كلية
الهندسة
المدنية

الميكانيك الهندسي
علم السكون
Engineering Mechanics
Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 1

A α	alpha	N ν	nu
B β	beta	Ξ ξ	ksi
Γ γ	gamma	O ο	omicron
Δ δ	delta	Π π	pi
E ε	epsilon	P ρ	rho
Z ζ	zeta	Σ σς	sigma
H η	eta	T τ	tau
Θ θ	theta	Y υ	upsilon
I ι	iota	Φ φ	phi
K κ	kappa	X χ	chi
Λ λ	lambda	Ψ ψ	psi
Mμ	mu	Ω ω	omega

Greek alphabet chart © by de Traci Regula; licensed to About.com

SI Unit Prefix

Prefix		Symbol	Factor
Yocto	Septillionth	y	10^{-24}
Zepto	Sextillionth	z	10^{-21}
Atto	Quintillionth	a	10^{-18}
Femto	Quadrillionth	f	10^{-15}
Pico	Trillionth	p	10^{-12}
Nano	Billionth	n	10^{-9}
Micro	Millionth	μ	10^{-6}
Milli	Thousandth	m	10^{-3}
Centi	Hundredth	c	10^{-2}
Deci	Tenth	d	10^{-1}
	One		10^{0}
Deca	Ten	da	10^{1}
Hecto	Hundred	h	10^{2}
Kilo	Thousand	k	10^{3}
Mega	Million	M	10^{6}
Giga	Billion	G	10^{9}
Tera	Trillion	T	10^{12}
Peta	Quadrillion	P	10^{15}
Exa	Quintillion	E	10^{18}
Zetta	Sextillion	Z	10^{21}
Yotta	Septillion	Y	10^{24}

SI Derived Unit

Derived quantity	Name	Symbol	Other symbol	Base units
plane angle	radian	rad	-	$m \cdot m^{-1} = 1$
solid angle	steradian	sr	-	$m^2 \cdot m^{-2} = 1$
frequency	hertz	Hz	-	s^{-1}
force	newton	N	-	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
pressure, stress	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
energy, work, quantity of heat	joule	J	Nm	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
power, radiant flux	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
electric charge, quantity of electricity	coulomb	C	-	$s \cdot A$
electric potential, difference, electromotive force	volt	V	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
capacitance	farad	F	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
electric conductance	siemens	S	A/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
electric resistance	ohm	W	V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
magnetic flux	weber	Wb	Vs	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
magnetic flux density	tesla	T	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
inductance	henry	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Celsius temperature	degree Celsius	°C	-	K
luminous flux	lumen	lm	cd·sr	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
illuminance	lux	lx	lm/m^2	$m^2 \cdot m^{-4} \cdot cd = m^{-2} \cdot cd$
activity (of a radionuclide)	becquerel	Bq	-	s^{-1}
absorbed dose, specific energy (imparted), kerma	gray	Gy	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
dose equivalent	sievert	Sv	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
catalytic activity	katal	kat	-	s^{-1}mol

نظام إحداثيات الفضاء الهندسي

Cartesian coordinate system (also called the "rectangular coordinate system"), which, for three-dimensional flat space, uses three numbers representing distances.

Curvilinear coordinates are a generalization of coordinate systems generally; the system is based on the intersection of curves.

Polar coordinate system represents a point in the plane by an angle and a distance from the origin.

Log-polar coordinate system represents a point in the plane by an angle and the logarithm of the distance from the origin.

Cylindrical coordinate system represents a point in space by an angle, a distance from the origin and a height.

Spherical coordinate system represents a point in space with two angles and a distance from the origin.

Plücker coordinates are a way of representing lines in 3D Euclidean space using a six-couple of numbers as homogeneous coordinates.

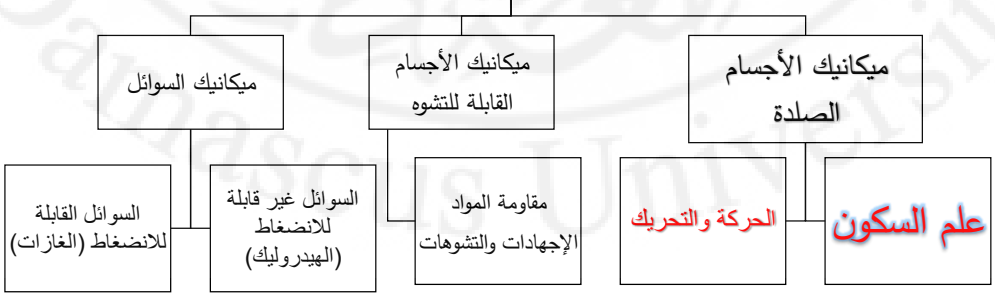
Generalized coordinates are used in the Lagrangian treatment of mechanics.

Canonical coordinates are used in the Hamiltonian treatment of mechanics.

Parallel coordinates visualizes a point in n-dimensional space as a polyline connecting points on *n* vertical lines.

الميكانيك الهندسي

فرع من علوم الفيزياء، يُعنى بدراسة حالة الأجسام الساكنة أو المتحركة، تحت تأثير الأحمال والقوى المطبقة عليها



خطوات تصميم المنشآت الهندسية

تحديد طبيعة المنشأة ووظيفتها
اختيار مواد البناء
تحديد قيمة القوى والأحمال المطبقة
التحليل الإنشائي وحساب القوى المطبقة على عناصر المنشأة
تصميم عناصر المنشأة وفق الإجهادات المسموحة للمواد

منهجية التصميم



ميكانيك السكون

كخطوة أولى يتم بموجبه دراسة توازن المنشأة واستقرارها (انقلاب، انزياح) تحت تأثير القوى والأحمال الخارجية المطبقة عليها.

التحليل الإنشائي

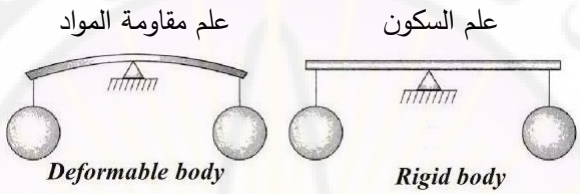
يرتكز بأساسياته على ميكانيك السكون، حيث نسعى من خلال دراسة التوازن الساكن للعنصر تحديد الإجهادات (القوى الداخلية) المطبقة على عناصر المنشأة بأشكالها المختلفة (قوى محورية، قوى القص، عزوم الثني والفتل...).

مقاومة المواد

يتم تصميم مقطع العناصر الإنشائية وفق المقاومة المسموحة للمواد المستخدمة في حدود التشوهات المسموحة..

علم السكون

علم السكون هو فرع من فروع الميكانيك حيث يعنى بدراسة توزيع وتوازن القوى المؤثرة في مجمل كتلة الجسم. في هذا المجال من الميكانيك، يُفترض أن يكون الجسم الذي تعمل فيه القوى صلداً (غير قابلاً للتشوه) Rigid Body، في حين ينظر علم مقاومة المواد في سلوك الأجسام كأجسام قابلة للتشوه Deformable Body



التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت

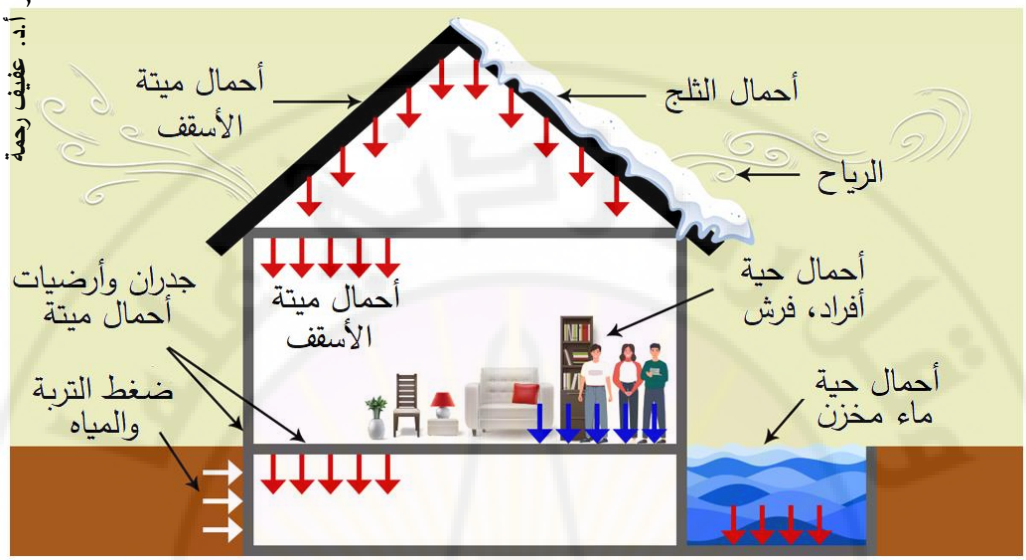
القوى الداخلية
- الوزن الذاتي للجسم

القوى الخارجية
- الأحمال الثابتة والأحمال المتحركة المطبقة داخل المنشأة
  أو بمصطلح هندسي: الأحمال الميتة والأحمال الحية (Dead & Live Loads)
- الأحمال الخارجية: الثلوج، الأمطار، المياه،... (Snow, Rain, Hydraulic Loads)
- قوى الرياح والعواصف... (Wind Loads)
- القوى الديناميكية أو الأحمال الترددية (Dynamic Loads)
- قوى الزلازل (Snow & wind Loads)
- القوى المكافئة للتغيرات الحرارية (Snow & wind Loads)

الإجهادات الداخلية وتعرف بأنها القوى الداخلية الناتجة عن الاحمال الخارجية، تقسم إلى:
- الإجهادات الناظمية Normal stresses (عمودية على سطح التحميل)،
- إجهادات القص Transverse or Shear stresses (منطبقة على سطح القطع).

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

التصنيف الفيزيائي للقوى في تصميم المنشآت



المحاضر أ.د. عفيف رحمة

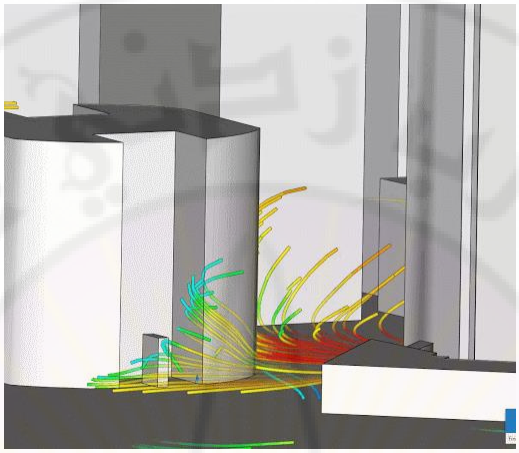
الأحمال الديناميكية





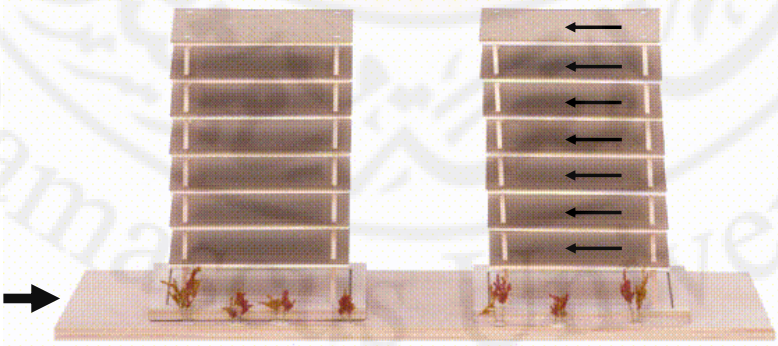
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

أحمال الرياح

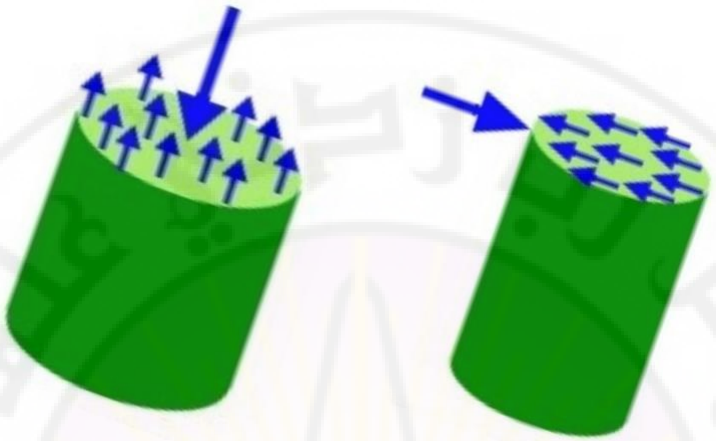


المحاضر أ.د. عفيف رحمة

أحمال الزلازل

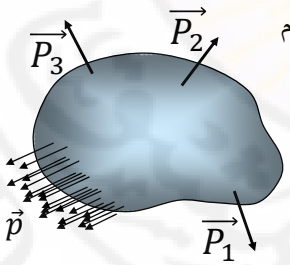


القوى والإجهادات



مماسية ناظمية

التصنيف الهندسي للقوى



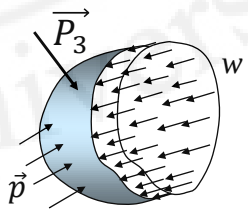
القوى الذاتية: يعبر عنها بمحصلة الوزن الذاتي لجزيئات الجسم

القوى الخارجية

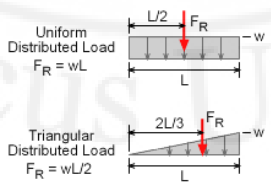
قوة مركزة $\vec{P}$: تؤخذ كقوة مطبقة في نقطة.

القوى الموزعة $\vec{p}$: منها المنتظمة أو غير المنتظمة، تطبق على الجسم أو على مساحة محددة الأبعاد.

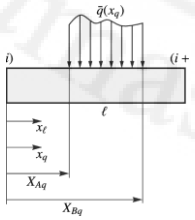
الإجهادات الداخلية w: وهي كثافة القوى الداخلية التي تبديها المادة لمقاومة القوى الخارجية.



الإجهادات الداخلية

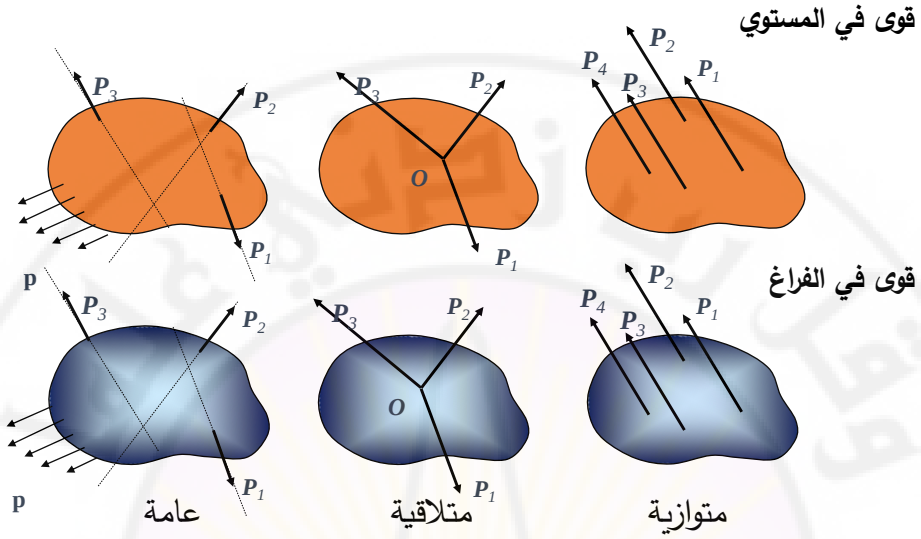


قوى موزعة منتظمة (ثابتة، ومثلثية،...)
وكل ما يمكن تمثيله بمعادلة رياضية



قوى موزعة غير منتظمة
(لا يمكن تمثيلها بمعادلة رياضية)

التصنيف الهندسي للقوى



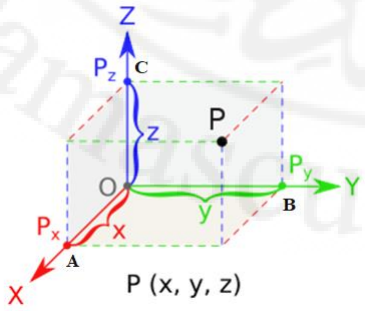
نظام الإحداثيات الفضاء الهندسي

نظام الإحداثيات الديكارتي

يعرّف نظام الإحداثيات الديكارتي، ثنائي، وثلاثي الأبعاد بمحاور الإحداثيات Z،Y،X المتعامدة فيما بينها والمتلاقية في نقطة واحدة O.

تسمى المعادلات التي تستخدم الإحداثيات الديكارتية، بالمعادلات الديكارتية.

أما التعامد فيما بين المحاور الديكارتية فيعبر عن استقلالية المحاور عن بعضها البعض بحيث يكون التغاير معدوم Covariance zero:



$$COV(X, Y)=0, \text{ or } |X|.|Y|.\cos\theta_{XY}=0$$

$$COV(X, Z)=0, \text{ or } |X|.|Z|.\cos\theta_{XZ}=0$$

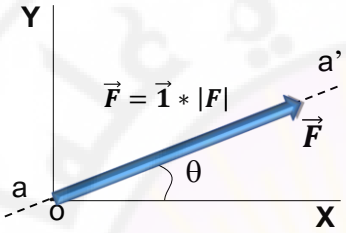
$$COV(Y, Z)=0, \text{ or } |Y|.|Z|.\cos\theta_{YZ}=0$$

مع

$$\theta_{XY}=\pi/2,\ \theta_{XZ}=\pi/2,\ \theta_{YZ}=\pi/2,$$

المقادير السلمية والمقادير الشعاعية

في علم الميكانيك نميز نوعين من المقادير:
المقادير السلمية (Scalar Quantities)، مثل الطول، الحجم، الكتلة، العمل...، وهي مقادير فيزيائية مستقلة عن المكان.
المقادير الشعاعية (Vector Quantities) وهي مقادير مرتبطة بالمكان، مثل الوزن، الأحمال الخارجية، الإجهادات الداخلية، السرعة، الانتقال، العزم...، حيث يعبر عنها في الفضاء الهندسي بشعاع.



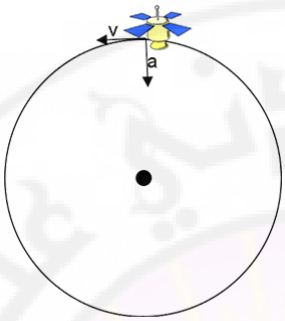
عناصر الشعاع
يُعَرَف الشعاع بالعناصر الأربع التالية:
o: نقطة تطبيق القوة،
|F|: شدة القوة، أو القياس الجبري للشعاع
aa': حامل الشعاع
⟶: اتجاه القوة

إذا نسب الشعاع للمحاور الإحداثية فيمكن استبدال حامل الشعاع بزاوية ميل الشعاع θ.

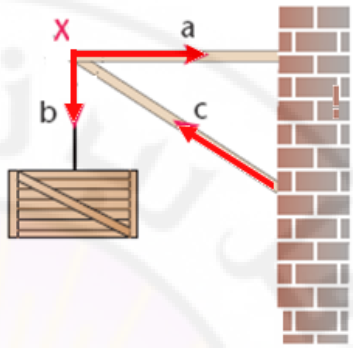
تصنيف الأشعة



تصنيف الأشعة

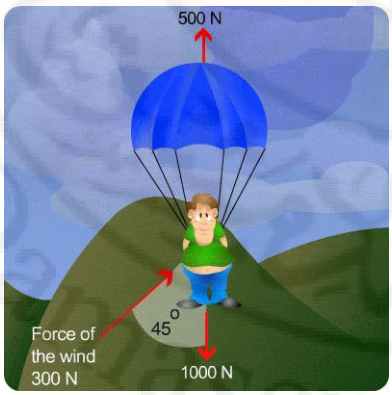


الشعاع المقيد: له نقطة تطبيق O محددة المسار مع ثبات عناصره الأخرى.

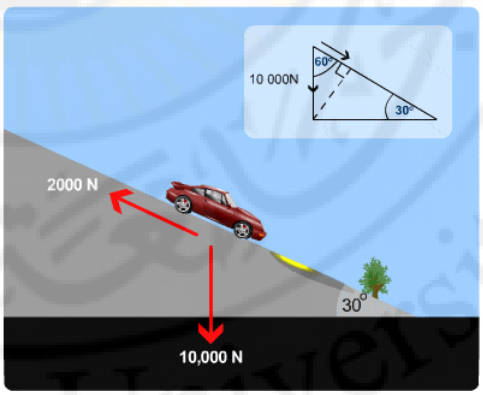


الشعاع الثابت: عناصره الأربعة ثابتة.

تصنيف الأشعة



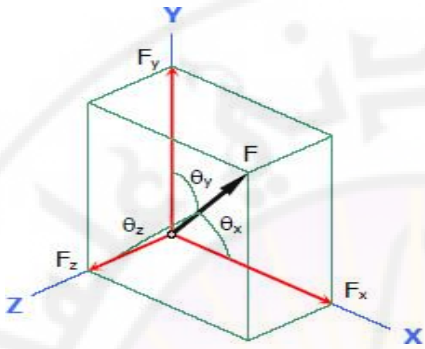
الشعاع الحر أو الطليق: يمكن لمبدئه الحركة حراً في الفضاء مع ثبات عناصره الأخرى



الشعاع المنزلق:
يمكن له الحركة على طول خط حامله، دون التأثير على التحليل.

تمثيل الأشعة في فضاء الإحداثيات الديكارتية

يُعبَر عن الشعاع في فضاء الإحداثيات الديكارتية بأشعة مركباته حسب المحاور X, Y, Z



$$\vec{F}_x=\vec{F}\cos\theta_x$$
$$\vec{F}_y=\vec{F}\cos\theta_y$$
$$\vec{F}_z=\vec{F}\cos\theta_z$$

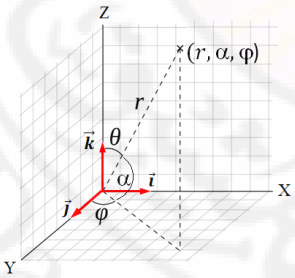
ويكون $\vec{F}=\sqrt{(\vec{F}_x^{\,2}+\vec{F}_y^{\,2}+\vec{F}_z^{\,2})}$

$$\cos\theta_x=\vec{F}_x/\vec{F}$$
$$\cos\theta_y=\vec{F}_y/\vec{F}$$
$$\cos\theta_z=\vec{F}_z/\vec{F}$$

حيث:

$$\cos^2\theta_x+\cos^2\theta_y+\cos^2\theta_z=1$$

تمثيل واحدة الشعاع $\vec{\lambda}$ في فضاء الإحداثيات

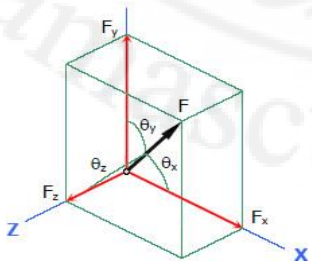


يمثل $\vec{\lambda}$ في فضاء الإحداثيات X, Y, Z بالترتيب بأشعة مركباته $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ممثلاً بالشكل الرياضي:

$$\vec{\lambda}=\cos\theta_x\,\vec{i}+\cos\theta_y\vec{j}+\cos\theta_z\,\vec{k}$$

ولتأخذ القوة $\vec{F}$ الشكل :

$$\vec{F}=|F|\ (\cos\theta_x\,\vec{i}+\cos\theta_y j+\cos\theta_z\,\vec{k})$$



حيث $|F|$ القيمة السلمية للقوة F

بتعبير آخر تكتب المعادلة بالشكل:

$$\vec{F}=|F_x|\vec{i}+|F_y|\vec{j}+|F_z|\vec{k}$$

أما الشعاع $\vec{F}$ المعبر عنه بجداء القيمة السلمية $|F|$ بواحدة الشعاع $\vec{\lambda}$

$$\vec{F} = \vec{\lambda} * |F|$$

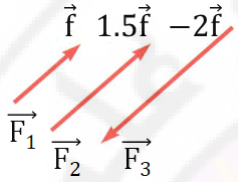


فيأخذ شكله العام بالصيغة

$$\vec{F} = \vec{\lambda} * (n * |f|)$$

و

$$\vec{F} = n\,(|f_x|\vec{i} + |f_y|\vec{j} + |f_z|\vec{k})$$



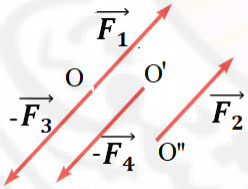
مع

$|f|$ واحدة القيمة السلمية

n عامل تصعيد القيمة السلمية، حيث n قيمة موجبة أو سالبة.

القياس الجبري للأشعة

لنأخذ الأشعة $\overrightarrow{F_1}$ ، $\overrightarrow{F_2}$ ، $\overrightarrow{F_3}$ ، $\overrightarrow{F_4}$ فإننا نلاحظ أن



- الأشعة $\overrightarrow{F_1}$ ، $\overrightarrow{F_2}$ متساوية لها نفس الشدة والاتجاه، لكن في نقاط تطبيق مختلفة.
- الشعاع $-\overrightarrow{F_3}$ و $-\overrightarrow{F_4}$ متساوية ولها نفس الشدة لكنها تعاكس في الاتجاه الأشعة $\overrightarrow{F_1}$ و $\overrightarrow{F_2}$. يعبر عن اتجاهها المعاكس بالإشارة $(-)$.
- يرمز للقياس الجبري للأشعة بالرمز $+\overrightarrow{F_1}$، $+\overrightarrow{F_2}$، $-\overrightarrow{F_3}$ ، $-\overrightarrow{F_4}$

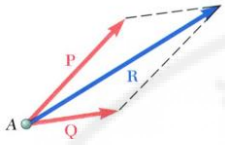
كما يمكن استخدام الشكل $+|F_1|$، $+|F_2|$ ، $-|F_3|$ ، $-|F_4|$

ملاحظة:

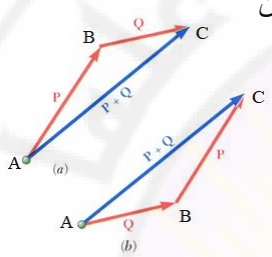
الاتجاه الموجب والسالب اتجاه اصطلاحي، يرتبط غالباً باتجاهات المحاور الإحداثية X Y Z

محصلة جملة قوى في مستوي – الحل بالطريقة التخطيطية

يمكن تمثيل شدة واتجاه ومنحى شعاع المحصلة $\vec{R}$ لشعاعي القوتين $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ تخطيطياً وفق ما يلي:



1. محصلة القوتين يساوي بالشدة والاتجاه قطر متوازي الأضلاع، حيث تمثل القوتين بالضلعين المتجاورتين .
2. بشكل آخر يمكن تمثيل شعاع المحصلة $\vec{R}$ وفق الطريقة التخطيطية ABC، حيث:



يبدأ كل شعاع من نهاية سابقه، ويرسم شعاع المحصلة $\vec{R}$ من بداية الشعاع الأول، وينتهي خطياً مع نهاية الشعاع الأخير، وهو شرط تحقيق التوازن بين مجموع الأشعة ومحصلتها.

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$

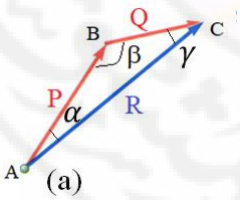
ملاحظة: تجميع الأشعة غير مقيد بترتيب محدد.
تعتمد النتائج على دقة الرسم

محصلة جملة قوى في مستوي – الحل وفق نظرية المثلثات

3. قانون الكوسينوس cosβ (أو نظرية Kashi)

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQcos\beta$$

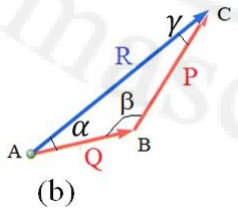
حيث β الزاوية الكائنة بين الشعاعين $\vec{P}$ و $\vec{Q}$



4. قانون السينوس Sinβ

✓ الشكل (a)

$$\frac{sin\,\alpha}{Q} = \frac{sin\,\beta}{R} = \frac{sin\,\gamma}{P}$$



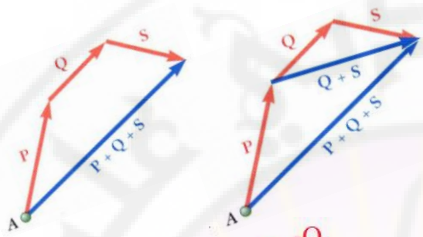
✓ الشكل (b)

$$\frac{sin\,\alpha}{P} = \frac{sin\,\beta}{R} = \frac{sin\,\gamma}{Q}$$

خصائص جبر الأشعة

جمع مجموعة من الأشعة

- يقبل جمع ثلاثة أشعة أو أكثر من خلال التطبيق المتكرر لقاعدة جمع شعاعين، أو التجميع الشعاعي (التخطيطي) باعتماد الشكل متعدد الأضلاع.



خصائص جمع الأشعة

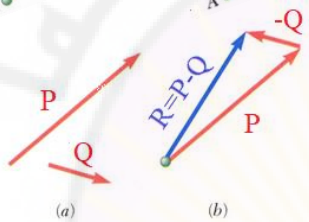
- جمع الأشعة تبادلي $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{Q}+\vec{P}$
- جمع مجموعة من الأشعة ترابطي

$$\vec{P}+\vec{Q}+\vec{S}=(\vec{P}+\vec{Q})+\vec{S}=\vec{P}+(\vec{Q}+\vec{S})$$

طرح الأشعة

تخطيطياً يتم طرح الشعاع Q من الشعاع P بجمع الشعاع P مع عكس اتجاه الشعاع Q، وفق ما سبق.

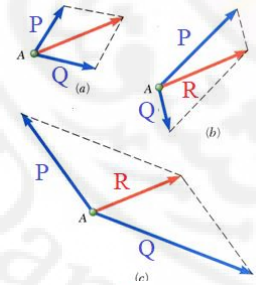
$$\vec{P}-\vec{Q}=\vec{P}+\overleftarrow{Q}$$



محصلة القوى المتزامنة

القوى المتزامنة : مجموعة من القوى تمر جميعها عبر نقطة واحدة.

- يمكن استبدال مجموعة من أشعة القوى المتزامنة المطبقة على الجسم بقوة واحدة $\vec{R}$ يكافئ فعلها محصلة أفعال أشعة القوى المطبقة.

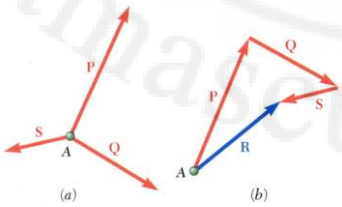


ملاحظة : إذا كان شعاع محصلة القوى مساوي لمجموع أشعة القوى.

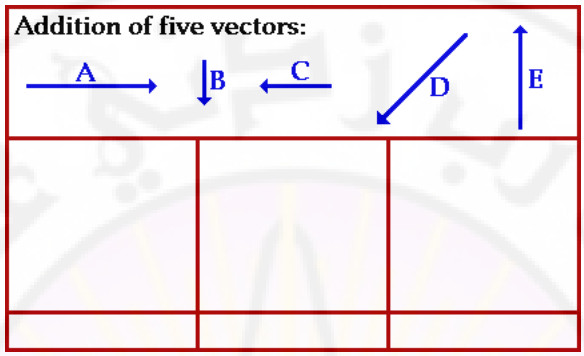
$$\vec{P}+\vec{Q}+\vec{S}=\vec{R}$$

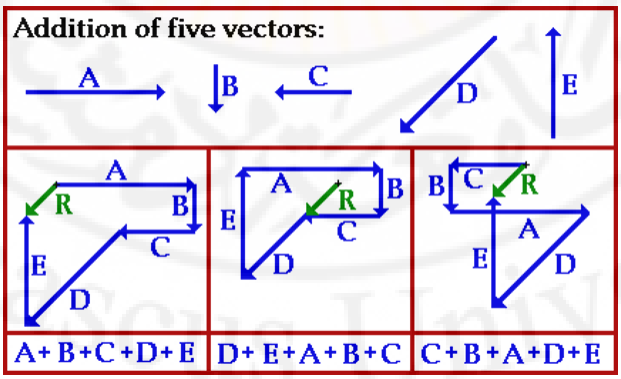
فإن القياس الجبري للمحصلة $|R|$ لا يساوي مجموع القياس الجبري للقوى، إلا إذا كانت جميع القوى متوازية.

$$|P|+|Q|+|S|\neq|R|$$

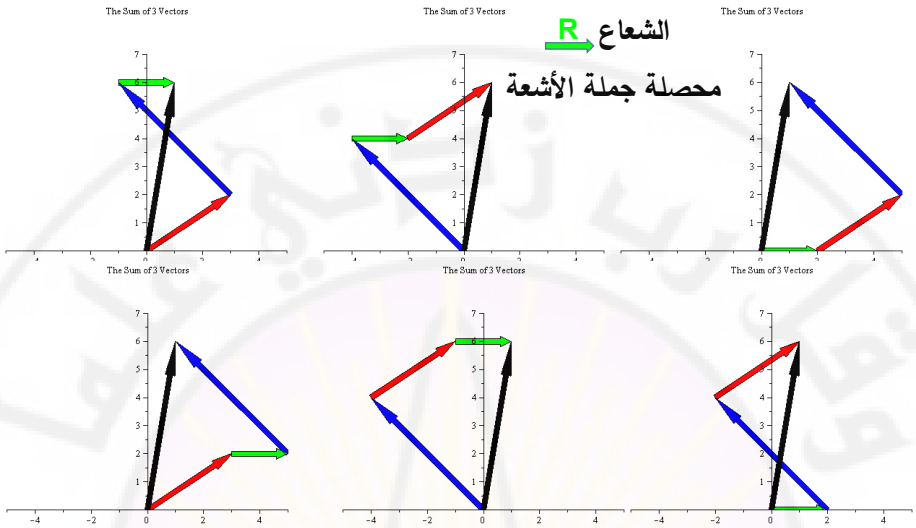


قوى متزامنة


Addition of five vectors:
A
B
C
D
E


Addition of five vectors:
A
B
C
D
E
A
R
B
C
E
D
A
B
R
C
E
D
B
C
R
A
E
D
A+B+C+D+E
D+E+A+B+C
C+B+A+D+E

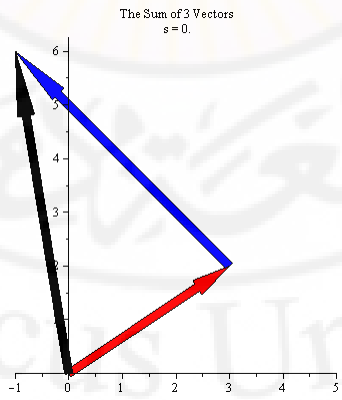
مثال تجميع ثلاثة أشعة



الشعاع R

محصلة جملة الأشعة

مثال تجميع ثلاثة أشعة أحدها متغير من 0 إلى 3

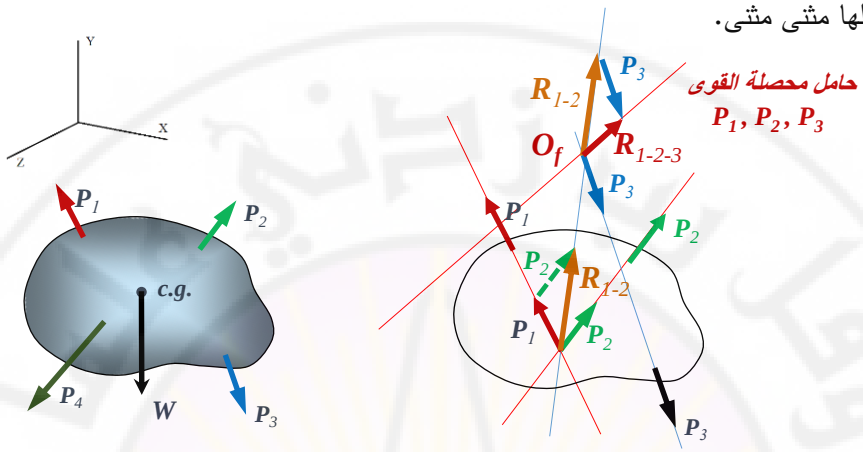


https://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=6576&view=html

https://www.mathsisfun.com/algebra/vectors.html

مركز تطبيق مجموعة قوى ثابتة – الطريقة التخطيطية

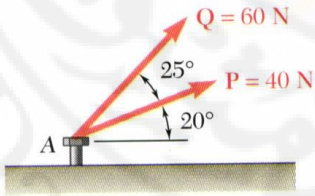
لتحديد مركز تطبيق مجموعة من القوى الثابتة، تخطيطياً، يتم **زلق** القوى بالتتالي على حواملها مثنى مثنى.



حتى يكون الجسم ثابت ومستقر يجب أن يمرّ حامل المحصلة النهائية للقوى في مركز ثقل الجسم c.g. ، وأن يعاكس $\overrightarrow{W}$ بالشدة والاتجاه.

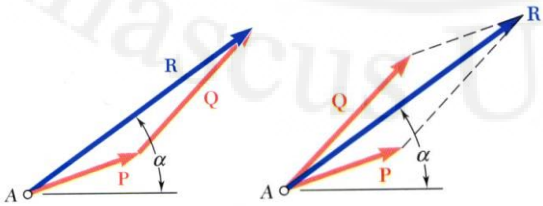
مثال 1

المطلوب تحديد شعاع محصلة القوى P و Q المطبقة في النقطة A



الطريقة التخطيطية

- أنشئ متوازي أضلاع اتجاهه P و Q بأطوال متناسبة مع شدة القوى.
- احسب بالقياس شدة قطر متوازي الأضلاع المكافئ للمحصلة R.
- احسب بالقياس قيمة الزاوية α ميل اتجاه المحصلة R.

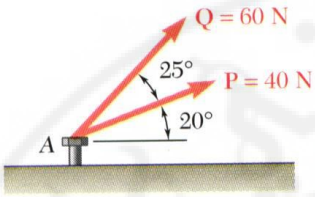


القيم بالقياس

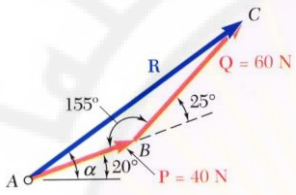
$\mathbf{R} = 98\ \text{N} \quad \alpha = 35°$

الحل بحساب المثلثات

- استخدم قاعدة المثلثات بإضافة الشعاع R بالتزامن مع قانون جيب التمام و قانون الجيب لإيجاد النتيجة.
- باستخدام قانون تمام الجيب cos



$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos B$$
$$= (40\text{N})^2 + (60\text{N})^2 - 2(40\text{N})(60\text{N})\cos 155°$$
$$R = 97.73\text{N}$$

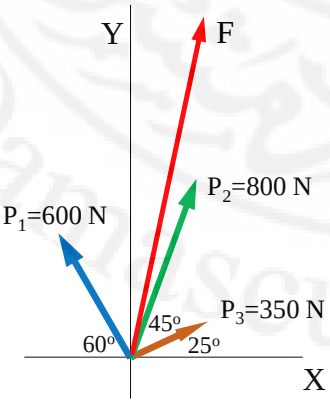


- باستخدام قانون الجيب sin

$$\frac{\sin A}{Q} = \frac{\sin B}{R}$$
$$\sin A = \frac{Q}{R}\sin B = \frac{60N}{97.73N}\sin 155°$$
$$A = 15.04°$$
$$\alpha = 20° + A = 35.04°$$
$$\alpha = 35.04°$$

مثال 2

باستخدام طريقة الإسقاط، حدد محصلة القوى الثلاث المبينة بالشكل:



$\Sigma F_x = 350\cos 25° + 800\cos 70° + 600\cos 120° =$
$317.2 + 273.6 - 300 = 290.8$ [N]

$\Sigma F_y = 350\sin 25° + 800\sin 70° + 600\sin 120° =$
$147.9 + 751 + 519.6 = 1419.3$ [N]

$\vec{F} = 290.8\,.\,\vec{\imath} + 1419.3\,.\,\vec{\jmath}$ [N]

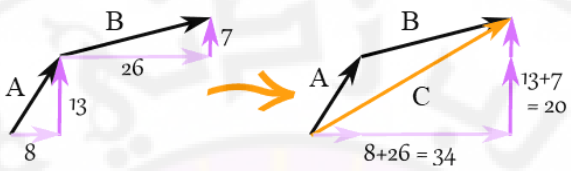
$$|F| = \sqrt{290.8^2 + 1419.3^2} = 1449.3\ N$$

$$\theta = tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = tan^{-1}\frac{1419.3}{290.8} = 78.4°$$

F=1449.3 N θ=78.4°

مثال 3

بطريقة جمع مركبات الأشعة، أوجد قيمة واتجاه المحصلة C للقوتين
A = (8, 13) و B = (26, 7)



$\vec{C} = \vec{A}+\vec{B}$

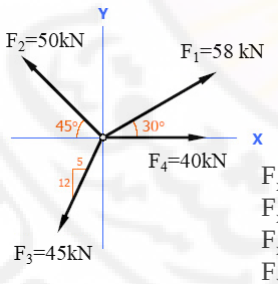
$\vec{C}=(8,13)+(26,7)=(8+26,\ 13+7) = (34,\ 20)$

$|C| = \sqrt{(34^2+20^2)} = 39.44$

$\tan\theta = 20/34 = 0.588$ $\quad\theta = 30.45°$

مثال 4

احسب المركبات x و y للقوى المبينة بالشكل
واستنتج صيغة محصلة القوى.



$F_{x1}=58\cos30°=50.23$ kN $\quad F_{y1}=58\sin30°=29$ kN

$F_{x2}=-50\cos45°=-35.36$ kN $\quad F_{y2}=50\sin45°=35.36$ kN

$F_{x3}=-45(5/13)=-17.31$ kN $\quad F_{y3}=-45(12/13)=-41.54$ kN

$F_{x4}=40$ kN $\quad F_{y4}=0$

$F_x=37.56$kN $\quad F_y=22.82$kN

باستخدام صيغة واحدة الشعاع

$F=F(\cos\theta_{xi}+\sin\theta_{xj})$

$F1=58(\cos30°i+\sin30°j)=50.23i+29j$ kN

$F2=50(-\cos45°i+\sin45°j)=-35.36i+35.36j$ kN

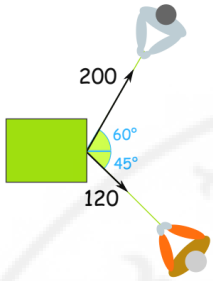
$F3=45(-5/13\ i-12/13\ j)=-17.31i-41.54j$ kN

$F4=40i$ kN

$F=(37.56)i+(22.82)j$ kN

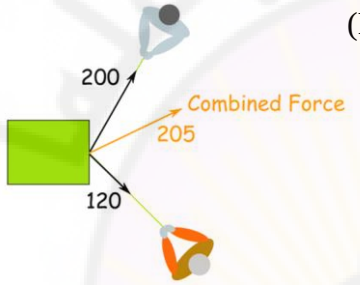
مثال 5

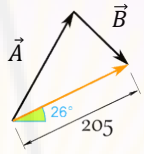
اجتمع أحمد وحميد لجر الصندوق، فطبق أحمد قوة 200 N وبميل 60° عن المحور X، أما حميد فطبق قوة 120 N بميل 45° عن المحور X. بَيِنْ عناصر محصلة القوى المطبقة على الصندوق بالطريقة التخطيطية وطريقة الإسقاط.

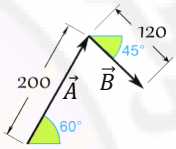


الطريقة التخطيطية

يتم جمع الشعاعين A و B تخطيطياً وفق الشكل المجاور، وبالقياس يتم تعيين شدة وميل المحصلة R، (R: 205 N, 26°)







طريقة الإسقاط

يتم تحويل إحداثيات القوى من النظام القطبي إلى النظام الديكارتي

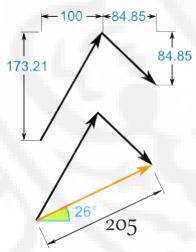
القوة 200 N

$\vec{x_1} = \vec{A} \times \cos\theta = 200 \times \cos 60° = 200 \times 0.5 = 100$

$\vec{y_1} = \vec{A} \times \sin\theta = 200 \times \sin 60° = 200 \times 0.8660 = 173.21$

$\vec{x_2} = \vec{B} \times \cos\theta = 120 \times \cos(-45°) = 120 \times 0.7071 = 84.85$

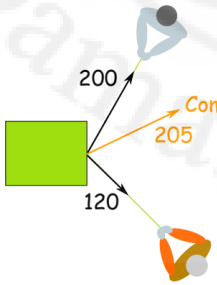
$\vec{y_2} = \vec{B} \times \sin\theta = 120 \times \sin(-45°) = 120 \times -0.7071 = -84.85$



مركبات محصلة القوتين

$\vec{X} = (100+84.085) = 184{,}085$ N

$\vec{Y} = (173.2-84.85) = 88.36$ N



تحويل المركبات الديكارتية إلى مركبات قطبية

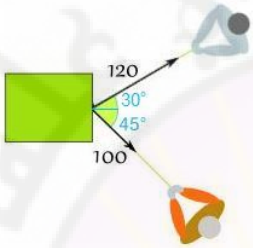
$\vec{R} = \sqrt{(x^2 + y^2)} = \sqrt{(184.85^2 + 88.36^2)} = 204.88$

$\theta = \tan^{-1}(y / x) = \tan^{-1}(88.36 / 184.85) = 25.5°$

مثال 6

اجتمع جمعة وخميس لجر الصندوق، فطبق جمعة قوة 120 N وبميل °30 أما خميس فطبق قوة 100 N بميل °45 عن المحور X.

ما هي الإجابة الصحيحة لقيم شدة واتجاه محصلة القوتين.



A: 175N in the direction 3.5°
B: 175N in the direction -3.5°
C: 220N in the direction -15°
D: 220N in the direction 15°

جداء الأشعة

الجداء السلمي:

ويعرف أيضاً بالجداء الجبري أو القياسي، أو الجداء النقطي Dot Product.

يستخدم الجداء السلمي لإنتاج قيمة سلمية، مثل الحجم، العمل، القدرة...، وهي مقادير جبرية غير مستقلة عن مولداتها.

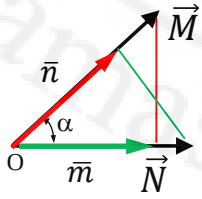
جداء شعاعين: يساوي جداء شدة أحدهما بشدة مسقط الآخر عليه.

يرمز للجداء السلمي للشعاعين $\vec{M}$ و$\vec{N}$ بالرمز $|M|.|N|$،
وهو مقدار جبري يساوي :

$$\vec{N}.\vec{M} = |N|.|M|\cos\alpha$$

أو يأخذ الشكل:

$$\vec{N}.\vec{M} = |N|.\bar{m} = \bar{n}.|M|$$

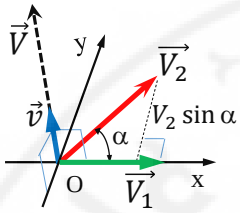


حيث $\bar{m}$ مسقط $\vec{M}$ على حامل الشعاع $\vec{N}$ و $\bar{n}$ مسقط $\vec{N}$ على حامل الشعاع $\vec{M}$

جداء الأشعة

الجداء الشعاعي Cross Product:

بخلاف الجداء السلمي فإن ناتج الجداء الشعاعي هو شعاع مستقل عن مولداته. مثال السرعة، التسارع، العزم، كمية الحركة،...



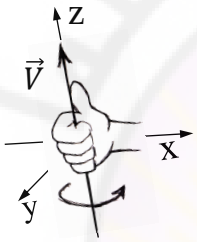
جداء شعاعين

يرمز للجداء الشعاعي للشعاعين $\vec{V_1}$ و$\vec{V_2}$ بالرمز $\vec{V} = \vec{V_1}\hat{}\vec{V_2}$

ليكون ناتج الجداء شعاع $\vec{V}$ خصائصه:

مبدأه نقطة تقاطع الشعاعين O

- شدته $|V| = |V_1||V_2| \sin\alpha$
- يعبر عن حامله بمحور عمودي على مستو الشعاعين $\vec{V_2}$ و $\vec{V_1}$
- جهته تتعين حسب طريقة اليد اليمنى

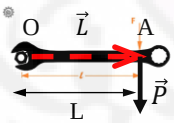


ويكتب شعاعياً بالشكل التالي: $\vec{V} = |V_1||V_2| (\sin\alpha)\ \vec{v}$

حيث $\vec{v}$ هو وحدة الشعاع $\vec{V}$

من تطبيقاته $\vec{M} = \vec{P}\hat{}\vec{L}$ عزم القوة

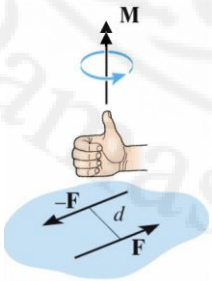
عزم قوة



القوة P المقيدة بمسار دائري مركزه O، تبعد عن A مقدار L، تؤدي عملاً يسمى العزم الدوراني، يرمز له بالشعاع M.

تحسب قيمة M جداء شعاع القوة بشعاع المسافة من المعادلة:

$$\vec{M} = \vec{P}\hat{}\vec{L} \qquad \vec{M} = \vec{P}\hat{}|L| \sin 90° = \vec{P}\hat{}|L|$$



لتحديد اتجاه شعاع العزم M يعتمد على طريقة اليد اليمنى، كما في الشكل، حيث ترمز أصابع الكف للجهة الموجبة. لتميز شعاع القوة عن شعاع العزم يرمز للعزم بشعاع مضاعف ↟.

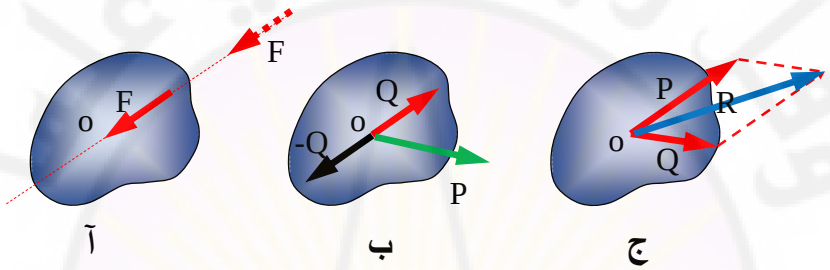
عزم مزدوجة قوى F : هو العزم الناتج عن قوتين F متساويتين ومتعاكستين بالاتجاه مقيدتين بمسار دائري واقع في منتصف المسافة بينهما d. قيمة العزم الناتج M تساوي:

$$\vec{M} = \vec{F}\hat{}|d|$$

العمليات البسيطة لجمل القوى

وهي العمليات التي تتم على مجموعة قوى دون أن تغيير من فعلها، وتشمل:

1. زلق قوة على حاملها،
2. إضافة أو حذف قوتين متساويتين ومتعاكستين مباشرة،
3. استبدال مجموعة قوى تمر بنقطة، بحاصلة تمر من نفس النقطة.



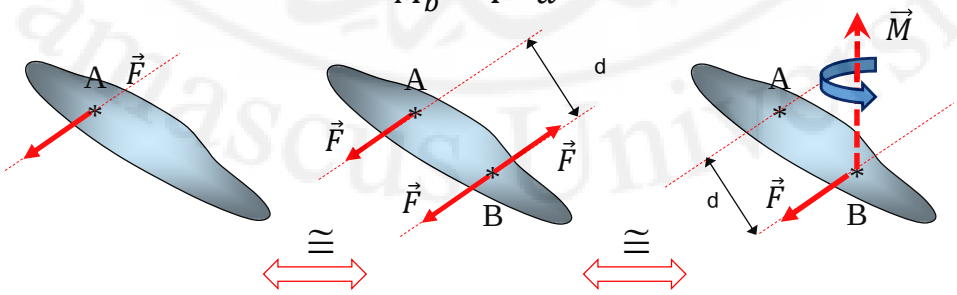
العمليات البسيطة لجمل القوى

النقل المتوازي لقوة:

إذا لزم زلق القوة $\vec{F}$ المطبقة في A إلى النقطة B بشكل موازي لوضعها الأولي، فإنه يقتضي، للحفاظ على فعل القوة $\vec{F}$ ، إضافة مزدوجة عزمها يساوي عزم القوة $\vec{F}$ في النقطة A نسبة للنقطة B.

ولتكافؤ الحالتين يأخذ العزم الناتج $\vec{M}$ القيمة:

$$\overrightarrow{M_b} = \vec{F} \wedge \vec{d}$$







الميكانيك الهندسي

علم السكون

Engineering Mechanics

Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 2

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

الميكانيك الهندسي وعلم السكون

توازن واستقرار الأجسام الصلدة



المنشآت في الهندسة المدنية

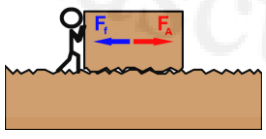
ينظر للمنشآت في الهندسة المدنية على أنها منشآت ساكنة وتحقق شروط الاستقرار

⇓

ميكانيك السكون

⇓

المنشأة مستقرة على الانقلاب وعلى الانزلاق تحت تأثير عمل القوى المطبقة عليها

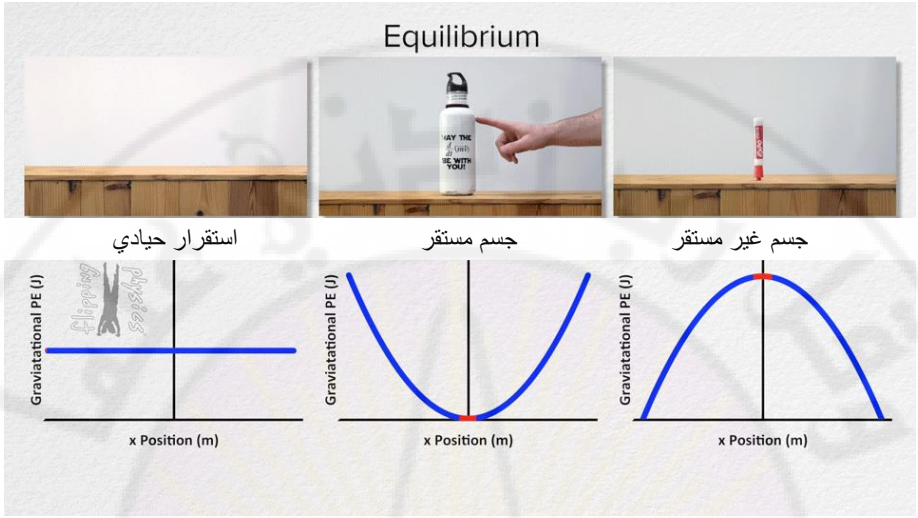






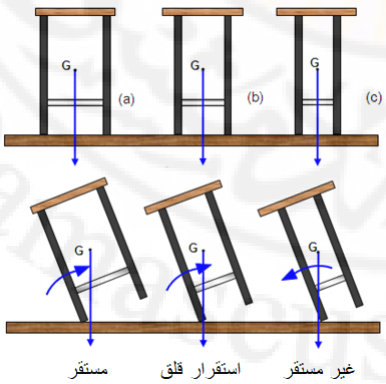
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

توازن واستقرار الأجسام الصلدة



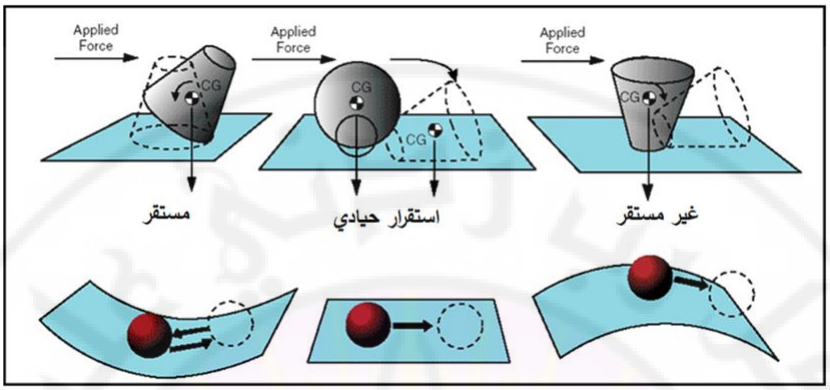
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

توازن واستقرار الأجسام الصلدة





توازن واستقرار الأجسام الصلدة



يكون الجسم في حالة توازن مستقر، فيما لو خضع للحركة ثم عاد من جديد إلى وضعه السابق تحت تأثير قوى الثقالة.

يكون الجسم في حالة توازن غير مستقر، فيما لو خضع للحركة ولم تسعفه قوى الثقالة بالعودة لوضعه السابق.

قانون نيوتن لتوازن الأجسام

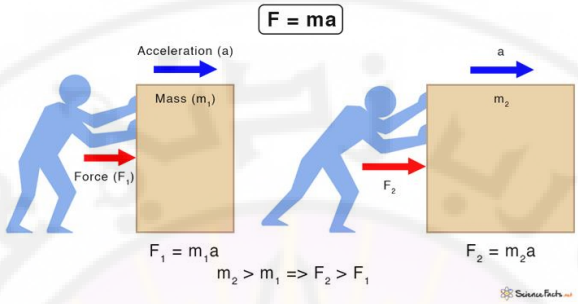
First Newton Law



قانون نيوتن الأول

- كل جسم ساكن (ثابت ومستقر) يبقى ساكناً ما لم تطبق عليه قوة تُغير من ثباته واستقراره.
- كل جسم متحرك بسرعة ثابتة لا تتغير سرعته ما لم تؤثر عليه قوة خارجية مضافة.

قانون نيوتن لتوازن الأجسام
Second Newton Law

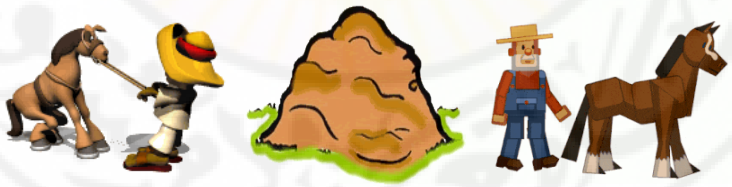


قانون نيوتن الثاني

- يتناسب تغيير حركة الجسم مع القوة المؤثرة عليه، ويتم وفق محور القوة المؤثرة فيه.
- التغيير في حركة الجسم متناسبة مع كتلة الجسم m والقوة المضافة المطبقة F.

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

قانون نيوتن لتوازن الأجسام
Third Newton Law



قانون نيوتن الثالث

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه في الاتجاه ولهما نقطة تطبيق واحدة .

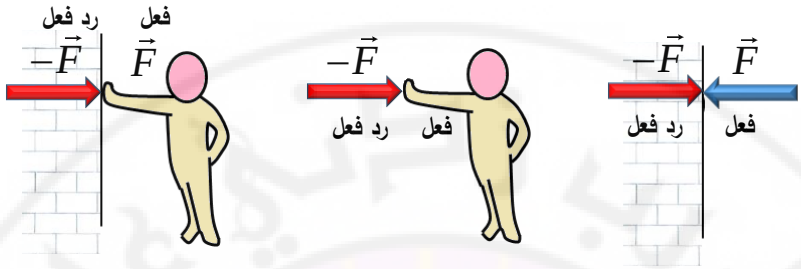
يعبر عن هذه العلاقة بالصيغة: $\Sigma\vec{F} = 0$

في فضاء الإحداثيات X, Y, Z تأخذ هذه العلاقة الصيغ التالية :

$$\Sigma\vec{X} = 0 \quad \Sigma\vec{Y} = 0 \quad \Sigma\vec{Z} = 0$$

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

Third Newton Law



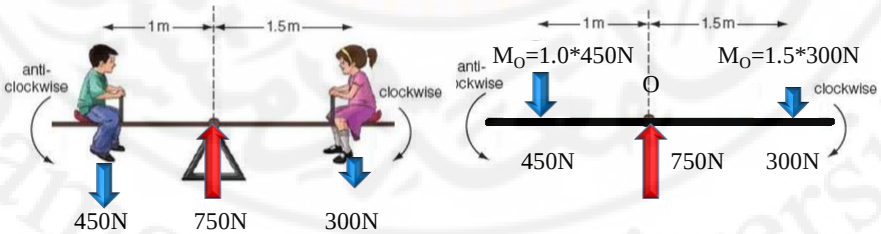
تكتب معادلات التوازن في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :

$$\Sigma\vec{X} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Y} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Z} = 0$$

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

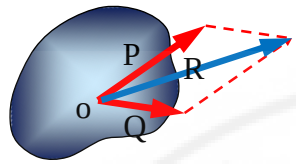
Third Newton Law

تعمم معادلات التوازن لتكتب في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :



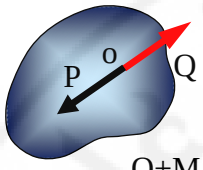
$$\Sigma\vec{X} = 0, \qquad \Sigma\overrightarrow{M_x} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Y} = 0, \qquad \Sigma\overrightarrow{M_y} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Z} = 0 \qquad \Sigma\overrightarrow{M_z} = 0$$

المبادئ العامة لعلم السكون



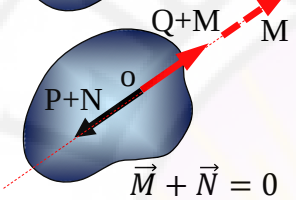
المبدأ الأول: قانون متوازي الأضلاع

إن حاصلة قوتين مطبقتين على الجسم في نقطة واحدة منه وبينهما زاوية ما، تتعين مقداراً واتجاهاً وموضعاً بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على هاتين القوتين.



المبدأ الثاني: قانون التوازن

إذا طبقت على جسم ما قوتان، فإن هذا الجسم يكون بحالة توازن فقط عندما تكون هاتان القوتان متساويتان ومتعاكستان مباشرة، والعكس صحيح.



المبدأ الثالث: قانون ضم قوى وانزلاقها

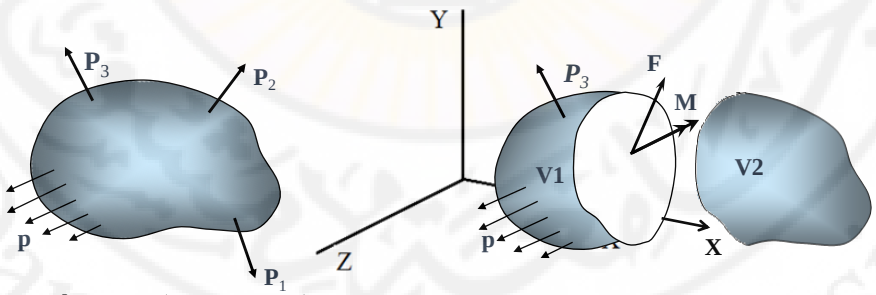
لا يتغير فعل جملة قوى مفروضة في جسم إذا أضفنا إليها أو حذفنا منها جملة قوى أخرى متوازنة، $\vec{M} + \vec{N} = 0$.

إذا طبقة قوة على جسم ما، فإنه يمكن زلق هذه القوة على حاملها.

المبدأ الرابع: قانون الفعل ورد الفعل

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه بالاتجاه.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة

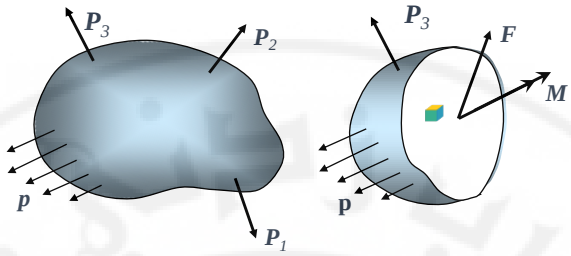


Body Forces (P_1, P_2, P_3… p) **Surface Forces (F, M)**

إذا انقسم جسم متوازن إلى جزئيين فإن كل جزء لا بد وأن يبقى متوازناً تحت تأثير قوى الجسم وقوى سطحية مطبقة على السطح الفاصل بين الجزئيين.

تتساوى وتتوازن القوى المطبقة على سطحي الفصل بين الجزئيين (قوى متساوية ومتعاكسة بالاتجاه). يعبر عن هذه القوى بالإجهادات الداخلية.

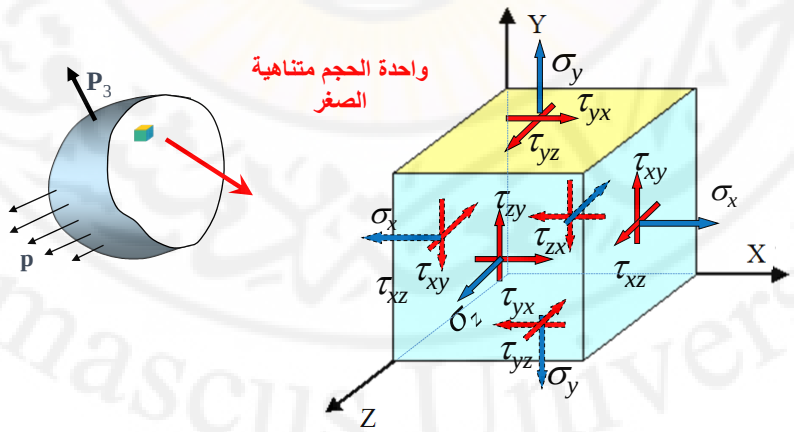
مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



الجسم المادي: تملك مادة جميع الأجسام المتواجدة في الطبيعة خصائص فيزيائية، وهي أجسام قابلة للتشوه تحت تأثير القوى الخارجية، إلا أن دراسة هذه الأجسام في اطار الميكانيك الهندسي وعلم السكون لا تأخذ بالاعتبار هذه الخاصية وتتعامل مع الأجسام كأجسام صلدة غير قابلة للتشوه.

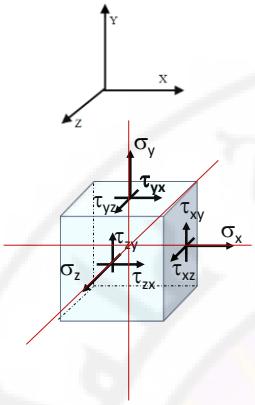
الجزيء أو النقطة المادية: هي جسيم أبعاده متناهية الصغر بحيث يمكن إهمالها، ويتمتع بخواص الجسم المادي.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



أي جزء متناهي الصغر في جسم متوازن هو جسم متوازن تحت تأثير الإجهادات الداخلية المطبقة على سطحه.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



بتطبيق المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية x, y, z على واحدة الحجم حيث مركزها مركز الوزن الذاتي للجسم وأضلاعه موازية للمحاور الإحداثية، يمكنا أن نكتب المعادلات التالية:

$$\Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0,$$

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow \tau_{yz}.dxdz.dy - \tau_{zy}.dxdy.dz = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow \tau_{zx}.dxdy.dz - \tau_{xz}.dydz.dx = 0 \Rightarrow \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy}.dzdy.dx - \tau_{yx}.dxdz.dy = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0,$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \sigma_x, \quad \sigma_y = \sigma_y, \quad \sigma_z = \sigma_z,$$

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

القوى وردود الأفعال في استناد العناصر الإنشائية

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

المساند



مسند مفصلي



مسند متدحرج



مسند ثابت موثوق

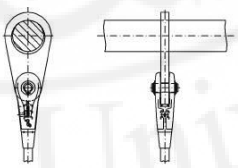
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

المساند





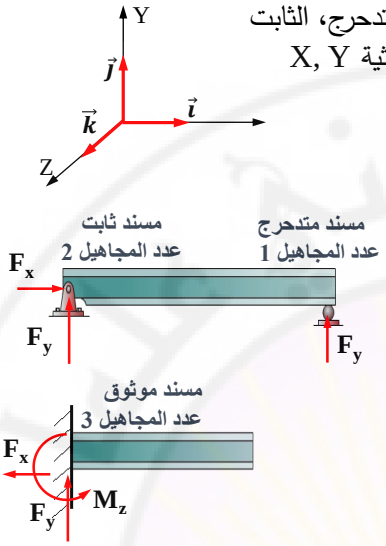




مسند مفصلي

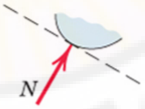
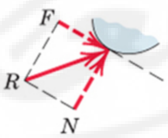
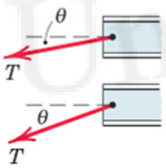
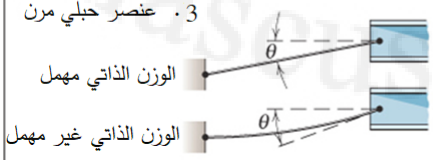
المساند

في هندسة المنشآت تعرف المساند بثلاثة أشكال، المتدحرج، الثابت والموثوق. إذا نسب العنصر في مستو المحاور الإحداثية X, Y فتعرف المساند الثلاث كما يلي:

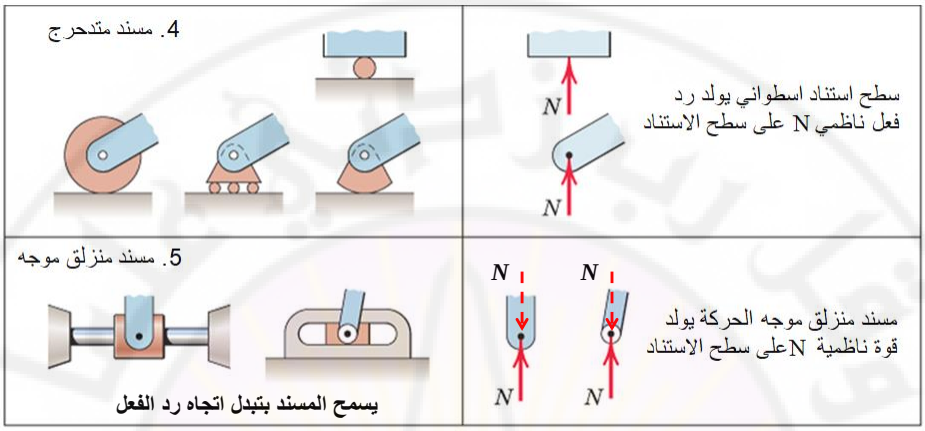


- المسند المتدحرج: مسند قابل للدوران في مكانه والحركة في اتجاه X، لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاه الآخر Y لينتج رد فعل $\mathbf{F_y}$.
- المسند الثابت: مسند قابل للدوران في مكانه لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y، وينتج ردي الفعل $\mathbf{F_x}$ و $\mathbf{F_y}$.
- المسند الموثوق: غير قابل للدوران في مكانه، وممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y ، لينتج ثلاث ردود أفعال $\mathbf{F_x}$ و $\mathbf{F_y}$ وعزم حول $\mathbf{M_z}$ حول المحور Z.

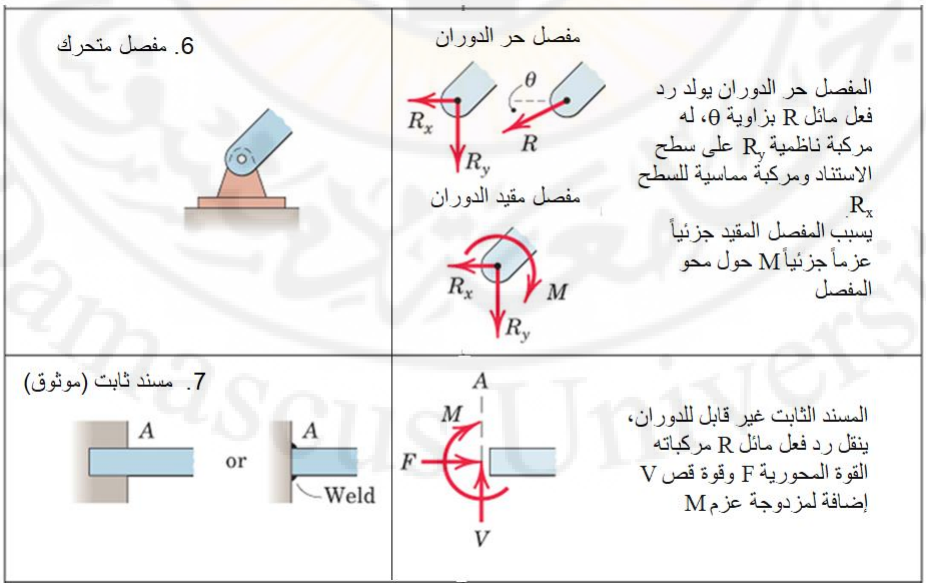
أشكال المساند وردود الفعل

تمثيل القوة المطبقة على الجسم	طبيعة التماس ومصدر القوة
قوة التماس ضاغطة وناظمية على السطح 	1 . سطح أملس 
في الأسطح الخشنة يتولد رد فعل مائل R مركباته قوة ناظمية N على سطح الاستناد وقوة مماسية F تقاوم قوى الاحتكاك 	2 . سطح خشن 
القوة المطبقة من الحبل المرن قوة شادة للجسم 	3 . عنصر حبلي مرن  الوزن الذاتي مهمل / الوزن الذاتي غير مهمل

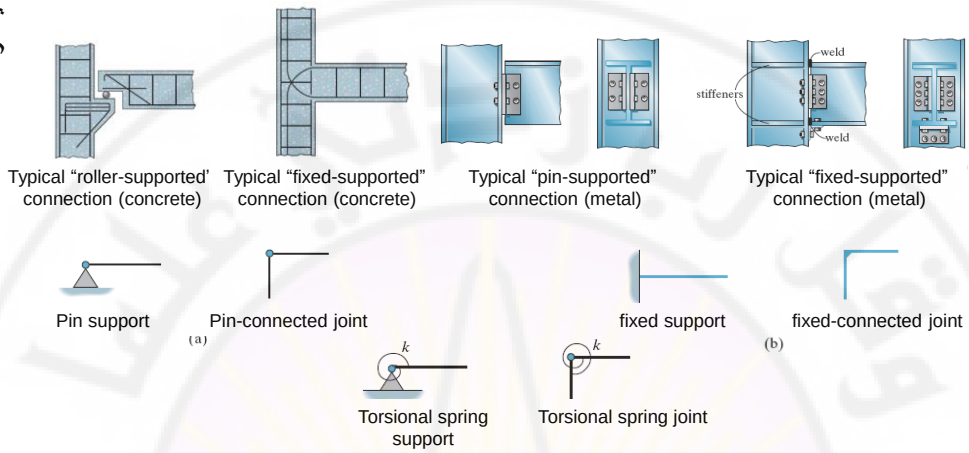
أشكال المساند وردود الفعل



أشكال المساند وردود الفعل

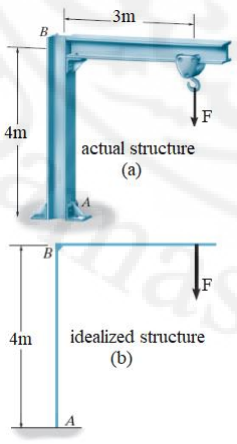


نماذج من المفاصل التنفيذية



الأجسام المقررة – في المستوي

الأجسام المقررة: يتم تحديد قوى ردود الفعل المجهولة في مساند جسم ساكن ومستقر بواسطة معادلات التوازن $\Sigma\vec{X}=0 \quad \Sigma\vec{Y}=0 \quad \Sigma\overrightarrow{M_z}=0$



تكون درجات عدم التقرير لأي جملة إنشائية مساوية J=r-3n، حيث:

j = درجة عدم التقرير،

n = عدد العناصر المكونة للجسم،

r = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم.

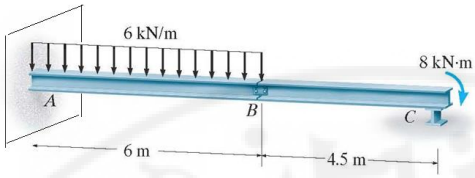
في المثال الموضح جانباً:

$$J=r-3n=3-3x1=0$$

ملاحظة:

مجموع العناصر الإنشائية المكونة لجسم واحد تعامل معاملة العناصر الإنشائي الواحد.

الأجسام غير المقررة – في المستوي



J=r-3n=4-3x1=1

المنشآت غير المقررة: تقسم إلى منشآت مستقرة ومنشآت غير مستقرة

في المنشآت غير المقررة غير المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أقل من عدد معادلات التوازن n=3

في المنشآت غير المقررة المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أكبر من عدد معادلات التوازن n=3

يكتب عدد درجات عدم التقرير j=r-3x1

لدراسة القوى والأفعال لمنشأة غير مقررة فإنه يلزم معادلات إضافية تساوي درجات عدم التقرير، غالباً ما تكون معادلات شرطية تتعلق بانتقال المساند .

التقرير الداخلي والتقرير الخارجي

تعالج المنشآت وفق منظورين:

- التقرير وعدم التقرير الخارجي، حيث ينظر للمنشأة كجسم واحد.
- التقرير وعدم التقرير الداخلي، حيث تعالج المنشأة كمجموعة عناصر، تشكل الجسم، تخضع لمبادئ توازن الأجسام الصلدة، الذي ينص على أن أي جزء من جسم متوازن هو جسم متوازن.

يُحدد التقرير من عدمه، داخلياً وخارجياً، بذات المفهوم الذي يربط بين عدد المجاهيل مع عدد معادلات التوازن الساكن.

في الأجسام المركبة من عدة عناصر تكون درجات عدم التقرير مساوية

$$J = r-3n$$

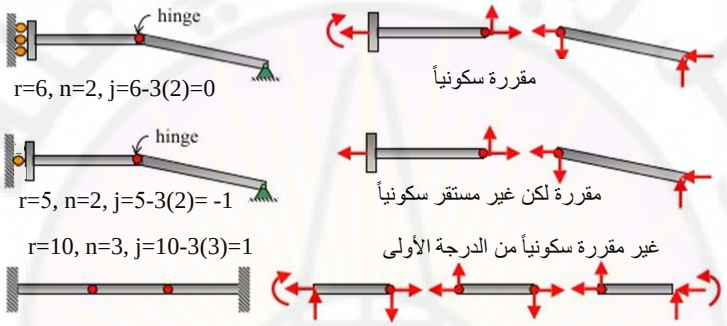
حيث: n = عدد العناصر المكونة للجسم، r = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم، j = درجة عدم التقرير.

الأجسام البسيطة والأجسام المركبة – في المستوي

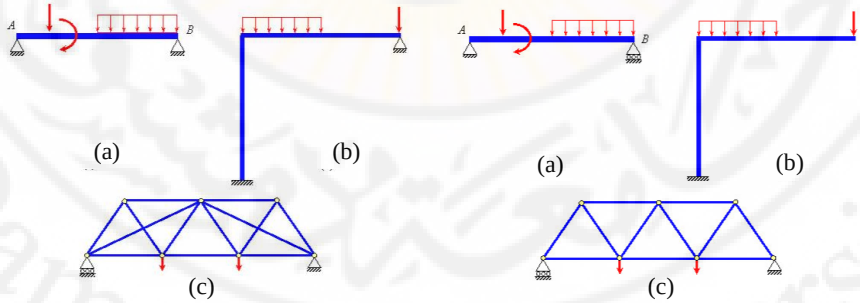
أجسام بسيطة



أجسام مركبة



الأجسام المقررة وغير المقررة – في المستوي



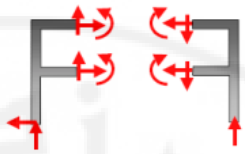
أجسام مقررة خارجياً r=0

r=0 في a, b, c

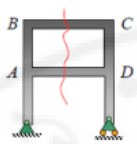
أجسام غير مقررة داخلياً r >0

a في r=1 خارجي
b في r=2 خارجي
c في r=2 داخـلي

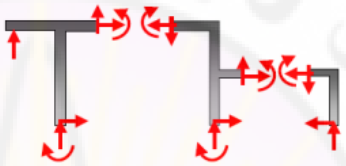
الأجسام المقررة وغير المقررة – في المستوي



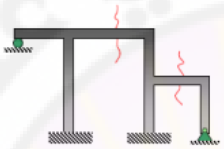
الجسم غير مقرر خارجياً
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 3



r=3, n=1, j=3-3(1)=0
r=9, n=2,j=9-3(2)=3

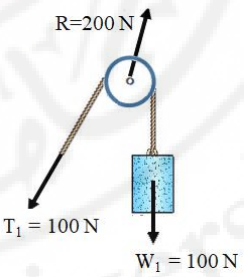


الجسم غير مقرر خارجياً من الدرجة 6
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 6

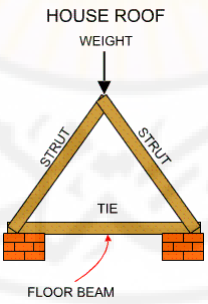


r=9, n=1, j=9-3(1)=6
r=15, n=3, j=15-3(3)=6

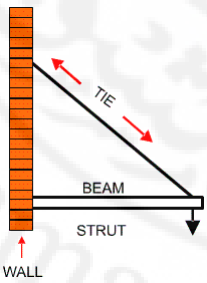
خصائص بعض العناصر الإنشائية



تعمل البكرة الوحيدة على تغيير اتجاه القوة المطبقة مع الحفاظ على شدة القوة

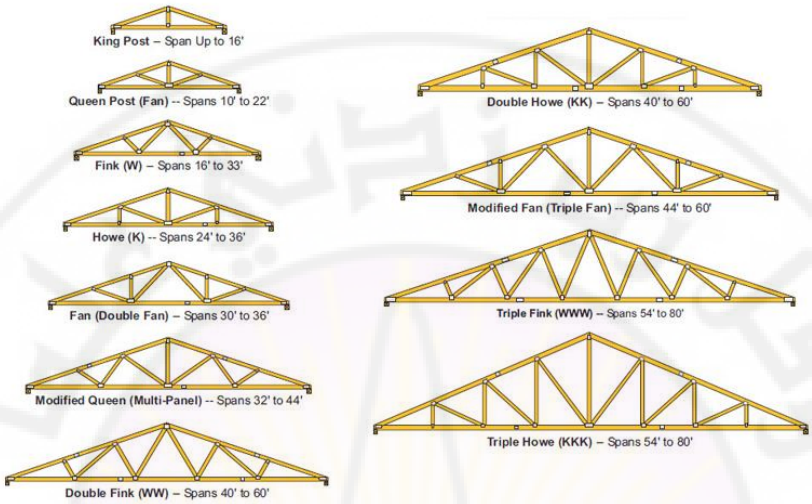


العنصر المحوري يتحمل الضغط والشد

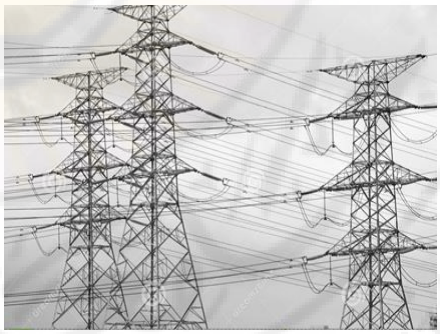


العنصر الحبلي: الحبل أو السلاسل تتحمل الشد فقط

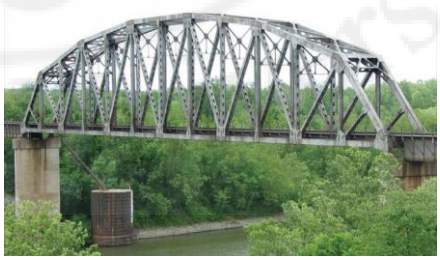
نماذج عن الجوائز الشبكية



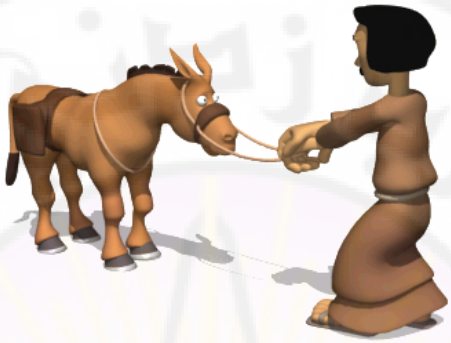








توازن جملة القوى



الجسم المقيد والجسم الطليق

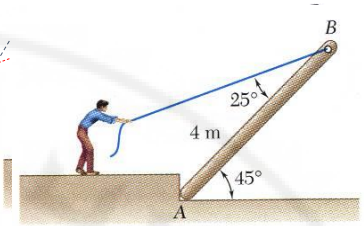


الجسم المقيد:
هو جسم ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة المساند أو وسائل ارتباطه بأجسام أخرى، بحيث لا تستطيع القوى الخارجية المطبقة عليه تحريره من مكانه.

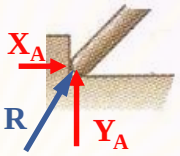


الجسم الحر أو الطليق:
هو جسم اعتباري ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة القوى الخارجية المطبقة عليه وردود الفعل الناشئة في المساند أو وسائل ارتباطه بأجسام أخرى.

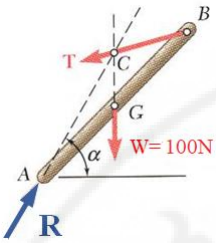
مثال 7

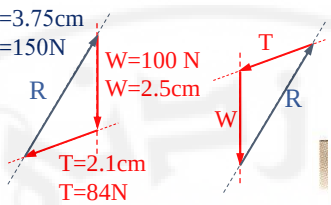


يطبق العامل قوة شد في حبل لرفع عمود خشبي طوله L=4m، ووزنه W=100 N. أوجد تخطيطياً قوة الشد في الحبل ورد الفعل في المسند A.



ردود الفعل عند A بحكم طبيعة الاستناد





الحل: نرسم القوة W=100N بقياس 2.5cm

من مخطط الجسم الطليق نرسم حوامل القوى

- الوزن W وقوة الشد في الحبل محددة الحوامل التي تتقاطع في النقطة C. باعتبار الجسم ساكن ومستقر **فحامل رد الفعل R في A يمر حكماً في C.**
- من وجهة أخرى فإن R لا بد وأن تغلق المخطط الشبكي لجعل محصلة مجموع القوى مساوي للصفر.
- يتم قياس كل من T و R و α

- T=84 N R=150 N α=58°

الحل بطريقة قانون Sin

من الرسم أدناه نبحث عن القيم اللازمة للحساب:

الزاوية بين قوة الشادة T والشاقول BF 20°+45°=65°

النقطة E هي مسقط مركز الثقل G والمسافة AF AE=EF=1/2

AF=AB.cos 45°=(4m)cos45°=2.828m

CD=AE=AF/2=2.828/2=1.414m

BD=CD.cot(65°)=1.414 cot(65°)=0.515m

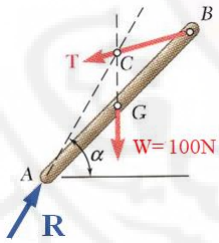
CE=BF-BD=2.828-0.515=2.313m

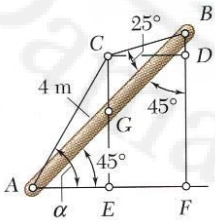
tanα=CE/AE=2.313/1.414=1.636

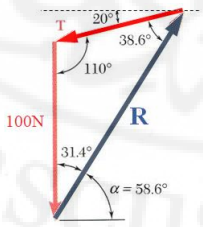
α=58.6° →

$\hat{R} = 110^{\circ}\ \hat{T} = 31.4^{\circ}\ \hat{W} = 38.6^{\circ}$

→ T=83.5 N R=150.6N



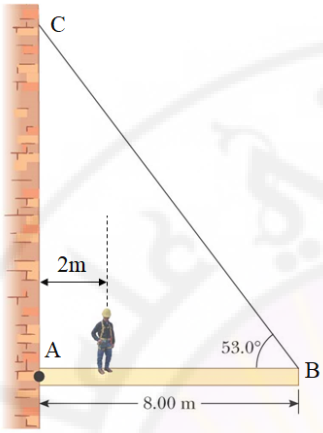




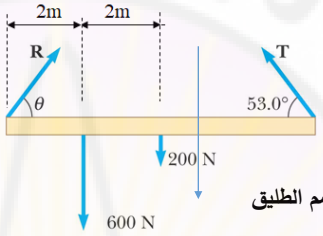
$$\frac{T}{\sin 31.4^{\circ}} = \frac{R}{\sin 110^{\circ}} = \frac{100}{\sin 38.6^{\circ}}$$

مثال 8 (توازن جملة القوى)

- جسر مستند في A على الحائط بواسطة مسند مفصلي، ومرتبط بشداد حبلي في B نهايته في C.
- يقف عامل وزنه 600N على بعد 2 متر من A.
- أوجد قيمة قوة الشد في الحبل BC، وشدة واتجاه القوة المتولدة في المفصل A. وزن الجسر 200N وينطبق في مركزه.
- أوجد قيمة رد الفعل R المسند A، وميله مع المحور الأفقي.

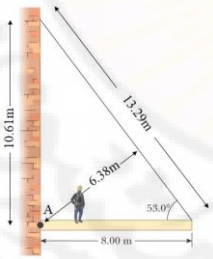


مخطط الجسم المقيد

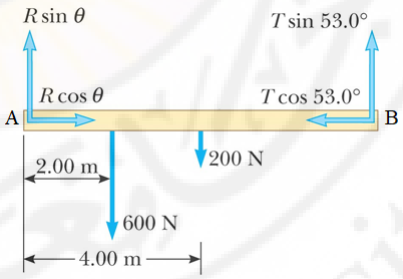


مخطط الجسم الطليق

ملاحظة: يتحمل العنصر الحبلي قوى شد فقط



تكتب مركبات القوى بحسب المحاور X و Y



من معادلات التوازن في المستوي

$\Sigma\vec{X} = 0,$

$\Sigma\vec{Y} = 0,$

$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

المجاهيل: R، T، θ

$\Sigma\vec{X} = 0,$

$R\cos\theta + T\cos 53.0° = 0$

$\Sigma\vec{Y} = 0,$

$R\sin\theta + T\sin 53.0° + 600N + 200N = 0$

$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

$-R\sin\theta + 200N.4m + 600N.6m = 0$

الجواب

$T=313{,}45N,\ R=582.36N,\ \theta=71.1^0$

الطريقة التخطيطية

موضع تطبيق المحصلة W للقوتين 200N و 600N نسبة للمسـ

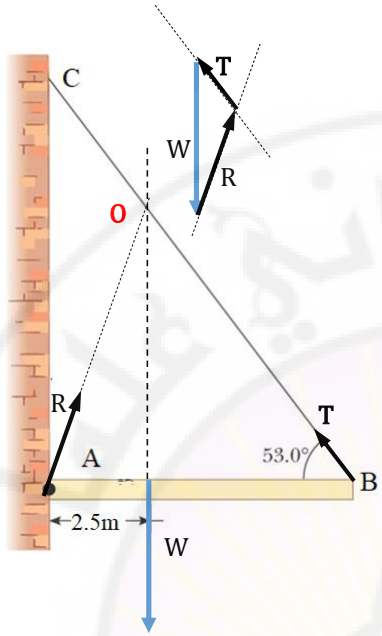
عزم القوتين يساوي عزم محصلتهما W حول المسند A

$\Sigma M_A = 0$

$W.x = +200N.4m + 600N.2m$

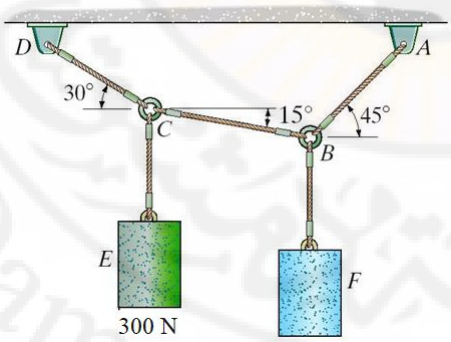
$(600+200).x = +200N.4m + 600N.2m$

$X=2.5m$



- حامل قوة الشد في المسند B منطبق على الحبل BC
- في حال جسم ساكن ومستقر يجب أن تتلاقى جميع القوى في نقطة واحدة O، وتكون قيمة محصلة هذه القوة مساوية للصفر
- من تقاطع حامل القوة W مع حامل الحبل BC يتم تحديد حامل رد الفعل في A، بحيث يمر من O.
- نرسم مخطط الجسم الطليق للقوى الثلاث W, R, T
- بالقياس نحدد طويلة القوة T و R وميل حامل رد الفعل R

مثال 9

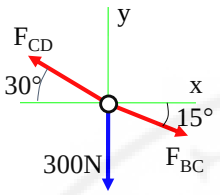


أسطوانتان E في C و F في B محملتان بواسطة مشدات حبلية، حققتا التوازن المبين بالشكل.

1. إذا علمت أن وزن الأسطوانة E مساوٍ 300N، أوجد تفصيل القوى المطبقة في أحبال التحميل، ووزن الأسطوانة F.
2. ارسم مخطط الجسم الحر في C.
3. أتمم الرسم التخطيطي وحدد قيمة القوى (F_{CB} & F_{CD}).
4. بمعرفة F_{CB} كرر العملية على العقدة B.

العقدة C

باعتبار الحوامل حبلية فإن جميع القوى في العقدة C هي قوى شد



مخطط الجسم الطليق في C

$$+\rightarrow \Sigma F_x = F_{BC}\cos 15^o - F_{CD}\cos 30^o = 0$$

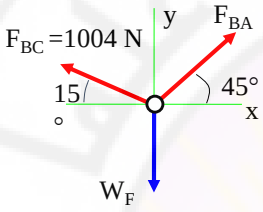
$$+\uparrow \Sigma F_y = F_{CD}\sin 30^o - F_{BC}\sin 15^o - 300 = 0$$

بحل المعادلتين نصل إلى:

$$F_{BC} = 1006.7\ N$$

$$F_{CD} = 1123.6\ N$$

العقدة B



مخطط الجسم الطليق في B

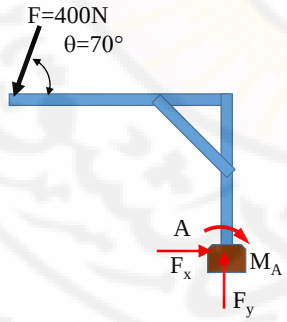
$$+\rightarrow \Sigma F_x = F_{BA}\cos 45° - 1006.7\cos 15° = 0$$

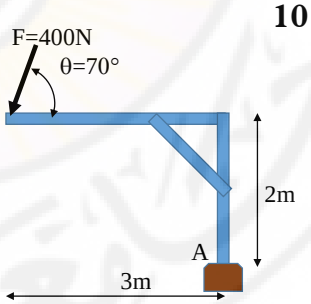
$$F_{BA} = 1375.4\ N$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = F_{BA}\sin 45° + 1006.7\sin 15° - W_F = 0$$

$$W_F = 1233.0\ N$$

مثال 10





إطار موثوق في A، أبعاده مبينة بالشكل،

يتعرض لقوة F=400N تميل على العارضة الأفقية بزاوية θ=70°.

أوجد قيمة العزم في A

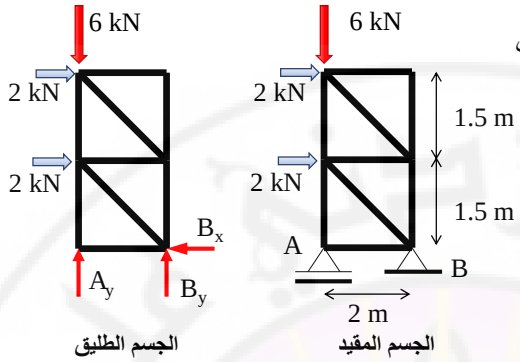
$$+\uparrow F_y = -400\sin(70°)N = 375.8N$$

$$+\rightarrow F_x = -400\cos(70°)N = 136.8N$$

$$-\overset{\curvearrowright}{M_A} = \{(400\cos 70°)(2) + (400\sin 70°)(3)\} = -1160.17\ N\cdot m$$

مثال 11

برج مكون من عناصر معدنية مستند على مسند متدحرج A ومسند مفصلي B، يتعرض للقوى المبينة بالشكل.
احسب قيم ردود الفعل في A و B



$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

$2kN \times 6m - 2kN \times 3m - 2kN \times 1.5m - A_y \times 2m = 0, \quad \rightarrow A_y = 1.5\ kN$

$\Sigma\vec{X} = 0 \rightarrow B_x = 4.0\ kN$

$\Sigma\vec{Y} = 0 \rightarrow B_y = 4.5\ kN$

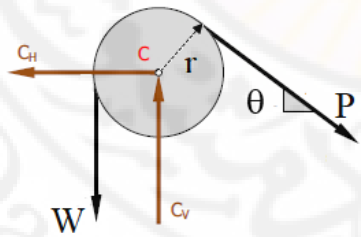
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

منظومة بكرة الشد
Pulley System



المحاضر أ.د. عفيف رحمة

خصائص البكرة



من معادلات التوازن الساكن

$\Sigma M_c=0$

$W.r - P.r=0 \qquad P=W$

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المطبقة
مع الحفاظ على شدة هذه القوة

$\Sigma F_V=0$

$C_V - W - P\sin\theta=0$

$C_V=W+P\sin\theta$

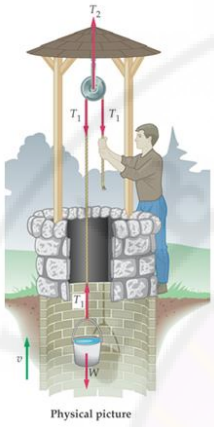
$\Sigma F_H=0$

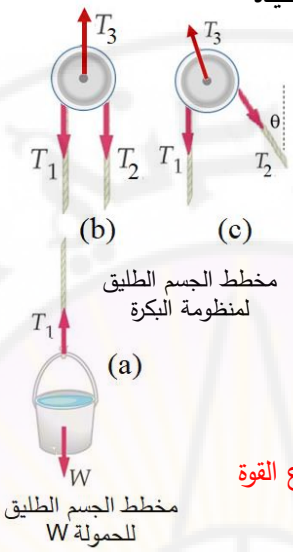
$-C_H+P\cos\theta=0$

$C_H=P\cos\theta$

منظومة بكرة الشد

تحليل القوى المطبقة في منظومة البكرة الوحيدة





مخطط الجسم الطليق لمنظومة البكرة

مخطط الجسم الطليق للحمولة W

التوازن الساكن

الجسم الطليق (a):

$\Sigma F_y=0, \Rightarrow T_1=W$

الجسم الطليق (b):

$\Sigma M_o=0, \Rightarrow T_2=T_1$

$\Sigma F_y=0, \Rightarrow T_3=2.T_1$

الجسم الطليق (c):

$\Sigma M_o=0, \Rightarrow T_2=T_1$

$\Sigma F_y=0, \Rightarrow$

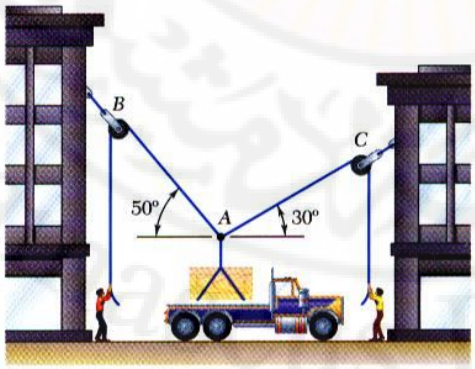
$T_3=2.T_1\cos(\theta/2)$

خصائص منظومة بكرة الشد

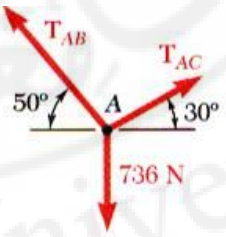
- القوى المطبقة قوى شد حصراً
- تعمل البكرة على تغيير عنصريّ شعاع القوة (المنحى والاتجاه)

مثال 15

احسب بالطريقة التخطيطية قيم قوى الشد T_{AC} و T_{AB}



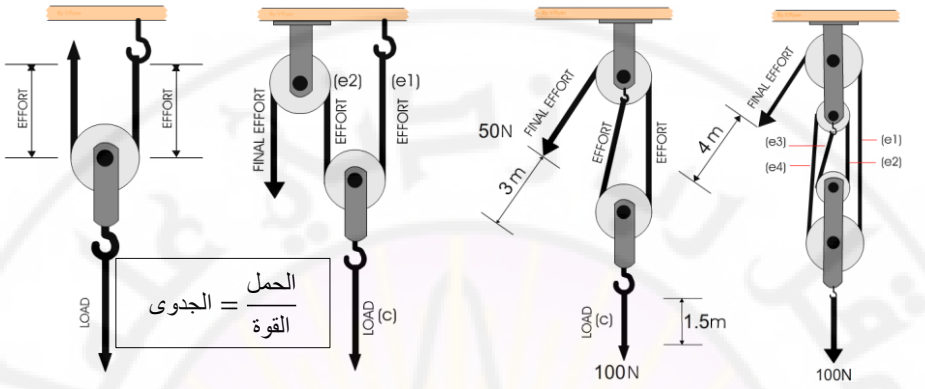
مخطط الجسم المقيد



مخطط الجسم الطليق

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

منظومة البكرات المتعددة
الجدوى الميكانيكية



تخفيض جهد الشد مضاعفة مسافة النقل الجدوى الميكانيكية=2

تخفيض جهد الشد مضاعفة مسافة النقل الجدوى الميكانيكية=2

تخفيض جهد الشد مضاعفة مسافة النقل الجدوى الميكانيكية=2

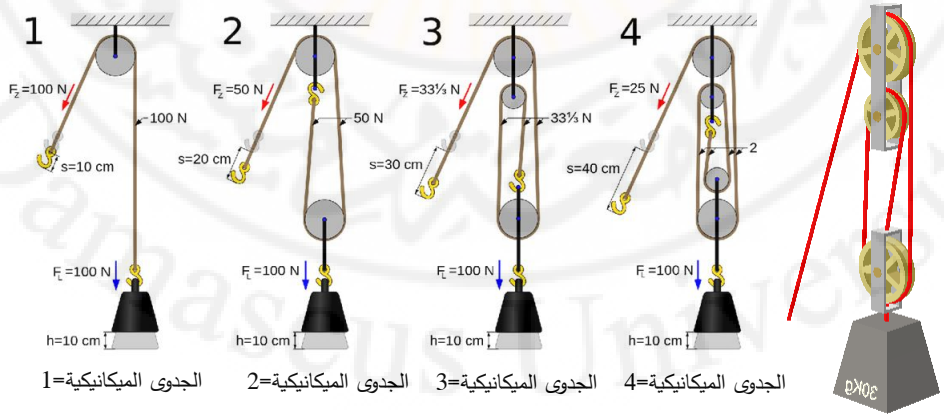
تخفيض جهد الشد مضاعفة مسافة النقل الجدوى الميكانيكية=4

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

منظومة البكرات المتعددة

خصائص منظومة بكرات الشد

تخفيض شدة شعاع الشد اللازمة لرفع الحمل F



الجدوى الميكانيكية=1 الجدوى الميكانيكية=2 الجدوى الميكانيكية=3 الجدوى الميكانيكية=4

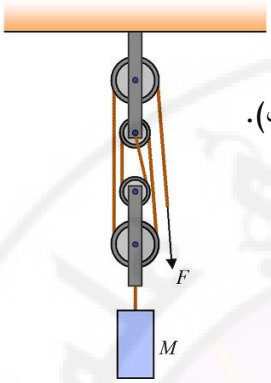
$$T=W/n$$

n عدد بكرات المنظومة = عدد أفرع الرفع

مثال 16:

يتم رفع جسم كتلته M بسرعة ثابتة، عبر ترتيب البكرات الموضح جانباً.

احسب قوة الشد اللازمة لرفع الحمل M. (تجاهل كتلة البكرات).



التحليل: البكرتين السفليتين مثبتتان بأربعة فروع من حبل الشد، وقوى الشد في متساوية (مع إهمال ميل الفرع الرابع).

قيمة قوة الشد F تساوي:

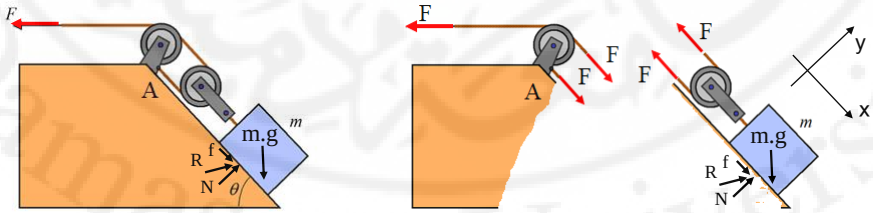
$$4F - Mg = 0 \quad F=Mg/4$$

مثال 17

يتم سحب جسم كتلته m بواسطة بكرتين كما هو موضح بالشكل، بسرعة ثابتة على طول سطح مائل بزاوية θ، معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والسطح هو μ_k.

علماً بأن بداية الحبل مثبت عند A، ويلتف حول البكرتين لتطبيق قوة الشد F.

- احسب قوة الشد اللازمة لسحب الحمل (تجاهل كتلة البكرات).



عدد الفروع الداخلية لحبل الشد = عدد البكرات: n=2.

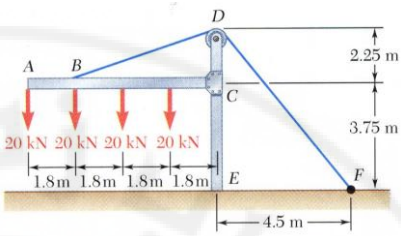
معادلة التوازن الساكن للجسم m المستقر حسب المحور ΣX=0.

علماً بأن $f=N.\ \mu_k = m.g.\ \cos\theta.\mu_k$ وتعاكس جهة الحركة

$$\Sigma X=0 \qquad -2F+m.g.\sin\theta+m.g.\ \cos\theta.\mu_k = 0$$

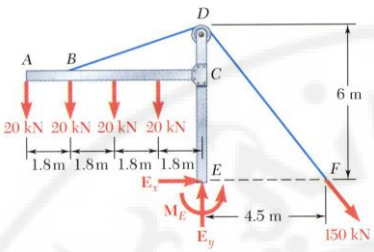
$$F = (1/2)m.g(\sin\theta+\mu_k \cos\theta)$$

مثال 18



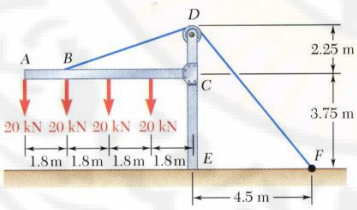
مظلة معدنية لمرآب سيارات تخضع للقوى المبينة في الشكل. تبين أن قوة الشد المطبقة في حبل التعليق المعدني تساوي $F_{DF}=150N$.

احسب قيمة ردود الفعل في المسند E.

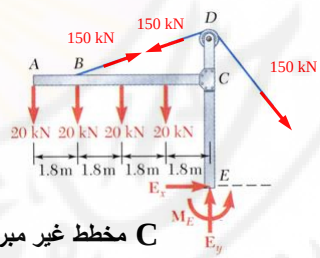


مخطط الجسم الطليق

المفصل المتدحرج في D يولد قوتين متساويتين في الشدة حاملهما محور الحبل المعدني، اتجاه كل قوة نحو نهاية الحبل المعدني ومن جهتها.

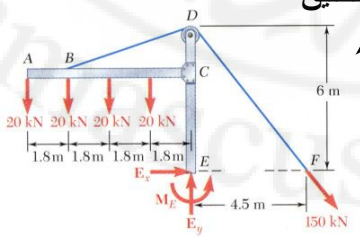


A مخطط الجسم المقيد

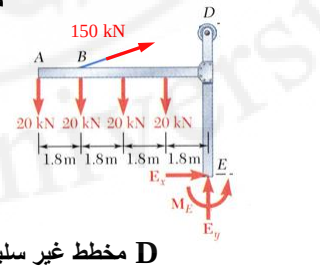


C مخطط غير مبرر

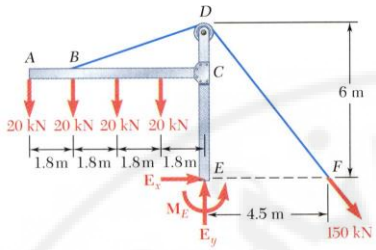
مخططات الجسم الطليق



B المخطط الأنسب



D مخطط غير سليم



من معادلات التوازن في المستوي

$$\Sigma\vec{X}=0 \qquad \Sigma\vec{Y}=0 \qquad \Sigma\overrightarrow{M_{(b)}}=0$$

$$\sum F_x = 0: \quad E_x + \frac{4.5}{7.5}(150\,\text{kN}) = 0$$

$$E_x = -90.0\,\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0: \quad E_y - 4(20\,\text{kN}) - \frac{6}{7.5}(150\,\text{kN}) = 0$$

$$E_y = +200\,\text{kN}$$

$$\sum M_E = 0: \quad +20\,\text{kN}(7.2\,\text{m}) + 20\,\text{kN}(5.4\,\text{m}) + 20\,\text{kN}(3.6\,\text{m}) + 20\,\text{kN}(1.8\,\text{m}) - \frac{6}{7.5}(150\,\text{kN})4.5\,\text{m} + M_E = 0$$

$$M_E = 180.0\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

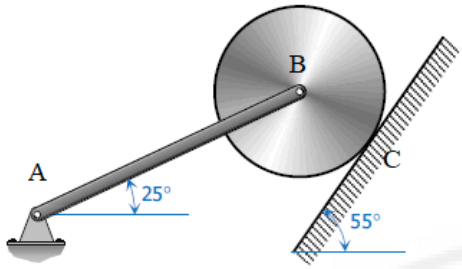


ميكانيك هندسي (1)

علم السكون

الموضوع

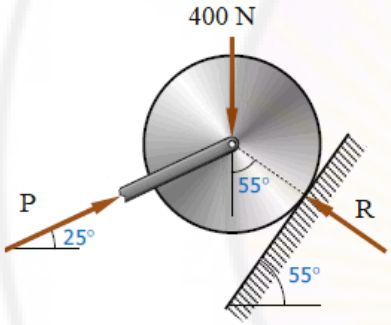
أسطوانة وزنها W=400N مثبتة على منحدر سطحه أملس بواسطة قضيب AB عديم الوزن، كما في الشكل. أوجد القوى P و R المؤثرة على الأسطوانة في نقاط التماس.



(a)

فكرة الحل الاستفادة من خصائص الاستناد: R عمودية على سطح التماس مع الإسطوانة، أما P فهي منطبقة على العنصر المحوري AB

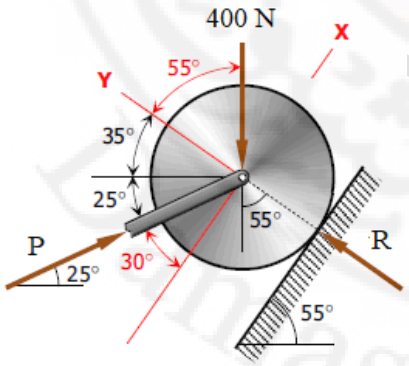
الحل بطريقة الإسقاط على المحاور الإحداثية (أفقي وشاقولي)



(b)

$\Sigma F_H=0$
$P\cos25°=R\sin55°$
$P=0.9038R$
$\Sigma F_V=0$
$P\sin25°+R\cos55°=400$
$(0.9038R)\sin25°+R\cos55°=400$
$0.9556R=400$
$R=418.60\ N$ answer
$P=0.9038(418.60)$
$P=378.34\ N$ answer

الحل باعتماد دوران المحاور الإحداثية (موازية وعامودية على سطح الاستناد)

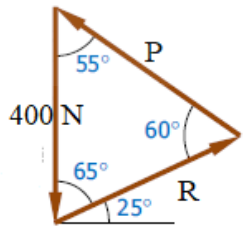


(c)

$\Sigma F_x=0$
$P\cos30°=400\sin55°$
$P=378.35\ N$ (ok!)
$\Sigma F_y=0$
$R=P\sin30°+400\cos55°$
$R=378.35\sin30°+400\cos55°$
$R=418.60\ N$ (ok!)

الحل بطريقة التناسب مع جيب الزاوية

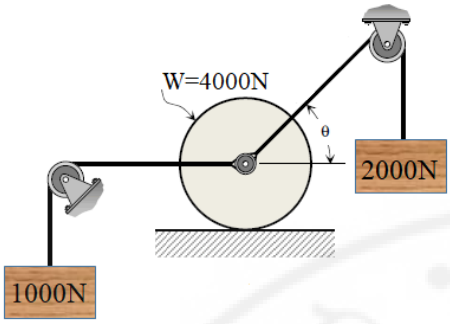
من الشكل (b) من معرفة اتجاه القوى، يرسم مخطط تجميع القوى بالقياس الدقيق ويتم قياس شدة P, R



(d)

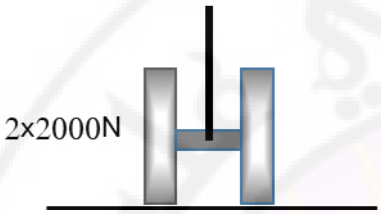
$P/\sin55°=R/\sin65°=400/\sin60°$
$P=378.35\ N$ (ok!)
$R=418.60\ N$ (ok!)

الموضوع



يرتبط الحبلان، كما هو مبين بالشكل، بمحور يجمع أسطوانتين مستقرتين على سطح استناد أملس، وزن كل واحدة 2000N. وتعمل الحبال بواسطة بكرات عديمة الاحتكاك على نقل تأثير كتلتين وزنهما 1000N و 2000N، تستخدما لتحقيق استقرار الأسطوانتين على سطح الاستناد.

حدد الزاوية θ والضغط الطبيعي N بين الأسطوانات والسطح الأفقي الأملس.

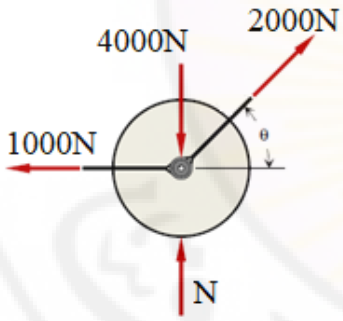


الحل

مبين جانباً مخطط الجسم الطليق للأسطوانتين

وزن الأسطوانتين $W=2x2000=4000N$

من قانون توازن القوى:



$\Sigma F_H=0 \quad 2000N\cos\theta=1000N$

$\cos\theta=0.5 \quad \theta=60°$

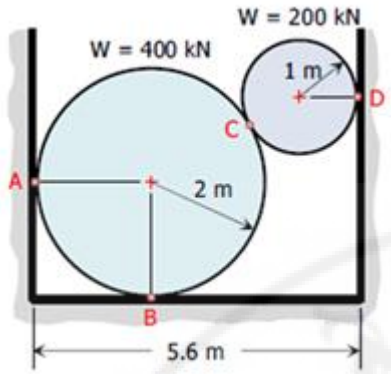
$\Sigma F_V=0 \quad N+2000\sin\theta=4000N$

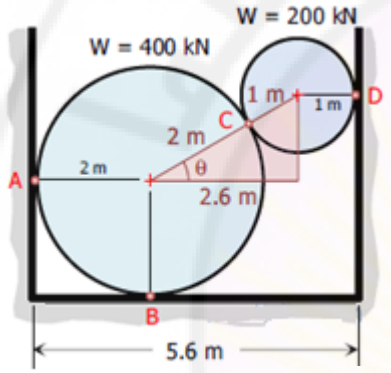
$N+2000\sin 60°=4000$

$N=2268N$

الموضوع

يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها 200 kN و400 kN،
أبعادها مبينة على الشكل الأوزان والأبعاد المشار إليها.
بافتراض أسطح ملامسة ناعمة، حدد شدة وميل ردود الأفعال
الناشئة فيما بينها في النقاط A و B و C و D.

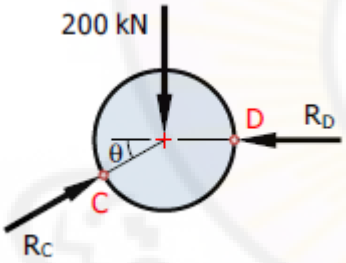




$\cos\theta=2.6/(2+1)$

$\theta=29.93°$

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 200 N



$\Sigma F_V=0$

$R_C.\sin\theta=200$

$R_C.\sin29.93°=200$

$R_C=400.85$ kN

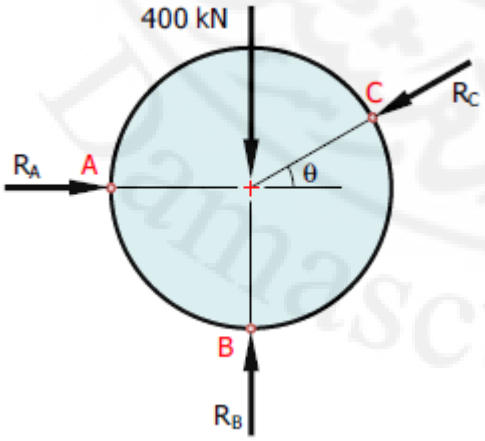
$\Sigma F_H=0$

$R_D=R_C.\cos\theta$

$R_D=400.85\cos29.93°$

$R_D=347.39$ kN

من مخطط الجسم الطليق للأسطوانة 400 N



$\Sigma F_H=0$

$R_A=R_C.\cos\theta$

$R_A=400.85\cos29.93°$

$R_A=347.39$ kN

$\Sigma F_V=0$

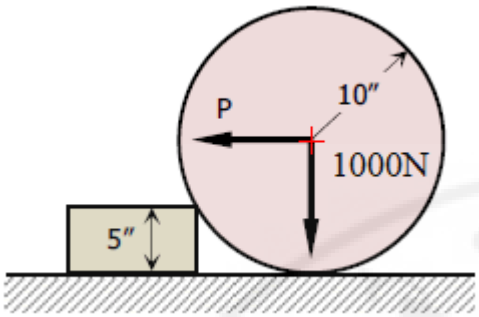
$R_B=400+R_C s.in\theta$

$R_B=400+400.85\sin29.93°$

$R_B=600$ kN

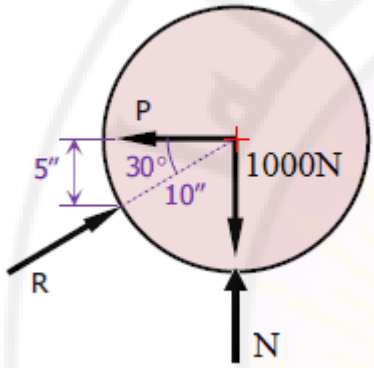
الموضوع

عجلة نصف قطرها 10 انش تحمل حمولة W= 1000N، كما هو موضح في الشكل



1. حدد القوة الأفقية P المطبقة في مركز العجلة، لتعلو هذه العجلة على طوب ارتفاعه 5 انش. احسب أيضاً عن رد الفعل الناتج تحت الطوب.
2. إذا كان من الممكن أن تأخذ القوة P أي ميل مع الأفقي، حدد القيمة الدنيا لـ P اللازمة لتعلو الطوب ، واحسب زاوية ميل القوة P التي يصنعها مع الأفقي، ورد الفعل في الكتلة.

الطلب 1



القوى المطبقة على العجلة:

- الوزن الذاتي W=1000N
- رد الفعل R بين العجلة والطوب، وهي قوة ناظمية على مماس العجلة، ومارة من مركزها.
- قوة الشد P
- رد الفعل N بين العجلة وسطح الاستناد الأفقي.

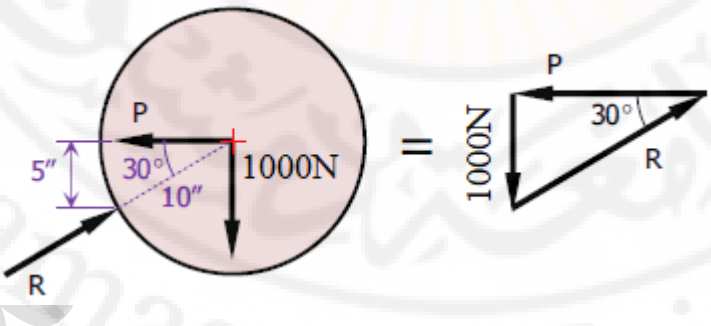
تحليلياً الموضوع

قبل تطبيق القوة P، الجسم في حالة استقرار ويأخذ رد الفعل N قيمته القصوى المساوية W، بينما تكون قيمة R=0.

مع بدء تطبيق القوة P وتزايدها بالشدة، يتشكل رد الفعل R ويتصاعد لقاء تناقص في قيمة N.

مع تزايد قيمة القوة P حتى قيمة حرجة، تصل العجلة إلى مرحلة الاستقرار الحرج لتصبح قيمة N=0.

بتجاوز القوة P القيمة الحرجة تنفصل العجلة عن سطح الاستناد سعياً لتعلو سطح الطوب. بالطبع سيتحرك مركز العجلة مع حركتها نحو الأعلى



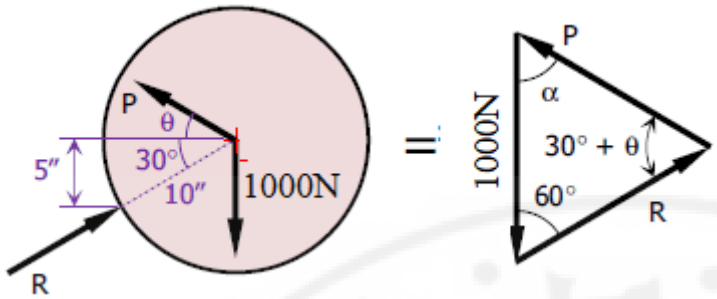
الطلب 1

$\tan 30° = 1000/P$

$P = 1732.05\ N$

$\sin 30° = 1000/R$

$R = 2000\ N$



الطلب 2
تحليل هذه الحالة لا تختلف عن تحليل الحالة السابقة. مع اعتبار أن حال القوة P ليس أفقياً

$$P/\sin 60^\circ = 1000/\sin(30^\circ+\theta)$$
$$P = 1000\sin 60^\circ/\sin(30^\circ+\theta)$$
$$dP/d\theta = -1000\sin 60^\circ \cos(30^\circ+\theta)/\sin^2(30^\circ+\theta)=0$$
$$-1000\sin 60^\circ\cos(30^\circ+\theta)=0$$

ومنه

$\cos(30^\circ+\theta)=0$ لا يمكن أن يكون سوى أن

أي ان

$30^\circ+\theta=90^\circ$

$\theta=60^\circ$ وهي الحالة التي تنفصل العجلة عن سطح الاستناد

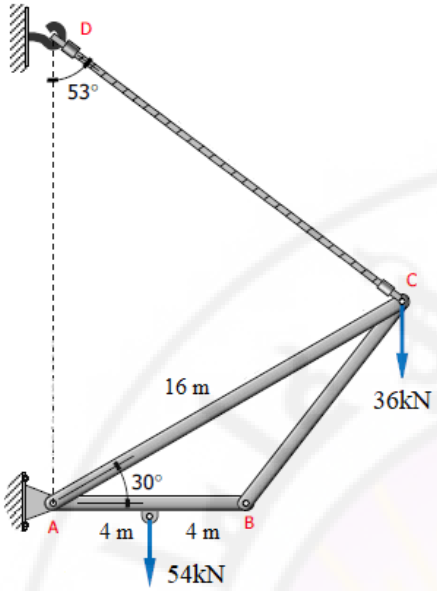
$$P_{min}=1000\sin 60^\circ/\sin(30^\circ+60^\circ)$$
$$P_{min}=866.02\ N$$

$$\alpha=180^\circ-60^\circ-(30^\circ+\theta)$$
$$\alpha=180^\circ-60^\circ-(30^\circ+60^\circ)$$
$$\alpha=30^\circ$$

$$R/\sin\alpha=1000/\sin(30^\circ+\theta)$$
$$R/\sin 30^\circ=1000/\sin(30^\circ+60^\circ)$$
$$R=500\ N$$

الموضوع

يتم تثبيت الهيكل الموضح في الشكل، عند النقاط A و B و C ويتم تثبيته في حالة توازن بواسطة القرص المضغوط للكابل. تعمل حمولة مقدارها 54 kN عند نقطة المنتصف للعضو AB، ويتم تطبيق حمل قدره 36 kN عند النقطة C. حدد التفاعل عند A، والقوة الداخلية في العضو BC، والتوتر الموجود على الكابل المضغوط.



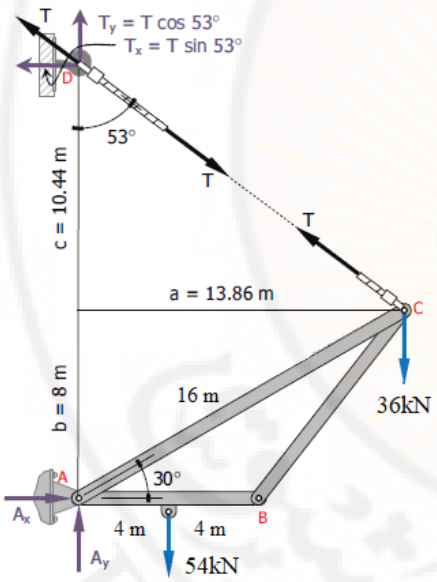
$a=16\cos 30°=13.86$ m
$b=16\sin 30°=8$ m
$c=a.\tan 37°=13.86\tan 37°=10.44$ m

الشد في الحبل CD

$\Sigma M_A=0$
$(T\sin 53°)(8+10.44)=36000(13.86)+54000(4)$
$T=48548.1$ N

رد الفعل في A

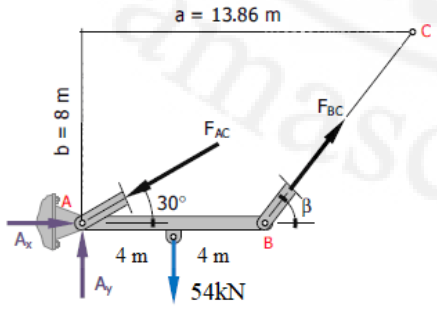
$\Sigma M_D=0$
$A_x(8+10.44)=36000(13.86)+54000(4)$
$A_x=38772.23$ N



$\Sigma F_V=0$
$A_y+T\cos 53°=36000+54000$
$A_y+10788.47\cos 53°=36000+54000$
$A_y=60783.0$ N
$R_A=\sqrt{(A_y^2+A_x^2)}$
$R_A=\sqrt{(38772.23^2+60783.0^2)}$
$R_A=72096.18$ N

$\tan\theta_{Ax}=A_y/A_x=60783.0/38772.23$
$\theta_{Ax}=57.47°$

عليه فإن
$R_A=72096.18$ N at $\theta_{Ax}=57.47°$ مع الافق

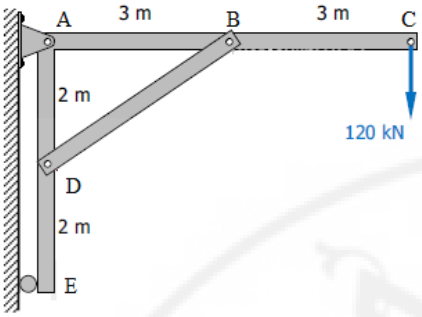


القوة في CD

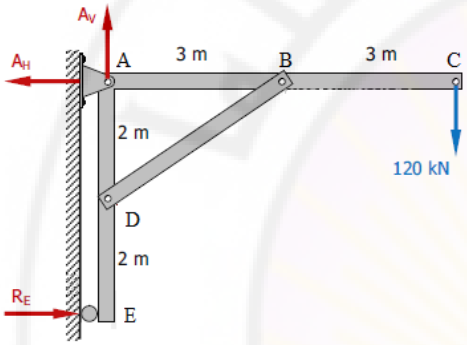
$\tan\beta=8/(13.86-8)$ $\beta=53.78°$
$\Sigma M_A=0$
$(F_{BC}.\sin\beta)(8)=54000(4)$
$(F_{BC}.\sin 53.78°)(8)=54000(4)$
$F_{BC}=33467.45$ N tension

الموضوع

الهيكل الموضح في الشكل مستند على الجدار استناد مفصلي في A واستناد بسيط في E.احسب القوة المؤثرة على العنصر BD وردود الفعل عند A وE. مع اعتبار عناصر الهيكل صلدة غير قابلة للتشوه.

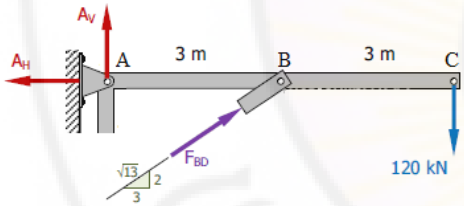


$\Sigma M_A=0$
$4R_E=6(120)$
$R_E=180$ kN



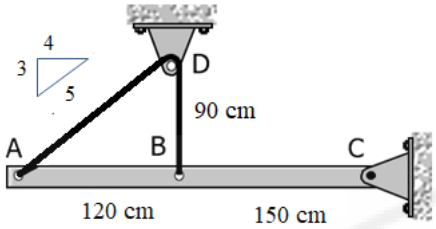
$\Sigma F_H=0$
$A_H=R_E$
$A_H=180$ kN

$\Sigma F_V=0$
$A_V=120$ kN

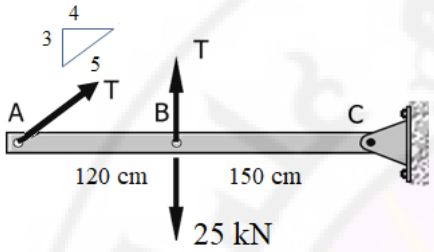


$\Sigma M_A=0$
$3(2F_{BD}/\sqrt{13})=6(120)$
$F_{BD}=432.67$ kN

الموضوع



الجائز الموضح في الشكل، وزنه 25 kN، مثبت بمفصل عند C ومحمل بحبل يمتد من A إلى B عبر بكرة ملساء عند D. أوجد قيمة القوى في الحبل ابحث عن الضغط في الكبل إذا كان قطره 1.5 سم وكان الشريط يزن 25 كيلو نيوتن.



$\Sigma M_C=0$

$-150T-(Tx270x3/5)T+25x10^3x150=0$

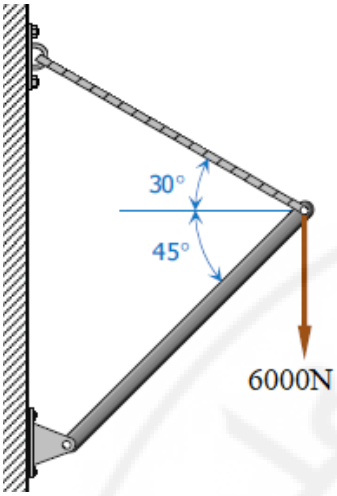
$T=12kN$

$T=\sigma A$

$12000=\sigma[\pi(15^2)/4]$

$\sigma=68$ MPa

الموضوع



ينقل الكبل والذراع، الموضحان في الشكل، حمولة تبلغ 6000N. حدد قوة الشد T في الكبل وضغط الضغط لـ C في ذراع الرافعة.

$\Sigma F_H=0$

$C\cos45°=T\cos30°$

$C=1.2247T$

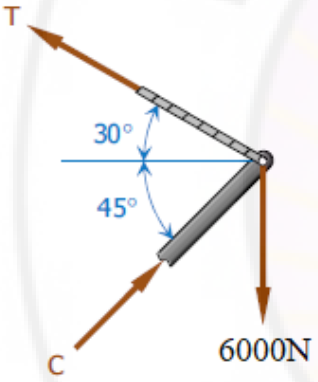
$\Sigma F_V=0$

$T\sin30°+C\sin45°=6000$

$T\sin30°+(1.2247T)\sin45°=6000$

$1.366T=6000$

$T=4392.4\ lb$

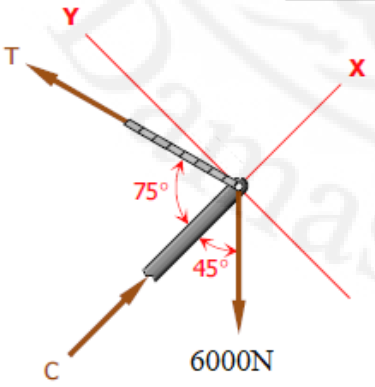


$C=1.2247(4392.4)$

$C=5379.4\ N$

طريقة الإسقاط حسب X, Y

نختار منحى الشعاع C محوراً X



$\Sigma F_y=0$

$T\sin75°=6000\sin45°$

$T=4392.3\ N$

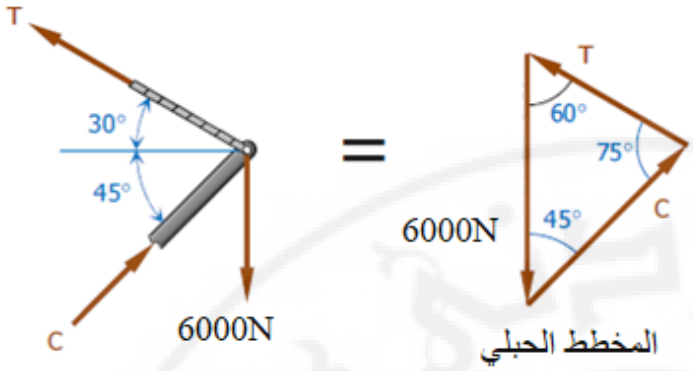
$\Sigma F_x=0$

$C=T\cos75°+6000\cos45°$

$C=4392.3\cos75°+6000\cos45°$

$C=5379.4\ N$

طريقة التناسب



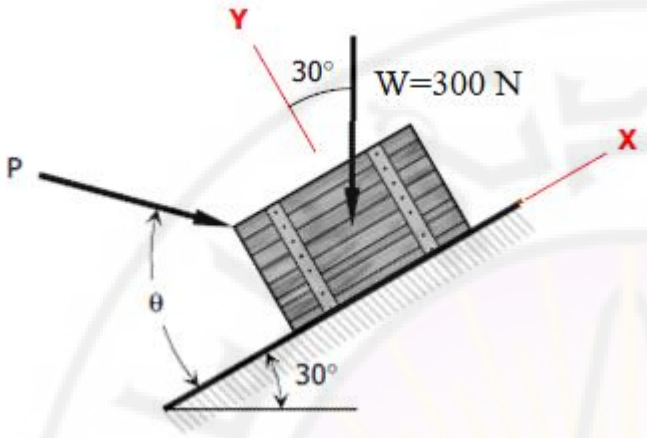
$T/\sin 45° = C/\sin 60° = 6000/\sin 75°$

$T = 4392.3\ N \quad T = 4392.3\ N$

$C = 5379.4\ N \quad C = 5379.4\ N$

الموضوع

صندوق وزنه 300N مثبت على مستوى أملس، معرض لقوة P مائلة بزاوية θ مع المستوى كما هو موضح في الشكل. إذا كانت θ =30°، فأوجد قيمة P والضغط الطبيعي N المطبقة على المستوى.



$\Sigma F_x=0 \quad P\cos\theta=W\sin 30°$

$P\cos 45°=300\sin 30°$

$P=212.13\ N$ answer

$\Sigma F_y=0 \quad N=P\sin\theta+W\cos 30°$

$N=212.13\sin 45°+300\cos 30°$

$N=409.81\ N$ answer

إذا كانت قيمة P تساوي 180N ، فأوجد الزاوية θ التي يجب أن تميل عندها مع المستوى الأملس لتحمل صندوق 300N في حالة اتزان.

$\Sigma Fx=0$

$P\cos\theta=W\sin 30°$

$180\cos\theta=300\sin 30°$

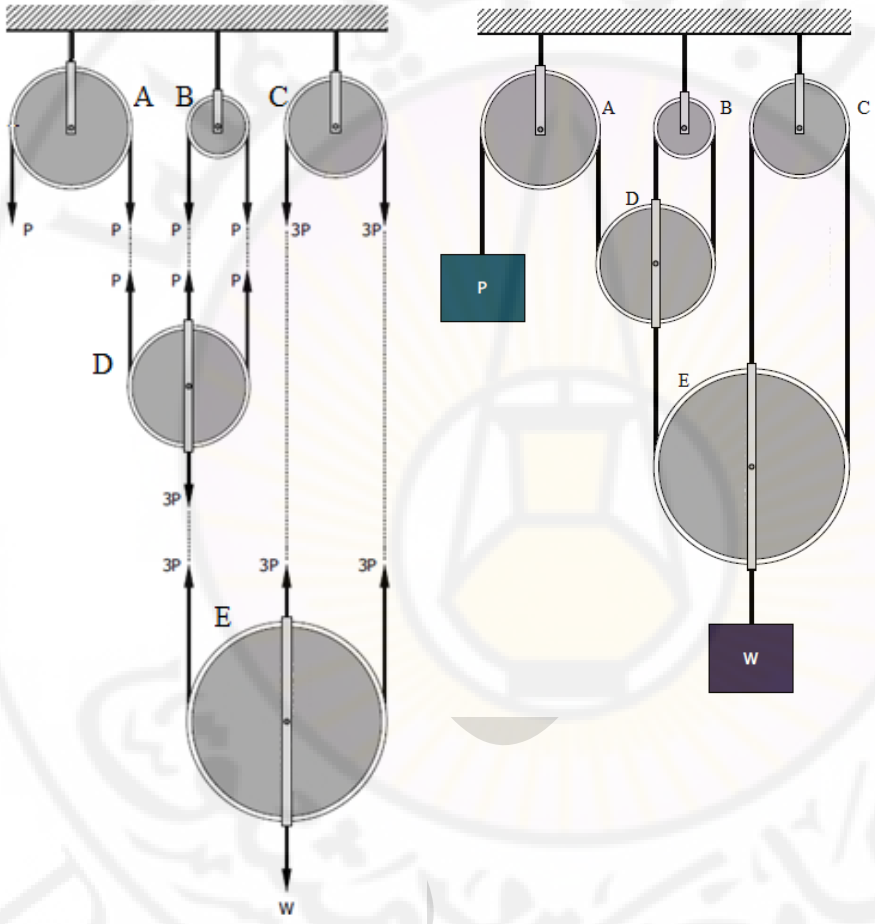
$\cos\theta=5/6$

$\theta=33.56°$

الموضوع

بالنسبة لنظام البكرات الموضح في الشكل، أوجد نسبة W إلى P للحفاظ على التوازن، مع إهمال احتكاك المحور وأوزان البكرات

من تحليل توزع القوى في حبال الشد الداخلية بدأ من حمولة الشد P المطبقة عند البكرة A وانتهاء بالبكرة السفلى E، نجد



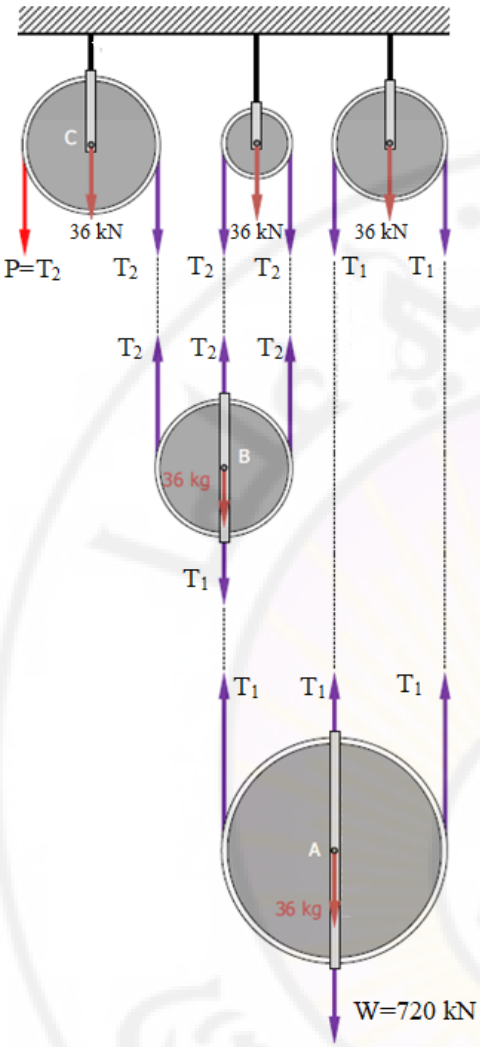
$$\Sigma F_V=0$$

$$W=9P$$

$$W/P=9$$

الموضوع

المطلوب تحليل قوى الشد في منظومة البكرات المبينة جانباً وحساب شدة قوى الشد المطبقة في الحبال، علما بأن البكرة الأم تنقل حمولة W=720 kN، ووزن البكرة الواحدة 36 kN.



من البكرة A

$\Sigma F_V=0$
$3T_1=36+720$
$3T_1=726$
$T_1=252$ kN

من البكرة B

$\Sigma F_V=0$
$3T_2=36+T_1$
$3T_2=36+252$
$3T_2=288$
$T_2=96$ kN

من البكرة C

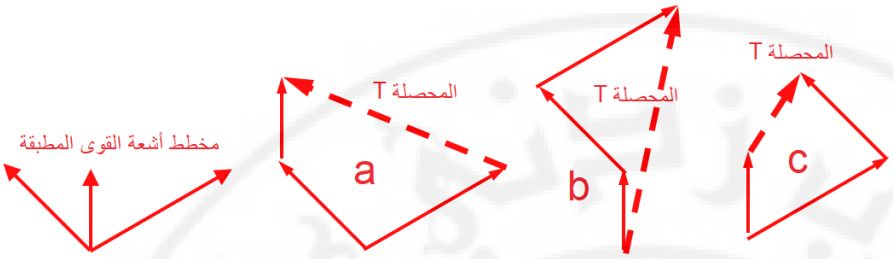
$P=T_2$

وعليه فإن قوة الشد P=96 kg

نماذج عن أسئلة الامتحانات

السؤال 1 (علامتان)

في الأشكال التالية مخطط أشعة القوى المطبقة على جسم وثلاثة مخططات a، b، c لتجميع القوى تخطيطياً وتحديد عناصر المحصلة T. ما هو الشكل الصحيح بينهما.

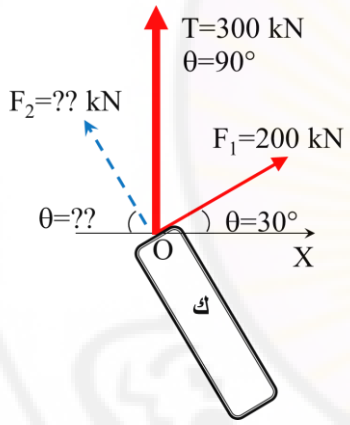


الإجابة b

السؤال 2 (8 علامات)

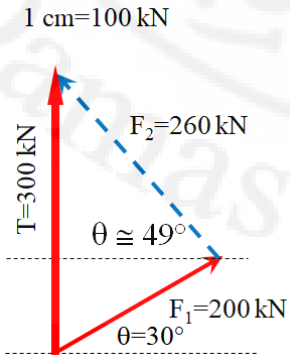
تتلاقى القوى F_1، F_2 في النقطة O لسحب الجسم (ك). محصلة هذه القوى T شدتها 300kN وميلها 90° عن المحور X.

بالطريقة التخطيطية تجميع القوى حدد عناصر الشعاع F_2 (الشدة، ميل الحامل والاتجاه) اعتبر كل 100 kN=1cm



الشدة kN	θ حسب المحور X	F
200	30°	F_1
260	49°	F_2
300	90°	T

الإجابة



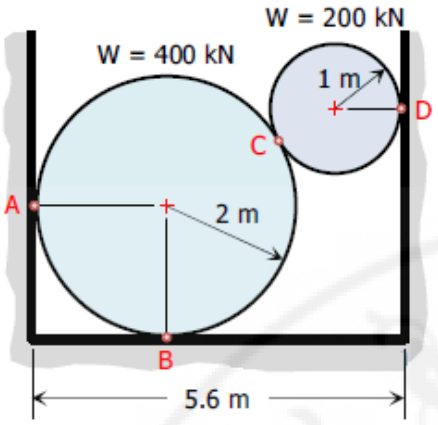
السؤال 3 (25 علامة)

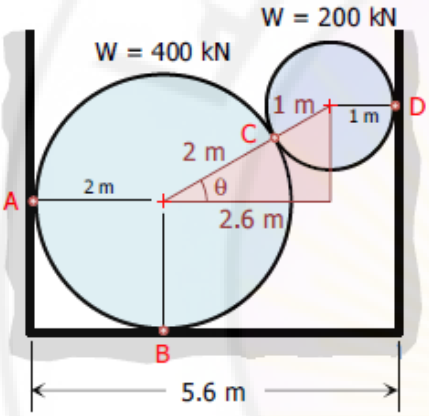
يحتوي الصندوق على أسطوانتين أوزانها وأبعادها مبينة في الشكل جانباً. بافتراض جميع الأسطح ملساء،

1. احسب المسافة الأفقية بين مركزي الأسطوانتين والميل بينهما (5علامة)

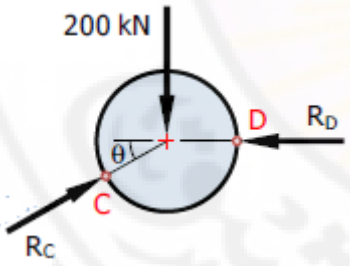
ارسم الجسم الطليق للأسطوانتين

2. حدد ردود الفعل عند C و D (5+5 علامة).
3. حدد ردود الفعل عند A و B (5+5 علامة)



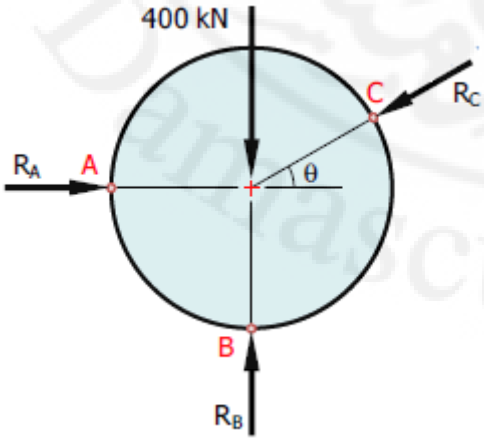


$L_{(1-2)}=1+2=3cm$
$L_{h(1-2)}=5.6-1-2=2.6cm$
$\cos\theta=2.6/(2+1)$
$\theta=29.93°$



From the FBD of 200 kN cylinder
$\Sigma F_V=0$
$R_C\sin\theta=200$
$R_C\sin29.93°=200$
$R_C=400.85$ kN answer

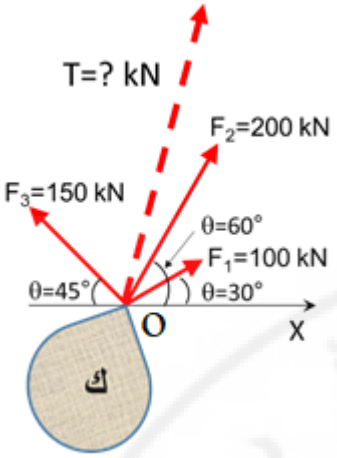
$\Sigma F_H=0$
$R_D=RC\cos\theta$
$R_D=400.85\cos29.93°$
$R_D=347.39$ kN answer



From the FBD of 400 kN cylinder
$\Sigma F_H=0$
$R_A=RC\cos\theta$
$R_A=400.85\cos29.93°$
$R_A=347.39$ kN answer

$\Sigma F_V=0$
$R_B=400+RC\sin\theta$
$R_B=400+400.85\sin29.93°$
$R_B=600$ kN answer

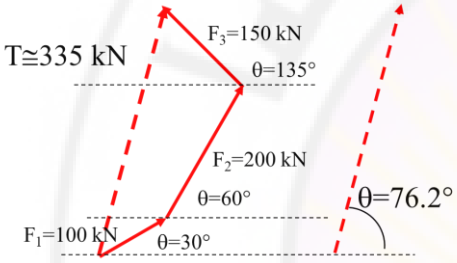
السؤال 1 (10 علامات)



تتلاقى القوى F_1، F_2، F_3 في النقطة O لسحب الجسم (ك).
بطريقة مضلع القوى احسب شدة محصلة القوى T المطبقة على الجسم (ك) وحدد ميلها (بشكل تقريبي). اعتبر كل 1 سم مكافئ لقوة 100kN

الشدة	θ حسب المحور X	F
100kN	30°	F_1
200 kN	60°	F_2
150 kN	135°	F_3

الإجابة



بالقياس $T \cong 335$ kN

بالقياس $\theta = 76.2°$

علماً بوجود عدة مسارات لتسلسل تجميع القوى، لكنها تصل إلى نتيجة واحدة $T = 335$ kN و $\theta = 76.2°$

صحة الشكل والقيمة التقريبية للقوة T وللزاوية 10 علامات

الإجابة بطريقة الإسقاط:

يمكن للطالب أن يقدم أي حل آخر وفق الطرق الرياضية **مثل** طريقة إسقاط الأشعة على المحاور X–Y أو طريقة تناسب الأضلاع مع جيب الزوايا (تخفض العلامة إلى 8 في حال تقديم حلّ بديل وصحيح)

$\Sigma Fx=0 \quad F_1 \cos\theta_1=F_2\cos\theta_2+F_3\cos\theta_3-T_X=0$

$100*0866+200*.5-150*0.707-T_X = 0 \quad T_X=0 \quad 80.5$ kN

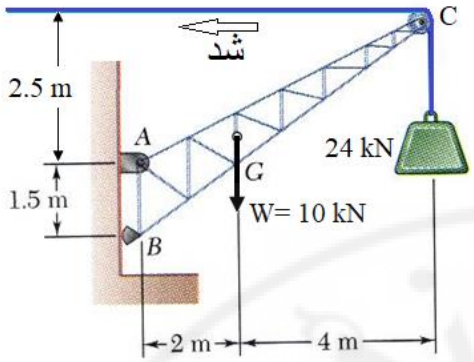
$\Sigma Fx=0 \quad F_1 \sin\theta_1=F_2\sin\theta_2+F_3\sin\theta_3-T_Y=0$

$100*0.5+200*.866+150*0.707-T_X = 0 \quad T_Y=0 \quad 329.27$ kN

$T=\sqrt{(T^2_X+T^2_Y)}=\sqrt{(80.5^2+329^2)} = 338.9$ kN

$\text{Tan}\theta = T_Y/T_X = 329.27/80.5 = 4.088 \quad \theta=76.25°$

السؤال 2 (25 علامة)



الرافعة ABC وزنها الذاتي W=10 kN، مثبتة بمفصل في A، ومستندة في B بمسند منزلق موجه شاقولياً. تستخدم الرافعة لرفع وزن أقصى مقداره P=24 kN.

1- ارسم الجسم الطليق للرافعة

2- احسب ردود الأفعال في كل من A و B.

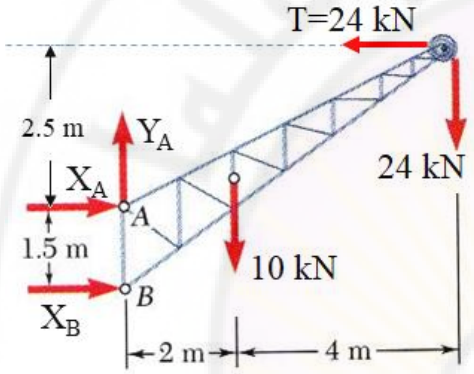
3- احسب بالطريقة المناسبة ميل رد الفعل في A عن الجدار الشاقولي.

(أبعاد البكرة مهملة)

الإجابة

تعمل البكرة على تغيير اتجاه القوة المتمثلة بالوزن P=24 kN وهي قوة شد في الحبل T=24 kN

المسند A مفصلي والمسند B منزلق (متدحرج) موجه شاقولياً (رد الفعل أفقي).



الجسم الطليق (2 علامة)

حساب ردود الأفعال:

T=P=24 kN بفعل البكرة (4 علامات)

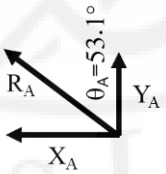
$\Sigma M_A=0$ $-24*6m-10*2m+24*2.5m+X_B*1.5=0$ X_B= + 69.3 kN (4 علامات)

$\Sigma X=0$ $X_A+X_B+T=0$ $X_A + 69.3 - 24=0$ X_A= - 45.3 kN (4 علامات)

$\Sigma Y=0$ $Y_A+P+W=0$ $X_A – 10 - 24=0$ Y_A= + 34 kN (4 علامات)

$R_A=\sqrt{(-45.3^2+34^2)}=56.6$ kN (3 علامات)

ميل رد الفعل في R_A عن الشاقول



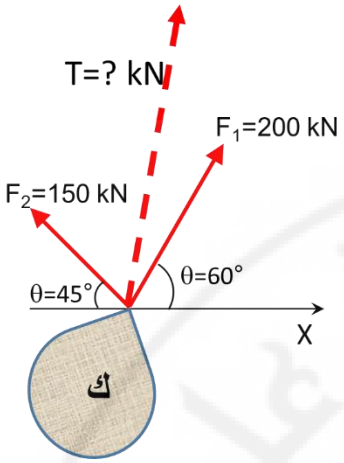
$Tan\theta_A=X_A/Y_A= (- 45.3/34)=1.33$ $\theta_A=53.1°$ (4 علامات)

السؤال 1 (15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

تتلاقى القوتان F_1، F_2، في النقطة O لسحب الجسم (ك).

1. لتوضيح عناصر شعاع المحصلة، ارسم مضلع القوى المطبقة على الجسم (ك)
2. احسب شدة المحصلة T وفق نظرية Kashi
3. احسب بطريقة السينوس Sin ميل المحصلة T نسبة للمحور X

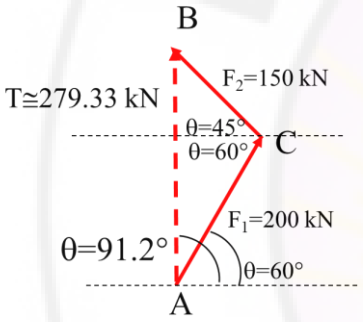
للرسم اعتبر كل 1 سم مكافئ لقوة 50kN



F	θ° حسب المحور X	الشدة
F_1	60°	200kN
F_2	135°	150 kN
T	?	?

الإجابة

1 (5 علامات)



2 (5 علامات)

$T^2=F_1^2+F_2^2-2F_1F_2\cos C°$

$T^2=200^2+150^2-2*200*150\cos 105°$

$T=279.33kN$

3 (5 علامات)

$\text{Sin}C°/T=\text{Sin}A°/F_2=\text{Sin}B°/F_1$

$\text{Sin}105°/279.33=\text{Sin}A°/150=\text{Sin}B°/200$

$A°=31.2°$ $B°=43.75°$

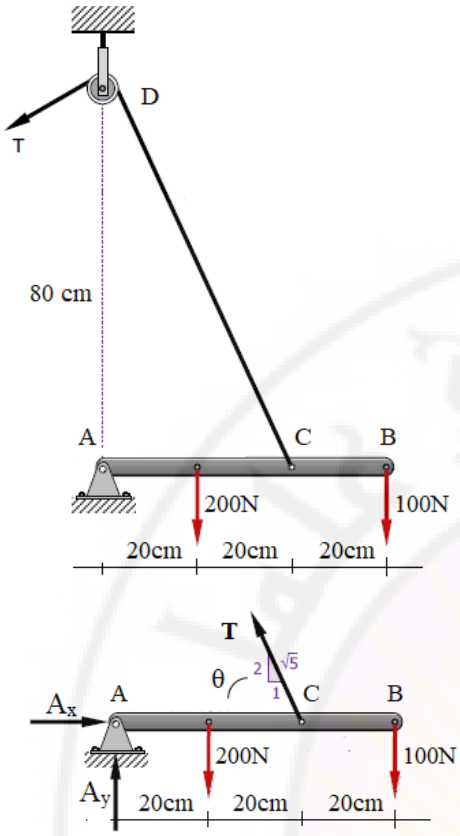
$\theta°=91.2°$

السؤال 2 (20 علامة)

الذراع AB متفصل في A، وليبقى في وضع أفقي يتم دعمه بواسطة كابل يمتد من C إلى بكرة صغيرة عند D. (أبعاد البكرة مهملة)

1. ما هو دور البكرة (2 درجة)
2. ما خصائص العنصر الحبلي (2 درجة)
3. ما هي خصائص المسند المفصلي المستخدم في A (2 درجة)
4. ارسم مخطط الجسم الطليق للزراع AB (2 درجة)
5. باستخدام معادلات التوازن الساكن، احسب قوة الشد T في الكبل، ورد الفعل في A. (12 درجات)

(تقاس العلامة بحسب صحة الحلّ وصحة الإجابة)



4. الجسم الطليق (2 علامة)

الإجابة

1. تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد T في الحبل CD.
2. العنصر الحبلي يعمل على الشد فقط.
3. لرد الفعل في المسند المفصلي مركبتان أفقية وشاقولية.
5. المسند A مفصلي ولرد الفعل مركبتين حسب X و Y.

(لم يكن من الضروري حسابها) $\sin\theta=2/\sqrt{5}=0.894$ $\cos\theta=1/\sqrt{5}=0.447$

$\Sigma M_A=0$

$40(2/\sqrt{5})T=20\ (200)+60\ (100)$ $T=279.51$ N (4 درجات)

$\Sigma F_V=0$

$A_V+(2/\sqrt{5})T-200-100=0$

$A_V+(2/\sqrt{5})\ (279.51)-300=0$ $A_V=49.99$ N (4 درجات)

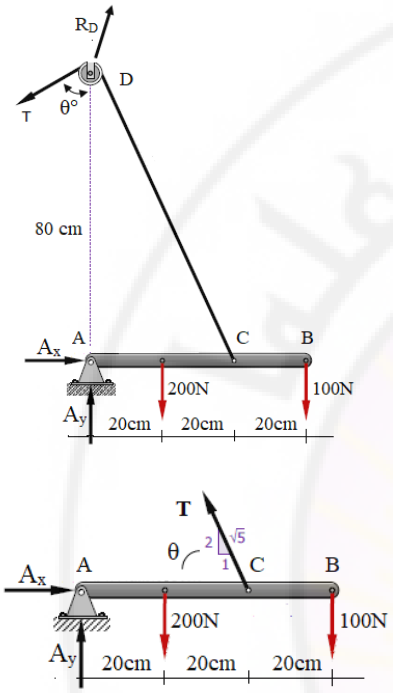
$\Sigma F_H=0$

$A_H-(1/\sqrt{5})T=0$

$A_H=(1\sqrt{5})\ (279.51)$ $A_H=125.0$ N (4 درجات)

الأخطاء المرتكبة في حلّ السؤال الاول:

- الزاوية بين T و F_2 لا تساوي 45° والزاوية بين T و F_1 لا تساوي 30°
- عدم الدقة في الرسم
- خطأ في تحديد اتجاه المحصلة T



الأخطاء المرتكبة في حلّ السؤال الثاني:

اعتبار الشكل المبين جانباً هو الجسم الطليق، يقتضي الأخذ برد الفعل R_D وله مركبتان D_X و D_Y ، ليصبح عدد المجاهيل 6:

D_X و D_Y ، A_X و A_Y ، T ومعرفة الميل θ° لقوة الشد T وهي قيمة غير محددة في معطيات المسألة.

ولحل المسألة نحتاج لخمسة معادلات بدلا من 3، فيما لو حددت قيمة للزاوية θ°.

الأصح لحل المسألة هو اعتبار الجسم الطليق الشكل المبين أدناه.

ومن الأخطاء الشائعة في الحل

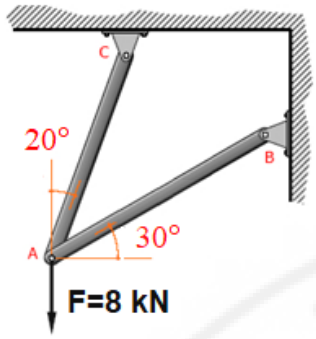
- عدم كتابة قيمة ذراع عزم المركبة الشاقولية للقوة T في المعادلة ΣM_A
- لم يستفد الطالب من معطيات المسألة (1, 2, √5) ، التي تقلل من احتمال ارتكاب الخطأ في حساب Sinθ° و Cosθ°

السؤال 1 (15 علامات، لكل فقرة 5 علامات)

العنصران المحوريان AB, AC يعملا لنقل الحمولة F=8kN

1. ما هي خصائص العنصر المحوري (2 علامة)
2. ارسم بالطريقة التخطيطية مضلع القوى في A (5 علامة)
3. احسب بطريقة السينوس Sin قيمة القوة في AB و AC

(4+4 علامة)



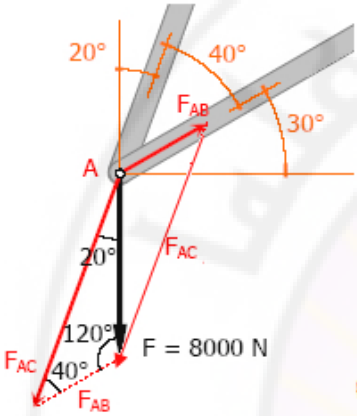
الإجابة

1- تتحمل العناصر المحورية قوى الضغط والشد وتكون القوى منطبقة على محور العنصر.

2 الحمولة F قوة خارجية توزع كقوتين على العنصرين AB و AC

و

نحدد شكل متوازي الأضلاع من منحى العنصرين AB و AC كحاملين للقوتين F_{AB} و F_{AC}





الإجابة 2

3- $F_{AB}/\sin 20° = 8/\sin 40°$

$F_{AB}=4.25$ N ضغط

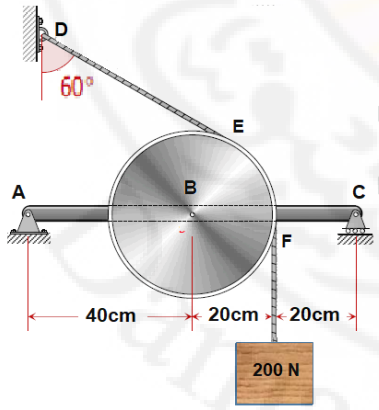
$F_{AC}/\sin 120° = 8/\sin 40°$

$F_{AC}=10.77$ N شد

الأخطاء الشائعة: استنتاج خاطئ لقيم الزوايا. رسم خطأ لأشعة القوى.

السؤال 2 (20 علامة)

العارضة AC متفصلة في A ومستندة استناد حر في C. تُركب بكرة نصف قطرها 20 سم في B وتحمل حمولة 200 نيوتن بواسطة حبل ممتد حتى D، كما هو موضح في الشكل.



1- ما هي خصائص العنصر الحبلي (2 علامة)

2- ما هو دور البكرة (2 علامة)

مع إهمال وزن العارضة

3- ارسم مخطط الجسم الطليق للبكرة واحسب قيم مركبتي رد الفعل في B (6 علامة)

4- ارسم مخطط الجسم الطليق للعارضة AC واحسب قيم ردود الفعل في كل من A و C (10 علامات)

(تقاس العلامة بحسب صحة الحلّ وصحة الإجابة) ولا تنسى أن المماس عمودي على نصف قطر الدائرة.

الإجابة

1- العنصر الحبلي عنصر تنطبق القوة على محوره ويعمل على الشد فقط

2- تعمل البكرة على تغيير اتجاه ومنحى قوة الشد T المتولدة في الحبل من الحمل W.

3- الجسم الطليق للبكرة مبين جانباً

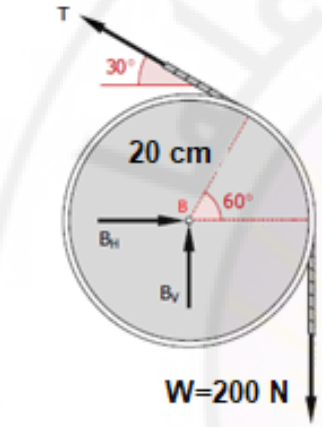
وبناءً على (2) تأخذ قوة الشد القيمة T=200N

وإذا أراد الطالب التحقق فيأخذ عزوم القوى حول B

$$\Sigma M_B=T*20-200*20=0$$
$$T=200N$$

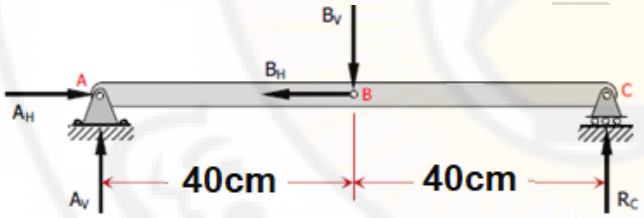
المسند في B مفصلي ولرد الفعل مركبتان أفقية وشاقولية

الجسم الطليق للبكرة



$$B_V+T\sin30°-200=0$$
$$B_V+200\sin30°-200=0$$
$$\mathbf{B_V=100\ N}$$
$$\Sigma F_H=0$$
$$B_H=T\cos30°$$
$$B_H=200\cos30°$$
$$\mathbf{B_H=173.20\ N}$$

رغم بديهية قيمة T إلا أن عدد كبير من الطلاب أخطأ في تحديد شدتها، حيث لم ينتبه الطالب لما ذكره في (2)، أو لكتابته معادلات إسقاط غير صحيحة



4- الجسم الطليق للعارضة

$$\Sigma M_A=0$$
$$80R_C=40B_V$$
$$80R_C=40(100)$$
$$\mathbf{R_C=50\ N}$$
$$\Sigma M_C=0$$
$$80A_V=40B_V$$
$$80A_V=40(100)$$
$$\mathbf{A_V=50\ N}$$
$$\Sigma F_H=0$$
$$A_H=B_H$$
$$\mathbf{A_H=173.20\ N}$$
$$\sqrt{R_A}=A_H^2+A_V^2$$
$$\sqrt{R_A}=173.20^2+50^2$$
$$\mathbf{R_A=180.27\ N}$$
$$\tan\theta_{Ax}=A_V/A_H$$
$$\tan\theta_{Ax}=50/173.20$$
$$\boldsymbol{\theta_{Ax}=16.1°}$$

الحمولة 200N مطبقة على البكرة ومنها إلى العارضة بشكل ردود فعل.

الخطأ الشائع في إجابة الطلاب، هو وضع ردود الأفعال في B والحمولة في F، علماً بأن F تنتمي للبكرة ولا تنتمي للعارضة. أي أن الحمولة F على البكرة يجب أن تنتقل كردود فعل إلى العارضة.

العيوب العامة في الكتابة والإجابة على أسئلة الامتحان

- الشطب المتكرر وإعادة الكتابة
- الخط السيئ
- عدم ترتيب خطوات الإجابة
- تكرار العمليات الحسابية أو الحساب بأكثر من طريقة
- أخطاء في العمليات الحسابية البسيطة (جمع، ضرب، طرح وقسمة)
- أخطاء في حساب Sin و Cos