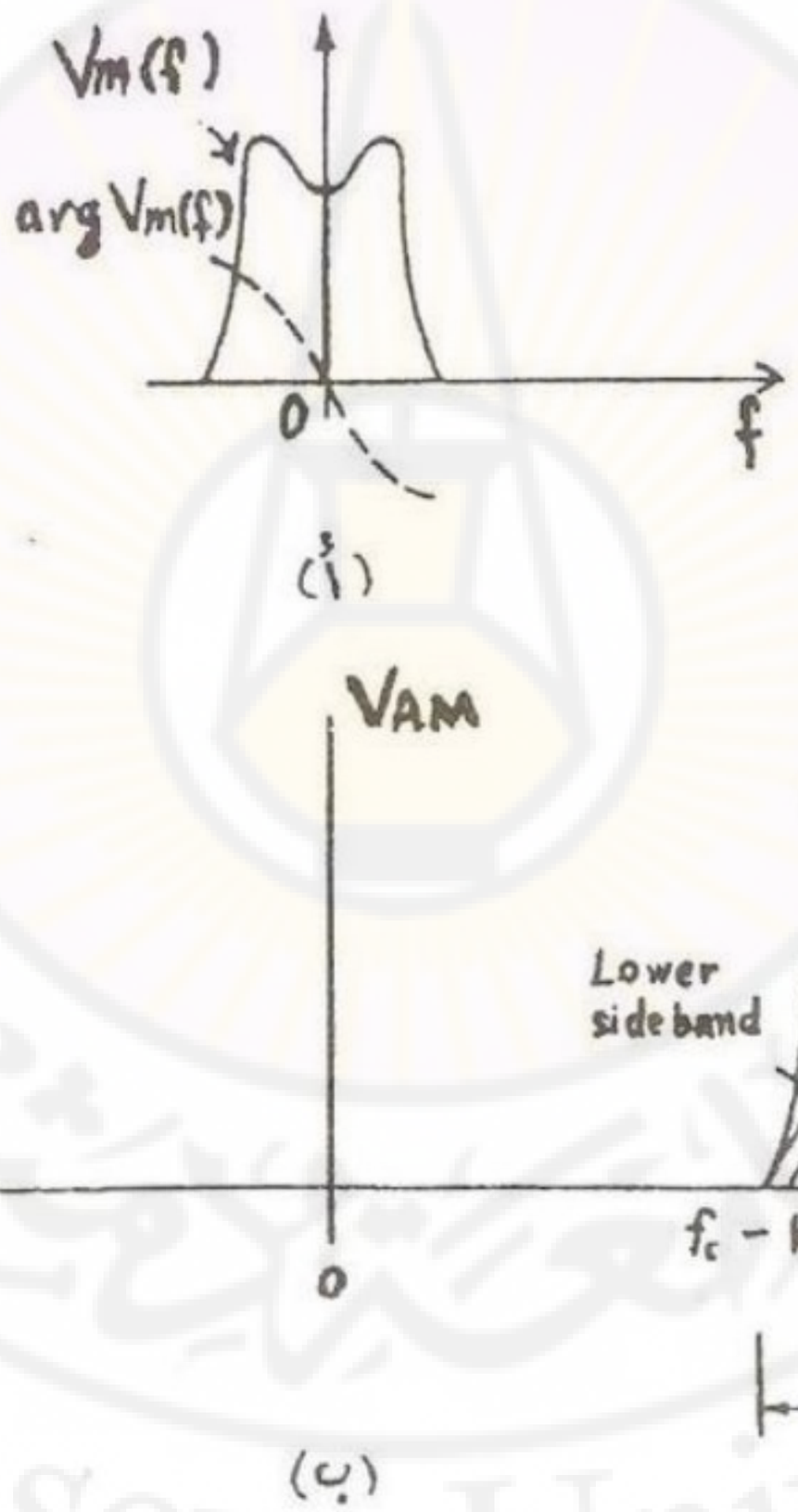
في الحالة العامة نمثل طيف إشارة *DSB* بكتابة تحويل فورييه للعبارة (5-14-a) بالمقارنة مع (4-50) من أجل $\varphi=0$:

$$V_{DSB}(f) = \frac{A_c}{2}V_m(f-f_c) + \frac{A_c}{2}V_m(f+f_c) \qquad \textbf{(5-15-a)}$$

بالمقابل يكون تحويل فورييه لإشارة *AM* بدون كبت الحامل، وفق (5-4):

$$V_{AM}(f) = \frac{1}{2}A_c[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)] + \frac{m}{2}A_c[V_m(f-f_c)+V_m(f+f_c)] \qquad \textbf{(5-15-b)}$$

يبين الشكل (٥-٨) الطيفين ثنائيي الجانب لطويلة وطور كل من $V_m(f)$ و $V_{AM}(f)$، مع تظليل المجالين الجانبيين لـ $|V_{AM}(f)|$ للترددات الموجبة فقط. ونجد أن عرض طيف إشارة AM (عرض الطيف المظلل) هو $2W$، حيث W عرض مجال $V_m(f)$. ويكون طيف إشارة DSB وفق (5-15-a) مماثلاً لطيف إشارة AM وفق (5-15-b) بعد حذف مركبتي الموجة الحاملة $\frac{1}{2}A_c\delta(f \pm f_c)$ مع جعل $m=1$ [أي يمثل بالشكل (٥-٨-ب) بعد حذف مركبتي الحامل عند $f=\pm f_c$].



الشكل (٥-٨)

أ- طيف الرسالة.

ب-طيف إشارة AM.

٥-٥ استطاعة الموجة المعدلة مطالياً

إذا فرضنا أن $v_m(t)$ إشارة حتمية من نوع إشارات الاستطاعة، نوجد استطاعتها كمتوسط زمني لـ $v_m^2(t)$، أي:

$$P_m = \left\langle V_m^2(t) \right\rangle \qquad \textbf{(5-16-a)}$$

بالتالي نوجد استطاعة إشارة AM في الحالة العامة كمتوسط زمني لمربع العبارة (5-4). ويتبين بالنتيجة أن:

$$P_{AM} = \left\langle V_{AM}^2(t) \right\rangle = \frac{1}{2} A_c^2 \left(1 + \mu^2 P_m\right) \qquad \textbf{(5-16-b)}$$

إذا فرضنا أن $v_m(t)$ إشارة عشوائية (وهكذا هي كل الإشارات الحاملة للمعلومات)، ففي حالة كونها إرغدية ننظر لاستطاعتها وفق (5-16-a) كمتوسط زمني لمربع أحد التوابع العينات أو ننظر لها كمتوسط إحصائي $P_m=E[v_m^2(t)]$، ومن ثم نوجد استطاعة إشارة AM كمتوسط زمني لمربع أحد التوابع العينات وفق (5-16-b)، ونحصل على النتيجة نفسها كمتوسط إحصائي $P_{AM}=E[v_{AM}^2(t)]$.

يمكن إيجاد استطاعة إشارة AM اعتماداً على طيفها، فنكتب:

$$P_{AM} = P_c + P_{USB} + P_{LSB} \qquad \textbf{(5-17)}$$

حيث P_c استطاعة مركبة الموجة الحاملة و P_{USB} و P_{LSB} استطاعتا المجالين الجانبيين [وفي حالة الطيف الثنائي الجانب، كما في الشكل (٥-٨) نوجد الاستطاعة الكلية كمجموع الاستطاعات لطيفي الترددات الموجبة والسالبة].

في حالة التعديل بنغمة جيبية وفق (5-11) والشكل (٥-٦) نجد أن:

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \qquad \textbf{(5-18-a)}$$

$$P_{USB} = P_{LSB} = \frac{1}{2}\left(\frac{mA_c}{2}\right)^2 = \frac{m^2 P_c}{4} \qquad \textbf{(5-18-b)}$$

يكون مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين معاً:

$$P_{SB} = \frac{m^2}{2} P_c \qquad \textbf{(5-18-c)}$$

وبالتالي تكون الاستطاعة الكلية لإشارة AM وفق (5-17):

$$P_{AM} = P_c\left(1+\frac{m^2}{2}\right) \qquad \textbf{(5-18-d)}$$

يتبين من (5-18-c) أنه عندما $m=1$ يكون $P_{SB} = \frac{1}{2} P_c$، أي أن مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين يساوي نصف استطاعة مركبة الموجة الحاملة. وهذا يعني أن وجود مركبة الموجة الحاملة يؤدي إلى هدر كبير للاستطاعة دون فائدة، لأن المعلومات عن إشارة التعديل محتواة في المجالين الجانبيين فقط كما ذكرنا سابقاً.

يحسب مردود الإرسال لنظام AM كنسبة مجموع استطاعتي المجالين الجانبيين P_{SB} إلى الاستطاعة الكلية P_{AM}:

$$\frac{P_{SB}}{P_{AM}} = \frac{\frac{m^2}{2} P_c}{\left(1+\frac{m^2}{2}\right) P_c} = \frac{m^2}{m^2+2} \qquad \textbf{(5-19)}$$

يتبين من هذه العلاقة أن أكبر مردود لنظام AM يقابل $m=1$ ويساوي 1/3 أو 33% وينخفض كلما قلت قيمة m، وتكون القيمة المتوسطة لـ m في حالة الإرسال الإذاعي عادة نحو 0.3، ويكون المردود المقابل لها نحو 4% فقط.

نوجد استطاعتي إشارتي DSB و SSB (مع كبت الحامل) وفق العلاقتين (5-18-a) و (5-18-b):

$$P_{DSB} - \frac{m^2}{2} P_c \qquad \textbf{(5-20-a)}$$

$$P_{SSB} = \frac{m^2}{4} P_c \qquad \textbf{(5-20-b)}$$

CamScanner

المثال ٥-١:

ترسل محطة إذاعة AM استطاعة خرج بمقدار $200kW$، وتستخدم عامل تعديل $m=0.707$ لحالة التعديل بنغمة (إشارة جيبية). والمطلوب حساب:

أ- استطاعة الحامل.

ب- مردود الإرسال لنظام AM.

الحل:

أ- باستخدام المعادلة (4-18-d) نكتب:

$$P_{AM}=P_c\left(1+\frac{m^2}{2}\right)=P_c\left(1+\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{4}P_c$$

ومنه $$P_c=\frac{4}{5}P_t=160kW$$

ب- نحسب المردود من العلاقة (5-19) ونجد أنه يساوي:

$$\frac{P_{SB}}{P_{AM}}=\frac{m^2}{m^2+2}=20\%$$

المثال ٥-٢:

جهاز إرسال AM يشع استطاعة قدرها $72kW$ في حالة عدم تعديل الحامل، وتصبح هذه الاستطاعة $81kW$ عندما يعدل الحامل بإشارة جيبية. ونريد حساب عامل التعديل في هذه الحالة.

CamScanner

الحل:

باستخدام المعادلة (4-18-d) نكتب

$$m^2 = 2\left(\frac{P_{AM}}{P_c} - 1\right) = 2\left(\frac{81}{72} - 1\right) = 0.25$$

ومنه $m=0.5$.

٥-٦ دارات التعديل المطالي

يمكن توليد الموجات المعدلة مطالياً بعدة طرق، ومنها طريقة الضرب التماثلي الموضحة بالشكل (٥-٩-أ). وتعتمد هذه الطريقة على العلاقة:

$$v_{AM}(t) = A_c \cos\omega_c t + \mu v_m(t) A_c \cos\omega_c t \qquad \textbf{(5-21)}$$

وذلك وفق العلاقة (5-4). ويمكن أن يستخدم من أجل ذلك ضارب تماثلي *Analog Multiplier* ومكبر عمليات يعمل كجامع *Summer* كما في الشكل (٥-٩-ب). تسمى دارة التعديل وفق الشكل (٥-٩-أ،ب) المعدل الضربي *Product Modulator*. ويمكن أن يستغني فيها عن عملية الجمع إذا أضيفت إلى إشارة التعديل مركبة مستمرة، بحيث يصبح أحد دخلي الضارب التماثلي متناسباً مع $[1+\mu v_m(t)]$. ويمكن أن تستخدم للضرب التماثلي إحدى الدارات المتكاملة المخصصة لهذا العمل، ويعتمد عملها غالباً على تناسب الناقلية المتبادلة g_m لكل من ترانزستوري المكبر التفاضلي في الشكل (٥-٩-ج) مع تيار الباعث. ونتيجة لذلك نجد أن الكسب أو الربح الممثل للنسبة $\frac{V_{out}}{V_1}$ يتناسب مع تيار الباعث الكلي للترانزستورين معاً (i_E). وبافتراض أن الدخل V_2 يتحكم في i_E بدارة مبدل جهد إلى تيار (أي منبع تيار تتناسب قيمته مع V_2)، نجد أن الخرج التفاضلي KV_1V_2، حيث K ثابت.

٥-١٠ التعديل الطوري والتعديل الترددي

يعتمد كل من التعديل الترددي *FM* (*Frequency Modulation*) والتعديل الطـــوري *PM* (*Phase Modulation*) على تغيير زاوية الطور لموجة حاملة جيبية:

$$v(t)=A_c\cos[\omega_c t+\phi(t)] \qquad (5\text{-}35)$$

حيث تتغير قيمة $\phi(t)$ حسب تغير إشارة التعديل $v_m(t)$. وتوصف الزاوية اللحظية الكلية بالعبارة:

$$\theta(t)=\omega_c t+\phi(t) \qquad (5\text{-}36)$$

بالتالي يمكن أن نكتب:

$$v(t)=A_c\cos\theta(t)=A_c\,\mathrm{Re}\left[e^{j\theta(t)}\right] \qquad (5\text{-}37)$$

بما أن $\theta(t)$ تعتمد على $v_m(t)$، لذلك فإن العلاقة (5-37) تعبر عـــن التعـــديل الـــزاوي *Angle Modulation*. وفي حالة التعديل الطوري نكتب:

$$\phi(t)=k_p v_m(t) \qquad (5\text{-}38)$$

$$v_{PM}(t)=A_c\cos\left[\omega_c t+k_p v_m(t)\right] \qquad (5\text{-}39)$$

حيث k_p ثابت موجب يسمى ثابت التعديل الطوري وواحدته *rad/V*، ويختار بحيـــث تكون $\phi(t)\le\pi\,rad$، لكي تكون $\phi(t)$ محدودة ضمن المجال $\pm\pi\ rad$ أو $\pm180°$ (لأنه لا يمكن أن نميز بين الزاويتين $-90°$ و $+270°$).

يرمز لأكبر قيمة لـــ $|\phi(t)|$ بـــ $\Delta\phi$ وتسمى انحـــراف الطـــور *Phase Deviation*، وتسمى قيمتها العددية عامل التعديل الطوري ويرمز له لـــ m_p أو β.

يوضح المخطط الشعاعي في الشكل (٥-١٨) مدلول تعديل الطور، ويفيـــدنا أيضـــاً لتوضيح مدلول تعديل التردد *FM*. فالزاوية الكلية $\theta(t)$ تتألف من زاوية الـــدوران $\omega_c t$ (بالسرعة الزاوية الثابتة ω_c) والزاوية $\phi(t)$ التي تمثل الانزياح الزاوي بالنســـبة للخـــط المتقطع.

CamScanner

بالتالي يكون التردد اللحظي *Instantanuous Frequency*:

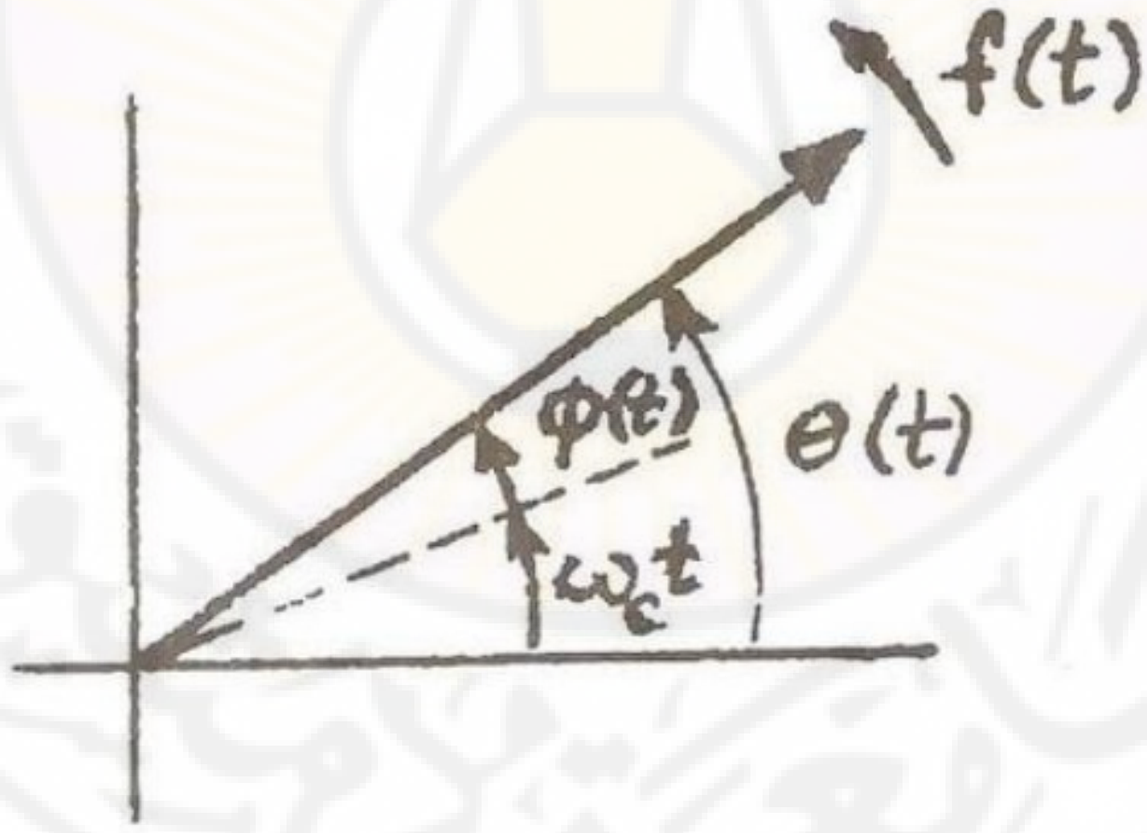
$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\dot{\theta}(t)=f_c+\frac{1}{2\pi}\dot{\phi}(t) \qquad \textbf{(5-40)}$$

حيث $\dot{\theta}(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}$ و $\dot{\phi}(t)=\frac{d\phi(t)}{dt}$.

في حالة *FM* يتم تغيير التردد اللحظي $f(t)$ خطياً تبعاً لإشارةالتعديل وفق العلاقة:

$$f(t)=f_c+k_f v_m(t) \qquad \textbf{(5-41)}$$

حيث k_f ثابت موجب يسمى ثابت التعديل الترددي وواحدته *Hz/V*، ويجب اختياره بحيث يكون $f_c > |k_f v_m(t)|$ من أجل أكبر قيمة سالبة لـ $v_m(t)$. وتسمى أكبر قيمة لـ $|k_f v_m(t)|$ الانحراف الترددي *Frequency Deviation* ويرمز له Δf، وهو يكون لأغلب نظم *FM* أقل كثيراً من f_c.



الشكل (٥-١٨) مخطط شعاعي لتوضيح مدلول تعديل الطور.

بمقارنة (5-40) و (5-41) نستنتج أنه في حالة *FM* يكون:

$$\dot{\phi}(t)=2\pi k_f v_m(t) \qquad \textbf{(5-42)}$$

بالتالي نحصل على $\varphi(t)$ بالمكاملة وفق العلاقة:

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t v_m(\lambda)d\lambda \qquad \textbf{(5-43)}$$

تسمى أكبر قيمة عددية لـــ $\varphi(t)$ عامل أو دليل التعديل الترددي ويرمز له بـــــ m_f أو β. ويعبر عن إشارة FM وفق العلاقة (5-35) و (5-43) بالعلاقة:

$$v_{FM}(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi K_f \int_0^t v_m(\lambda)d\lambda\right] \qquad \textbf{(5-44)}$$

بمقارنة (5-39) و (5-44) نستنتج أن FM يكافئ التعديل الطوري بإشارة تنتج عن إمرار إشارة التعديل بمكامل. وبالمثل يمكن أن نستنتج بمقارنـــة العلاقـــة (5-40) لحالـــة PM والعلاقة (5-41) لحالة FM أن PM يكافئ التعديل الترددي بإشارة تنتج عـــن إمـــرار إشارة التعديل بمفاضل.

يكون التردد اللحظي لإشارة PM وفق (5-38) و (5-40):

$$f(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi}\dot{v}_m(t) \qquad \textbf{(5-45)}$$

حيث $\dot{v}_m(t) = \frac{dv_m(t)}{dt}$.

تفيد مقارنة أشكال إشارات AM و FM و PM المبينة في الشـــكل (٥-١٩) لحـــالتي التعديل بإشارة سن منشار *ramp* وإشارة جيبية. وتتميز إشـــارات FM و PM بـــأن مطالها ثابت وبالتالي تكون الاستطاعة المتوسطة ثابتة وتساوي (بغض النظر عن إشارة التعديل):

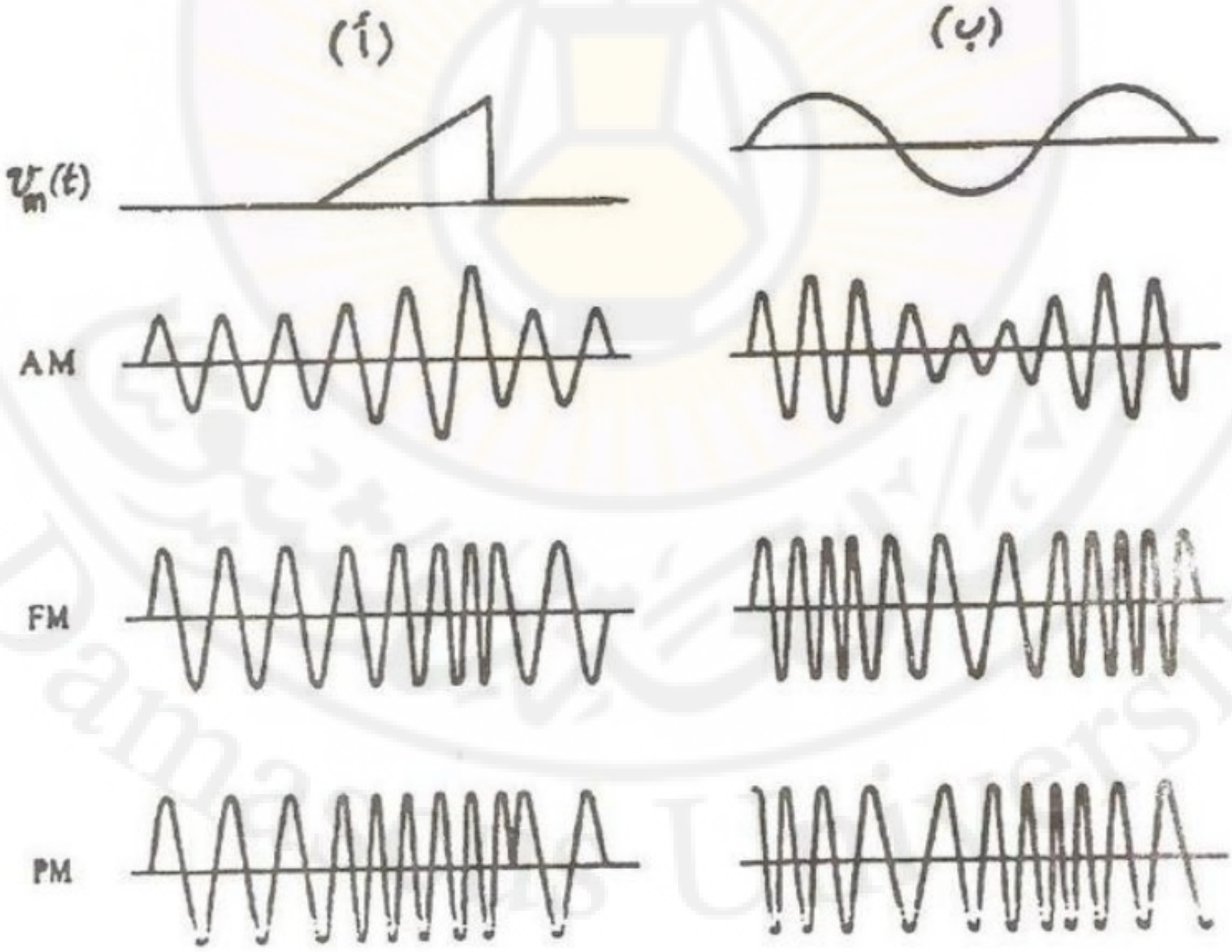
$$P = \frac{A_c^2}{2R} \qquad (FM, PM) \qquad \textbf{(5-46)}$$

يسمح ثبات مطال إشارتي FM و PM بإجراء عمليـــة تحديـــد مطـــالي *Amplitude Limiting* في جهاز الاستقبال للتخلص من قسم كبير من الضجيج والتداخلات. وهذه هي إحدى المزايا الهامة التي يتميز بها FM و PM عن AM. ويتضح الاخـــتلاف بـــين

إشارتي FM و PM في حالة التعديل بإشارة سن المنشار كما في الشكل (٥-١٩-أ) حيث نجد أن التردد اللحظي لإشارة FM يتزايد بشكل خطي بينما يكون التردد اللحظي لإشارة PM خلال الفترة نفسها ثابتاً وأكبر من التردد قبل وبعد سن المنشار بمقدار ثابت $\frac{k_p}{2\pi}v_m(t)$ وفق (5-45).

في حالة التعديل بإشارة جيبية كما في الشكل (٥-١٩-ب) يصعب تمييز إشارتي FM و PM لأنه ينتج عن اشتقاق أو مكاملة الإشارة الجيبية إشارة جيبية مماثلة لها ومزاحة بزاوية ثابتة 90°.

نظراً للتشابه الكبير بين FM و PM خصوصاً في حالة التعديل بإشارة جيبية، لذلك سنشرح بالتفصيل فقط FM ونكتفي بتوضيح أهم خصائص PM فيما بعد.



الشكل (٥-١٩) مقارنة أشكال الإشارات AM و FM و PM لحالتي التعديل بإشارة سن منشار وبإشارة جيبية.

٥-١١ التعديل الترددي بإشارة جيبية

بافتراض أن $v_m(t)=A_m\cos\omega_m t$، فنكتب وفق (5-41):

$$f(t)=f_c+k_f A_m\cos\omega_m t=f_c+\Delta f\cos\omega_m t \qquad \textbf{(5-47)}$$

حيث:

$$\Delta f=k_f A_m \qquad \textbf{(5-48)}$$

يرمز Δf للانحراف الترددي ويمثل أكبر انزياح للتردد اللحظي $f(t)$ عن تردد الحامل f_c.

ونستنتج أن $k_f=\dfrac{\Delta f}{A_m}$.

يكون طور إشارة FM وفق (5-43) من أجل $v_m(t)=A_m\cos\omega_m t$:

$$\phi(t)=2\pi k_f\int_0^t A_m\cos\omega_m\lambda d\lambda=\beta\sin\omega_m t \qquad \textbf{(5-49)}$$

حيث:

$$\beta=\frac{\Delta f}{f_m} \qquad \textbf{(5-50)}$$

تمثل β دليل أو عامل التعديل الترددي ويرمز له أيضاً m_f.

تكون الزاوية اللحظية الكلية وفق (5-36) و (5-49):

$$\theta(t)=\omega_c t+\phi(t)=\omega_c t+\beta\sin\omega_m t \qquad \textbf{(5-51)}$$

بالتالي توصف إشارة FM بالعبارة:

$$v_{FM}(t)=A_c\cos\theta(t)=A_c\cos(\omega_c t+\beta\sin\omega_m t) \qquad \textbf{(5-52)}$$

يعتمد عرض المجال الترددي لإشارة FM على كل من f_m و β ويزداد بازديادهما. ويعد التعديل الترددي ضيق المجال *Narrow Band* عندما $\beta<<1$، كما يعد عريض المجال عندما $\beta>>1$. وفي حالة كون $\beta<0.3$ فإن طيف إشارة FM يكون مماثلاً لطيف إشارة AM.

لكي نوجد طيف إشارة FM في الحالة العامة، نكتب معادلة FM (5-52) على الشكل التالي:

$$v_{FM}(t) = A_c \operatorname{Re}\left[e^{j(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)}\right] = A_c \operatorname{Re}\left[z(t) e^{j\omega_c t}\right] \quad \textbf{(5-53)}$$

حيث:

$$z(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} \quad \textbf{(5-54)}$$

هذا التابع العقدي دوري وتردده الزاوي الأساسي ω_m وينشر حسب سلسلة فورييه الأسية العقدية بدلالة توابع بيسل وفق العلاقة:

$$z(t) = e^{j\beta \sin \omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{jn\omega_m t} \quad \textbf{(5-55)}$$

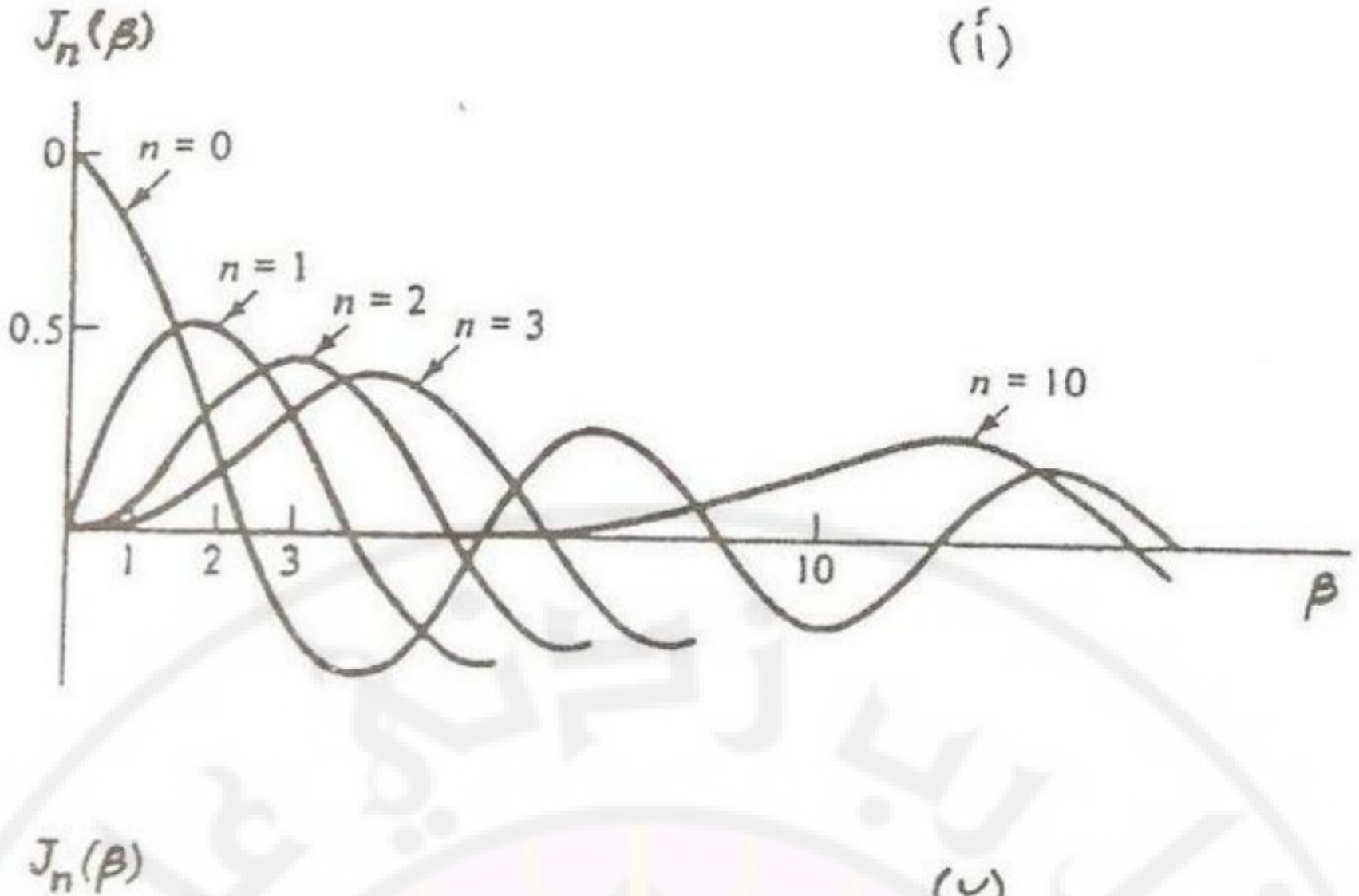
حيث $J_n(\beta)$ توابع بيسل من النوع الأول والمرتبة n للمتحول β. وقيم هذه التوابع تورد في جداول، كالجدول (٥-١) مثلاً. ويبين الشكل (٥-٢٠-أ) منحنيات $J_n(\beta)$ من أجل بعض قيم n، كما يبين الشكل (٥-٢٠-ب) تغير $J_n(\beta)$ بدلالة n/β من أجل بعض قيم β.

Selected values of $J_n(\beta)$

n	$J_n(0.1)$	$J_n(0.2)$	$J_n(0.5)$	$J_n(1.0)$	$J_n(2.0)$	$J_n(5.0)$	$J_n(10)$	n
0	1.00	0.99	0.94	0.77	0.22	−0.18	−0.25	0
1	0.05	0.10	0.24	0.44	0.58	−0.33	0.04	1
2			0.03	0.11	0.35	0.05	0.25	2
3				0.02	0.13	0.36	0.06	3
4					0.03	0.39	−0.22	4
5						0.26	−0.23	5
6						0.13	−0.01	6
7						0.05	0.22	7
8						0.02	0.32	8
9							0.29	9
10							0.21	10
11							0.12	11
12							0.06	12
13							0.03	13
14							0.01	14

الجدول(٥-١) بعض القيم لـ $J_n(\beta)$.

Damascus University
CamScanner



الشكل(٥-٢٠) منحنيات توابع $J_n(\beta)$

أ-من أجل قيم مختلفة لـ n.

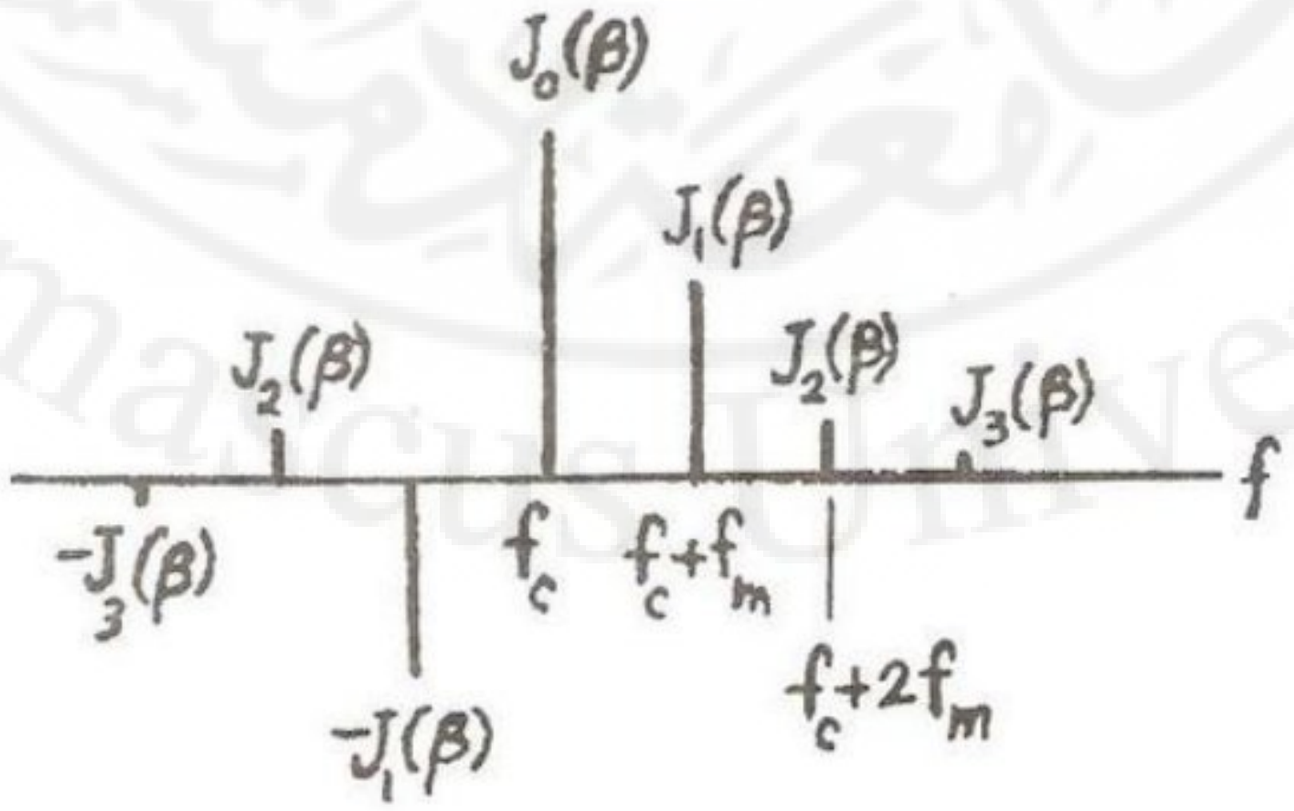
ب- من أجل قيم مختلفة لـ β.

نستنتج من العلاقات السابقة أن:

$$v_{FM}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t \qquad \textbf{(5-56)}$$

يكون $J_{-n}(\beta)=-J_n(\beta)$ من أجل n فردي (odd) و $J_{-n}(\beta)=J_n(\beta)$ من أجل n زوجي $(even)$.

يتضح من (5-56) أن طيف إشارة FM يتألف من مركبة الحامل f_c وعدد لانهائي من المركبات الجانبية العليا بترددات (f_c+nf_m) وعدد لانهائي من المركبات الجانبية السفلى بترددات (f_c-nf_m). ويلاحظ أن المطال النسبي لمركبة الحامل $J_0(\beta)$ غير ثابت بل يتغير تبعا لعامل التعديل β وبالتالي يعتمد على إشارة التعديل. ومن أجل $\beta<<1$، نجد أن J_0 و J_1 فقط مهمان عملياً، بحيث يمكن أن نعد الطيف مؤلفاً فقط من مركبة الموجة الحاملة ومركبتين جانبيتين بترددين $f_c\pm f_m$ (وهذه هي حالة $NBFM$). وبالمقابل عندما $\beta>>1$ يكون عدد المركبات الجانبية "ذات الأهمية" كبيراً جداً ويصبح الطيف مختلفاً عن حالة AM ويكون المجال الفعال لطيف إشارة FM أعرض بكثير من $2f_m$. ويبين الشكل (٥-٢١) المركبات "ذات الأهمية" لطيف إشارة FM من أجل $\beta=1$. ونقصد بالمركبات ذات الأهمية *Significant* المركبات التي تقابل $|J_n(\beta)|\geq 0.01$. ويتضح من الشكل (٥-٢١) أن البعد بين كل مركبتين متجاورتين يساوي تردد إشارة التعديل f_m وأن المركبات الجانبية السفلى ذات الأرقام أو المراتب الفردية معكوسة بالطور.



الشكل(٥-٢١) طيف إشارة FM من أجل $\beta=1$.

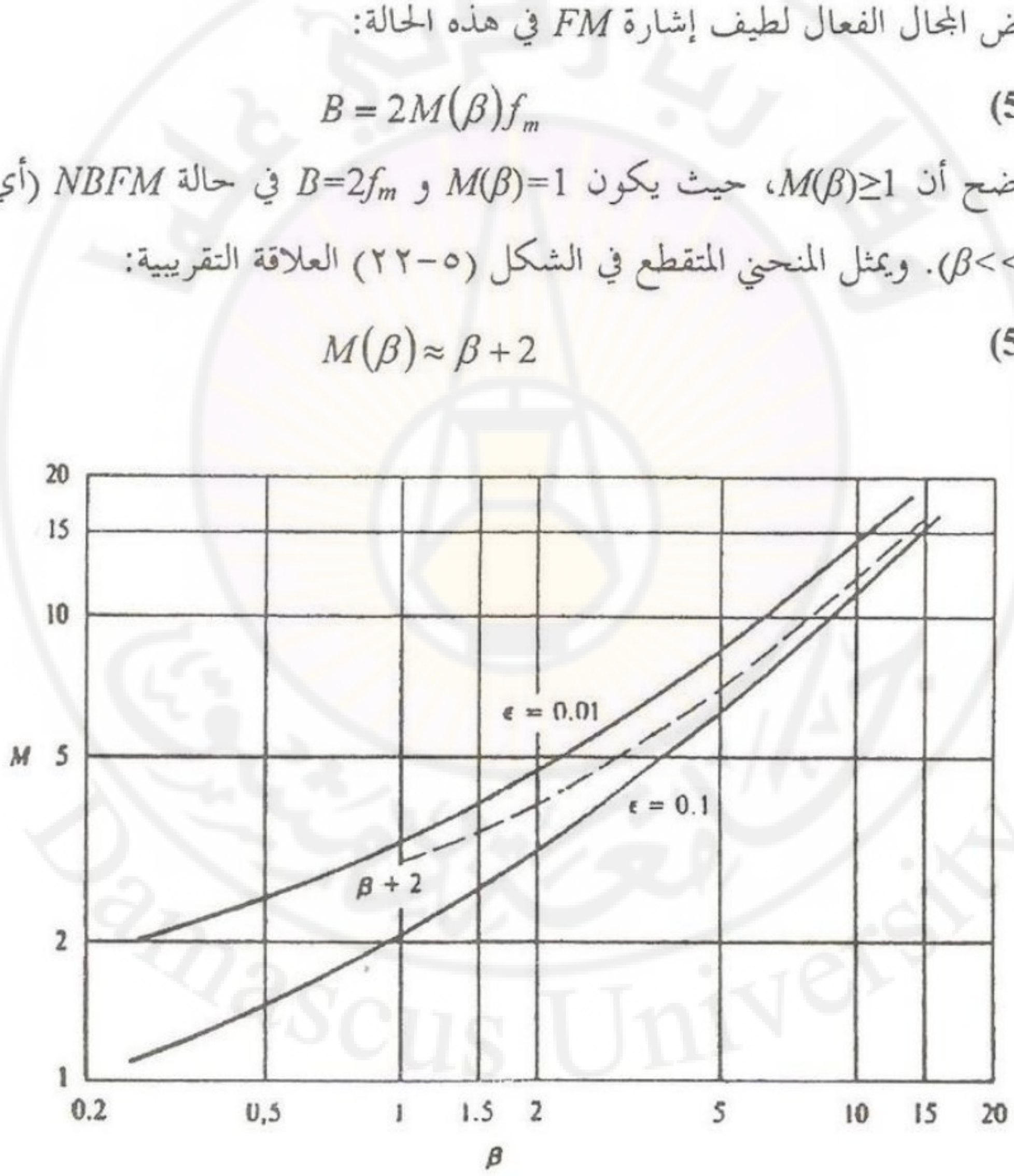
يتضح من الشكل (٥-٢٠-ب) أن $J_n(\beta)$ ينخفض بسرعة من أجل $n>\beta$ وأن عـــدد المركبات الجانبية ذات الأهمية يقابل $2>\frac{n}{\beta}>1$ من أجل $\beta\geq 2$. ويبين الشكل (٥-٢٢) عدد أزواج المركبات الجانبية M التي تعد ذات أهمية بمعنى أن مطالهـــا النســـبي $|J_n(\beta)|$ أكبر من قيمة معينة ε، من أجل $\varepsilon=0.01$، و $\varepsilon=0.1$، بينما يمثل $(2M+1)$ عدد خطوط الطيف ذات الأهمية (مع خط مركبة الحامل ذات التردد f_c).

يعد عرض المجال الفعال لطيف إشارة FM في هذه الحالة:

$$B = 2M(\beta)f_m \qquad \textbf{(5-57)}$$

من الواضح أن $M(\beta)\geq 1$، حيث يكون $M(\beta)=1$ و $B=2f_m$ في حالة $NBFM$ (أي من أجل $\beta<<1$). ويمثل المنحني المتقطع في الشكل (٥-٢٢) العلاقة التقريبية:

$$M(\beta)\approx \beta+2 \qquad \textbf{(5-58)}$$



الشكل(٥-٢٢) عدد أزواج المركبات الجانبية M كتابع لـــ β.

يعد هذا التقريب مقبولاً لمعظم التطبيقات العملية من أجل $\beta \geq 2$. ونكتب:

$$B = 2(\beta + 2) f_m \qquad \beta \geq 2 \tag{5-59}$$

في حالة التعديل الترددي عريض المجال $WBFM$ يفترض أن $\beta >> 1$، وبالتالي يكون:

$$B \approx 2\beta f_m = 2\Delta f \tag{5-60}$$

أي أن عرض المجال الفعال في حالة $WBFM$ يتحدد بـ $2\Delta f$ تقريبياً بغض النظر عن قيمة f_m.

تستخدم عملياً لتقدير عرض مجال إشارة FM غالباً العلاقة التالية:

$$B \approx 2(\beta + 1) f_m = 2(\Delta f + f_m) \tag{5-61}$$

تسمى هذه العلاقة قاعدة كارسون *Carsons Rule*، وهي تجمع بين حالة $NBFM$ التي يكون فيها $\beta << 1$ وبالتالي $B \approx 2f_m$ وحالة $WBFM$ التي يكون فيها $\beta >> 1$ وبالتالي $B \approx 2\Delta f$.

إذا افترضنا أن إشارة التعديل تتألف من مركبتين جيبيتين:

$$v_m(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t \tag{5-62}$$

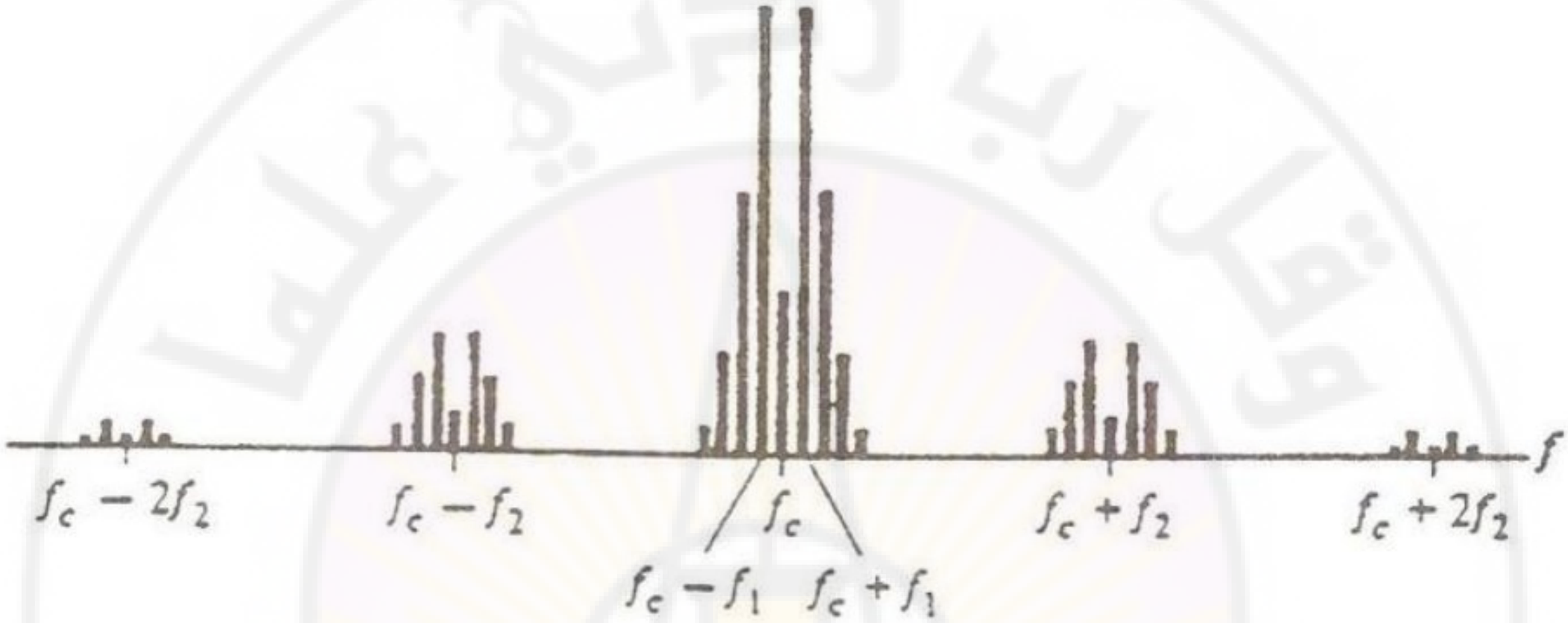
ففي هذه الحالة نستنتج طيف، إشارة FM بطريقة مشابهة لطريقة الحصول على (5-56)، ونجد أن:

$$v_{FM}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + n\omega_2)t \tag{5-63}$$

حسب العلاقة الأخيرة تظهر في طيف إشارة FM خطوط الطيف الموافقة لمركبة الموجة الحاملة ذات المطال $A_c J_n(\beta_1) J_m(\beta_2)$، والمركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm nf_1$ التي تنتج عن المركبة ذات التردد f_1 فقط، والمركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm mf_2$ والناتجة عن المركبة ذات التردد f_2 فقط، بالإضافة إلى المركبات الجانبية ذات الترددات $f_c \pm nf_1 \pm mf_2$ التي تمثل ترددها نواتج جمع وطرح الترددين f_1 و f_2 وتوافقياتهما. ويدل ظهور خطوط الطيف من الصنف الأخير على أن التعديل الترددي تعديل غير خطي

بخلاف AM الذي يعد تعديلاً خطياً، ولا تظهر فيه عند التعديل بمجموع مركبتين مثل (5-62) إلا المركبات f_c و $f_c \pm nf_1$ و $f_c \pm f_2$.

يبين الشكل (٥-٢٣) طيف إشارة FM في حالة التعديل بمجموع إشارتين جيبيتين وفق (5-62) بافتراض أن $f_1 << f_2$ و $\beta_1 > \beta_2$.



الشكل(٥-٢٣) طيف إشارة FM عند التعديل بإشارتين جيبيتين.

عند تحديد عرض المجال الفعال لإشارة FM في حالة التعديل بإشارة تعديل ممثلة كمجموع مركبتين جيبيتين أو عدة مركبات جيبية نميز عملياً بين حالتين:

١- إذا كان للمركبات المفترضة المطال نفسه، فإنه يكون لها الانحراف الترددي الأعظمي Δf نفسه، وفي هذه الحالة نوجد عرض المجال الفعال باستخدام الشكل (٥-٢٢) أو إحدى العلاقتين (5-59) و (5-61) من أجل أقصى قيمة لتردد التعديل وسنرمز لها بـ W، أي أن $W = f_{m(max)}$، كما سنرمز بـ D لقيمة β المقابلة، أي $D = \dfrac{\Delta f}{W}$ (وهي تسمى نسبة الانحراف). ونطبق قاعدة كارسون فنكتب:

$$B \approx 2(D+1)W = 2(\Delta f + W) \qquad \textbf{(5-64)}$$

٢- إذا كانت إشارة التعديل ممثلة كمجموع لمركبات جيبية ذات مطـــالات مختلفـــة، نقوم بتحديد قيمة عرض المجال الناتج عن كل منها، ونعد أن أكبر قيمة له هي قيمـــة عرض المجال الفعال التقريبي لطيف FM الكلي.

المثال ٥-٣

لنفرض أن إشارة FM توصف بالعلاقة:

$$v_{FM}(t)=20\cos\left(10^7\pi t+3\sin 10^3\pi t\right)$$

والمطلوب تحديد كل من f_c و β و Δf.

الحل:

بالمقارنة مع عبارة إشارة FM (5-52)، نجد أن:

$$f_m=500Hz \quad , \quad \beta=3 \quad , \quad f_c=5MHz$$

ونكتب وفق (5-50):

$$\Delta f=\beta f_m=3\times 500=1500Hz$$

المثال ٥-٤

لنفترض أن موجة حاملة ترددها $f_c=90MHz$، تعدل ترددياً بإشارة جيبية بحيث يكون انحراف التردد $\Delta f=50kHz$. والمطلوب إيجاد عرض المجال التقريبي لإشارة FM إذا كان تردد إشارة التعديل: أ) $1MHz$ ب) $1kHz$ ج) $10kHz$

الحل:

أ) عندما يكون $f_m=1MHz$ فإن:

$$\beta=\frac{\Delta f}{f_m}=\frac{50}{1000}=0.05$$

وهذه إشارة FM ضيق المجال $\beta<<1$ وبالتالي $B=2f_m=1MHz$.

ب) من أجل $f_m=10kHz$، يكون $\beta=50$ وهذه حالة FM عريض المجال $\beta>>1$ وبالتالي فإن $B\approx 2\Delta f=100kHz$. وتعطي علاقة كارسون في هذه الحالة $B\approx 2(\beta+1)f_m=102kHz$.

ج) عندما $f_m=10kHz$، يكون $\beta=5$ وباستخدام الشكل (٥-٢٢) نجد أن $M=6$ من أجل $\varepsilon=0.1$ بينما $M=8$ من أجل $\varepsilon=0.01$ وبالتالي:

$$B_1=120kHz \qquad B_2=160kHz$$

وذلك وفق العلاقة (5-57). وباستخدام العلاقة (5-59) نجد أن:

$$B=2(\beta+2)f_m=2(\Delta f+2f_m)=140kHz$$

وهي القيمة الوسطى لـ B_1 و B_2.

حسب قاعدة كارسون (5-61) نجد أن:

$$B\approx 2(\Delta f+f_m)=120kHz$$

وهي قيمة B_1 نفسها.

٥-١٢ خصائص التعديل الطوري *PM*

أوضحنا سابقاً أن التعديل الطوري PM يكافئ التعديل الترددي بإشارة تنتج عن إمرار إشارة التعديل بمفاضل (أي يكافئ التعديل الترددي بمشتق إشارة التعديل).

بشكل عام نجد أن التعديل الطوري بأية إشارة $w_m(t)$ يكافئ التعديل الترددي بالإشارة:

$$v_m(t)=\dot{w}_m(t)=\frac{d}{dt}w_m(t) \qquad (5\text{-}65)$$

هذا يعني أن التعديل الطوري بإشارة الجيب:

$$w_m(t) = a_m \sin \omega_m t \qquad \textbf{(5-66)}$$

يكافئ التعديل الترددي بإشارة التجيب:

$$v_m(t) = A_m \cos \omega_m t \qquad \textbf{(5-67)}$$

وذلك بافتراض أن:

$$A_m = \omega_m a_m \qquad \textbf{(5-68)}$$

ومن ثم يمكن تطبيق العلاقات الواردة سابقاً لحالة تعديل التردد بإشارة التجيب (5-67) من أجل تعديل الطور بإشارة الجيب (5-66) على أن نستبدل A_m بـــ $\omega_m a_m$.

نكتب وفق (5-38) بعد استبدال $v_m(t)$ بـــ $w_m(t)$:

$$\phi(t) = k_p w_m(t)$$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + k_p w_m(t)\right] \qquad \textbf{(5-69)}$$

ونكتب أيضاً من أجل إشارة الجيب (5-66):

$$\phi(t) = \Delta\phi \sin \omega_m t \qquad \textbf{(5-70)}$$

حيث $\Delta\phi = k_p a_m$.

$$v_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + \Delta\phi \sin \omega_m t] \qquad \textbf{(5-71)}$$

ترمز $\Delta\phi$ لانحراف الطور، وهي تمثل أكبر انزياح للطور نتيجة التعديل الطوري بـــ $w_m(t)$، ويجب ألا يزيد عاى πrad 180°. ونجد أن علاقة PM (5.69) تكافئ علاقة FM (5-52)

$$v_{FM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)$$

على أن تعد $\beta = \Delta\phi$ بحيث يمكن أن نكتب كما في حالة FM

$$\phi(t) = \beta \sin \omega_m t$$

$$v_{PM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t)$$

CamScanner

بهذا الشكل يمثل β في حالة PM انحراف الطور $\Delta\phi$ نفسه ويتناسب مع مطال إشارة التعديل وفق العلاقة:

$$\beta_{PM} = \Delta\phi = k_P a_m \qquad (5\text{-}72)$$

وينبغي ألا يزيد على π. وبالتالي يكون انحراف التردد في حالة PM:

$$(\Delta f)_{PM} = f_m \beta_{PM} = f_m k_P a_m \qquad (5\text{-}73)$$

إن الفرق الأساسي بين FM و PM هو أنه في حالة PM يتناسب Δf مع f_m ويجب إنقاص Δf لتبقى $\Delta\phi$ صغيرة، بينما في حالة FM يكون Δf ثابتاً ومستقلاً عن f_m.

يوصف التعديل الطوري بأنه عريض المجال $WBPM$ إذا كان β كبيراً لدرجة كافية بحيث نعد أن $B=2\Delta f$. ونظراً لأن Δf في حالة PM يتعلق بـ f_m، لذلك فهو يعد غير مناسب عادة لنظم الإرسال التي تتطلب عرض مجال ثابت أو انحراف تردد ثابت كما في حالة الإرسال الإذاعي.

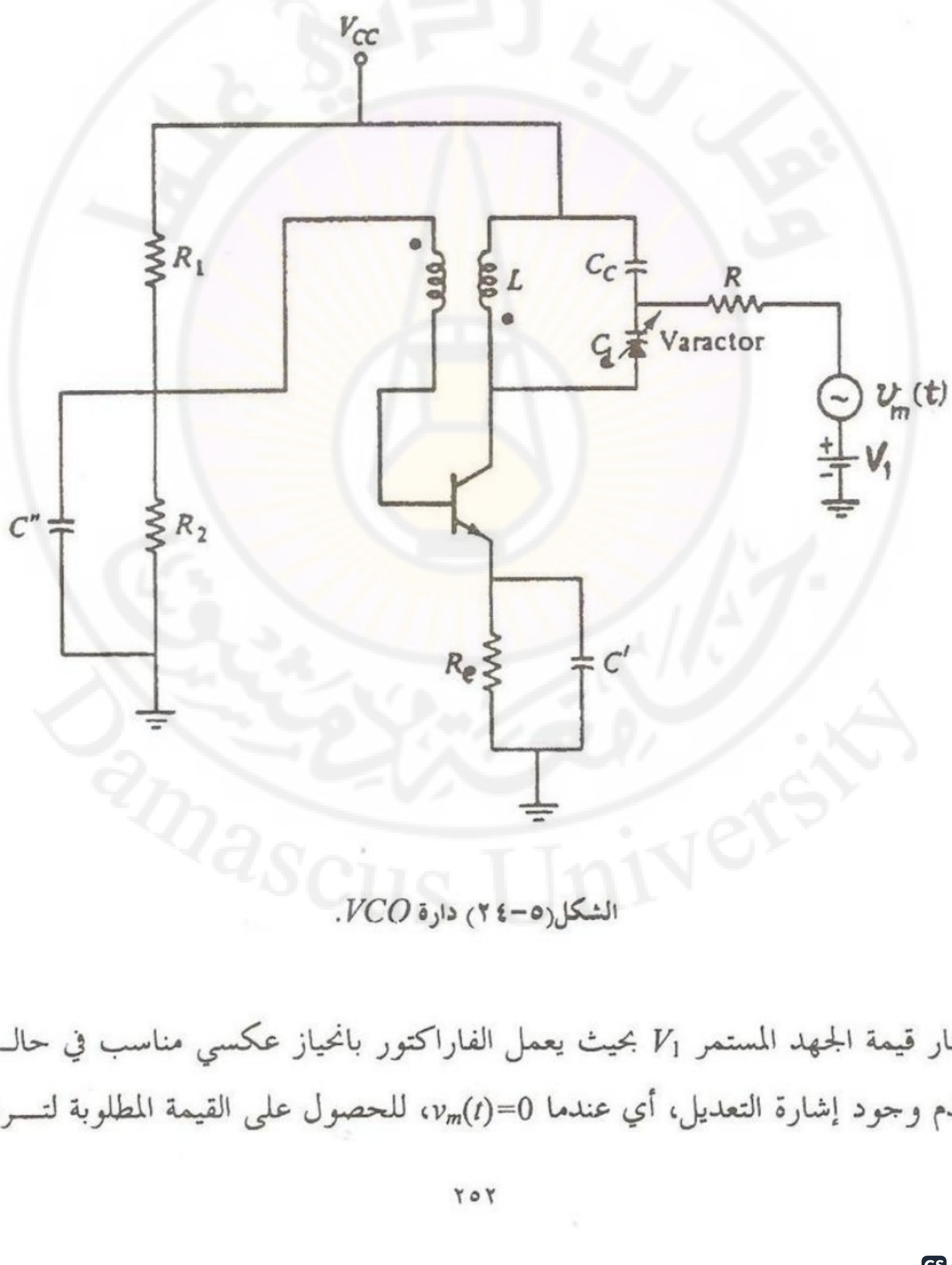
٥-١٣ طرق توليد الإشارات المعدلة ترددياً

تستخدم عملياً طريقتان لتوليد إشارات FM وهما: الطريقة المباشرة والتي تعتمد على تغيير تردد المذبذب المولد للموجة الحاملة بواسطة إشارة التعديل، والطريقة غير المباشرة التي تعتمد استخدام التعديل الطوري PM.

٥-١٣-١ طريقة التوليد المباشر لموجة FM

تعتمد طريقة التوليد المباشر لموجة FM على استخدام إحدى دارات المذبذبات المحكومة بالجهد VCO التي يتغير ترددها ضمن مجال معين تغيراً خطياً تبعاً للجهد المطبق. ويمكن أن نستخدم كمذبذب VCO عند الترددات العالية أي مذبذب ذي دارة رنين يوصل معها $Varactor$، أي ديود متغير السعة (ديود يعمل بانحياز عكسي بحيث تتغير سعته

حسب جهد الانحياز) كما هو مبين في الشكل (٥-٢٤). ويحدث التذبذب في الـــدارة المبينة في الشكل بفضل التغذية الخلفية الموجبة (بالتحريض المتبادل) وتتولد على مجمـــع الترانزستور نتيجة لذلك موجة جيبية يتحدد ترددها بتردد الرنين لدارة الرنين LC_cC_d، أي $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ حيث $C\approx C_d$ وذلك بافتراض أن $C_c>>C_d$.



الشكل(٥-٢٤) دارة VCO.

تختار قيمة الجهد المستمر V_1 بحيث يعمل الفاراكتور بانحياز عكسي مناسب في حالـــة عدم وجود إشارة التعديل، أي عندما $v_m(t)=0$، للحصول على القيمة المطلوبة لتـــردد

الموجة الحاملة f_c دون تعديل. وتتغير قيمة C_d حسب الجهد العكسي المطبق على الفاراكتور، وبالتالي تتغير قيمة C_d حسب جهد إشارة التعديل $v_m(t)$، ويتغير تبعاً لذلك تردد المذبذب.

٥-١٣-٢ طريقة التوليد غير المباشر لموجة FM

تعتمد الطريقة غير المباشرة لتوليد موجة FM على استخدام معدل طوري مع إمرار إشارة التعديل بمكامل. ويمكن تصميم المعدل الطوري ببساطة نسبياً، ولا سيما في حالة التعديل الطوري الضيق المجال $NBFM$، وهذه الحالة توافق (5-69) عندما يكون $|k_p w_m(t)|<<1$. وكحالة خاصة عندما:

$$w_m(t) = a_m \sin \omega_m t$$

يفترض في حالة $NBPM$ أن $\beta=k_p a_m<<1$.

يمكن أن نعبر عن $v_{PM}(t)$ من أجل $|k_P w_m(t)|<<1$ بالعلاقة التقريبية:

$$v_{PM}(t) \approx A_c \cos \omega_c t - k_p w_m(t) A_c \sin \omega_c t \qquad (5\text{-}74)$$

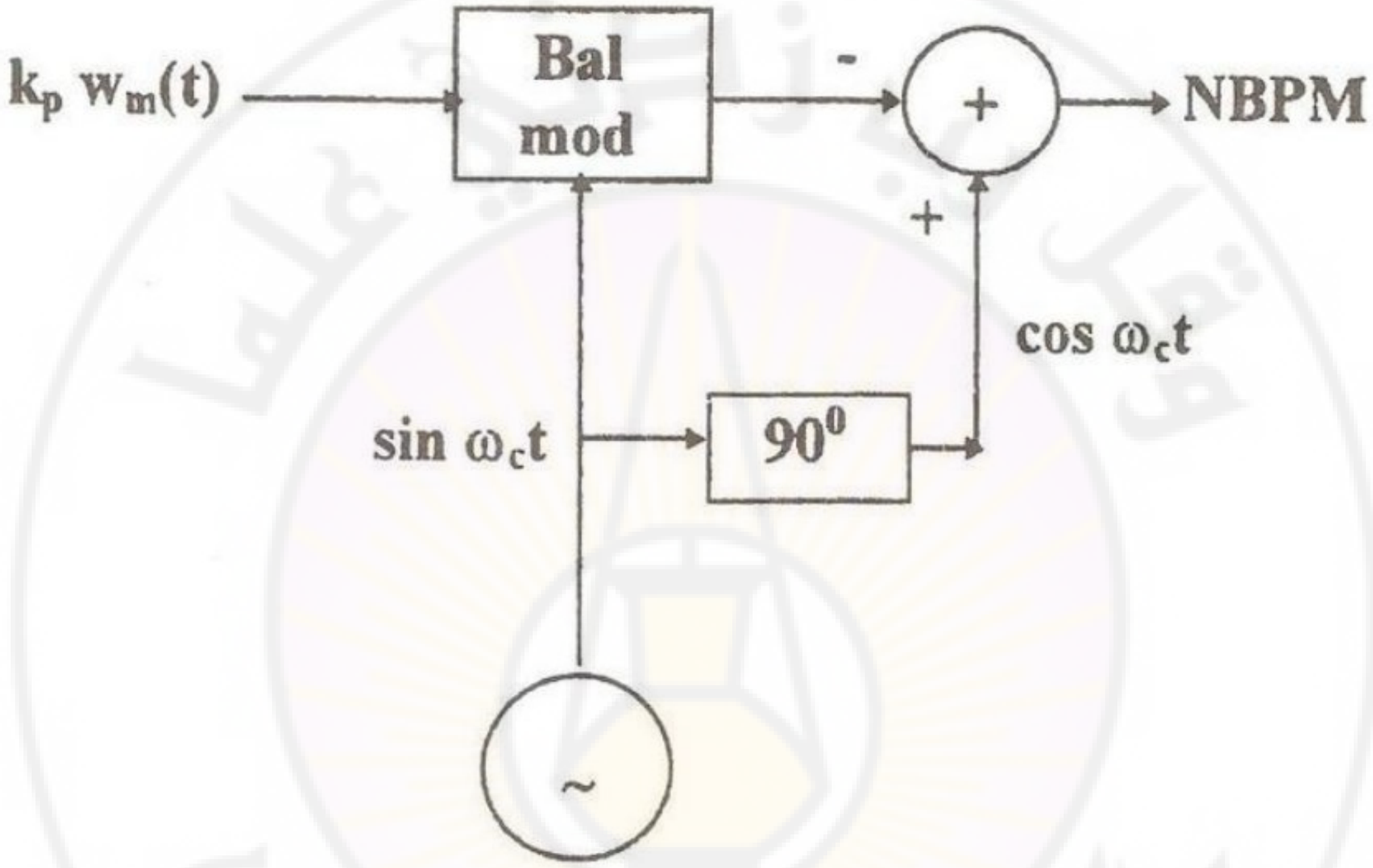
بافتراض أن $w_m(t) = a_m \sin \omega_m t$ نكتب:

$$v_{PM}(t) \approx A_c \cos \omega_c t - \beta A_c \sin \omega_m t \sin \omega_c t \qquad (5\text{-}75)$$

يبين الشكل (٥-٢٥) طريقة الحصول على موجة $NBPM$ وفق العلاقة (5-74) بافتراض أن $A_c=1$ من أجل التبسيط. ويستخدم معدل متوازن للحصول على $k_p w_m(t) A_c \sin \omega_c t$. وبعد الطرح من $\cos \omega_c t$ نحصل على $v_{PM}(t)$. وتعد هذه الطريقة مقبولة عملياً عندما تكون $\beta<0.5$.

يمكن أن نحصل على تعديل ترددي ضيق المجال بأي إشارة $v_m(t)$ باستخدام المعدل الطوري الضيق المجال نفسه في الشكل (٥-٢٥) مع إضافة مكامل على طريق إشارة التعديل. ويمكن تحويل إشارة $NBFM$ التي نحصل عليها بالطريقة المذكورة إلى إشارة

WBFM بواسطة مضاعفة التردد *Frequency Multiplication* التي يقصد بها ضرب التردد اللحظي لإشارة *NBFM* بعدد صحيح *n*. وهذا يعني مضاعفة التردد الحامل وانحراف التردد معاً بنفس العامل، وبالإضافة إلى بعض مراحل مازجة *Mixers* للحصول على القيمة المطلوبة لتردد الحامل النهائي.



الشكل(٥-٢٥) دارة المعدل الطوري.

٥-١٤ كشف تعديل إشارات *FM*

يقصد بكشف تعديل إشارات *FM* أو باختصار كشف *FM* (*FM Detection*) عملية استعادة إشارة التعديل من الإشارة المعدلة ترددياً. وتسمى دارة كشف *FM* كاشف تعديل *FM* (*FM Demodulator*)، أو كاشف *FM* (*FM Detector*)، كما تسمى أيضاً مميزاً ترددياً (*Frequency Discriminator*). ويفترض أن جهد خرجها يتناسب

مع انزياح التردد اللحظي لإشارة الدخل (إشارة *FM*) عن التردد المركزي f_c، ضمن مدى معين لتأرجح التردد اللحظي حول f_c.

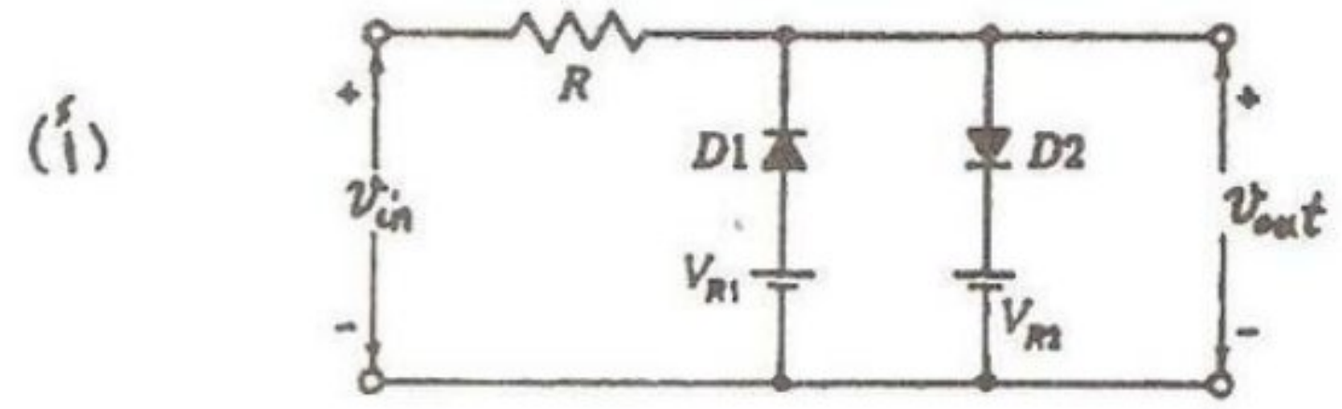
يستخدم قبل كاشف *FM* غالباً محدد المطال (*Amplitude Limitor*) لإلغاء تغيرات المطال التي يسببها عدم انتظام الاستجابة الترددية لدارات الإرسال والاستقبال وقناة النقل، وكذلك التغيرات المطالية العشوائية التي تنتج عن تأثير الضجيج والتداخلات (ويعني ذلك أن استخدام المحدد المطالي يفيد لإضعاف تأثير الضجيج والتداخلات).

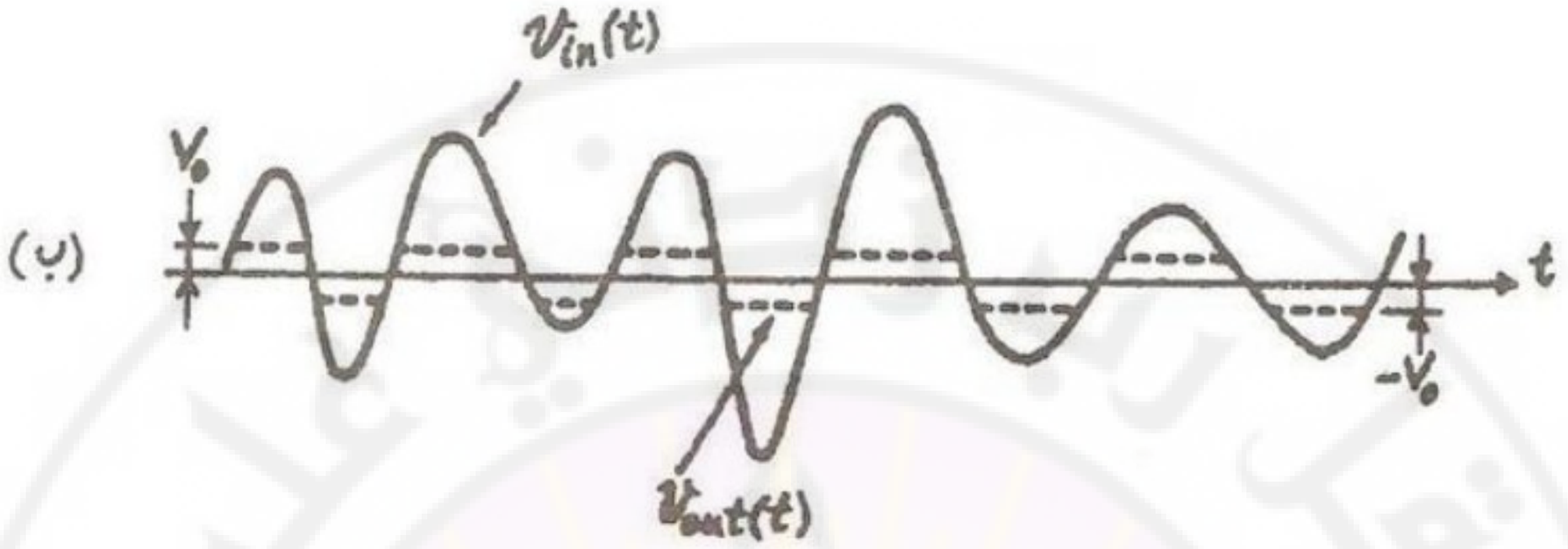
سنشرح باختصار طريقة عمل أبسط محدد مطالي وأهم الطرق المستخدمة لكشف *FM*.

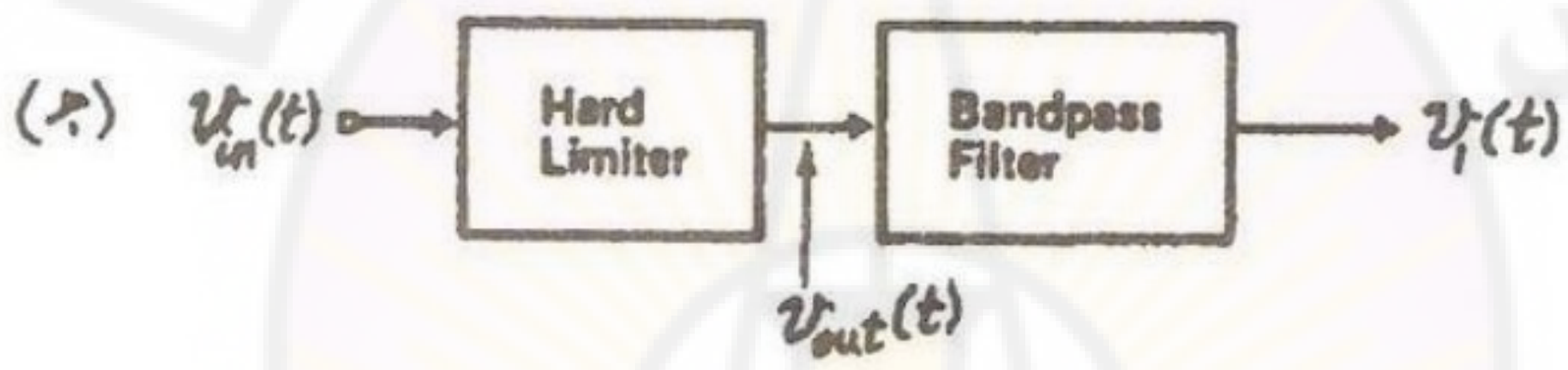
٥-١٤-١ التحديد المطالي (Amplitude Limiting)

يبين الشكل (٥-٢٦-أ) إحدى الدارات البسيطة المستخدمة للتحديد المطالي، وهي دارة قص *Clipper*، وتتألف من مقاوم R وديودين D_1 و D_2 مع مصدرين لجهدي انحياز أو جهدين مرجعيين (*Reference Voltages*)، نرمز لهما V_{R1} و V_{R2}. ويوصل D_1 خلال فترة النوبة السالبة لجهد الدخل v_{in} عندما تنخفض قيمته عن مستوى معين يحدده مجموع V_{R1} وجهد العتبة أو جهد بداية التوصيل للديود (نحو 0.6V في حالة ديودات السيليكون). وبالمثل يوصل D_2 خلال فترة النوبة الموجبة لجهد الدخل v_{in}، عندما تزيد قيمته عن مستوى معين يحدده مجموع V_{R2} وجهد العتبة للديود. ونفترض في الشكل (٥-٢٦-ب) أن v_{in} هي إشارة *FM* ذات مطال متغير ويتم قصها على مستويين متناظرين ($\pm V_o$)، بحيث تكون إشارة الخرج v_{out} بشكل موجة مربعة تقريباً، معدلة ترددياً على غرار إشارة الدخل.

CamScanner







الشكل(٥-٢٦)

أ-دارة القص *Clipper*.

ب-إشارة الدخل والخرج.

إذا كان D_1 و D_2 من السيليكون و $V_{R1}=V_{R2}=0$، يتم القص على المستويين $\pm V_o \approx \pm 0.6V$. ويوصف المحدد بأنه محدد قاس (*Hard Limitor*)، إذا بقيت إشارة الخرج ثابتة تقريباً عند تجاوز مستويي القص من الأعلى والأسفل بحيث يمكن أن نكتب:

$$v_{out}(t)=\begin{cases}+V_o & v_{in}(t)>+V_o\\ -V_o & v_{in}(t)<-V_o\end{cases} \qquad \textbf{(5-76)}$$

يمكن عندئذ أن نعد إشارة خرج المحدد في الشكل (٥-٢٦-ب) كموجة مربعة معدلة ترددياً، ومن ثم ننشرها بسلسلة فورييه كمجموع توافقيات معدلة بالمثل تعديلاً ترددياً. ونفترض في الشكل (٥-٢٦-ج) أن إشارة خرج المحدد القاسي تمرر بمرشح تمرير مجال ينتخب التوافقي الأساسي للموجة المربعة المعدلة ترددياً، فنحصل على خرج المرشح على إشارة جيبية معدلة ترددياً وذات مطال ثابت تقريباً (أي محددة مطالياً).

٥-١٤-٢ الكشف الترددي بطريقة تحويل *FM* إلى *AM*

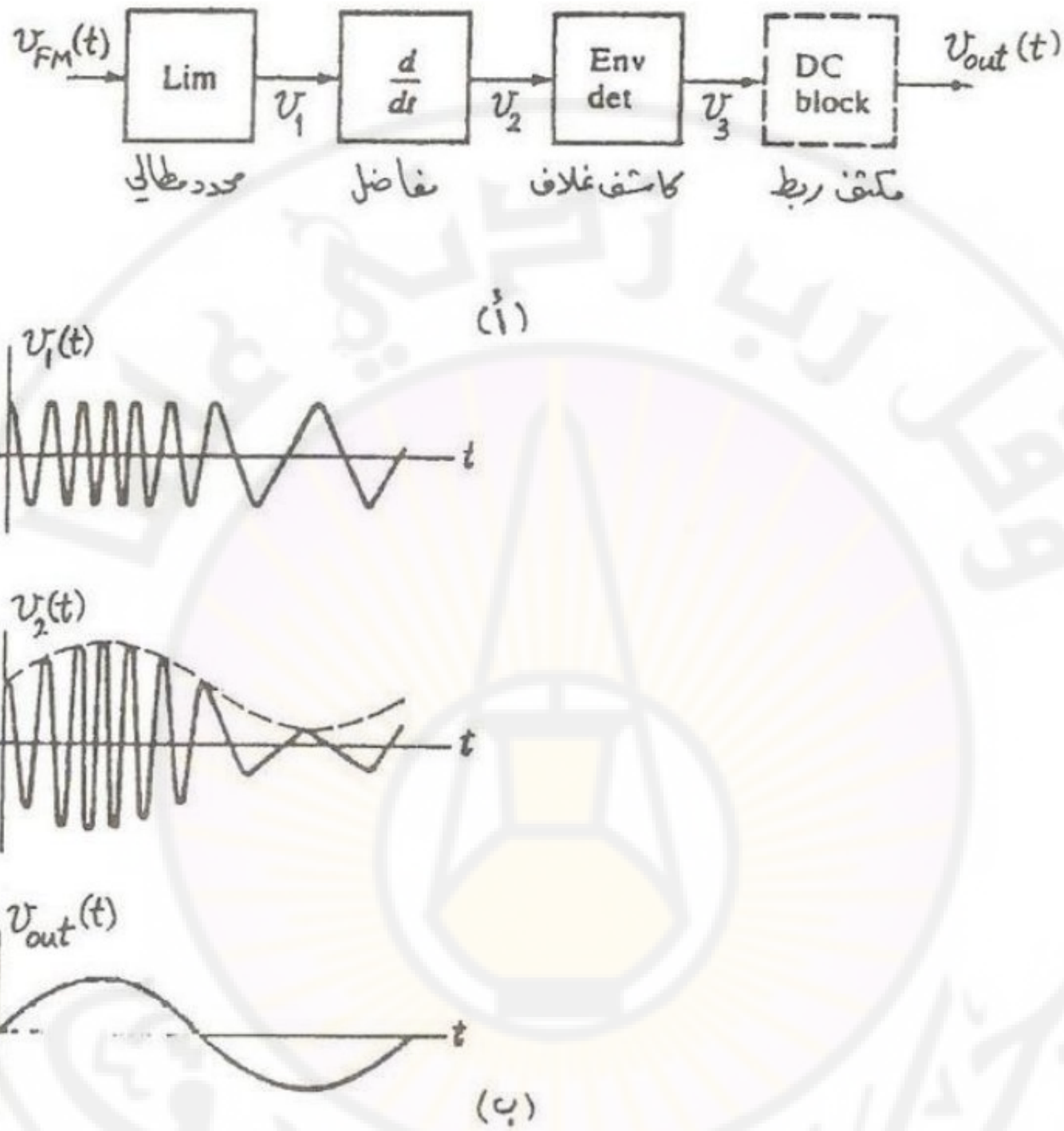
تعتمد بعض طرق الكشف الترددي فكرة تحويل إشارة *FM* إلى إشارة معدلة ترددياً ومطالياً ثم يتم كشف التعديل المطالي بكاشف مطالي. ويبين الشكل (٥-٢٧-أ) إحدى الطرق البسيطة التي تعتمد الفكرة المذكورة، ويفترض فيها أن إشارة الدخل المعدلة ترددياً $v_{FM}(t)$ قد تكون متغيرة المطال (لأسباب ذكرناها سابقاً)، فتمرر بمحدد مطالي (*Lim*) لتنتج في خرجه الإشارة $v_1(t)$ التي نفترضها معدلة ترددياً وذات مطال ثابت كما هو مبين في الشكل (٥-٢٧-ب). ونفترض أنه يستخدم في الشكل (٥-٢٧-أ) بعد المحدد مفاضل *Differentiator* نرمز له $\left(\frac{d}{dt}\right)$، وتنتج في خرجه الإشارة $v_2(t)$ التي تكون معدلة ترددياً ومطالياً كما هو مبين الشكل (٥-٢٧-ب).

يلي المفاضل في الشكل (٥-٢٧-أ) كاشف غلاف (*Env det*)، تكون إشارة خرجه $v_3(t)$ مماثلة تقريباً للغلاف الموجب مثلاً لـ $v_2(t)$. وتمرر $v_3(t)$ لاحقاً بمكثف ربط يمرر المركبة المتناوبة لـ $v_3(t)$ ويمنع مرور المركبة المستمرة، وبالنتيجة نحصل على إشارة الخرج $v_{out}(t)$، التي يفترض أن تكون متناسبة مع إشارة التعديل الأصلية $v_m(t)$.

يفسر تحويل إشارة *FM* بواسطة المفاضل إلى إشارة معدلة مطالياً (إضافة لكونها معدلة ترددياً) بأن تابع التحويل للمفاضل:

$$H(f) = j\omega = j2\pi f$$

أي أن $|H(f)|=2\pi f$. وبما أن مطال إشارة دخل المفاضل ثابت، لذلك يتناسب مطـــال إشارة خرجه مع التردد.



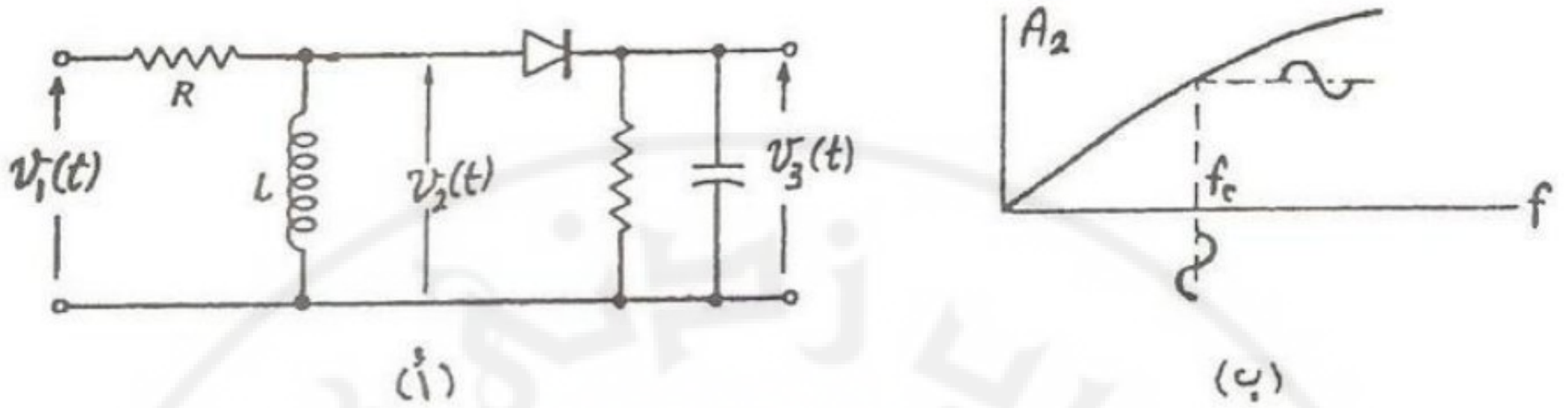
الشكل(٥-٢٧)

أ-كاشف ترددي باستخدام محدد وتحويل FM إلى AM.

ب-أشكال الإشارات.

يبين الشكل (٥-٢٨-أ) دارة كاشف FM باستخدام دارة تفاضل R-L ويليها كاشف غلاف. ويرمز A_2 في الشكل الشكل (٥-٢٨-ب) لمطال إشارة خرج دارة التفاضـــل

$v_2(t)$، وتكون علاقته مع التردد شبه خطية ضمن مدى محدود لتأرجح إشارة FM حول التردد المركزي f_c.



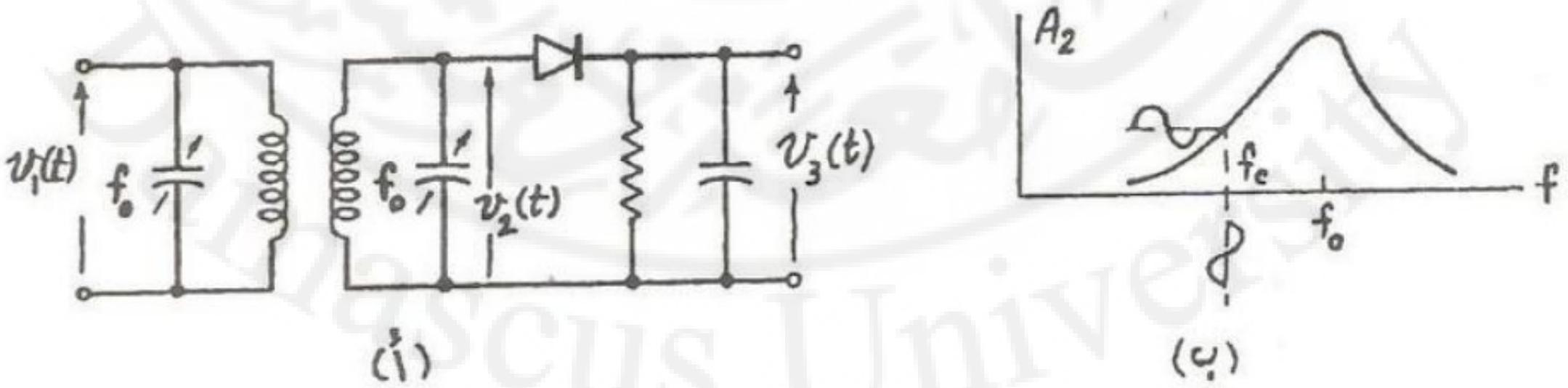
(أ) (ب)

الشكل(٥-٢٨)

أ-كاشف FM باستخدام دارة تفاضل.

ب-الاستجابة الترددية.

يبين الشكل (٥-٢٩-أ) دارة كاشف FM ذي دارتي رنين مولفتين على التردد نفسه f_0 وهو يسمى كاشف الميل *Slope Detector*. ويختار تردد الرنين f_0 مختلفاً قليلاً عن f_c، بحيث يكون مثلاً أعلى منه كما في الشكل (٥-٢٩-ب) وواقعاً في منتصف الجزء شبه الخطي للجانب المائل لمنحني الرنين.



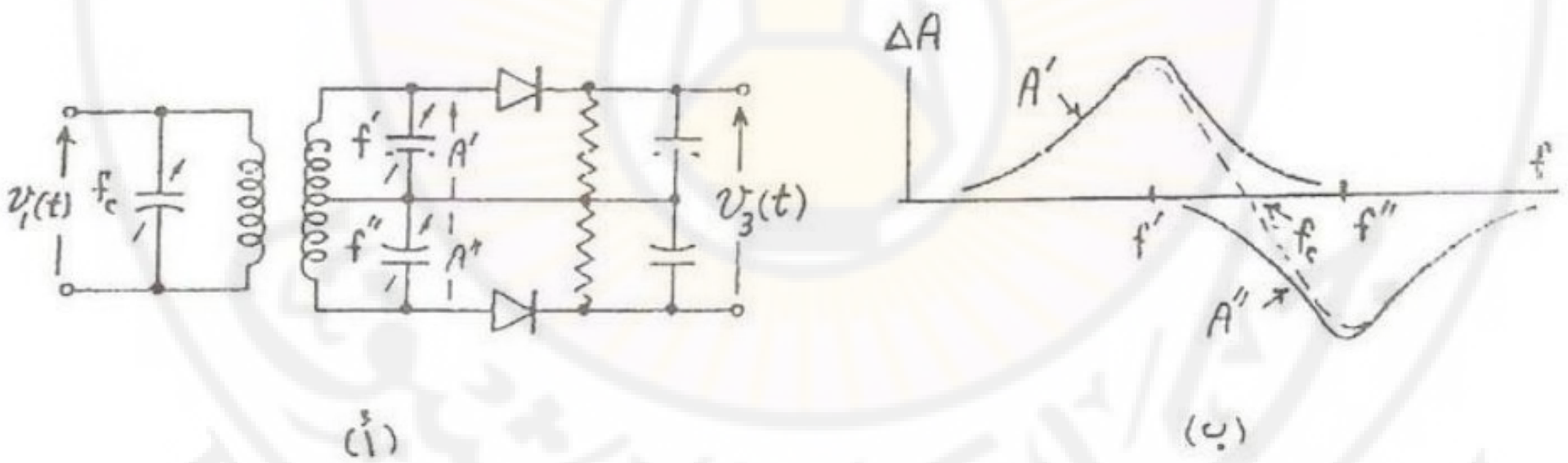
(أ) (ب)

الشكل(٥-٢٩)

أ-دارة كاشف الميل.

ب-الاستجابة الترددية.

يبين الشكل (٥-٣٠-أ) دارة كاشف FM المسمى كاشف الميل المتوازن، وتستخدم فيه ثلاث دارات رنين وكاشف غلاف. وتولف دارة رنين الدخل على التردد f_c، بينما تولف دارتا رنين الملف الثانوي على الترددين f' و f''، بحيث يختار f' مثلاً أقل من f_c كما في الشكل (٥-٣٠-ب)، بينما يختار f'' أعلى من f_c. ويمثل جهد الخرج $v_3(t)$ الفرق بين جهدي خرج كاشفي الغلاف، ولذا يتناسب مع الفرق (A'-A'')، حيث A' و A'' مطالا الجهدين اللذين ينتجان على دارتي الرنين المولفتين على f' و f''. ويبين الشكل (٥-٣٠-ب) العلاقة بين الفرق $\Delta A=A'-A''$ والتردد، ونحصل عليها كنتيجة للجمع الجبري لمنحني الرنين الممثل لـ A' ومنحني الرنين المعكوس الممثل لـ ($-A''$). ويستنتج من الشكل (٥-٣٠-ب) أن استجابة كاشف الميل المتوازن أفضل من حيث الخطية والحساسية من استجابة كاشف الميل البسيط أو مميز R-L.



الشكل(٥-٣٠)

أ-كاشف الميل المتوازن.

ب-منحني الاستجابة الترددية.

إذا كانت الاستجابة الترددية لدارة إزالة التعزيز معاكسة تماماً للاستجابة الترددية لدارة التعزيز المسبق، فهما لا تؤثران بالنتيجة على القيم النسبية للمركبات الطيفية للإشارة. وبالمقابل نجد أن الضجيج الذي يختلط مع الإشارة بعد الإرسال (ضجيج قناة النقل وضجيج دارات دخل جهاز الاستقبال) يتعرض لتأثير دارة إزالة التعزيز فقط، فتنخفض القيم النسبية للمركبات الطيفية للضجيج عند الترددات المرتفعة. ويصبح بالنتيجة التوزع الطيفي لضجيج خرج كاشف FM أقرب عند الترددات المرتفعة لحالة PM [وفق المنحني المقابل لحالة استخدام PDE في الشكل (٥-٣٦)]. ويتبين بنتيجة التحليل النظري أن استخدام PDE في نظام FM الإذاعي من أجل $W=15kHz$ و $f_1=2.1kHz$ يؤدي إلى رفع نسبة الإشارة إلى الضجيج في خرج كاشف FM بنحو $13dB$.

CamScanner

الفصل السادس

الاعتيان ونظم التعديل النبضي التماثلي

Sampling and Analog Pulse Modulation

الاعتيان ونظم التعديل النبضي التماثلي

Samplingand Analog Pulse Modulation

٦-١ مقدمة

تعتمد طرق التعديل (*AM,FM,PM*) التي درسناها في الفصل السابق على تغيير إحدى القيم المميزة لموجة حاملة جيبية بشكل مستمر تبعاً لإشارة المعلومات أو إشارة التعديل (الإشارة السمعية مثلاً). وتسمى طرق التعديل المذكورة طرق تعديل الموجة المستمرة *CW* (*Continuous-Wave Modulation*) تمييزاً لها عن طريق التعديل النبضي التي يستخدم فيها كبديل للموجة الحاملة الجيبية قطار نبضات، ويتم فيها تغيير إحدى القيم المميزة للنبضات (المطال، المدة، الموضع) تبعاً لإشارة التعديل.

يتميز التعديل النبضي عموماً عن تعديل الموجة الجيبية بعدة خصائص، أهمها:

أ- ترسل في حالة تعديل الموجة الجيبية كل تغيرات إشارة التعديل، بينما ترسل في حالة التعديل النبضي عينات (*Samples*) من إشارة التعديل.

ب- يمكن أن ترسل في حالة التعديل النبضي خلال فترات الفراغات بين النبضات نبضات أخرى تمثل عينات من إشارات أخرى من إشارات المعلومات. وهذا يعني أنه يمكن إرسال عدة إشارات معلومات بقناة اتصال واحدة بتقسيم الزمن. وتسمى هذه الطريقة لإرسال عدة إشارات عبر قناة اتصال واحدة طريقة التجميع بتقسيم الزمن *TDM* (*Time-Division Multiplexing*)، وهي تقابل في حالة التعديل المستمر طريقة

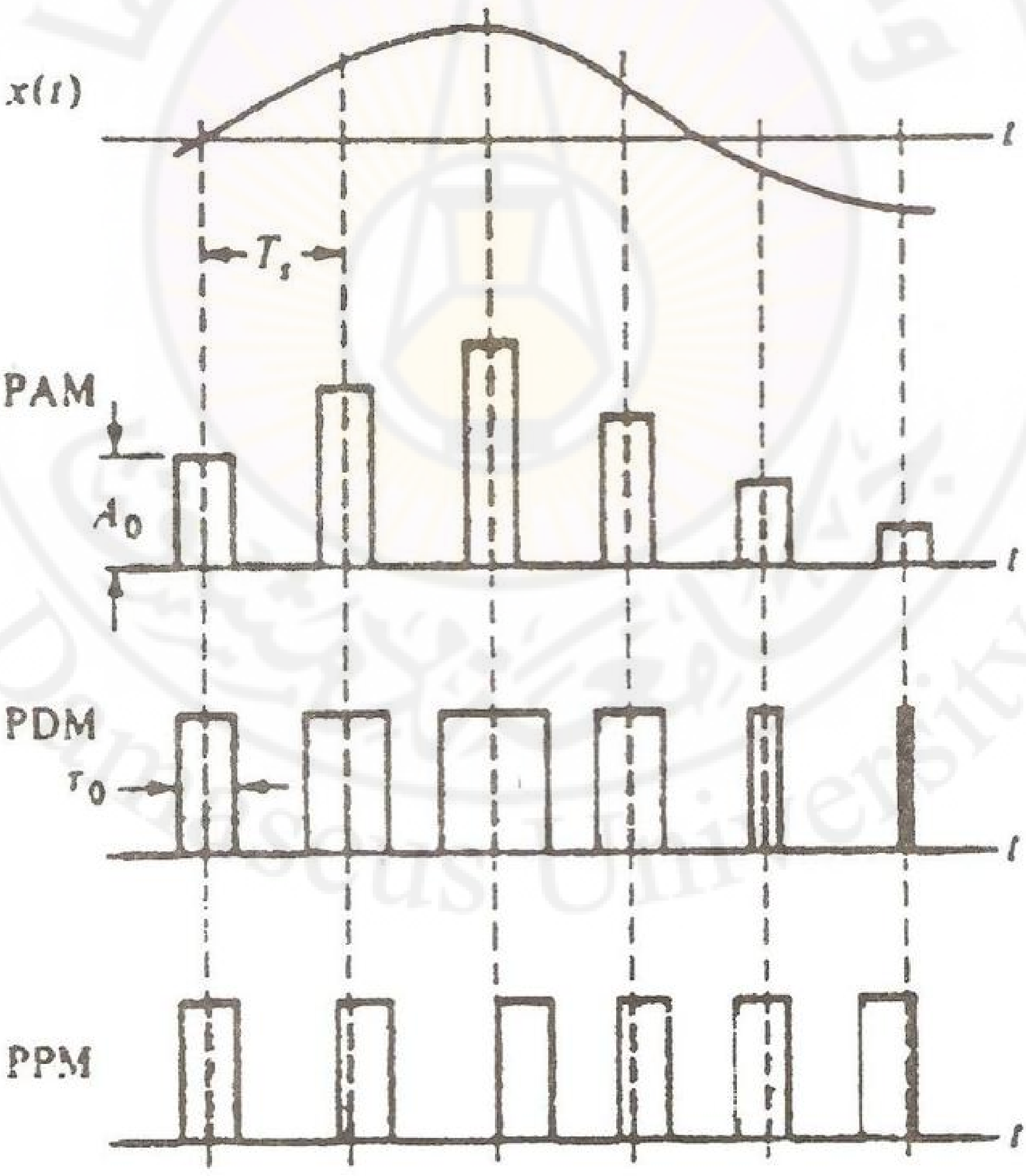
التجميع بتقسيم التردد *FDM* (*Frequency-Division Multiplexing*) التي أوضحناها في الفصل السابق.

يوضح الشكل (٦-١) أشكال الإشارات الناتجة عن تعديل قطار نبضات دورهـــا T_s، بإشارة معلومات $x(t)$ بثلاثة طرق:

أ- تعديل مطال النبضات *PAM* (*Pulse-Amplitude Modulation*).

ب- تعديل مدة النبضات *PDM* (*Pulse-Duration Modulation*).

ج- تعديل موضع النبضات *PPM* (*Pulse-Position Modulation*).



الشكل (٦-١) أنواع التعديل النبضي التماثلي.

في حالة *PAM* يتغير مطال النبضات تبعاً لإشارة المعلومات $x(t)$. وبالمقابل، في حالة *PDM* تتغير مدة النبضات أو عرضها تبعاً لـ $x(t)$. وترمز A_0 في الشكل (٦-١) لمطال نبضات إشارة *PAM* عندما $x(t)=0$، كما ترمز τ_0 لمدة نبضات *PDM* عندما $x(t)=0$.

تسمى طريقتا *PDM* و *PPM* معاً التعديل النبضي الزمني *PTM* (*Pulse Time Modulation*). وتعد الطرق الثلاث في الشكل (٦-١) كطرق تعديل نبضي تماثلي (*Analog Pulse Modulation*)، لأن القيمة المعدَّلة (المطال، المدة، الموضع) تتغير كتابع تماثلي (مستمر) لإشارة التعديل. وتفضل على تلك الطرق في نظم الاتصالات منذ نحو عام 1970 طرق التعديل النبضي الرقمي، وأهمها التعديل النبضي الترميزي *PCM* (*Pulse-Code Modulation*). وتعتمد فكرة *PCM* أساساً على التعديل التماثلي الرقمي لكل من نبضات إشارة *PAM* [في الشكل (٦-١) مثلاً]، بحيث تستبدل كل منها بمجموعة نبضات ضيقة نسبيا تمثل العدد الثنائي المقابل لقيمة مطال نبضة إشارة *PAM*.

ندرس في هذا الفصل طرق التعديل النبضي التماثلي، ونؤجل دراسة طرق التعديل النبضي الرقمي للفصل التالي.

تعتمد كل طرق التعديل النبضي، سواء كانت تماثلية أم رقمية على نظرية الاعتيان أو أخذ العينات (*Sampling Theory*)، ولذلك سنقوم في البند التالي بشرح هذه النظرية كتمهيد لدراسة طرق التعديل النبضي التماثلي فيما بعد.

٦-٢ الاعتيان أو أخذ العينات

تستخدم عملياً عدة طرق للاعتيان أو أخذ العينات، ومنها طريقة التقطيع *Chopping* الموضحة بالشكل (٦-٢). ونفترض أنه يستخدم في الشكل (٦-٢-أ) مفتاح ذو

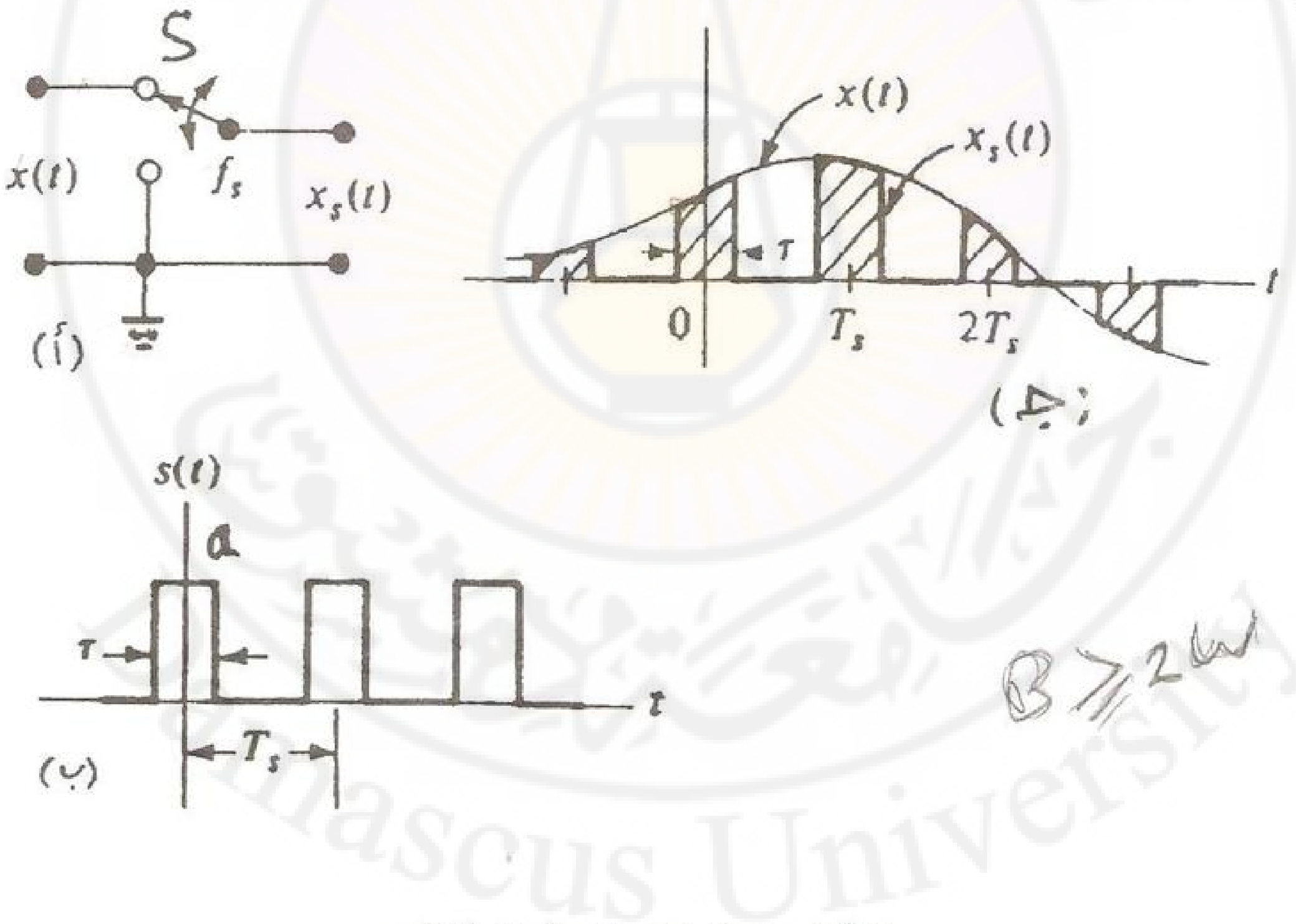
وضعين S. ومع أننا نمثله كمفتاح ميكانيكي، فهو يُحقَّق عملياً كمفتاح الكتروني (بديودات أو ترانزيستورات)، وتتحكم فيه نبضات مستطيلة كالمبينة في الشكل (٦-٢-ب):

$$s(t) = \sum_{k} p(t - kT_s) \qquad \textbf{(6-1-a)}$$

حيث:

$$p(t) = a\,\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right) \qquad \textbf{(6-1-b)}$$

$$T_s = \frac{1}{f_s}$$



الشكل (٦-٢) الاعتيان بطريقة التقطيع.

أ-المخطط الوظيفي.

ب-نبضات التحكم.

ج-إشارة الدخل والخرج.

نفترض أن المفتاح S في الشكل (٦-٢-أ) يبدل وضعه بتأثير النبضات $s(t)$ بتردد يساوي تردد النبضات نفسها $f_s=1/T_s$، وبحيث يكون المفتاح في الوضع العلوي خلال فترة كل نبضة (أي خلال الفترة τ)، بينما يكون في الوضع السفلي خلال فترات الفراغ بين النبضات. ونتيجة لذلك يقوم المفتاح S بإجراء تقطيع لإشارة الدخل $x(t)$، بحيث تكون إشارة الخرج $x_s(t)$ كما هو مبين في الشكل (٦-٢-ج)، أي تكون $x_s(t)=x(t)$ عندما يكون المفتاح S في الوضع العلوي، بينما $x_s(t)=0$ عندما يكون S في الوضع السفلي.

يمكن النظر إلى الإشارة المقطعة $x_s(t)$ في الشكل (٦-٢-ج) كنبضات معدلة مطالياً، لأن مطالها يتغير تبعاً لإشارة المعلومات $x(t)$ [على غرار إشارة PAM في الشكل (٦-١)]. وتعد $x_s(t)$ أيضاً كعينات من إشارة المعلومات $x(t)$. ويسمى تردد التقطيع f_s تردد الاعتيان أو أخذ العينات (*Sapmling Frequency*). ويتبين أنه يمكن أن نستعيد الإشارة الأصلية $x(t)$ من الإشارة المعتانة (*Sampled Signal*) أو إشارة العينات $x_s(t)$، إذا تحقق شرطان أساسيان، هما:

١- أن يكون المجال الترددي لإشارة المعلومات $x(t)$ محدوداً، كما في حالة الإشارة الكلامية (*Voice Signal*) المرسلة بالنظم الهاتفية، حيث إن مجالها الترددي محدود بين 300 و 3400 هرتز.

٢- أن يكون تردد الاعتيان f_s أكبر مرتين على الأقل من عرض المجال W لإشارة المعلومات $x(t)$:

$$f_s \geq 2W \qquad \textbf{(6-2-a)}$$

يسمى هذا الشرط شرط أو معيار نايكوست (*Nyquist Criterion*)، أو شرط شانون. وتكون القيمة الدنيا لـ f_s وفق الشرط المذكور:

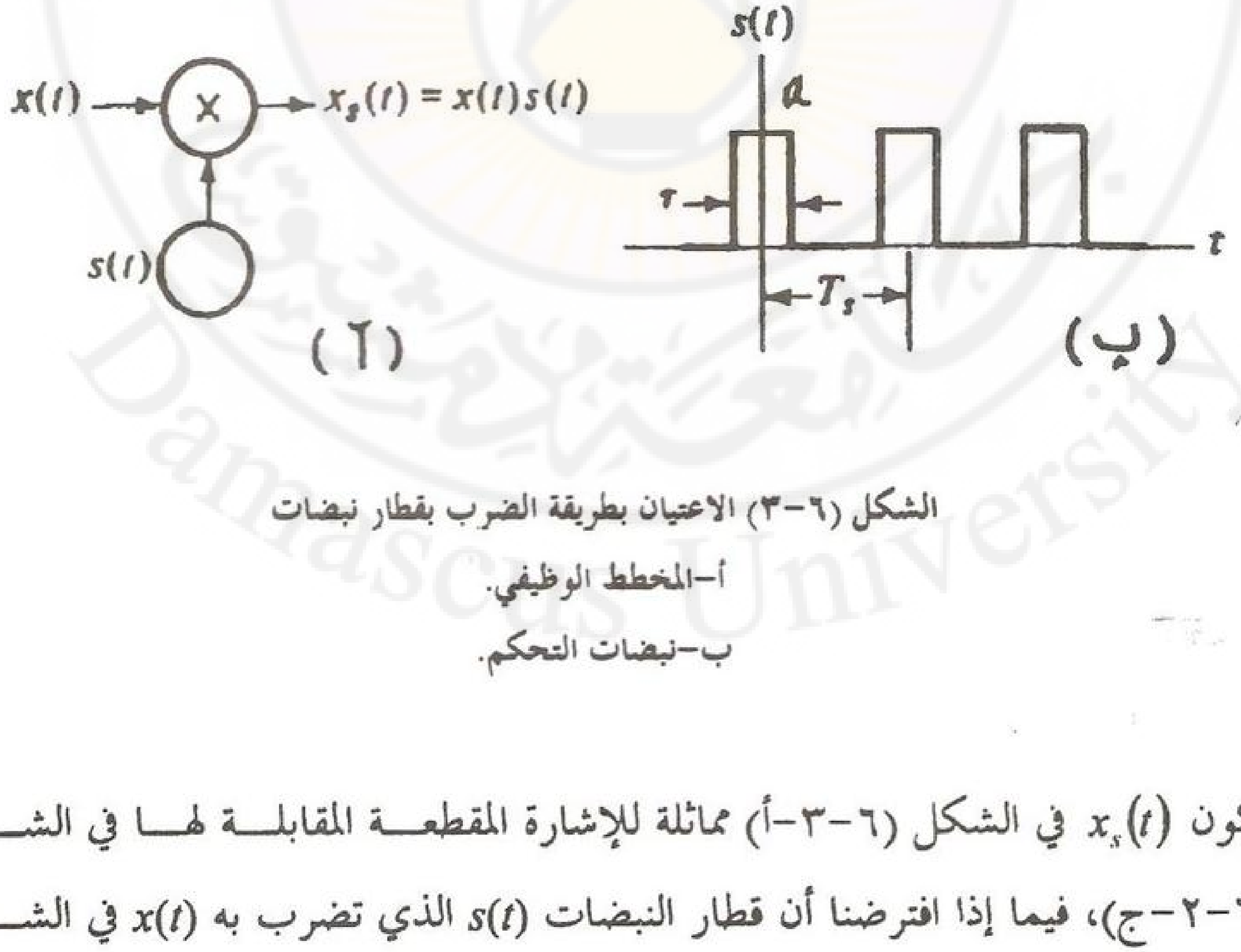
$$f_{s(\min)} = 2W \qquad \textbf{(6-2-b)}$$

تسمى هذه القيمة تردد نايكوست للاعتيان أو معدل نايكوست (*Nyquist Rate*)، وتسمى قيمة T_s المقابلة لها $T_s = \frac{1}{2W}$ فترة نايكوست (*Nyquist Interval*). وفي حالة الإشارة الكلامية الهاتفية، يُعَد عادة $W=3.4kHz$، وتختار قيمة f_s عملياً $8kHz$، بحيث يكون $f_s=2.35W$.

سوف نبين لاحقاً أنه يمكن استعادة الإشارة الأصلية $x(t)$ من الإشارة المعتانة $x_s(t)$ بإمرار $x_s(t)$ بمرشح تمرير منخفض ذي عرض مجال مناسب.

كبديل للاعتيان بالتقطيع كما في الشكل (٦-٢-أ)، يمكن إجراء الاعتيان بطريقة ضرب $x(t)$ بقطار نبضات مثل $s(t)$ في الشكل (٦-٢-ب)، وذلك كما هو مبين في الشكل (٦-٣)، حيث تكون الإشارة المعتانة:

$$x_s(t) = x(t)s(t) \qquad \textbf{(6-3)}$$



الشكل (٦-٣) الاعتيان بطريقة الضرب بقطار نبضات

أ-المخطط الوظيفي.

ب-نبضات التحكم.

تكون $x_s(t)$ في الشكل (٦-٣-أ) مماثلة للإشارة المقطعة المقابلة لها في الشكل (٦-٢-ج)، فيما إذا افترضنا أن قطار النبضات $s(t)$ الذي تضرب به $x(t)$ في الشكل

٦-٨ تعديل مطال النبضات *PAM*

يُقصد بتعديل مطال النبضات أو التعديل النبضي المطالي *PAM* تغيير مطال قطار نبضات تبعاً لإشارة التعديل. ويبين الشكل (٦-١٣-أ) إشارة *PAM* من النوع الذي نحصل عليه بالطريقة "الطبيعية" للاعتيان، أي طريقة التقطيع كما في الشكل (٦-٢)، أو طريقة الضرب كما في الشكل (٦-٣). وبالمقابل يبين الشكل (٦-١٣-ب) إشارة *PAM* من النوع ذي القمم المستوية، أي النوع الذي نحصل عليه باستخدام دارة اعتيان ومسك *S/H* كما في الشكل (٦-١٠)، أو نحصل عليه بإمرار إشارة معتانة مثالياً بدارة *ZOH*، كما أوضحنا في البند (٦-٦).

توصف إشارة *PAM* من النوع ذي العينات الطبيعية كما في الشكل (٦-١٣-أ) في حالة التعديل بموجة التجيب $A_m cos\omega_m t$ بالعلاقة:

$$x_p(t)=(A_0+A_m\cos\omega_m t)s(t) \qquad \textbf{(6-27-a)}$$

حيث $s(t)$ قطار نبضات الاعتيان. وسنفترض أن:

$$s(t)=\sum_k p(t-kT_s) \quad , \quad p(t)=\Pi\left(\frac{t-\tau/2}{\tau}\right) \qquad \textbf{(6-27-b)}$$

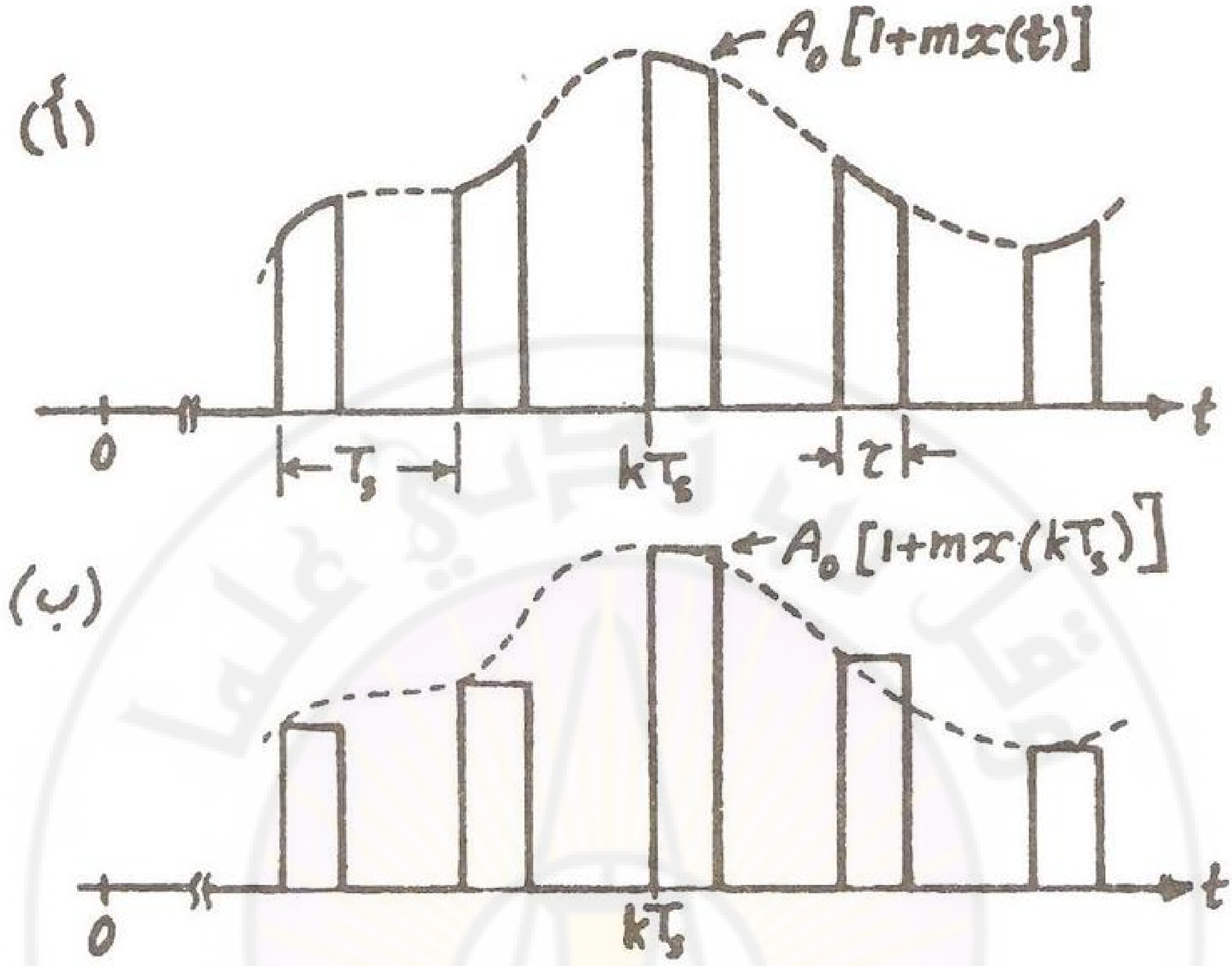
ونرمز بـ A_0 في (6-27-a) لجهد مستمر يضاف إلى إشارة التعديل قبل الضرب بـ $s(t)$، بحيث يظل مطال النبضات المعدلة موجباً، أي يظل:

$$A_0+A_m\cos\omega_m t>0 \qquad \textbf{(6-27-c)}$$

ولذلك نفترض $A_0>A_m$. ويفيد كتابة (6-27-a) على النحو:

$$x_p(t)=A_0(1+m\cos\omega_m t)s(t) \qquad \textbf{(6-27-d)}$$

حيث $m=A_m/A_0$. ويقابل m هنا عامل التعديل المطالي (عمق التعديل) في حالة التعديل المطالي لموجة جيبية (*AM*).



الشكل (٦-١٣)

أ- إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية.

ب- إشارة PAM من النوع ذي القمم المستوية.

إذا رمزنا لإشارة التعديل في الحالة العامة بـ $x(t)$، مع افتراض $|x(t)|\leq 1$ فنكتب بدلاً من (6-27-d):

$$x_p(t) = A_0[1 + mx(t)]s(t) \qquad \textbf{(6-28-a)}$$

ونفترض $1+mx(t)>0$ على غرار (6-27-c). ونستنتج من (6-28-a) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + mA_0 x(t)s(t) \\ &= A_0 s(t) + mA_0 x_s(t) \end{aligned} \qquad \textbf{(6-28-b)}$$

٦-٨ تعديل مطال النبضات *PAM*

يُقصد بتعديل مطال النبضات أو التعديل النبضي المطالي *PAM* تغيير مطال قطار نبضات تبعاً لإشارة التعديل. ويبين الشكل (٦-١٣-أ) إشارة *PAM* من النوع الذي نحصل عليه بالطريقة "الطبيعية" للاعتيان، أي طريقة التقطيع كما في الشكل (٦-٢)، أو طريقة الضرب كما في الشكل (٦-٣). وبالمقابل يبين الشكل (٦-١٣-ب) إشارة *PAM* من النوع ذي القمم المستوية، أي النوع الذي نحصل عليه باستخدام دارة اعتيان ومسك *S/H* كما في الشكل (٦-١٠)، أو نحصل عليه بإمرار إشارة معتانة مثالياً بدارة *ZOH*، كما أوضحنا في البند (٦-٦).

توصف إشارة *PAM* من النوع ذي العينات الطبيعية كما في الشكل (٦-١٣-أ) في حالة التعديل بموجة التجيب $A_m cos\omega_m t$ بالعلاقة:

$$x_p(t)=(A_0+A_m\cos\omega_m t)s(t) \qquad \textbf{(6-27-a)}$$

حيث $s(t)$ قطار نبضات الاعتيان. وسنفترض أن:

$$s(t)=\sum_k p(t-kT_s) \quad , \quad p(t)=\prod\left(\frac{t-\tau/2}{\tau}\right) \qquad \textbf{(6-27-b)}$$

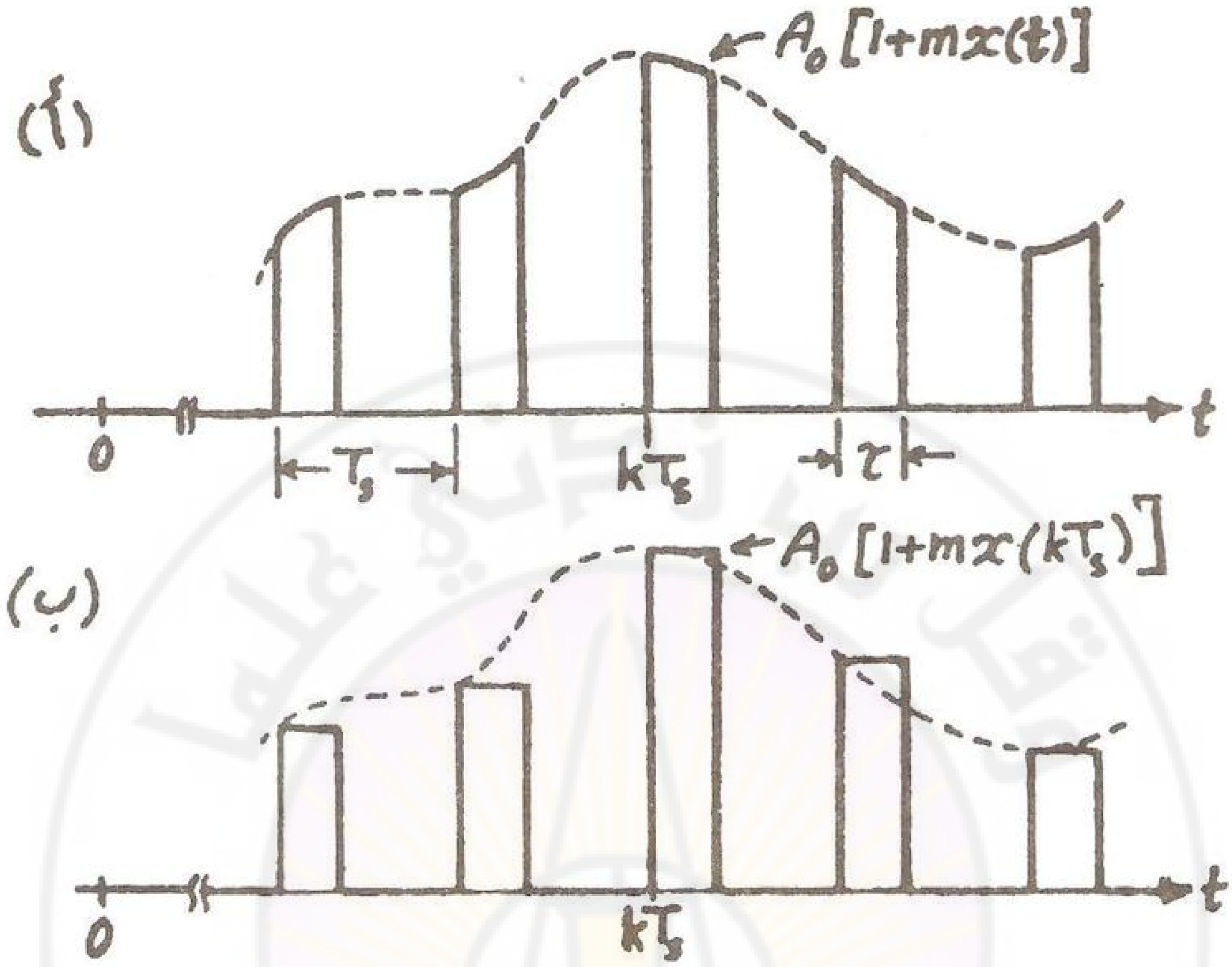
ونرمز بـ A_0 في (6-27-a) لجهد مستمر يضاف إلى إشارة التعديل قبل الضرب بـ $s(t)$، بحيث يظل مطال النبضات المعدلة موجباً، أي يظل:

$$A_0+A_m\cos\omega_m t>0 \qquad \textbf{(6-27-c)}$$

ولذلك نفترض $A_0>A_m$. ويفيد كتابة (6-27-a) على النحو:

$$x_p(t)=A_0(1+m\cos\omega_m t)s(t) \qquad \textbf{(6-27-d)}$$

حيث $m=A_m/A_0$. ويقابل m هنا عامل التعديل المطالي (عمق التعديل) في حالة التعديل المطالي لموجة جيبية (*AM*).



الشكل (٦-١٣)

أ- إشارة PAM من النوع ذي العينات الطبيعية.

ب- إشارة PAM من النوع ذي القمم المستوية.

إذا رمزنا لإشارة التعديل في الحالة العامة بـ $x(t)$، مع افتراض $|x(t)|\leq 1$ فنكتب بدلاً من (6-27-d):

$$x_p(t) = A_0[1 + mx(t)]s(t) \qquad \textbf{(6-28-a)}$$

ونفترض $1+mx(t)>0$ على غرار (6-27-c). ونستنتج من (6-28-a) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + mA_0 x(t)s(t) \\ &= A_0 s(t) + mA_0 x_s(t) \end{aligned} \qquad \textbf{(6-28-b)}$$

حيث $x_s(t)$ إشارة العينات الطبيعية وفق (3-6). ويختار تردد $s(t)$ وفق شرط نايكوست، أي $f_s \geq 2W$. ويكون تحويل فورييه لـ $x_p(t)$:

$$X_p(f) = A_0 S(f) + mA_0 X_s(f) \qquad \textbf{(6-28-c)}$$

ويعطى $x_s(f)$ بالعلاقة (6-7-b)، كما يعطى $S(f)$ بـ (6-8-b).

يتبين من (6-28-c) أنه يمكن كشف تعديل إشارة PAM في طرف الاستقبال باستخدام LPF عرض مجاله $1/2f_s$ أو W [مثل LPF الذي يستخدم لاستعادة $x(t)$ من $x_s(t)$]، على أن تحذف من إشارة خرج ذلك المرشح المركبة المستمرة التي تنتج عن $A_0 s(t)$ في (6-28-b). وتستخدم لحذف المركبة المستمرة دارة ربط CR.

في حالة PAM من النوع ذي القمم المستوية توصف النبضات المعدلة بالعلاقة:

$$X_p(f) = A_0 \sum_k [1 + mx(kT_s)] p(t - kT_s) \qquad \textbf{(6-29-a)}$$

ونفترض على غرار (6-27-c) أن $1 + mx(kT_s) > 0$.

وبالمقارنة مع (6-20) و (6-22-a) نستنتج من (6-29-a) أن:

$$\begin{aligned} x_p(t) &= A_0 s(t) + mA_0 p(t) * x_\delta(t) \\ X_p(f) &= A_0 S(f) + mA_0 P(f) X_\delta(f) \end{aligned} \qquad \textbf{(6-29-b)}$$

أي يتألف طيف إشارة PAM ذات القمم المستوية من الطيف المثل لـ $P(f)X_\delta(f)$، كالمبين في الشكل (٦-١٠-ب)، بعد أن يضرب بـ mA_0 ويضاف له $A_0 S(f)$. وبالتالي يمكن استعادة $x(t)$ من $x_p(t)$ باستخدام LPF مع مرشح تسوية وفق (6-24) مع دارة لحذف المركبة المستمرة التي تنتج عن $A_0 s(t)$.

يحدد عرض المجال B_T اللازم لإرسال إشارة PAM بالاعتماد على العلاقة (3-98) المحددة لزمن الصعود:

$$t_r \approx \frac{1}{2B_T} \qquad \textbf{(6-30)}$$

يشترط أن يكون $\tau_r<\tau$، ولذلك يجب أن يكون $B_T > \frac{1}{2\tau}$. وبما أن مدة النبضة τ يجب أن تكون أقل كثيراً من T_s (وفق متطلبات *TDM*) مع كون $T_s \le \frac{1}{2W}$، فنكتب:

$$\tau << T_s << \frac{1}{2W} \qquad \textbf{(6-31-a)}$$

ومن ثم يجب أن نكتب:

$$B_T > \frac{1}{2\tau} >> W \qquad \textbf{(6-31-b)}$$

هذا يعني أن نظام *PAM* يحتاج إلى عرض مجال كبير نسبياً (بالمقارنة مثلاً مع *AM*). ولذلك لا يستخدم *PAM* عملياً إلا في حالات محددة (مثلاً كخطوة أولى للحصول على إشارة *PCM*).

٦-٩ التعديل النبضي الزمني *PTM*

يشمل التعديل النبضي الزمني *Pulse Time Modulation* تعديل مدة النبضات *PDM* وتعديل موضع النبضات *PPM*. وسوف ندرس *PDM* و *PPM* معاً، لأنه يمكن الحصول على إشارة *PPM* بسهولة من إشارة *PDM*، كما موضح أدناه. ويسمى *PDM* أيضاً تعديل عرض النبضة *PWM* (*Pulse-Width Modulation*)، لأن مدة النبضة تدعى أيضاً عرض النبضة. ولكن بعض الكتب تسمي *PDM* أيضاً تعديل طول النبضة، وكأن مدة النبضة تمثل "طول النبضة".

يوضح الشكل (٦-١٤) طريقة مبسطة لتوليد إشارتي *PDM* و *PPM*، وهي تشمل ضمناً عمليتي الاعتيان والتعديل. ويستخدم للحصول على إشارة *PDM* مقارن جهد (*Comparator*) ومولد سن منشار (*Sawtooth Generator*). ويمثل دور جهد سن المنشار دور الاعتيان T_s. ويكون خرج المقارن صفراً خلال كل الفترات التي يكون

فيها جهد إشارة الدخل $x(t)$ أقل من جهد سن المنشار، ويقفز خرج المقارن إلى قيمة موجبة A عندما يكون جهد الدخل $x(t)$ أعلى من جهد سن المنشار. ويمثل خرج المقارن إشارة PDM، حيث تتغير مدة النبضة τ تبعاً لقيمة $x(t)$ في لحظة "تقاطعها" مع جهد سن المنشار.

نجد أن مدة النبضة تتغير في إشارة PDM في الشكل (٦-١٤-ب) نتيجة تعديل الحافة الخلفية للنبضة (*Trailing-Edge Modulation*). وإذا عكسنا جهد سن المنشار، بحيث يتناقص خطياً [بدلاً من تزايده خطياً في الشكل (٦-١٤)]، نحصل على تعديل للحافة الأمامية (*Leading Edge*). وفي حالة استخدام موجة مثلثية متناظرة بدلاً من موجة سن المنشار نحصل على تعديل الحافتين معاً.

تستخدم نبضات PDM في الشكل (٦-١٤) لقدح وحيد الاستقرار *Monostable* بالحافات الخلفية المعدّلة، لكي نحصل على نبضات PPM. وتكون هذه النبضات ذات مطال ومدة ثابتين، ويتغير موضعها الزمني وفق $x(t)$.

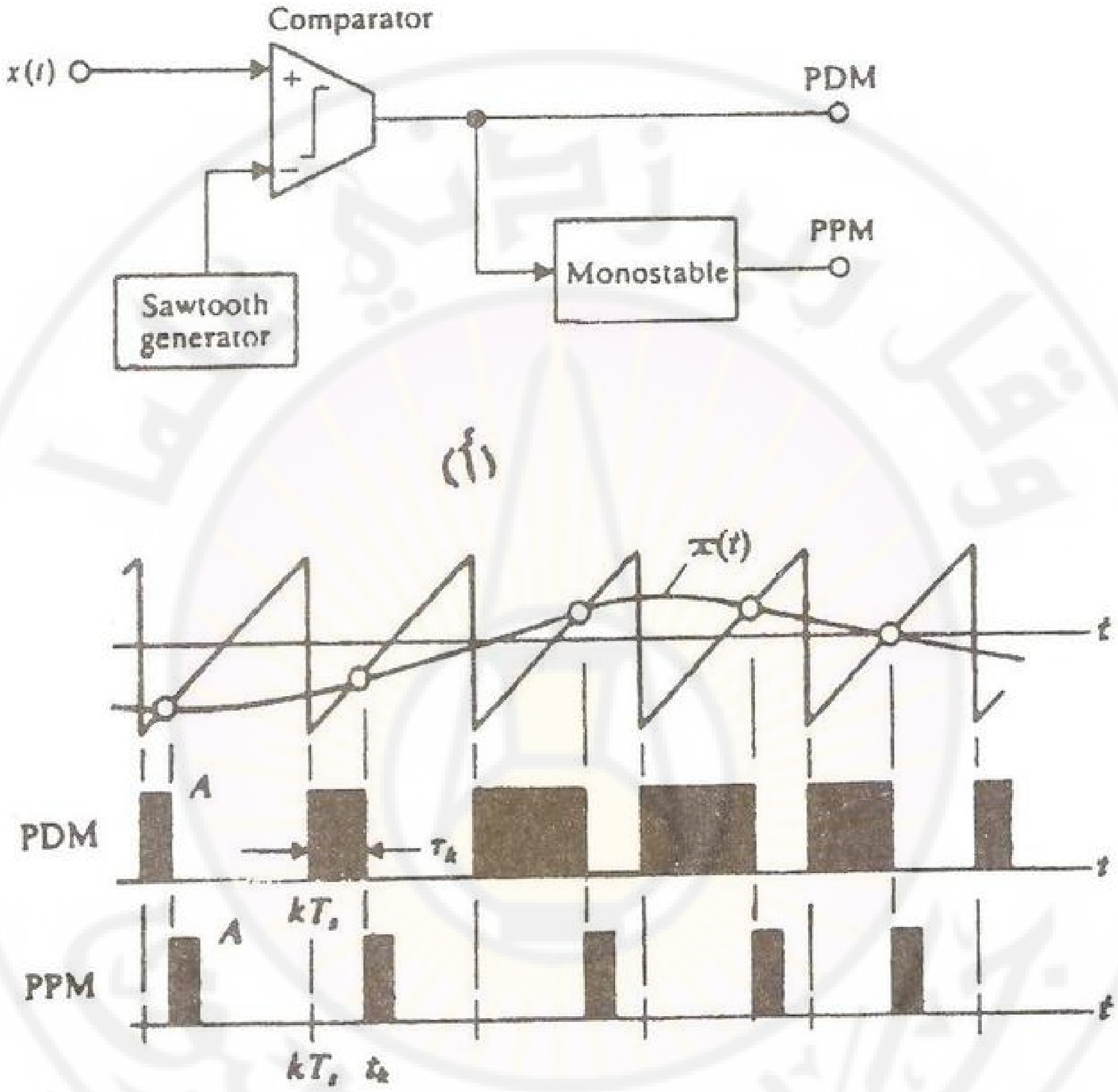
يتبين في الشكل (٦-١٤-ب) أن الموضع الزمني t_k للحافة الخلفية المعدلة لنبضة PDM يعتمد على قيمة $x(t)$ في اللحظة t_k نفسها وفق العلاقة:

$$t_k = kT_s + \tau_0 + t_0 x(t_k) \qquad \textbf{(6-32)}$$

حيث kT_s لحظة الحافة الأمامية لنبضة PDM التي نرمز لرقمها بـ k، وترمز τ_0 لعرض نبضة PDM دون تعديل، وتمثل t_0 الانزياح الأعظمي لـ t_k عن $(kT_s+\tau_0)$ عندما $|x(t_k)|=1$.

يستنتج من (6-32) أن نبضات PDM في الحالة المعنية تحمل معلومات عن قيم عينات $x(t_k)$ من الإشارة $x(t)$. ونظراً لأن التباعد بين اللحظات t_k وفق (6-32) غير ثابت، لذلك تعد $x(t_k)$ عينات غير منتظمة، فلا تطبق عليها نظرية الاعتيان المنتظم. ولكي نحصل على PDM و PPM بعينات منتظمة ينبغي إمرار $x(t)$ بدارة اعتيان ومسك

(*S/H*) قبل تطبيقها على دخل المقارن في الشكل (٦-١٤-أ).



الشكل (٦-١٤)

أ-دارة لتوليد *PDM* و *PPM*.

ب-أشكال الإشارات *PDM* و *PPM*.

في حالة *PDM* ذي العينات المنتظمة نكتب:

$$\tau_k = \tau_0[1 + mx(kT_s)] \qquad \textbf{(6-33-a)}$$

حيث τ_0 مدة النبضة دون تعديل كما ذكرنا أعلاه، وترمز m لعامل تعديل PDM. وإذا كانت الحافة المعدلة في نبضات PDM هي الحافة الخلفية، كما في حالة الشكل (٦-١٤-ب) تكون لحظة تلك الحافة للنبضة رقم k هي $t_k=kT_s+\tau_k$. ونكتب لـ PDM ذي العينات المنتظمة وفق (6-33-a):

$$t_k = kT_s + \tau_0 + t_0 x(kT_s) \qquad \textbf{(6-33-b)}$$

حيث $t_0=m\tau_0$. وتمثل t_0 في (6-33-b) الانزياح الأعظمي لـ t_k عن $(kT_s+\tau_0)$ عندما $|x(kT_s)|=1$.

إذا افترضنا أن نبضات PDM التي حصلنا عليها بطريقة تعديل الحافة الخلفية وفق (6-33-b) استخدمت لقدح وحيد استقرار كما في حالة الشكل (٦-١٤-أ) من أجل الحصول على نبضات PPM، عندئذ تمثل t_k وفق (6-33-b) لحظات بدايات نبضات PPM. وينظر إلى t_0 في تلك الحالة بمثابة ثابت تعديل PPM.

يُعد التحليل الطيفي لإشارات PDM و PPM معقدا جدا. ويمكن إجراء تحليل طيفي مبسط لإشارة PDM انطلاقاً من سلسلة فورييه لقطار النبضات غير المعدل $As(t)$ بافتراض:

$$s(t)=\sum_k p(t-kT_s) \quad , \quad p(t)=\Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

ونكتب سلسلة فورييه لـ $s(t)$ على النحو:

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_s t} = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2c_n \cos n\omega_s t$$

حيث $c_n=f_s\tau \mathrm{sinc} nf_s\tau$.

يمكن أن نعبر عن إشارة PDM بشكل تقريبي بسلسلة فورييه لـ $As(t)$، إذا استبدلنا τ في عبارة c_n بـ $\tau_0[1+mx(t)]$. ويتبين بنتيجة التحليل المبسط أنه يمكن تمثيل إشارة PDM كمجموع للعبارة:

٦-١١ التجميع بتقسيم الزمن *TDM*

يقصد بالتجميع أو "التنضيد" بتقسيم الزمن (*Time-Division Multiplexing*) الطريقة التي تستخدم لإرسال إشارات عدة رسائل *Messages* (أي عدة إشارات معلومات) بقناة نقل واحدة، وذلك باعتيان تلك الإشارات وإرسال عيناتها وفق تتابع زمني معين، كما هو موضح في الشكل (٦-١٩). ويفترض في الشكل (٦-١٩-أ) أن عدة إشارات معلومات (أربع إشارات على سبيل المثال) تمرر أولاً عبر مرشحات تمرير منخفض *LPF* لتحديد عرض المجال الترددي لكل منها، ثم يتم اعتيانها بالتتابع بواسطة مفتاح دوّار (*Rotary Switch*) يسمى المفتاح المبدل أو المجمع (*Commutator*)، كما يسمى المفتاح الناخب (*Selector Switch*). ويقوم هذا المفتاح خلال كل دورة له بأخذ عينة من كلٍ من إشارات الدخل بالتتابع، فتكون إشارة خرجه بشكل عينات متشابكة (*Interlaced Samples*) من تلك الإشارات، وتبدو مثل إشارة *PAM*، أي كأنها تتابع نبضات معدلة مطالياً. ويستخدم في طرف الاستقبال مفتاح دوار مشابه، يسمى المفكك *Decommutator* أو الموزع *Distributer*، وهو يقوم بفرز "العينات المتشابكة" بحيث يوزعها على خطوط موصلة إلى مجموعة أخرى من المرشحات *LPF*، تخصص لإعادة تركيب الإشارات الأصلية. ويفترض أن المفتاح الموزع يدور بسرعة مماثلة لسرعة دوران المفتاح المجمع (f_s) ويتزامن معه.

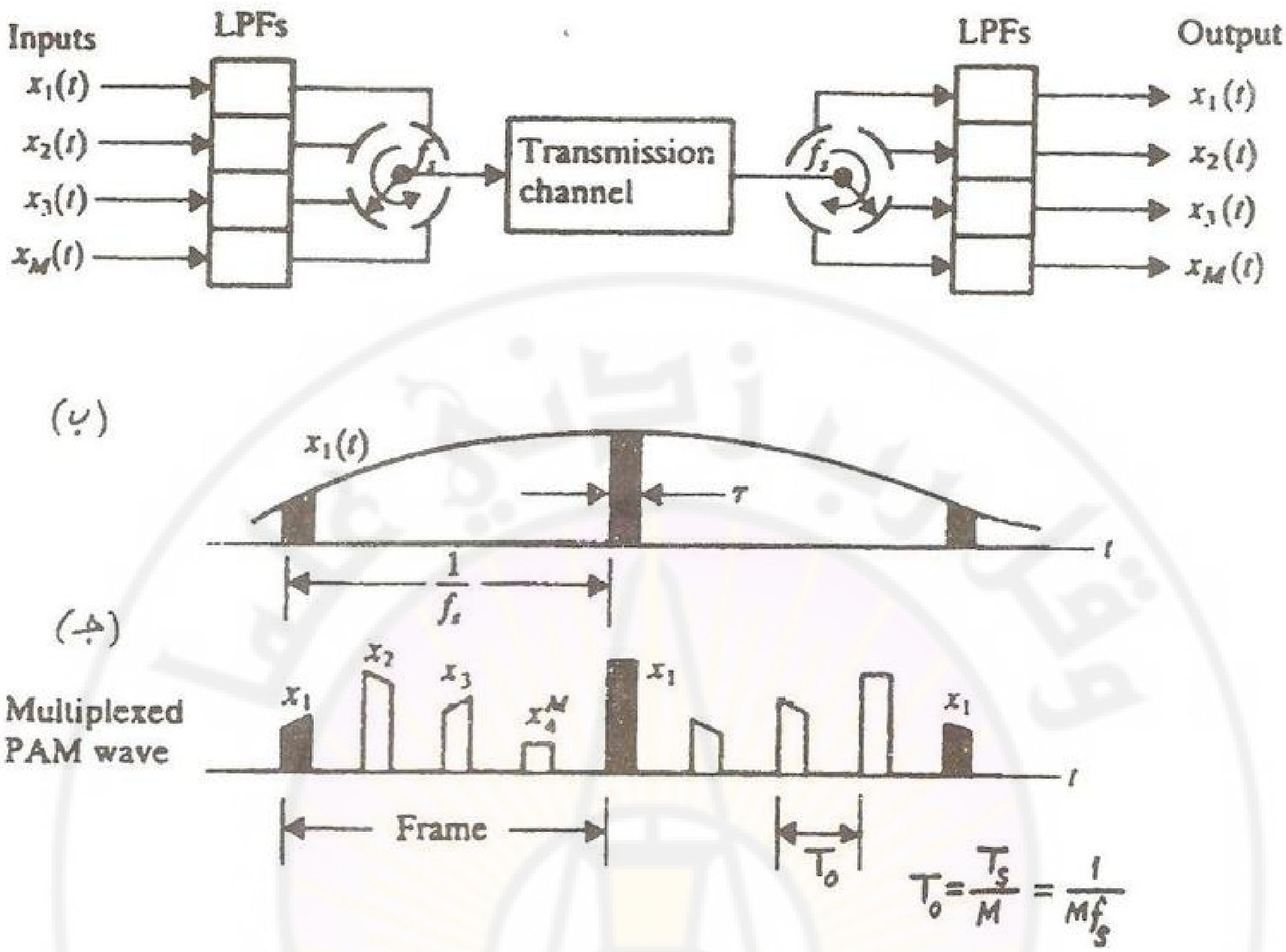
في حالة عدم وجود كل إشارات الدخل (أي حالة كونها مساوية للصفر)، ما عدا إشارة واحدة فقط ($x_1(t)$)، تكون إشارة خرج المفتاح المجمع كما مبين في الشكل (٦-١٩-ب). ويعمل المفتاح المجمع في هذه الحالة كمفتاح اعتيان، حيث يأخذ عينات "طبيعية" من $x_1(t)$ فقط بعرض τ وبدور T_s أو $1/f_s$. ويمثل f_s سرعة دوران المجمع أو عدد دوراته في الثانية، وهو نفسه تردد أخذ العينات من $x_1(t)$. وبما أن الموزع في طرف

الاستقبال يدور بتزامن مع المجمع في طرف الإرسال، ففي الحالة المفترضة، أي حالة كون كل إشارات دخل المجمع صفراً ما عدا $x_1(t)$، يعطي الموزع عينات $x_1(t)$ فقط إلى مدخل LPF المخصص لإعادة تركيبها.

في الحالة العامة يقوم المجمع بأخذ عينات من كلٍ من إشارات الدخل $x_i(t)$، حيث $i=1,2,..,n$. ونفترض في الشكل (٦-١٩) على سبيل المثال $M=4$، وتكون إشارة خرج المجمع كما مبين في الشكل (٦-١٩-ج)، أي يتألف من العينات المتشابكة لكل الإشارات $x_i(t)$. وتسمى هذه العينات المتشابكة موجة PAM المجمعة (*Multiplexed PAM Wave*) أو إشارة *TDM-PAM*. ويتوقف المجمع على نقطة التلامس الخاصة بكل إشارة لمدة τ وبحيث تكون $\tau < \frac{T_s}{M}$ لكي تبقى فراغات بين العينات المتشابكة. وتسمى تلك الفراغات أزمنة أمان أو حماية (*Guard Times*). ويوضع في الحسبان عند تحديد قيمة τ وزمن الأمان زمنا الصعود والهبوط لنبضات العينات المتشابكة في خرج قناة النقل [وهما يتناسبان عكساً مع B_T وفق (6-30)] لكي لا يحدث تداخل بين العينات المتجاورة، كما هو موضح في البند (٦-٥). ويقوم الموزع أو المفكك في طرف الاستقبال بفرز العينات المتشابكة أو تفكيكها، بحيث تمرر عينات كل من الإشارات $x_i(t)$ إلى مدخل LPF المخصص لإعادة تركيبها.

نفترض أن كلاً من الإشارات $x_i(t)$ ذات عرض مجال W، وأن المجمع والموزع يدوران بمعدل $f_s \geq 2W$ وفق شرط نايكويست. وتكون الفترة بين كل عينتين متتابعتين لأي من الإشارات $x_i(t)$ [كعينات $x_1(t)$ في الشكل (٦-١٩-ب)]:

$$T_s = \frac{1}{f_s} \leq \frac{1}{2W} \qquad \textbf{(6-47-a)}$$



الشكل (٦-١٩) نظام *TDM*.

أ-المخطط الصندوقي.

ب، ج-إشارات خرج المجمع.

تشمل الفترة T_s عينة واحدة من كل إشارة دخل وهي تسمى الإطار *Frame*. ويكون التباعد بين بدايتي نبضتين متجاورتين من إشارة *TDM*، كما يتضح من الشكل (٦-١٩-ج):

$$T_0 = \frac{T_s}{M} = \frac{1}{Mf_s} \qquad \textbf{(6-47-b)}$$

تشمل الفترة T_0 مدة العينة وزمن الأمان. ويكون معدل العينات المتشابكة أو عددها الكلي في الثانية:

$$r = \frac{1}{T_0} = Mf_s \geq 2MW \qquad \textbf{(6-47-c)}$$

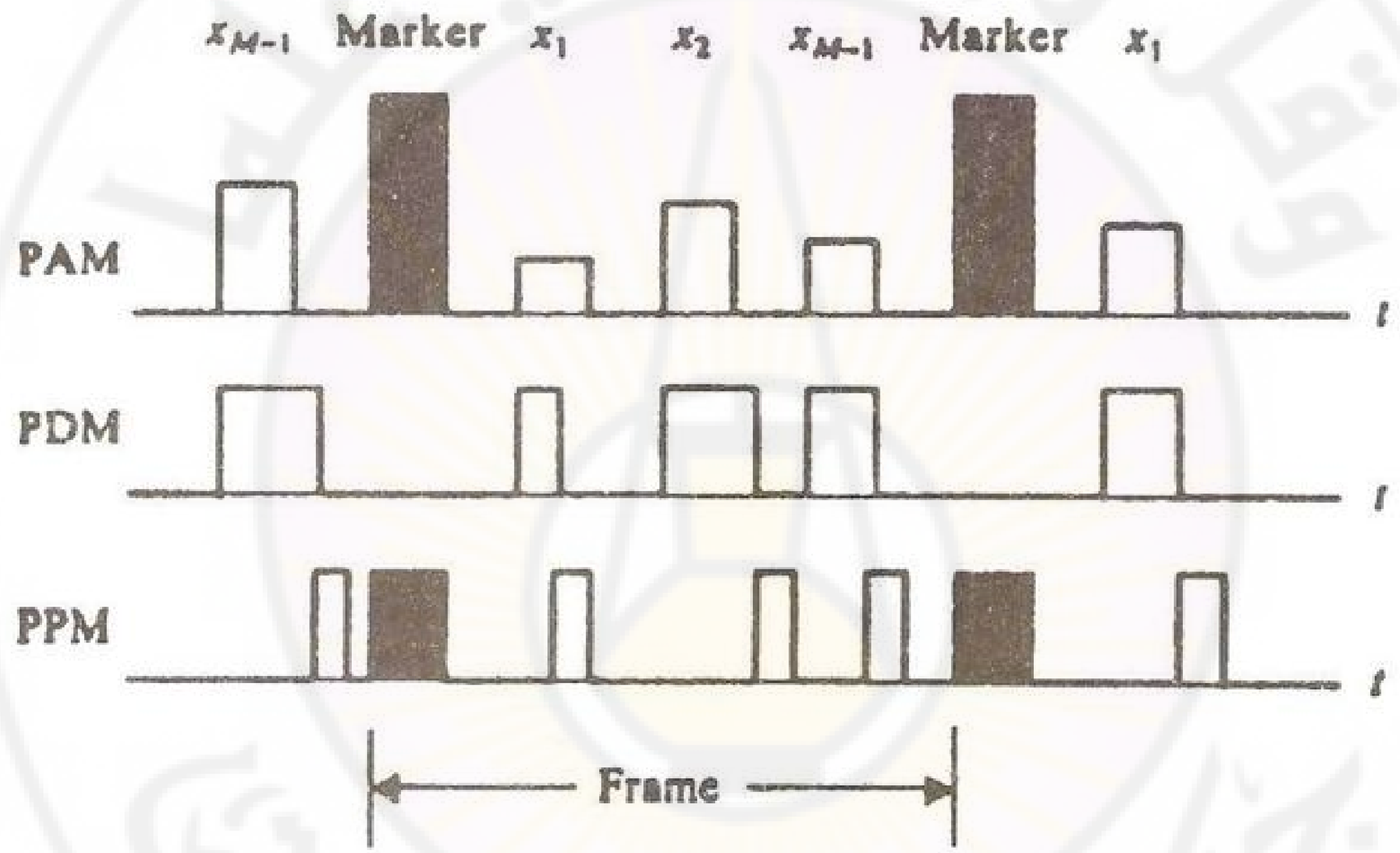
يسمى r معدل التشوير أو التأشير (*Signaling Rate*) أو معدل نبضات *TDM*.

ينفذ ما يكافئ المجمع والمفكك في الشكل (٦-١٩-أ) عملياً كمفتاحين الكترونيين، ويصممان غالباً ضمن الدارات المتكاملة بترانزستورات تعمل كمفاتيح تماثلية يتم التحكم فيها بدارات منطقية. وتنتج بعض الدارات المتكاملة التي يمكن أن تعمل كمجمع تماثلي أو مفكك تماثلي (*Analog Multiplexer/Demultiplexer*) حسب طريقة توصيلها.

يمكن تحقيق التجميع بتقسيم الزمن *TDM* باستخدام أنواع أخرى للتعديل النبضي التماثلي أو الرقمي. ويستخدم على نطاق واسع في نظم الاتصالات منذ نحو عام 1970 نظام *TDM-PCM*، ويقصد به إرسال عدة إشارات بطريقة *PCM* بقناة واحدة. ويمكن تحقيق *TDM-PCM* بوضع مبدل تماثلي رقمي *ADC* على طريق إشارة خرج مجمع *TDM-PAM* في الشكل (٦-١٩-أ) مع وضع مبدل رقمي تماثلي *DAC* قبل المفكك في طرف الاستقبال. ويمكن أن نحصل على إشارة *TDM-PCM* أيضاً بوضع آخذ عينات و *ADC* على طريق كل إشارة دخل في طرف الإرسال، مع استخدام مجمع رقمي (*Digital Multiplexer*) بدلاً من المجمع التماثلي في الشكل (٦-١٩-أ)، كما يستخدم مفكك رقمي (*Digital Demultiplexer*) في طرف الاستقبال مع وضع *DAC* على طريق كل من مخارج المفكك الرقمي، وبحيث يتبع كل *DAC* مرشح إعادة تركيب.

بغض النظر عن طريقة التعديل النبضي المستخدمة في نظام *TDM*، ينبغي تحقيق تزامن دقيق بين المجمع والمفكك. ومن الأساليب الشائعة لتحقيق التزامن تخصيص حيز زمني أو شق زمني (*Time Slot*) ضمن مدة الإطار *Frame* لإرسال نبضة خاصة تسمى النبضة

الواسمة أو العلاّمة *Marker* كما في حالتي *PAM* و *PPM* في الشكل (٦-٢٠) أو يترك فراغ كبير نسبياً كما في حالة *PDM* في الشكل نفسه. وتعد فترة الإطار T_s مقسمة إلى M حيزاً أو شقاً زمنياً لـ M قناة. ويخصص أحد تلك الحيزات في حالة الشكل (٦-٢٠) مثلاً للتزامن، مما يؤدي إلى إنقاص عدد قنوات إشارات المعلومات إلى $(M\text{-}1)$.



الشكل (٦-٢٠) التزامن في نظم التعديل النبضي التماثلي.

يفترض أنه تستخدم في طرف الاستقبال دارة خاصة بالتزامن بحيث تقوم بكشف وجود النبضة الواسمة أو غياب النبضة *nonpulse* خلال الحيز الزمني الخاص بقناة التزامن، ومن ثم تميز بداية الإطار وتقوم بتوقيت "دوران" المفتاح المفكك بحيث يتمكن من الفرز الصحيح لعينات قنوات الإشارات.

في حالة الحاجة إلى إرسال إشارة *TDM* أو إشارة أي نظام تعديل نبضي لاسلكياً (راديوياً مثلاً)، يتم تحميلها على تردد عال لدرجة كافية بطرق تعديل الموجات الحاملة الجيبية (*AM,FM,PM*) لكي نحصل على إشارة ذات مجال ممرَّر (*Bandpass Signal*) تناسب القنوات الراديوية. ويمكن مثلاً إرسال إشارة *PPM* بطريقة التعديل المطالي لجهاز إرسال *AM* بعمق تعديل 100%، بحيث نحصل على نبضات *RF* ذات مطال ثابت. ونرمز للموجة المعدلة الناتجة في الحالة المفترضة *TDM-PPM/AM*. ويكون عرض المجال المطلوب لإرسال الموجة الراديوية *RF* المعدلة بطريقة *AM* بإشارة *TDM*:

$$B_{T(RF)} = 2B_{T(BB)} \qquad \textbf{(6-48-a)}$$

حيث $B_{T(BB)}$ عرض المجال المطلوب لنقل إشارة *TDM* بالمجال الأساسي أو القاعدي (*BaseBand*)، ونختاره في بعض الحالات، بحيث يكون زمن الصعود المحدد بـ (6-30) أقل من عرض النبضة τ:

$$B_{T(BB)} \geq \frac{1}{2\tau} \qquad \textbf{(6-48-b)}$$

في حالة *TDM-PAM* قد لا نهتم بشكل النبضات، ونهتم أساساً بتمييز مطالها. ويمكن أن يتحقق هذا حتى إذا كان $B_{T(BB)}$ أقل من $1/2\tau$. ونبين لاحقاً أن أقل قيمة ممكنة نظرياً لـ $B_{T(BB)}$ هي:

$$B_0 = \frac{1}{2T_0} = \frac{r}{2} = \frac{Mf_s}{2} \qquad \textbf{(6-49)}$$

وفي حالة *TDM/SSB* يكون $B_{T(RF)} = B_{T(BB)}$.

٦-١٢ طريقة ترشيح المجال الأساسي وفق نايكويست

يبين الشكل (٦-٢١-أ) مخططاً صندوقياً لنظام *TDM/SSB*، يستخدم فيه بين مجمع *TDM* ومعدل الموجة الحاملة الجيبية (*CW*) مرشح تمرير منخفض للمجال الأساسي

٦-١٤ مقارنة طريقتي *TDM* و *FDM*

تعد طريقتا *TDM* و *FDM* كأسلوبين متقابلين (*Dual Techniques*) لتحقيق الغاية نفسها وهي إرسال عدة إشارات بقناة نقل واحدة. وفي حالة *FDM* تخصص لقنوات الإشارات المختلفة حيزات ترددية مختلفة، بينما تكون الإشارات مختلطة في مجال الزمن. وبالمقابل نجد أنه في حالة *TDM* تخصص لقنوات الإشارات المختلفة حيزات زمنية متمايزة، ولكن الإشارات تكون مختلطة في مجال التردد، حيث تشغل أطيافها مجالاً ترددياً مشتركاً.

يمتاز نظام *TDM* ببساطة بتجهيزاته بالمقارنة مع نظام *FDM*، حيث نحتاج في حالة *TDM* أساساً إلى "مفتاحين" مجمع ومفكك ينفذان ببساطة بدارات متكاملة، بينما نحتاج في حالة *FDM* إلى معدل تماثلي للحامل الفرعي *Subcarrier* ومرشح تمرير مجال وكاشف تعديل من أجل كل قناة من قنوات الإشارات. وتكون معظم دارات *TDM* نبضية ورقمية، مما يجعلها ذات وثوقية أعلى من وثوقية دارات *FDM*.

يمتاز نظام *TDM* أيضاً بأنه لا يتأثر تقريباً بالتشوهات اللاخطية، بينما تسبب هذه التشوهات في حالة *FDM* ظهور توافقيات وتسميعاً تداخلياً. وينتج التسميع التداخلي في حالة *FDM* أيضاً بسبب "عدم مثالية" مرشحات القنوات، رغم وجود مجالات أمان بين المجالات المخصصة لقنوات الإشارات. وبالمقابل يمكن أن ينتج التسميع التداخلي في حالة *TDM* بتأثير التشوهات الخطية (أي التشوهات الترددية والطورية) وعرض المجال المحدود الذي يؤدي إلى زيادة أزمنة صعود وهبوط النبضات وتراكبها جزئياً. وينتج التسميع التداخلي في نظم *TDM* أيضاً في حالة كون التزامن غير دقيق لدرجة كافية (ويكون التزامن حرجاً جداً في نظم *TDM* التي تعتمد على طريقة ترشيح المجال

الأساسي وفق نايكويست). ويعد نظاما *TDM* و *FDM* متكـــافئين نظريـــاً بالقيمـــة الأصغرية لعرض المجال المطلوب للإرسال، وهي القيمة *MW* كما ذكرنا سابقاً.

تجلت مزايا *TDM* بالمقارنة مع *FDM* خاصة بعد الانتشار الواسع للتقنيـــات الرقميـــة والاتصالات الرقمية منذ نحو 1980.

التعديل النبضي الترميزي *PCM* وتعديل دلتا *DM*

Pulse Code Modulation and Delta Modulation

٧-١ مقدمة

تصنف إشارات المجال الأساسي إلى إشارات تماثلية كإشارات الصوت والصورة وإشارات رقمية كإشارات الحواسيب. وتمتاز الإشارات الرقمية بكونها أكثر مناعة من الإشارات التماثلية بالنسبة للتشويه الناتج عن الإرسال والتداخلات والضجيج، سواء في حالة الإرسال بخط نقل بالمجال الأساسي أو حالة الإرسال سلكياً أو لاسلكياً بطرق تعديل موجة جيبية. ويستفاد من تلك المزايا في النقل الرقمي للإشارات التماثلية، وذلك بتحويلها إلى إشارات رقمية قبل الإرسال، بحيث يتم التحويل العكسي في طرف الاستقبال من الشكل الرقمي إلى الشكل التماثلي الأصلي. وتستخدم للإرسال الرقمي للإشارات التماثلية طرق التعديل النبضي المرمز (*Code Pulse Modulation*)، ويقصد بها الطرق التي يتم فيها تحويل الإشارات التماثلية إلى رقمية باستخدام الاعتيان *Sampling* والتكمية *Quantizing* والترميز *Coding*. وتشمل طرق التعديل النبضي المرمز *CPM* (*Code Pulse Modulation*) طريقة التعديل النبضي الترميزي *PCM* (*Pulse Code Modulation*)، وطريقة تعديل دلتا *DM* (*Delta Modulation*).

ويجدر أن نذكر أن بعض المؤلفين لا ينظرون إلى طرق التعديل النبضي المرمز كطرق تعديل نبضي رقمي، وإنما ينظرون إليها كتقنيات رقمنة (*Digitization Techniques*) أو تقنيات لترميز المنبع (*Source Coding*)، أي في الحالة المعنية تقنيات ترميز منبع

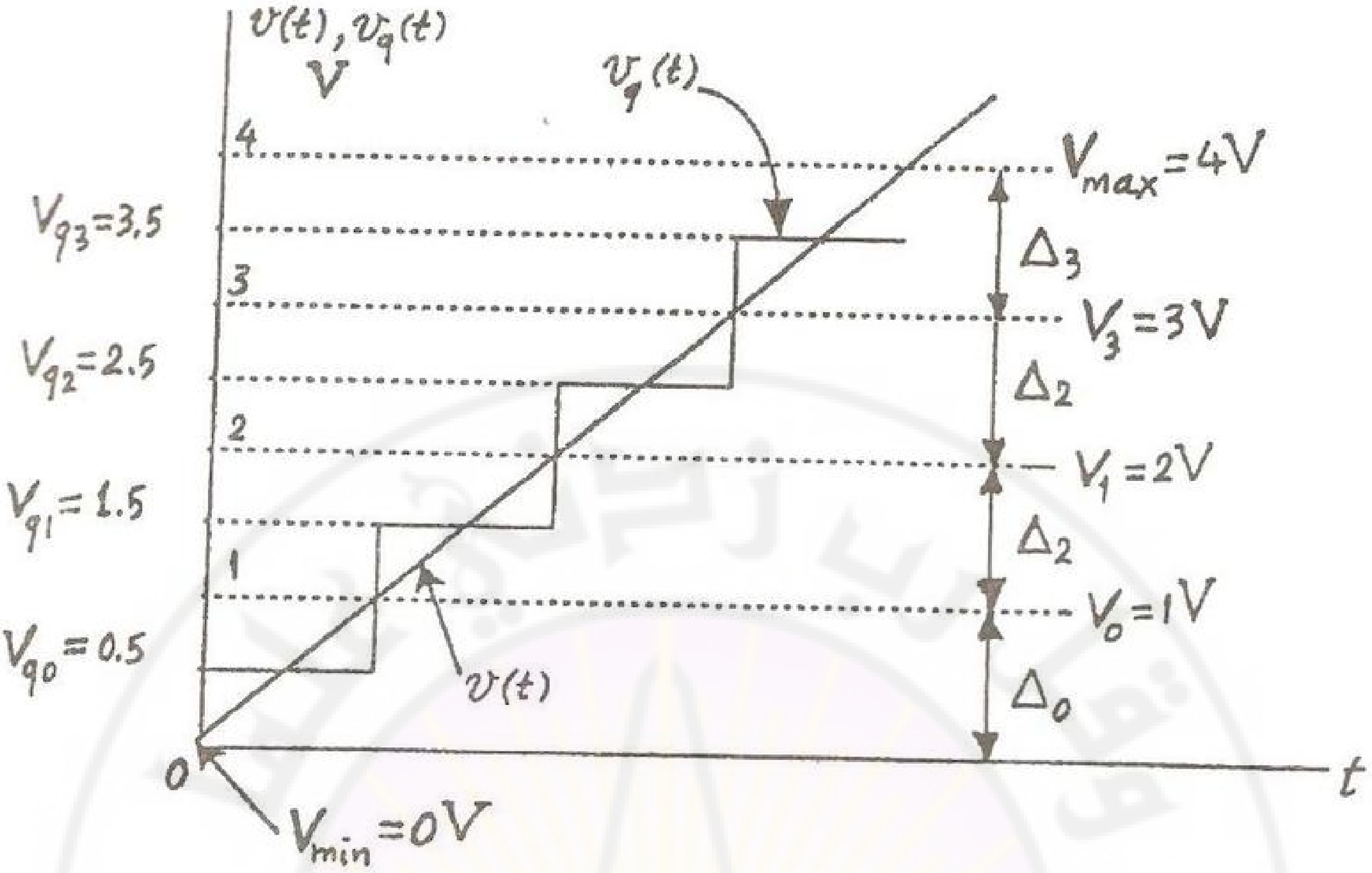
معلومات تماثلية (وتتضمن أغلب تقانات ترميز المنبع كمرحلة أولية التعديل النبضي الترميزي *PCM*).

نشرح في هذا الفصل مبادئ التعديل النبضي الترميزي *PCM* والتعديل النبضي الترميزي التفاضلي *DPCM* (*Differential PCM*) وتعديل دلتا *DM*. وسنبدأ أولاً بتوضيح مفاهيم التحويل أو التبديل التماثلي الرقمي (*Analog to Digital Conversion*) في طريقة *PCM*.

٧-٢ التبديل التماثلي الرقمي في طريقة *PCM*

يعتمد التبديل التماثلي الرقمي على مفهومي التكمية والترميز. ويوضح الشكل (٧-١) مفهوم التكمية. ونمثل في الشكل إشارة تماثلية $v(t)$ تتزايد خطياً من 0V حتى 4V+ على سبيل المثال. ونقسم مدى تغير $v(t)$ إلى أربعة مجالات *Intervals* نرمز لها Δ_i (حيث $i=0,1,2,3,...$) ونسمي كل منها مجال التكمية أو مدى التكمية (*Quantizing Range*). وتحد هذه المجالات ثلاثة مستويات نرمز لها V_0 و V_1 و V_2 بالإضافة إلى أخفض مستوى V_{min}=0V وأعلى مستوى V_{max}=+4V. ونريد تكمية $v(t)$ بأربعة مستويات نرمز لها V_i، ونفترض أنها تتوسط مجالات التكمية Δ_i. ونقوم بتقريب $v(t)$ إلى أقرب مستوى من مستويات التكمية أو مستويات الكم (*Quantum Levels*) التي نرمز لها V_{qi}، وبحيث نقرب $v(t)$ إلى المستوى V_{qi} إذا كانت واقعة في المجال Δ_i وتنتج عن التكمية الإشارة المكماة (*Quantized Signal*) التي نرمز لها $v_q(t)$.

يتضح من الشكل (٧-١) أن $v_q(t)$ تتغير بشكل درج *Staricase*، بحيث تقفز من كل مستوى تكمية إلى مستوى التكمية الذي يليه في لحظة تقاطع $v(t)$ مع المستويات V_i التي تحدد مجال التكمية Δ_i. وتسمى المستويات V_i مستويات اتخاذ القرار (*Decision Levels*) أو مستويات الانتقال (*Transition Levels*).



الشكل (٧–١) توضيح لمفهوم التكمية.

يسمى الفرق بين $v_q(t)$ و $v(t)$ خطأ التكمية (*Quantization Error*)، وقيمته المطلقة لا تزيد عن $s/2$، حيث نرمز بـ s لما يسمى مقاس خطوة التكمية (*Quantization Level*) وهو يتمثل بارتفاع كل من المجالات Δ_i في الشكل (٧–١). وتتحدد قيمة s في الحالة العامة بالعلاقة:

$$s = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{q} \qquad (7\text{-}1)$$

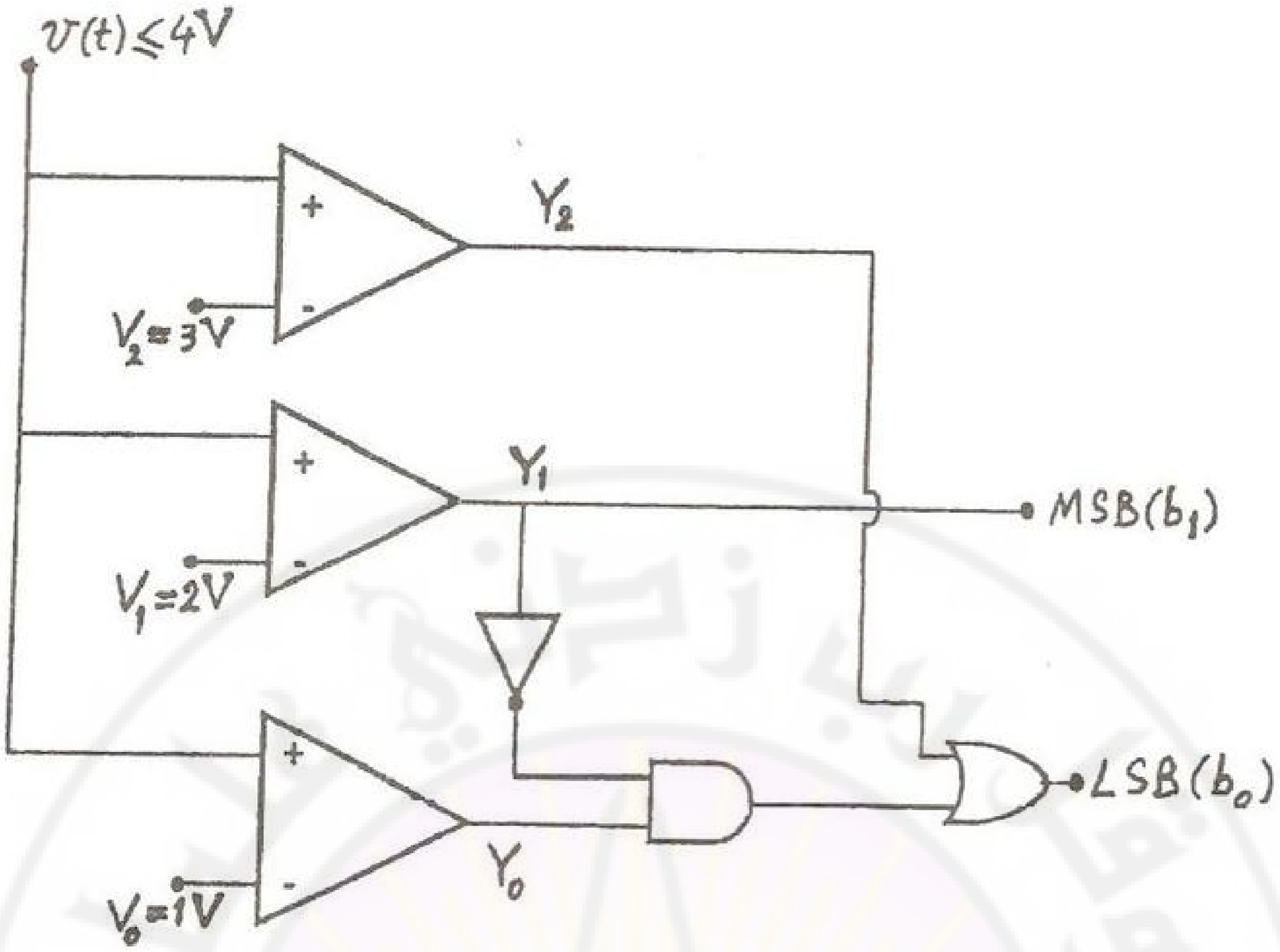
حيث q عدد مجالات التكمية Δ_i أو عدد مستويات التكمية V_{qi}. وفي المثال الوارد في الشكل (٧–١) لدينا V_{max}-V_{min}=4V و q=4، ومن ثم s=1V.

من الواضح أنه لإنقاص خطأ التكمية ينبغي زيادة q، أو إنقاص s. ونختار q عادة مساوية 2^{ν} حيث ν عدد الخانات الثنائية (*Bits*) التي تلزم لتمثيل كل من مستويات

التكمية بعدد ثنائي. ومن أجل $q=4$، يكون $v=2$، أي تكفي خانتان ثنائيتان في الحالة المفترضة لتمثيل مستويات التكمية الأربعة.

سنوضح فيما يلي كيف يتم مثل هذا التمثيل أو الترميز (*Encoding*) بدارة تعمل كمبدل تماثلي رقمي (*A/D Convertor*) أو باختصار *ADC*، باستخدام ثلاثة مقارنات جهد (*Voltage Comparators*)، كما في الشكل (٧-٢-أ). وفي هذا الشكل نرمز بـ (Y_0, Y_1, Y_2) لجهود خرج المقارنات الثلاثة، بينما نرمز للجهود المرجعية (*Reference Voltages*) التي يقارن معها جهد الدخل $v(t)$ بـ (V_0, V_1, V_2)، وهي تقابل مستويات اتخاذ القرار التي تحد المجالات Δ_i في الشكل (٧-١)، ونفترض أنها تساوي على الترتيب (1V,2V,3V). ويمكن أن نحصل على هذه الجهود مثلاً من مصدر جهد مستمر مع مقاومات لتقسيم الجهد. ونفترض أن جهد الدخل $v(t)$ يتزايد من 0V حتى 4V كما في الشكل (٧-١)، مما يؤدي إلى تغير جهود خرج المقارنات الثلاثة كما هو مبين في الشكل (٧-٢-ب). ونفترض أن جهد خرج كل مقارن يكون صفراً، إذا كان جهد الدخل أقل من الجهد المرجعي، ويكون بمستوى الواحد 1 (أي الواحد المنطقي)، إذا كان جهد الدخل أكبر من الجهد المرجعي. ونريد تحويل قيم (Y_0, Y_1, Y_2) إلى عدد ثنائي مؤلف من خانتين نرمز لهما $(b_1 b_0)$، كما في الشكل (٧-٢-ب). وتمثل b_1 في الحالة المفترضة الخانة الأكبر وزناً *MSB* (*Most Significant Bit*)، بينما تمثل b_0 الخانة الأقل وزناً *LSB* (*Least Significant Bit*). ونجد أن b_1 في الشكل (٧-٢-ب) هي نفسها Y_1، بينما يمكن أن نعبر عن b_0 بالعلاقة المنطقية $b_0 = Y_2 + \overline{Y_1} Y_0$، ومن ثم يمكن أن نحصل على b_0 باستخدام عاكس وبوابتي *AND* و *OR* كما في الشكل (٧-٢-أ). وننظر إلى العدد الثنائي الناتج $(b_1 b_0)$ على أنه كلمة ثنائية أو كود أو ترميزة تمثل أحد مستويات التكمية V_{qi} التي تقرب إليها $v(t)$ كما أوضحنا سابقاً في الشكل (٧-١).

(أ)



(ب)

$v(t)$	$Y_2 Y_1 Y_0$	b_1 b_0	$v_q(t)$
0-1V	0 0 0	0 0	0.5V
1-2V	0 0 1	0 1	1.5V
2-3V	0 1 1	1 0	2.5V
3-4V	1 1 1	1 1	3.5V

الشكل (٧-٢) مبدل تماثلي رقمي لـ *2bits*.

في الحالة العامة، يكون عدد مقارنات الجهد اللازمة لتنفيذ التبديل التمـــاثلي الرقمـــي بـــ v خانة ثنائية بأسلوب الشكل (٧-٢-أ):

$$q-1=2^{v}-1 \qquad (7\text{-}2)$$

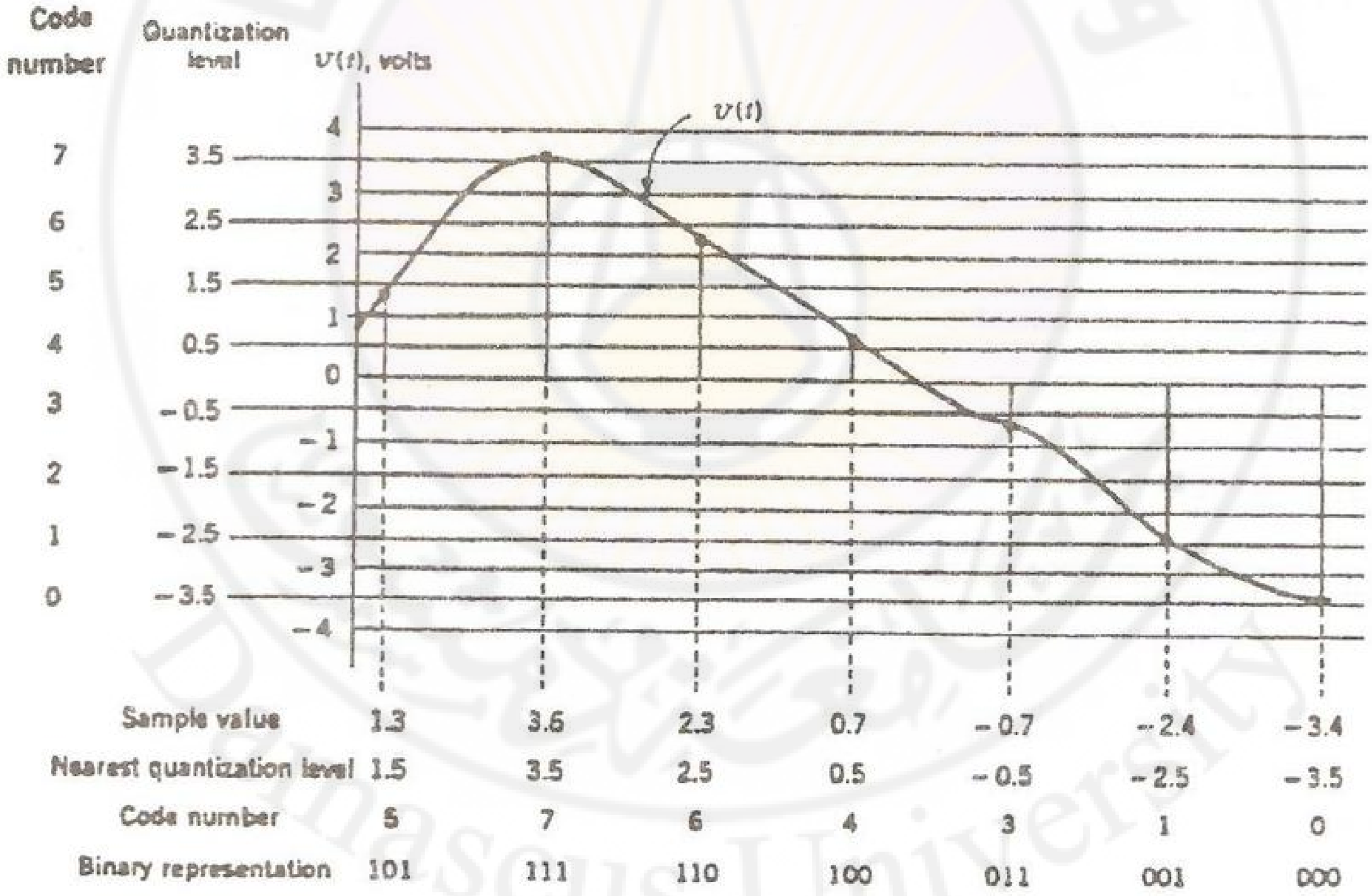
حيث q=256 مثلاً من أجل v=8$Bits$. وبذلك يزداد عدد مقارنات الجهد المطلوبـــة كلما زاد عدد مستويات التكمية q أو عدد الخانات v، كما يزداد تعقيد الدارة المنطقية اللازمة لتحويل جهود مخارج المقارنات إلى عدد ثنائي. ولذلك أوجدت طرق بديلـــة لتنفيذ المبدلات التماثلية الرقمية يمكن تحقيقها بدارات أبسط، مع أن تلك الطرق البديلة تكون أبطأ بأدائها من طريقة "مقارنات على التوازي" بأسلوب الشـــكل (٧-٢-أ). وتنفذ المبدلات التماثلية الرقمية عملياً كدارة متكاملة. وتكون مبدلات *A/D* المصممة بطريقة "مقارنات على التوازي" هي الأسرع، ولذا تسمى مبـــدلات *A/D* الومضـــية (*Flash A/D Convertors*).

يجدر أن نذكر أن المبدلات التماثلية الرقمية المنتجة عملياً كدارات متكاملة تنفذ وفـــق دارات تحقق عمليتي التكمية والترميز معاً، بحيث يصعب أن نميز بوضوح القسم الـــذي يقوم بعملية التكمية والقسم الذي يقوم بعملية الترميز.

افترضنا في شرحنا السابق من أجل التبسيط أنه تتم تكمية الإشارة التماثليـــة $v(t)$ أولاً، ومن ثم تتم تكمية وترميز قيم العينات. ويفسر ذلك بأنه في حالة إجراء الاعتيان بعـــد التكمية يصبح من الأصعب تحقيق شرط نايكويست $f_s \geq 2W$، لأن عرض مجال الإشارة المكماة يكون أعلى من عرض مجال الإشارة الأصلية [نتيجة لوجود قفزات في الإشارة المكماة كالإشارة الدرجية في الشكل (٧-١)].

يوضح الشكل (٧-٣) كيفية إجراء التبديل التماثلي الرقمي بعد أخذ العينـــات مـــن إشارة تماثلية $v(t)$ بافتراض أن هذه الإشارة تأخذ قيماً سالبة وموجبة بـــين نحـــو 4V- و 4V+. ويفترض في الشكل نفسه أيضاً أن أدنى مستوى تكمية هو 3.5V- ومقـــاس

خطوة التكمية $s=1V$، بحيث تكفي في الحالة المعنية ثمانية مستويات تكميـــة ($q=8$). تمثل مستويات التكمية هذه بالأرقام العشرية من 0 حتى 7، ونسمى كلاً منـــها رقـــم الكود (*Code Number*). ونقرب قيمة كل من عينات الإشارة إلى أقـــرب مســـتوى تكمية، ونمثلها برقم الكود المقابل له، ومن ثم نكتب العدد الثنائي المقابل لرقم الكـــود كما مبين في أسفل الشكل (٧-٣). ويمكن تنفيذ عملية التبديل التمـــاثلي الرقمـــي في الحالة المفترضة باستخدام مقارنات جهد على غرار حالة الشكل (٧-٢)، ويلزمنا مـــن أجل ذلك سبعة مقارنات وفق (2-7) لأن $2^3-1=7$.



الشكل (٧-٣) توضيح عملية التبديل التماثلي الرقمي للإشارة $v(t)$.

٧-٣ المخطط الصندوقي لتوليد إشارة *PCM*

يبين الشكل (٧-٤-أ) مخططاً صندوقياً لنظام توليد إشارة *PCM*. ونفترض أن إشارة الدخل التماثلية $x(t)$ تمرر بمرشح تمرير منخفض *LPF* ذي عرض مجال يساوي عرض المجال المخصص للإشارة نفسها W، ومن ثم تؤخذ العينات بدارة اعتيان ومسك (*S/H*) لنحصل على $x(kT_s)$. ويقوم المكمي *Quantizer* بتقريب قيم العينات $x(kT_s)$ إلى أقرب مستوى من مستويات التكمية التي نرمز لعددها بـ q. وتكون العينات المكماة الناتجة $x_q(kT_s)$ متقطعة *Discrete* زمنياً نتيجة للاعتيان ومتقطعة مطالياً نتيجة للتكمية. ويبين الشكل (٧-٤-ب) العلاقة بين $x_q(kT_s)$ و $x(kT_s)$ بافتراض أن $|x(t)|\leq 1V$. ونقسم المدى $2V$ الذي تتغير ضمنه $x(t)$ أو $x(kT_s)$ إلى مجالات تكمية نفترض عددها q ونحدد عرض كل منها أو مقاس خطوة التكمية وفق (7-1):

$$s=\frac{2}{q}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}V \qquad (7\text{-}3)$$

نختار كأول مستوى تكمية موجب وأول مستوى تكمية سالب القيمتين $\pm s/2$، أي $\pm 1/q$. ونحدد مستويات التكمية الأخرى بتباعد يساوي s أو $2/q$ كما هو مبين في الشكل (٧-٤-ب). ونلاحظ أن القيمة المكماة $x_q(kT_s)=5/q$ مثلاً تقابل أي قيمة للعينة $x(kT_s)$ في المجال $\frac{4}{q}<x(kT_s)<\frac{6}{8}$.

يقوم المرمز *Encoder* في الشكل (٧-٤-أ) بتحويل أو "ترجمة" كل عينة مكماة إلى كلمة رقمية نرمز لعدد خاناتها بـ v، ونفترض أننا نحصل عليها من المرمز على التوازي. وسنفترض أنه يستخدم مرمز ثنائي (*Binary Encoder*) بحيث تمثل مخارجه خانات ثنائية (*Bits*). وطالما أن عدد كلمات الترميز الممكنة التي نحصل عليها بـ v خانة ثنائية لكل كلمة هو 2^v، فمن أجل الترميز المتمايز لمستويات التكمية المختلفة التي عددها q ينبغي أن يكون $q\leq 2^v$. ويفضل عادة اختيار q و v بحيث:

$$q = 2^{v}$$

$$v = \log_2 q \qquad (7\text{-}4)$$

نفترض في الشكل (٧-٤-أ) أنه يستخدم بعد المرمز مبدل "تفرعي-تسلسلي" أو مبدل الكود المتوازي إلى المتسلسل أو المتوالي *(Parallel-to-Serial Converter)*. وهو "يقرأ" بالتتابع قيم الخانات التي تنتج عن المرمز على التوازي، بحيث تصبح متسلسلة أو متوالية زمنياً، ونحصل بنتيجة ذلك على إشارة *PCM* الرقمية الثنائية. ويمكن أن يستخدم كمبدل "تفرعي-تسلسلي" أو مبدل "تواز-تسلسل" مسجل إزاحة *(Shift Register)*. ويعد مولد *PCM* بمثابة مبدل تماثلي رقمي *ADC* يقوم بعمليات التبديل أو التحويل التماثلي الرقمي بمعدل يساوي تردد الاعتيان $f_s = \frac{1}{T_s}$. وتستخدم دارة توقيت *(Timing Circuit)* من أجل التوفيق الزمني بين الاعتيان وعملية التحويل من كود متواز إلى كود تسلسلي. وبما أن كل عينة مكماة تمثل بكلمة خرج ذات v رقم ثنائي، فلذلك يكون معدل تتابع النبضات الممثلة للأرقام الثنائية في الثانية أو باختصار معدل البتات *(Bit Rate)*:

$$r_b = vf_s \qquad (7\text{-}5)$$

يكون عرض المجال الترددي الأصغري المطلوب لإرسال الإشارة الرقمية الثنائية:

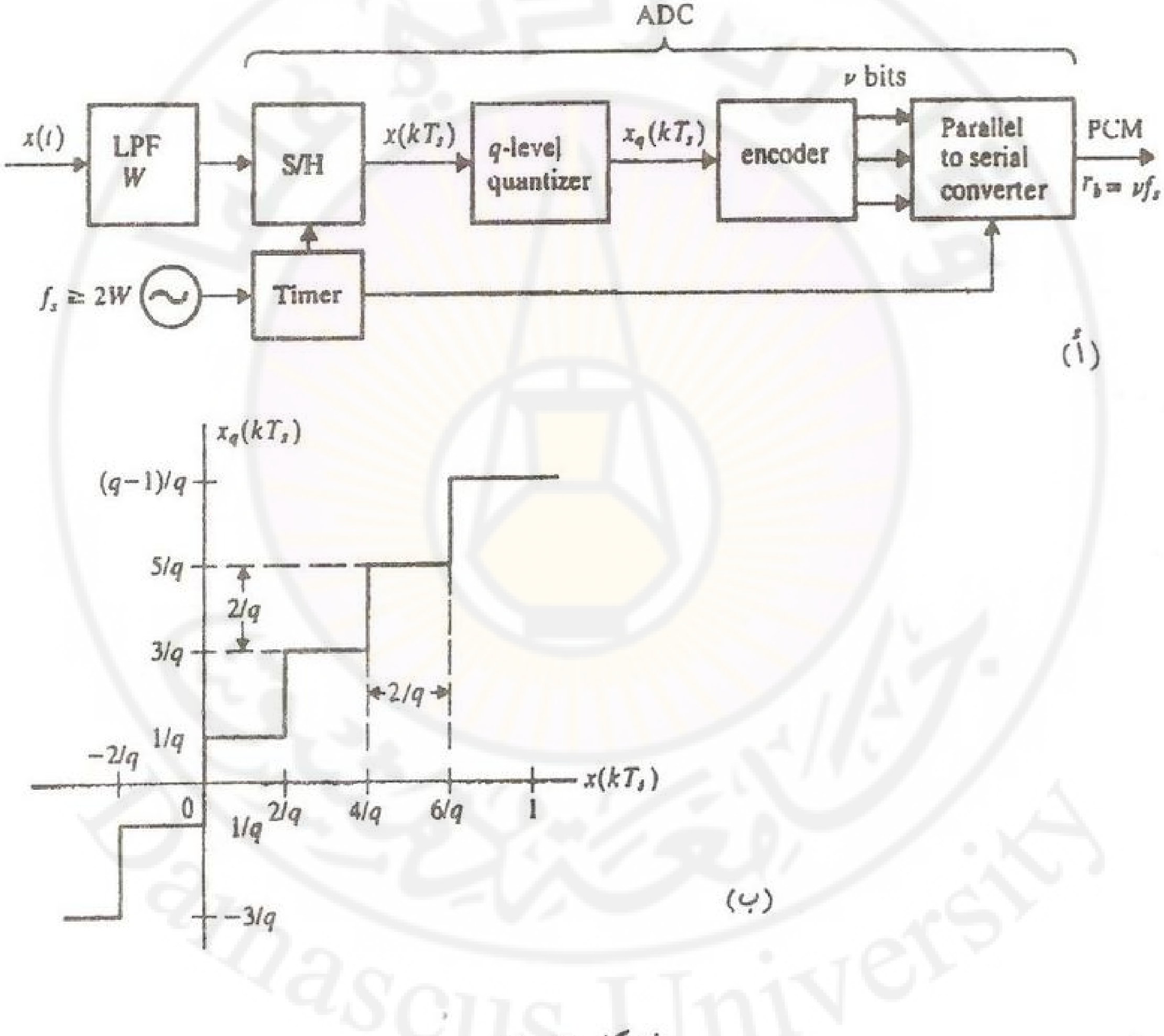
$$B_{T(\min)} = \frac{1}{2} r_b \qquad (7\text{-}6\text{-}a)$$

وهذه هي القيمة الصغرى المطلوبة في حالة استخدام طريقة نايكويست لترشيح المجال الأساسي من أجل الإرسال بأقل عرض مجال [راجع البند (٦-١٢)]، ولذلك تسمى عرض مجال نايكويست الأصغري *(Nyquist Minimum Bandwidth)*.

بالتالي يكون عرض المجال المطلوب لإرسال إشارة *PCM*:

$$B_T \geq \frac{1}{2} r_b = \frac{1}{2} vf_s \geq vW \qquad (7\text{-}6\text{-}b)$$

كما سبق أن استنتجنا من الشكل (٧-١)، فإن أكبر قيمة لخطأ التكمية تساوي نصف خطوة التكمية، أي تساوي $1/q$ وفق (3-7). ولكي يكون خطأ التكمية مهملاً عملياً، ينبغي اختيار $q>>1$، مما يؤدي إلى زيادة عرض المجال B_T بالعامل $v=log_2 q$ بالمقارنة مع عرض مجال إشارة المعلومات W.



الشكل (٧-٤)

أ-نظام توليد PCM.

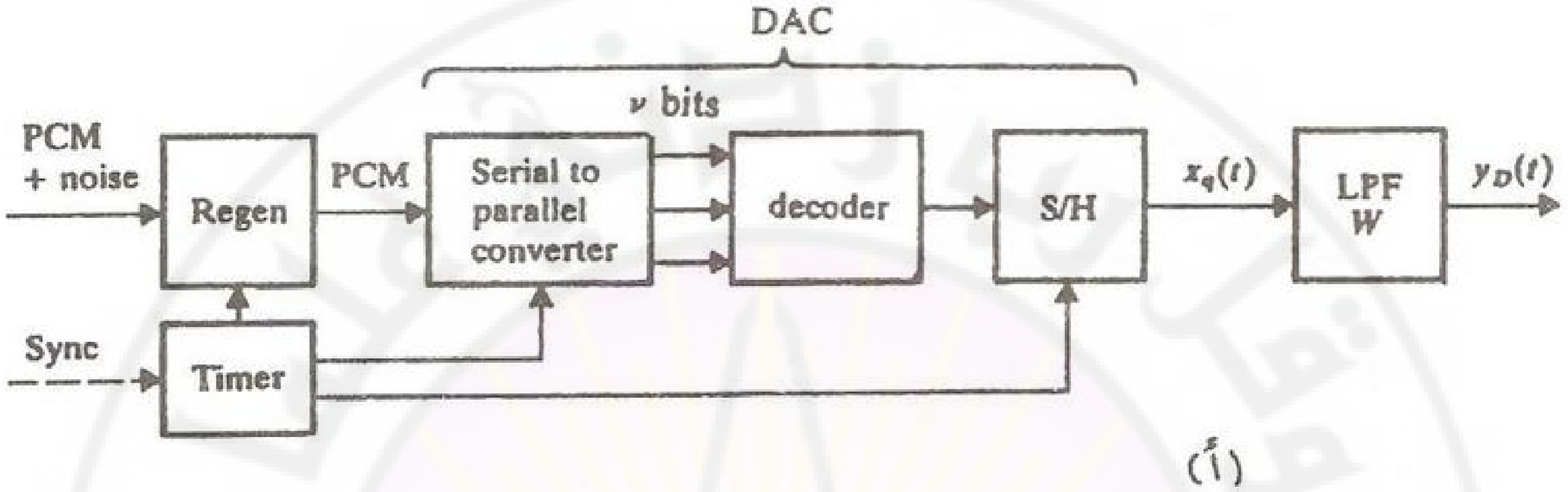
ب-علاقة الخرج والدخل للمكمي.

٧-٤ المخطط الصندوقي لنظام إعادة التركيب في جهاز استقبال *PCM*

سنفترض أنه يستخدم في جهاز استقبال إشارة *PCM* نظام إعادة التركيب المبين في الشكل (٧-٥-أ). ومع أن الإشارة المستقبلة يمكن أن تكون مشوهة وملوثة بالضجيج، فإن دارة إعادة التوليد (*Regeneration*) تعيد تشكيل إشارة *PCM* "نظيفة" وغير مشوهة وخالية من الضجيج (ويمكن أن تضم دارة إعادة التوليد مثلا دارة *S/H* ومقارن جهد للمقارنة مع مستوى مرجعي مناسب لكي يتم تمييز المستوى الممثل للواحد والمستوى الممثل للصفر، ويولد المقارن بالنتيجة إشارة رقمية ثنائية نظيفة). ويشترط من أجل تحقيق ذلك أن تكون نسبة الإشارة إلى الضجيج عند مدخل المستقبل $\left(\frac{S}{N}\right)_R$ عالية لدرجة كافية [قارن مع حالة تمييز مطال نبضة بوجود الضجيج في الشكل (٦-١٦-ب)]. ويتبع مرحلة إعادة التوليد في الشكل (٧-٥-أ) مبدل "تسلسلي-تفرعي" أو مبدل للكود المتسلسل إلى المتوازي (*Serial-to-Parallel Converter*) ثم مفكك الترميز أو كاشف الترميز *Decoder* وهما يؤلفان مع دارة *S/H* اللاحقة مبدلاً رقمياً تماثلياً *DAC* يولد الإشارة $x_q(t)$ المبينة في الشكل (٧-٥-ب).

نفترض أن دارة *S/H* في الشكل (٧-٥-ب) تحتفظ بقيمة العينة المكماة التي تنتج في خرج مفكك الترميز لمدة تساوي T_s، أي حتى لحظة العينة اللاحقة. وتعد $x_q(t)$ بمثابة تقريب درجي (*Staircase Approximation*) للإشارة الأصلية $x(t)$ وهي تشبه الإشارة التي يمكن أن نحصل عليها عند تكمية $x(t)$ مباشرة على غرار تكمية $v(t)$ في الشكل (٧-١) باستثناء أن قفزات $x_q(t)$ في الشكل (٧-٥-ب) تتم في اللحظات kT_s، بينما تحدث قفزات $v_q(t)$ في الشكل (٧-١) في لحظات تقاطع $v(t)$ مع مستويات اتخاذ القرار.

يتم ترشيح الإشارة الدرجية $x_q(t)$ في الشكل (٧-٥-أ) بمرشح تمرير منخفض LPF عرض مجاله W بحيث نحصل على إشارة خرج $y_D(t)$ قريبة للإشارة الأصلية $x(t)$ وتختلف عنها أساساً نتيجة لخطأ التكمية.



الشكل (٧-٥)

أ-قسم استقبال PCM.

ب-الإشارة المكماة المستعادة.

المثال ٧-١

سنوضح في هذا المثال كيفية تصميم نظام PCM مبسط باستخدام ترميزة *Sign/Magnitude*، مع افتراض $q=8$. ويكون عدد الخانات الثنائية المطلوبة

$v=log_2 8=3$، أي تكفي للترميز $3Bits$. ويبين الشكل (٧-٦-أ) جدولاً نذكر على يساره مستويات اتخاذ القرار عند تكمية $x(kT_s)$ [قارن مع الشكل (٧-٤-ب)]. ونورد في الشكل (٧-٦-أ) أيضاً قيم مستويات التكمية x_q ونوعين من الترميزات الثنائية. وفي حالة الترميزة الطبيعية (*Natural Code*) تقابل الكلمة الثنائية 000 أخفض مستوى، ومن ثم نتابع نحو الأعلى حتى الكلمة 111 وفق التتابع الطبيعي في العد الثنائي.

في حالة ترميزة الشارة الجبرية *Sign* والمقدار *Magnitude* نستخدم الخانة اليسرى b_2 للشارة الجبرية لـ x_q، بينما تمثل b_1b_0 المقدار أو القيمة المطلقة. ومن الممكن استخدام خوارزميات ترميز أخرى، كما يمكن إضافة خانة أو أكثر من أجل تصحيح أخطاء البتات الناتجة عن النقل والكشف (تضاف مثلاً خانة التحقق من التعادلية *Parity Check*).

يبين الشكل (٧-٦-ب) دارة تبديل تماثلي رقمي *ADC* لحالة استخدام كود الشارة والمقدار. وتتألف الدارة من مقارن جهد خاص بخانة الشارة الجبرية (*Sign Bit*) ومقوم (*Rectifier*) وثلاثة مقارنات جهد مع دارة منطقية تركيبية لتوليد خانتي المقدار b_1b_0 [بنفس طريقة الشكل (٧-٢-أ)].

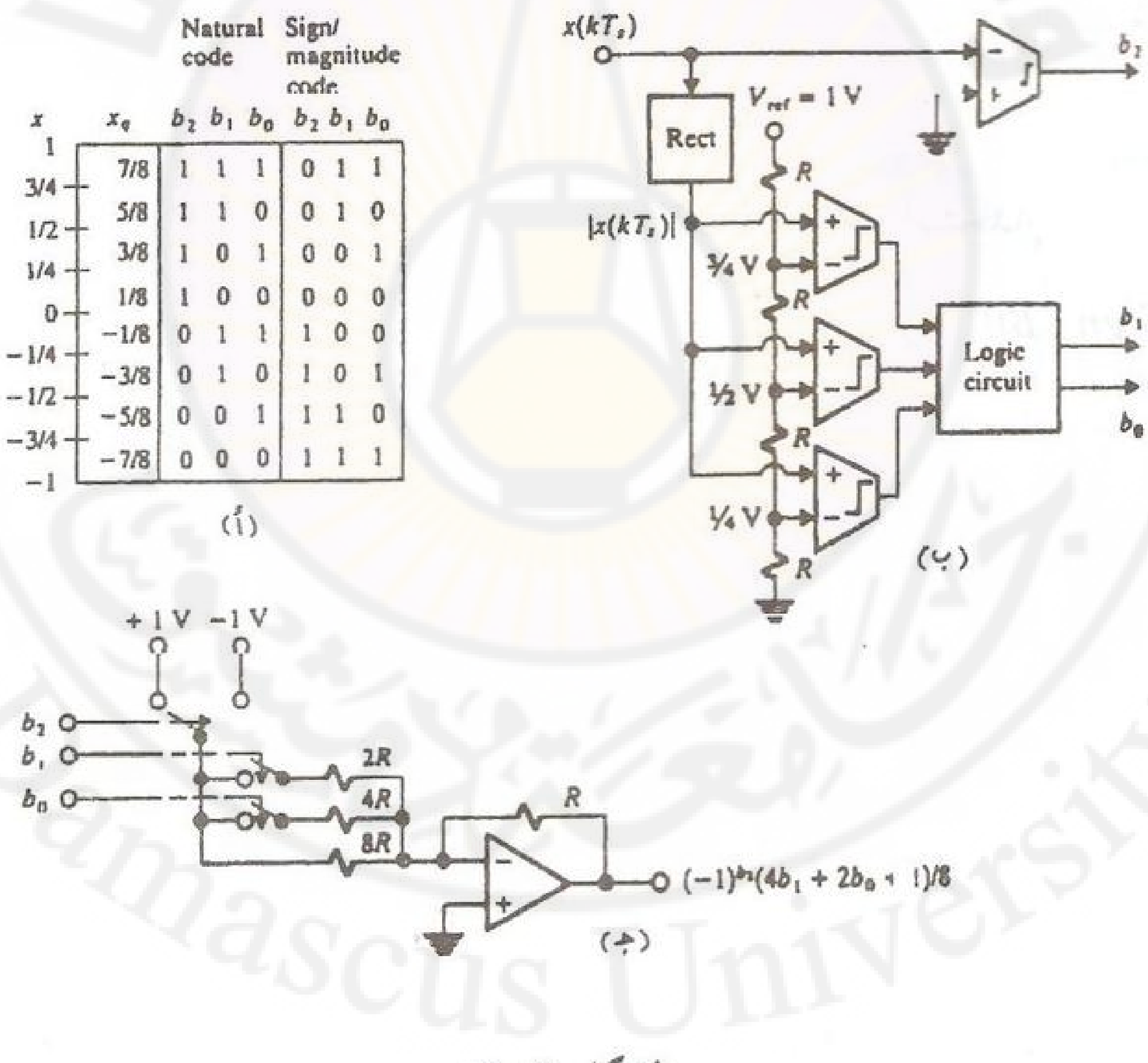
نلاحظ أن عدد مقارنات الجهد التي نحتاج إليها وفق طريقة (٧-٦-ب) باستخدام كود الشارة والمقدار هو $\frac{1}{2}q$ بدلاً من (q-1) في حالة استخدام الكود "الطبيعي" وفق (7-2) كما سبق أن أوضحنا لحالة الشكل (٧-٢-أ) [حالة التبديل التماثلي الرقمي لإشارة $v(t)$ موجبة فقط].

يوضح الشكل (٧-٦-ج) كيفية تصميم مفكك ترميز *Decoder* أو مبدل رقمي تماثلي *DAC* لحالة كود الشارة والمقدار باستخدام مقاومات موزونة (*Weighted Resistors*). وتتحكم خانة الشارة الجبرية *b2* بوضعية ناخب القطبية

(*Polarity Selector*)، بينما تتحكم خانتا المقدار b_0 و b_1 بالمفتاحين اللذين يوصلان في حالة إغلاقهما المقاومين $2R$ و $4R$ إلى الجهد المرجعي $+1V$ أو $-1V$. وتعمل الدارة بكاملها كدارة جامع بمكبر عمليات (*Op-Amp Summer*) من النوع العاكس، بحيث يكون جهد الخرج:

$$\frac{1}{8}(-1)^{b_2}(4b_1 + 2b_0 + 1)$$

من المفيد التعرف على الطرق الأخرى لتصميم دارات *ADC* و *DAC* في كتب أو مراجع الدارات الالكترونية.



الشكل (٧-٦)

أ-ترميزان من ترميزات *PCM* الثنائية.

ب-مبدل *ADC* لترميزة الشارة/المقدار.

ج-دارة كشف ترميز ذات مقاومات موزونة.