مجالات مرتبطة بالحقيقة الافتراضية

سنتحدث في هذه الجلسة عن مجالات مرتبطة بالحقائق الافتراضية وهي الحقائق الموسعة والتواجد عن بعد

مجالات مرتبطة بالحقيقة الافتراضية

- الحقيقة الموسعة Augmented Reality
- التواجد من بعد Telepresence

الحقيقة الموسعة Augmented Reality

- نوع من الخلط بين الحقيقة التي نعيشها وبين العالم الافتراضي، أي أن هناك تراكب بين العالم الحقيقي والعالم الوهمي

التواجد من بعد Telepresence

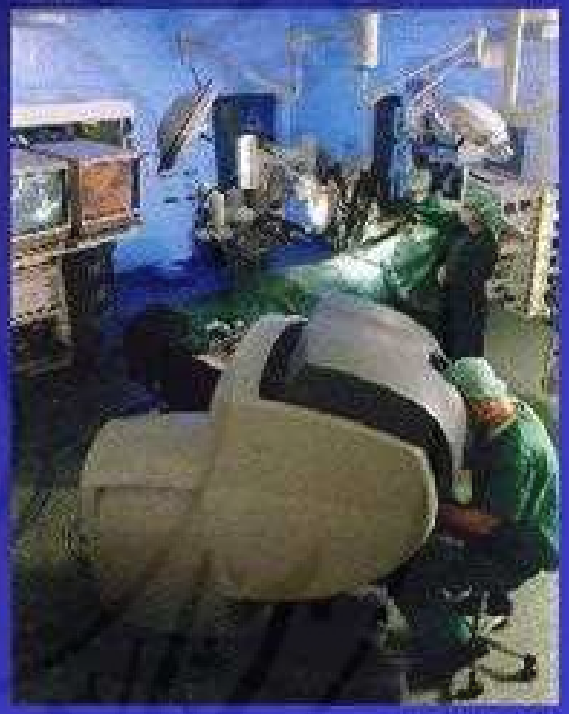
- استعمال مختلف الأدوات التكنولوجية لجعل مستخدم ما يتفاعل مع بيئة بعيدة عنه وكأنه يعيش فيها
- يتمثل في إعطاء المستخدم القدرة على التفاعل مع عالم حقيقي موجود على مسافة كبيرة من المستخدم.
- في الواقع فإن المستخدم يتفاعل مع عالم وهمي يجسد العالم الحقيقي ويقوم الحاسوب بتأمين هذا التفاعل.

أمثلة عـن التواجد عـن بعد

- التحكم بآلات تعمل في أماكن خطرة
  - كما هو حال المفاعلات الذرية
  - كما هو حال نازعات الألغام
- التحكم بآلات لايمكن الوصول إليها
  - موجودة في بلد آخر (الجراحة عن بعد)
  - طائرات استطلاع

أمثلة عـن التواجد عـن بعد





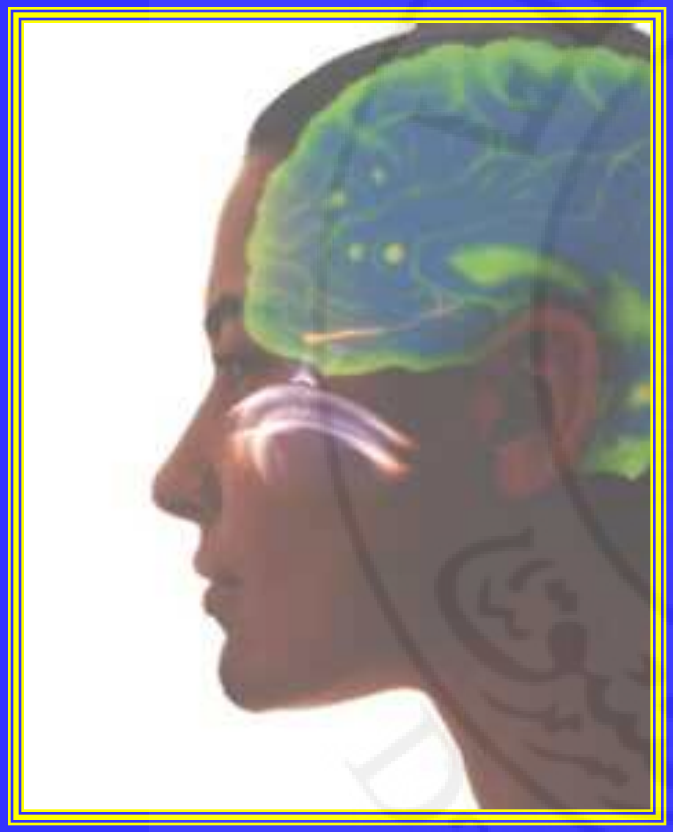
تهدف الجراحة عن بعد إلى القيام بعمليات جراحية عن بعد في أماكن لا يمكن الوصول إليها بالسرعة اللازمة كما هو الحال في ساحات المعارك

ما هي الحقيقة الموسعة ؟



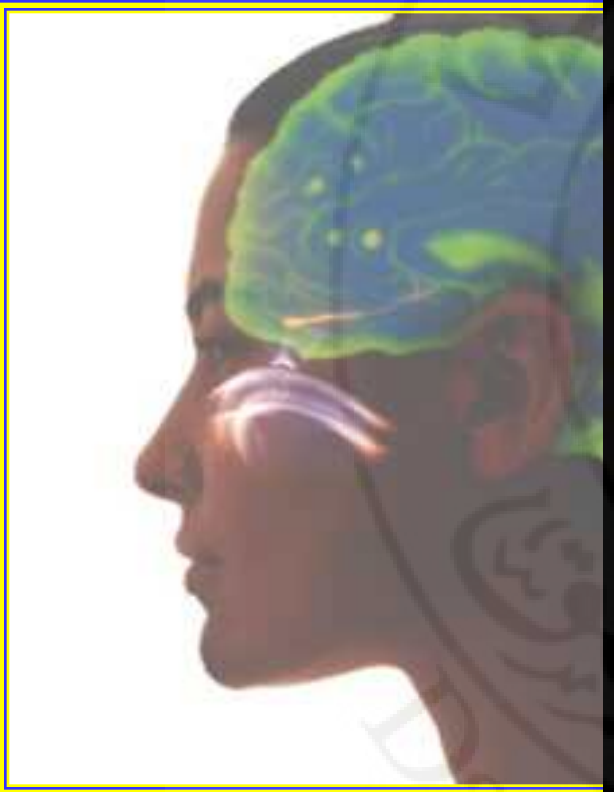
- مزيج من المشهد الحقيقي الذي تراه العين والمشهد الوهمي المولد من قبل الحاسوب بهدف إغناء المشهد الحقيقي بمعلومات إضافية

ما هي الحقيقة الموسعة ؟



- نرى في هذه الصورة رأس إنسان وكأنه شفاف يبدو من خلاله الدماغ وفي الواقع فإن صورة الدماغ قد أخذت لهذا الانسان مسبقاً ثم قام الحاسوب بمطابقة الصورة مع إحداثيات الدماغ للحصول على تراكب قد يرفع من أداء أطباء المستقبل ويغنيهم عن النظر إلى عالمين مختلفين ومحاولة مطابقة الصور الإشعاعية مع العالم الحقيقي بأنفسهم.

ما هي الحقيقة الموسعة ؟



- يعتقد مستخدم هذا النظام بأنه يرى مشهداً واحداً لا مشهدين متراكبين وسيسمح هذا للجراحين بدمج المعلومات السابقة للعملية الجراحية مع المعلومات أثناء العملية مما قد يرفع من أداء الجراح وقد يغنيه عن عمليات المعايرة المعقدة التي يقوم بها للتحضير للعملية والتي قد تتضمن تثبيت بعض العلامات على جسم المريض مما قد يزيد من معاناته.

أمثلة عن الحقيقة الموسعة



نجد هنا مثالاً آخراً لتطبيقات الحقيقة الموسعة، حيث يستطيع الطبيب أن يرى دماغ المريض من خلال وجهه. ويجب أن يكون الحاسوب قادراً على القيام بالمطابقة بين موقع الصورة وموقع الدماغ مهما كانت وضعية رأس المريض مما يغني كما ذكرنا سابقاً عن العلامات التي يثبتها الطبيب على جسم المريض للقيام بهذه المطابقة.

مجالات مرتبطة بالحقيقة الافتراضية
تتمـــة

ما هو هدف الحقيقة الموسعة؟

- تحسين أداء الإنسان من خلال تحسين إدراكه للمحيط بإضافة معلومات إلى هذه المحيط لم تكن بمتناول الإنسان سابقاً.

- لكن ما هو الهدف النهائي للحقيقة الموسعة ؟

الهدف النهائي للحقيقة الموسعة

- إنشاء أنظمة لا يمكن لأي مستخدم التمييز فيها بين الحقيقة والخيال

- استعمال هذه الأنظمة لرفع أداء الانسان ولا سيما الجراحين أثناء قيامهم بالعمليات الجراحية كما ذكرنا سابقاً.

Damascus University

مقارنة بين الحقيقة الافتراضية والحقيقة الموسعة

- الحقيقة الافتراضية
  - بيئة غمس كامل
  - الحواس تبقى تحت تحكم النظام

- الحقيقة الموسعة
  - النظام يوسع العالم الحقيقي
  - يبقى المستخدم على اتصال مع عالمه
  - نحتاج لآلية دمج

مقارنة بين الحقيقة الافتراضية والحقيقة الموسعة

- لو قارنا بين الحقائق الافتراضية والحقائق الموسعة لوجدنا أن الحقائق الافتراضية هي بيئة غمس كاملة لحواس الانسان تعزله عن التفاعل مع العالم الحقيقي وتبقيه في العالم الوهمي.
- أما في الحقائق الموسعة فإن المستخدم يبقى على اتصالٍ مع عالمه الحقيقي إلا إن الحاسوب يضيف لهذا العالم معلومات حقيقية لم يكن المستخدم قادراً على إدراكها سابقاً.
- ولهذا فإن نظم الحقائق الموسعة تحتاج لآليات ليست بالبسيطة لدمج العالمين معاً بحيث يصبح المستخدم غير قادر على التمييز بين الحقيقة والخيال

مكونات نظام حقيقة افتراضية

- نموذج لحقيقة افتراضية
- نظام تركيب صور ثلاثية البعد
- نظام تركيب أصوات
- نظام تحسس ردود أفعال القوى
- نظام حساسات

نموذج لحقيقة افتراضية

- نموذج لتفاعل يد مع مشهد
- نموذج لتفاعل سيارة مع الأرض (احتكاك/انزلاق)
- نموذج لحركة سائل
- نموذج لأعضاء حية: كبد أو زائدة دودية
- نموذج لحركة طائرة
- وغيرها

Damascus University

نظام تركيب صور ثلاثية البعد

- نماذج هندسية للأجسام الصلبة
- نماذج هندسية للأجسام القابلة للتشوه
- نماذج هندسية متقطعة
- نماذج هندسية مستمرة
- أنظمة لتحويل النماذج الهندسية إلى مجموعة من السطوح الموجهة بناظم
- وأخيراً تقوم أنظمة التركيب بتحويل النماذج الهندسية إلى صور وتسقطها على أجهزة الاظهار

نظام تركيب أصوات

- تنتج الأصوات عن مصادر صوتية الحنجرة أو الآلات الموسيقية
- وتنتج الأصوات أيضاً عن اصطدام الأجسام المختلفة ببعضها البعض
- تحدد الإذن موقع الأشياء من اتجاه الصوت واختلاف الشدة بين الأذنين
- تقوم أجهزة تركيب الأصوات بتوليد هذه الأصوات ومن ثم توزيعها بشكل مناسب بين السماعتين لإعطاء الانطباع المناسب من شدة واتجاه.





نظام تحسس ردود أفعال القوى

- لكل فعلٍ ردُ فعل، فعندما نؤثر على جسم بقوة ما فإنه يؤثر علينا بقوى مساوية ومختلفة بالاتجاه.
- يسستفيد الانسان من ردود الأفعال للقيام بالأعمال اليدوية التي تحتاج لدقة ومهارة كإدخال برغي في صامولة.
- تهدف أجهزة تحسس القوى إلى تأمين ردود الأفعال هذه ليتمكن الانسان من التفاعل الصحيح مع البيئة الافتراضية.

Damascus University

نظام حساسات

- لا بد لنظام الحقيقة الافتراضية من مجموعة من الحساسات التي تسمح بتحديد:
  - اتجاه نظر المستخدم
  - موقع يده أو أصابعه
  - اتجاه رأسه وأذنيه
  - سرعة أو تسارع حركته

Damascus University

التخيل

التخيل

- هو الانطباع الذي يحدث في الدماغ نتيجة الغمس والتفاعل ويجعل الإنسان يتخيل بأن البيئة التي يتفاعل معها حقيقية وبعبارة أخرى فإننا نخدع الدماغ
- التخيل ينجم عن قدرتنا على خداع طرق تفكير الإنسان
- الاستنتاج أو الاستنباط Deduction ويفيد التوقع
  - a,a->b -> b :modus ponens
  - !b, a->b -> !a :Modus tollens
- الاستقراء Induction ويفيد في تعلم قواعد جديدة
  - a(1), a(2), a(3), … a(n) -> a(n+1)
- الخطف Abduction ويفيد في التحليل (تشخيص أو تحقيق)
  - b,a->b -> a

أمثلة عن Abduction

- إذا نزل المطر ستبتل الأرض
  - إذا ابتلت الأرض فقد نزل المطر
- إذا كان ماهرا سيصبح مشهورا
  - إذا كان مشهورا فهو ماهر
- إذا كان مجرما سيصبح مشهورا
  - إذا كان مشهورا فهو ؟؟
- إذا كان الخبر صحيحاً فستتطابق الأقول من جميع الأطراف
  - إذا تطابقت الأقول فالخبر صحيح
- إذا كان الأغنية ناجحة فستزداد مبيعاتها
  - إذا كانت المبيعات كثيرة فالأغنية ناجحة
- إذا كان الشكل أملس سينجم عن ذلك انعكاس لمعاني
  - إذا رأيت انعكاس لمعاني فالجسم أملس
- إذا كان الشخص طويلا فهو قريب من طول الباب
  - إذا كان من طول الباب فهو طويل
- إذا كان الطويل بعيدا سيبدو أقصر
  - إذا بدا الطويل قصيرا فهو بعيد
- إذا كان الأفضل فسيعين مديراً
  - إذا كان مديرا فهو الأفضل

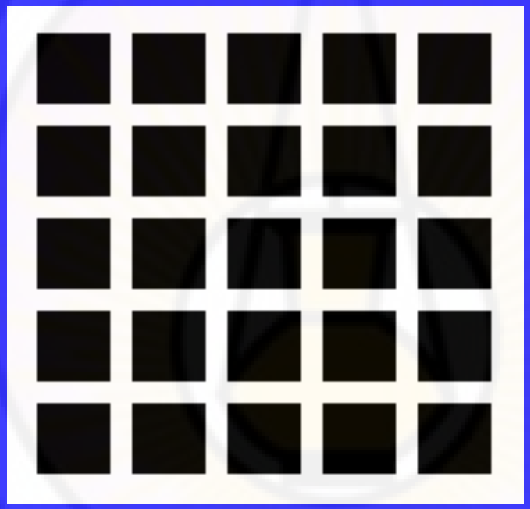
أمثلة عن التعميم Generalization

- إذا رأيت أكثر من ١٠ (n) أشخاص في بلد يحبون طعاما ما
  فجميع سكان البلد يحبونه
- إذا رأيت أكثر من ١٠ (n) مهندسين يبرعون في عملهم فجميع
  المهندسين بارعين
- إذا رأيت أكثر من ١٠ طلاب يغشون في الامتحان فجميع طلاب الكلية
  غشاشين

دمج Generalization مع Abduction

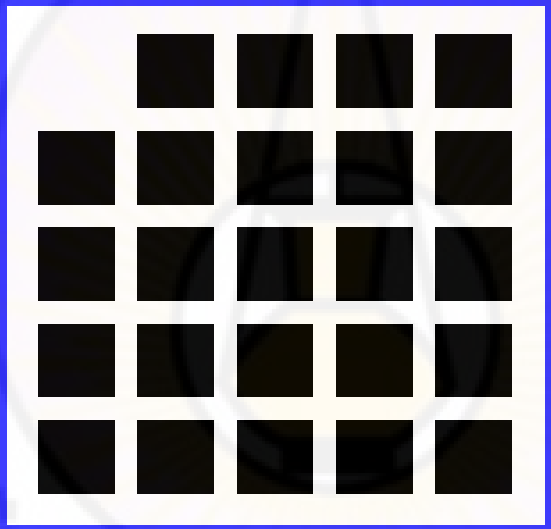
- إذا رأيت أكثر من شخص يشترون اسطوانة ما فالمبيعات كبيرة وبالتالي الأغنية ناجحة
- إذا سمعت عن شخص ما من أكثر من مصدر فالشخص مشهور وبالتالي فهو ماهر
- إذا سمعت الخبر من عدة مصادر فهي عدة روايات متطابقة وبالتالي الخبر صحيح

أمثلة عن التخيل



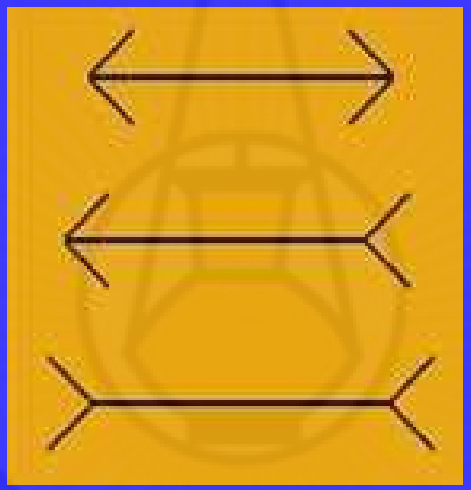
هل ترى الدوائر الرمادية بين المربعات؟

أمثلة عن التخيل



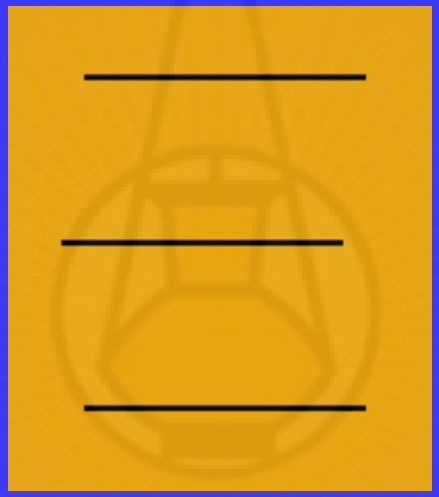
في الواقع ليس هناك شيء بين المربعات

أمثلة عن التخيل

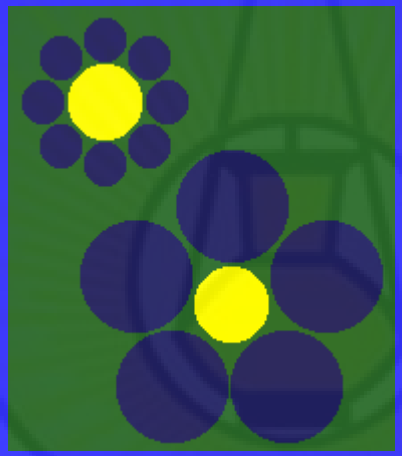


برأيك أي المستقيمات التالية هو الأكبر؟

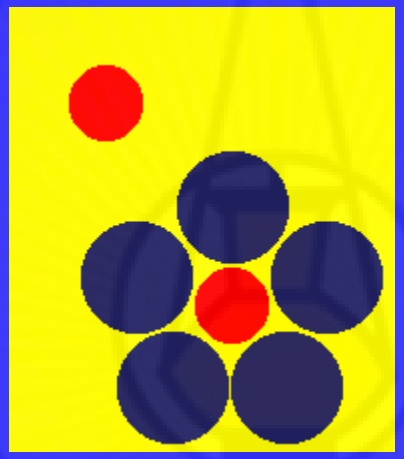
أمثلة عن التخيل



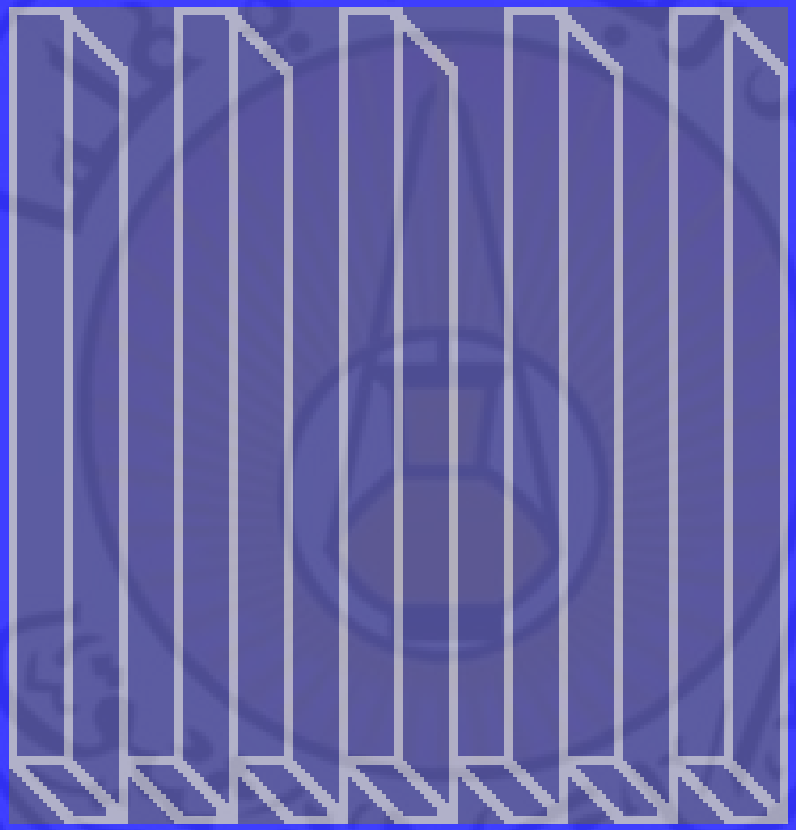
جميعها متساوية !!



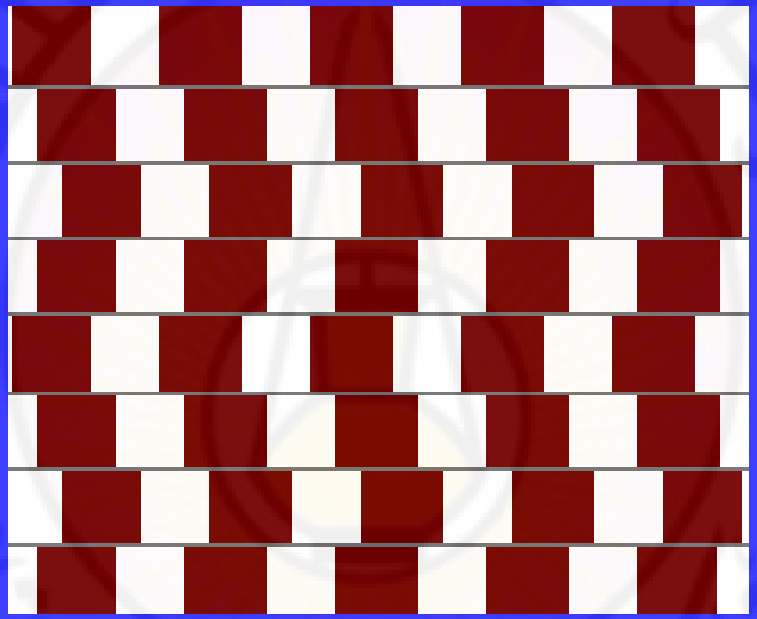
برأيك أي دائرة صفراء هي الأكبر ؟



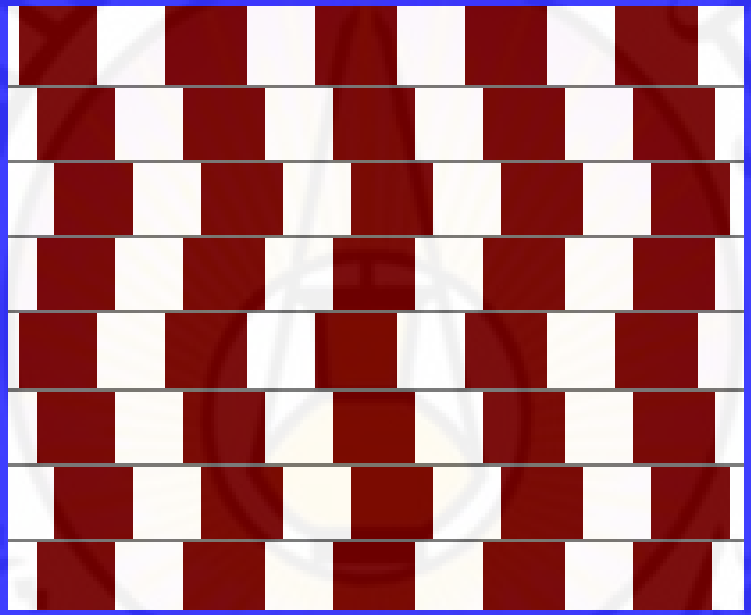
هما متساويتان !!



كم قضيباً يوجد في هذه الصورة ؟



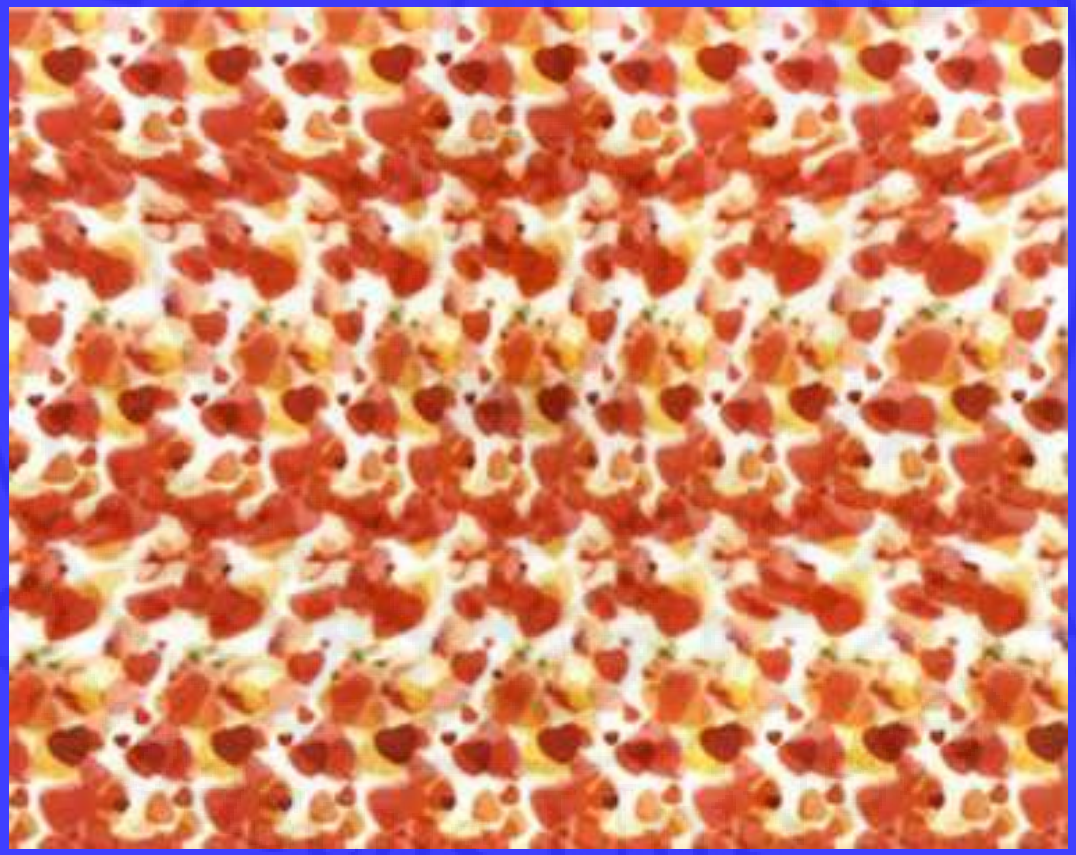
هل الخطوط الأفقية متوازية أم لا؟



نعم!!

ظاهرة الأشكال المجسمة holograms

الفكرة الأساسية هي أن في مقدور الإنسان رؤية أشكال ثلاثية البعد بالنظر إلى صورة مجسمة ثنائية البعد.



(صورة قلب)

طريقة رؤية الأشكال المجسمة holograms

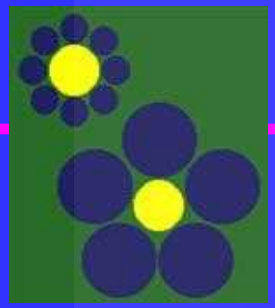
١. يجب تقريب الوجه قدر الإمكان من الصورة، بحيث يصعب على العين التركيز وتتحول للتحديق في الفراغ، مثل الحالة التي نكون فيها متعبين وعضلات العين تسترخي.

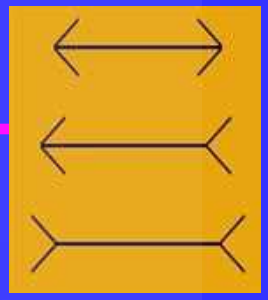
٢. حاول بعد ذلك الابتعاد شيئاً فشيئاً مع التأكيد على بقاء الوجه موازياً للصورة، والعينان مسترخيتان بشكل متواصل.

من الهام هنا عدم النظر بالطريقة الاعتيادية، وعدم التردد في إجراء عدة محاولات حتى النجاح في رؤية الشكل المتضمن في الصورة

ما الأشكال الموجودة في الصورة التالية؟







تبين الأمثلة السابقة كيف أن الدماغ لا يرى دوماً الحقيقة كما هي تماماً، بل يضيف إليها حقائق أخرى ناتجة عن الثقافة التي اختزنها عن العالم الحقيقي والعلاقات بين الأشياء.

هذه الثقافة تساعده على السرعة في العمل ولكنها تتسبب في ارتكابه لبعض الأخطاء كما يبدو في الأمثلة التي رأيناها

الغمس والتفاعل

الغمس

- هو غمس حاسة أو أكثر للإنسان في البيئة الافتراضية حتى يتخيل الدماغ بأنها حقيقة ملموسة

غمس حاسة النظر



نرى في هذه الصورة مثالاً عن غمس حاسة النظر حيث يرتدي المستثمر نظارةً بدلاً من النظر المباشر إلى شاشة الحاسوب. فعند النظر إلى شاشة الحاسوب يرى المستثمر البيئة الحاسوبية والبيئة الحقيقية في آن واحد ويكون الدماغ في حالة معالجة لواقعين معاً مما يضعف إحساسه وتخيله للعالم الوهمي.

غمس حاسة النظر



عند وضع النظارة لن الدماغ يرى سوى حقيقة واحدة فقط هي الحقيقة الافتراضية للحاسوب.
أما الفائدة الكبيرة للنظارة فهي الرؤية ثلاثية الأبعاد. ففي الوقع لايتوهم الدماغ البعد الثالث عند النظر إلى شاشة الحاسوب ولكن استعمال مظهار مستقل لكل عين يسمح للدماغ بإعادة تركيب الصورة ثلاثية الأبعاد، مما يسمح له بتفهم البيئة الافتراضية بشكل أفضل وتحديد توضعات الأغراض بالنسبة لبعضها البعض بدقة أكبر.

أمثلة عن أنظمة الإظهار









نجد هنا بعض الأمثلة عن
النظارات الحاسوبية
وبعضها متوفر في
الأسواق.



غمس حاسة السمع





نجد هنا بعض النظارات الحاسوبية المزودة بسماعات تقوم تماماً بالدور الذي تقوم به النظارات ولكن من أجل حاسة السمع

غمس حاسة السمع





من أجل حاسة السمع نحتاج أيضاً نحتاج لسماعتين لنستطيع تحديد اتجاه الصوت كما أن وضع السماعات على الأذنين يعزل الدماغ عن ضجيج العالم الحقيقي ويبقيه في حالة تركيز على العالم الوهمي كي يبني إدراكاً أفضل لهذا العالم.

التفاعل



- لا يكفي غمس الحواس ضمن البيئة الافتراضية لجعل الإنسان يعتقد بأنها حقيقية ففي الواقع يحتاج الدماغ إلى التفاعل مع البيئة للتعرف عليها كأن يلفت نظره إلى اتجاه معين لاستكشاف الطريق أو متابعة مشهد واسع أو رؤية الجانب الآخر لغرض ما.
- عادة ما يغيّر الإنسان وجهة نظره إما بتحريك عينيه أو بتحريك رأسه أو بالسير إلى الأمام أو الخلف للاقتراب من غرض ما أو لتوسيع المشهد الذي يراه.

التفاعل

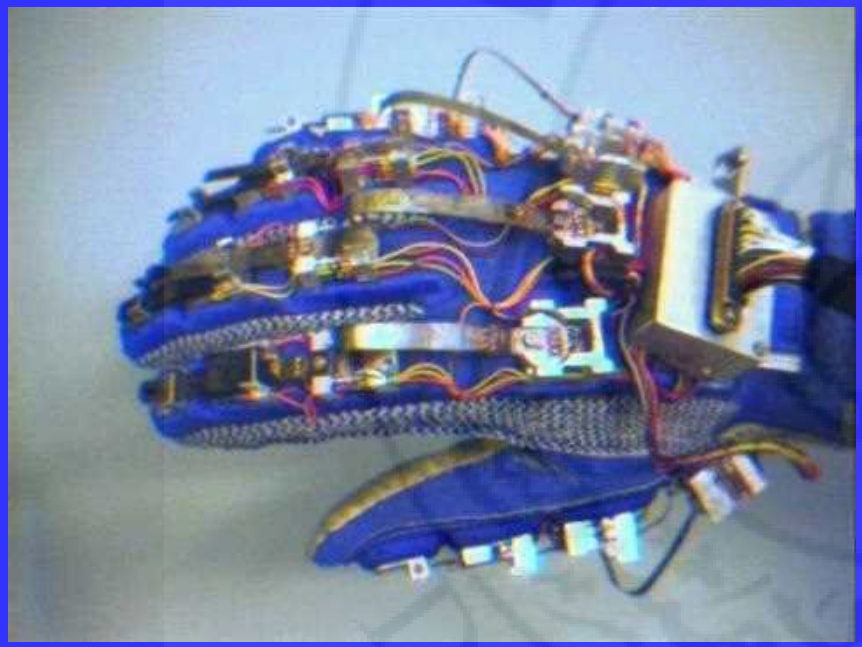


- النظارات وحدها لا تكفي إذاً ولابد من أن نكون قادرين على التفاعل مع المشهد وتغيير وجهة النظر بالطرائق الطبيعية وليس باستعمال الفأرة، وهذا ما يبرر ابتكار الجهاز الذي نراه أمامنا والذي يسمح بتحريك المشهد بتحريك الرأس ويسمح بالانتقال ضمن المشهد بتحريك القدمين على وسادة متحركة.

- ما يصح على النظر يصح أيضاً على السمع ولا بد من أن نكون قادرين على تغيير مصدر الصوت وشدته تبعاً لموقع الإنسان وتوجه رأسه

التفاعل

Data Glove



- بالطبع فتفاعل الانسان مع بيئته ليس مقصوراً على السمع والبصر فحاسة اللمس ضرورية جداً لإدراك المحيط فباستخدام حاسة اللمس نستطيع التمييز بين السطوح الخشنة والسطوح الناعمة وبين السطوح الزلقة والسطوح الجافة وبين الأجسام القاسية والأجسام الطرية ونستطيع أيضاً أن نقدر أوزان الأجسام.

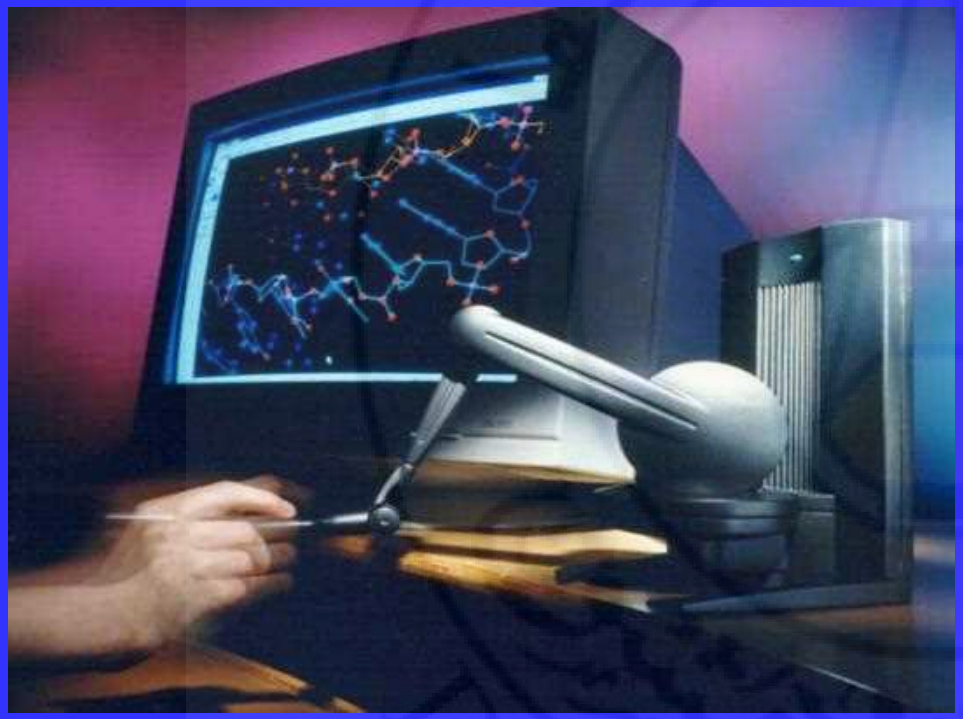
التفاعل



- هذا ليس كل شيء فحاسة اللمس أيضاً تسمح بإدراك وجود الأجسام التي لا نستطيع رؤيتها بسبب الظلام أو لوقوعها خارج نطاق الرؤية كأن تكون خلفنا مثلاً وتسمح أيضاً بإعادة بناء الشكل الهندسي في مخيلة الانسان دون رؤيته.
- لهذه الأسباب جميعها كان من الضروري غمس حاسة اللمس كما تغمر غيرها من الحواس.
- يظهر الشكل قفازاً مزود بمجموعة من المحركات الصغيرة التي تسمح بتوليد قوى تعيق حركة المفاصل مما يوهم الدماغ بوجود عائق كأن يكون قد قبض على غرض ما.

التفاعل

Fantum: www.SensAble.com



نرى هنا جهاز الفانتوم وهو
جهاز يشبه ذراعاً روبوتية
صغيرة تقوم مقام الفأرة
وتستطيع أيضاً أن تعيق
حركة اليد لإيهام الدماغ بأن
اصطداماً ما يحدث مع
غرضٍ افتراضي

الغمس والتفاعل
تتمـــة



- بالطبع لا يمكن لأجهزة تحسس القوى أن تعطي أي انطباع للدماغ ما لم تأخذ البرامج هذا التفاعل بالحسبان.
- في الواقع فإن البرامج هي التي تتحكم بهذه الجهزة وتعطي الأوامر للمحركات لكي تزيد من الممانعة أو تنقصها وفقاً للتفاعل بين الأداة المستعملة والمشهد ونقصد هنا بالأداة القفاز أو الفأرة من نوع فانتوم أو غيرها.



- عند حدوث اصطدام بين الأداة وبين الأغراض الافتراضية فإن على البرامج حساب حصيلة هذا التفاعل.
- تظهر هذه الحصيلة على شكل قوى تؤثر على الأداة من جهة وعلى الجسم الافتراضي من جهة أخرى وتؤدي إلى حركة الجسم أو تشوهه تبعاً لخصائصه وكتلته طبعاً وتؤدي إلى إعاقة حركة الأداة تبعاً لخصائصها
- من هنا تظهر الحاجة إلى محاك ديناميكي لحساب هذه المحصلة ... ما سنراه في فصول لاحقة.



نرى هنا أيضاً مثالاً آخراً عن التفاعل مع العالم الافتراضي حيث يقوم البرنامج بتفسير حركات أيدي المستخدم وتحديد مواقعها من العالم الافتراضي ومن ثم انعكاس هذه الحركات على العالم الافتراضي، كأن نضغط على لوحة مفاتيح أو نقوم بفتح باب.

واجهات حسية Haptic


قفازات الالتقاط


جهاز تحسس القوى في الجراحة التنظيرية


عصا


فأرة لتحسس ردود الأفعال



عصا لعب مع إمكانية تحسس القوى

نرى هنا أمثلة عن بعض أجهزة تحسس القوى منها ما هو على شكل فأرة تعطي ارتجاجات توحي بالاصطدامات البسيطة ومنها ما يحاكي الأجهزة المستخدمة في العمليات الجراحية التنظيرية

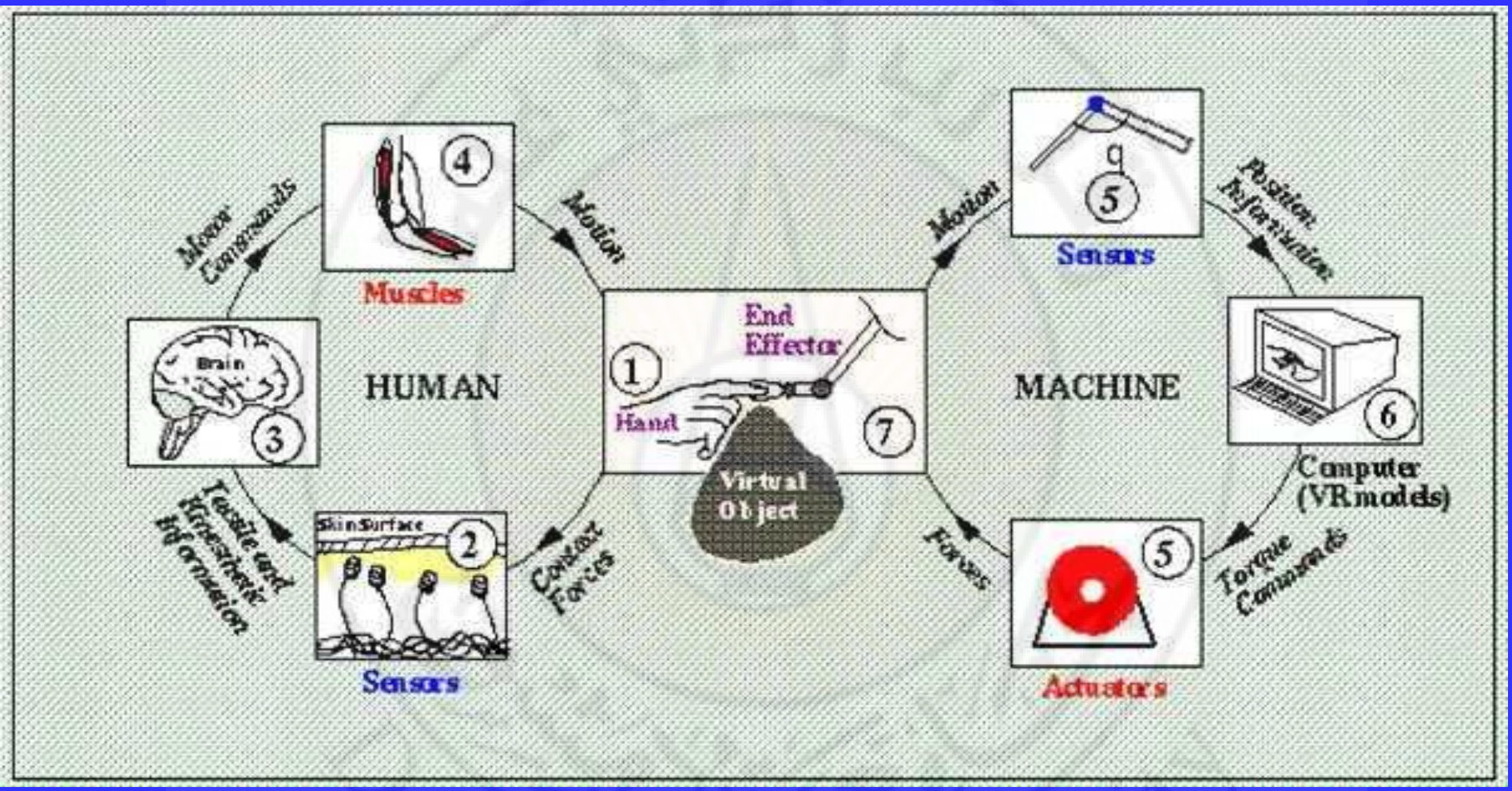
واجهات حسية Haptic



نرى هنا جهاز تحسس قوى
يتجاوز القفاز ليحاكي يداً كاملةً
مما يسمح بتحسس العزوم
على مستوى المفاصل العلوية.

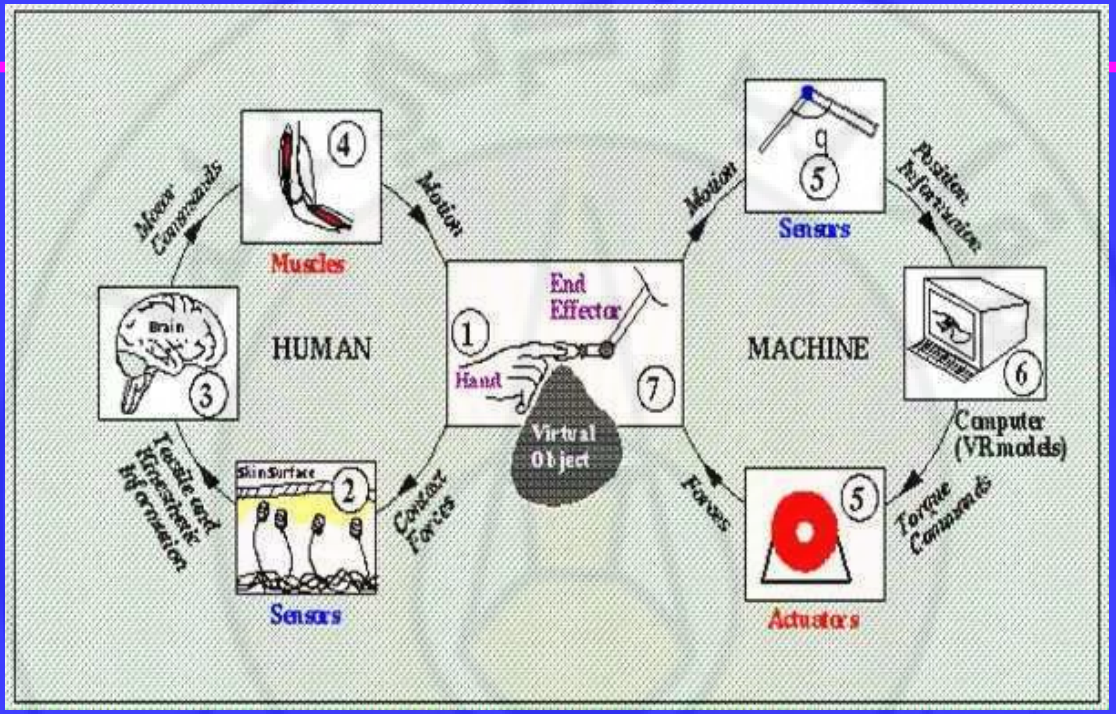
DAR

غمس حاسة اللمس



السؤال هو كيف تستطيع مثل هذه التجهيزات إيهام الدماغ بوجود تفاعل مع جسم حقيقي؟
لننظر إلى هذا الشكل الذي يحاكي استعمال المستخدم لجهاز مشابه للفانتوم الذي رأيناه سابقاً

غمس حاسة اللمس



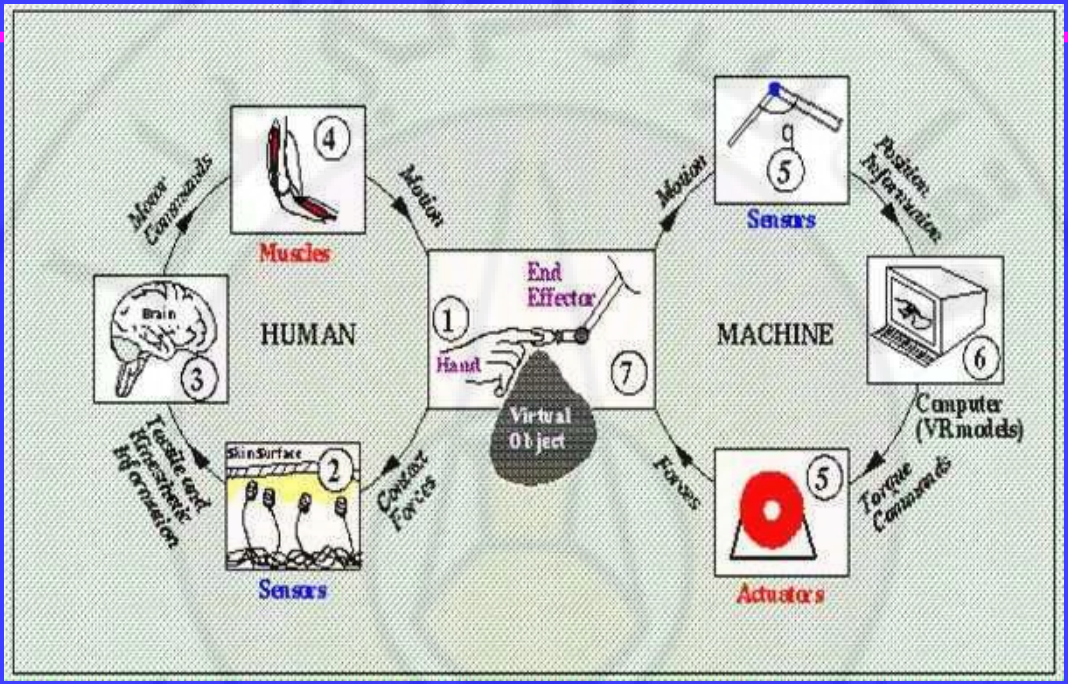
١. يقوم المستخدم بالتأثير على الجهاز ليقوم بتحريك الأداة إلى الموقع المرغوب

٢. بسبب الممانعة التي يمكن للجهاز أن يبديها فإن الأعصاب الحسية ستتحسس هذه الممانعة على أنها ناتجة عن عائق ما وترسل إشارة إلى الدماغ

٣. يقوم الدماغ بتفسير هذه الإشارة ويقدر قيمة الممانعة ثم يعطي أمراً للعضلات بزيادة الجهد المبذول للوصول إلى الهدف

. تستجيب العضلات لأمر الدماغ وينتج عن ذلك زيادة في العزم لدفع العائق

غمس حاسة اللمس



٥. عند ذلك يتحرك الجهاز بتأثير القوى المؤثرة عليه من يد المستخدم وتتغير بذلك إحداثياته الزاوية

٦. يتنبه البرنامج الحاسوبي لهذا التغيير ويعطي أوامراً للمحركات برفع أدائها للتغلب على دفع اليد وذلك ضمن القيود الديناميكية الموضوعة علىالغرض الذي نريد محاكاة سلوكه ولذلك فإن الحاسوب لن يمانع الحركة كليةً بل سيكتفي بالمقدار الذي يستطيع الغرض الحقيقي محاكاته.

٧. تستجيب المحركات لأمر الحاسوب وتعطي الممانعة المرغوبة.

أمثلة عن التفاعل



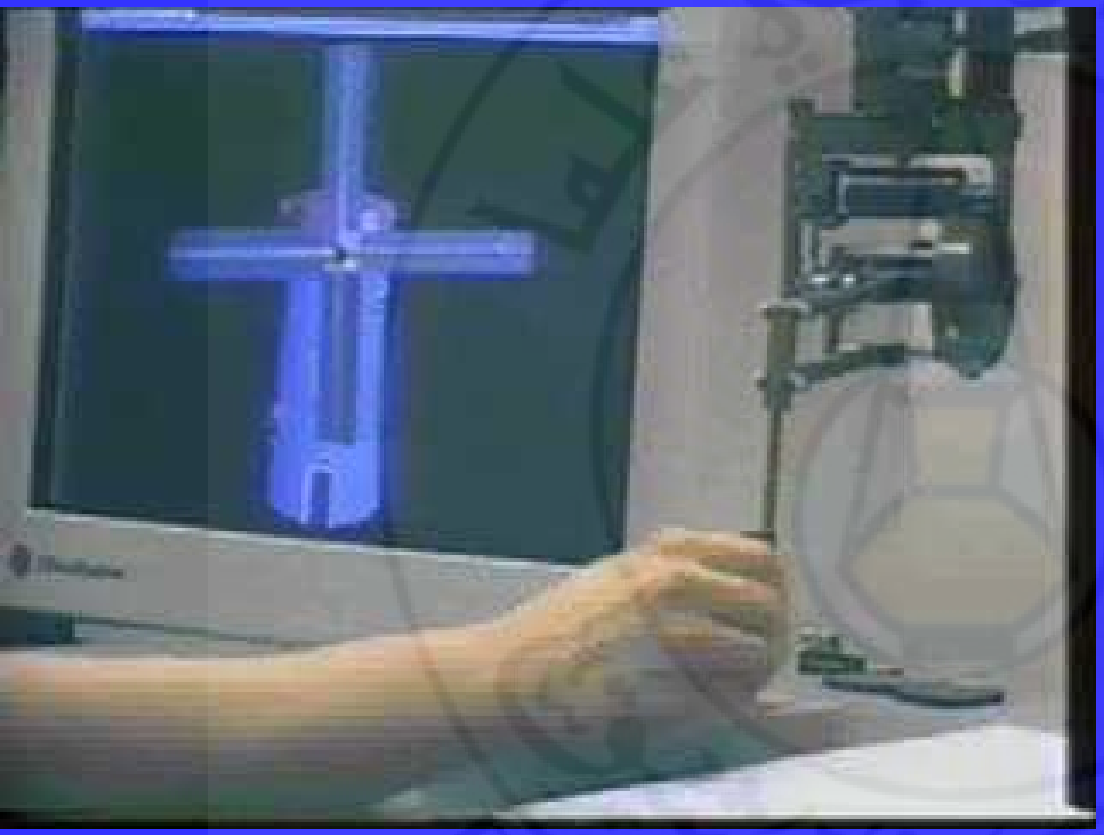
التفاعل مع العالم الافتراضي بواسطة القوة المعادة.

Haptic interface

Stanford (O. Khatib & D. Ruspini)

نجد هنا مثالاً آخر عن التفاعل مع الحاسوب حيث يقوم الروبوت بالرقص وهذا يتطلب منه أن يتحسس العزوم البسيطة التي يوثر بها الإنسان على مفاصل الروبوت ويفسرها على أنها أوامر بالحركة بنفس اتجاه القوة. في هذه الحالة يقوم الروبوت بالتحرك بنفسه لكنه يقوم بذلك بناءً على أوامر ... الآخر.

أمثلة عن التفاعل

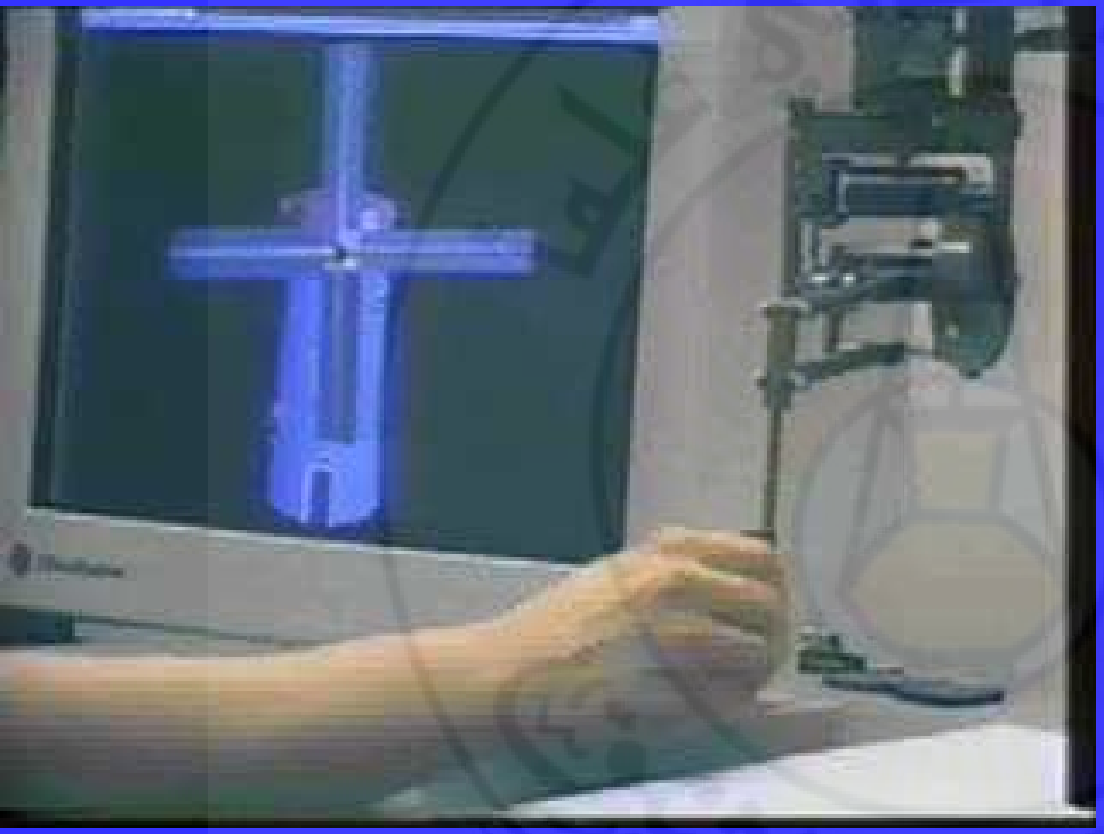


وهذا مثالٌ آخر عن البرامج التي تتفاعل مع الإنسان حيث أن الأداة المرتبطة بجهاز تحسس القوى هي كرة صغيرة تظهر أمامنا على الحاسوب ويقوم المستخدم بالتحكم بها ليصطنع اصطداماً مع شفرات الطاحونة مما يؤدي إلى دورانها بفعل قوة الاصطدام نظراً لكون كتلة اليد الظاهرية أكبر من كتلة الطاحونة.

التفاعل مع العالم الافتراضي بواسطة القوة المعادة.

© 1999 Stanford (O. Khatib & D. Ruspini)

أمثلة عن التفاعل



ولكن لننظر ماذا سيحدث لو أن الانسان ترك جهاز تحسس القوى. في هذه الحالة ستنعدم قوة المستخدم ولن يتبقى إلا كتلة الكرة الصغيرة، وهي غير قادرة على مقاومة شفرات الطاحونة مما سيجعلها تتحرك بفعل الاصطدام بعد أن كانت هي من تسبب حركة الطاحونة

التفاعل مع العالم الافتراضي بواسطة القوة المعادة.

© 1999 Stanford (O. Khatib & D. Ruspini)

الحقيقة الافتراضية

Virtual Reality

د. عمـــار جوخـدار

مقدمة

- كان الإنسان ومازال الكائن الأذكى على وجه البسيطة
- ولذلك كان عليه دوماً بذل الجهد للتخاطب مع من هو أقل ذكاءً كالحيوانات مثلاً
- وبعد اختراع الحاسوب كان على الإنسان بذل جهدٍ أكبر للتخاطب مع هذه الآلة

التخاطب مع الحاسوب

- في البداية تخاطب الإنسان مع الحاسوب باستعمال لغة الآلة البسيطة بتعليماتها، مما كان يستدعي العمل لفترات طويلة من أجل إيصال فكرة بسيطة إلى الحاسوب
- بعد ذلك اخترع الإنسان اللغات المتطورة واللغات غرضية التوجه واللغات الخطاطية ومازال التخاطب مع الحاسوب معقداً وشاقاً
- طور الإنسان آليات التخاطب وأدخل الفأرة والسماعات وغيرها ولم يرح ذلك العديد من الناس

مشاكل التخاطب مع الحاسوب

- تعود مهارة الإنسان في التفاعل مع البيئة إلى بداية حياته وطفولته حيث تعلم الكلام والتعامل مع البيئة باستعمال حاسة السمع والبصر واللمس والشم والذوق
- ولكن للأسف تصبح أسلحة الإنسان جميعها دون فائدة عندما يبدأ بالتخاطب مع الحاسوب!

Damascus University

مشاكل التخاطب مع الحاسوب

- فبدلاً من التحدث بلغة طبيعية يتحدث بلغة الآلة
- وبدلاً من التعبير بجملٍ قليلة عليه أن يسطر الصفحات تلو الأخرى

مشاكل التخاطب مع الحاسوب

- وبدلاً من أن يلتقط الغرض بيده ويقلّبه ليتعرف عليه يجد نفسه مضطراً لاستعمال فأرة ثنائية البعد وتخيل جملة إحداثيات وهمية واختيار نقطة نظر ثم نقطة دوران وغالباً ما يفشل في اختيار المنظور المناسب وإن نجح فإن ذلك يستغرق وقتاً طويلاً

مشاكل التخاطب مع الحاسوب

- أما حاسة اللمس والشم والذوق وأصوات الارتطام فهي معدومة ويجد الإنسان نفسه معوقاً في عالم الحاسوب

ما الذي نسعى إليه إذاً ؟

- نريد إعادة بناء عالم حقيقي في الحاسوب يسمح للإنسان بالاستفادة من مهاراته المكتسبة في التعامل مع الحاسوب مما قد يرفع من أدائه وسرعته ويسمح بإنشاء تطبيقات جديدة لم تكن لتوجد مع أساليب التخاطب القديمة العقيمة.

تعريف الحقيقة الافتراضية

نتحدث عن حقيقة افتراضية عندما يكون لدينا نموذج حاسوبي يحاكي حقيقة ما، وعندما نغمس حاسة أو أكثر من حواس الإنسان جزئيا أو كلياً في هذا النموذج حتى يبدو حقيقياً.

ما هو الغمس؟

مثال لعملية الغمس

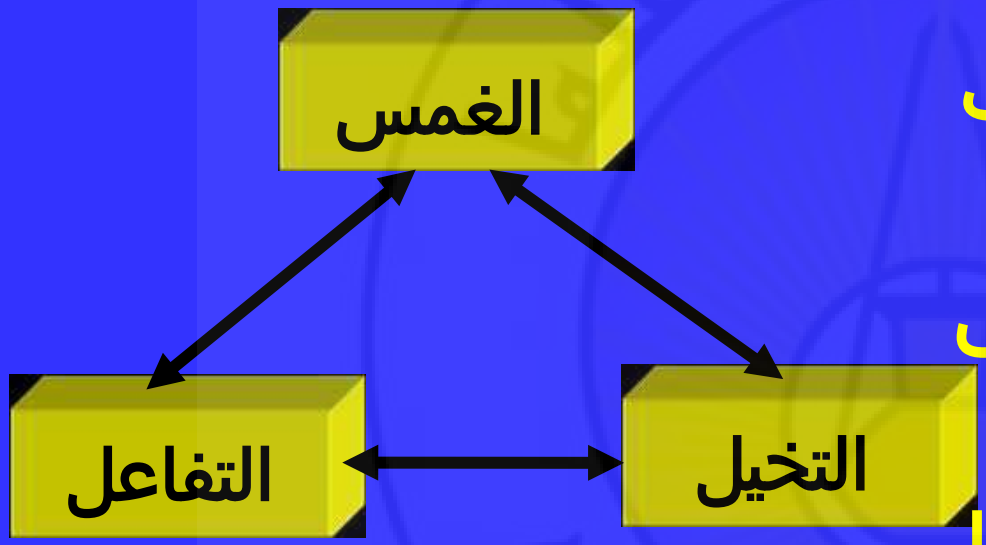
- نشاهد هنا مثالاً لتجهيزات حاسوبية تتضمن نظارات لغمس حاسة النظر وجهازاً بديلاً عن الفأرة العادية لغمس حاسة اللمس.



الغمس

عناصر الحقيقة الافتراضية

في الواقع فإن للحقائق الافتراضية ثلاث مكونات هي :



- الغمس أي غمس الحواس في البيئة الافتراضية
- التفاعل وهي أن يكون لكل فعل للمستخدم ردة فعل في البيئة الافتراضية والعكس.
- التخيل وهي عملية الإدراك أو التعرف التي تحدث في الدماغ نتيجة للفعل وردّ الفعل وهو ما يجعل المستخدم يشعر وكأنه يعيش في بيئة حقيقية.

الغمس

- هو غمس الحواس ويعني أن يستطيع الانسان أن يتحسس البيئة الافتراضية، مثل أن
  - يرى الأغراض بعينه كصورة مطبوعة على الشاشة
  - يسمع أصوات ارتطام الأشياء ببعضها
  - يلمس الأشياء ويشعر بصلابتها أو خشونتها

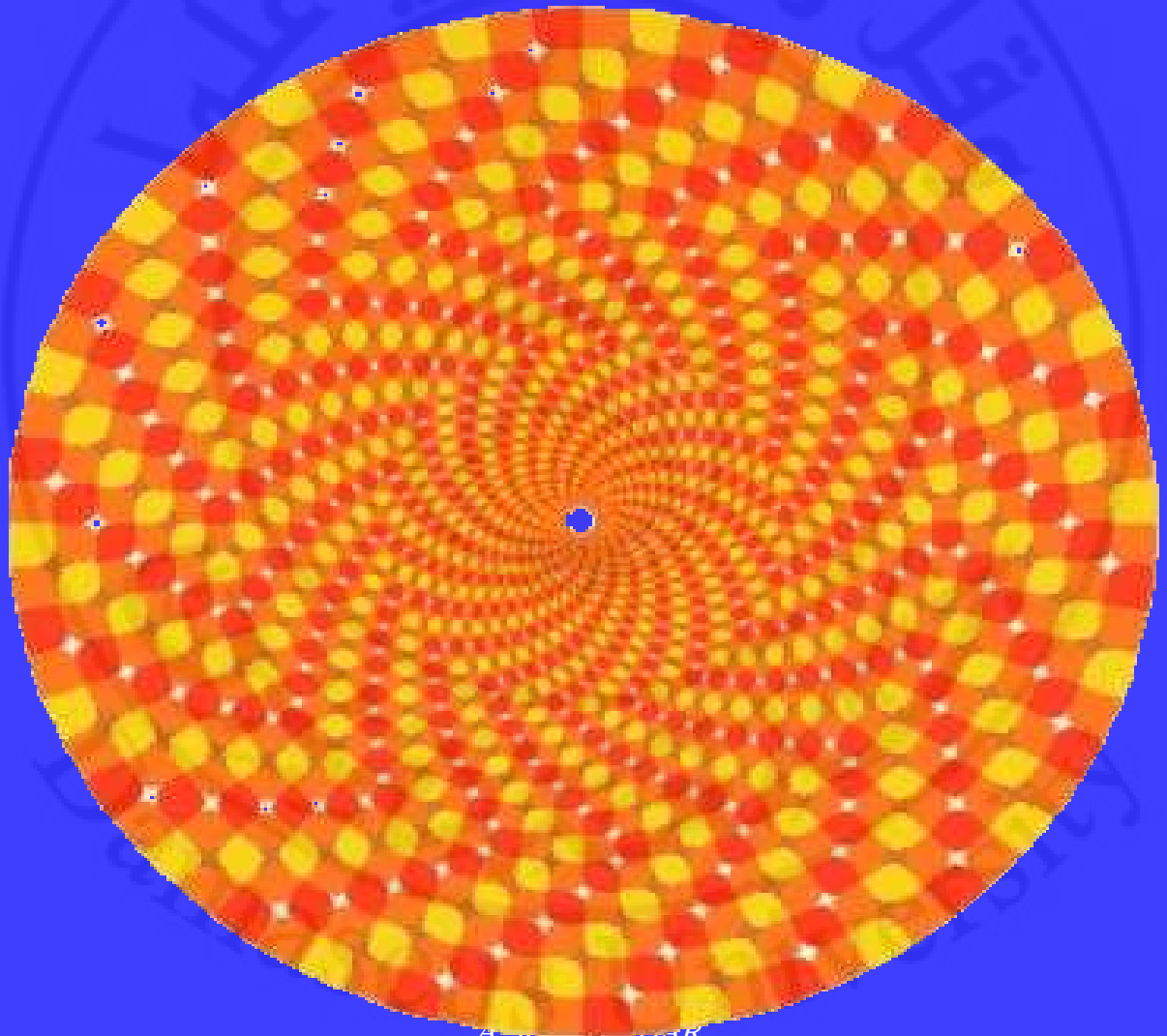
التفاعل

- هو التخاطب مع الحاسوب عبر الحواس وليس عبر تجهيزات مصطنعة كالفأرة ولوحة المفاتيح، مثل:
  - دفع الأغراض باليد لا بالفأرة
  - إدخال المفتاح في القفل اعتماداً على حاسة اللمس لا اعتماداً على حاسة النظر
  - إعطاء الأوامر بالكلام لا بالنص المطبوع
  - تلقي المعلومات والتحذيرات بالصوت وليس بمربعات الحوار
  - تغيير وجهة النظر بتحريك الرأس لا بتحريك الفأرة

التخيل

- هو الانطباع الذي يحدث في الدماغ نتيجة الغمس والتفاعل ويجعل الإنسان يتخيل بأن البيئة التي يتفاعل معها حقيقية وبعبارة أخرى فإن الدماغ يصنع لنفسه حقيقته

ماذا تلاحظ عندما تقترب من الصورة أو تبتعد عنها مع تركيز نظرك على النقطة المركزية؟



تطبيقات الحقائق الافتراضية

تطبيقات الحقائق الافتراضية

سنتطرق هنا إلى تطبيقات الحقائق الافتراضية، وهي متنوعة وتتناول العديد من المجالات، وسنتحدث بتفصيل عن :

- التطبيقات البيانية
- التطبيقات الربوطية
- التطبيقات الطبية وهي من أكثر المجالات استفادةً من تقنيات الحقائق الافتراضية

ثم سوف نتطرق بعد ذلك إلى مجموعة متنوعة من التطبيقات

التطبيقات البيانية

المؤثرات البيانية الخاصة

الهدف:

إحداث مؤثرات خاصة (تشويهات) على صور الفيديو أو الصور الثابتة وذلك بزمن حقيقي.



Getris-Images

www.getris.com

المؤثرات البيانية الخاصة



- في هذا المثال نجد تطبيقاً مباشراً للمحاكاة الديناميكية لسلوك الأجسام في مجال إحداث مؤثرات فيديوية خاصة.
- في الواقع فإن الصورة التي نراها قد أسقطت على خلفية مطاطية جرت نمذجتها باستعمال محاكي ديناميكي.
- تلعب الصور المتحركة أو الثابتة دور الكسوة Texture لهذه الصور.

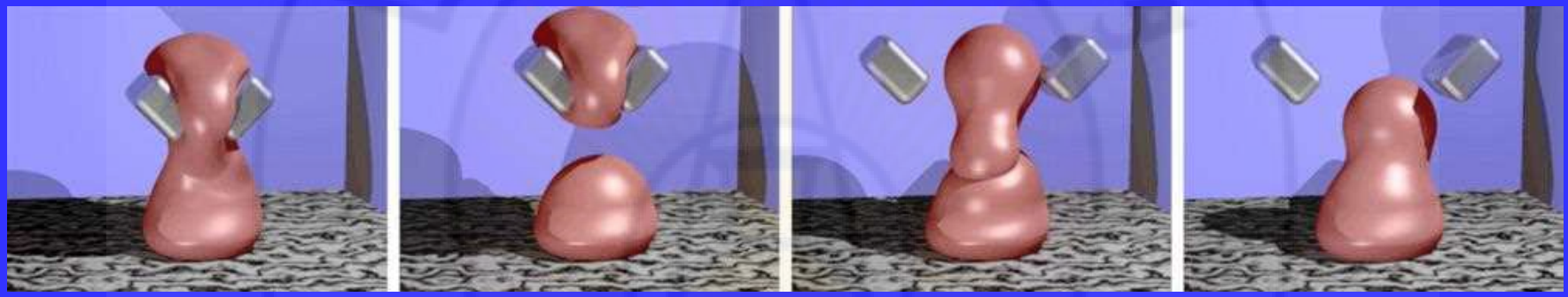
المؤثرات البيانية الخاصة



- يجري بعد ذلك تطبيق قوى ما على النموذج الديناميكي للحصول على التأثير الذي نراه على هذه الصور.
- من أهم ميزات هذا الأسلوب في الحصول على المؤثرات الخاصة البساطة الشديدة في الاستخدام، فكل ما على المستخدم فعله التعامل مع الصورة وكأنها غرض حقيقي يستطيع تطبيق ما يشاء من القوى عليه بهدف تشويهه.
- وهو ما كان يتطلب الوقت الطويل لتصميم الوضعيات الوسيطة بشكل هندسي.

محاكاة الأجسام المائعة

iMAGIES: www.inrialpes.fr/iMAGIES



- في هذا المثال أيضاً نجد استعمالاً مباشراً للمحاكاة الديناميكية وهي محاكاة سلوك الأجسام الطرية كالمعجون مثلاً.
- ويظهر لنا تتابع الصور كيف يتشوه الجسم وكيف يتقطع أيضاً بتأثير القوى المطبقة عليه من الأداة البسيطة التي نعامله بها.

محاكاة الأجسام المائعة

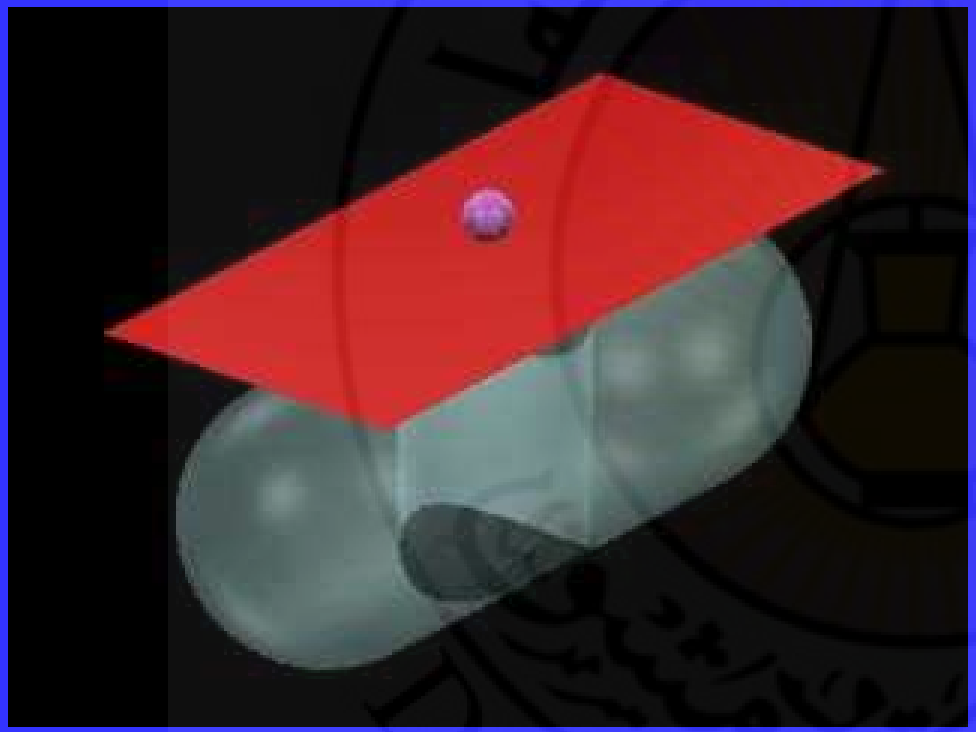
iMAGIES: www.inrialpes.fr/iMAGIES



يُظهِرُ تتابع الصور السابق كيف يمكن إعادة دمج الأجسام معاً وذلك بعجنها معاً.

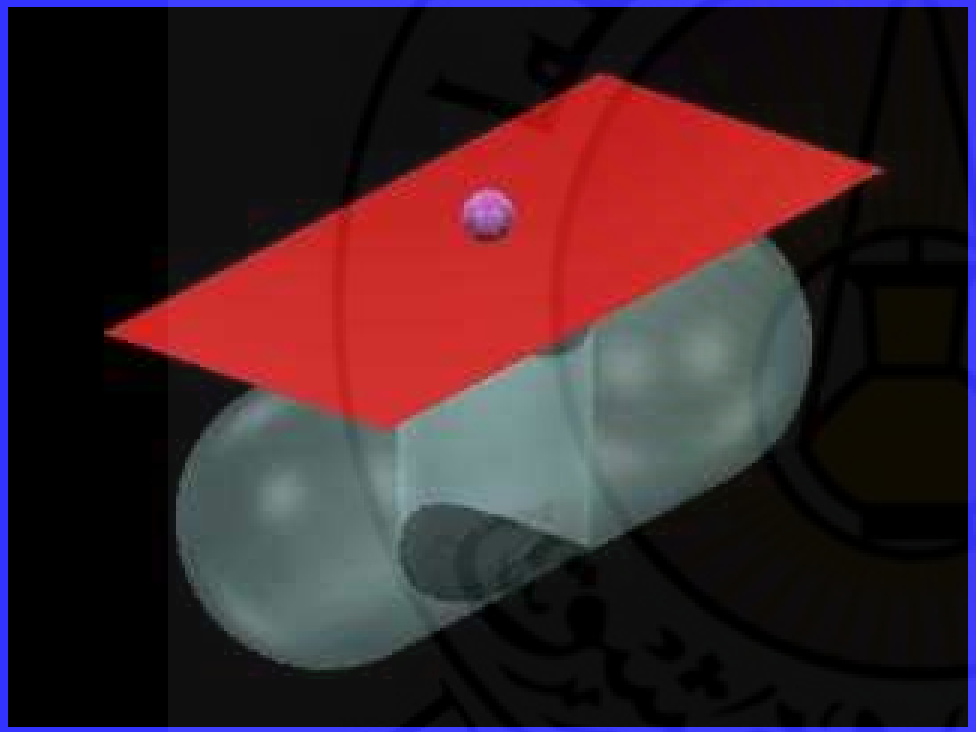
كما نرى فإن الفائدة لا تقتصر فقط على توفير الوقت والجهد اللازمين لتوليد مثل هذه المشاهد، بل يتعدى ذلك إلى الحصول على سلوك أكثر طبيعية ومشابه للحقيقية قد لايكون بالإمكان الحصول عليه بالطرق الهندسية التقليدية.

محاكاة سلوك الأقمشة



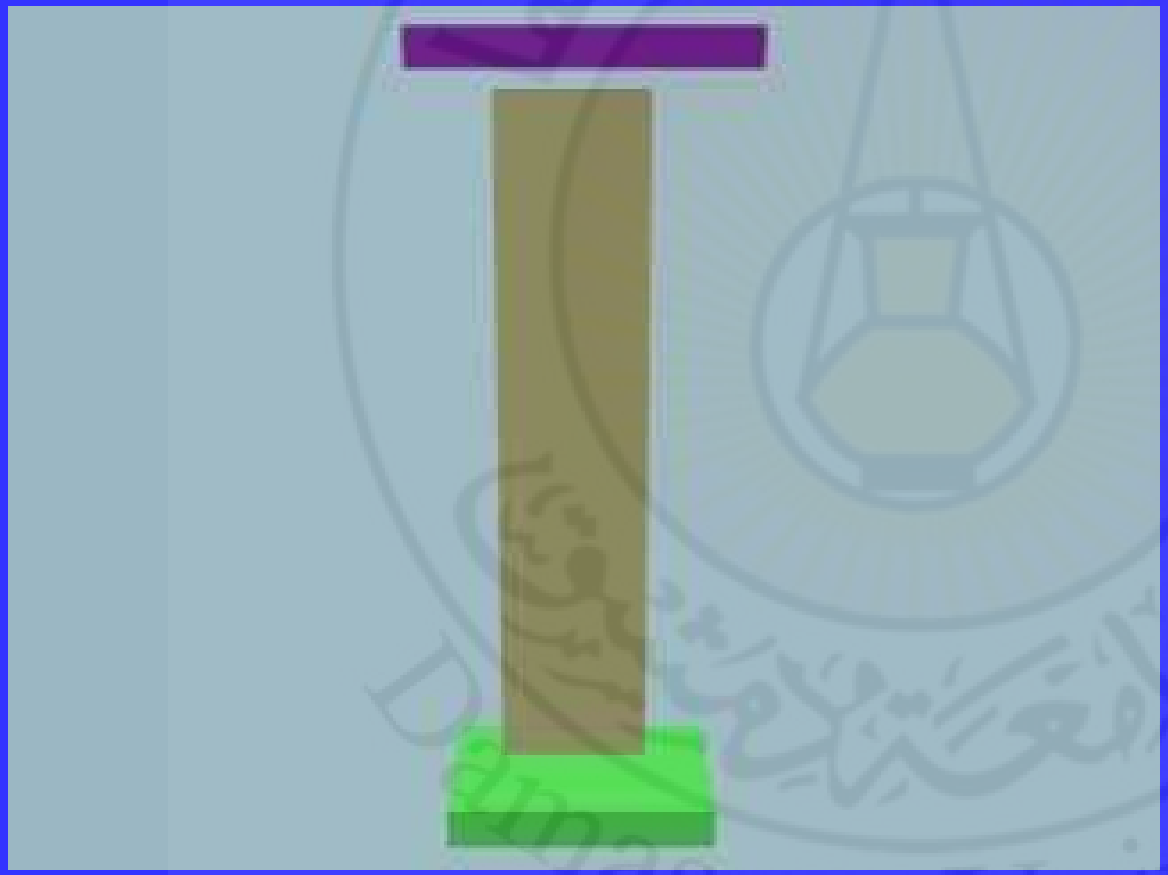
- تكمن الصعوبة في تطبيق محاكاة سلوك الأقمشة في محاكاة ما يسمى بالاصطدام الذاتي الذي ينشأ بين مختلف أجزاء قطعة القماش الواحدة والذي لم نكن نواجهه في الحالات السابقة، أي حالات الأجسام الصلبة أو شبه الصلبة.

محاكاة سلوك الأقمشة



- نشاهد في المثال التالي محاكاة لسقوط كرة معدنية على قطعة قماش موضوعة فوق ثقب في جسم زجاجي، ونرى هنا كيف أن الكرة تتسبب بانطواء القماش على بعضه البعض والعبور من خلال الثقب بحركة لايمكن للذهن البشري تخيلها ورسمها بسهولة إلا إذا استطاع تطبيقها في الواقع ثم أعاد إنتاجها من صور ملتقطة للظاهرة الطبيعية.

محاكاة سلوك الأقمشة



في المثال الثاني نجد محاكاة لالتفاف قطعتي قماش على بعضهما البعض وكيفية اختزانهما لطاقة كامنة تتحرر عند تحريرهما

محاكاة سلوك الأقمشة



في هذا المثال نجد محاكاة لعارضة أزياء افتراضية ونرى بوضوح كيف استطاع النموذج الديناميكي محاكاة اصطدام الثوب بجسم العارضة وكذلك ظاهرة الاصطدام الذاتي.

تطبيقات الحقائق الافتراضية

- تطبيقات بيانية
- تطبيقات ربوطية
- تطبيقات طبية
- تطبيقات أخرى

التطبيقات الطبية

نستعرض في هذه الجلسة بعض التطبيقات الطبية للحقائق الافتراضية مثل المحاكيات التشريحية والأجسام الافتراضية والجراحة من بعد

Anatomic Simulator المحاكي التشريحي

The National Library of Medicine's

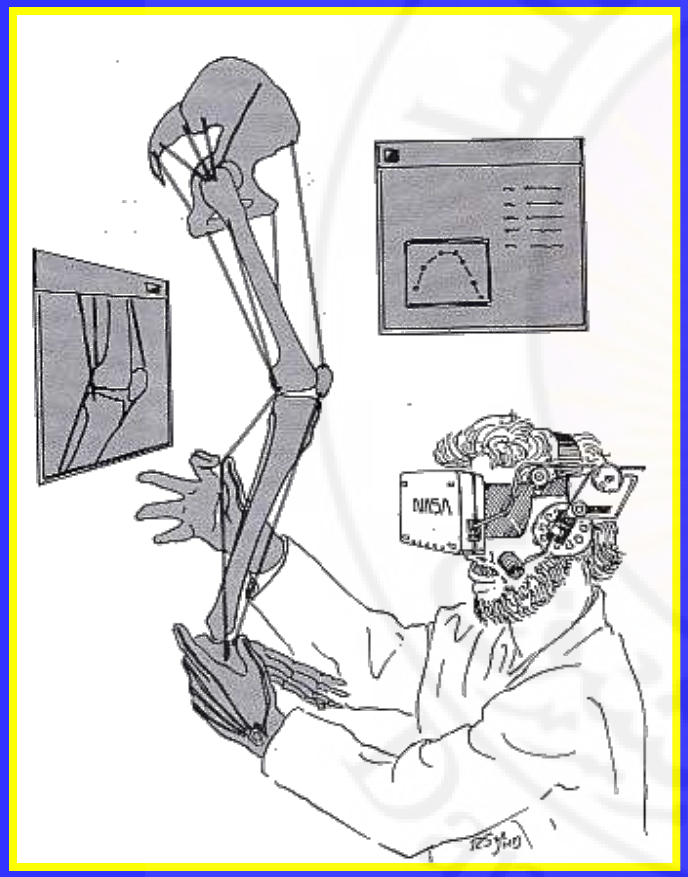
Visible Human Project (TM)

Human-Computer Interaction Lab
Univ. of Maryland at College Park



يتطلب تدريب طلاب الطب على البنية التشريحية لجسم الإنسان الوقت والجهد والتكرار ولايتسنى ذلك للطلاب متى شاؤوا فذلك يتطلب توفر عدداً من الجثث البشرية.

Anatomic Simulator المحاكي التشريحي

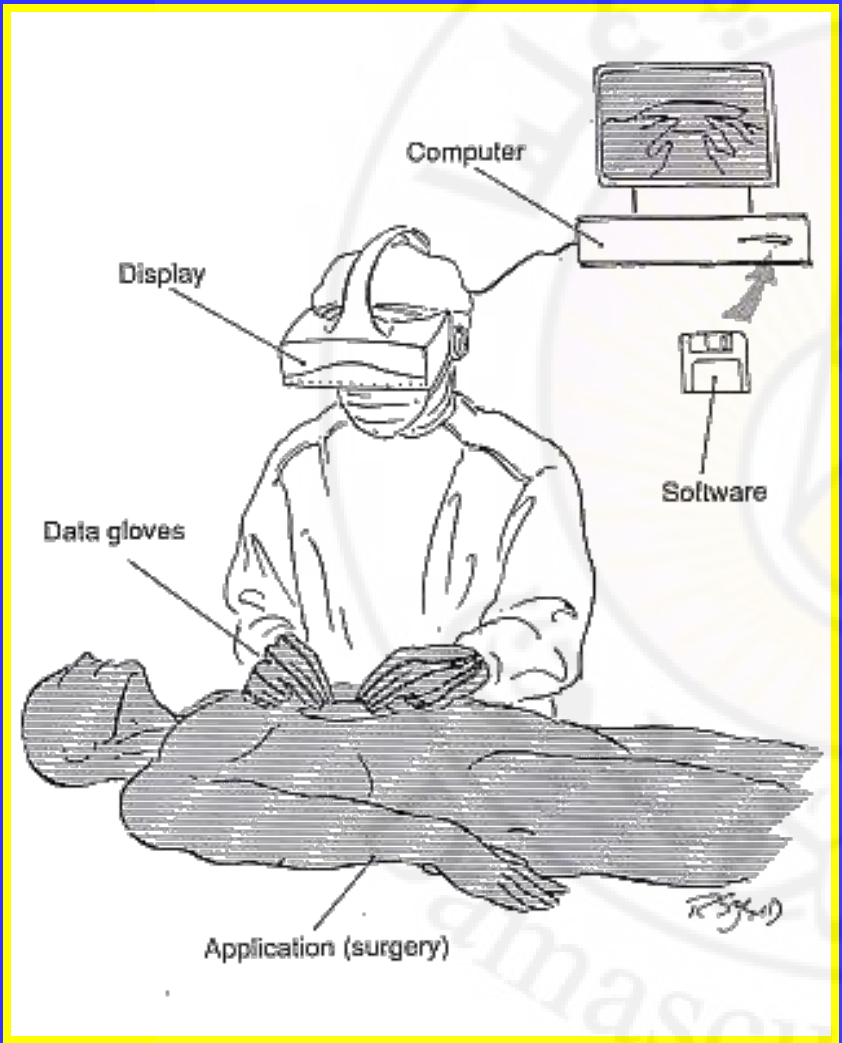


المحاكي التشريحي هو أحد الأهداف المستقبلية التي يعمل عليها الباحثون والتي ستمكّن طلاب الطب البشري من التعامل مع جثة بشرية افتراضية، وسيتمكنون ليس فقط من التجول افتراضياً في جسم الإنسان للتعرف على الأعضاء المختلفة، فهو أمر قد أصبح متوفراً، بل سيتمكنون أيضاً من تحسس ردود فعل هذه الأعضاء ومن القيام بعمليات تشريح افتراضية.

http://www.nlm.nih.gov/research/visible/



Virtual Corps الأجسام الافتراضية



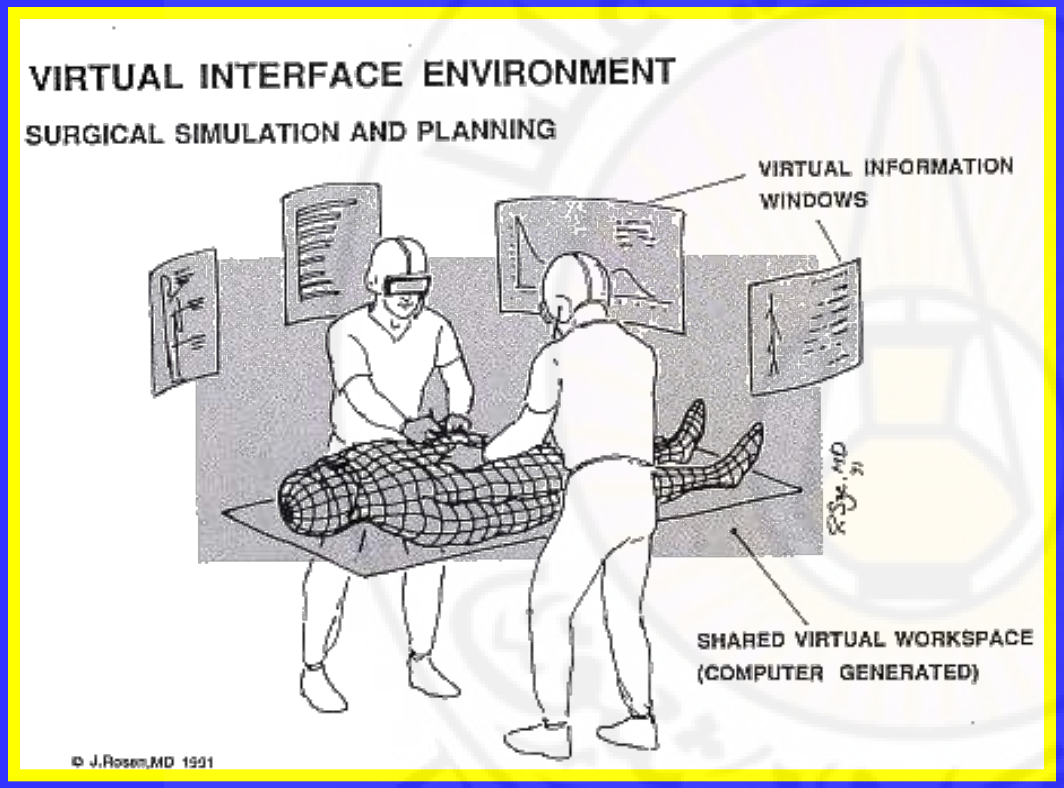
تهدف هذه التطبيقات إلى محاكاة جسم بشري حي (وليس جثة بشرية) يمكن التفاعل معه، مما سيسمح بتدريب طلاب الاختصاص في الطب البشري على القيام بالعمليات الجراحية المعقدة بدلاً من التدرب على إنسان حقيقي مما قد يخفف بشكل ملحوظ من احتمال حدوث أخطاء بشرية ويخفف من كلفة وزمن التدريب.

الأجسام الافتراضية Virtual Corps



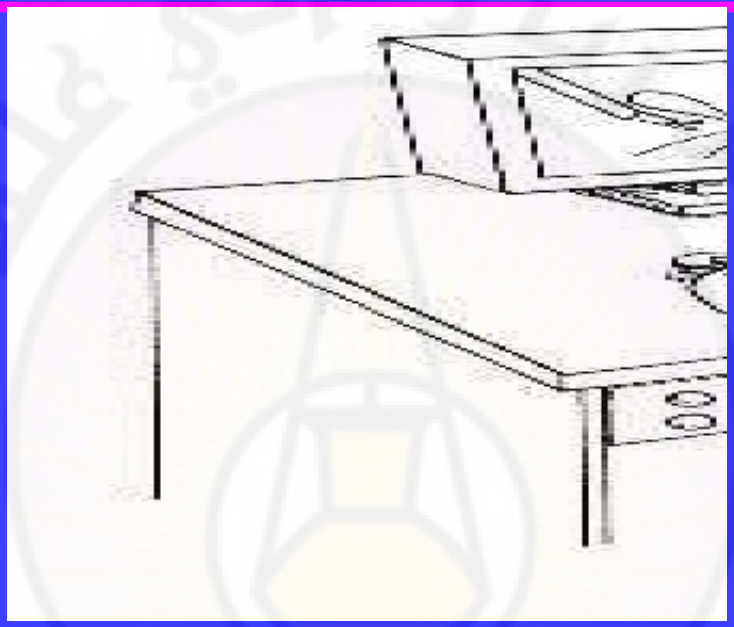
نموذج افتراضي لفخذ آدمية

Surgical Simulator محاكي العمليات الجراحية



يعتمد محاكي العمليات الجراحية على الأجسام الافتراضية لمحاكاة عملية جراحية وهمية، مما يسمح بتدريب الجراحين المبتدئين على هذه العمليات دون تعريض المرضى للخطر، ومع إمكانية غير محدودة لتكرار العملية حتى النجاح

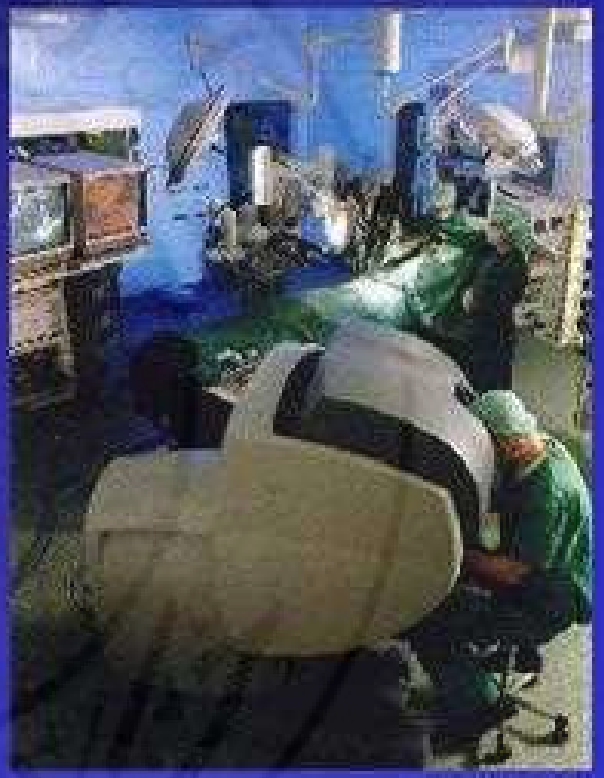
مبدأ الجراحة من بعد



- استثمر العديد من مراكز الأبحاث في دراسة إمكانية تطوير أنظمة تسمح بإجراء عمليات جراحية عن بعد
- يقوم الحاسوب بإعادة بناء الحقيقة الموجودة على مسافة بعيدة والمتمثلة بالمريض ومعدات الجراحة
- يمكّن ذلك الجراح الخبير من التعامل مع هذه البيئة الافتراضية المطابقة للبيئة الحقيقية البعيدة عنه

الجراحة من بعد Remote Surgery





- نجد هنا تحقيقاً فعلياً لمبدأ الجراحة عن بعد
- في الصورة إلى اليسار البيئة الافتراضية التي يعمل عليها الجراح
- في الصورة إلى اليمين الربوطات التي تقوم فعلياً بالجراحة

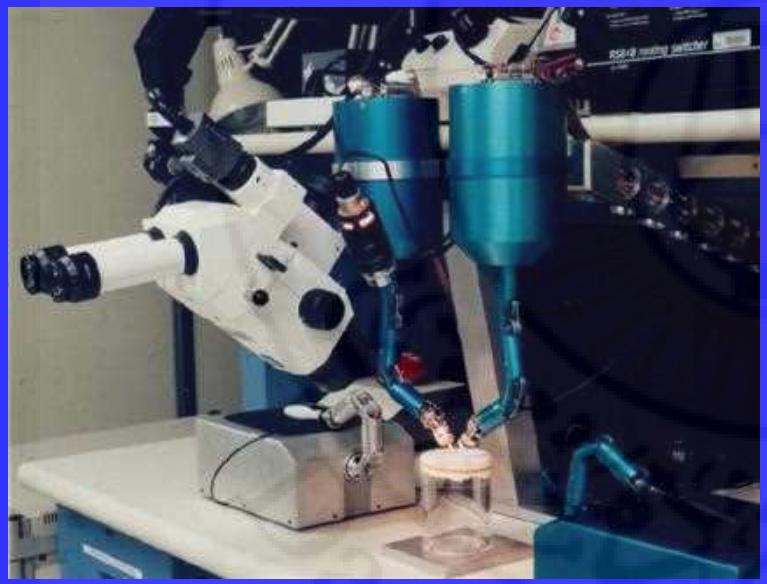
الجراحة من بعد

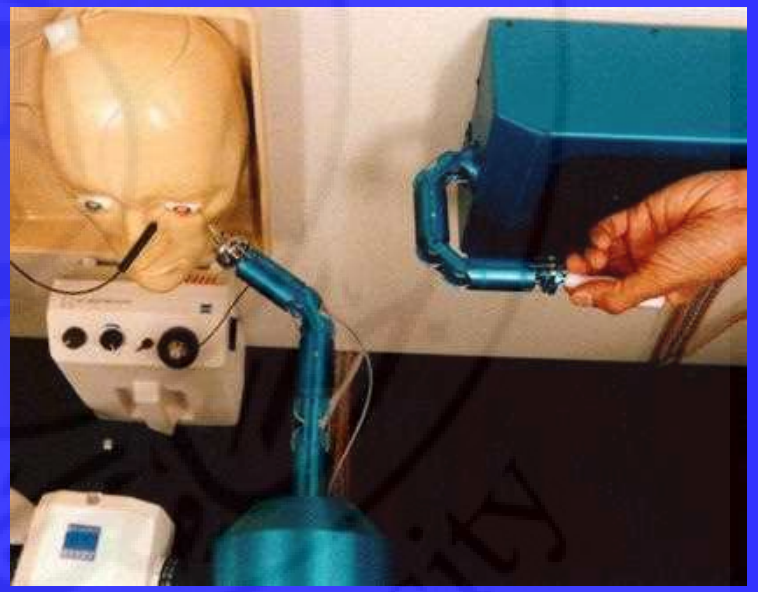


- يتحسس النظام أعمال الجراح وحركاته، ويعيد بنائها في البيئة الحقيقية البعيدة من خلال إعطاء أوامر حقيقية لروبوط موجود هناك، مما يسمح بإجراء هذه العملية.
- هدف هذا التطبيق هو الاستفادة القصوى من الأطباء الخبراء دون الحاجة لإضاعة وقتهم في الانتقال من بلد إلى آخر، أو في سرعة تنفيذ العمليات الجراحية في الحالات الطارئة حيث لا نجد الوقت لنقل المريض إلى مكان وجود الجراح كما قد يكون عليه الحال في ظروف الحرب.

الجراحة من بعد

نشاهد في هذا المثال محاكياً لعملية جراحية لزرع قرنية من بعد، حيث نرى في الصورة اليمنى كيف يتحكم الجرّاح بذراع ربوطية وكيف تتحرك ذراعٌ أخرى مشابهة لها موجودة بالقرب من المريض لتقوم بالعمل الفعلي.





JPL & MDS master-slave tele-manipulator

تطبيقات الحقائق الافتراضية

- تطبيقات بيانية
- تطبيقات ربوطية
- تطبيقات طبية
- تطبيقات أخرى

التطبيقات الطبية

نتابع في هذه الجلسة استعراض بعض التطبيقات الطبية للحقائق الافتراضية مثل محاكاة جراحة التنظير، والعمليات التجميلية، والتدخل للتصوير بالأمواج الصوتية، ومحاكاة سلوك رباط الركبة.

محاكاة جراحة التنظير(AISIM-Cotin)

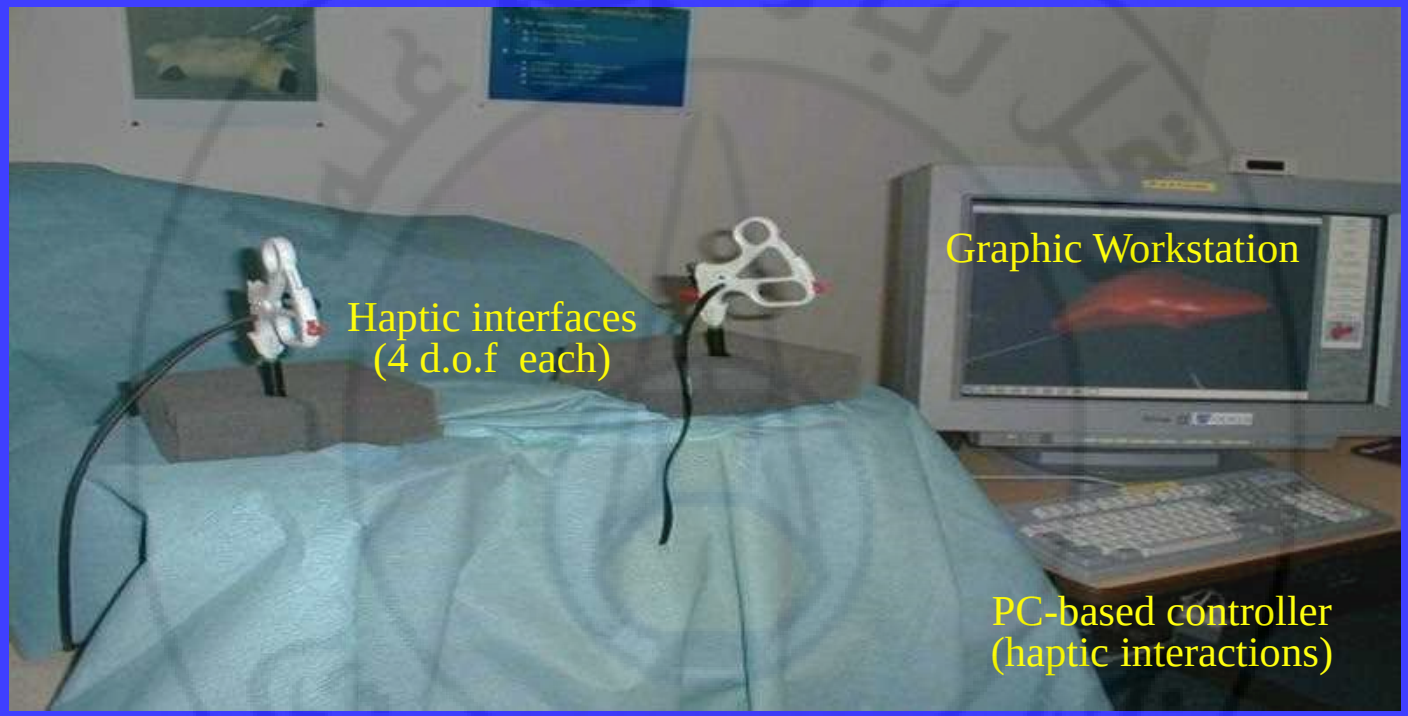
- محاكاة الجراحة التنظيرية هي من التطبيقات الواعدة في مجال محاكاة العمليات الجراحية
- الهدف منها هو خفض كلفة ومخاطر تدريب الأطباء الجدد على حالات حية.

محاكاة جراحة التنظير(AISIM-Cotin)



- ويعود السبب في كون هذا التطبيق واعداً أن الجرّاح لا يلمس المريض ولا ينظر إليه، بل يستعمل أداةً دقيقة تدخل من فتحة صغيرة في جسم المريض وكمرة دقيقة أيضاً تدخل من فتحة أخرى.
- يرى الطبيب ما يحدث داخل جسد المريض من خلال شاشة تستقبل إشارة الكمرة، ويرى أيضاً في نفس الصورة موقع الأداة التي يستعملها بالنسبة لجسد المريض.

التجهيزات الأساسية



- نرى هنا المعدات المقترحة في مخابر الإنريا **INRIA** في مدينة *سوفيا أنتي بوليس*، وهي مكونة من حاسوب لإظهار خرج الكمرة، ومن جهازي تنظير يمثل الأول الكمرة والثاني أداة التحكم والقطع.
- بالطبع فكلا الجهازين مرتبط بمحركات لتحسس قوى ردود الفعل.

محاكاة جراحة التنظير

- تظهر في هذه الصورة مكونات جهاز التنظير الافتراضي، وهو مزود بثلاث درجات حرية: اثنتان دورانيتان والأخرى انسحابية.



محاكاة جراحة التنظير





- يظهر هنا كيفية استخدام جهاز التنظير الافتراضي في دراسة التفاعل مع مع كبد بشري .
- في الصورة اليمنى تُظهِرُ شاشةُ الحاسوب البيئةَ الافتراضية المساعدة على التفاعل.

محاكاة العمليات التجميلية

الهدف: التنبؤ بنتيجة التدخلات التجميلية على شكل المريض النهائي





http://www.inria.fr/epidaure

نلاحظ في هذا المثال الاستفادة من الحقائق الافتراضية في التحضير للعمليات الجراحية، حيث يستعمل المستخدم أداةً على شكل قفاز للتحكم بجمجمة المريض الافتراضية ويشكّلها كيف يشاء، بحيث يستطيع معرفة أثر ذلك على شكل المريض النهائي

محاكاة العمليات التجميلية



هنا يقوم الطبيب بإعادة إكساء الجمجمة بالجلد ليتنبأ بالنتائج التجميلية، فإذا كانت غير مرضية يستطيع إعادة تشكيل الجمجمة بسهولة حتى الوصول إلى شكلٍ مرضٍ للشخص المريض.

محاكاة التدخل للتصوير بالأمواج الصوتية





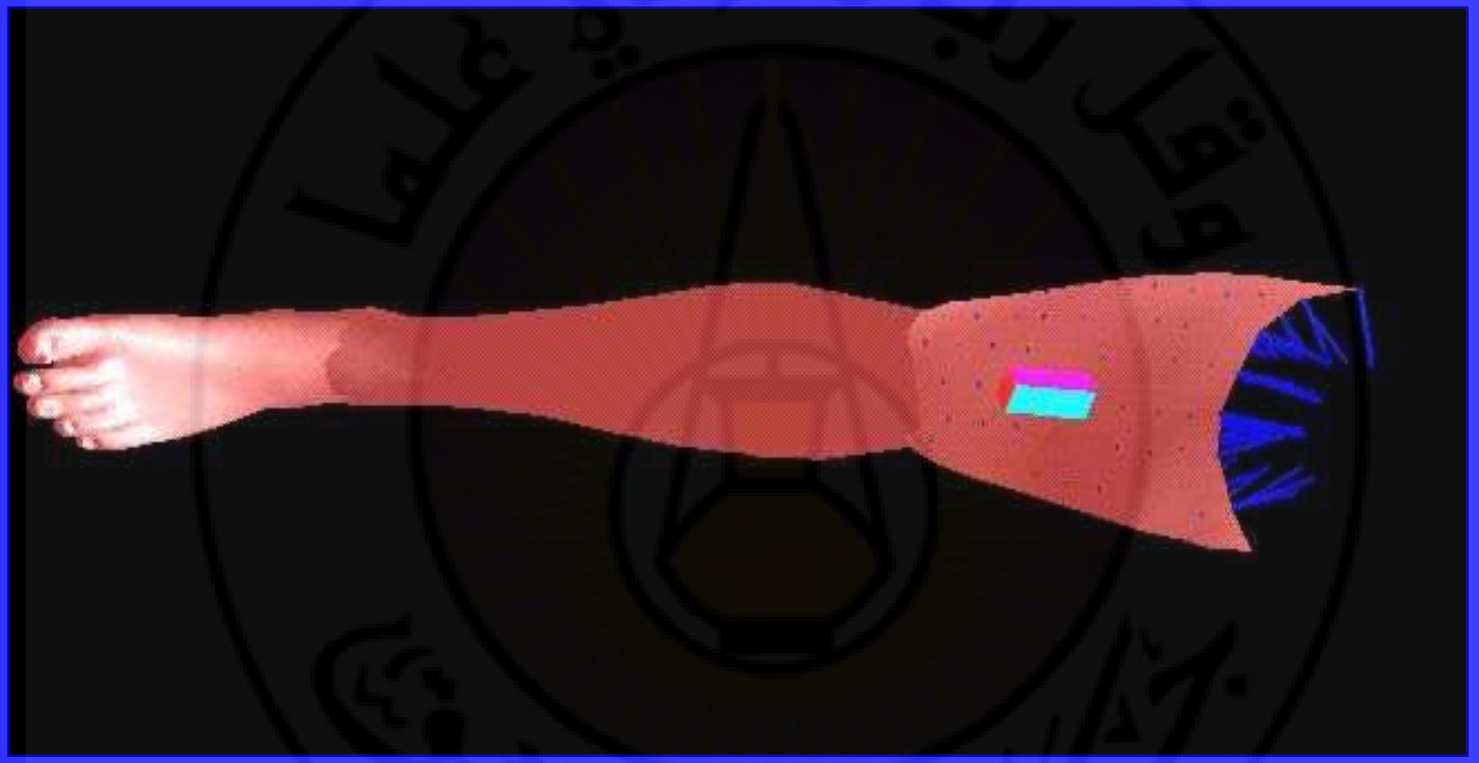
مرحلة أخذ القياسات

INRIA Rhone Alpes FRANCE

يهدف التطبيق إلى محاكاة عملية التدخل لتصوير الجلطة العالقة في الفخذ بالأمواج الصوتية، وهي عملية حساسة قد تتسبب بانزلاق الجلطة بدلاً من تحديد مكانها ومعالجتها.

يبين الشكل عملية استحصال المعلومات التي تهدف إلى الحصول على الشكل الهندسي للفخذ وخواصه الفيزيائية في آن واحد حيث أن الربوط مزود بحساسات قوى

محاكاة التدخل للتصوير بالأمواج الصوتية



مرحلة بناء النموذج الافتراضي للفخذ

محاكاة التدخل للتصوير بالأمواج الصوتية



مرحلة ربط النموذج الافتراضي للفخذ مع جهاز تحسس قوة لمكاملة المحاكي

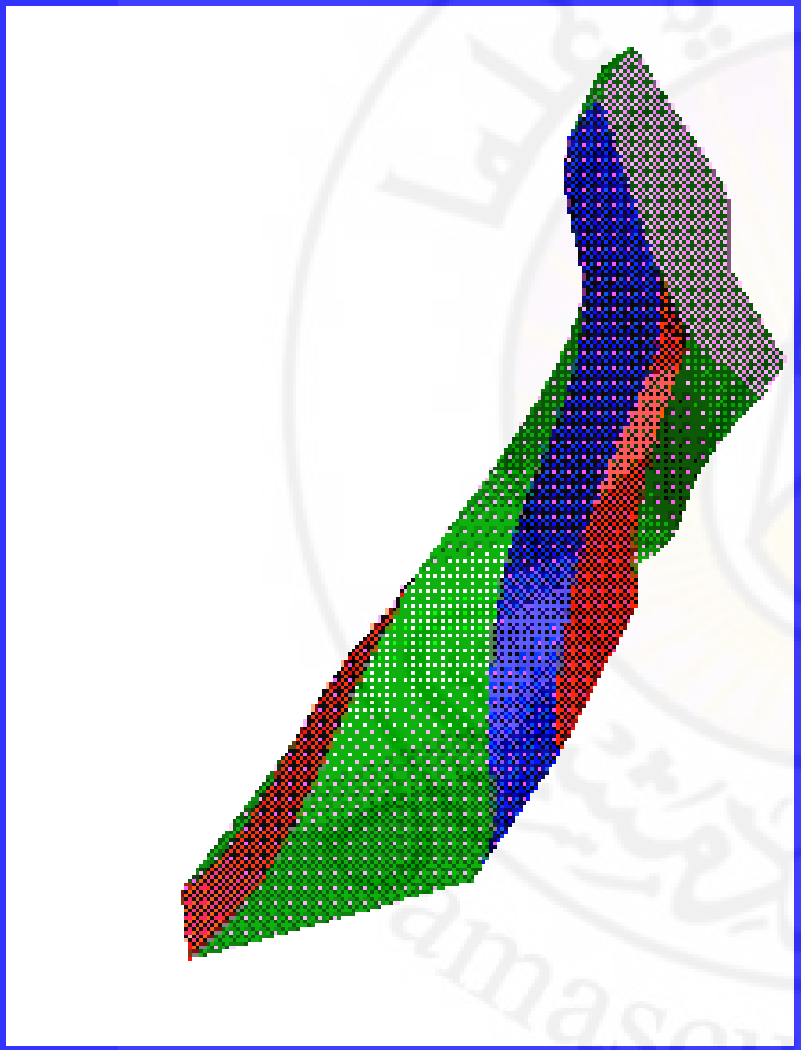
محاكاة سلوك رباط الركبة



تجري محاكاة سلوك رباط الركبة القطري cross ligament أثناء الحركة الانفعالية Passive وذلك بهدف فهم هذا السلوك وبناء نماذج صناعية تعويضية لهذه الأربطة تفيد في معالجة المصابين بانقطاع هذا الرابط بسبب حادث وغالباً ما يحدث ذلك في إصابات التزلج على الثلج

- INRIA Rhone Alpes
- Grenoble/ France
  Biomechanics laboratory of Bologna, and TIMC Italy

محاكاة سلوك رباط الركبة



يظهر هنا النموذج الحاسوبي
أثناء الحركة الانفعالية

استحصال المعلومات

استحصال المعلومات

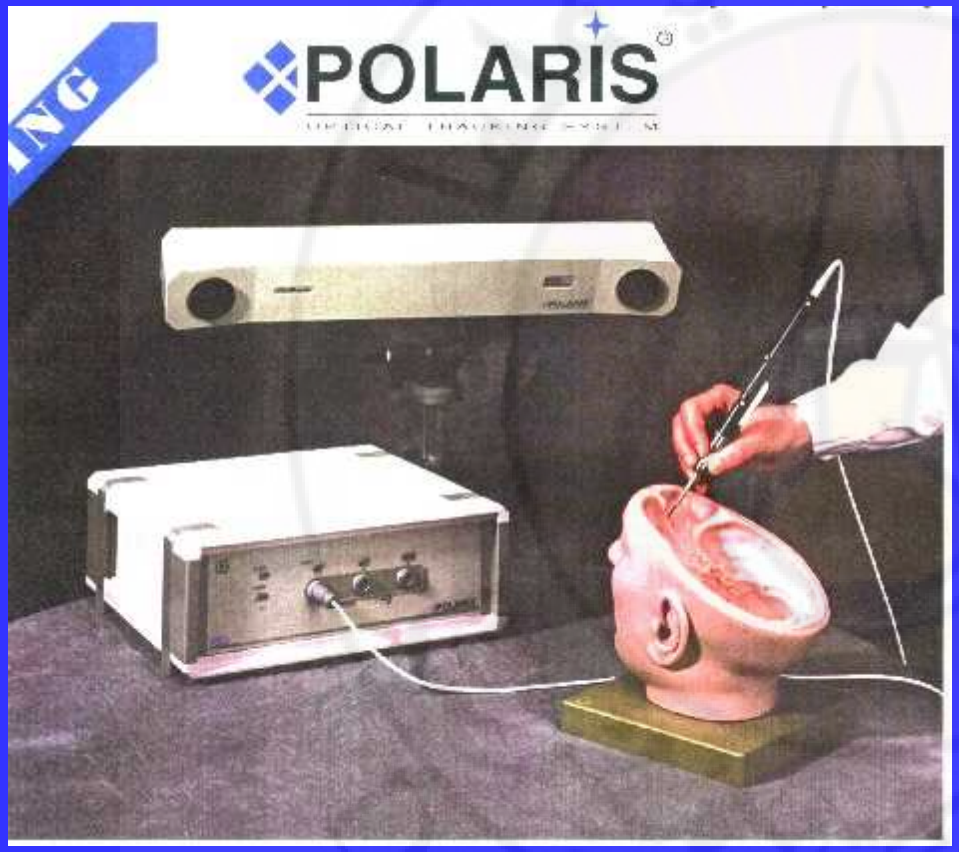
- لا بد لنا في أي تطبيق من استحصال المعلومات المتعلقة بالأغراض المراد التعامل معها.
- هذه العملية ليست دوماً بالعملية اليسيرة وتتعقد تبعاً لتعقد الشكل الهندسي للجسم وتبعاً لحجمه وللدقة المراد الوصول إليها
- نعرض في هذا الفصل بعض الطرائق المستخدمة في تحصيل المعلومات من خلال الأمثلة

تحديد موقع وشكل رباط الركبة أثناء الحركة باستعمال ذراع فارو



- في هذا المثال يقوم المستخدم بوضع نهاية ذراع الربوط على الموقع المراد قياس إحداثياته ثم وبالضغط على الزر المخصص يقوم الحاسوب اعتماداً على مصفوفة الحركة العكسية بتحديد هذه الإحداثيات.
- من سيئات هذه الطريقة أن الربوط محدود بقيوده الميكانيكية ولا يستطيع الوصول إلى أي مكان وبالتالي تصلح هذه الطريقة للتعامل مع الأشكال صغيرة الحجم.

استحصال المعلومات باستعمال كمرات



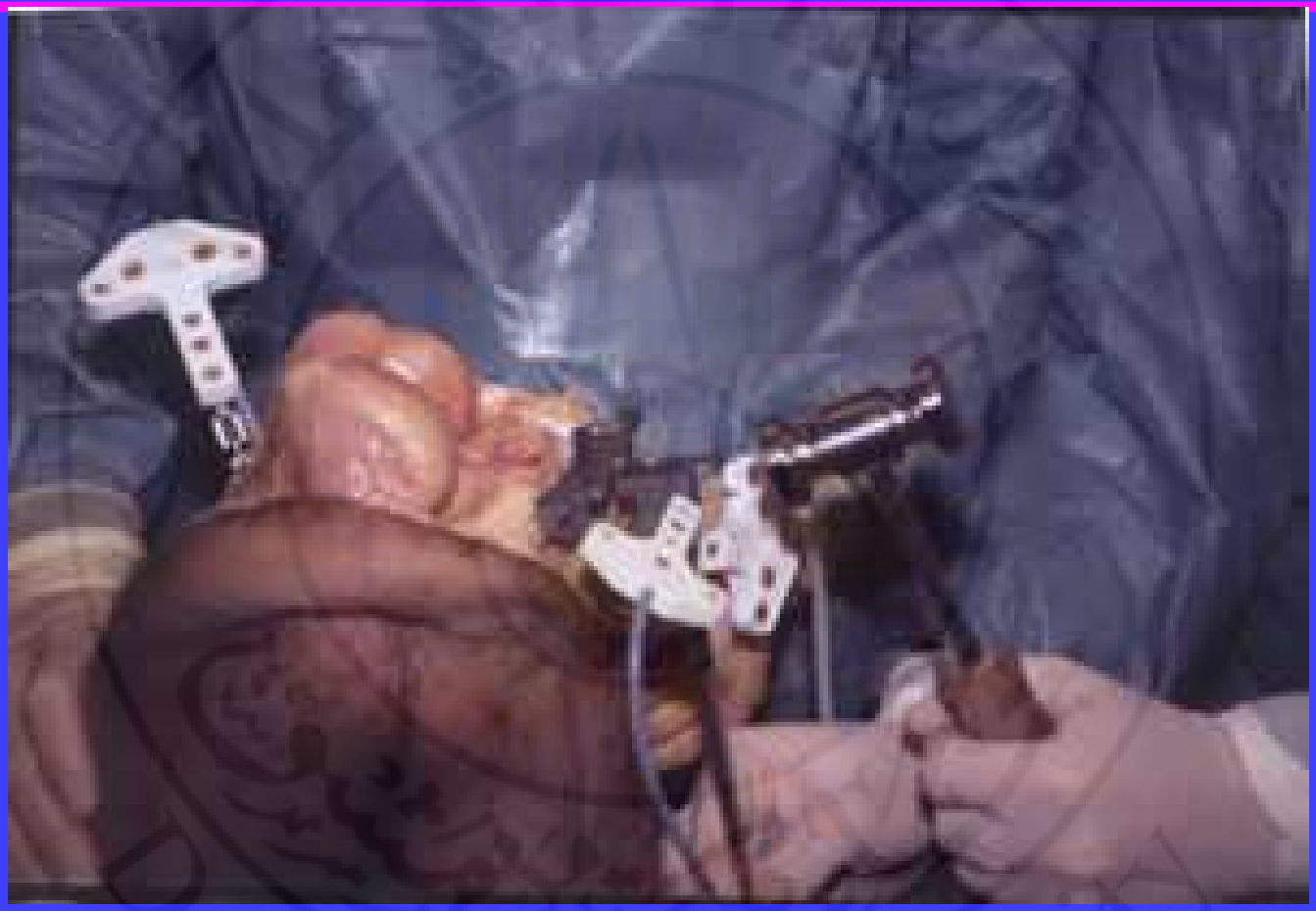
- في هذا المثال يستعمل المستخدم أداة مصممة بحيث يكون بالإمكان مراقبتها وتحديد موقعها من قبل كمرات ثابتة.
- تتميز هذه الطريقة بأنها لاتقيد المستخدم بحيز صغير من الفراغ ولاحاجة لأن يكون قريباً جداً من الكمرات. وبذلك فهي تصلح للأغراض الكبيرة نسبياً

استحصال المعلومات باستعمال كمرات

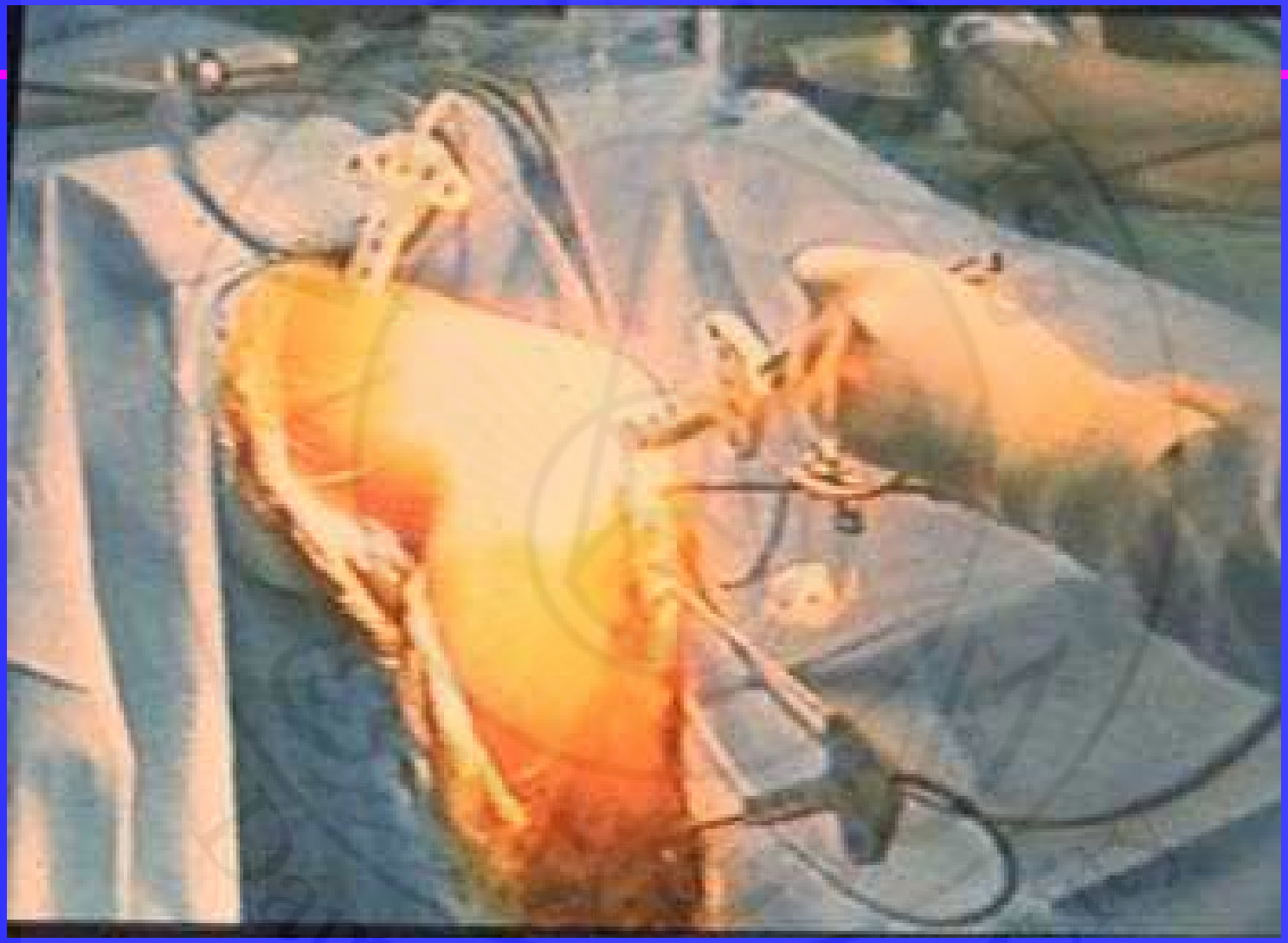


مثال آخر ولكن بثلاث كمرات

استحصال المعلومات

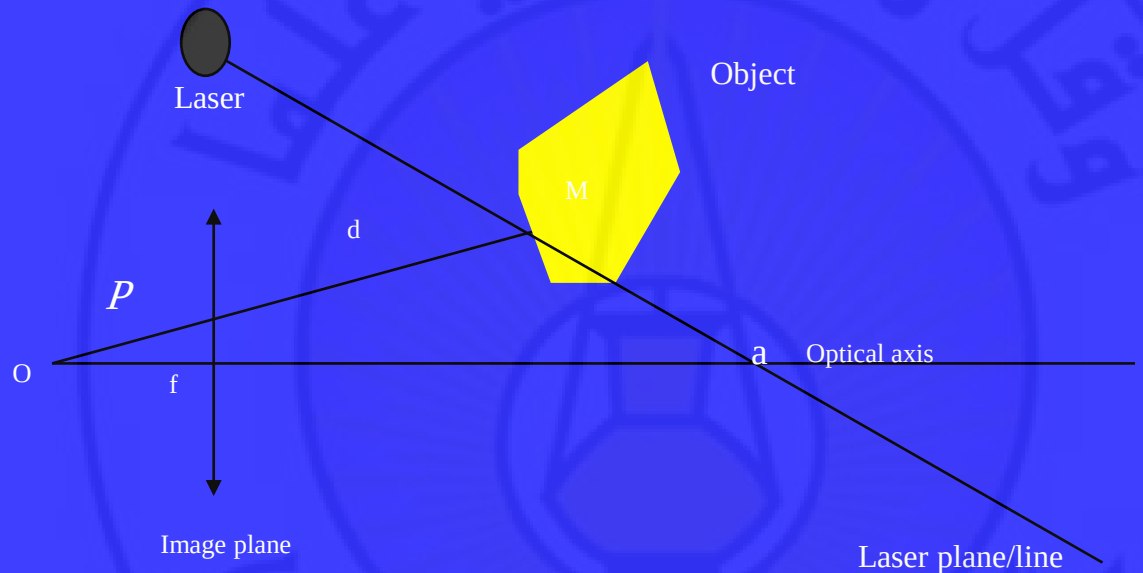


أمثلة عن الأدوات المصممة بحيث يمكن تحديد موقعها بسهولة من قبل كمرة



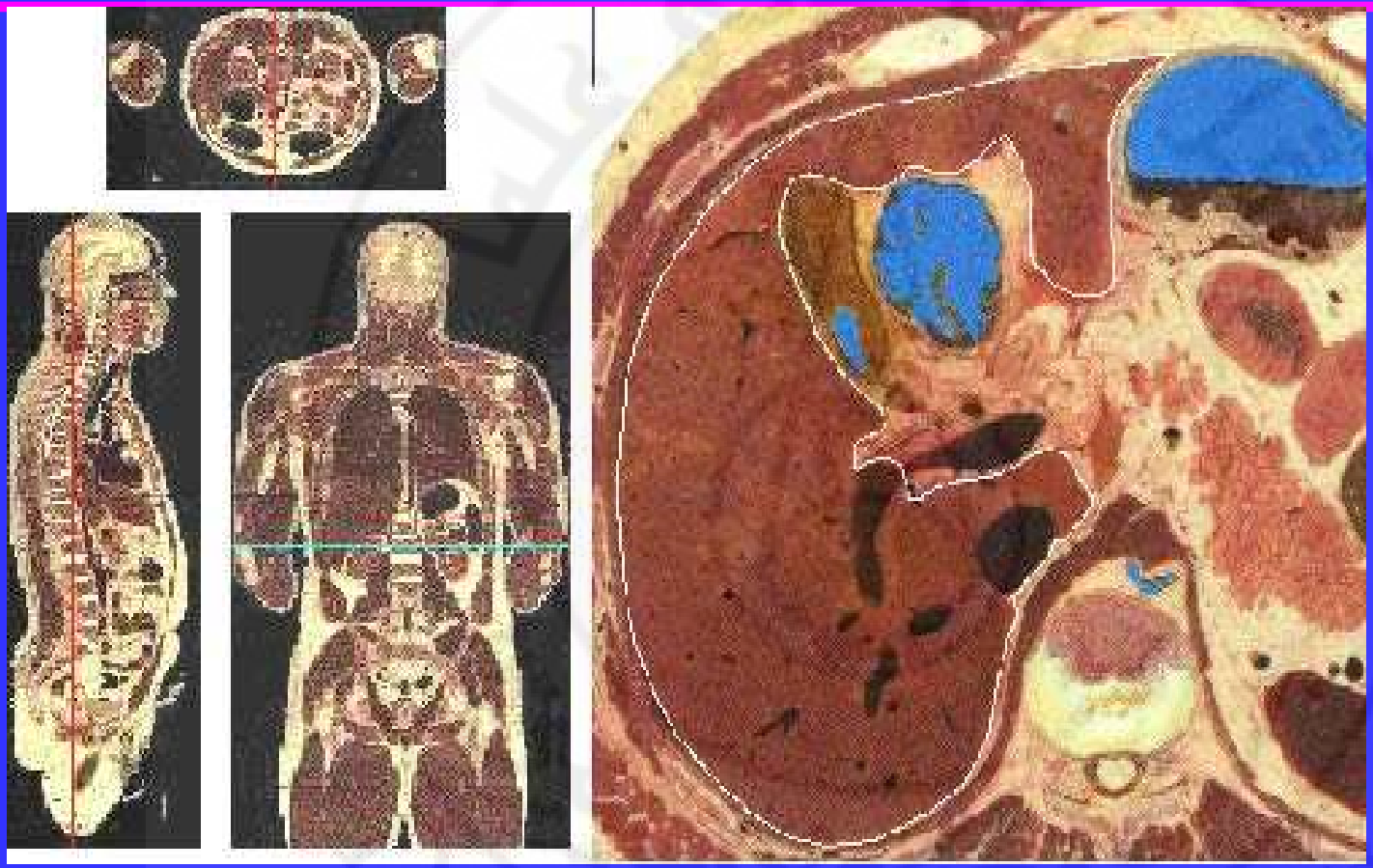
أمثلة عن الأدوات المصممة بحيث يمكن تحديد موقعها بسهولة من قبل كمرة

استحصال المعلومات باستعمال الليزر



يتميز الحساس الليزري بأنه لايحتاج لأي تماس فيزيائي مع الغرض المراد تحديد شكله وموقعه.

استحصال المعلومات باستعمال ماسح



"Visible Man" images

في هذا المثال جرى تجميد شخص محكوم بالإعدام وتقطيعه إلى شرائح بسماكة واحد ميليمتر، ثم مسحت هذه الشرائح باستعمال ماسح ضوئي scanner وأصبح بالإمكان استعمالها حاسوبياً

استحصال المعلومات باستعمال ماسح



إعادة بناء الكبد البشري من معطيات الرجل المرئي

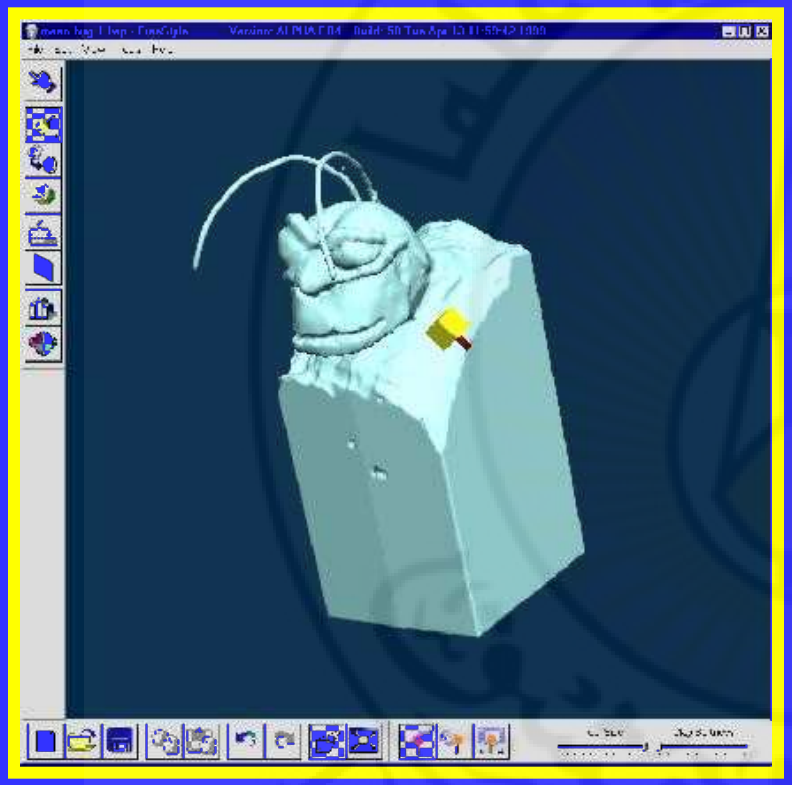
تطبيقات الحقائق الافتراضية

- تطبيقات بيانية
- تطبيقات ربوطية
- تطبيقات طبية
- تطبيقات أخرى

تطبيقات أخرى

نتابع في هذه الجلسة استعراض مجموعة أخرى من التطبيقات الطبية للحقائق الافتراضية مثل النحت الافتراضي، والألعاب الافتراضية، والتطبيقات الصناعية.

Virtual Sculpturing النحت الافتراضي





يسمح هذا التطبيق بمحاكاة عملية النحت وذلك باستعمال أداة تشبه المطرقة والتي تظهر باللون الأصفر في الشكل اليساري

Virtual Games الألعاب الافتراضية



Virtual War Games ألعاب الحرب الافتراضية
SIMNET



تطبيقات صناعية



AlaDyn-3D

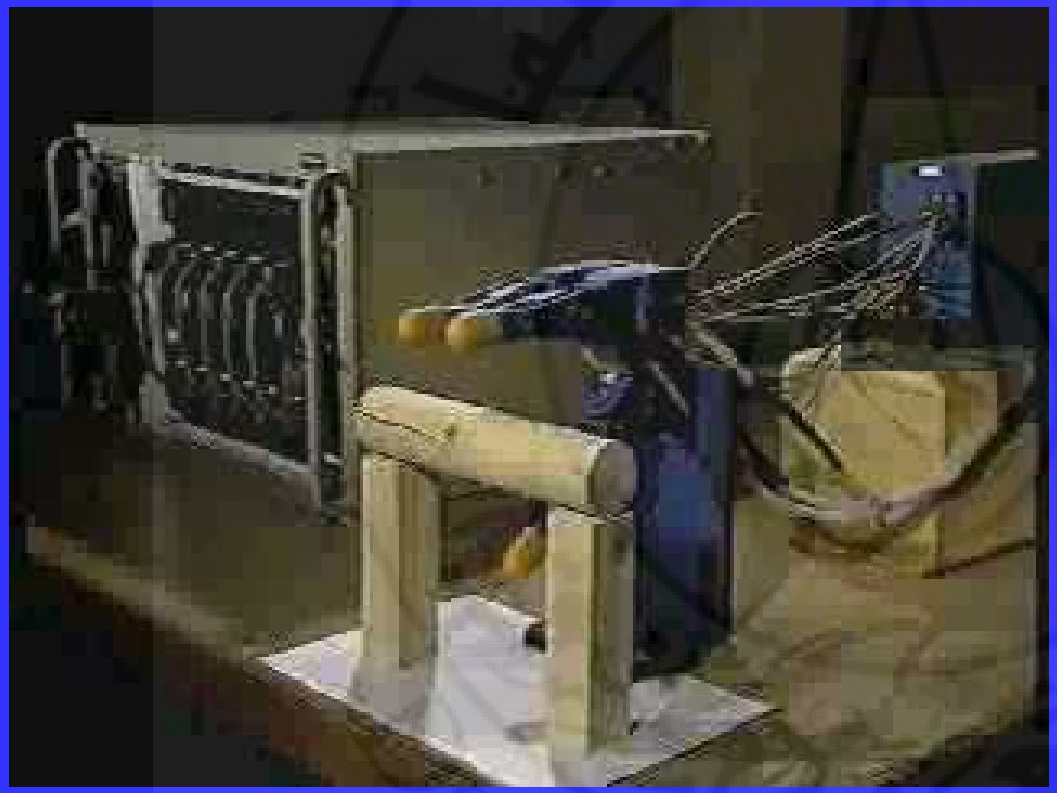
يهدف هذا التطبيق إلى
محاكاة سقوط بعض القطع
الصناعية على خط إنتاج
وذلك لمعرفة وضعية
السقوط الأكثر احتمالاً
ووضع عوائق تؤدي إلى
توضع هذه القطع باتجاه
مناسب للعملية المرغوب
إجراؤها على هذه القطع.

تطبيقات الحقائق الافتراضية

- تطبيقات بيانية
- تطبيقات ربوطية
- تطبيقات طبية
- تطبيقات أخرى

التطبيقات الربوطية

الإمساك بيد آلية



ÍÝ]s×Í]kÔÏWWÛâÃ
É]þÓVcæÔ› bÏÈ]sÓ
.b}ÛÓyà÷ Ww¿çW
àÏVcæÔ¢ÏWÒ«ÈÝÝ
:Öäçm}Ó

cm}ÓàÏÝçWcm}ÔÏW:
yã¢sfàÏVÁ¢ÝÏfcæC¢yØÛ
cC¢WxÝ÷ }ÄÏW:Ç¤Ó
|]äçvë cæC¢yØÏÏWÚ« W¤v
.Ú¤]èçë cæ}±Î° ÃR

الإمساك بيد آلية



دراسة التفاعل المتبادل بين الأرض والعربة



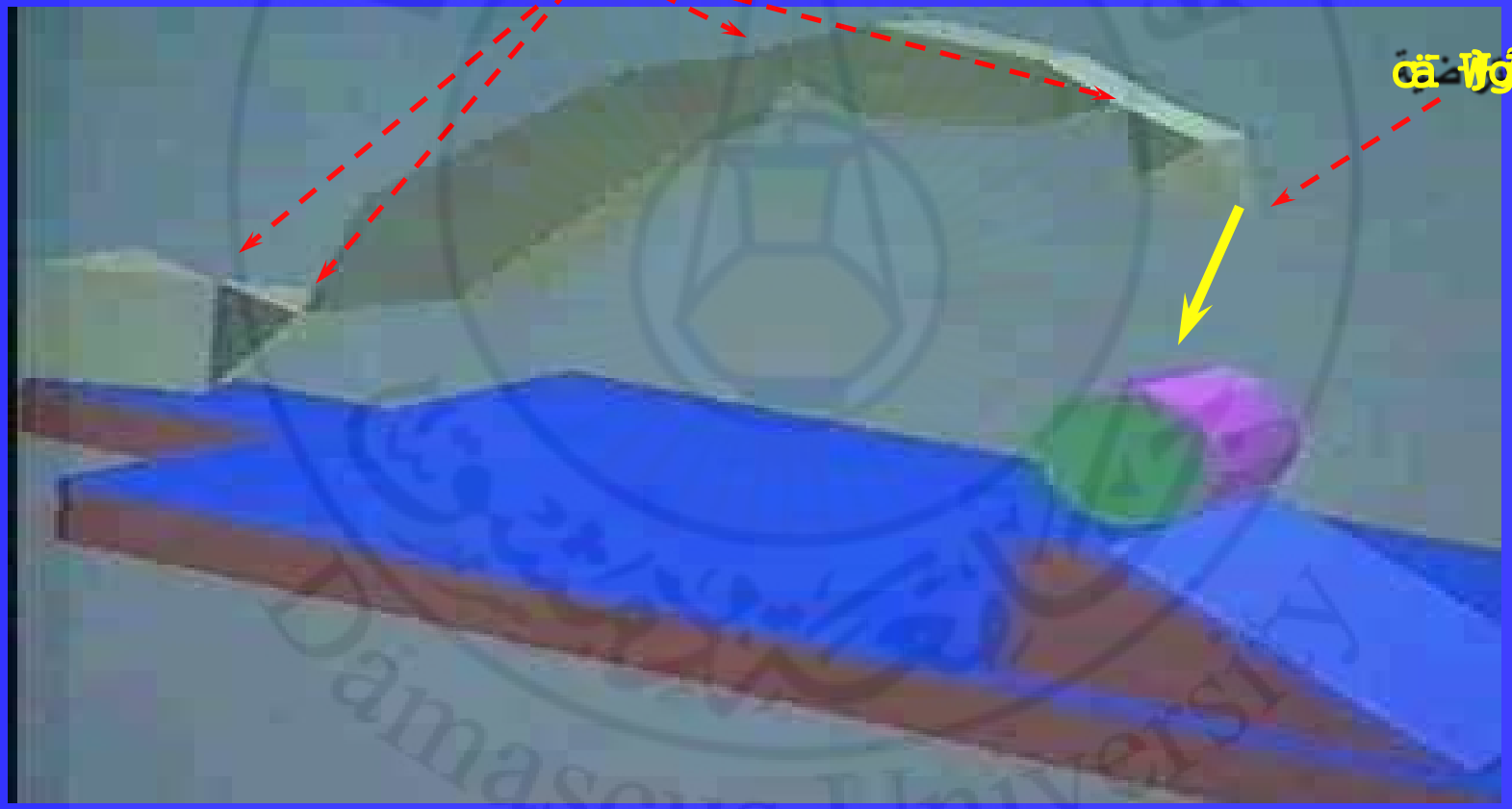
تطبيقات CAD: تصميم روبوت ذو قدمين

الهدف: تصميم روبوت قادر على التوازن بشكل ساكن

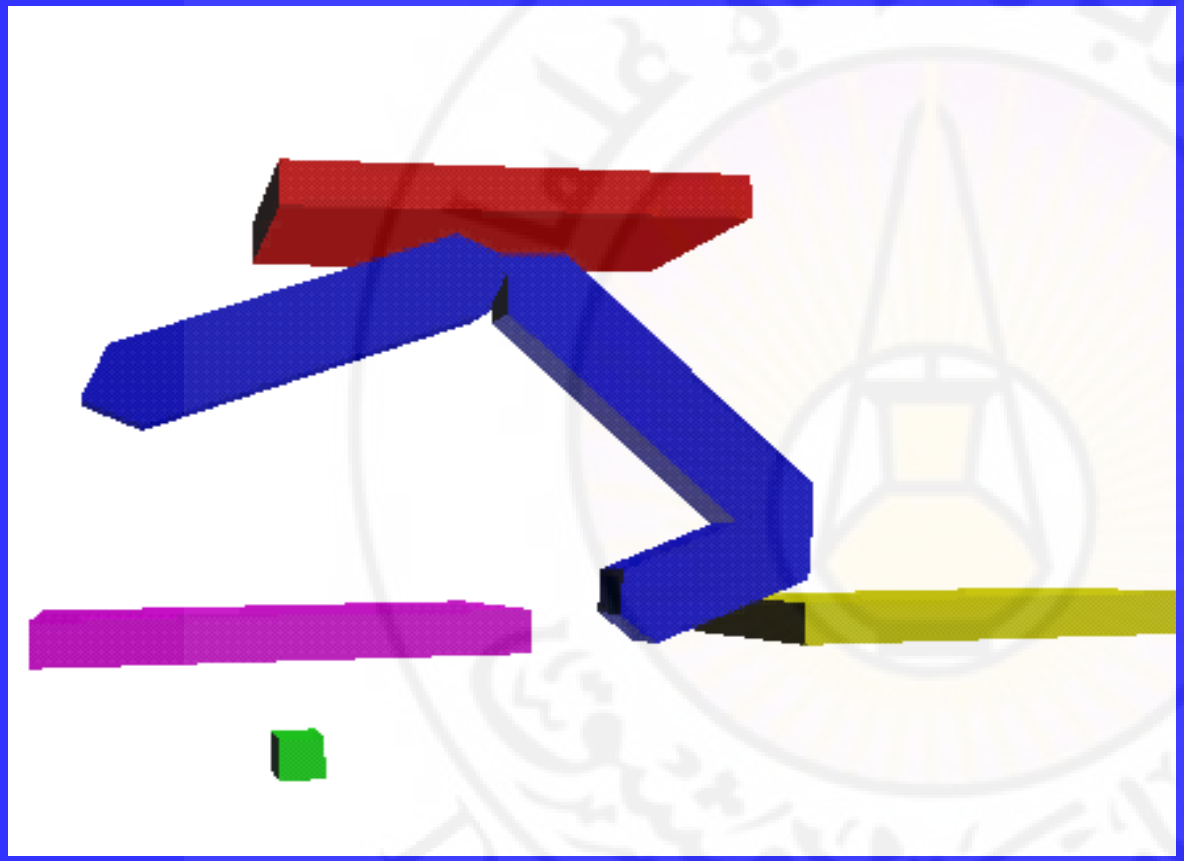


(تخطيط المسار) Planning

تخطيط المسار (مثال)



تخطيط المسار



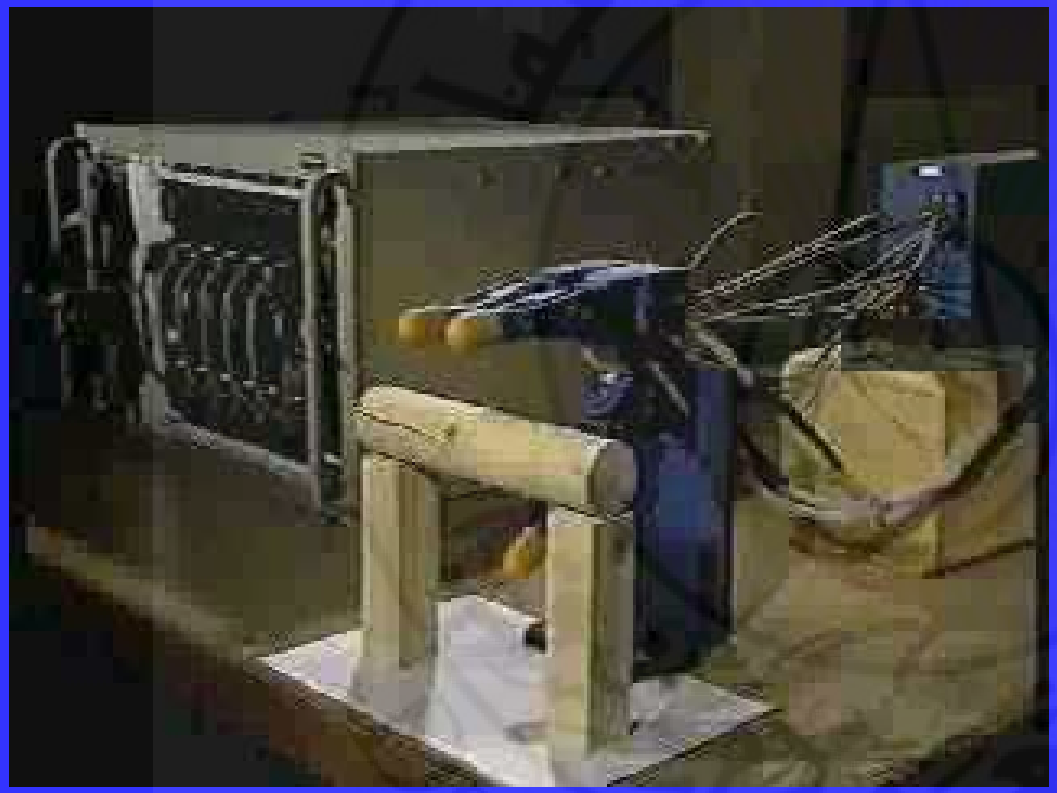
تطبيقات الحقائق الافتراضية

- تطبيقات بيانية
- تطبيقات ربوطية
- تطبيقات طبية
- تطبيقات أخرى

التطبيقات الربوطية

نستعرض في هذه الجلسة بعض التطبيقات الربوطية للحقائق الافتراضية عبر عرض العديد من الأمثلة الحية لهذا النوع من التطبيقات

الإمساك بيد آلية



في هذا المثال نحاول محاكاة عملية إمساك الأغراض بيد ماهرة. وتنقسم العملية إلى مرحلتين:

- المرحلة الأولى مرحلة هندسية تهدف إلى تحديد موقع الغرض ودراسة خواصه الهندسية لاختيار أفضل طريقة لإلتقاطه.

الإمساك بيد آلية



- أما المرحلة الثانية فهي دراسة استقرار عملية الإمساك فيزيائياً فلربما انزلق الغرض من اليد لأسباب لا تتعلق بالاستقرار الهندسي بل بالاستقرار الفيزيائي. وعندها قد نلجأ لحلول أخرى منها الإمساك بالغرض بكامل راحة اليد للتغلب على ظاهرة الانزلاق.

دراسة التفاعل المتبادل بين الأرض والعربة



نجد في هذا الفيلم بعض الأمثلة عن المحاكاة الديناميكية منها تفاعل عربة مع الأرض، ويهدف التطبيق إلى توقع انزلاق العربة على مسارها قبل اختيارالمسار لتجنب وقوع حادث، وخاصة عندما تكون العربة في مكان لايمكن أن تصل إليه النجدة كما هو الحال في الرحلات إلى الكواكب الأخرى.

تطبيقات CAD: تصميم روبوت ذو قدمين

الهدف: تصميم روبوت قادر على التوازن بشكل ساكن



إن تصميم الربوطات وخاصة الذكية منها عمل يتطلب الجهد والوقت، ومن الصعب التنبؤ بنتيجة التصميم قبل التجربة والاستخدام، ولذلك فإن أنظمة المحاكاة هي أدوات لا غنى عنها لاختبار التصاميم قبل الوصول إلى نتائج جيدة نسبياً كالتي نراها في هذا المثال

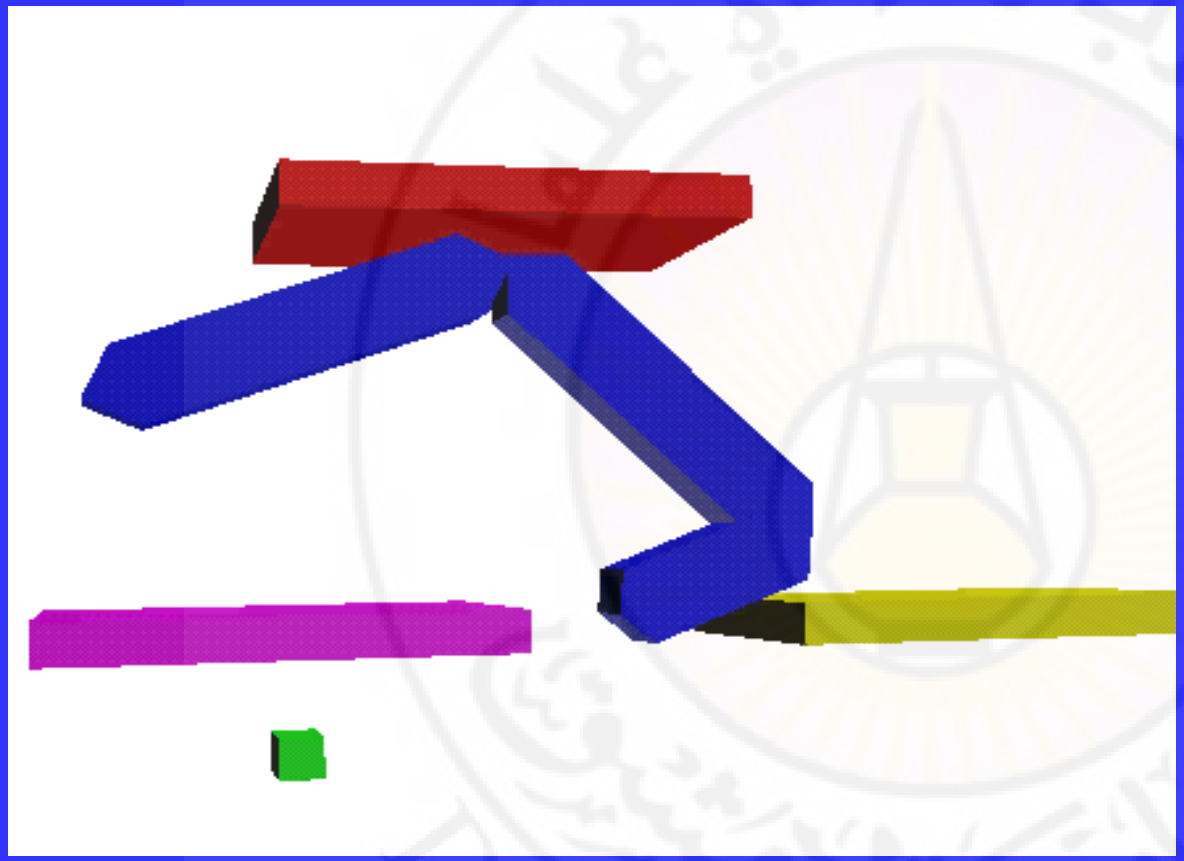
Planning (تخطيط المسار)

- يمتلك العديد من الربوطات عدداً كبيراً من المفاصل في اتجاهات مختلفة، وقد يتعذر بناء مصفوفات الحركة العكسية، أو قد يتعذر اختيار أفضل مسار ضمن مجموعة المسارات المحتملة.
- تساعد المحاكاة في هذه الأحوال على توليد الإحداثيات المفصلية، وذلك من خلال تطبيق قوة ما على الأداة الطرفية للربوط تحرّكه باتجاه الهدف المطلوب، ومن ثم ترك المفاصل تتابع حركة الأداة بفعل الارتباط الفيزيائي بينهما.
- يمكن تخزين مواقع المفاصل أثناء هذه الحركة، واستعمالها لتحريك الربوط الحقيقي.

تخطيط المسار (مثال)



تخطيط المسار



نرى في هذا المثال عملية توليد مسار لربوط عن طريق جذب طرفه نحو الهدف وتسجيل الإحداثيات الزاويّة للمفاصل المنفعلة التي تتابع حركة الرأس.
هنا أيضاً لا توجد خوارزميات معقدة لتوليد المسار وإنما فقط اختيار لموقع قوة الجذب واتجاهها نحو الهدف الذي نراه على شكل مكعب أخضر.

مقدمة إلى الهندسة الحسابية

Computational Geometry

الهندسة الحسابية Computational Geometry

- مجال علوم الحاسوب النظري والمخصص لتصميم وتحليل وتنفيذ الخوارزميات وبنى المعطيات بهدف حل المسائل الهندسية.
- متعلق بحل المسائل التي تظهر في مجالات عديدة مثل البيانيات الحاسوبية، الربوطية، قواعد المعطيات، التنقيب في المعطيات، الحوسبة التفرعية، الإحصاء، والرياضيات البحتة.
- دراسة خوارزميات فعالة لحل المسائل الهندسية. من الأمثلة على المسائل التي تُعالَج بالهندسة الحسابية تحديد المغلف المحدب convex hull، ومخطط Voronoi لمجموعة من النقاط، التقسيم إلى مثلثات لمجموعة من النقاط في المستوي أو في الفراغ،...

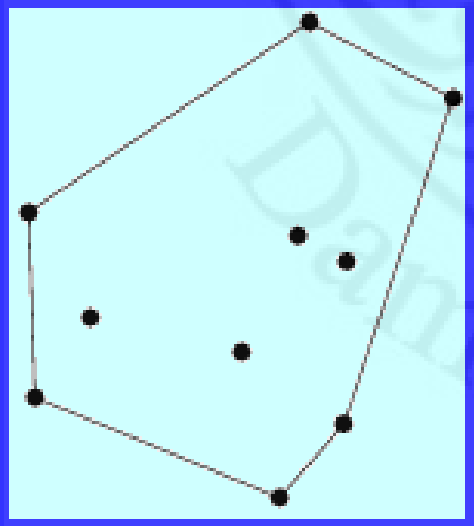
لماذا الهندسة الحسابية؟

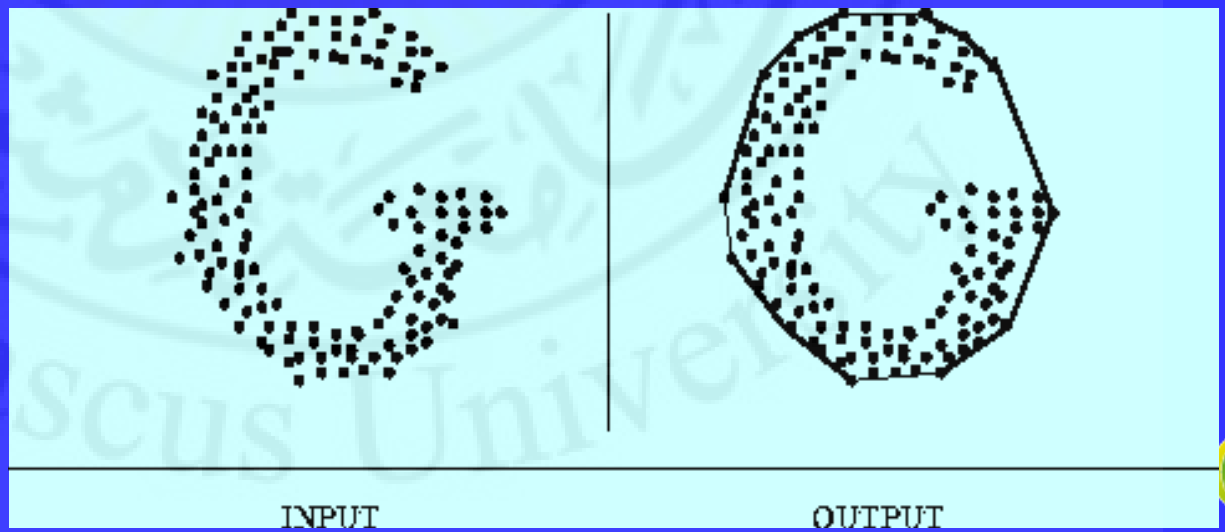
- ضرورة وجود خوارزميات لحل مسائل هندسية متعددة وتصميم بنى معطيات هندسية فعالة في العديد من التطبيقات المتعددة المجالات (مثل الحوسبة العلمية، الرؤية الحاسوبية، العلوم الحية الحاسوبية، البيانيات الحاسوبية، الربوطية، تصميم الشبكات، وتنظيم المعلومات)
- يمكن توضيح نجاح وأهمية هذا المجال كفرع بحثي:
  - من روعة المسائل المدروسة والحلول المكتشفة
  - من مجالات التطبيق المتنوعة (البيانيات الحاسوبية، نظم المعلومات الجعرافية GIS، الربوطية،...) التي تلعب فيها الخوارزميات الهندسية دوراً هاماً.

مفاهيم أساسية – المغلف المحدب Convex Hull

- المغلف المحدب لمجموعة من النقاط في المستوي هو الشكل الذي ستحصل عليه إذا ما وضعت رباطاً مطاطياً حول النقاط، وشددته بإحكام.
- يعطى المغلف المحدب لمجموعة نقاط Pj باالتعبير التالي:

$$C = \left\{ \sum_{j=1}^{N} \lambda_j p_j : \lambda_j \geq 0 \text{ for all } j \text{ and } \sum_{j=1}^{N} \lambda_j = 1 \right\}.$$





مفاهيم أساسية – المغلف المحدب Convex Hull

http://www.angelfire.com/mt/ofolives/DotPlacer.html

- ضع مجموعة من النقاط على الشاشة في الموقع السابق. يجري رسم المغلف المحدب لهذه النقاط. إذا جرى تحريك النقاط، يجري تعديل الشكل بما يتوافق مع الحركة.

المغلف المحدب – خوارزمية بسيطة

- قم بإيجاد النقطة p_1 ذات الإحداثيات الصغرى. ثم اختر شعاعاً v_1 يتجه بالاتجاه المتزايد للمحور y.
- جِد النقطة p_2 التي تجعل الزاوية بين الخط p_1p_2 والشعاع v_1 صغرى؛ وليكن الشعاع v_2 هو الذي يتجه باتجاه هذا الخط
- استخدم p_2 و v_2 لإيجاد p_3 و v_3 ، وهكذا حتى إيجاد النقطة p_k التي هي نفسها p_1.
- في النهاية، قم بوصل جميع النقاط بخطوط مستقيمة.

مفاهيم أساسية – المغلف المحدب Convex Hull

http://www2.toki.or.id/book/AlgDesignManual/BOOK/BOOK4/NODE185.HTM#SECTION03162000000000000000

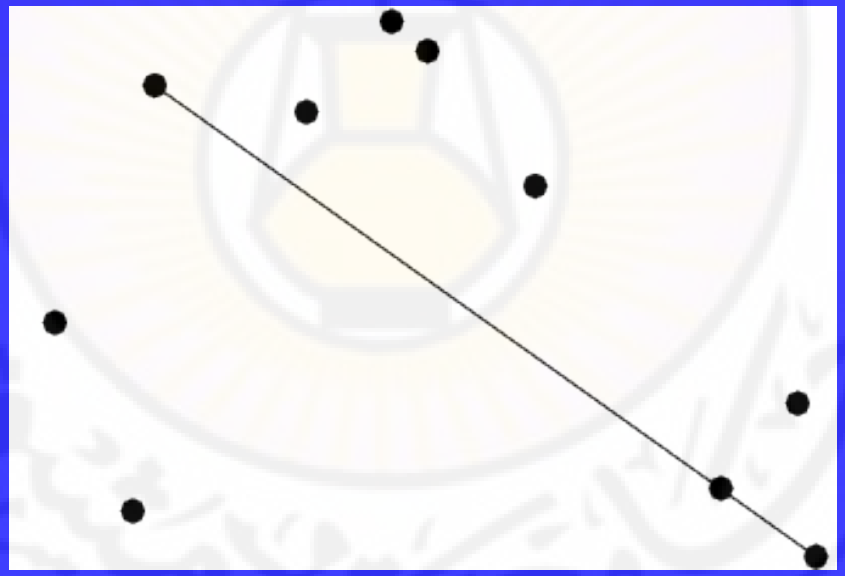
- يقدم هذا الموقع مناقشة مستفيضة للمغلف المحدب

- إيجاد المغلف المحدب لمجموعة من النقاط هو المسألة الأولية الأساسية في البيانيات الحاسوبية، وتشبه بذلك مسألة إيجاد شجرة المسح الصغرى في خوارزميات البيانات. وهي كذلك لأن المغلف يعطي بسرعة فكرة خشنة عن الشكل أو عن مجال امتداد مجموعة من المعطيات

- يعرّف المغلف المحدب بأنه أصغر متعدد وجوه محدب يحيط تماماً بمجموعة من النقاط

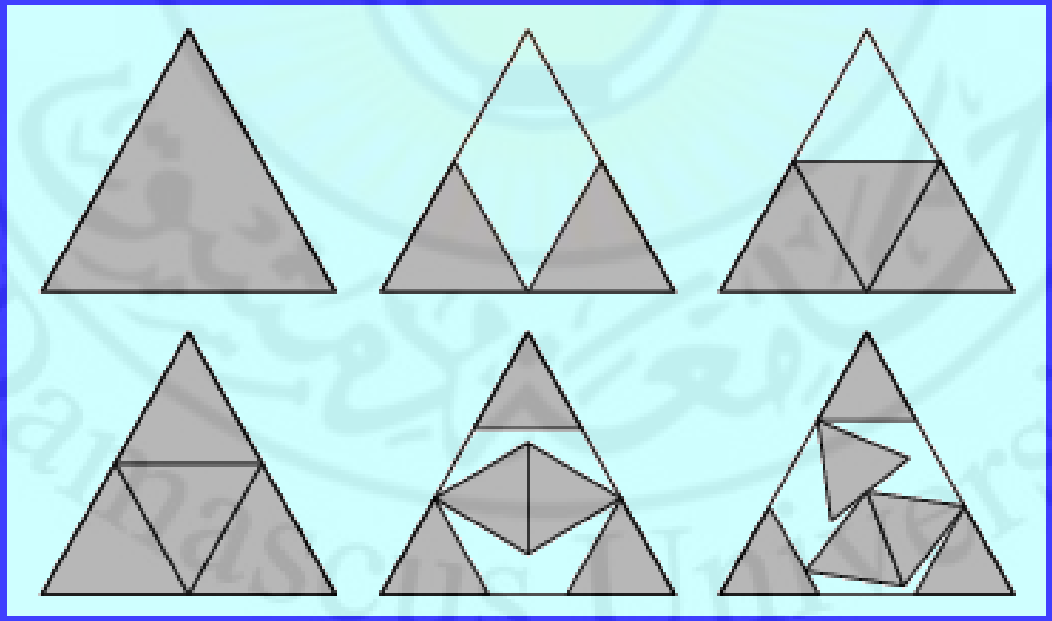
مفاهيم أساسية – الامتداد الهندسي Geometric Span

- هو أطول مسافة ممكنة بين نقطتين يجري اختيارهما من بين مجموعة محدودة من النقاط



مفاهيم أساسية - الحشو Packing

- الحشو: وضع الأغراض بحيث تكون في تماس بشكل معين، غالباً داخل حاوية لها خواص محددة
- حشو المثلث: أفضل حشو معروف لمثلثات متساوية الأضلاع في مثلث متساوي الأضلاع هو كما هو موضح بالحالات التالية (Friedman):



مفاهيم أساسية - الحشو Packing

http://mathworld.wolfram.com/TrianglePacking.html

- يتضمن هذا الموقع أمثلة لحشو مثلثات متساوية الأضلاع في دوائر ومربعات.

تذكرة ببعض أساسيات البيانيات الحاسوبية

تركيب الصـور

- يهدف تركيب الصور إلى الحصول على صور مشابهة للواقع
- يوجد معيارين لمقارنة خوارزميات تركيب الصور
  - سرعة التركيب
  - نوعية الصورة

جودة الصورة

- تتعلق نوعية الصورة أو جودتها بعدة عوامل
  - دعم طريقة التركيب للظلال
  - دعمها للظل والظليل
  - دعمها للشفافية
  - معالجة الانعكاسات
  - دعم عدة مصادر إنارة

طرق معروفة لتركيب الصور



صورة مركبة باستعمال ملاحقة الشعاع المنطلق

- Z-Buffer
- Ray Tracing

Z-Buffer

- تنظر هذه الطريقة للمشهد على أنه مجموعة من الوجوه.
- لحساب لون بيكسل من الشاشة نقوم بمقاطعة هذه الوجوه مع المستقيم الصادر من هذا البيكسل والعمودي على الشاشة.
- لون البيكسل هو من لون نقطة التقاطع الأقرب للشاشة

خصائص طريقة Z-Buffer

- تعطي صوراً هندسية إلى حد ما
- لا تعالج انعكاسات ألوان الأشكال المختلفة على بعضها البعض
- تعطي ظلالاً هندسية ولاتعالج ظاهرة الظليل
- سريعة

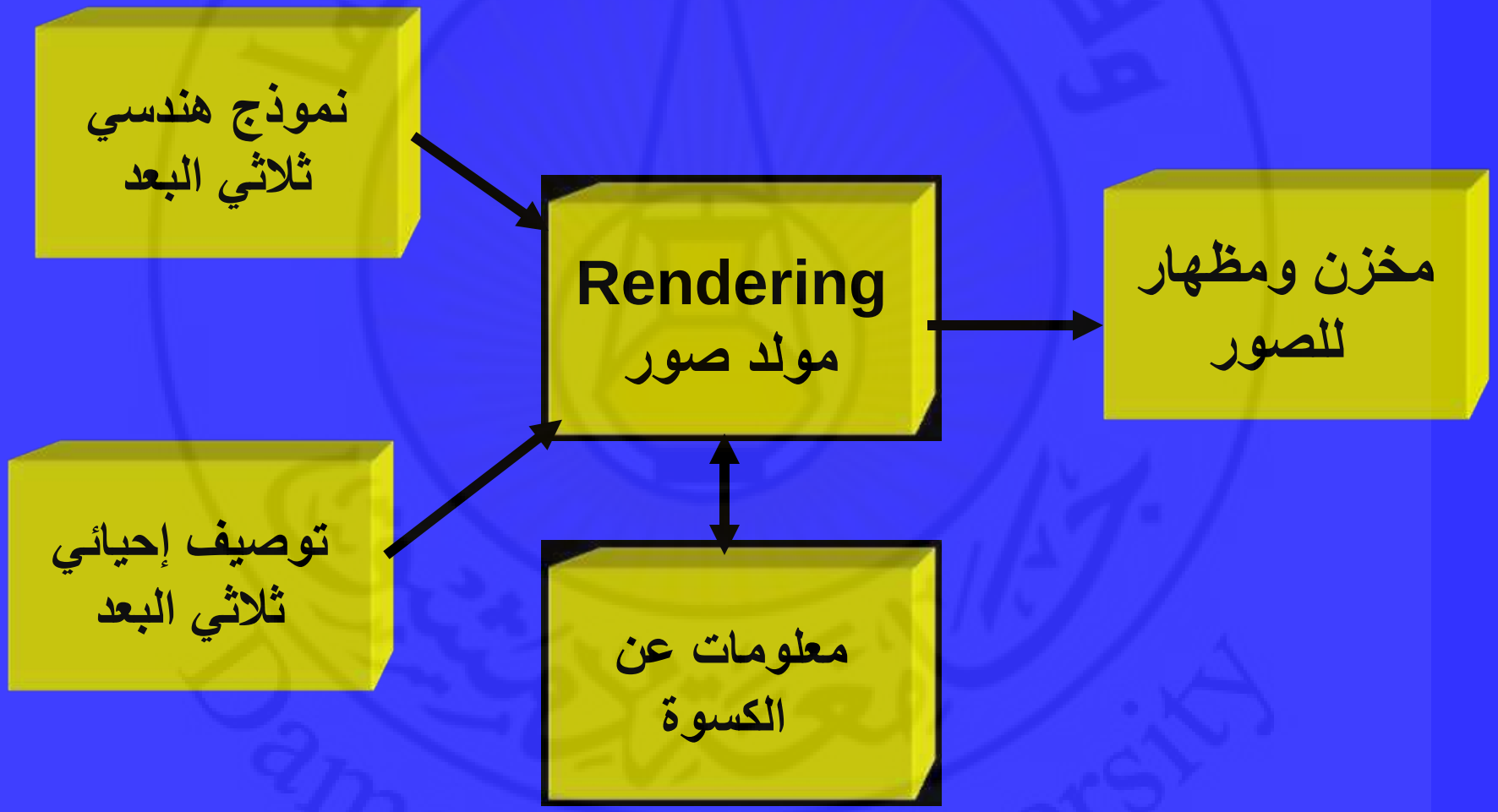
طريقة Ray Tracing

- تنظر هذه الطريقة للمشهد على أنه مجموعة من الوجوه والمنابع الضوئية.
- لحساب لون بيكسل من الشاشة نقوم بإرسال شعاع من هذا البيكسل عمودياً على الشاشة.
- عند كل اصطدام لهذا الشعاع مع وجه ينعكس وفقاً لقوانين الانعكاس ويتابع طريقه حتى الخروج من المشهد أو الوصول لمصدر ضوئي.
- لون البيكسل هو مزيج من لون المنبع الضوئي وألوان الوجوه التي انعكس عليها وصولاً إلى البيكسل.

خصائص طريقة Ray Tracing

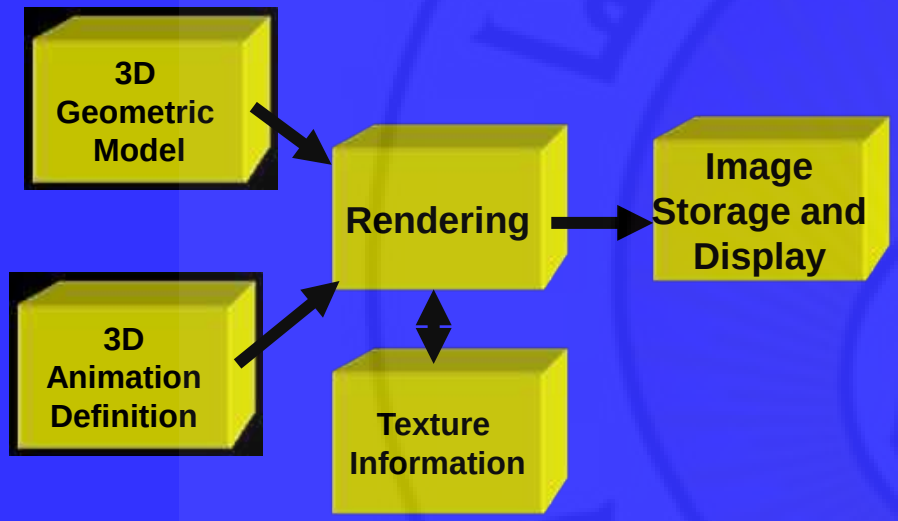
- تعطي صوراً أكثر طبيعية
- تعالج انعكاسات ألوان الأشكال المختلفة على بعضها البعض
- تعطي ظلالاً طبيعية
- تعالج الشفافية
- بطيئة
- يتأثر لون البيكسل بمصدر ضوئي واحد

ملخص لمراحل توليد الصور المتحركة



ملخص لمراحل توليد الصور المتحركة

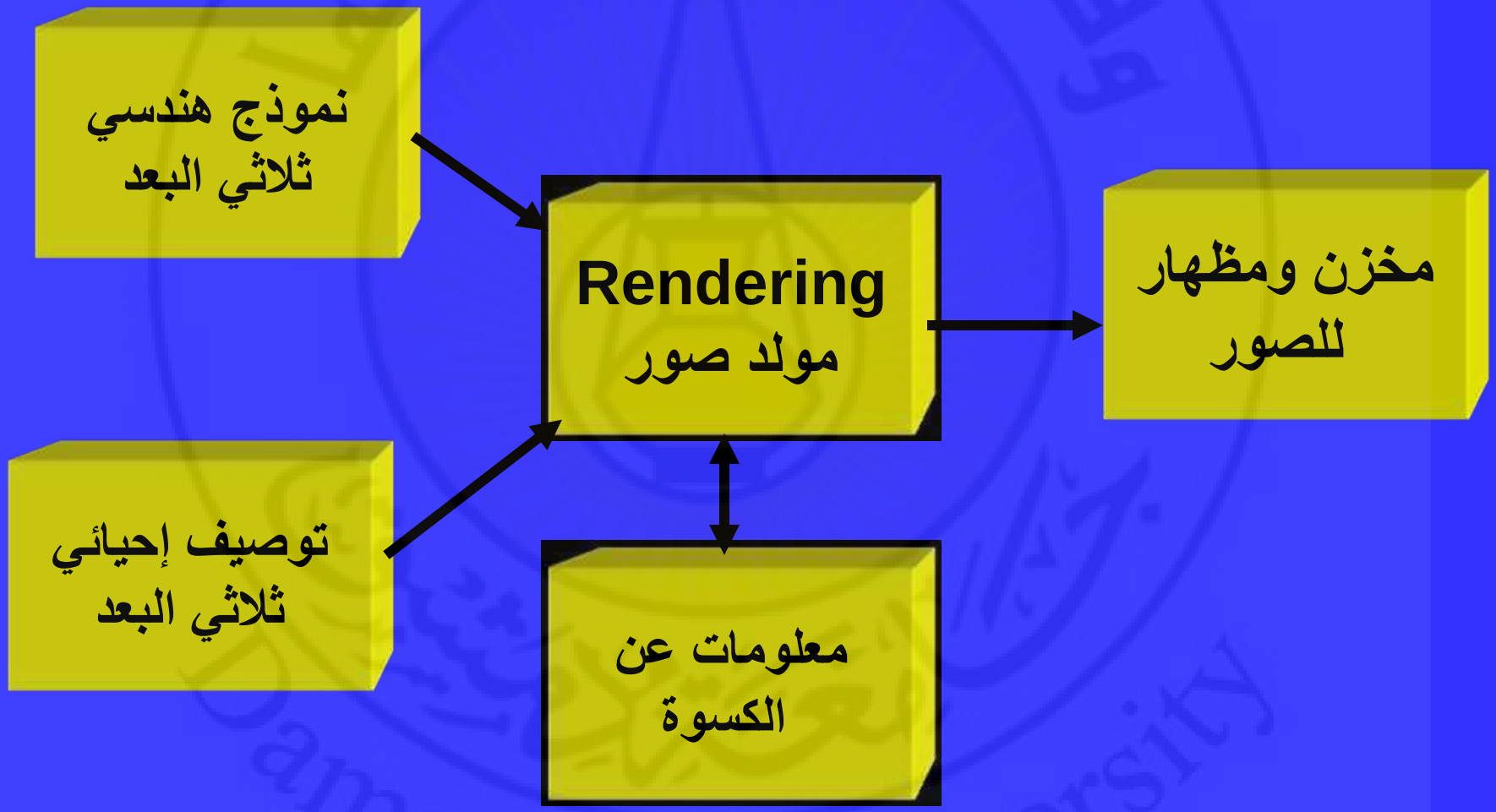
- يصل إلى نظام التوليد نوعان من المعطيات
  - النماذج الهندسية ثلاثية الأبعاد
  - توصيف لمسارات هذه الأشكال وتشوهاتها مما يعطي توصيفاً لإحيائها وسلوكها



- اعتماداً على معلومات خاصة بالكسوة لهذه الأشكال الهندسية تكتسب هذه الأشكال مظهراً فيزيائياً كأن تكون خشنة أو ملساء أو معدنية أو خشبية
- يقوم مولد الصور اعتماداً على ما سبق بتوليد الصورة النهائية

تذكرة ببعض أساسيات البيانيات الحاسوبية

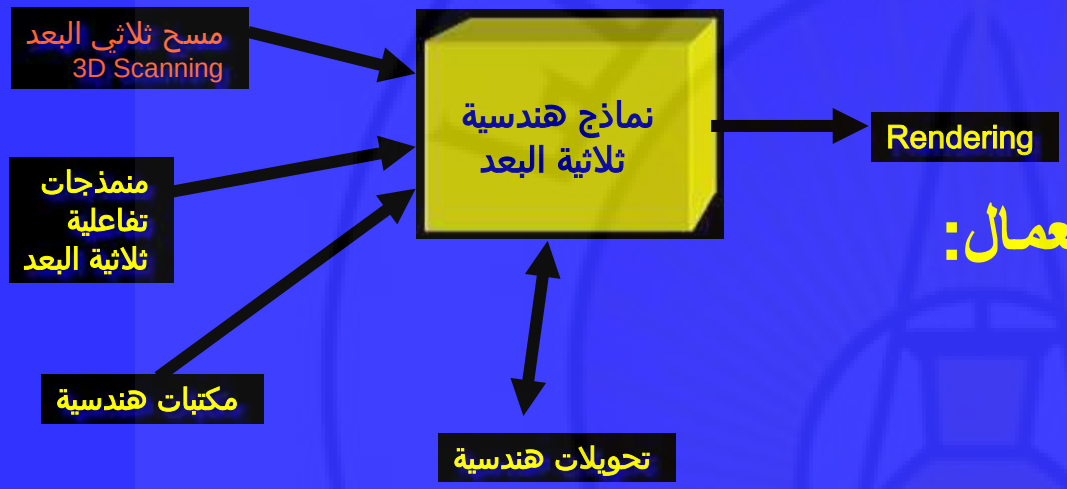
ملخص لمراحل توليد الصور المتحركة



توليد الصور: النمذجة الهندسية



المسح ثلاثي البعد

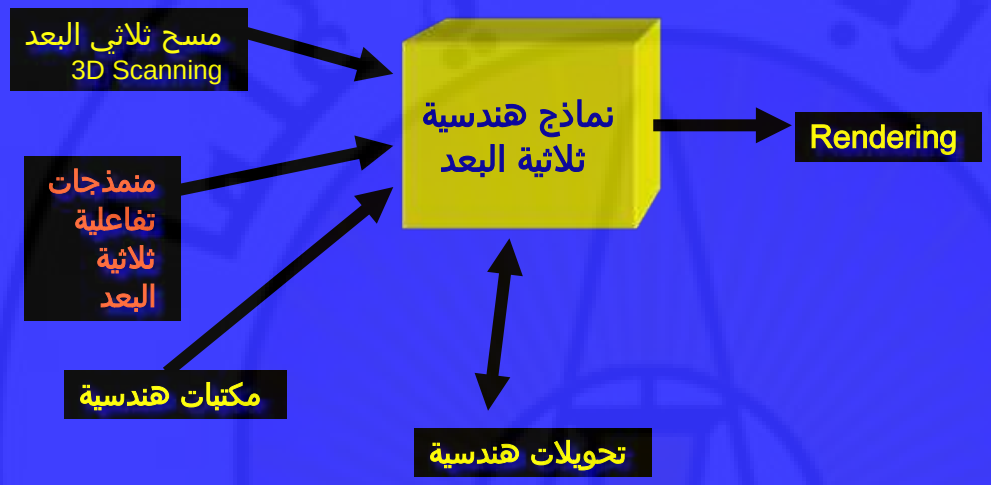


يمكن الحصول على النماذج باستعمال:

- مرقمنات Digitizers
- أو ماسح ليزري
- أو نظام رؤية ثلاثي البعد stereovision

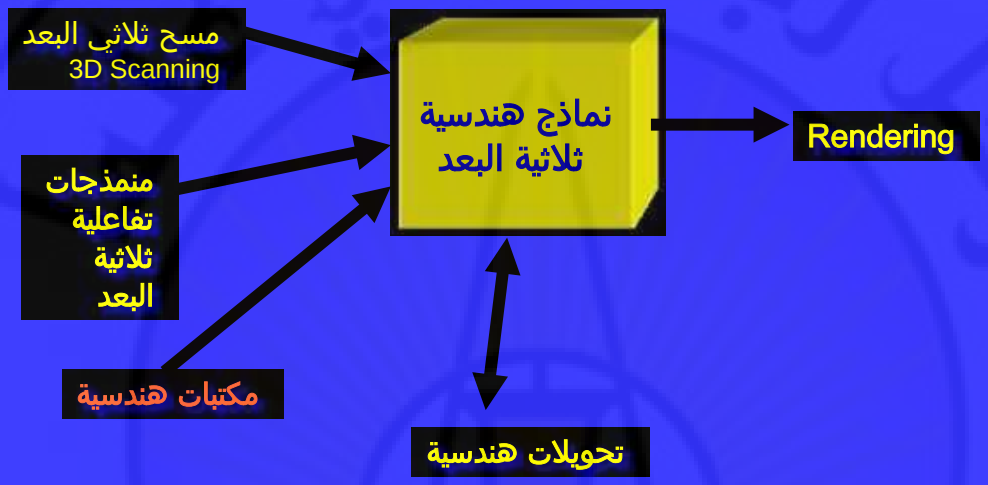
في جميع الحالات لا بد من أنظمة تركيب تقوم بتركيب النموذج ثلاثي البعد انطلاقاً من المعلومات الجزئية المستحصلة

منمذجات تفاعلية ثلاثية البعد



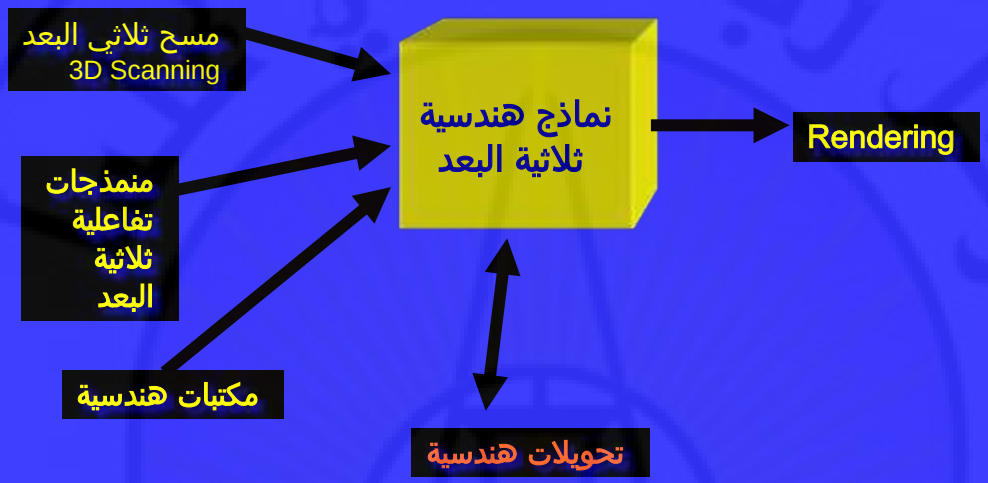
- هي أنظمة تقدم آليات تفاعلية تسمح بإعادة بناء نموذج ثلاثي البعد انطلاقاً من بعض النماذج البسيطة والقاعدية
- منها ما هو موجه لتوليد نماذج دقيقة يمكن استعمالها في الحسابات كما هو حال AutoCad
- ومنها ما هو موجه للإظهار فقط كما هو حال 3D S Max و SoftImage

مكتبات هندسية



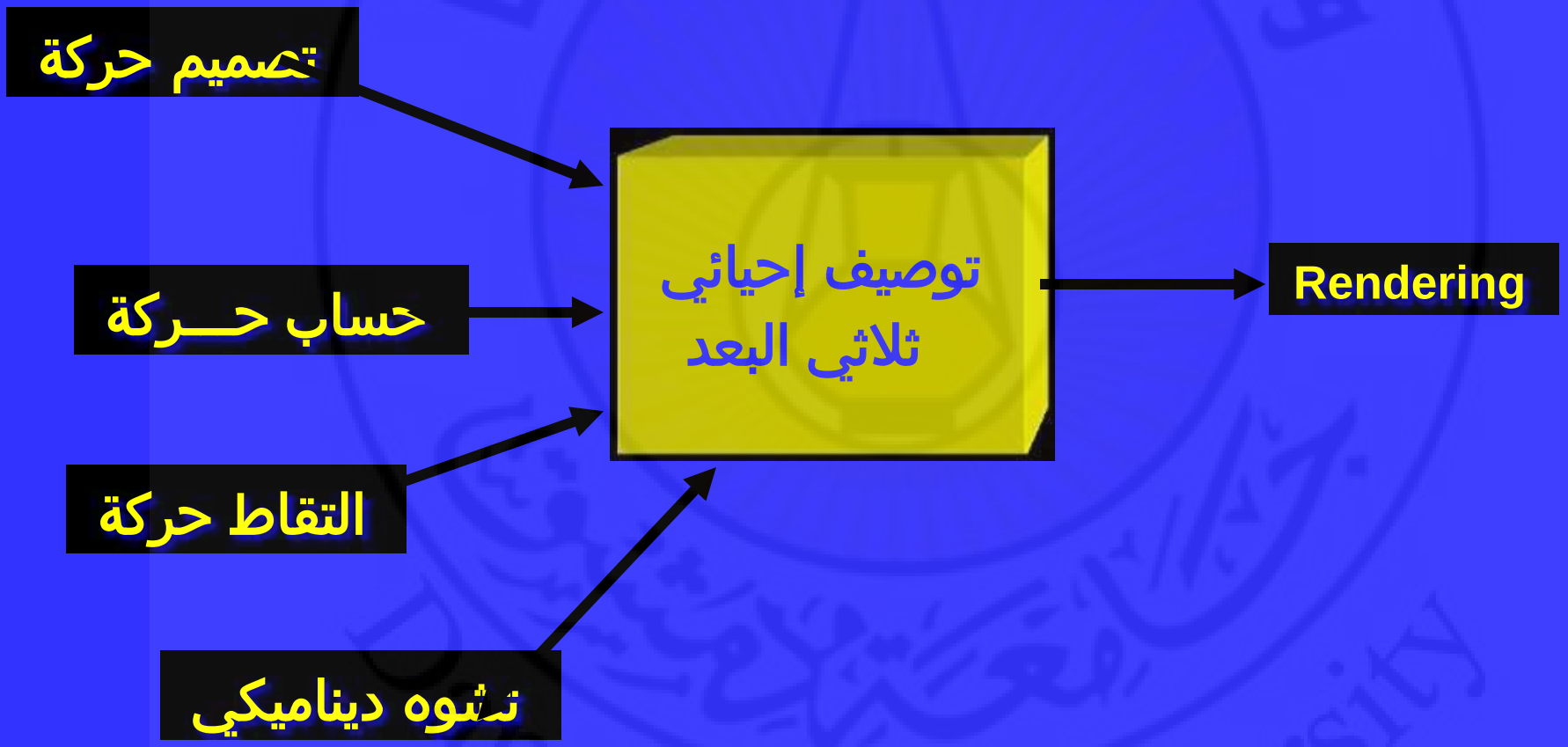
- مجموعة من النماذج الهندسية التي حصلنا عليها بإحدى الطريقتين السابقتين.
- يمكن تبادل هذه المكتبات واستعمال النماذج الموجودة في بناء نماذج أكثر تعقيداً أو يمكن استعمالها في مشهد نهائي

تحويلات هندسية

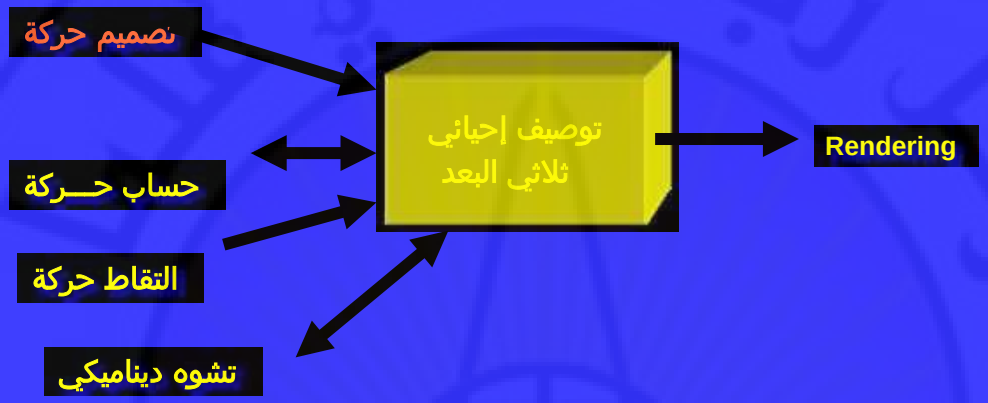


- عادة ما تخزن النماذج الهندسية في جمل إحداثيات مرتبطة بها فنموذج الكرة يحدد شكلها لا توضعها
- تهدف التحويلات الهندسية إلى اختيار موقع للشكل الهندسي في المشهد النهائي قبل إقحامه في المشهد
- تحدد هذه التحويلات الوضع النسبي لهذه الأشكال بالنسبة لبعضها البعض ضمن المشهد

توليد الصور: الإحياء Animation

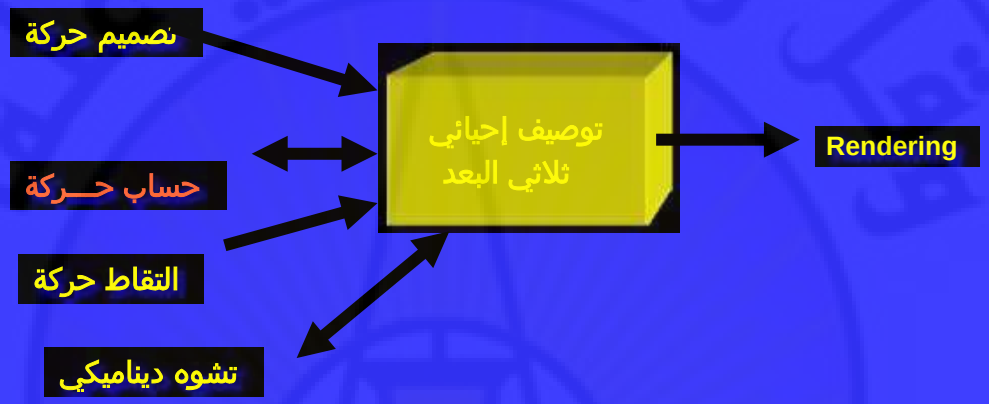


تصميم حركة



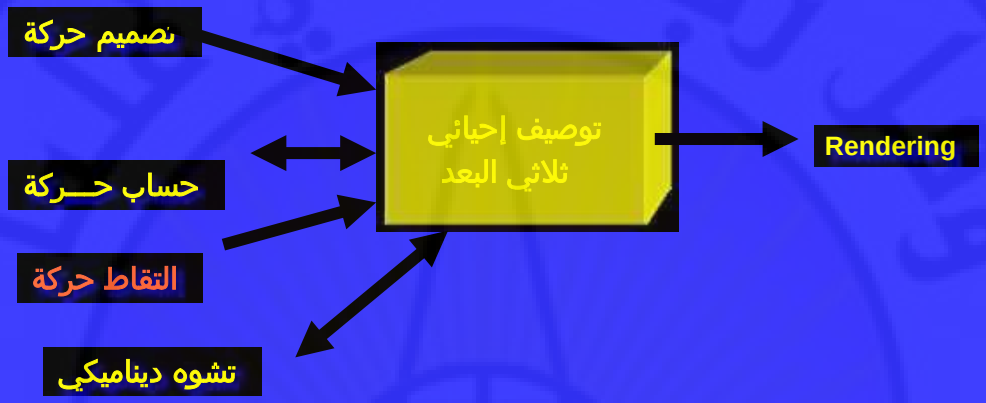
- تجري هذه العملية بالاعتماد على خبير وبرمجيات متخصصة مثل 3D S Max .
- يقوم الخبير بتحديد وضعية وتوضع الأشكال الهندسية في كل لحظة تقريباً
- يمكن للبرامج المستعملة أن تقوم بإضافة صور إضافية بين الوضعيات المتقاربة اعتماداً على مبدأ الاستيفاء

حساب حركة



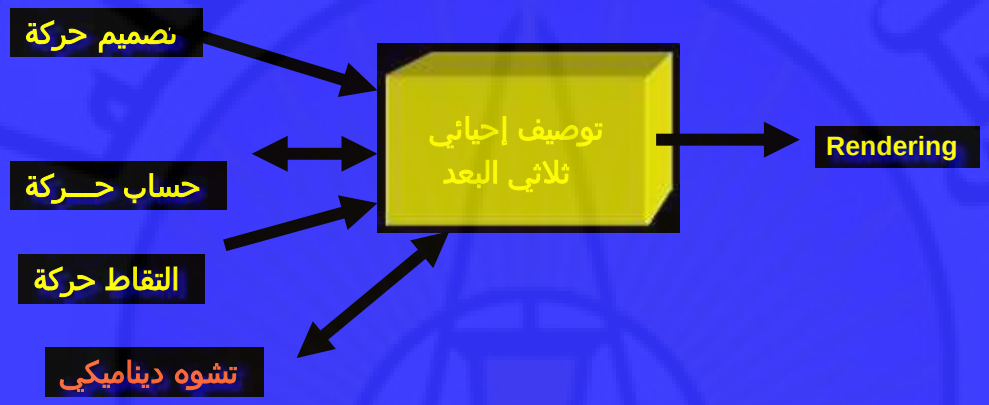
- في هذه الحالة يمكن توليد توضع الأشكال ووضعيتها اعتماداً على معادلات رياضية أو خوارزميات خاصة
- يمكن لهذه المعادلات أن تكون خطية، غير خطية، أو تفاضلية
- بعض هذه الخوارزميات يهتم بحركة الأجسام، وبعضها يهتم بالتشوهات والاصطدامات

التقاط حركة



- بعض الحركات معقدة ولايوجد نموذج رياضي أو خوارزمية للتعبير عنها مثل حركة القفز أو الرقص أو العمليات الدقيقة التي تحتاج إلى مهارة.
- قد يأتي هذا التعقيد أيضًا من البعد الكبير للمسألة، فحركة الإنسان تعتمد على عدد كبير من الأطراف والمفاصل.
- في هذه الحالة يكون الحل بوضع حساسات على المفاصل المختلفة لالتقاط مواقعها في كل لحظة ومن ثم إعادة بناء الحركة حاسوبيًا.

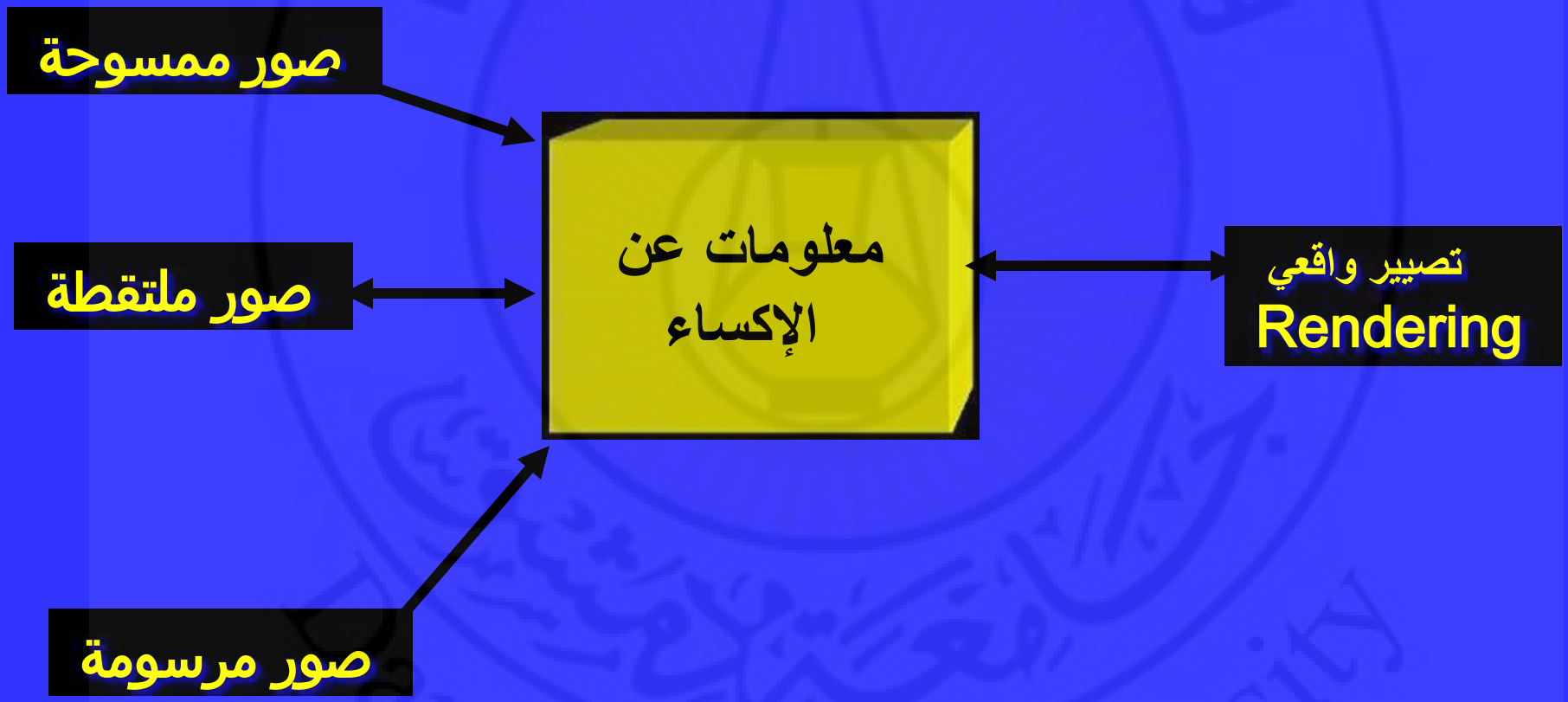
تشوه ديناميكي



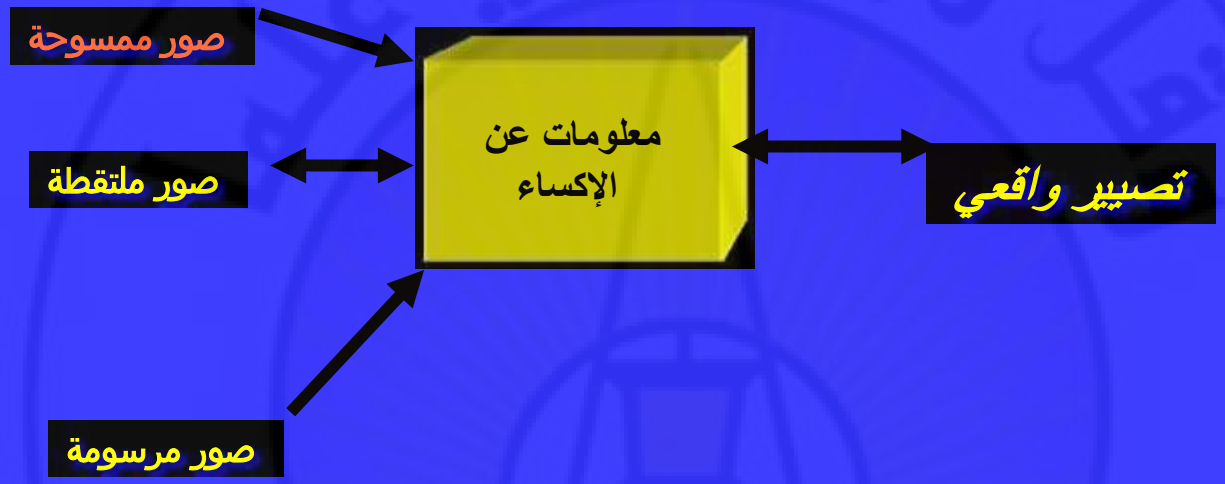
- سلوك الأغراض لا يتحدد فقط بحركتها بل بتشوهاتها أيضاً
- لا بد من توفر خوارزميات وطرق لحساب تشوهات الأجسام بعد خضوعها لقوى خارجية كبيرة نسبياً كالاصطدام.

تذكرة ببعض أساسيات البيانيات الحاسوبية

توليد الصور: الإكساء Texturing

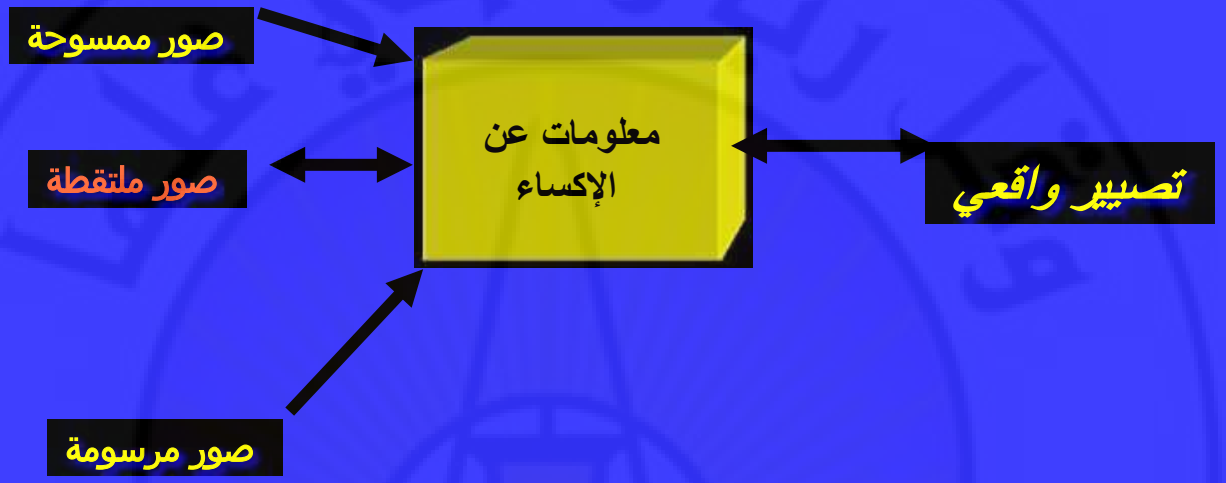


صور ممسوحة



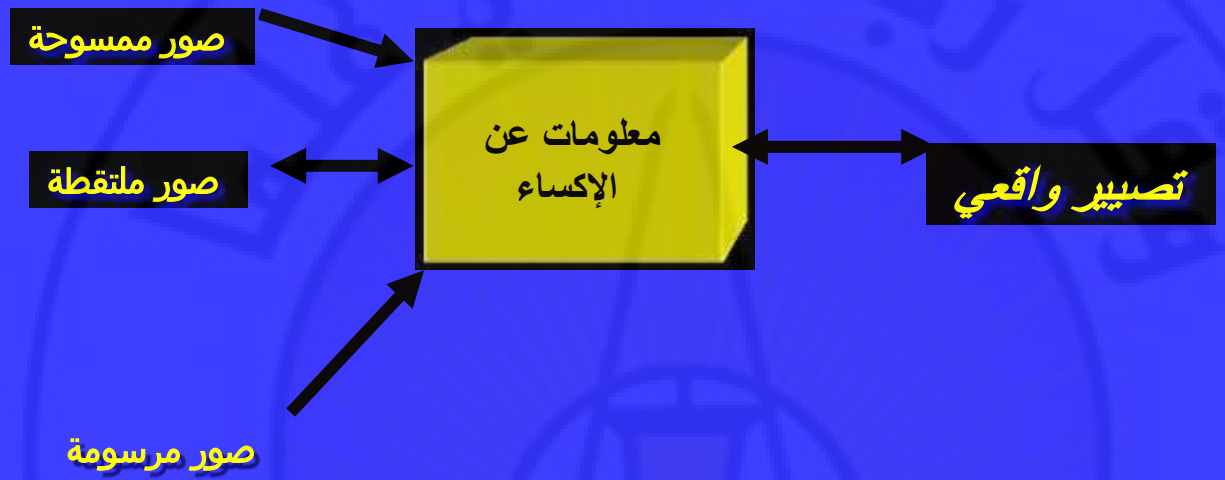
- الإكساء هو إيجاد صورة ثنائية البعد توحي بطريقة ما ببعض خصائص الغرض هل هو خشبي أم معدني أم حجري؟ أو ماذا يكسو سطحه؟ وهل هو خشن أم أملس؟
- يمكن أن نحصل على مثل هذه الصور باستعمال ماسح Scanner يقوم بمسح صورة ما تتمتع بالخصائص المطلوبة

صور ملتقطة



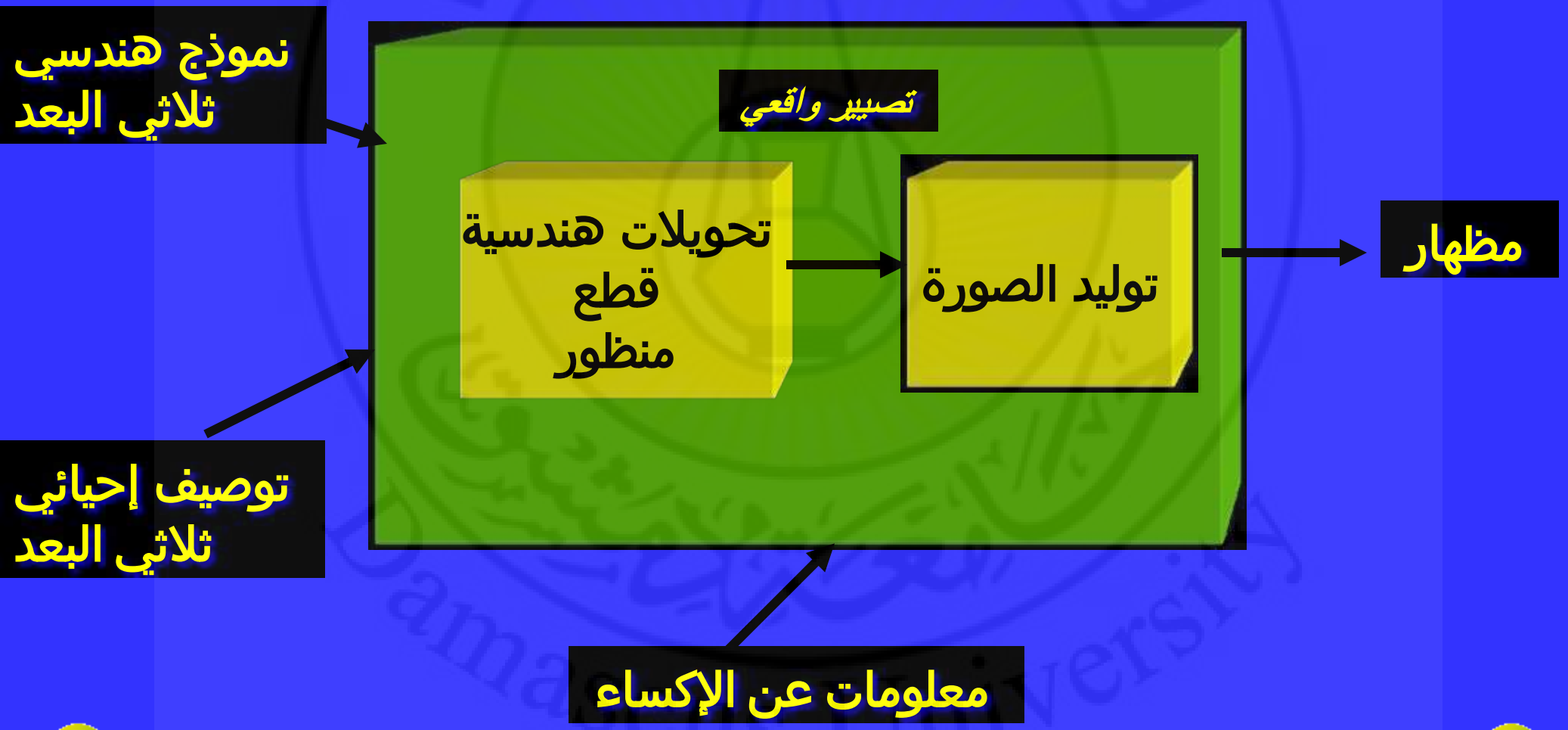
- يمكن الحصول على صور الإكساء بالتقاط صور لأجسام طبيعية تمتلك الخصائص المطلوبة
- على سبيل المثال يمكن التقاط صورة لواجهة بناء واستعمالها ككسوة لمستطيل ما بحيث يبدو من بعيد وكأنه واجهة بناء.
- يتضح هنا الكسب الكبير الذي يقدمه الإكساء فبوجه واحد نستطيع تمثيل واجهة بناء
- بالطبع الكسوة لا تؤمن البعد الوظيفي

صور مرسومة

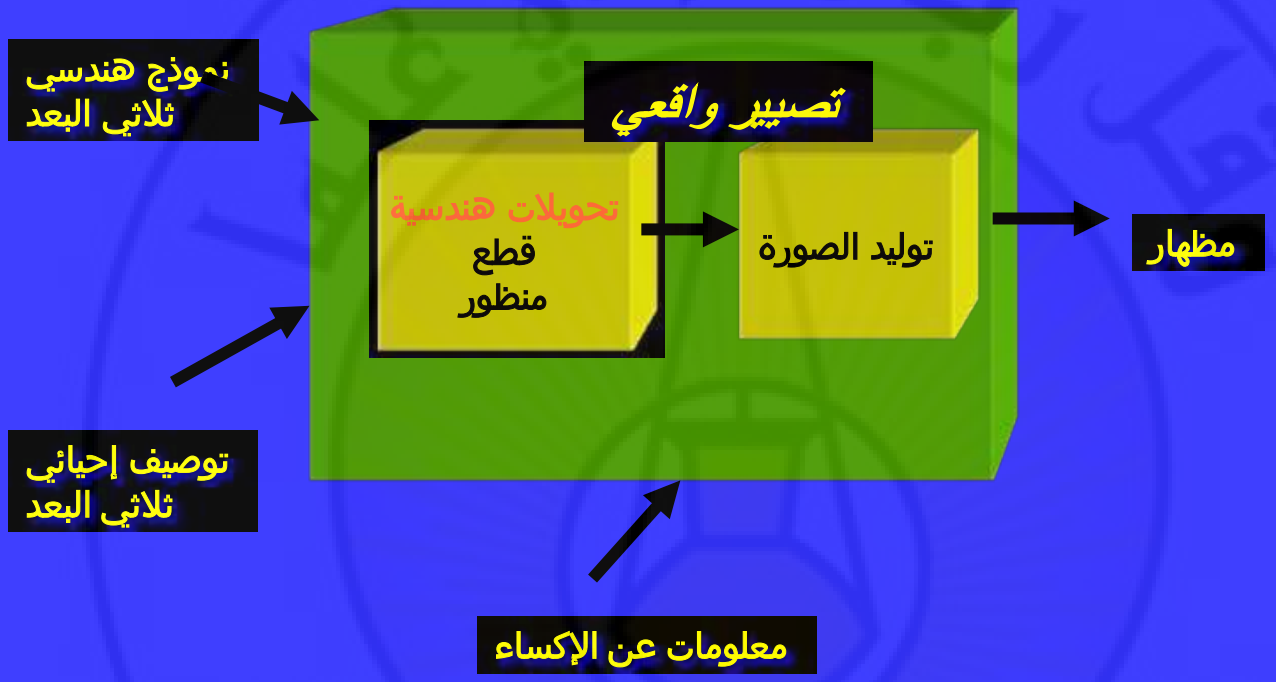


- يمكن أيضاً أن نرسم الصورة التي نشاء ونستعملها ككسوة
- يستعمل هذا الأسلوب لبناء أشكال هندسية ذات ألوان جميلة غير موجودة بنفس التنظيم في الطبيعة

توليد الصور: تصيير واقعي Rendering

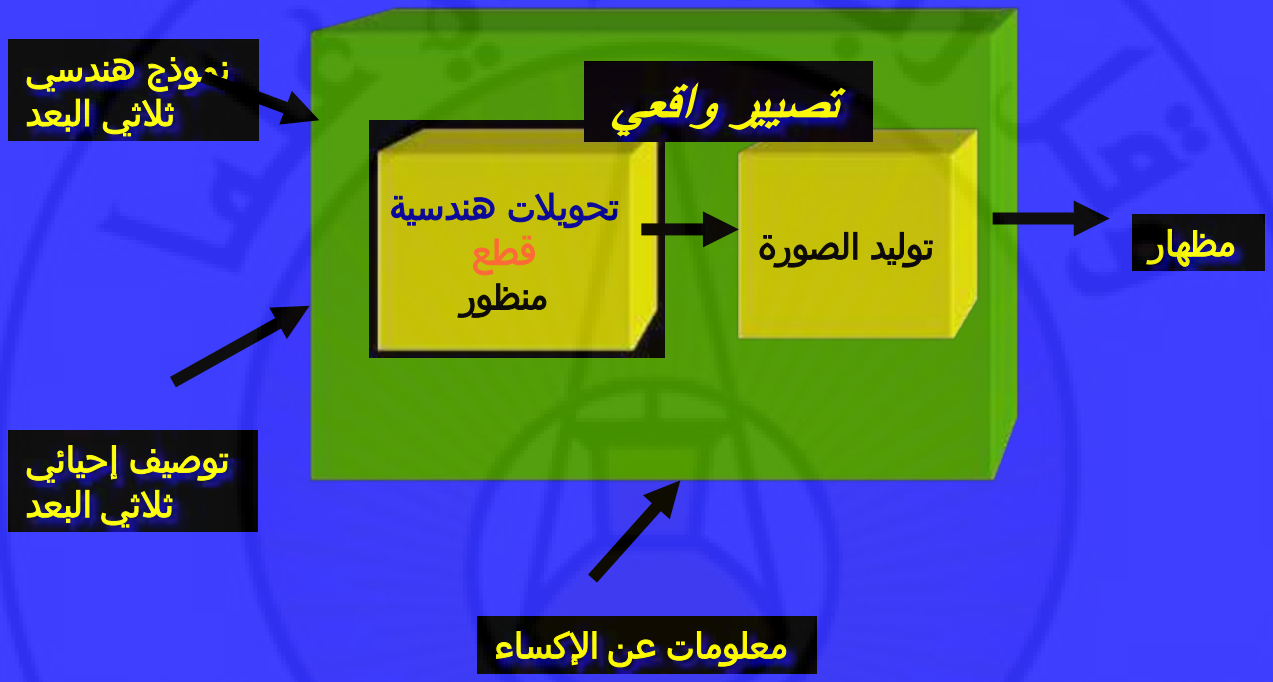


تحويلات هندسية Transformation



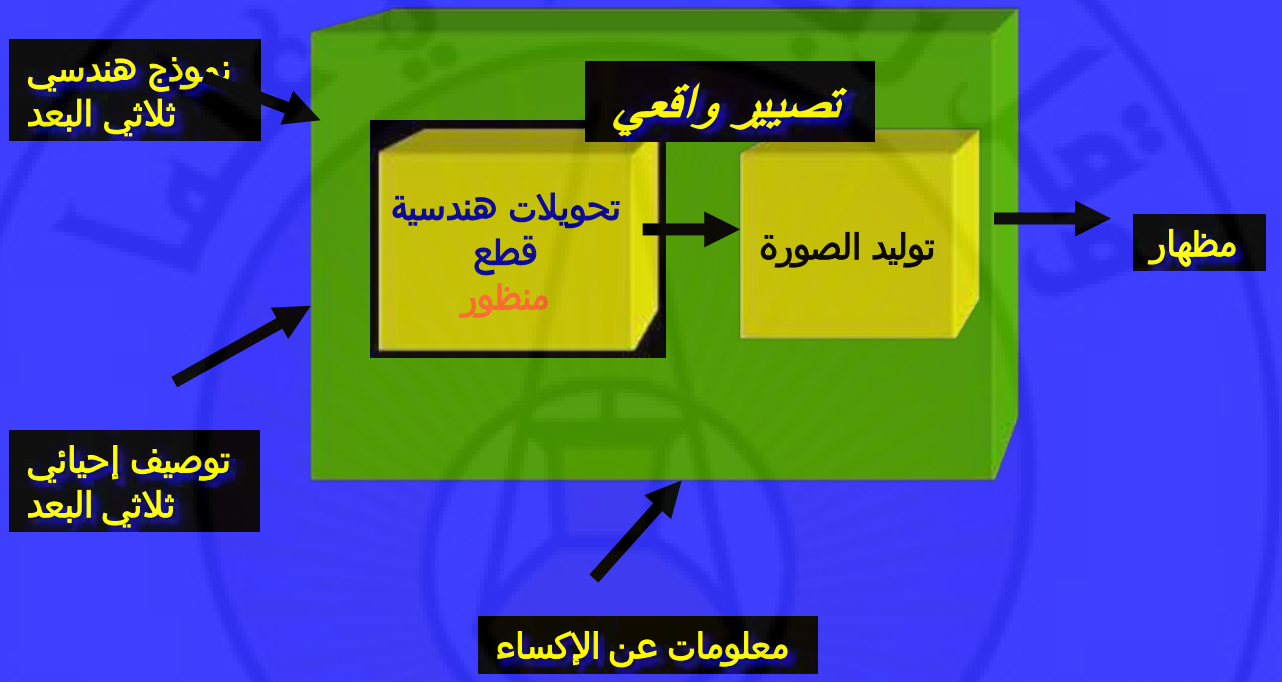
- تطبق التحويلات الهندسية المعروفة من انسحاب وتضخيم ودوران على الأغراض قبل إقحامها في المشهد النهائي
- يسمح ذلك بتحديد التوضع النسبي للأشكال (بعضها نسبة لبعض)

القطع Clipping



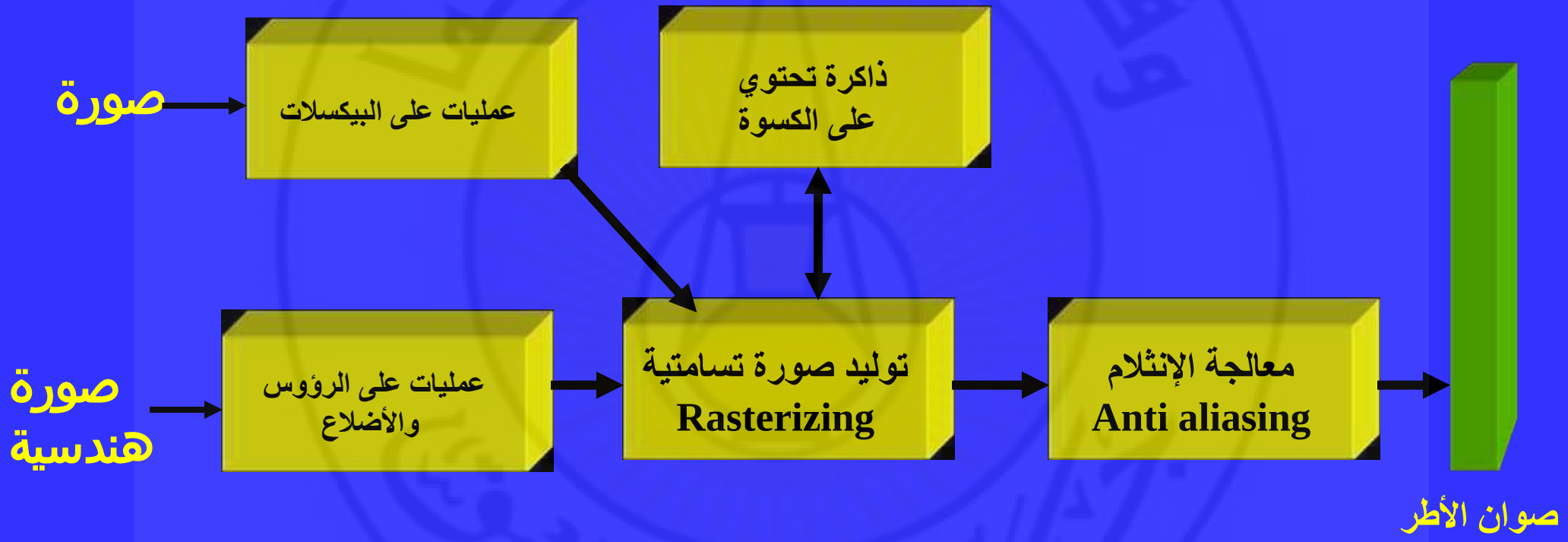
- يهدف لتحديد الحيز من الفراغ المرئي بالنسبة للمستخدم
- عندها تجري عملية أمثلة تهدف لإظهار الأجزاء الواقعة ضمن منطقة القطع فقط

منظور Perspective



- إن الإسقاط العمودي للأغراض على الشاشة لا يعطي نتائج واقعية لأن قياس المسقط لا يتعلق بمسافة الغرض عن الشاشة.
- في الواقع فإن الأغراض البعيدة تبدو أصغر حجماً من الأجسام القريبة
- يهدف الإسقاط المنظوري إلى تأمين هذه الخاصية

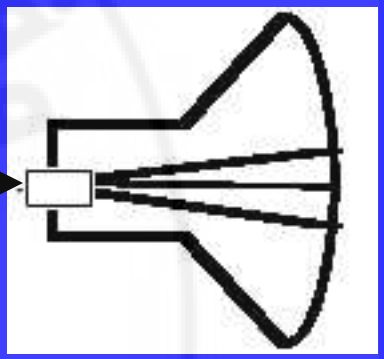
توليد الصور:


صورة
عمليات على البيكسلات
ذاكرة تحتوي
على الكسوة
صورة
هندسية
عمليات على الرؤوس
والأضلاع
توليد صورة تسامتية
Rasterizing
معالجة الإنثلام
Anti aliasing
صوان الأطر

توليد الصور: التخزين والمظهار

تصيير واقعي
Rendering

صوان الأطر



ملف على القرص الصلب

مُسجل أفلام

مُسجل فيديوي

النمذجة الهندسية

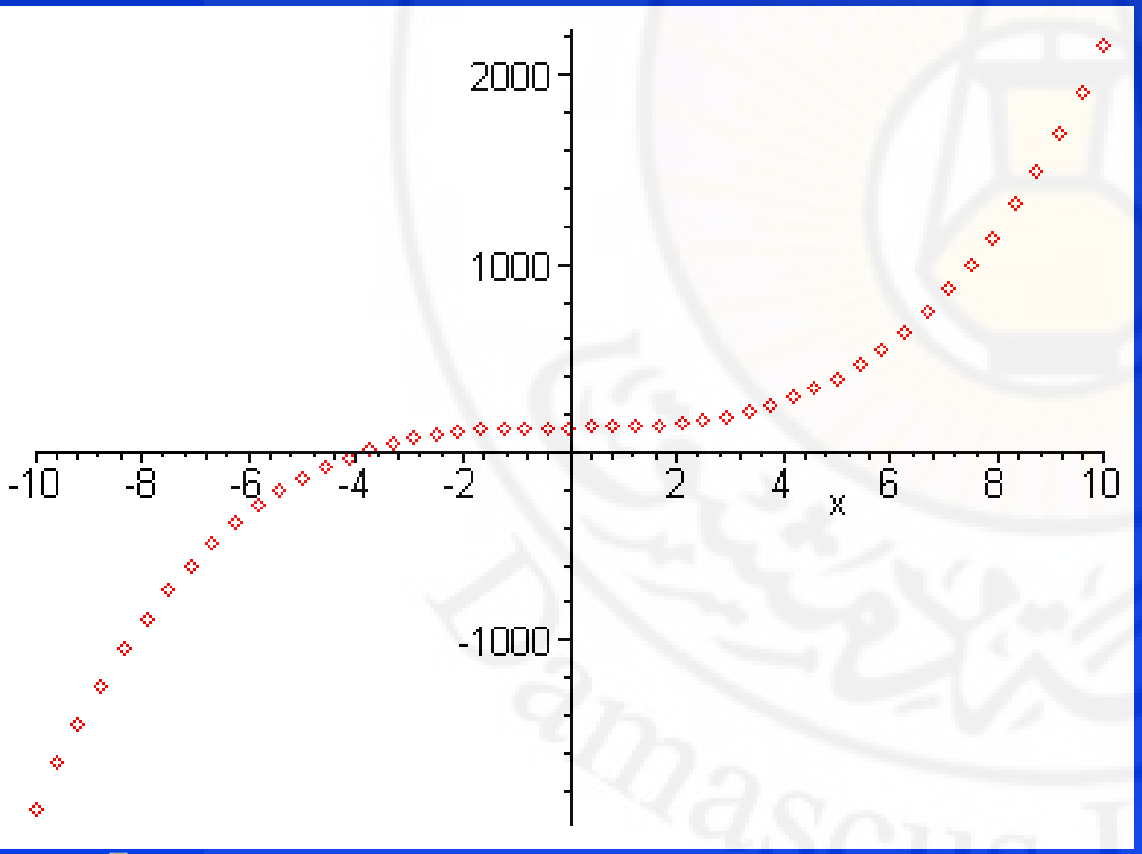
مقدمــة

تعريف النمذجة

- إيجاد مكافئ حاسوبي لبنية ما تسمح بإعادة بناء سلوكها أو جزء منه

- الفرق بين النموذج و بنية المعطيات كالفرق بين الخوارزمية و البرنامج

مثل عن نمذجة ظاهرة أو تابع



فرضية: $y = a * x^3 + b * x^2 + c * x + d$

مطابقة: $a = 2, b = 0, c = 3, d = 40$

النموذج: $y = 2 * x^3 + 3 * x + 40$

أمثلة عن نماذج هندسية



أمثلة عن نماذج هندسية



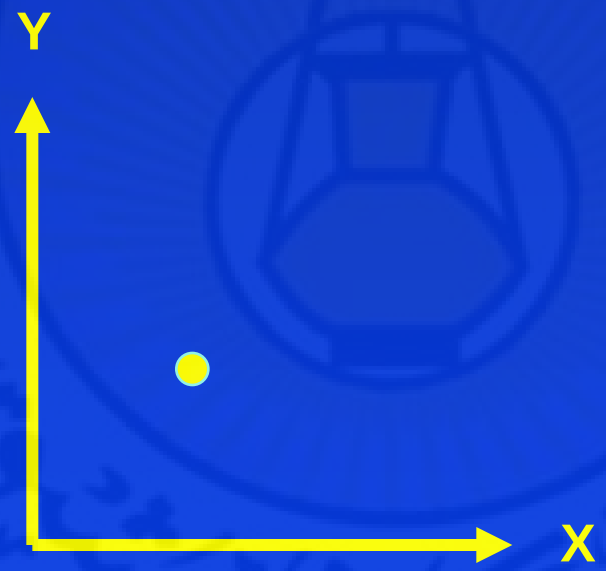
أمثلة عن نماذج هندسية وفيزيائية



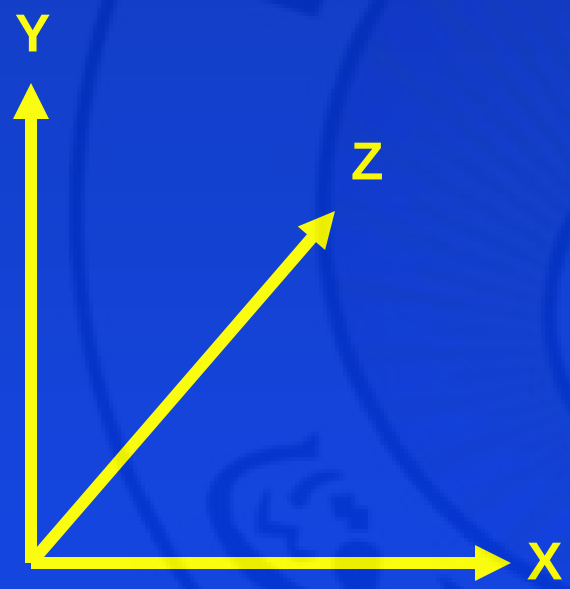
أمثلة عن نماذج هندسية وفيزيائية



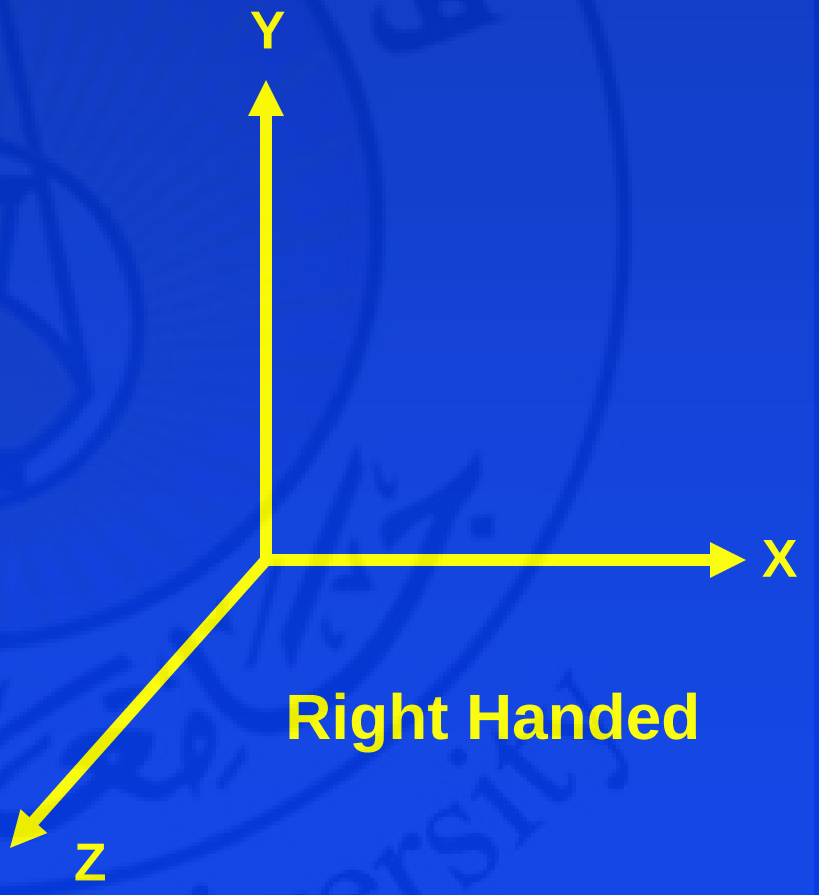
جمل الإحداثيات ثنائية البعد



جمل الإحداثيات ثلاثية البعد



Left Handed



Right Handed

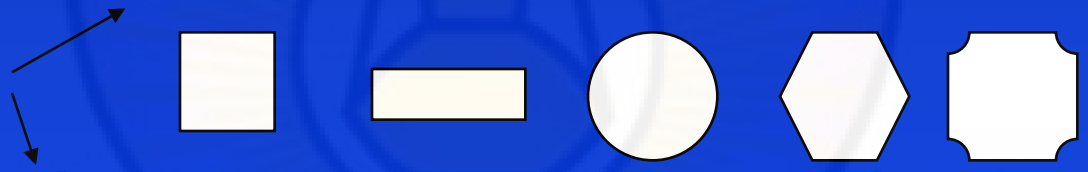
تمارين

تمرين ١

استنتج علاقة حجم رباعي الوجوه ؟

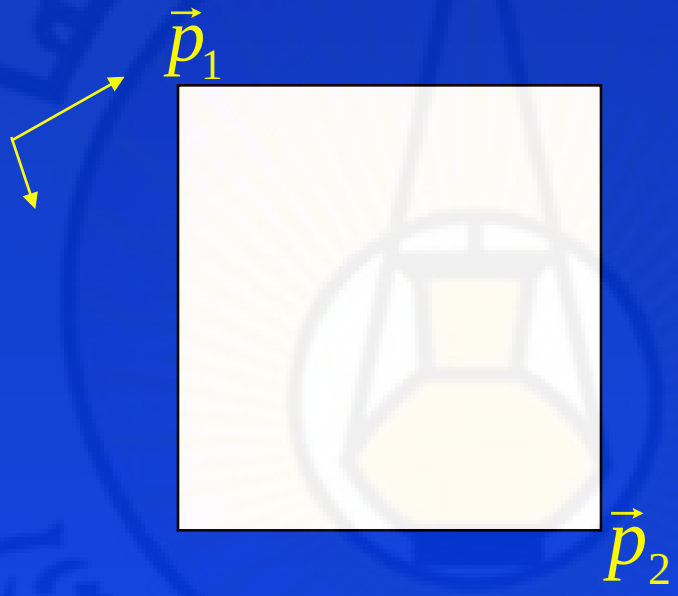
تمرين ٢

١. ما هي أقل معلومات ممكن تخزينها لتمثيل الأشكال التالية ضمن جملة إحداثيات عامة.

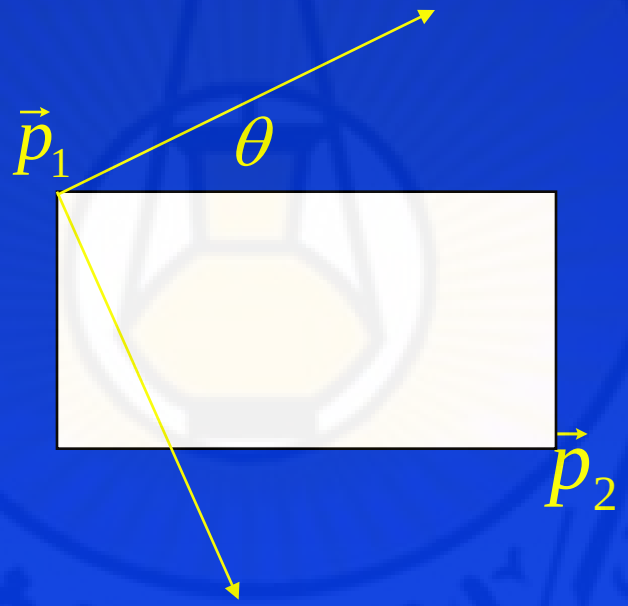


٢. لو عرفنا هذه الأشكال ضمن جمل إحداثيات مرتبطة بها فماذا تصبح المعلومات المراد تخزينها؟ حدد جملة الإحداثيات المختارة والمعلومات المراد تخزينها.

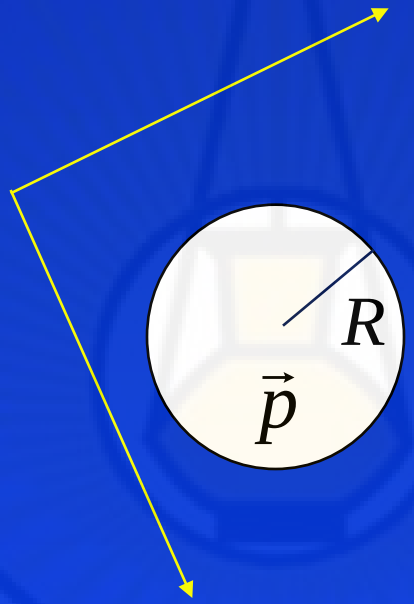
تمرين ٢/ ١



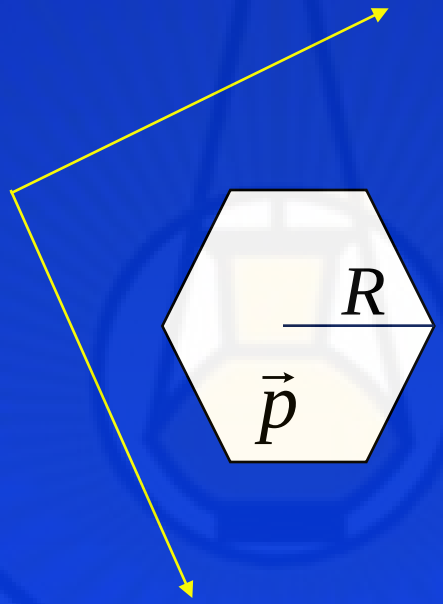
تمرين ٢/ ١



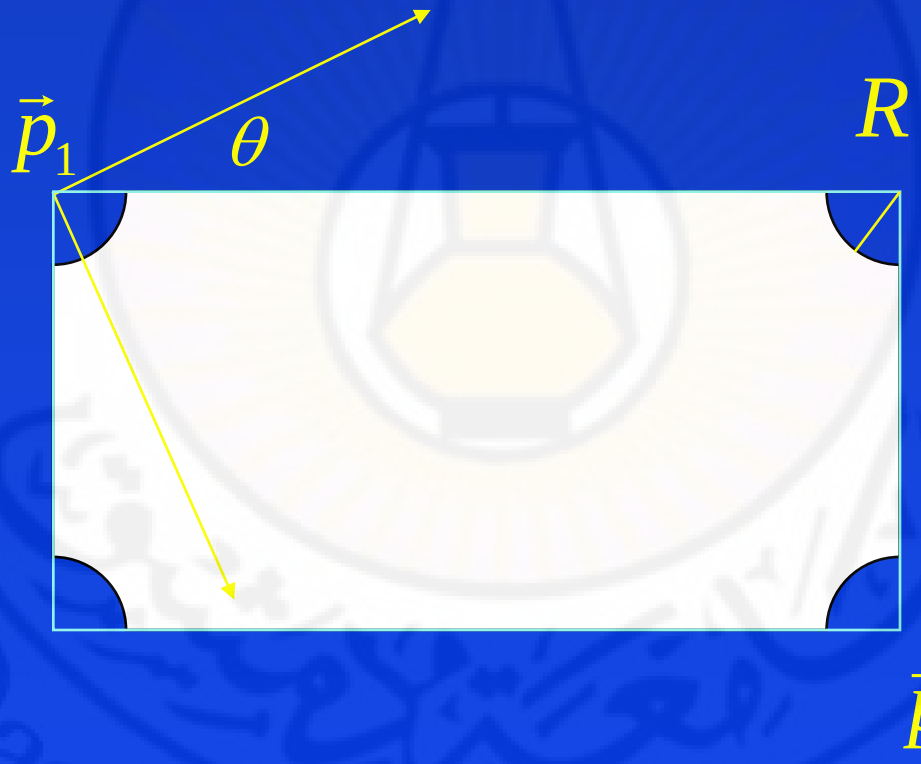
تمرين ٢/ ١



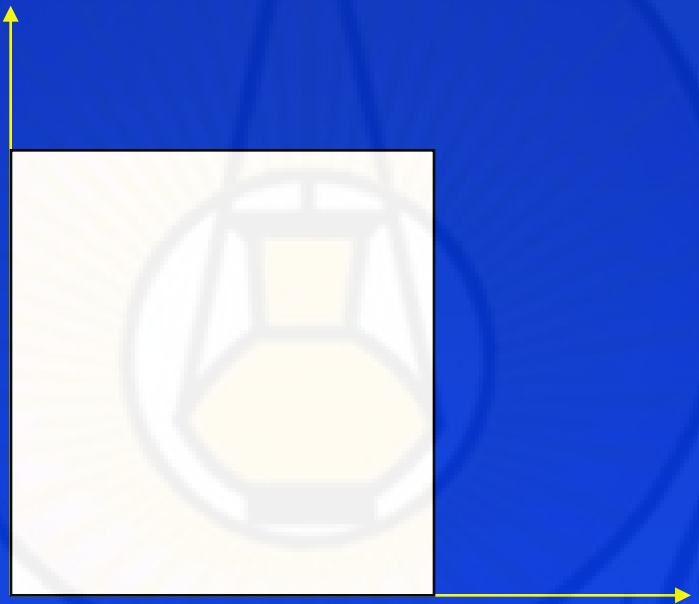
تمرين ٢/ ١



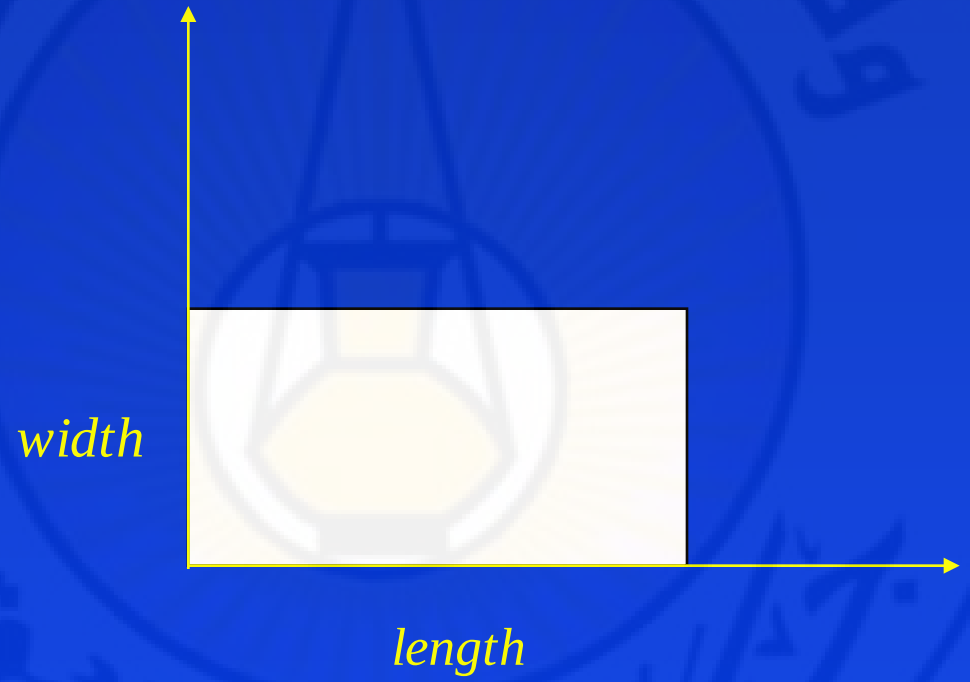
تمرين ٢/ ١



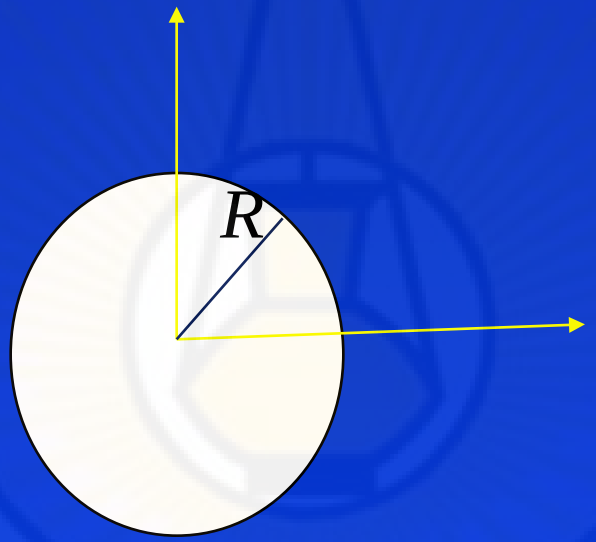
تمرين ٢/ ٢



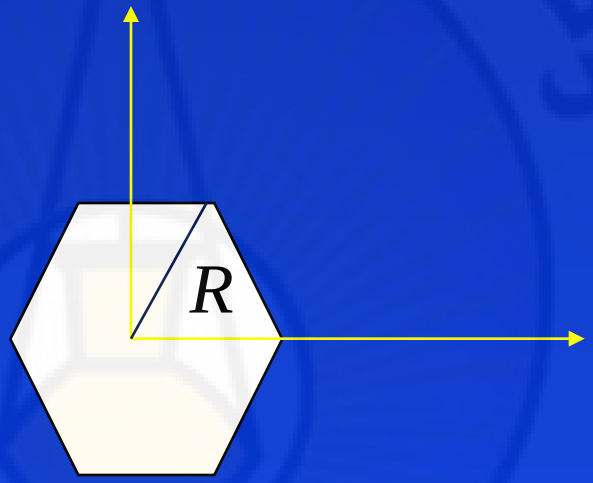
تمرين ٢/ ٢



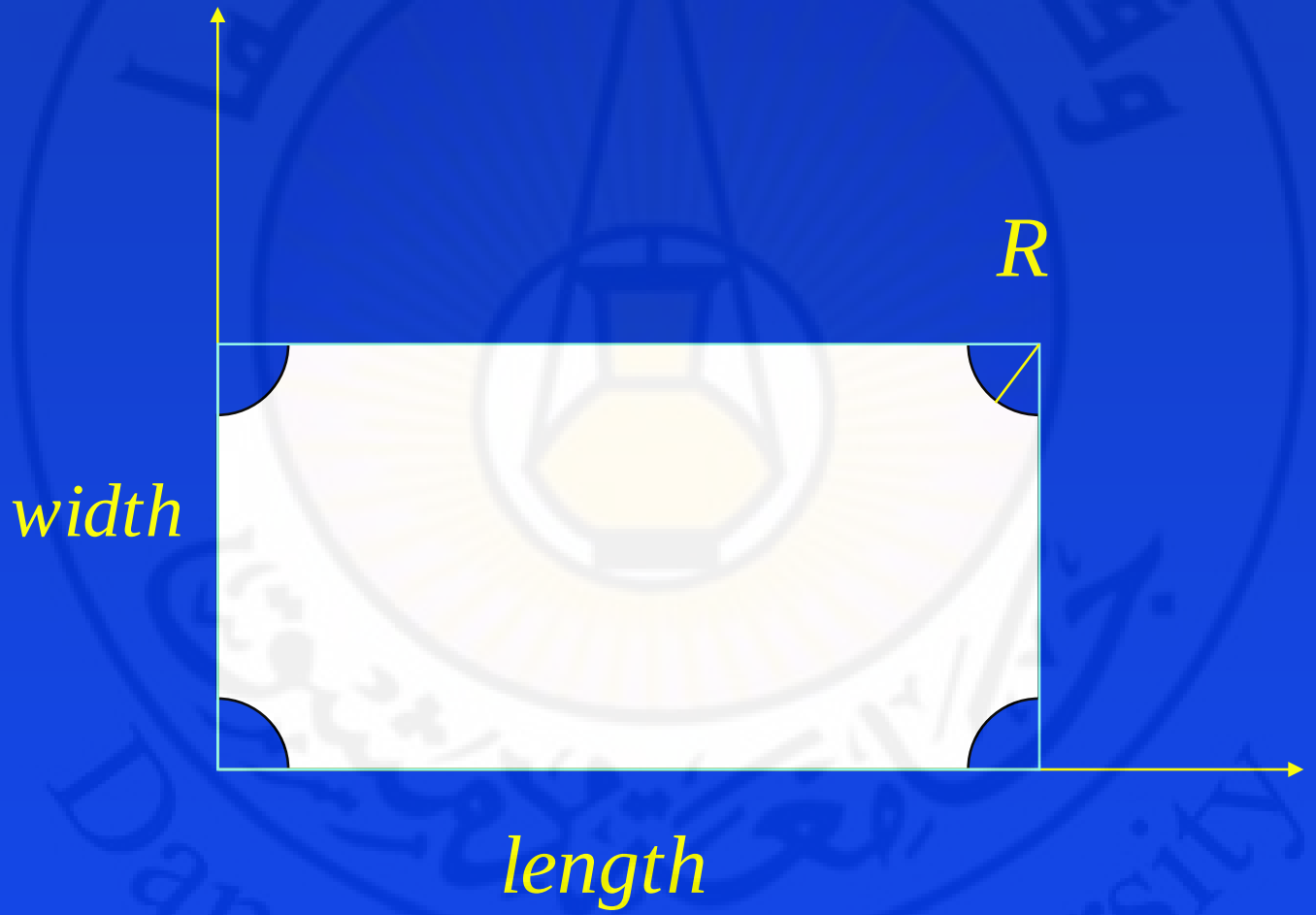
تمرين ٢/ ٢



تمرين ٢/ ٢



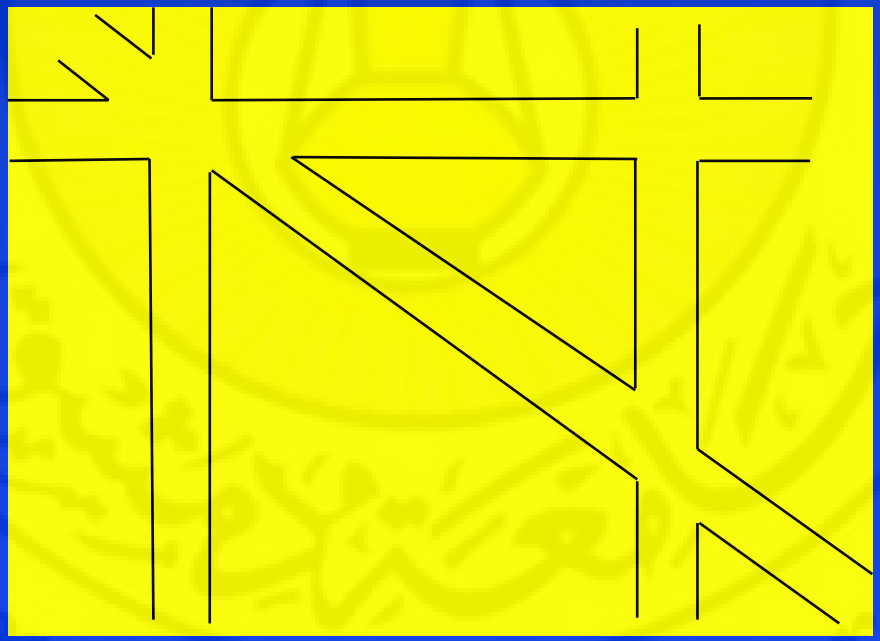
تمرين ٢/ ٢



تمارين

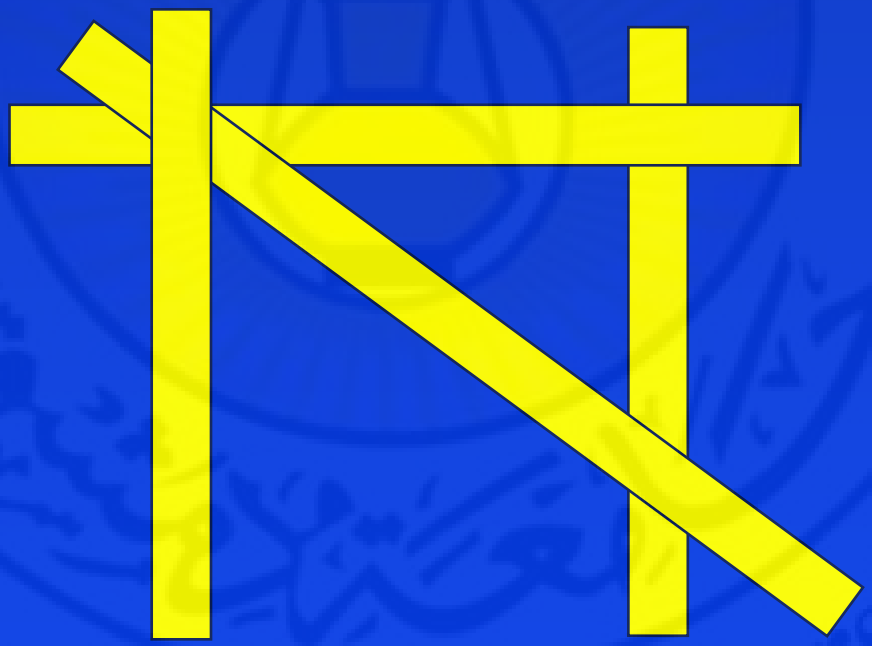
تمرين ١

نريد تصميم محاكي لتعليم قيادة السيارة ضمن شبكة من الطرقات كما هو موضح في الشكل:



تمرين ١

يمكن تمثيل هذه الطرقات بمجموعة من المستطيلات المتقاطعة
والتي يمثل كل منها طريقاً كاملاً كما هو موضح بالشكل



تمرين ١

والمطلوب:

١. اقترح طريقة أخرى لتمثيل شبكة الطرقات؟

٢. كيف نعبر عن التمثيل في الشكل ٢ بلغة جافا؟

٣. كيف نستطيع تحديد اتجاه الطريق دون زيادة حجم الذاكرة اللازم لتخزين التمثيل؟

٤. كيف يمكن تعديل التمثيل بحيث نستطيع معرفة الطرقات المتقاطعة مع طريق ما؟

٥. كيف وبأية درجة تعقيد نستطيع تحديد مكان وجود سيارة لو علمنا إحداثيات مركزها مع العلم بأنها قد توجد في تقاطع طريقين؟

تمرين (١) تتمة

٦. كيف يمكن تحسين الخوارزمية السابقة بالاستفادة من استمرارية حركة السيارة وما هي درجة التعقيد الجديدة؟

٧. ما هو أصغر تمثيل للسيارة يسمح بتمييز طولها وعرضها واتجاهها؟

٨. كيف يمكن تحديد اتجاه سيارة ما في الطريق ؟

٩. ما هي أسرع طريقة لمعرفة أن سيارتين لا على التعيين قد اصطدمتا معاً؟

١٠. ما هي أسرع طريقة لتحديد السيارات التي هي في حالة اصطدام؟ احسب درجة التعقيد بدقة؟

١١. كيف يمكن توقع اصطدام سيارتين وكيف يمكن الاستفادة من هذه المعلومة لتسريع خوارزمية تحديد الاصطدام بينهما؟

حل الطلب ١

اقترح طريقة أخرى لتمثيل شبكة الطرقات

- يمكن تمثيل شبكة الطرقات باستعمال بيان موجه عقده هي تقاطعات الطرق المختلفة وبذلك يمتد الطريق من التقاطع إلى التقاطع فقط
- يمكن تمثيل كل طريق بسلسلة متتابعة من المستطيلات التي تتمفصل عند التقاطعات. هذا التمثيل يسمح بأخذ التقاطعات بعين ا لاعتبار.

حل الطلب ٢

- كيف نعبر عن التمثيل في الشكل الأول بلغة جافا؟

```
Class Road {
   Point startPoint, endPoint;
   int width;
}

Class Roads {
  list<Road> roads;
}
```

حيث تمثل نقطة الانطلاق startPoint منتصف ضلع المستطيل من إحدى جهات الطريق ونقطة النهاية endPoint هي النقطة المقابلة، أما width فتعبر عن عرض الطريق

حل الطلب ٣

- كيف نستطيع تحديد اتجاه الطريق دون زيادة حجم الذاكرة اللازم لتخزين التمثيل؟

يكفي أن نصطلح بأنه موجه من startPoint إلى endPoint

حل الطلب ٤

- كيف يمكن تعديل التمثيل بحيث نستطيع معرفة الطرقات المتقاطعة مع طريق ما؟

```
Class Road {
    Point startPoint, endPoint;
    int width;
    List<Road> successors;
}
```

نصطلح بأن successors مرتبين ضمن القائمة بحسب ورودهم من startPoint إلى endPoint

حل الطلب ٥

- كيف وبأية درجة تعقيد نستطيع تحديد مكان وجود سيارة لو علمنا إحداثيات مركزها مع العلم بأنها قد توجد في تقاطع طريقين؟

يمكن ببساطة العبور على كافة الطرقات (المستطيلات) والتحقق من أن مركز السيارة يقع ضمنها أم لا.
درجة التعقيد هي O(n) حيث n عدد الطرقات، وذلك لأننا لا نعلم بكم طريق تقع السيارة، ولذلك نحتاج للعبور على كافة الطرقات.

حل الطلب ٦

- كيف يمكن تحسين الخوارزمية السابقة من الاستفادة من استمرارية حركة السيارة وما هي درجة التعقيد الجديدة؟

كون حركة السيارة مستمرة فهي لا تستطيع الانتقال من طريق ما إلا إلى جواراته فلو عرفنا أن السيارة موجودة في الطريق S في اللحظة t لعرفنا أين تكون في اللحظة t+1 باتباع الخوارزمية التالية:

- نفحص إذا كانت السيارة ما تزال في الطريق S
- فإن تحقق ذلك حصلنا على المطلوب
- وإلا نبحث عن السيارة في الطرقات التي تتقاطع مع S

حل الطلب ٦ (تتمة)

درجة التعقيد هي O(1) إذا كانت السيارة ما تزال ضمن الطريق و O(n) عندما تغادره حيث n عدد الطرقات المتقاطعة مع الطريق.

وضوحاً فإن تغيير السيارة للطريق أمر عرضي مما يجعل درجة التعقيد الوسطى من رتبة O(1)

حل الطلب ٧

- ما هو أصغر تمثيل للسيارة يسمح بتمييز طولها وعرضها واتجاهها؟

يمكن تمثيلها بـ:

- شعاع مقيد وموجه من نقطة p0 تمثل مؤخرة السيارة إلى نقطة p تمثل مقدمتها
- قيمة رقمية تمثل عرضها

حل الطلب ٨

- كيف يمكن تحديد اتجاه سيارة ما في الطريق ؟

يمكن ذلك بحساب الجداء الداخلي للشعاع الموجه للطريق والشعاع الموجه للسيارة، فإن كان موجباً كانت السيارة تمشي مع اتجاه الطريق وإلا كانت تمشي بعكس اتجاهه

حل الطلب ٩

- ما هي أسرع طريقة لمعرفة أن سيارتين لا على التعيين قد اصطدمتا معاً؟

نحسب المسافة بين القطعتين المستقيمتين الممثلتين لكلتا السيارتين ونميز عدة حالات:

- المسافة أكبر من مجموع عرضي السيارتين ← لا يوجد تصادم
- المسافة أصغر من مجموع عرضي السيارتين ← نقوم بمقاطعة المستطيلين المغلفين للسيارتين

حل الطلب ١٠

- ما هي أسرع طريقة لتحديد السيارات التي هي في حالة اصطدام؟ احسب درجة التعقيد بدقة؟

لو علمنا مكان تواجد كل سيارة لاستطعنا تصنيف السيارات ديناميكياً وفقاً للطريق التي تتواجد فيه
نختبر الاصطدام فقط للسيارات التي تنتمي لنفس الطريق
درجة التعقيد $O(n^2)$ حيث n العدد الوسطي للسيارات في الطريق الواحد

حل الطلب ١١

- كيف يمكن توقع اصطدام سيارتين وكيف يمكن الاستفادة من هذه المعلومة لتسريع خوارزمية تحديد الاصطدام بينهما

يمكن توقع الاصطدام بين سيارتين بتوقع موقعهما النسبي في اللحظة التالية اعتماداً على القانون :

$$P=p0+v\ t$$

حيث v هي السرعة النسبية العظمى المتوقعة للسيارتين اعتماداً على تسارع نسبي أعظمي ، ومنه يكون اللقاء المحتمل هو بعد زمن

$$t=(p-p0)/v$$

نستطيع إهمال فحص الاصطدام بين السيارتين لمدة زمنية قدرها t.

تمارين

تمرين ١

- ما الميزة التي يتمتع بها تمثيل DCEL عن غيره ؟

أ. هو الأقل استهلاكاً للذاكرة

ب. هو التمثيل الوحيد الذي يسمح بمعرفة جميع الجوارات: جوارات الرأس جوارات الضلع وجوارات الوجه في حين تتيح التمثيلات الأخرى معرفة بعض الجوارات فقط

ج. يؤمن حلاً وسطاً بين سرعة التنفيذ واستهلاك الذاكرة

د. هو الأسرع في التنفيذ

هـ. ليس له أي ميزة

حل تمرين ١

يؤمن حلاً وسطاً بين سرعة التنفيذ واستهلاك الذاكرة

تمرين ٢

ليكن متعدد الوجوه poly الممثل باستعمال DCEL.

ا. أكتب خوارزمية تعطي تقاطع مستوي مع متعدد وجوه وذلك بتحديد الوجوه الفعلية المتقاطعة مع المستوي.

ب. إذا أعطينا سلفاً وجهاً ما من متعدد الوجوه يتقاطع مع المستوي المذكور فكيف يمكن تحسين الخوارزمية المقترحة في ١.

ج. اقترح خوارزمية لتحديد الوجه المذكور في ٢ دون العبور على كافة الوجوه.

حل تمرين ٢/ ١

يمكن المرور على كافة وجوه متعدد الوجوه ومقاطعتها مع المستوي فنحصل على مجموعة الوجوه المتقاطعة معه بدرجة تعقيد n، حيث n هي عدد وجوه متعدد الوجوه

حل تمرين ٢/٢

لو علمنا أن وجهاً ما من وجوه متعدد الوجوه يتقاطع مع المستوي لاستنتجنا أن أي وجه آخر يتقاطع مع المستوي هو إما مجاور لهذا الوجه أو مجاور لأحد جواراته، ومنه تكون الخوارزمية كالتالي:

١- ليكن x هو الوجه الحالي الذي يتقاطع مع المستوي

٢- لتكن S هي مجموعة الوجوه المتقاطعة مع المستوي

٣- نضيف الوجه الحالي x إلى S

٤- نبحث في جوارات الوجه الحالي عن وجه يتقاطع مع المستوي ونرمز له بـ x

٥- نكرر ٣-٥ حتى العودة للوجه الذي انطلقنا منه

حل تمرين ٢/ ٣

ليكن f وجهاً لا على التعيين من متعدد الوجوه:

١- إما أن يتقاطع f مع المستوي، فنكون قد حصلنا على الهدف المطلوب

٢- وإما ألا يتقاطع f مع المستوي، وفي هذه الحالة نبحث في جوارات f عن أقرب وجه للمستوي وليكن g

٣- نكرر ١ و ٢ حتى الوصول لوجه يتقاطع مع المستوي

ما هي درجة تعقيد الخوارزمية؟

تمرين ٣

لتحديماذا نحتاج لتحديد البعد الثالث؟

- كمرتين حصراً
- كمرتين متحركتين حصراً
- كمرة واحدة تكفي
- كمرة متحركة أو كمرتين

حل تمرين ٣

كمرة متحركة أو كمرتين

تمارين

تمرين ١

- اكتب خوارزمية (أسرع من خطية) تحدد فيما إذا كان مستقيماً ما يتقاطع مع متعدد وجوه. متعدد الوجوه هذا ممثل باستعمال DCEL وليس بالضرورة محدباً.

حل تمرين ١

يمكن المرور على كافة وجوه متعدد الوجوه ومقاطعتها مع المستقيم فنحصل على الجواب بدرجة تعقيد n، حيث n هي عدد وجوه متعدد الوجوه

حل تمرين ١ تتمة

ليكن f وجهاً لا على التعيين من متعدد الوجوه:

١- إما أن يتقاطع f مع المستقيم فنكون قد حصلنا على الهدف المطلوب

٢- وإما ألا يتقاطع f مع المستقيم وفي هذه الحالة نبحث في جوارات f عن أقرب وجه للمستقيم وليكن g

٣- نكرر ١ و٢ حتى الوصول لوجه يتقاطع مع المستقيم

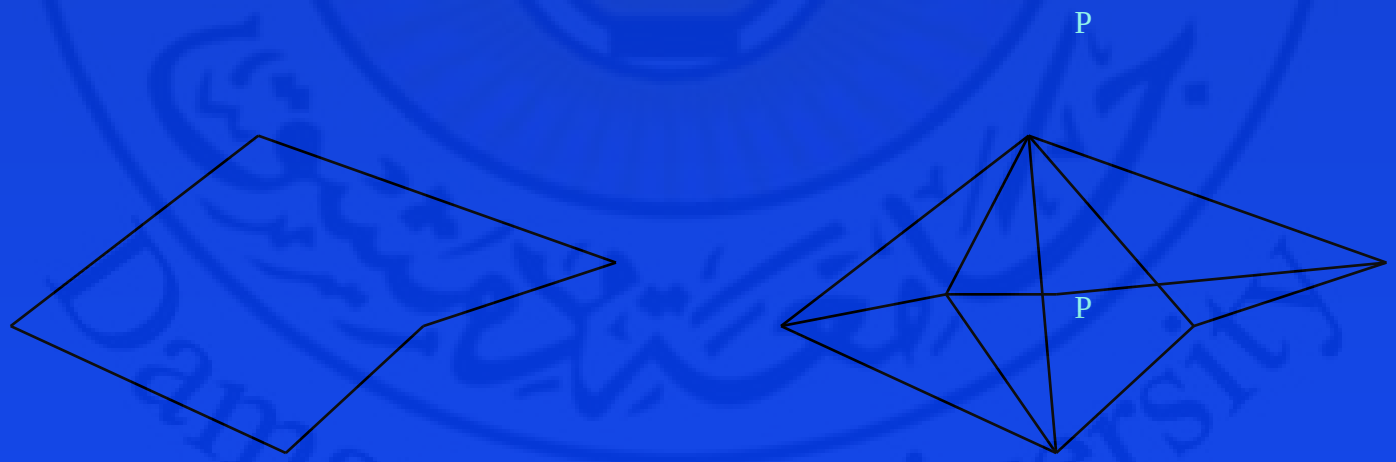
ما هي درجة تعقيد الخوارزمية؟

تمرين ٢

ليكن لدينا المضلع Poly حيث يمثل Poly(i) الرأس i للمضلع، وحيث عدد الأضلاع الكلي يساوي n.

و ليكن الشكل Mesh هو الشكل الناتج عن تقطيع المضلع إلى العديد من الوجوه الصغيرة، والممثل باستعمال طريقة DCEL.

و لتكن P نقطة من المستوي الذي ينتمي إليه المضلع.



Poly Mesh

تمرين ٢ (تتمة)

والمطلوب:

اكتب خوارزمية تحدد الوجه الذي تنتمي إليه النقطة أو تعيد ما يدل على أن النقطة خارج المضلع المقطع.

حل تمرين ٢

ليكن f وجهاً لا على التعيين من المضلع المقطع:

١- إما أن تقع النقطة p ضمن الوجه f فنكون قد حصلنا على الهدف المطلوب

٢- وإما ألا تقع النقطة p ضمن الوجه f، وفي هذه الحالة نبحث في جوارات f عن أقرب وجه للنقطة P

٣- نكرر ١ و ٢ على السطح الجديد حتى الوصول لوجه يحتوي النقطة المطلوبة

ما هي درجة تعقيد الخوارزمية؟

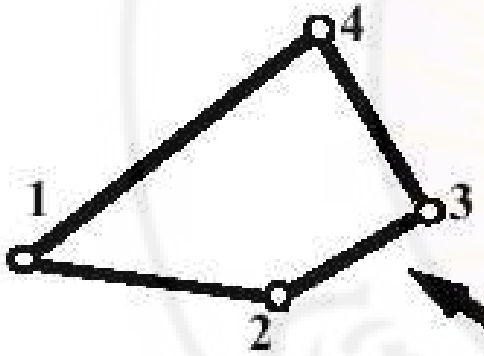
النمذجة الهندسية

عمليات أساسية

الشكل الهندسي والطبولوجيا

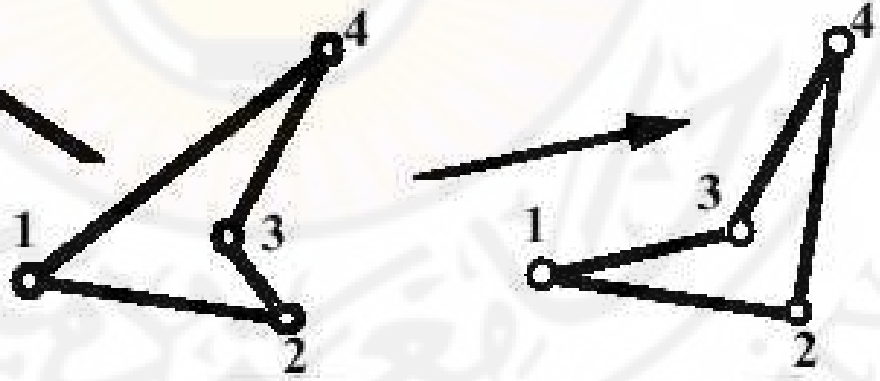
Geometry:

Where things are (e.g., coordinates)



Topology:

How things are connected



معادلات التحويل الخطي

$$x' = Ax + By + Cz + D$$

$$y' = Ex + Fy + Gz + H$$

$$z' = Ix + Jy + Kz + L$$

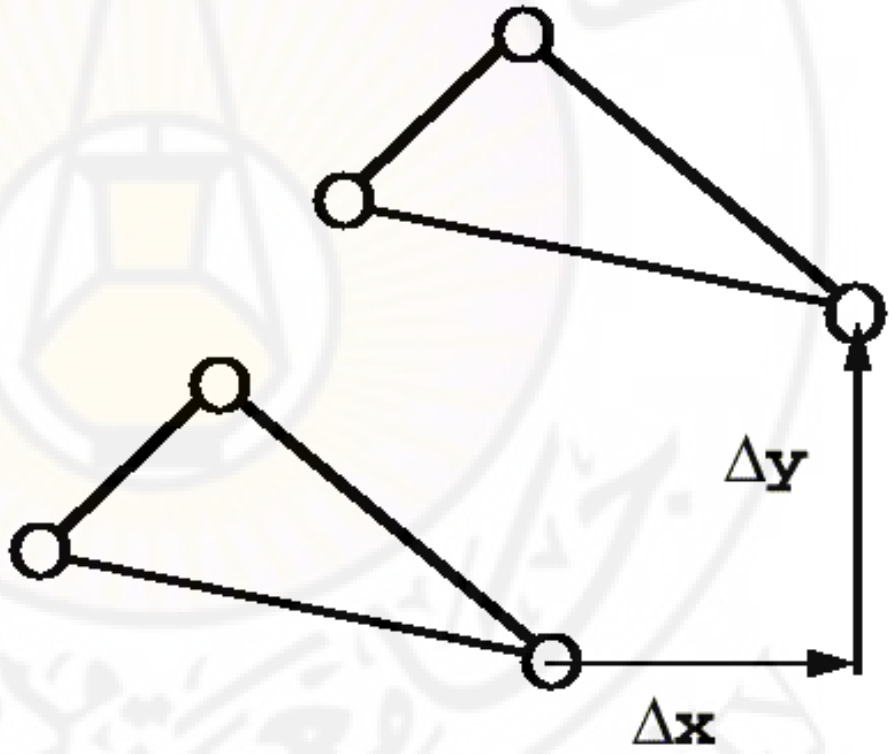
تحويلات هندسية لا تؤثر على الطبولوجيا

Translation الانسحاب

$$x' = x + \Delta x$$

$$y' = y + \Delta y$$

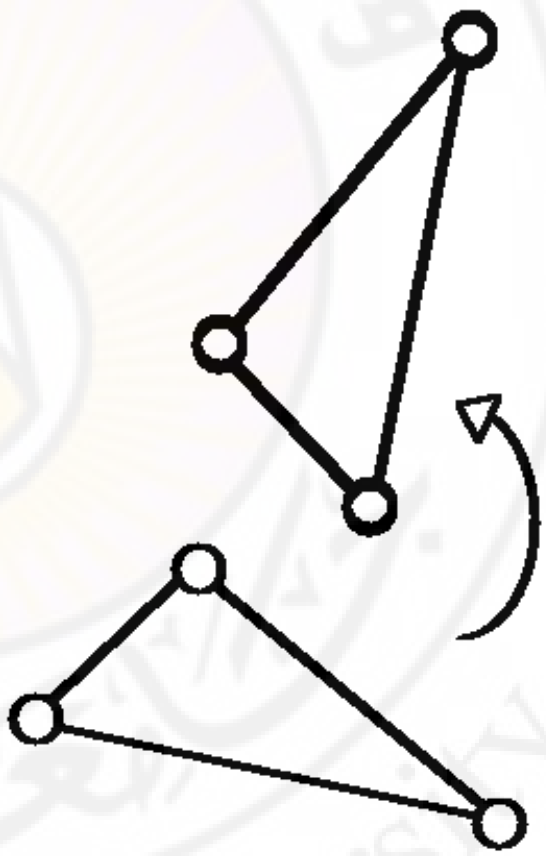
$$z' = z + \Delta z$$



2D Rotation الدوران في الفضاء ثنائي البعد

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$

$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$



التمثيل المصفوفاتي

$$x' = Ax + By + Cz + D$$
$$y' = Ex + Fy + Gz + H$$
$$z' = Ix + Jy + Kz + L$$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C & D \\ E & F & G & H \\ I & J & K & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

التمثيل المصفوفاتي للانسحاب

$$x' = x + \Delta x$$
$$y' = y + \Delta y$$
$$z' = z + \Delta z$$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

مصفوفة انسحاب

التمثيل المصفوفاتي للتضخيم

$$x' = x * Sx$$
$$y' = y * Sy$$
$$z' = z * Sz$$

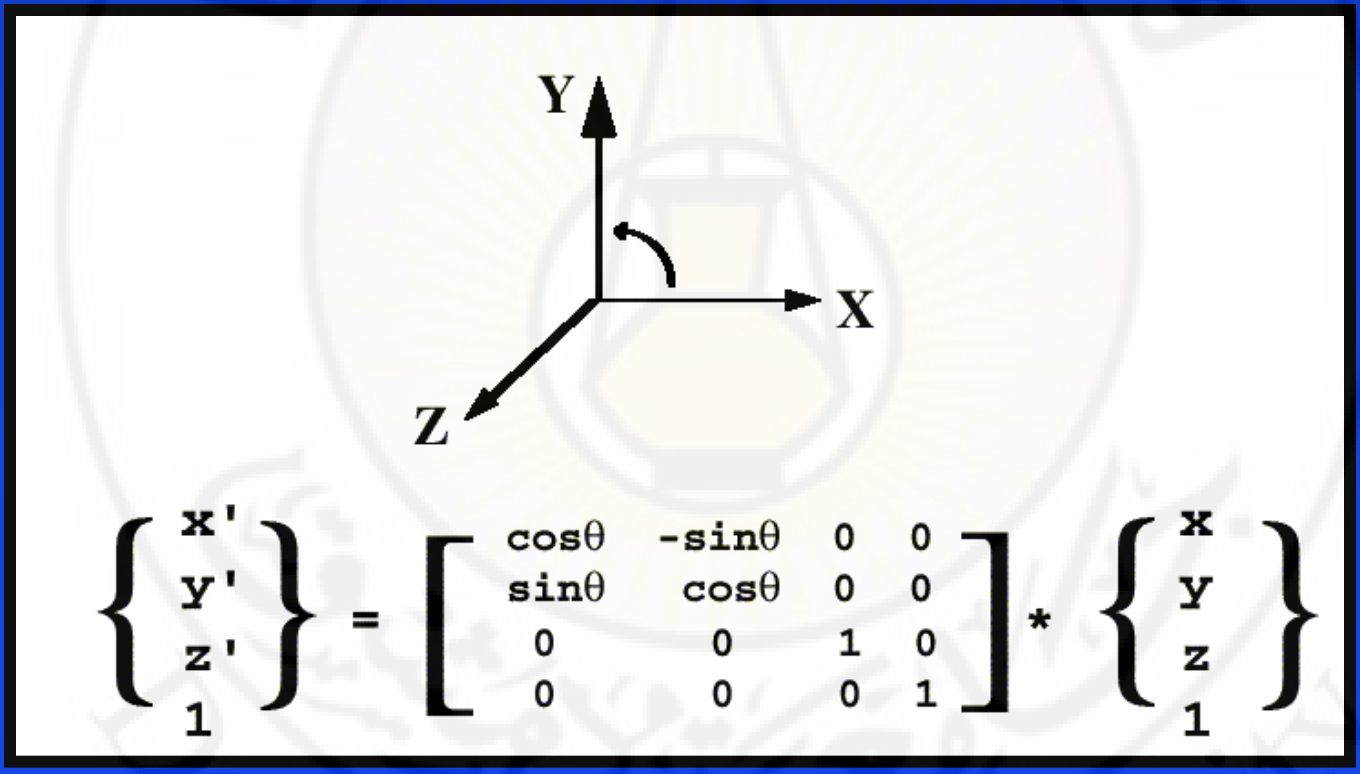
$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

مصفوفة الدوران

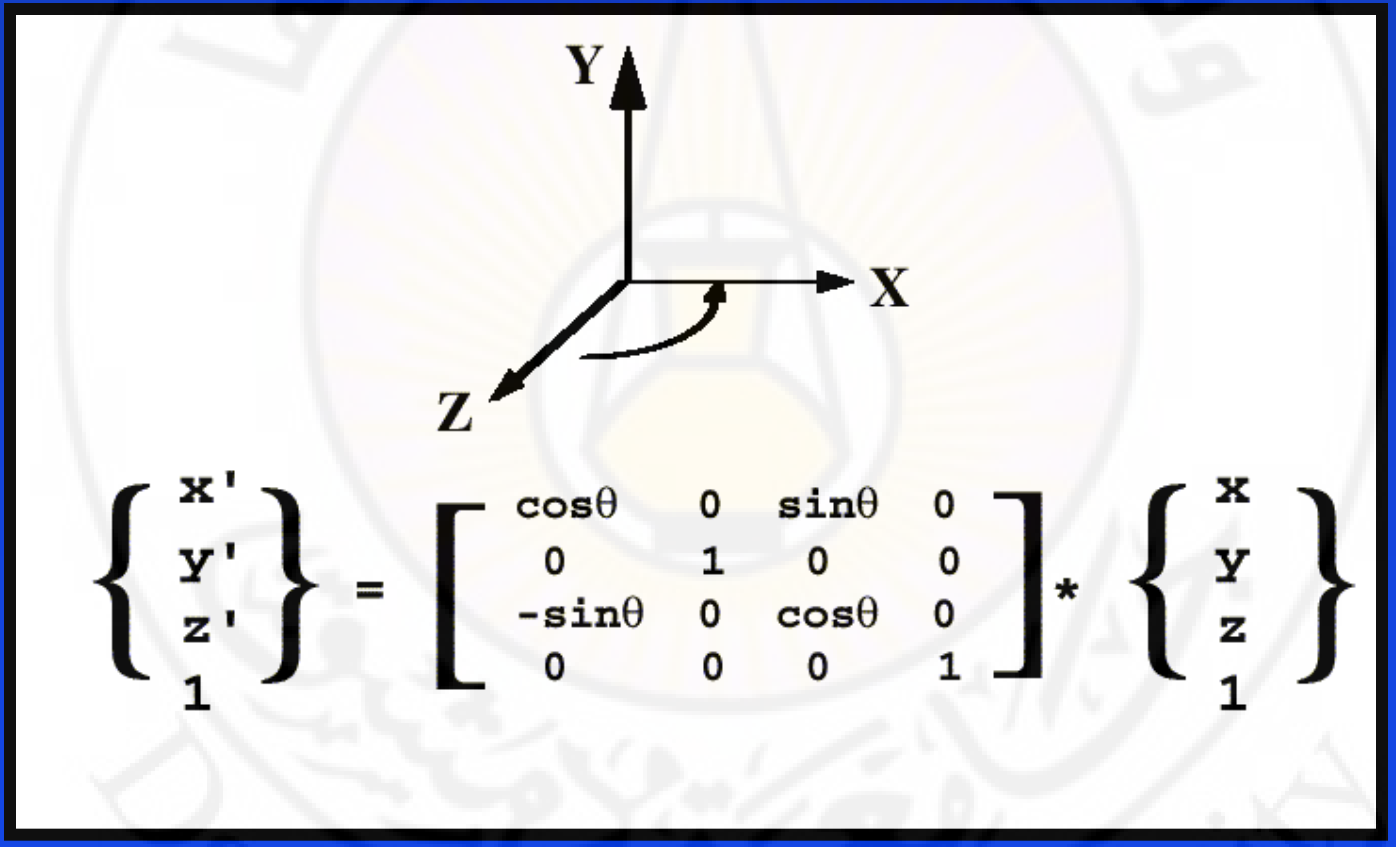
$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

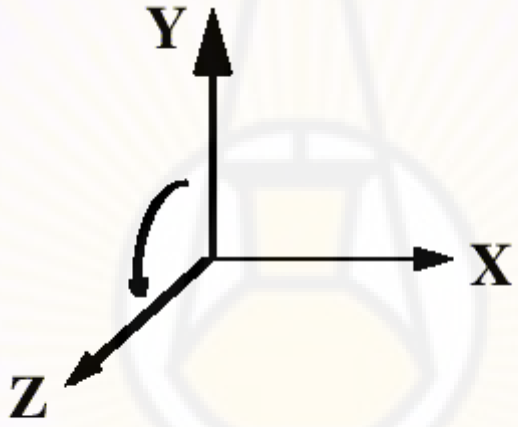
مصفوفة الدوران حول المحور Z



مصفوفة الدوران حول المحور Y



مصفوفة الدوران حول المحور X



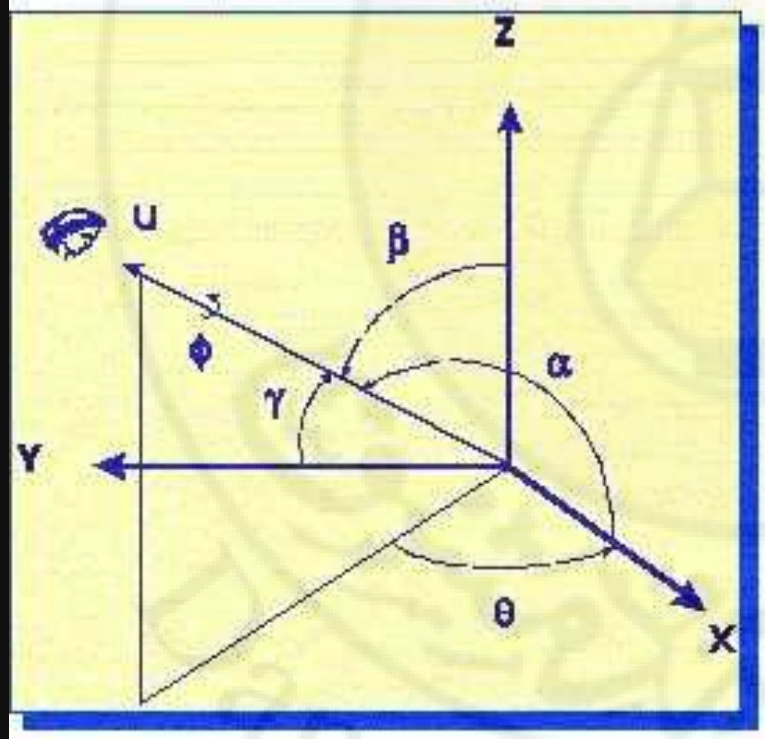
$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

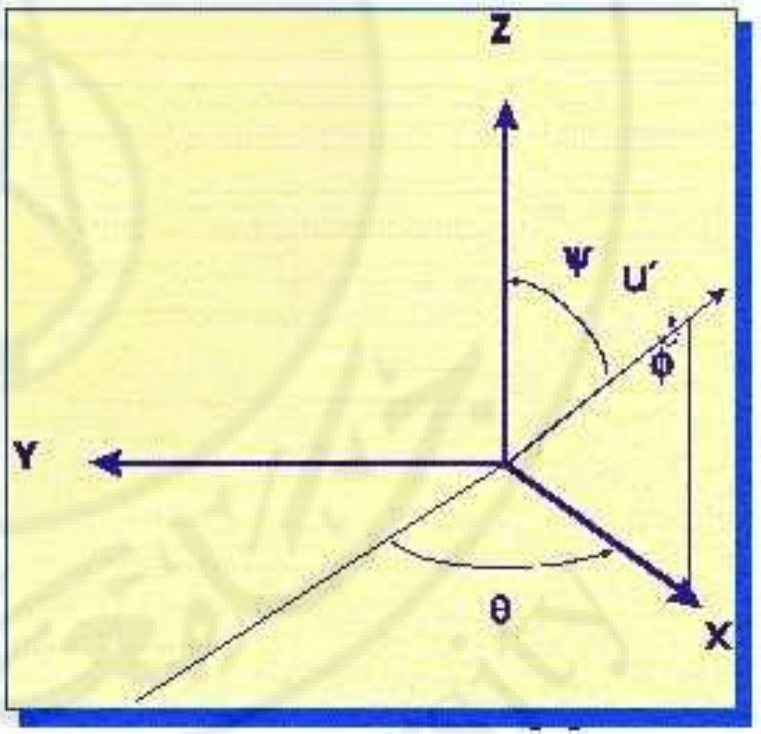
النمذجة الهندسية

عمليات أساسية (تتمـــة)

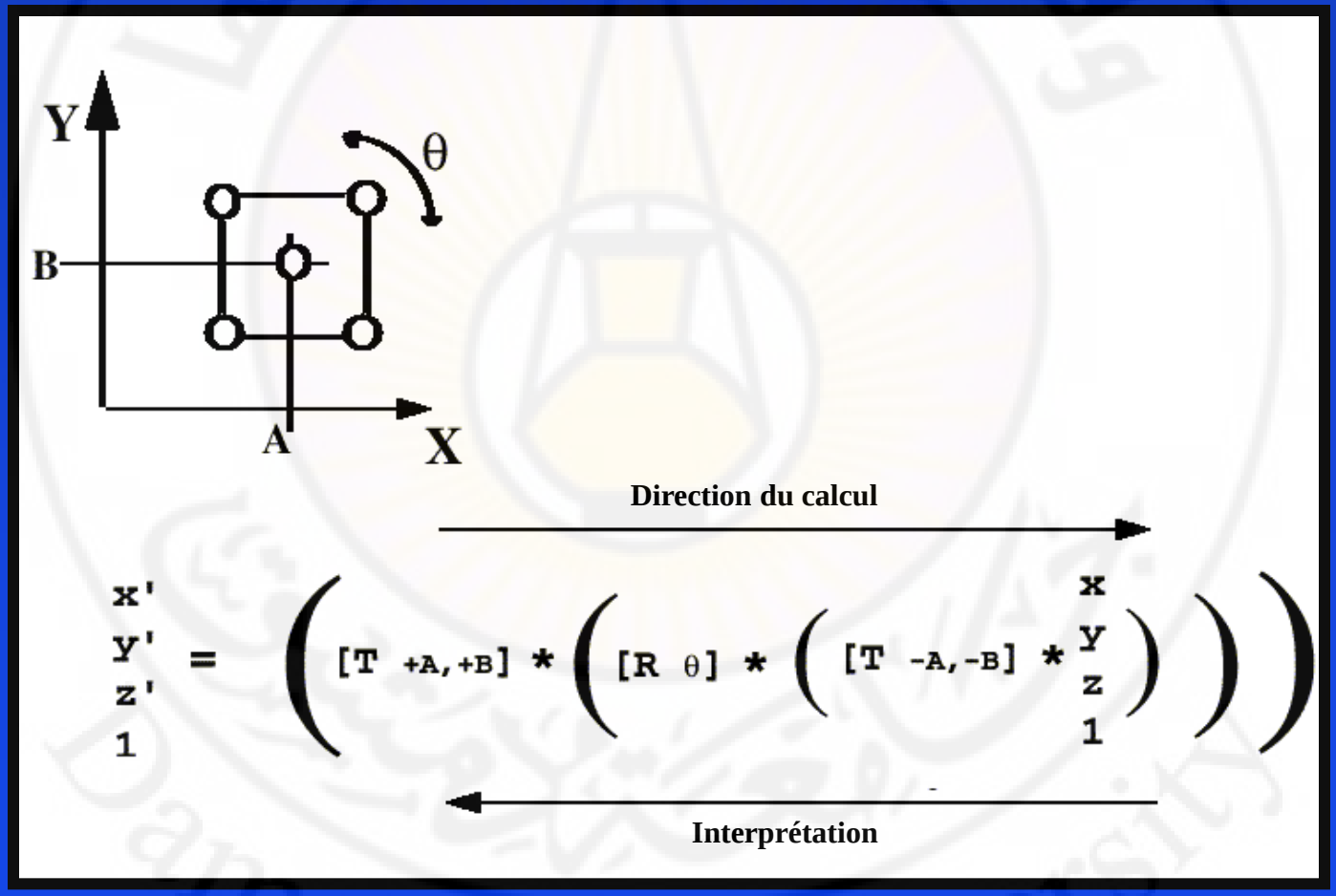
مصفوفة الدوران حول محور لا على التعيين

$$R_u(\varphi) = R_z(-\theta) \bullet R_y(-\psi) \bullet R_z(\varphi) \bullet R_y^{-1}(-\psi) \bullet R_z^{-1}(-\theta)$$

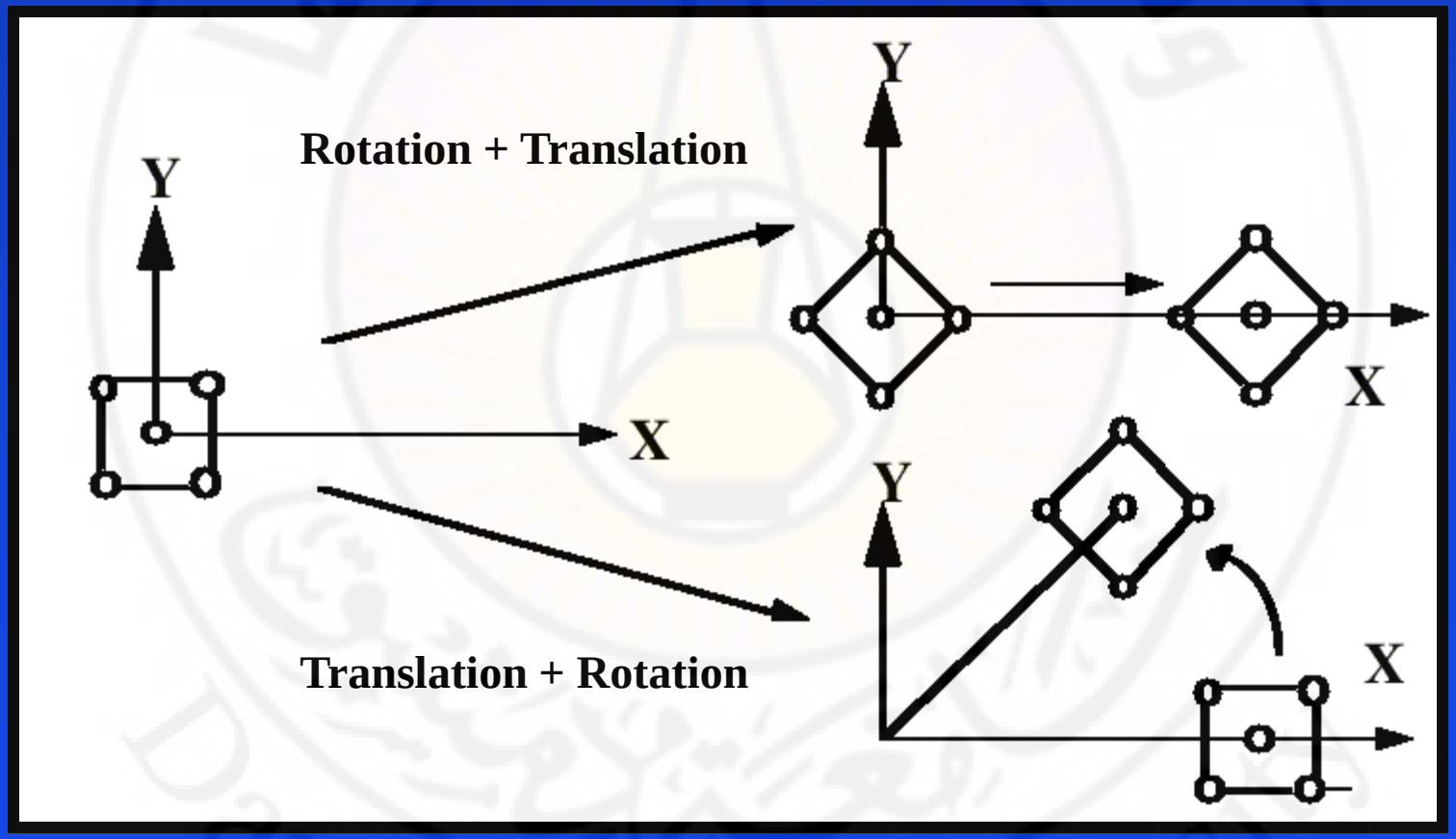




التحويلات المضاعفة



تركيب التحويلات غير تبادلي

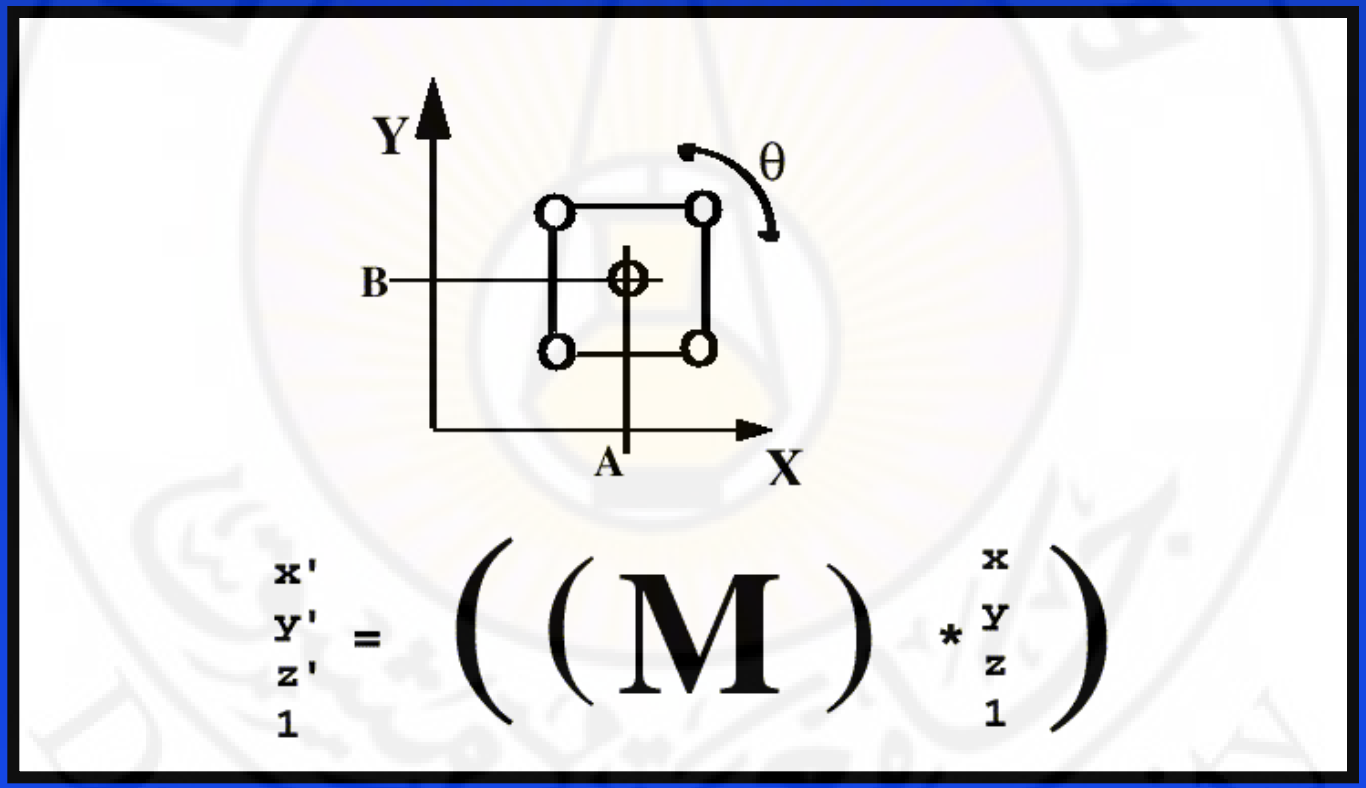


مصفوفات الدوران تجميعية

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \left([T\ +A,+B] * \left([R\ \theta] * \left([T\ -A,-B] * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right) \right)$$

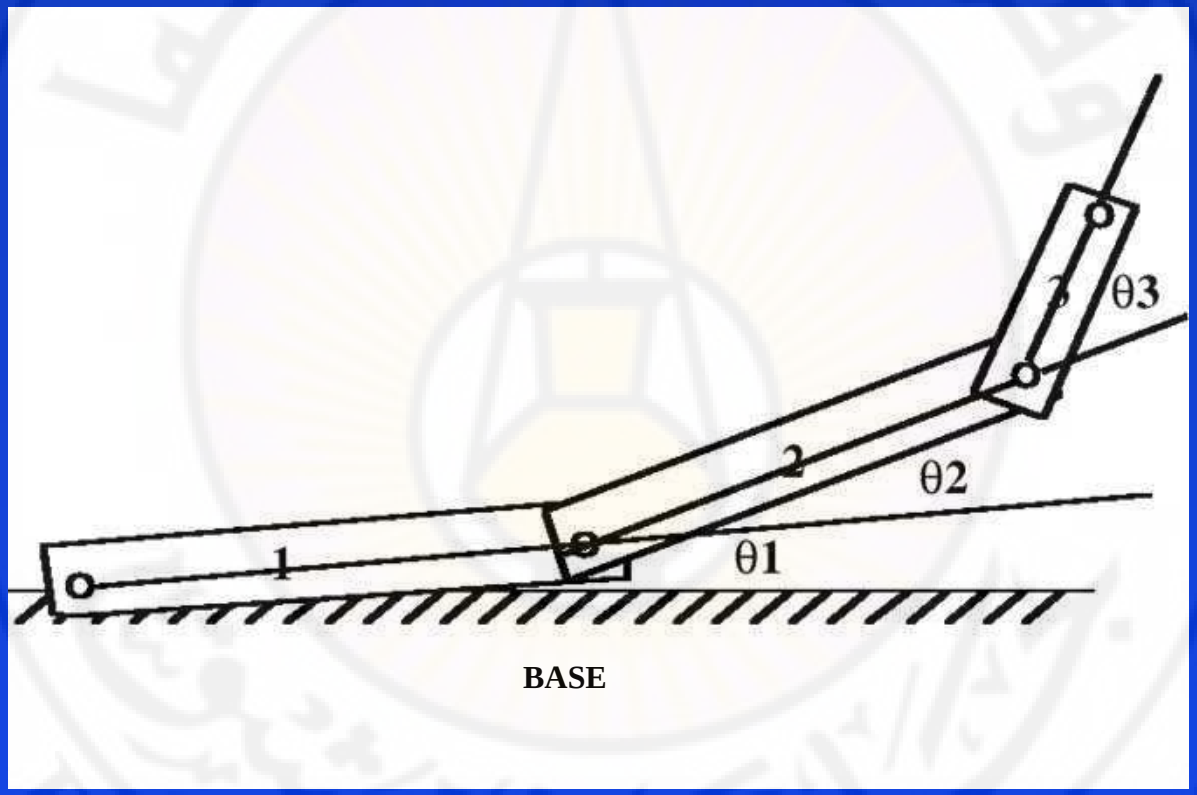
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\left([T\ +A,+B] * \left([R\ \theta] * [T\ -A,-B] \right) \right) * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

المصفوفة المكافئة



تستعمل لتسريع الحسابات

التحويلات الهرمية



$$[M_{3/G}] = [T_{1/G}] * [R_{\theta 1}] * [T_{2/1}] * [R_{\theta 2}] * [T_{3/2}] * [R_{\theta 3}]$$

$$= [M_{1/G}] * [M_{2/1}] * [M_{3/2}]$$

النمذجة الهندسية
التمثيل

التمثيل المتقطع

تمثيل النقطة والشعاع Vector

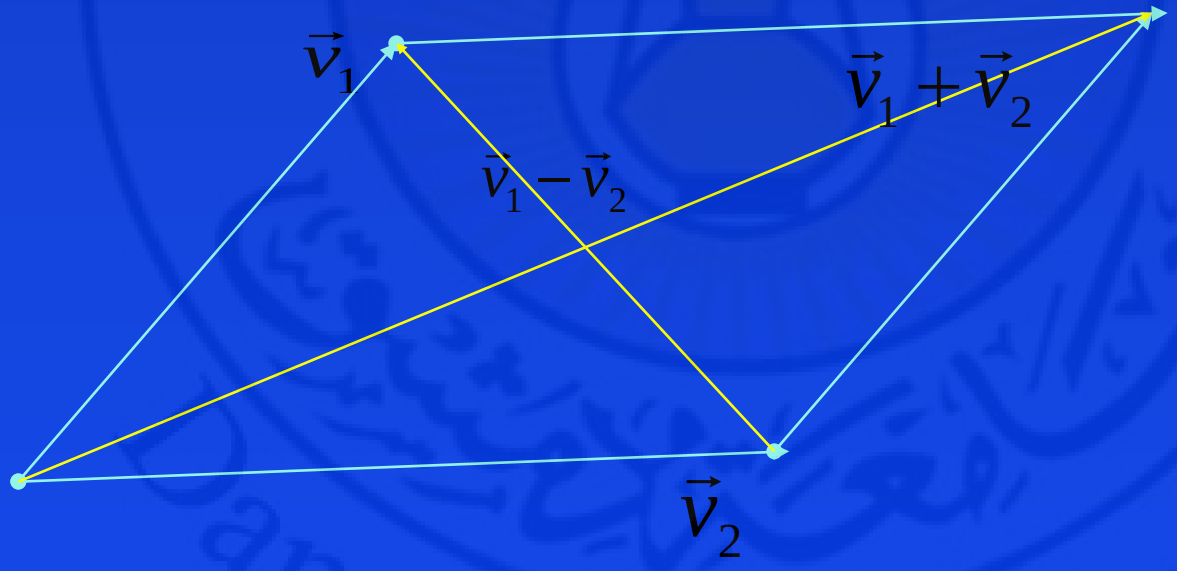
$$\vec{v} = (x, y, z)$$

العمليات الأساسية على الأشعة الطويلة

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

العمليات الأساسية على الأشعة
الجمع والطرح

$$\vec{v}_1 \mp \vec{v}_2 = (x_1 \mp x_2, y_1 \mp y_2, z_1 \mp z_2)$$



العمليات الأساسية على الأشعة
الجداء الداخلي (inner product)

ويمثل مسقط أحد الشعاعين على حامل الشعاع الآخر

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = (x_1 * x_2 + y_1 * y_2 + z_1 * z_2)$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = |\vec{v}_1| * |\vec{v}_2| * \cos(\theta)$$

حيث θ هي الزاوية المحصورة بين الشعاعين

العمليات الأساسية على الأشعة
الجداء الخارجي (cross product)

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} y_1 * z_2 - z_1 * y_2 \\ z_1 * x_2 - x_1 * z_2 \\ x_1 * y_2 - x_2 * y_1 \end{pmatrix}$$

ويمثل كطويلة المساحة المحصورة بين الشعاعين وهو شعاع عمودي على مستوي الشعاعين ويمكن معرفة اتجاهه باستعمال قاعدة اليد اليمنى أو البرغي

العمليات الأساسية على الأشعة
الدوران حول شعاع

$$\vec{v}' = \sin\theta \;\; \vec{n} \wedge \vec{v} + (1 - \cos\theta)\, \vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{v})$$

تمثيل المستقيم

في الفضاء ثنائي البعد يمكن تمثيل المستقيم بمعادلة خطية :

$$ax + by + c = 0$$

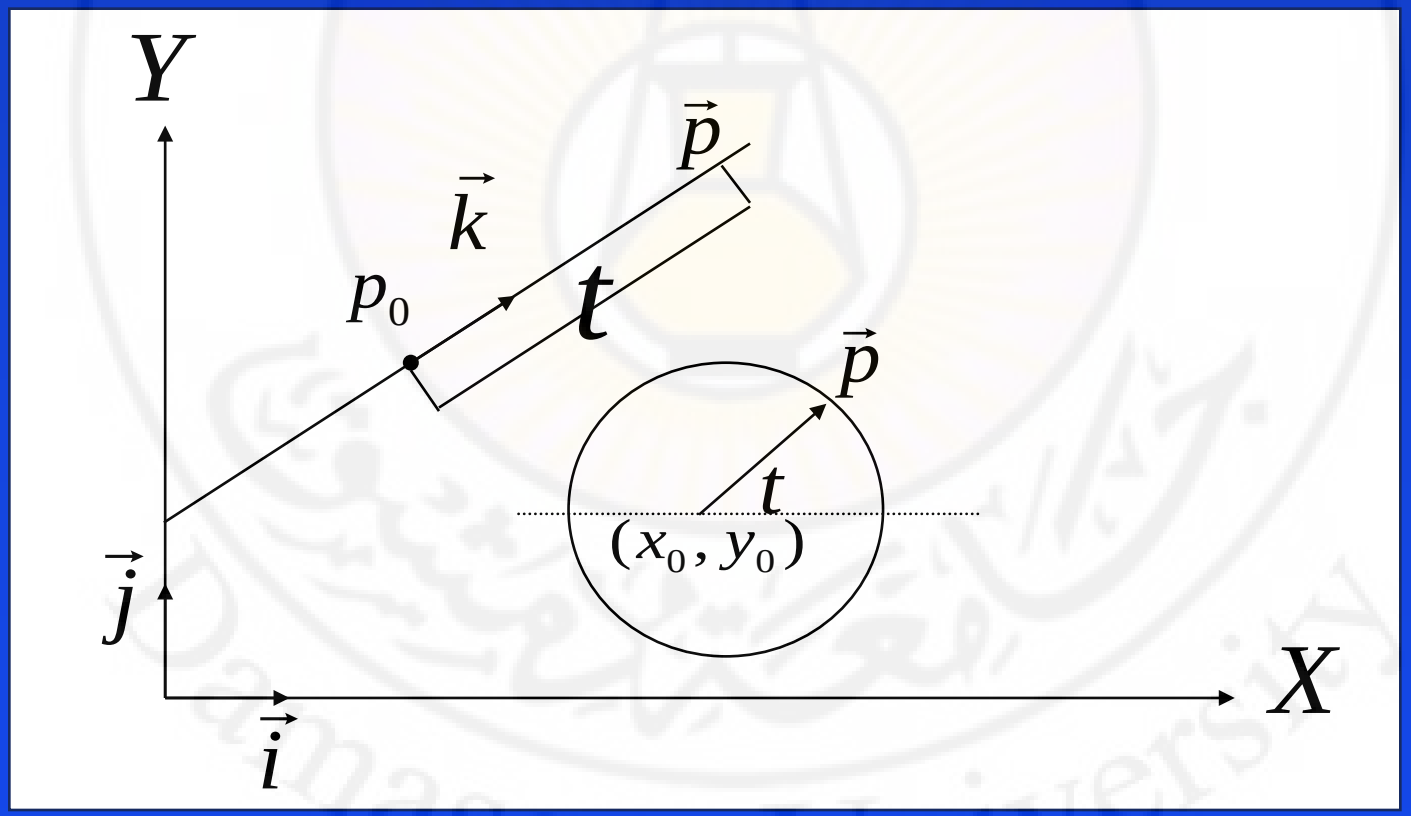
تمثيل المستقيم

في الفضاء ثلاثي البعد يمكن تمثيل المستقيم بتقاطع معادلتي مستويين

$$\begin{bmatrix} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{bmatrix}$$

تمثيل المستقيم

التمثيل الوسيطي وهو الأكثر استعمالاً $\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{k}.t$

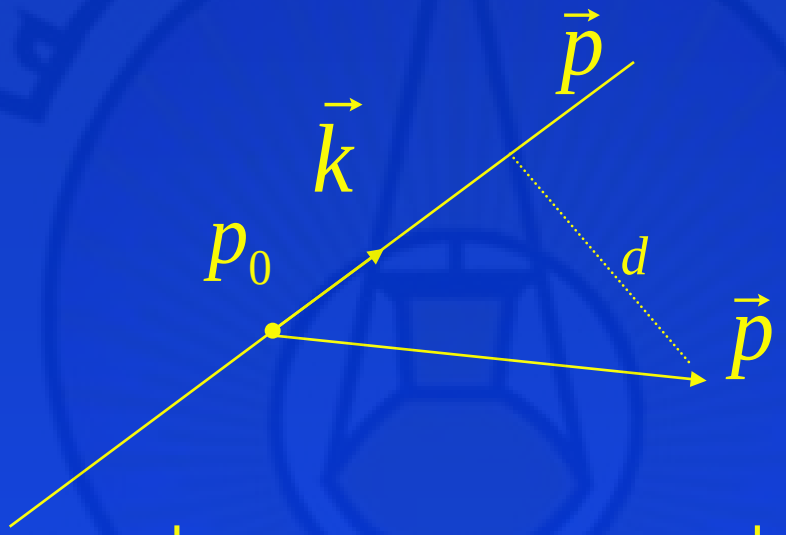


النمذجة الهندسية

التمثيل / تمثيل المستقيم

التمثيل المتقطع

العمليات علىالمستقيمات
مسافة نقطة عن مستقيم



$$d = \left| \left(\vec{p} - \vec{p}_0 \right) \times \vec{k} \right|$$

تطبيقات ؟

العمليات على المستقيمات
توضع نسبي (يمين / يسار)

- يقسم المستقيم السطح إلى قسمين يمكن تسميتهما بالنسبة للشعاع الموجه للمستقيم وبالنسبة للناظم على المستوي باليمين واليسار.
- تقع نقطة إلى يمين المستقيم إذا تحقق $\left[\vec{k}\times(\vec{p}-\vec{p}_0)\right]\vec{n}>0$
- وتقع إلى يساره إذا لم يتحقق الشرط .

تطبيقات ؟

العمليات علىالمستقيمات
تقاطع مستقيمين

- ليكن لدينا المستقيمين التاليين:

$$L : \vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{k}.t \qquad L' : P = \vec{P}'_0 + \vec{k}'.t'$$

- يتقاطع المستقيمين إذا تحقق: $\vec{P}'_0 + \vec{k}'.t' = \vec{P}_0 + \vec{k}.t$

- وهذا يعطي ثلاث معادلات بمجهولين فقط (t, t')، ويكفي معادلتين للحصول على حل!
- لا يمكن اختيار معادلتين عشوائياً فلربما كانتا مرتبطتين خطياً
- وحتى وإن كانت هنالك ثلاثة خيارات تعطي حلولاً، فبعض هذه الخيارات تعطي حلولاً أدق من غيرها.

العمليات على المستقيمات
تقاطع مستقيمين

- في الواقع فإننا نحصل على أدق حل لو قمنا بمقاطعة المستقيمين في جملة إحداثيات يكون أحد محاورها موازياً للعمود على المستقيمين أي على الشعاع $\vec{k}'\times\vec{k}$. حاول أن تفسر السبب؟؟

- إذاً علينا حل المسألة في جملة الاحداثيات $\Re\left(\vec{k},\frac{\vec{k}\times\vec{k}'}{\vec{k}\times\vec{k}'}\times\vec{k},\frac{\vec{k}\times\vec{k}'}{\vec{k}\times\vec{k}'}\right)$

- في هذه الجملة نجد أن المكون Z معدوماً لكلا المستقيمين، وتتحول المسألة إلى حل معادلتين بمجهولين وهما t و t'.

العمليات على المستقيمات
تقاطع مستقيمين

- وأخيراً نجد أنفسنا أمام عدة حالات:
- المعادلتان مرتبطتان خطياً وعندها يكون المستقيمان متقاطعين
- المعادلتان مستقلتان وعندها نحصل على نقطتي تقاطع P وP’ وذلك بالتعويض بقيمة t في معادلة المستقيم L والتعويض بقيمة t’ في معادلة المستقيم L’. وهنا أيضاً توجد حالتان:
  - P=P’ : المستقيمان متقاطعان
  - P!=P’: المستقيمان متخالفان وP وP’ هما أقرب نقطتين من المستقيمين

تطبيقات ؟

تمثيل القطعة المستقيمة

القطعة المستقيمة هي مستقيم محدود من الجهتين ويمكن تمثيلها كما يلي: $S = \{\vec{p} \mid \vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{k}.t \wedge t \in [t_1..t_2]\}$

إذا كان $t<t1$ فإن النقطة خارج القطعة المستقيمة من جهة $t1$
وإذا كان $t>t2$ فإن النقطة خارج القطعة المستفيمة من جهة $t2$
إلا فهي داخلها.

العمليات على القطع المستقيمة
البعد عن نقطة

- هو القيمة الصغرى لبعد النقطة عن المستقيم الحامل للقطعة وبعدها عن رأسي القطعة المستقيمة.

العمليات على القطع المستقيمة
التقاطع مع قطعة مستقيمة

- نقاطع المستقيمين الحاملين للقطعتين المستقيمتين ونناقش حسب وضع نقاط التقاطع بالنسبة للقطعتين.

العمليات على القطع المستقيمة
المسافة بين قطعتين مستقيمتين

- نترك للطالب تعريف هذه المسافة وحساب تعقيدها

النمذجة الهندسية

الأشكال الهندسية ثنائية البعد

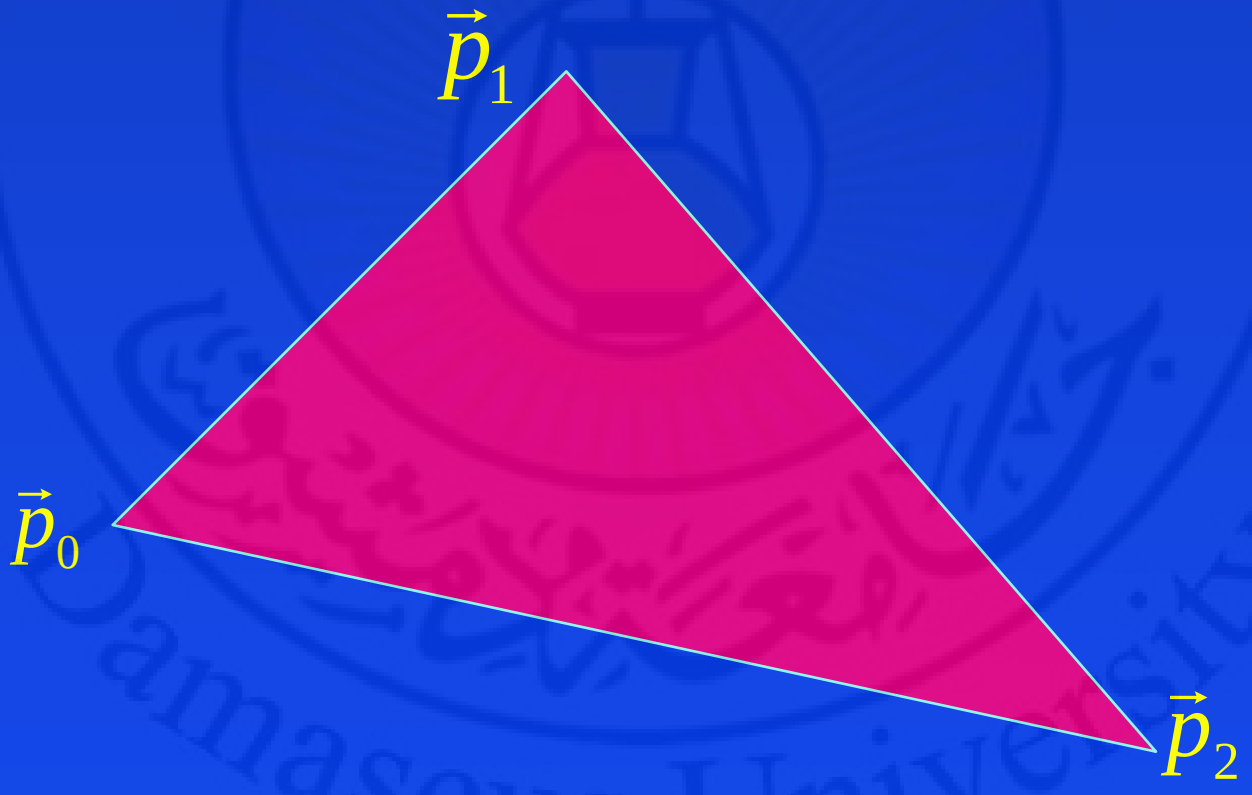
الأشكال الهندسية ثنائية البعد

ندرس في هذه الجلسة النمذجة الهندسية للأشكال الهندسية ثنائية البعد، ومنها المثلثات والمضلعات والعمليات التي تجري عليها

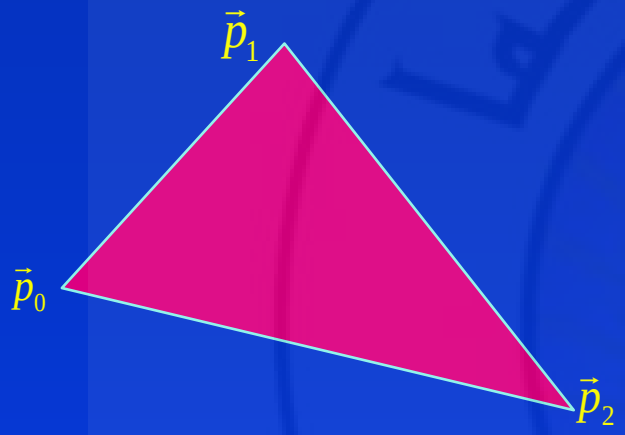
المثلث

التمثيل:

$$T = \begin{pmatrix} \vec{p}_0 & \vec{p}_1 & \vec{p}_2 \end{pmatrix}$$



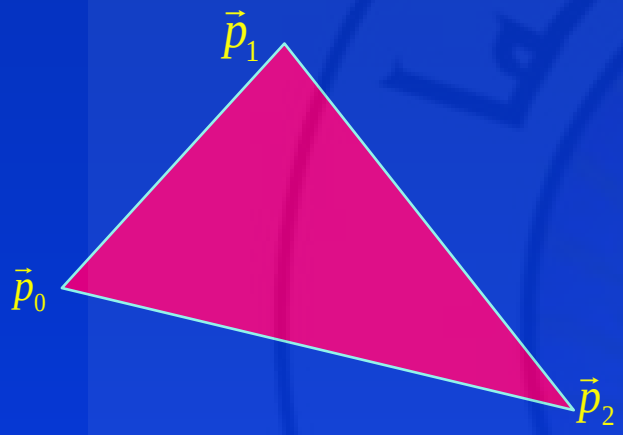
العمليات على المثلث
مركز المثلث



يعطى مركز المثلث بالمعادلة التالية:

$$C(T) = \frac{\vec{p}_0 + \vec{p}_1 + \vec{p}_2}{3}$$

العمليات على المثلث
سطح المثلث



تعطى مساحة المثلث بالمعادلة التالية:

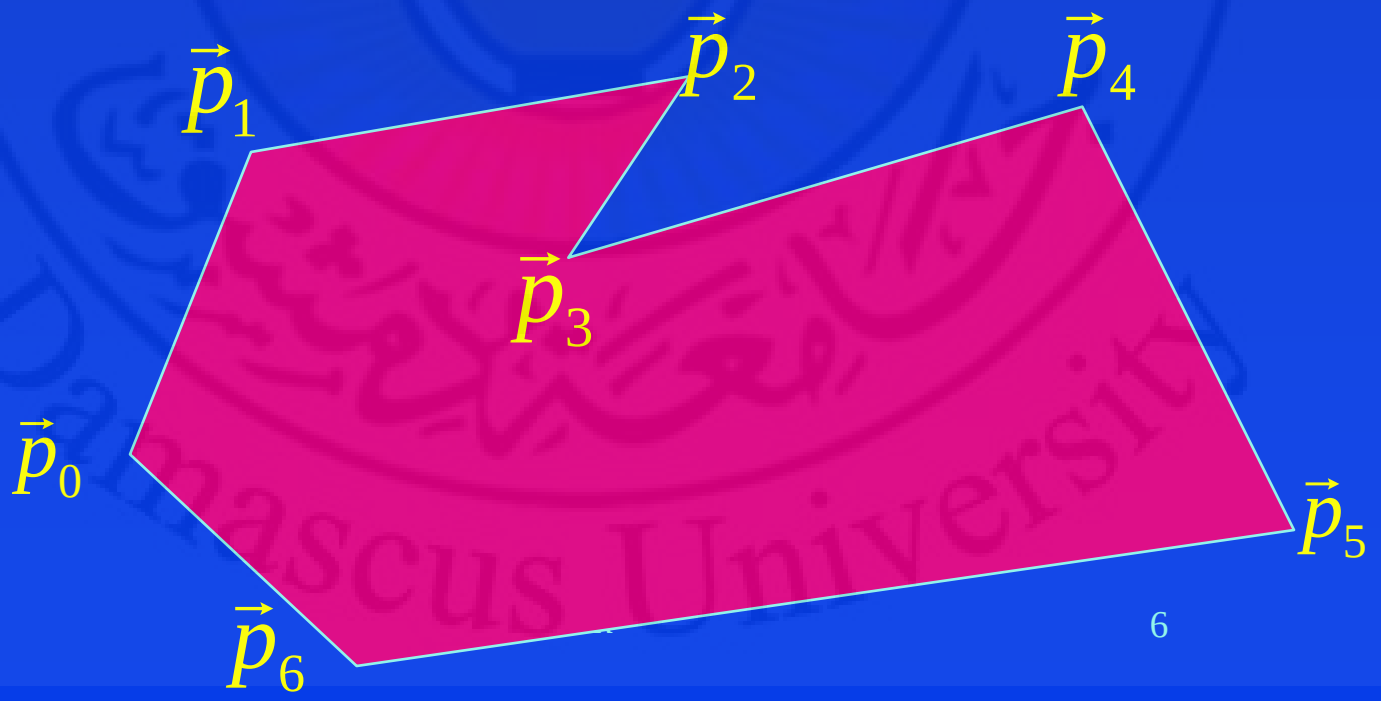
$$S(T) = \frac{\left|\left(\vec{p}_1 - \vec{p}_0\right) \times \left(\vec{p}_2 - \vec{p}_0\right)\right|}{2}$$

تطبيقات ؟

المضلع

يُمَثّل المضلع بسلسلة مرتبة من النقاط

$$poly = \{\vec{p}_i \mid i \in [0..n-1]\}$$



العمليات على المضلعات
إيجاد رأس محدب

ضمن أية جملة إحداثيات يكفي إيجاد الرأس الذي يمتلك قيمة عظمى أو صغرى فيما يتعلق بأية مركبة من الإحداثيات

$$convex\ vertex = \{ \vec{p}_i \mid \max_{j=0..n-1} (x_j) = x_i \}$$

العمليات على المضلعات
إيجاد جميع الرؤوس المحدبة

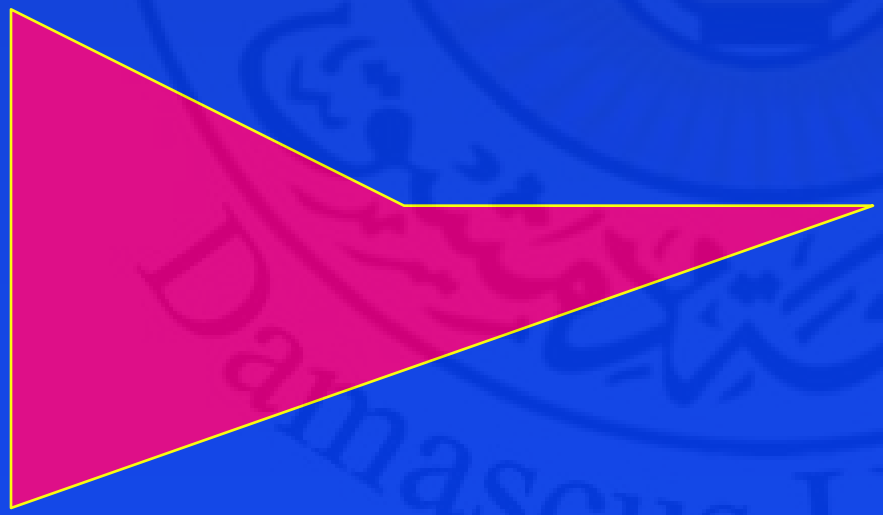
- إن الجداء الخارجي للضلع الوارد على رأس محدب مع الضلع الصادر عنه يمتلك نفس الاتجاه فيما يتعلق بجميع الرؤوس المحدبة وهذا الاتجاه معاكس لنفس الجداء بالنسبة للرؤوس المقعرة.

- بما أنه يمكننا معرفة رأس محدب على الأقل فإن هذه الخاصة تساعدنا على معرفة بقية الرؤوس المحدبة والمقعرة أيضاً

العمليات على المضلعات
المساحة

- ليكن لدينا المضلع التالي والنطقة P لا على التعيين من الفراغ:

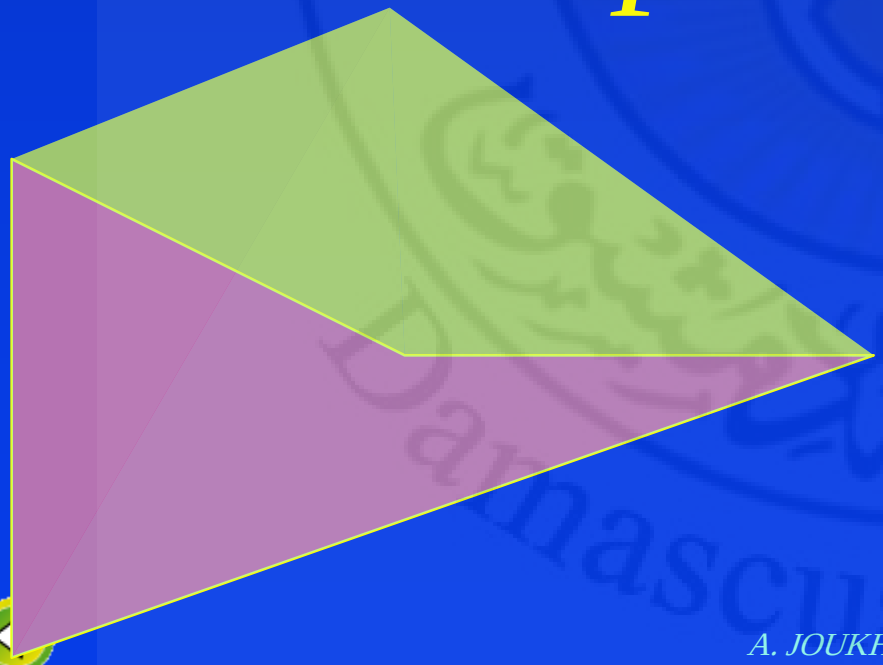
$$\vec{P}$$



العمليات على المضلعات
المساحة

- نصل كل ضلع من أضلاع المضلع إلى النقطة P فنحصل على مجموعة من المثلثات وهي

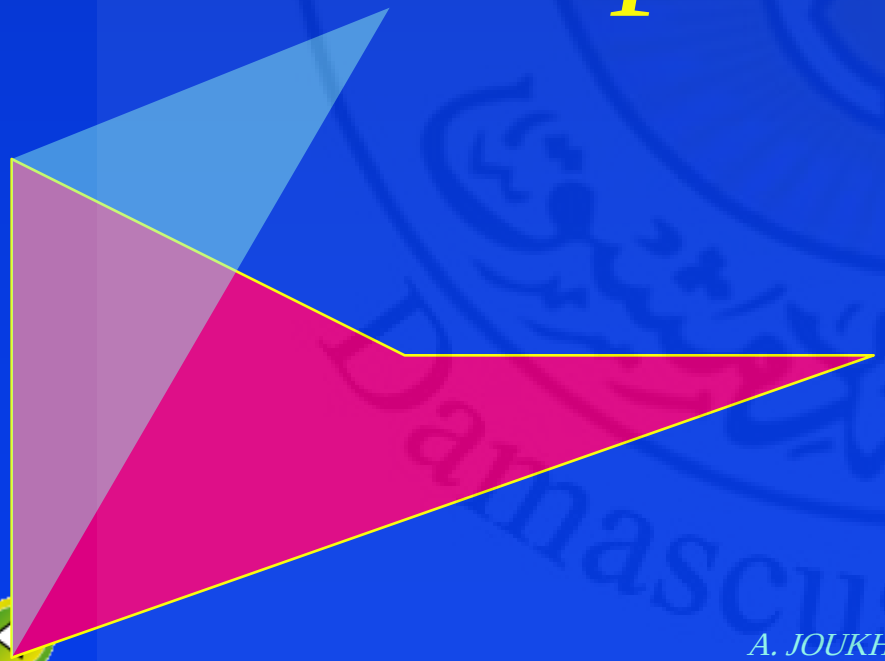
$\vec{P}$



العمليات على المضلعات
المساحة

- نصل كل ضلع من أضلاع المضلع إلى النقطة P فنحصل على مجموعة من المثلثات وهي

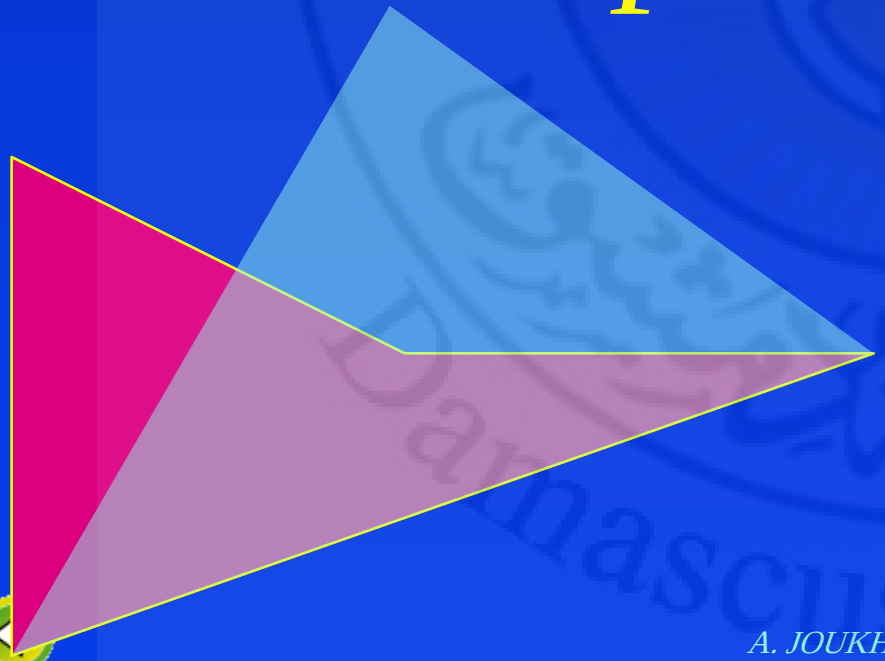
$$\vec{P}$$



العمليات على المضلعات
المساحة

- نصل كل ضلع من أضلاع المضلع إلى النقطة P فنحصل على مجموعة من المثلثات وهي

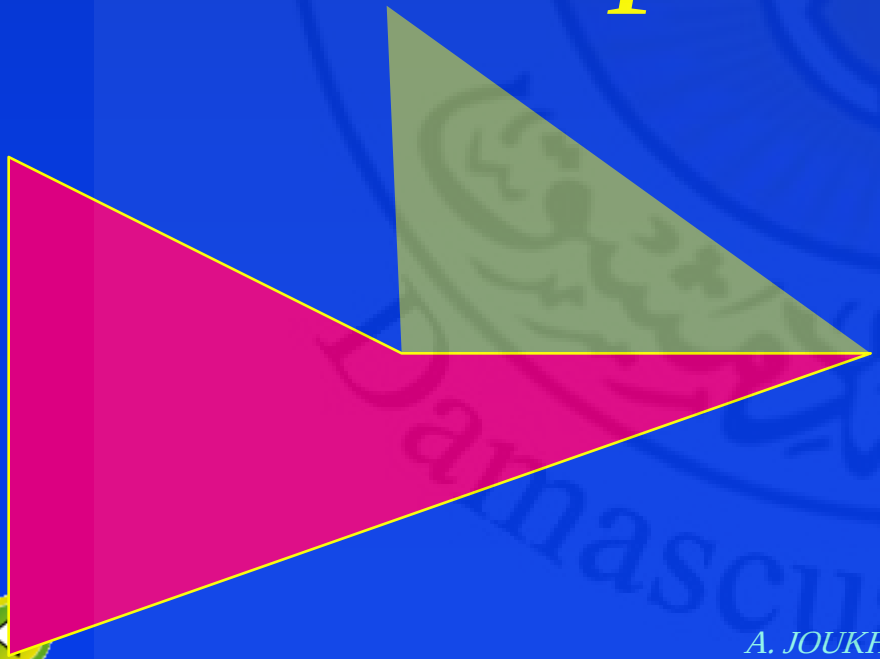
$$\vec{P}$$



العمليات على المضلعات
المساحة

- نصل كل ضلع من أضلاع المضلع إلى النقطة P فنحصل على مجموعة من المثلثات وهي

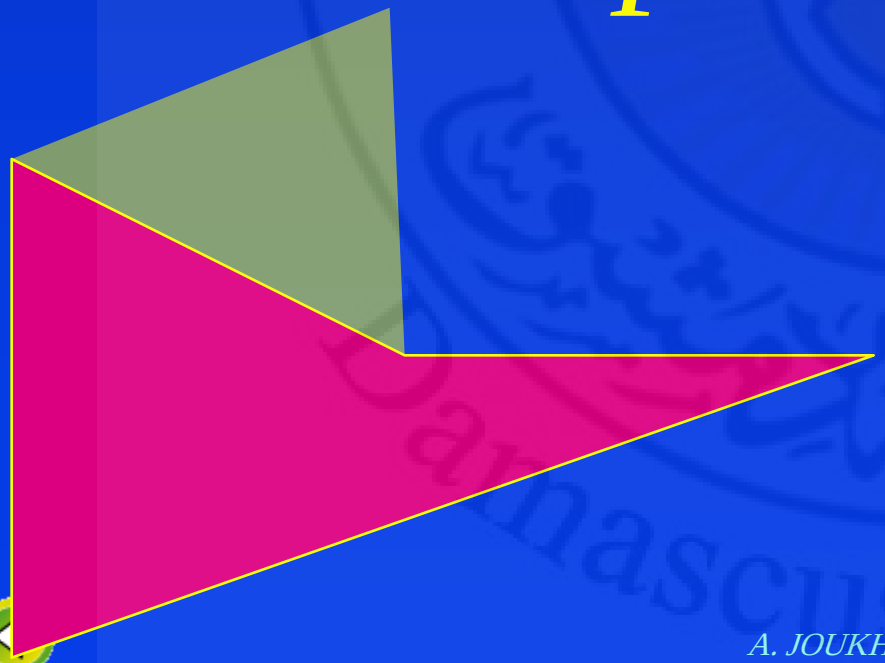
$\vec{P}$



العمليات على المضلعات
المساحة

- نصل كل ضلع من أضلاع المضلع إلى النقطة P فنحصل على مجموعة من المثلثات وهي

$\vec{P}$



العمليات على المضلعات
المساحة

- لاحظ أن مساحة المضلع تساوي مجموع مساحة المثلثات الزرق ناقص مجموع مساحة المضلعات الصفراء

العمليات على المضلعات
المساحة

- ومنه مساحة المضلع تساوي:

$$S(poly) = \sum_{i=0}^{n-2} S(T_i) * sign(T_i)$$

$$T_i = \left(\vec{p} \quad \vec{p}_i \quad \vec{p}_{i+1}\right)$$

$$sign(T_i) = \vec{n}.\left(\vec{p} - \vec{p}_i\right) < 0$$

- حيث n هي الناظم على القطعة المستقيمة والمتجه نحو خارج المضلع. تكون إشارة T_i موجبة إذا وقعت P بنفس جهة المضلع بالنسبة للضلع P_i-P_{i+1}

العمليات على المضلعات
المساحة

- وبعبارة أخرى فإن مساحة المضلع هي مجموعٌ جبري للمثلثات الناتجة عن وصل أضلاع المضلع مع نقطة لا على التعيين. وتكون الإشارة موجبة إذا كانت النقطة واقعة من جهة داخل المضلع بالنسبة للضلع وإلا تكون سالبة.
- تكون $sign(T_i)$ موجبة إذا وقعت النقطة P من جهة المضلع بالنسبة للضلع $p_i..p_{i+1}$، ويتحقق هذا في إحدى حالتين:

١. إما أن يكون p_i رأس محدب، وفي هذه الحالة يجب أن تقع p بنفس جهة p_{i-1} بالنسبة للضلع.

٢. أو أن يكون p_i رأس مقعر، وفي هذه الحالة يجب أن تقع p بعكس جهة p_{i-1} بالنسبة للضلع

النمذجة الهندسية

المضلعات

العمليات على المضلعات
المركز الهندسي

- وهو وسطي موزون لمراكز المثلثات المشكلة للمضلع مع الأخذ بعين الاعتبار إشارة المثلث موجبة أو سالبة كما في حالة حساب المساحة.

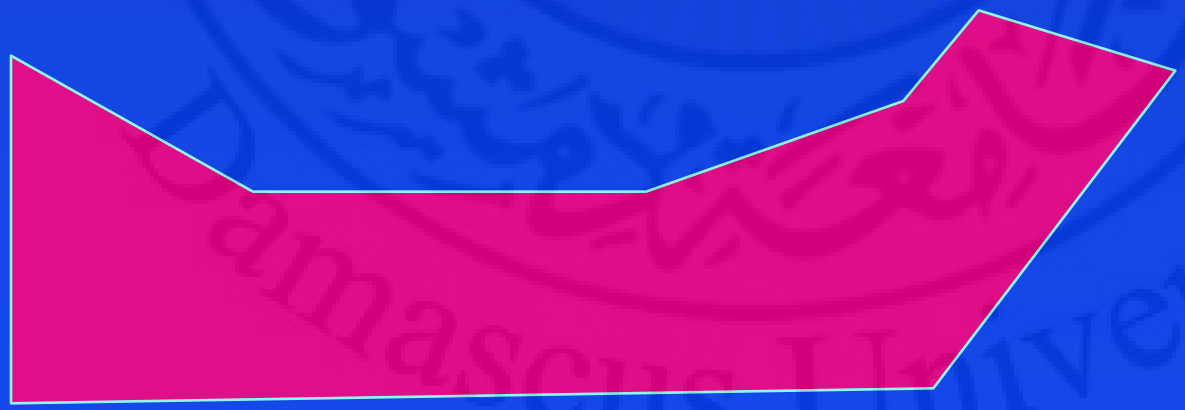
$$C(poly) = \frac{1}{S(poly)} \sum_{i=0}^{n-2} C(T_i) * S(T_i) * sign(T_i)$$

$$T_i = (\vec{p} \quad \vec{p}_i \quad \vec{p}_{i+1})$$

$$sign(T_i) = \vec{n}.(\vec{p} - \vec{p}_i) < 0$$

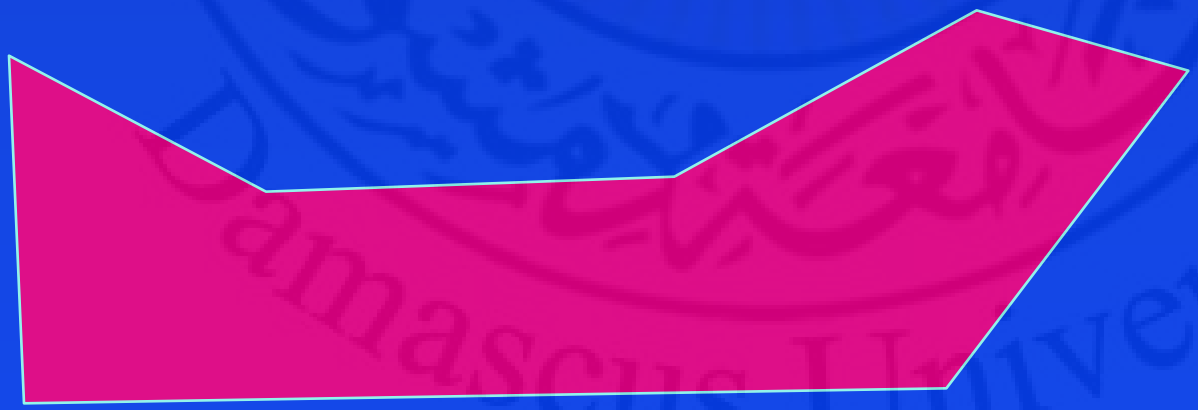
العمليات على المضلعات
المغلف المحدب: Convex hull

- لحساب المغلف المحدب نمر على رؤوس المضلع الواحد تلو الآخر، فإن كان الرأس محدباً أبقيناه، وإن كان مقعراً حذفناه وتابعنا العمل اعتباراً من الرأس السابق للرأس المحذوف.



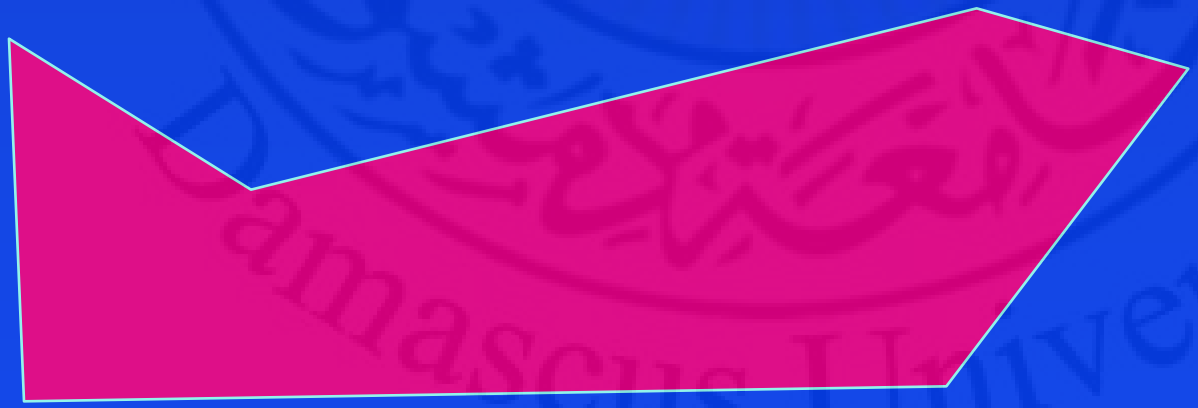
العمليات على المضلعات
المغلف المحدب: Convex hull

- لحساب المغلف المحدب نمر على رؤوس المضلع الواحد تلو الآخر، فإن كان الرأس محدباً أبقيناه، وإن كان مقعراً حذفناه وتابعنا العمل اعتباراً من الرأس السابق للرأس المحذوف.



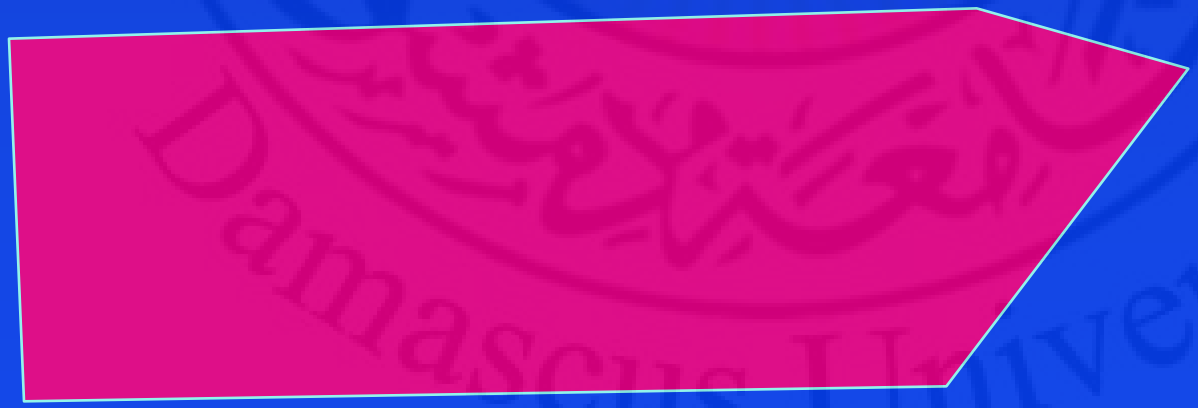
العمليات على المضلعات
المغلف المحدب: Convex hull

- لحساب المغلف المحدب نمر على رؤوس المضلع الواحد تلو الآخر، فإن كان الرأس محدباً أبقيناه، وإن كان مقعراً حذفناه وتابعنا العمل اعتباراً من الرأس السابق للرأس المحذوف.



العمليات على المضلعات
المغلف المحدب: Convex hull

- لحساب المغلف المحدب نمر على رؤوس المضلع الواحد تلو الآخر، فإن كان الرأس محدباً أبقيناه، وإن كان مقعراً حذفناه وتابعنا العمل اعتباراً من الرأس السابق للرأس المحذوف.



العمليات على المضلعات
تقاطع مضلعين

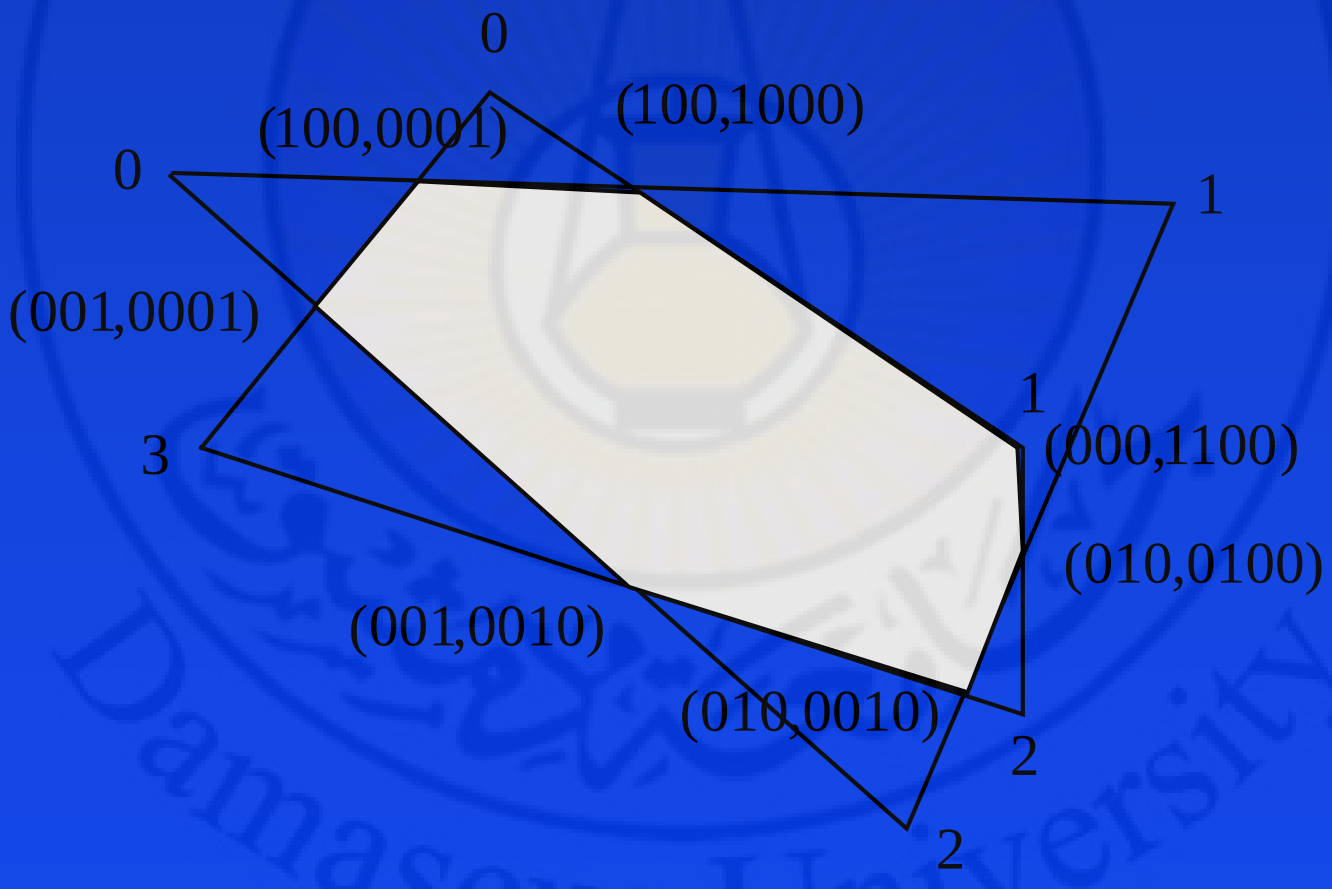
- نضيف جميع رؤوس المضلع الأول التي تنتمي للمضلع الثاني.
- نضيف جميع رؤوس المضلع الثاني التي تنتمي للمضلع الأول.
- نربط بكل نقطة من النقاط السابقة رقمين ثنائيين

$$e_1 = x_1^1 x_1^2 \ldots x_1^n, e_2 = x_2^1 x_2^2 \ldots x_2^m$$

بحيث أن $x_i^j = 1$ عندما تنتمي النقطة إلى الضلع *j* من المضلع *i*.

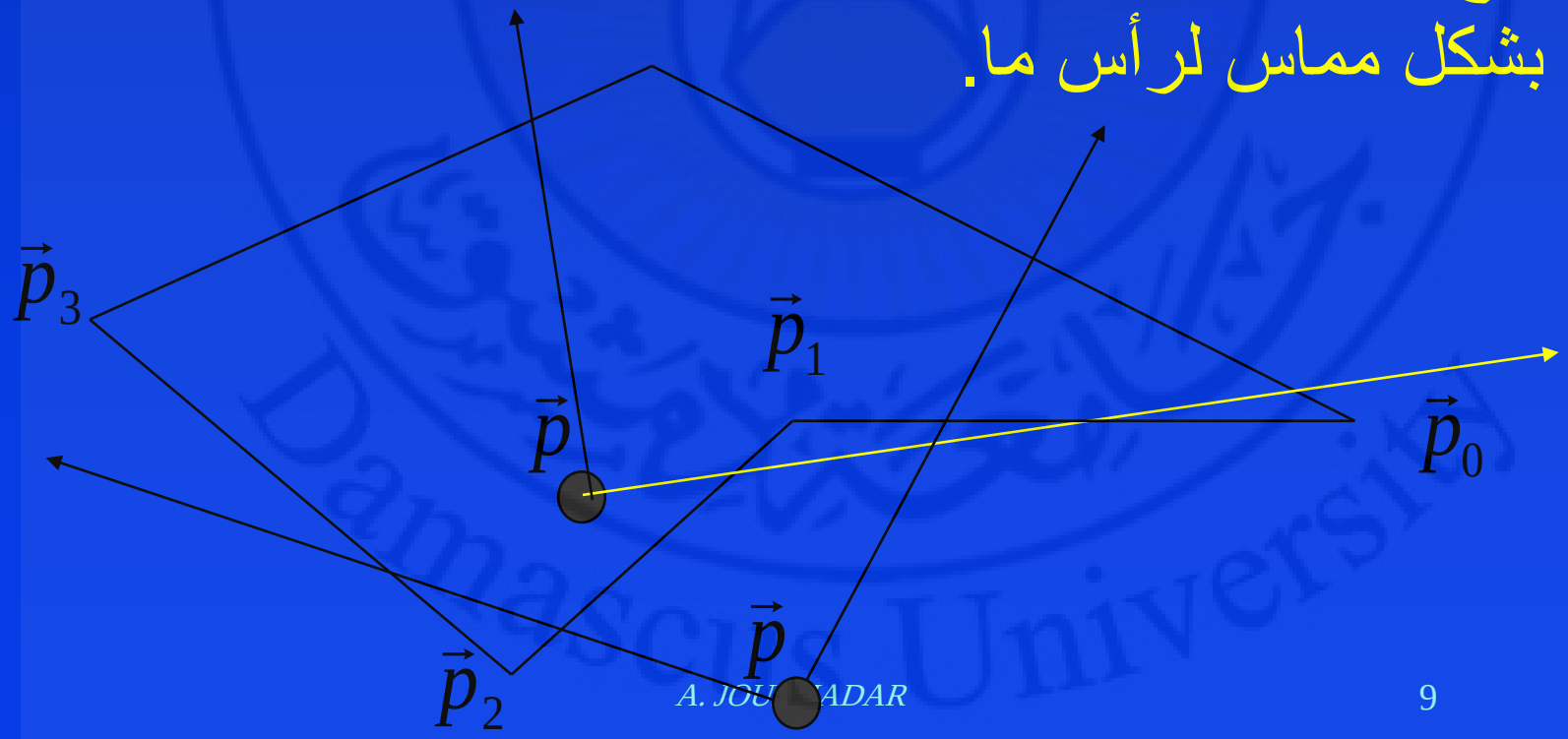
- نصل النقاط المتجاورة (ابتداء بنقطة ما ودون إضافة أية نقطة مرتين) بأضلاع فنحصل على المضلع المطلوب. تكون نقطتان ما متجاورتان إذا كان بينهما ضلع مشترك.

العمليات على المضلعات
تقاطع مضلعين



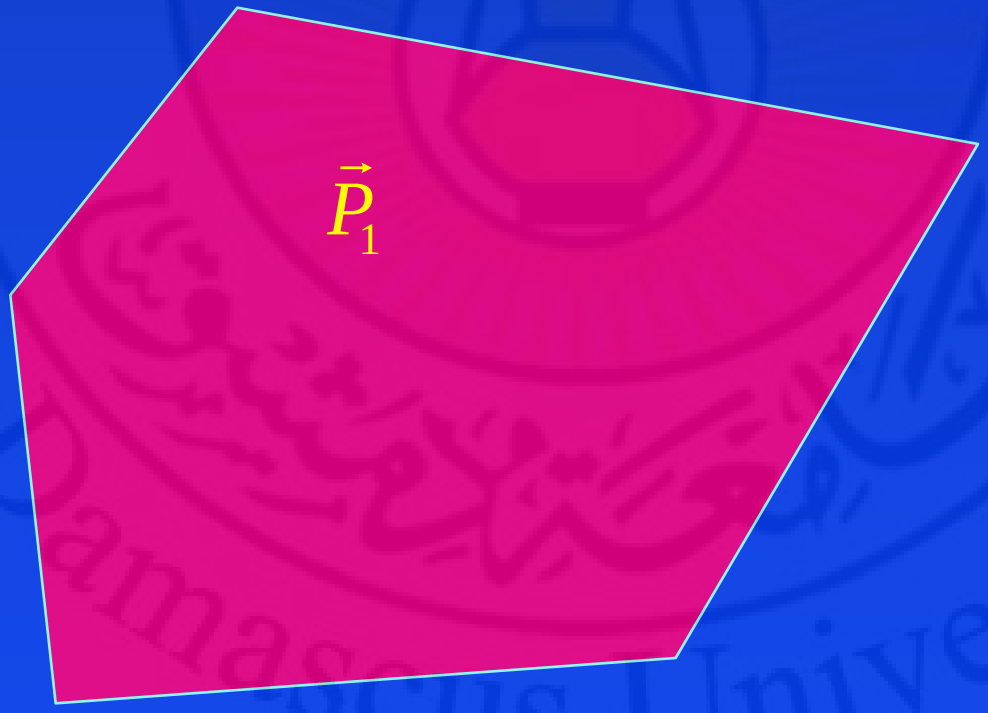
العمليات على المضلعات
داخل و خارج المضلع

- تنتمي النقطة P إلى داخل المضلع إذا كان عدد تقاطعات نصف المستقيم الخارج منها مع أضلاع المضلع **فردياً** وإلا فإنها تنتمي لخارجه.
- التقاطع مع رأس يعد تقاطعاً وحيداً مزدوجاً، ويجب تجنب المرور بشكل مماس لرأس ما.



العمليات على المضلعات
داخل و خارج المضلع

- في حالة مضلع محدب : تنتمي النقطة إلى داخل المضلع إذا كانت بنفس جهة مركزه بالنسبة لجميع الأضلاع.



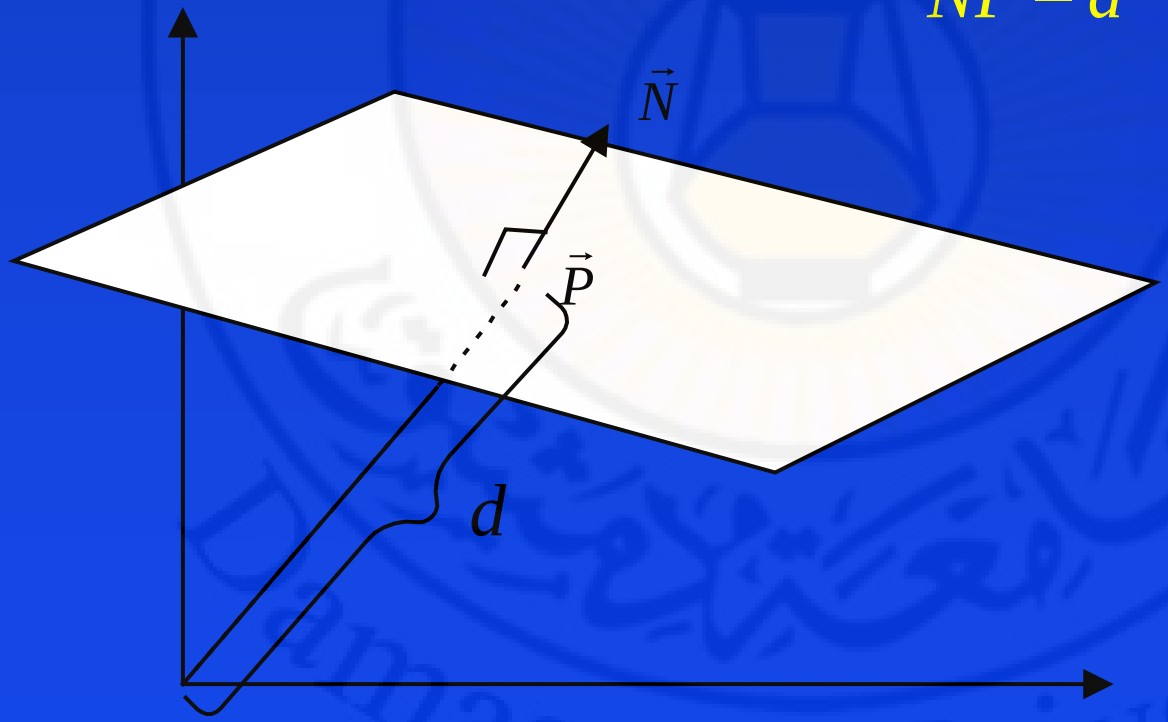
النمذجة الهندسية

المستوي

المستوي: Plan

التمثيل:

- ديكارتي: $ax + by + cz + d = 0$
- وسيطي: $\vec{N}\vec{P} - d' = 0$



المستوي: Plan

لو طابقنا التمثيلين الديكارتي

$$ax + by + cz + d = 0$$

والوسيطي

$$\vec{N}\vec{P} - d' = 0$$

- لوجدنا أن:

$$\vec{N} = (a \quad b \quad c),\ d' = -d$$

العمليات على المستوي
مسافة نقطة عن مستوي

- نبدّل إحداثيات النقطة بمعادلة المستوي الوسيطية فنحصل على:

$$dist = \vec{N}\vec{P} - d$$

- وعليه يقسم المستوي الفراغ إلى جزئين نصف الفراغ الموجب ونصف الفراغ السالب

العمليات على المستوي
تقاطع مستويين

- يتقاطع مستويان إذا تحقق:

$$\vec{N}_1\vec{P} - d_1 = 0$$
$$\vec{N}_2\vec{P} - d_2 = 0$$

- وهما معادلتين بثلاثة مجاهيل تكافئ مستقيم

ما هي المعادلة الوسيطية لهذا المستقيم؟

العمليات على المستوي
تقاطع مستقيم مع مستوي

- يتقاطع مستقيم مع مستوي إذا تحقق:

$$\vec{N}\vec{P} - d = 0$$

$$\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{k}t$$

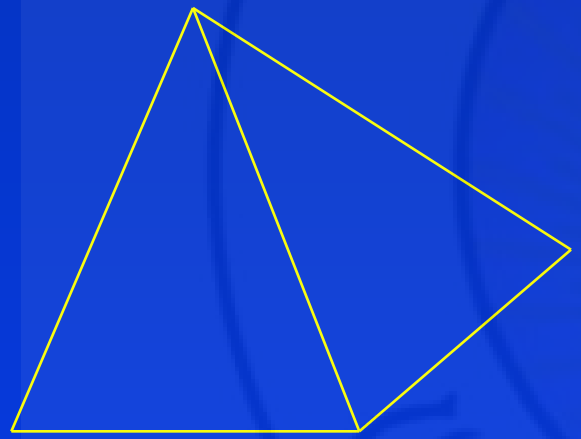
- ومنه:

$$\vec{N}\left(\vec{P}_0 + \vec{k}t\right) - d = 0$$

- وهي معادلة بمجهول واحد هو t
- إذا بدلنا t في معادلة المستقيم نحصل على نقطة تقاطع المستقيم مع المستوي

رباعي الوجوه Tetrahedron

التمثيل: يمثل رباعي الوجوه بأربع نقاط هي رؤوسه



$$Tet = \left(\vec{p}_0 \quad \vec{p}_1 \quad \vec{p}_2 \quad \vec{p}_3\right)$$

أهميته: هو أصغر شكل ثلاثي البعد، وهو يكافئ المثلث في الفضاء ثنائي البعد. وبذلك يستعمل لتبسيط الأشكال الأكثر تعقيداً ومن ثَمَ تبسيط العمليات عليها.

رباعي الوجوه
المركز الهندسي

- نحصل على المركز الهندسي لرباعي الوجوه بالمعادلة التالية:

$$C(Tet) = \frac{1}{4}\left(\vec{p}_0 + \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3\right)$$

رباعي الوجوه
الحجم

- نحصل على حجم رباعي الوجوه بالمعادلة التالية:

مساحة القاعدة * الارتفاع/٣

رباعي الوجوه
الداخل والخارج

- بحل المعادلتين التاليتين معاً :

$$\vec{p} = a_0\vec{p}_0 + a_1\vec{p}_1 + a_2\vec{p}_2 + a_3\vec{p}_3 = 0$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

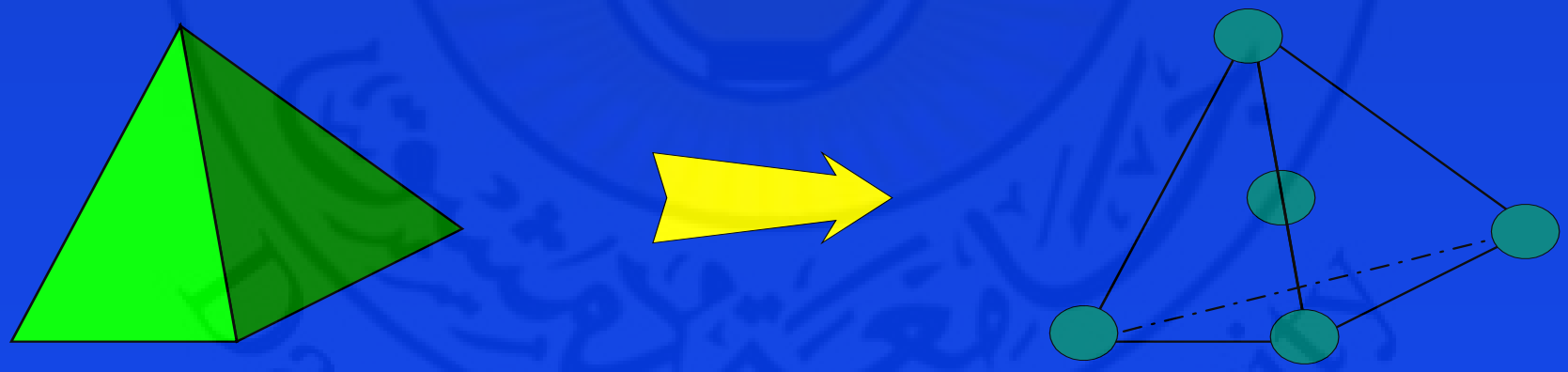
- تنتمي النقطة $\vec{p}$ إلى رباعي الوجوه إذا تحقق:

$$a_0 > 0 \,\&\, a_1 > 0 \,\&\, a_2 > 0 \,\&\, a_3 > 0$$

- أما إذا لم يتحقق هذا الشرط فتكون النقطة خارج رباعي الوجوه من جهة الوجه المقابل للرأس الذي أعطى معامله قيمة سالبة.

رباعي الوجوه
مصفوفة العطالة Inertial matrix

- نهدف إلى إيجاد مكافئ عطالي لرباعي الوجوه، أي مجموعة من النقاط تتساوى مصفوفة عطالتها مع مصفوفة عطالته مهما كان الموقع والتوجه.



رباعي الوجوه
مصفوفة العطالة Inertial matrix

- ولذلك فإن علينا حل المعادلات التالية:

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum (y_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum x * y * m_i & -\sum x * z * m_i \\ -\sum x * y * m_i & \sum (x_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum y * z * m_i \\ -\sum x * z * m_i & -\sum y * z * m_i & \sum (x_i^2 + y_i^2) * m_i \end{bmatrix}$$

$$\sum m_i = M, \sum m_i * P_i = M * P_c$$

رباعي الوجوه
مصفوفة العطالة Inertial matrix

- لهذه المعادلات عددٌ لا نهائي من الحلول، ولكنا نستطيع البحث عن حل تتواجد فيه النقاط على رؤوس رباعي الوجوه (لماذا؟) كما يكون عدد النقاط أصغرياً (لماذا؟)
- المعادلات التالية تعطي حلاً

$$m_i = \begin{cases} \frac{1}{20} M & vertex \\ \frac{4}{5} M & center \end{cases}$$

A. Joukhadar and C. Laugier. Dynamic Simulation: Model, Basic algorithms, and Optimization. in *Algorithms For Robotic Motion and Manipulation*. Jean-Paul Laumond and Mark Overmars, A.K. Peters Publisher, Wellesley (MA ،(USA (Chapter in the book (

النمذجة الهندسية

متعددات الوجوه

متعدد الوجوه Polyhedron

التمثيل: هنالك العديد من الطرق لتمثيل متعدد الوجوه أبسطها تمثيله بقائمة من الرؤوس وقائمة من الوجوه كما يلي:

V0=0,0,0
V1=0,0,1
V2=0,1,0
V3=1,0,0
…
F1=v0,v1,v2
F2=v0,v2,v3
…

هذا التمثيل بسيط وسهل القراءة ولكنه ليس أمثلياً

متعدد الوجوه Polyhedron
التمثيل الأمثلي

التمثيل الأمثلي هو التمثيل الذي يحقق أفضل نسبة بين استهلاك الذاكرة اللازمة لتخزين متعدد الوجوه وبين الزمن اللازم لتنفيذ الخوارزميات الرئيسية التي تسمح بالتجوال ضمنه أي التنقل من سمة ما (رأس أو ضلع أو وجه) إلى جواراتها.

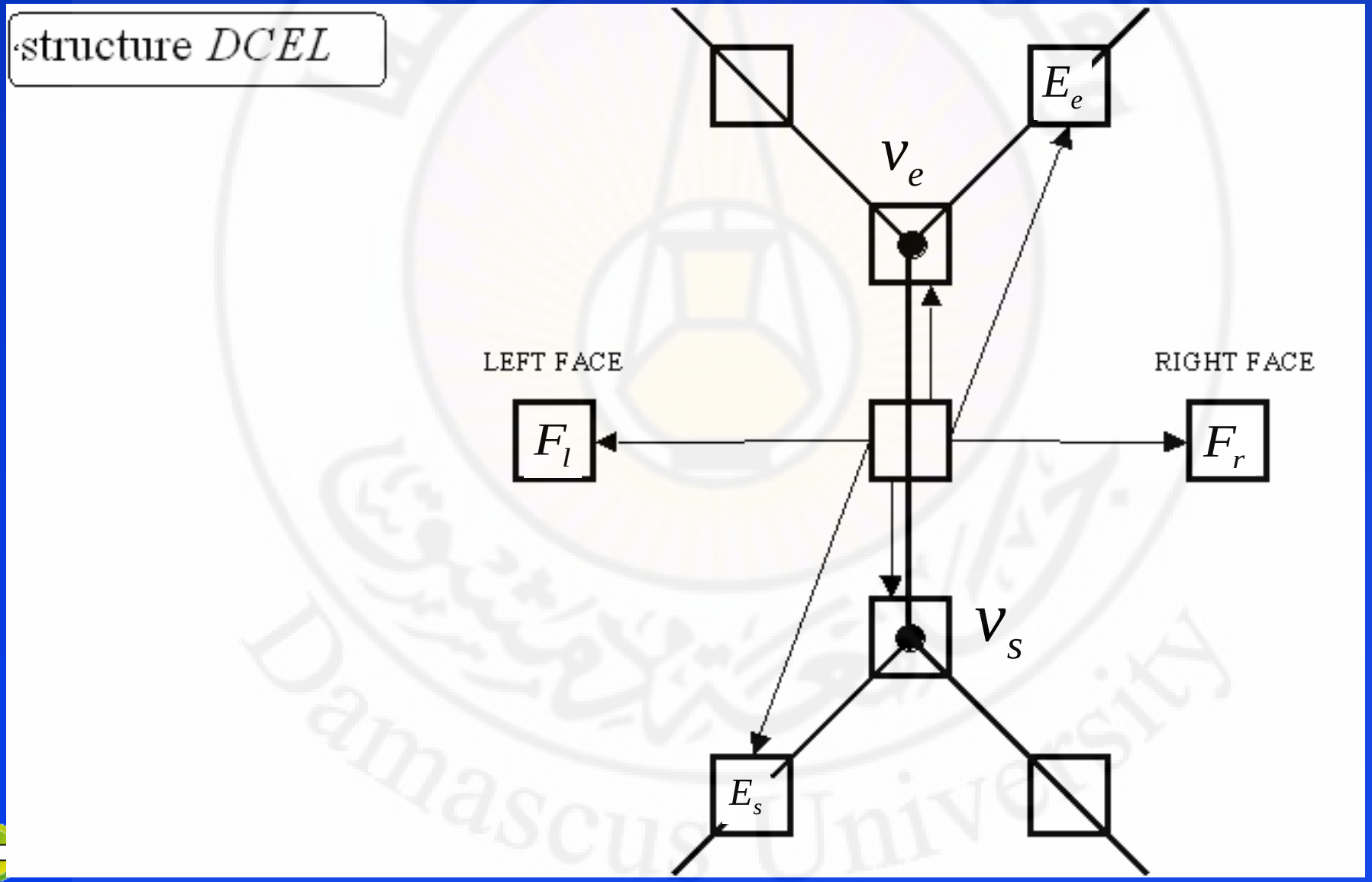
هذا التمثيل يعرف بـ DCEL، وهو مختصر لمصطلح:

DOUBLY CONNECTED EDGE LIST

التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط DCEL

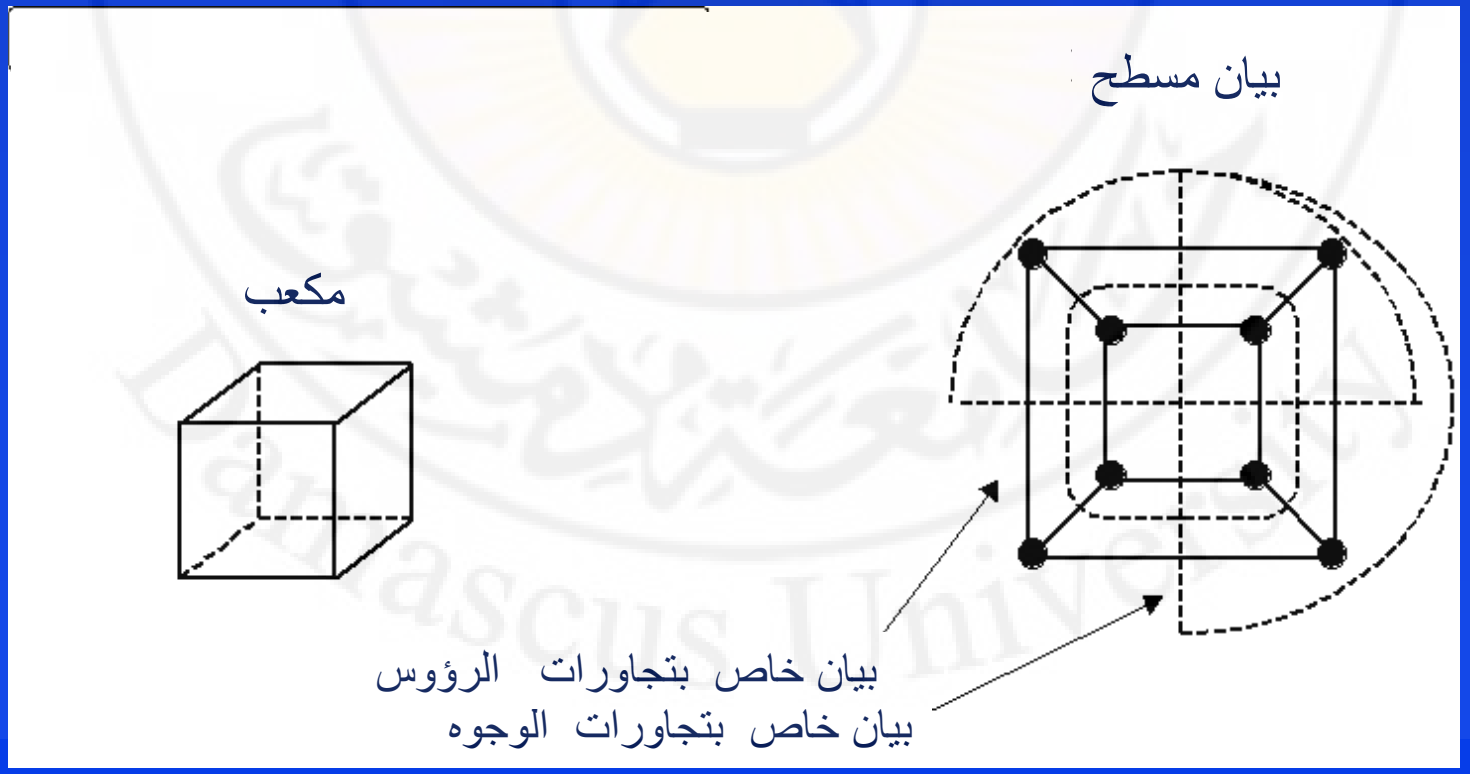
- هي طريقة لتمثيل متعددات الوجوه في الفراغ.
- وهي حل أمثل بين الذاكرة اللازمة لحفظ متعدد الوجوه وبين زمن الوصول إلى سماته الرئيسية من رؤوس وأضلاع ووجوه.
- لو أُعطينا سمةً ما فهذا التمثيل يسمح لنا بالوصول إلى جوارات هذه السمة بزمن ثابت.
- تستعمل هذه الطريقة ليس فقط لتمثيل متعددات الوجوه بل أيضاً لتمثيل السطوح المفتوحة وبذلك تصلح للاستعمال كصف أب لجميع الأشكال الهندسية.

التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط DCEL



التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط DCEL

- يأتي اسم الطريقة من كون كل ضلع مرتبط بضلعين آخرين.
- يمكن التعبير عن علاقات التجاور ببيان.
- في حالة متعدد وجوه بدون ثقوب وخاصة المحدب فإن هذا البيان يكون مسطحاً.



عمليات على التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط الرؤوس المجاورة لرأس v

١. نبدأ بالضلع المرتبط بهذا الرأس وليكن e

٢. إذا كان v هو رأس بداية الضلع e أضفنا رأس نهاية الضلع e إلى جوارت v وإلا أضفنا رأس النهاية إلى جوارات v.

٣. إذا كان v هو رأس بداية الضلع e انتقلنا إلى *الضلع الناتج عن الدوران حول بداية* e وإلا انتقلنا إلى *الضلع الآخر*

٤. نكرر المرحلة ٢-٣ حتى نعود إلى الضلع *الذي انطلقنا منه*

عمليات على التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط السطوح المجاورة لرأس

١. نبدأ بالضلع المرتبط بهذا الرأس وليكن **e**

٢. إذا كان **v** هو رأس بداية الضلع **e** أضفنا الوجه الأيمن للضلع **e** إلى جوارات **v** وإلا أضفنا الوجه الأيسر إلى جوارات **v**.

٣. إذا كان **v** هو رأس بداية الضلع **e** انتقلنا إلى *الضلع الناتج عن الدوران حول بداية* **e** وإلا انتقلنا إلى *الضلع الآخر*

٤. نكرر المرحلة ٢-٣ حتى نعود إلى الضلع *الذي انطلقنا منه*

عمليات على التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط
الأضلاع المجاورة لوجه

١. نبدأ بالضلع المرتبط بهذا الوجه وليكن e

٢. نضيف e إلى جوارات الوجه

٣. إذا كان الوجه يقع إلى يمين e انتقلنا إلى الضلع الناتج عن دوران e حول نهايته وإلا انتقلنا إلى الضلع الآخر

٤. نكرر المرحلة ٢-٣ حتى نعود إلى الضلع الذي انطلقنا منه

عمليات على التمثيل بقوائم الأضلاع مضاعفة الارتباط الوجوه المجاورة لوجه

١. نبدأ بالضلع المرتبط بهذا الوجه وليكن e

٢. إذا كان الوجه يقع إلى يمين e نضيف يسار e إلى جوارات الوجه وإلا نضيف الوجه الأيمن

٣. إذا كان الوجه يقع *إلى يمين* e انتقلنا إلى *الضلع الناتج عن دوران* e *حول نهايته* وإلا انتقلنا إلى *الضلع الآخر*

٤. نكرر المرحلة ٢-٣ حتى نعود إلى الضلع *الذي* انطلقنا منه

النمذجة الهندسية
العمليات على متعددات الوجوه

العمليات على متعددات الوجوه
المساحة

- وتساوي مجموع مساحات الوجوه المشكلة لسطحه الخارجي
- كل وجه منها هو عبارة عن مضلع يمكن حساب مساحته كما راينا سابقاً

العمليات على متعددات الوجوه
الحجم

- كما هو حال المضلعات فإن حساب حجم متعدد الوجوه يتطلب تقطيعه إلى مجموعة من رباعيات الوجوه
- لا حاجة لأن يشكل هذا التقطيع رصفاً لمتعدد الوجوه
- يمكن أن يتم هذا التقطيع بوصل سطوح متعدد الوجوه المثلثة إلى نقطة ما من الفراغ
- نعتبر حجم رباعي الوجوه موجباً إذا وقع إلى جهة الداخل بالنسبة إلى الوجه المثلث
- ونعتبره سالباً إذا تحقق العكس

العمليات على متعددات الوجوه
الحجم

وهذا يقودنا إلى المعادلة التالية:

$$V(poly) = \sum_{i=0}^{n_f} V(Tet_i) * sign(Tet_i)$$

$$Tet_i = (\vec{p} \quad S_i)$$

$$sign(Tet_i) = \vec{n}.(\vec{p} - \vec{p}_s) < 0$$

حيث $\vec{n}$ هي الناظم على السطح S_i والمتجه نحو خارج متعدد السطوح وحيث P_s نقطة من هذا السطح

العمليات على متعددات الوجوه
المركز الهندسي

المركز الهندسي لمتعدد الوجوه هو الوسطي الجبري الموزون لرباعيات الوجوه موزونة بحجم كل منها.

وهذا يقودنا إلى المعادلةالتالية:

$$C(poly) = \frac{1}{V(poly)} \sum_{i=0}^{n_s} C(Tet_i) * V(Tet_i) * sign(Tet_i)$$

العمليات على متعددات الوجوه
مصفوفة العطالة

مصفوفة العطالة لمتعدد الوجوه هي مجموع جبري لمصفوفات العطالة لرباعيات الوجوه.

وهذا يقودنا إلى المعادلة التالية:

$$I(poly) = \sum_{i=0}^{n_s} I(Tet_i) * sign(Tet_i)$$

العمليات على متعددات الوجوه
المسافة

تعرف المسافة بين جسمين كما يلي:

$$d(C_A, C_B) = \begin{cases} \min\{|x-y|\} : x \in C_A, y \in C_B \} \\ \min\{|z| : z \in C_A \Theta C_B \} \end{cases}$$

$$C_A \Theta C_B = \{z : z = x - y, x \in C_A, y \in C_B\}$$

هنالك العديد من الخوارزميات التي تسمح بحساب عملي لهذه المسافة سندرسها لاحقاً

النمذجة الهندسية

إعادة التقطيع

الرصف و التقطيع

- التقطيع هو تحويل شكل هندسي ثنائي البعد إلى مكافئ تقريبي من المثلثات المتجاورة، أو تحويل شكل هندسي ثلاثي البعد إلى مكافئ من رباعيات الوجوه.
- يهدف هذا التقطيع إلى تحويل الشكل إلى أشكال أبسط نستطيع تطبيق العمليات الأساسية عليها، مما يبسط تحقيق الخوارزميات المختلفة من إظهار ومعالجة وحساب مسافة، إلخ
- الحد الأدنى للتقطيع هو ما يسمح بالتعرف على الشكل الهندسي

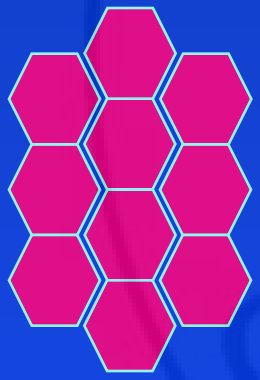
الرصف و التقطيع

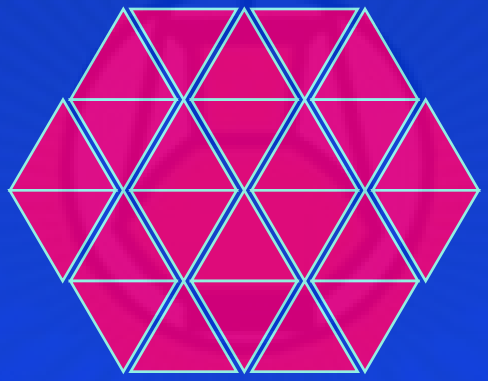
- قد نحتاج لتقطيع أكثر لنستطيع تمثيل التشوه ولزوم بعض الخوارزميات الأساسية (قابلية التشوه مثلاً)
- يمكن أن يكون التقطيع منتظماً بأشكال منتظمة أو توافقي
- يجب أن يكون التقطيع توافقياً لأن التقطيع المنتظم يحتاج لحجم ذاكرة كبيرة ويتسبب بأخطاء نسبية كبيرة.

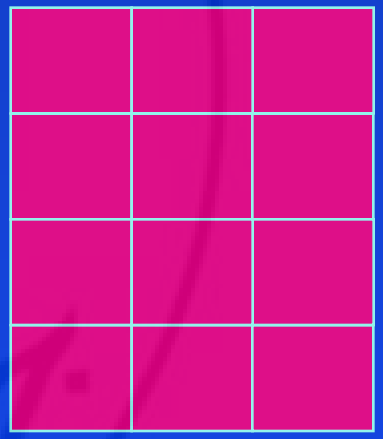
التقطيع المنتظم

- ويجري باستعمال شكل منتظم مثل المثلث أو المربع أو المثمن أو غيرها من الأشكال المنتظمة التي تسمح بالحصول على رصف كامل دون فراغات
- من سيئات هذا التقطيع أن الشكل المقطع لا يقترب من الشكل الأساسي إلا باستعمال عدد كبير من الأشكال الأولية مما يجعله مستهلكاً للزمن والذاكرة

أمثلة عن التقطيع المنتظم

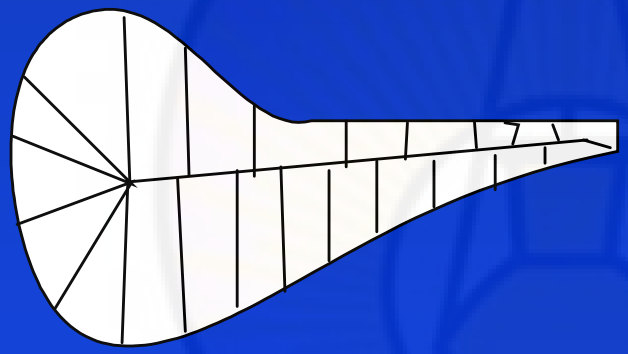






التقطيع بطريقة الهيكل (Skeleton)

التقطيع



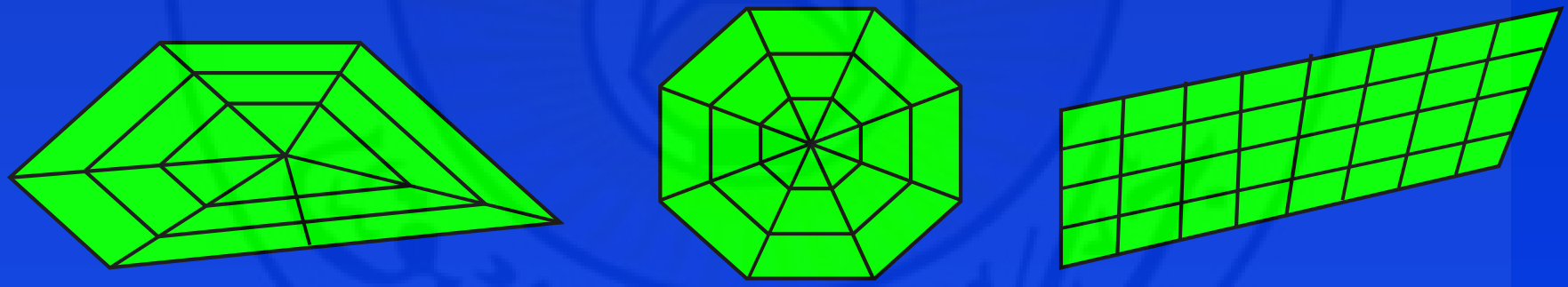
- تقوم الطريقة على إيجاد هيكل الشكل الهندسي وهو مجموعة النقاط المتساوية البعد عن حواف الشكل الهندسي
- من ثم نصل نقاط الهيكل إلى محيطه لنحصل على إعادة تقطيع للشكل

إعادة التقطيع بانتشار الموجة

- تعتمد هذه الطريقة على نشر موجة منتظمة من محيط الشكل إلى مركزه الهندسي ومن ثم مقاطعة هذه الموجة مع المستقيمات التي تنطلق من المركز الهندسي للشكل إلى نقاط مختارة من محيطه
- تعمل هذه الطريقة بشكل جيد مع الأشكال المحدبة
- تتميز بأنها تحافظ على محاور تناظر الشكل
- هي طريقة وسيطية تمكننا من التحكم بدقة إعادة التقطيع المطلوبة

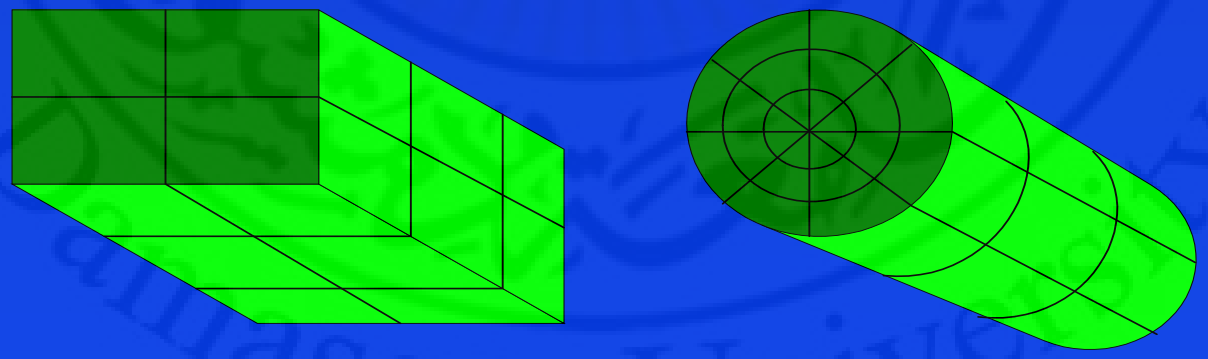
أمثلة عن إعادة التقطيع بانتشار الموجة

مثال ثنائي البعد عن انتشار الموجة

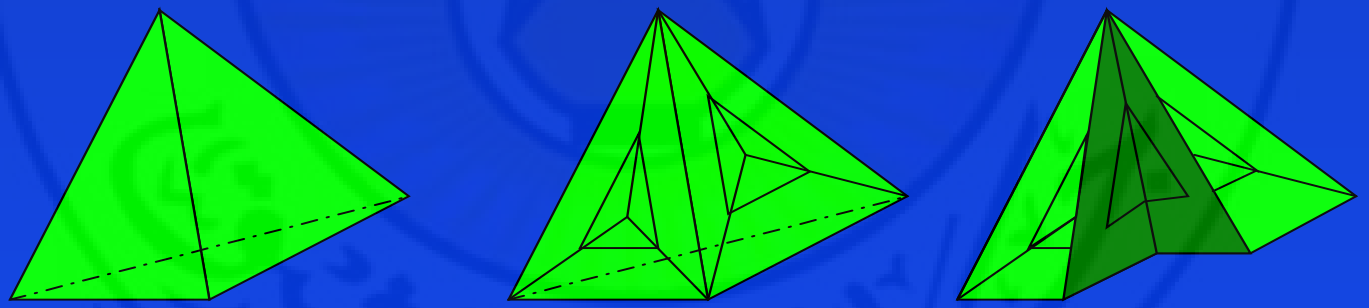


أمثلة عن إعادة التقطيع بانتشار الموجة

- في هذا المثال جرى أولاً إعادة تقطيع السطحين الطرفيين بطريقة انتشار الموجة
- ثم جرى نشر موجة أخرى بين السطحين
- ومن ثم مقاطعة الموجتين



أمثلة عن إعادة التقطيع بانتشار الموجة

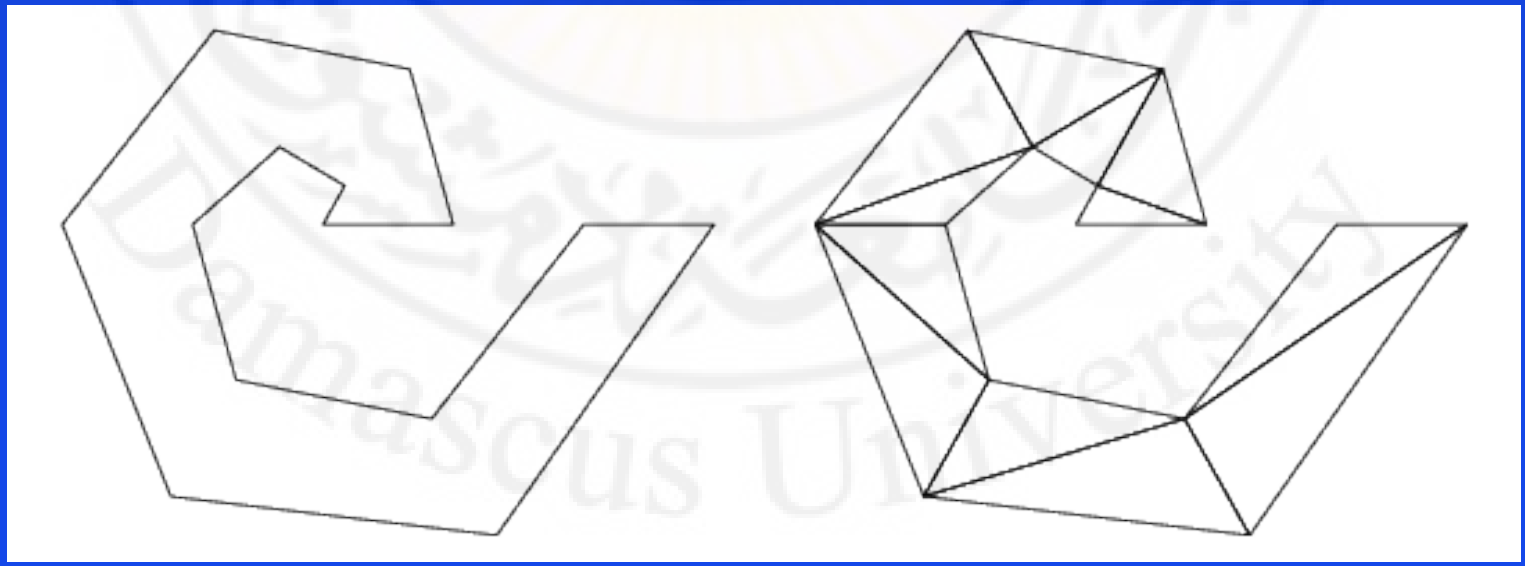


النمذجة الهندسية

التقسيم إلى مثلثات Triangulation

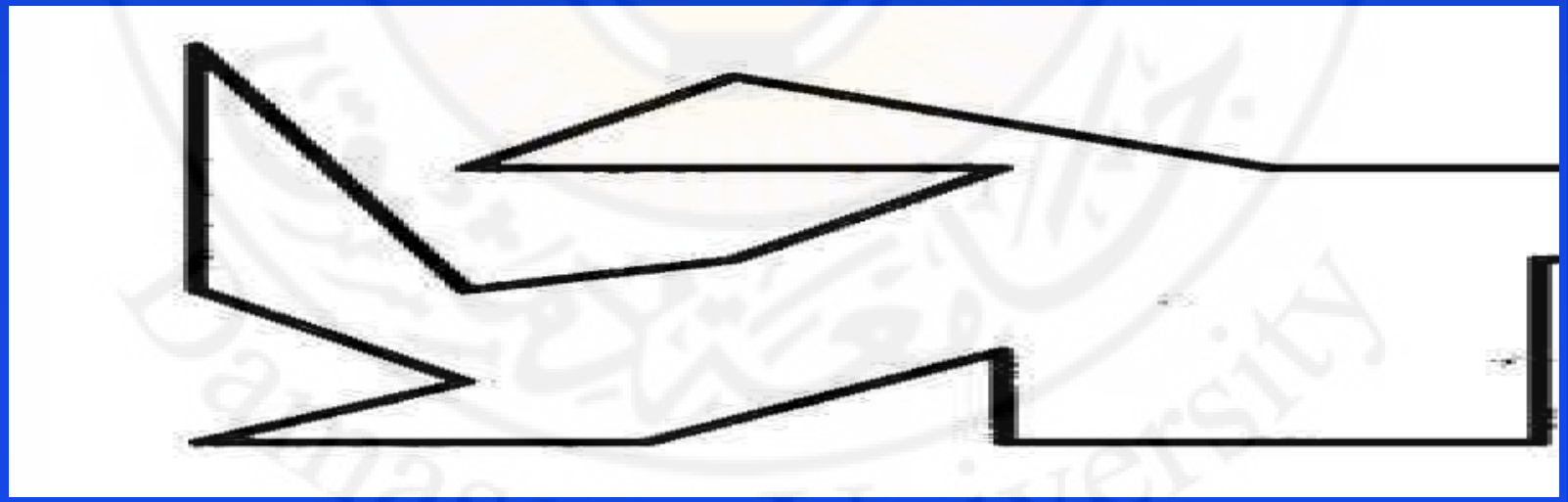
التقسيم إلى مثلثات Triangulation

- هو تقسيم مضلع مستو إلى مثلثات، وتتم غالباً بوضع قيد يقضي بأن جميع أضلاع المثلثات مشتركة كلياً بين مثلثين متجاورين.
- أُثبِتَ في عام ١٩٢٥ أن بالإمكان تقسيم أي مضلع مستو إلى مثلثات، ولكن ذلك قد يتطلب عدداً غير منته من المثلثات (Francis & Weeks 1999)
- يسمى السطح الذي يتضمن تقسيمه عدداً منتهياً من المثلثات سطحاً متراصاً compact surface



التقسيم إلى مثلثات Triangulation

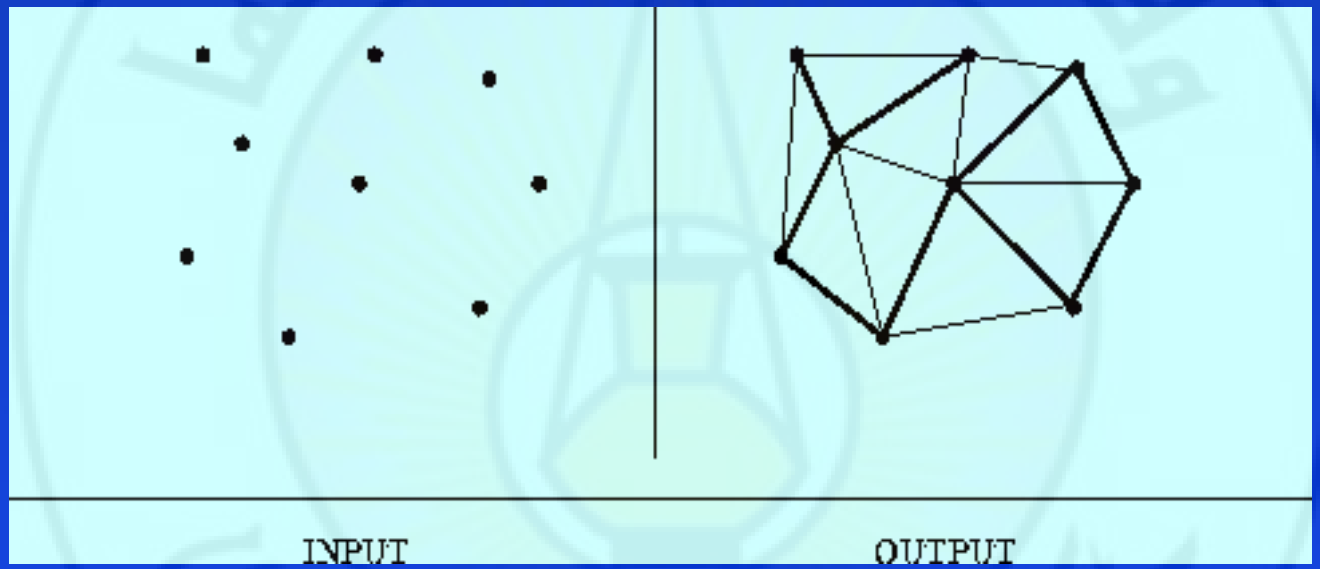
- تقسيم مضلع بسيط P : تجزئة P إلى مثلثات باستخدام مجموعة عظمى من الأقطار غير المتقاطعة
- القطر : هو قطعة مستقيمة تصل بين رأسين من P ويقع داخل P
- عادة يمكن التقسيم إلى مثلثات بأكثر من طريقة



التقسيم إلى مثلثات Triangulation

- يعتبر التقسيم مسألة أساسية في البيانيات الحاسوبية؛ حيث أن المرحلة الأولى من معالجة أغراضٍ معقدة هي تقسيمها إلى أغراض أبسط

التقسيم إلى مثلثات Triangulation



- بافتراض أن الدخل هو مجموعة من النقاط (أو مضلع ما)، فإن الخرج المطلوب سيكون تجزئة داخل مجموعة النقاط هذه (أو المضلع) إلى مثلثات
- أبسط الأغراض الهندسية هي مثلثات triangles في الفضاء ثنائي البعد، ورباعيات الوجوه tetrahedra في الفضاء ثلاثي البعد

التقسيم إلى مثلثات – تطبيقات

التحليل باستخدام العناصر المنتهية Finite element analysis والبيانيات الحاسوبية

استيفاء التوابع والسطوح:

- لنفترض أننا قمنا بتقطيع ارتفاع جبل بعدد محدد من النقاط. كيف نقدر الارتفاع في أية نقطة q من المستوي؟
- بإسقاط النقاط على المستوي، ثم إنشاء المثلثات الموافقة، تجزء عملية التقسيم إلى مثلثات المستوي إلى مناطق.
- في المستوي، تجري عملية التقسيم إلى مثلثات بإضافة الأوتار غير المتقاطعة بين الرؤوس حتى يصبح من غير الممكن إضافة أوتار أخرى
- يمكننا عندئذ تقدير ارتفاع q بإجراء استيفاء بين النقاط الثلاثة للمثلث الذي يحويها
- إضافة إلى ذلك، تُعرّف عملية التقسيم إلى مثلثات هذه وقيم الارتفاع الموافقة سطح جبل للتصيير الواقعي البياني

التقسيم إلى مثلثات – تطبيقات

- هناك عدد من التقنيات التي يمكن استخدامها لاستيفاء السطوح، أي تقدير الارتفاع في نقطة عند إعطاء ارتفاعات العينات المجاورة.

- من هذه الطرق الشائعة
  - استيفاء الجوار الطبيعي natural neighbor interpolation
  - رقع السطوح surface patches،
  - السطوح من الدرجة الثانية quadratic surfaces،
  - الاستيفاء كثيري الحدود polynomial interpolation،
  - اسيتفاء سبلاين spline interpolation،
  - التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

التقسيم إلى مثلثات – تطبيقات

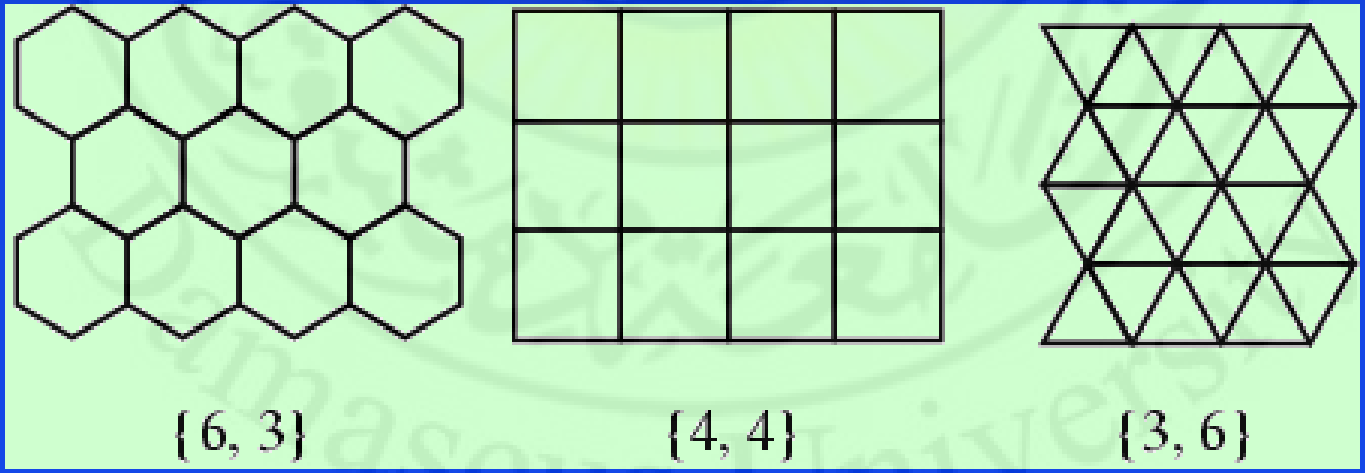
بعض هذه الاستيفاءات ضروري لعرض معطيات تجريبية، مثل:

- نمذجة تضاريس الأراضي، حيث يتم الحصول على عينات الارتفاع من عمليات المسح.
- الأرصاد الجوية حيث يجري تجميع المعطيات من محطات الطقس
- التخطيط الإقليمي باستخدام مراكز جمع المعطيات
- توليد الشبكة mesh generation للتحليل باستخدام العناصر المنتهية finite element analysis

الرصف Tessellation

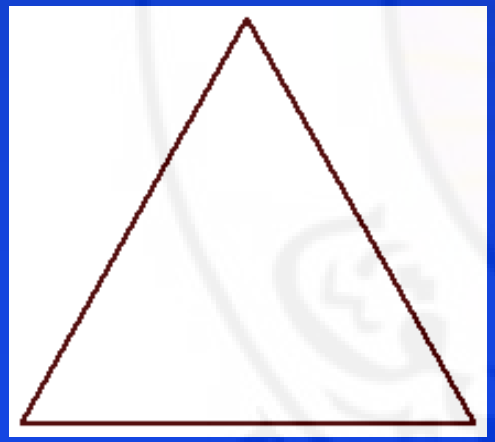
إكساء بقطع منتظمة من :

- المضلعات polygons في الفضاء ثنائي البعد
- متعددات الوجوه polyhedra في الفضاء ثلاثي البعد
- ....

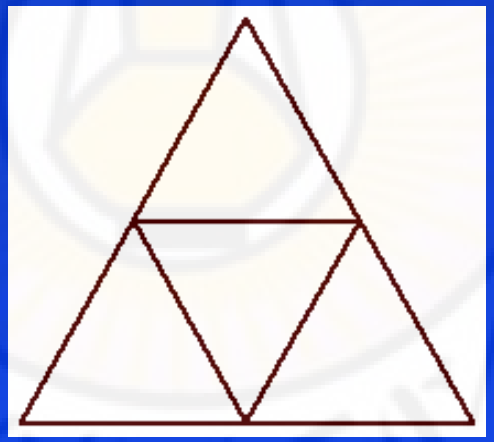


تقسيم المثلثات إلى مثلثات

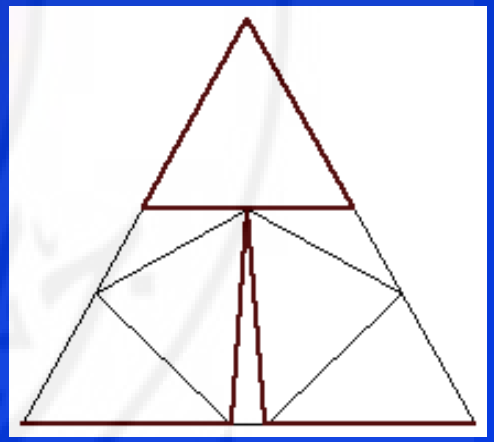
فيما يلي بعض المثلثات (التي طول ضلعها s) والتي يمكن تقسيمها إلى n مثلث، طول ضلع كل منها لا يتجاوز ١ .
(الخطوط الغامقة تبين أضلاعاً طولها ١)



s = 1 (بديهي)



s = 2 (بديهي)



s=(5 + √13) / 4 = 2.151+
وجدها Erich Friedman
في عام ١٩٩٨

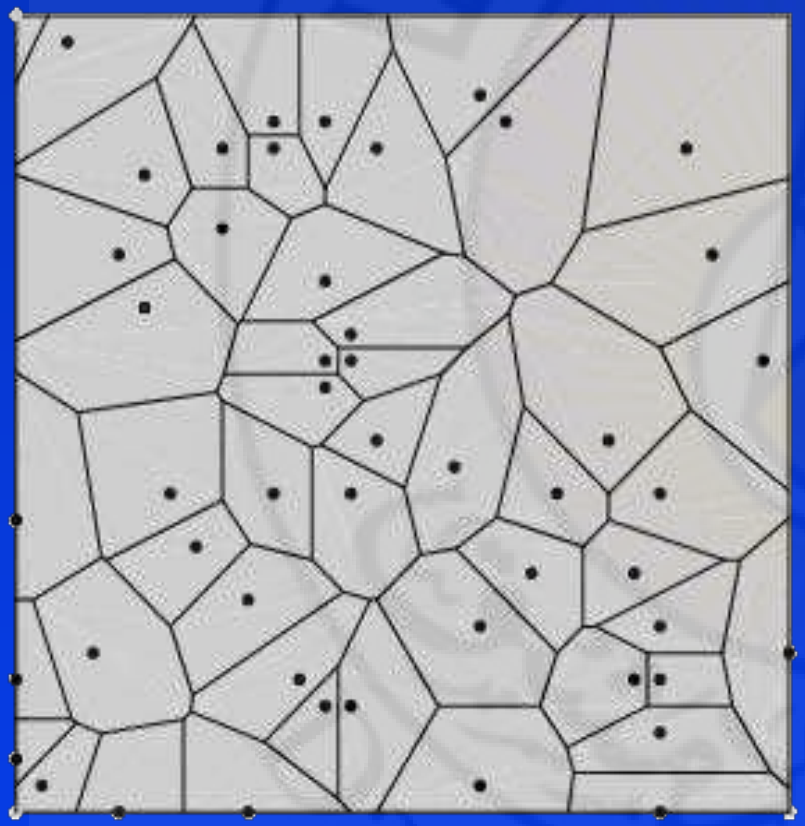
يمكن الاطلاع على طرائق أخرى لتقسيم المثلث إلى مثلثات في الموقع التالي:

http://www.stetson.edu/~efriedma/triang/

النمذجة الهندسية

الرصف Tessellation

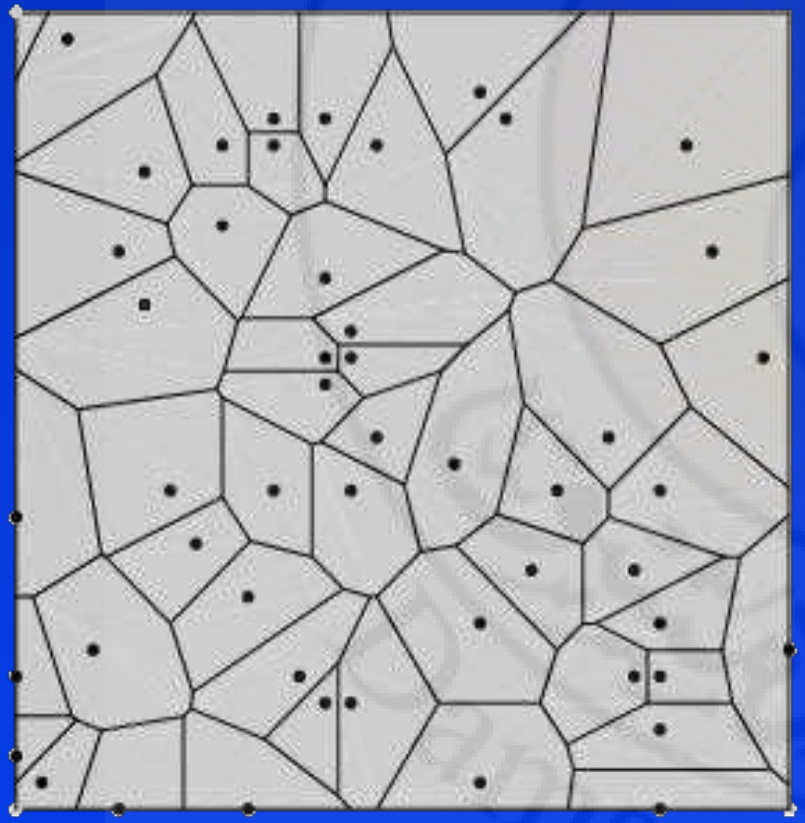
مخططات Voronoi



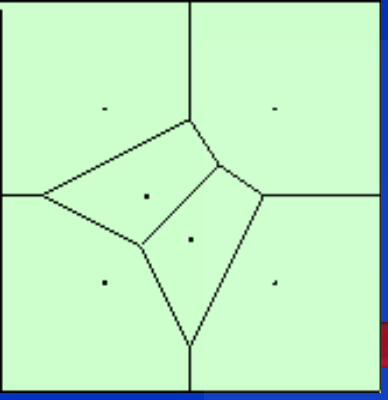
- تعريف: تجزئة مستو فيه نقاط إلى مضلعات محدبة بحيث يتضمن المضلع نقطة مولدة واحدة، وبحيث أن كل نقطة في مضلع معطى هي أقرب إلى نقطتها المولدة من أية نقطة مولدة أخرى
- تسمى الخلايا أيضاً:
  - Thiessen polytopes
  - Dirichlet regions
  - Voronoi polygons

مخططات Voronoi

http://www.angelfire.com/mt/ofolives/DotPlacer.html



- ضع مجموعة من النقاط على الشاشة في صفحة الوب المعطاة.
- يجري رسم مخطط Voronoi حسب موقع هذه النقاط.
- إذا قمت بتحريك هذه النقاط يتغير الشكل بالطريقة الموافقة.



مخططات *Voronoi*

ما هو مخطط Voronoi في R^d ؟

ليكن لدينا مجموعة S من n نقطة في R^d ، يعرّف مخطط Voronoi على أنه تجزئة R^d إلى n منطقة متعددات وجوه *vo(p)* حيث p تنتمي إلى S. تُعَرّف كل منطقة *vo(p)* ، والتي تسمى خلية Voronoi من p، على أنها مجموعة النقاط R^d التي هي أقرب إلى p من أية نقطة أخرى في S، أو بصورة أخرى،

$$vo(p) = \{x \in R^d | dist(x,p) \leq dist(x,q) \quad \forall q \in S - p\},$$

حيث *dist* هو تابع المسافة الإقليدية Euclidean distance function

مخططات Voronoi - تطبيقات

تستخدم مخططات Voronoi في الحالات التي تتطلب تقسيم الفضاء إلى "كرات تأثير":

- مطابقة الأشكال والسطوح ثلاثية البعد
- تطبيقات Voronoi Tessellations في تشخيص الخلايا السرطانية
- إعادة بناء معطيات جيولوجية باستخدام مخططات Voronoi ثلاثية البعد
- استخراج الهيكل والحدود المحيطية
- محاكاة خزانات النفط
- .
- .

التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

- من بين جميع طرق التقسيم إلى مثلثات، فإن طريقة Delaunay في التقسيم تعطي أقصر مجموع لأطوال الأضلاع
- إن ناتج تقسيم Delaunay يكافئ عصب الخلايا في مخطط Voronoi، أي أن تقسيم المغلف المحدب للنقاط في المخطط الذي فيه كل circumcircle لمثلث هو دائرة فارغة
- إن طريقة delaunay للتقسيم إلى مثلثات ومخططات Voronoi هما طريقتان متناظرتان dual في R^2 .

التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

http://www.angelfire.com/mt/ofolives/DotPlacer.html

- ضع عدداً من النقاط على الشاشة في الموقع السابق. يجري رسم ناتج طريقة Delaunay للتقسيم إلى مثلثات. إذا جرى تحريك النقاط، يجري تعديل الشكل بما يتوافق مع التعديلات.

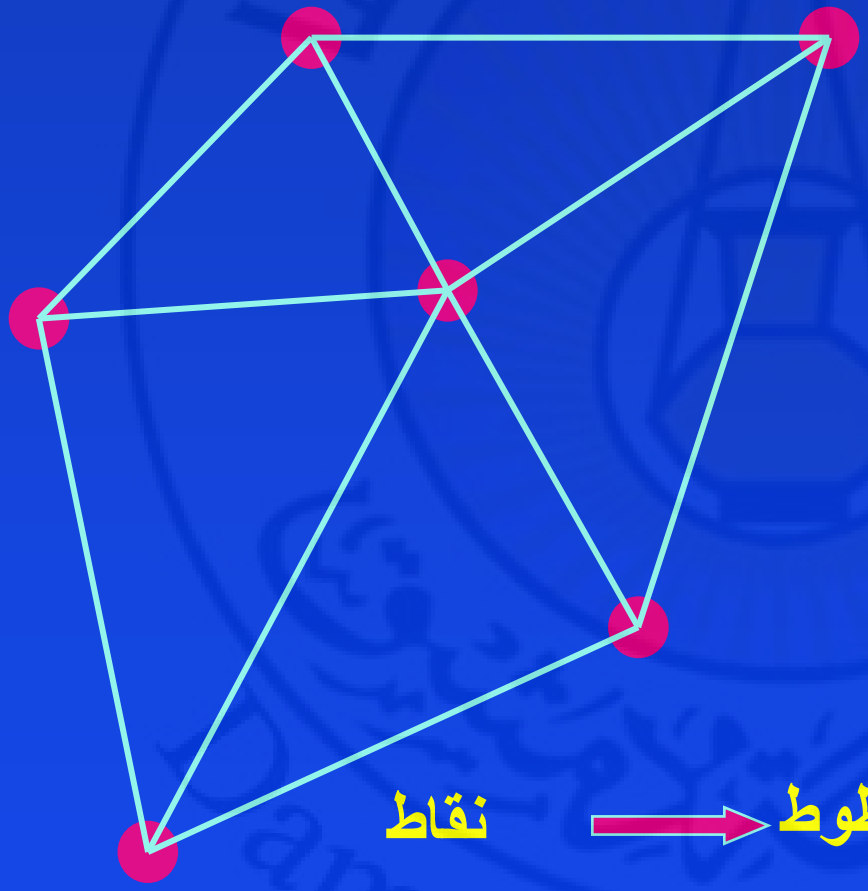
التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay
خوارزمية بسيطة

- لتكن P مجموعة من النقاط في المستوي، و C المغلف المحدب للنقاط
- ارسم خطوطاً مستقيمة (غير متقاطعة فيما بينها) من النقاط في الداخل إلى النقاط على حدود المغلف المحدب (أو إلى باقي النقاط)، حتى يجري تقسيم المغلف المحدب إلى مجموعة من المضلعات، التي رؤوسها هي عناصر P.
- بعد ذلك، إذا كان أي من المضلعات ليس مثلثاً، اقسمها إلى مثلثات برسم خطوط إضافية بين رؤوس المضلعات. هذا سينتج التقسيم المطلوب إلى مثلثات

النمذجة الهندسية

التقسيم إلى مثلثات Triangulation

Mesh of Triangles شبكة المثلثات



المثلث هو المضلع الوحيد الذي يبقى دائماً مستوياً في الفضاء ثلاثي البعد

نقاط ⟶ خطوط ⟶ سطوح

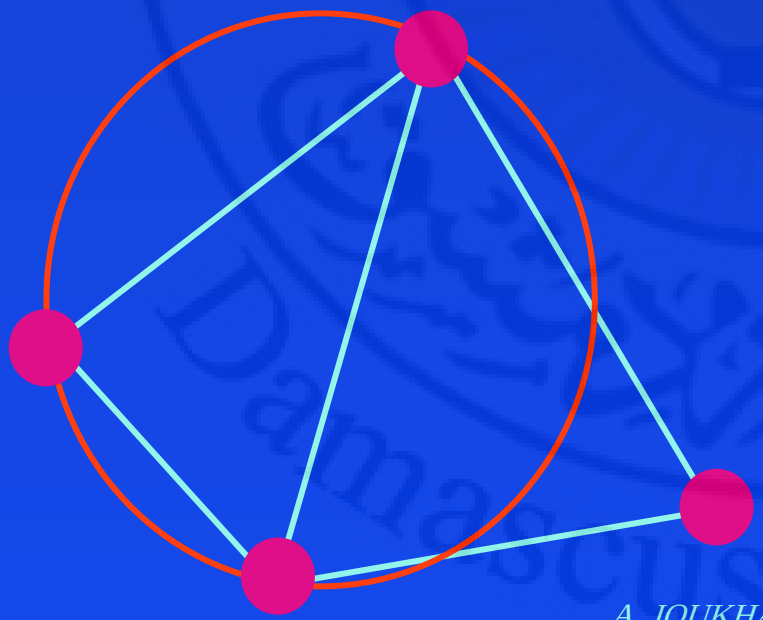
خواص التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

- إن الدائرة المحيطة circumcircle بكل مثلث لا تحتوي أية نقطة أخرى
- كل خط متضمن أيضاً في دائرة ما لا تتضمن أية نقطة أخرى
- هذا التقسيم إلى مثلثات يجعل قيمة الزاوية الصغرى الموجودة في أي مثلث أعظمية نسبة لباقي طرائق التقسيم.
- ناتج هذا التقسيم إلى مثلثات وحيد... إلا في حالة وقوع ٤ نقاط أو أكثر على دائرة واحدة. يمكن تجنب ذلك بترتيب النقاط وتعريف التالية بحيث تكون خارج الدائرة المعرفة بالنقاط السابقة. لذلك نفترض أن هذه الحالة لا تحدث.

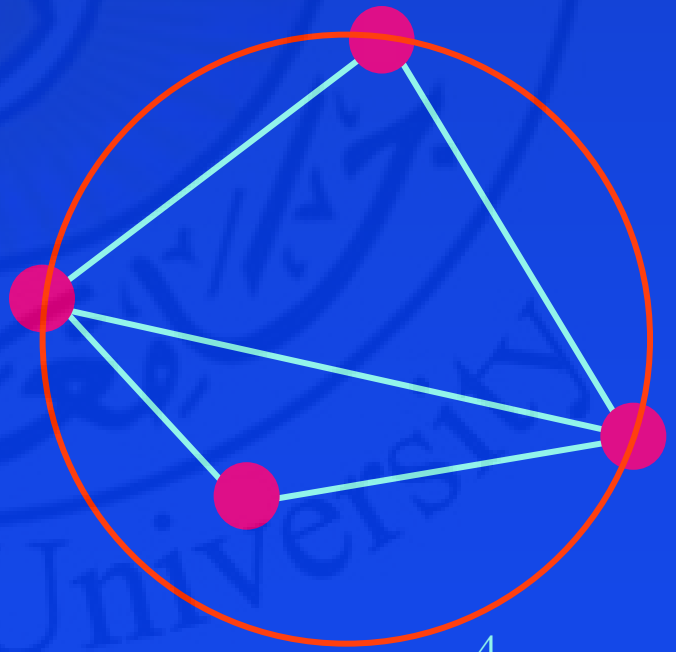
التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

- تجعل قيمة زاوية المثلث الداخلية الصغرى أعظمية
- ليس هناك نقاط متوضعة ضمن الدائرة المحيطة بالمثلث **circumcircle**

Yes

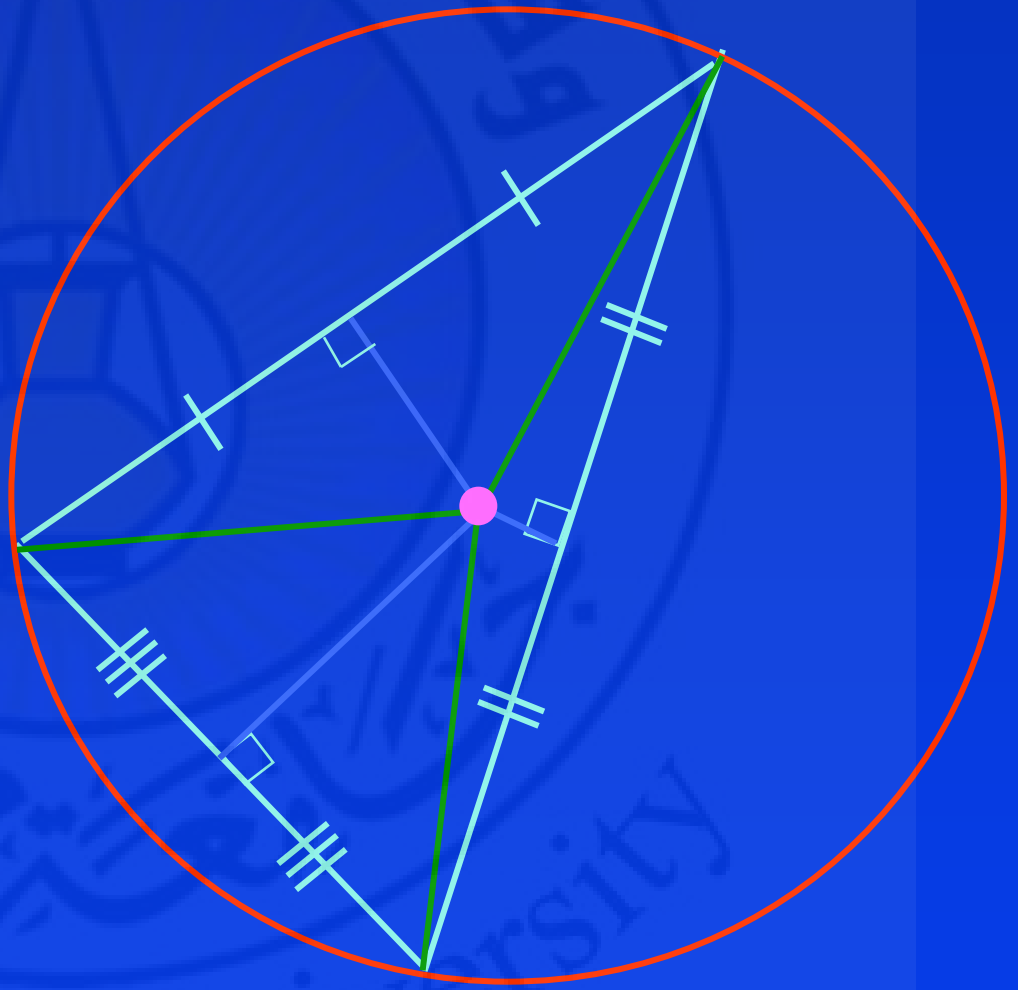


No



التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay
الدائرة المحيطة بالمثلث

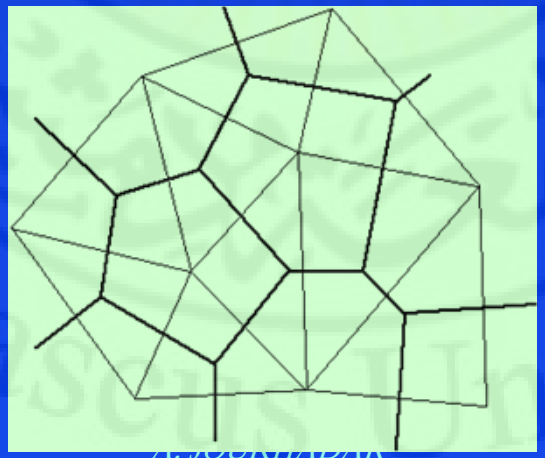
- ارسم المستقيم العمودي على كل ضلع من أضلاع المثلث انطلاقاً من النقطة الممثلة لمنتصفه
- نقطة تقاطع هذه المستقيمات هي مركزالدائرة المحيطة بالمثلث Circumcircle
- تتساوى أنصاف الأقطار ابتداء من المركز



التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

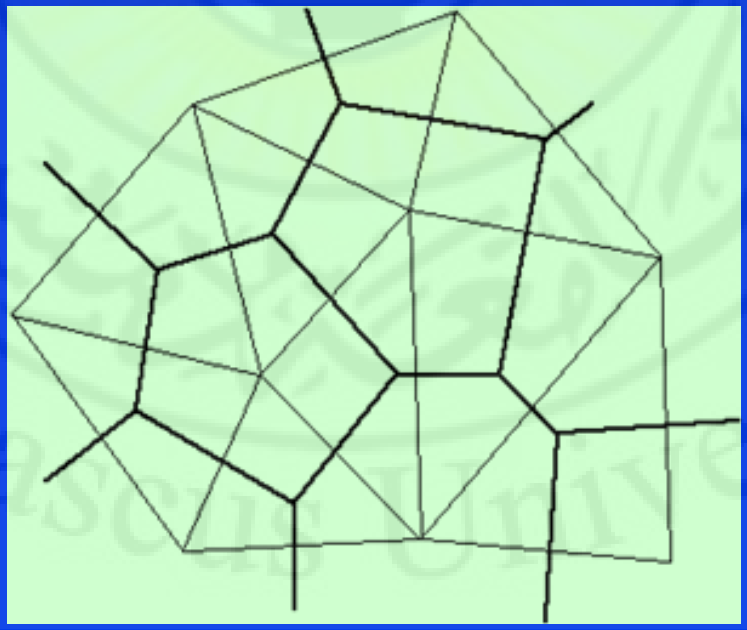
يجري إنشاء المثلثات بطريقة Delaunay بوصل جميع النقاط المولدة التي تشترك بضلع من بلاطة

- عمليات الرصف Tessellations تقوم بفصل المستوي إلى عدد من المناطق المضلعية تسمى بلاطات
- داخل كل بلاطة نقطة عينة تسمى النقطة المولدة. جميع النقاط الأخرى داخل البلاطة المضلعة أقرب إلى النقطة المولدة منها إلى أية نقطة أخرى



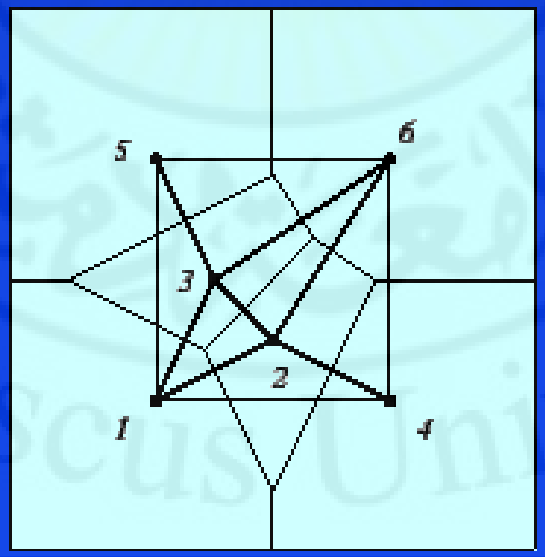
التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay

- نرى هنا مثلثات delaunay (الخطوط الرفيعة) والرصف بالمضلعات بطريقة Dirichlet Tessellations (الخطوط الغامقة) لتسع نقاط مولدة.
- أضلاع المثلث هي المنصفات العمودية على أضلاع البلاطة
- النقاط داخل البلاطة أقرب إلى النقطة المولدة للبلاطة منها إلى أية نقطة مولدة أخرى

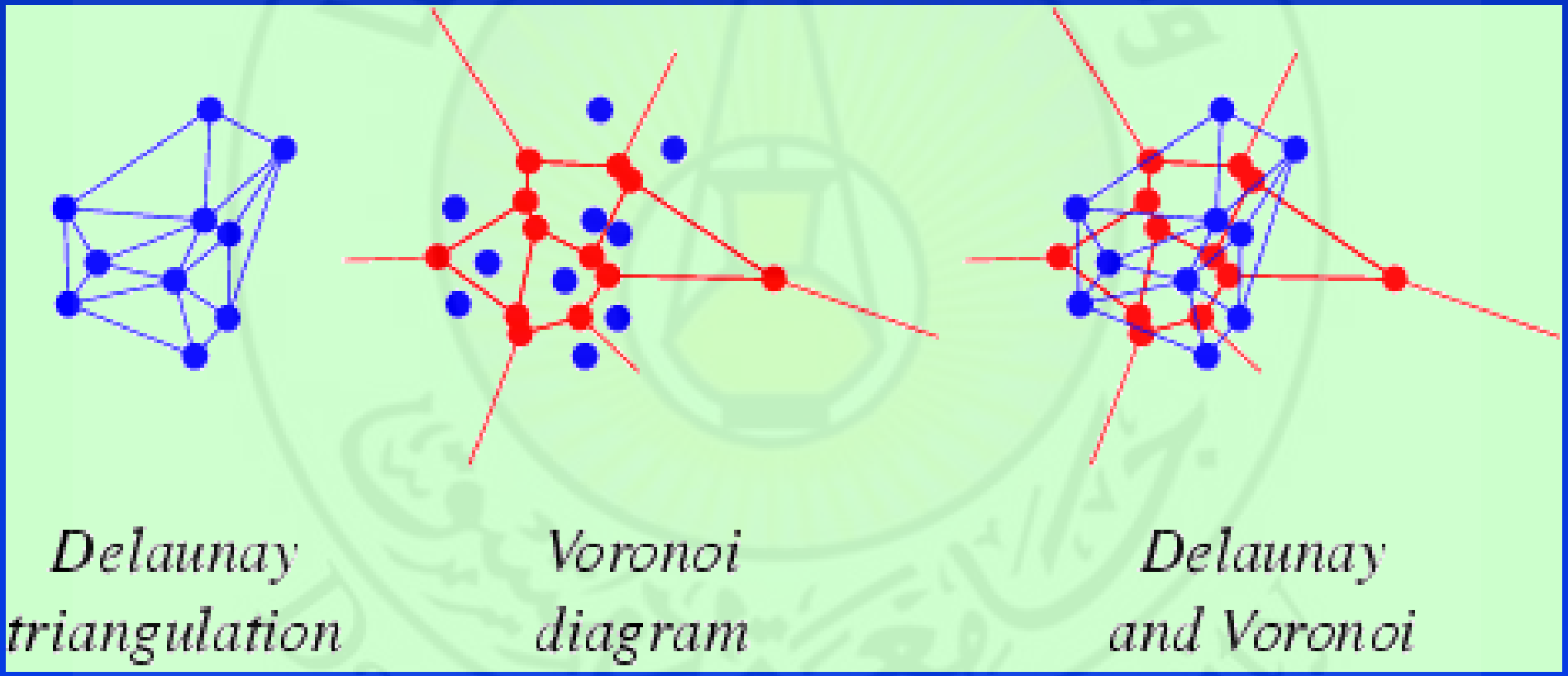


ما هو التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay في R^d؟

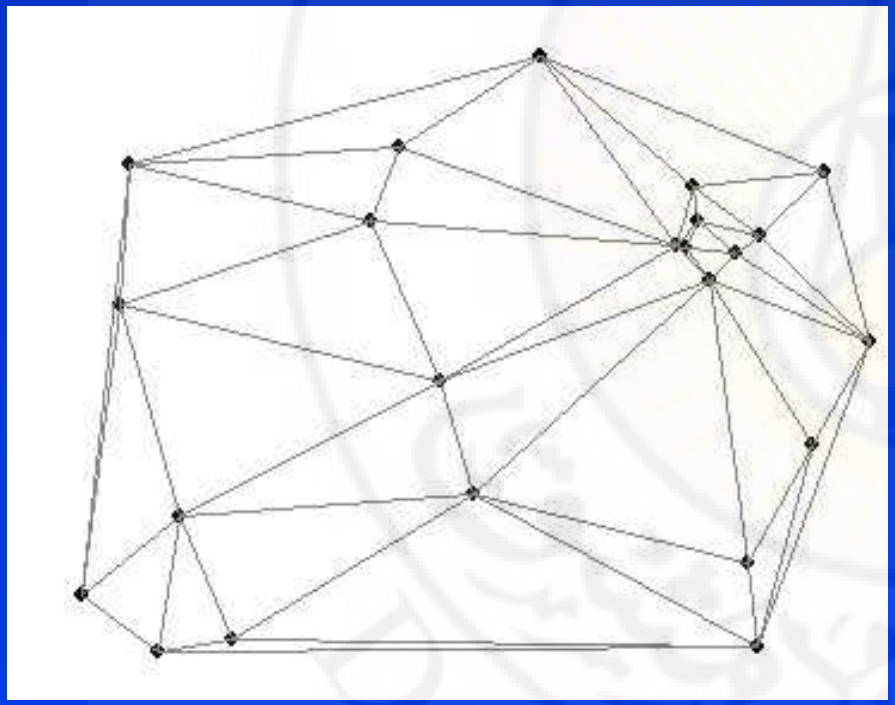
- لتكن S مجموعة من n نقطة في R^d.
- المغلف المحدب $conv(nb(S, v))$ لأقرب مجموعة مجاورات لرأس Voronoi يسمى خلية Delaunay الخاصة بـ v.
- تقسيم Delaunay لمجموعة النقاط S هو تجزئة المغلف المحدب $conv(S)$ إلى خلايا Delaunay لرؤوس Voronoi مع وجوهها.

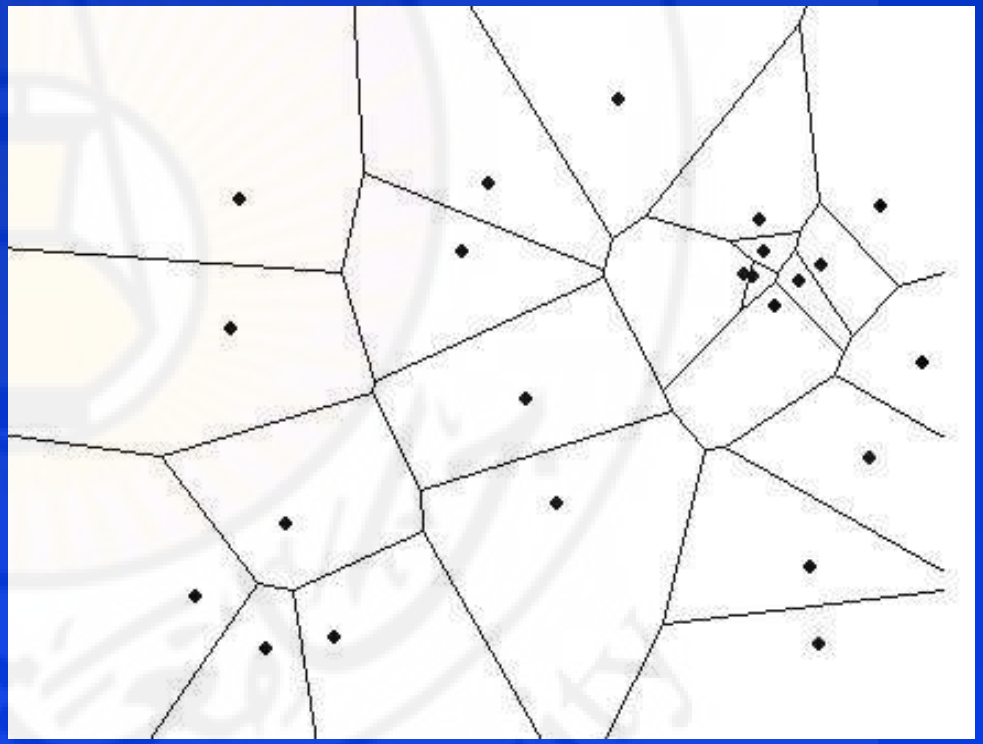


طريقة Delaunay ومخططات Voronoi



طريقة Delaunay ومخططات Voronoi





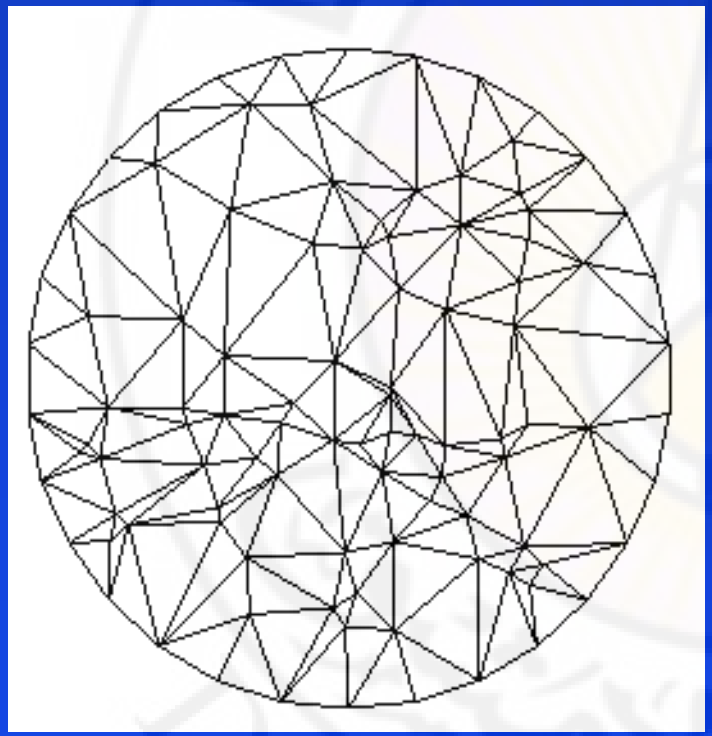
النمذجة الهندسية

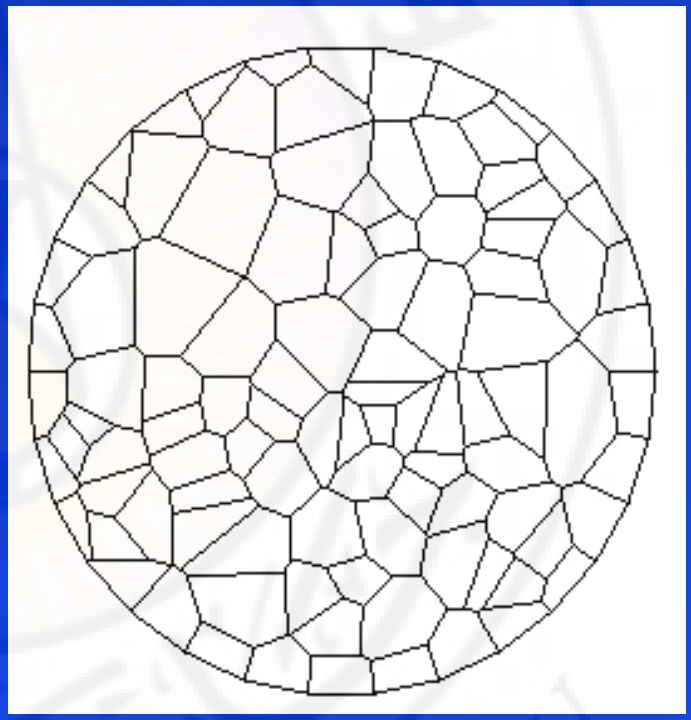
مقارنة الرصف و التقسيم إلى مثلثات

طريقة Delaunay ومخططات Voronoi

مخطط Voronoi لمجموعة نقاط P هو قسم من المستوي يتصف بأن كل خلية Voronoi لرأس p يتضمن جميع المواقع التي هي أقرب إلى p من أي رأس آخر في P. تسمى الرؤوس P أيضاً مولدات Voronoi. كل ضلع من خلية Voronoi هو منصف للوصلة من p إلى الخلية المجاورة. كل تقاطع لأضلاع Voronoi ينتمي إلى ثلاث خلايا Voronoi على الأقل وهو مركز الدائرة المارة بمولدات هذه الخلايا الثلاثة. هذه الرؤوس الثلاث تمثل مثلث Delaunay.

طريقة Delaunay ومخططات Voronoi





مخطط Voronoi و التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay
لمجموعة نقاط مؤلفة من مئة رأس.

عروض لطريقة Delaunay ومخططات Voronoi

مواقع فيها عروض Demos (قابلة للتحميل)

Demo on Delaunay triangulation-
http://www.cgal.org/demos_frame.html

Demo on Regular triangulation-
http://www.cgal.org/demos_frame.html

مواقع عروض:

Delaunay triangulation Applet-
http://goanna.cs.rmit.edu.au/~gl/research/comp_geom/delaunay/delaunay.html

عروض لطريقة Delaunay ومخططات Voronoi

مواقع عروض:

Voronoi/Delaunay applet- http://www.csie.ntu.edu.tw/~b5506061/voronoi/Voronoi.html

Voronoi/Delaunay applet- http://svr-www.eng.cam.ac.uk/~gmt11/4f9_demos/VoroGlide/VoronoiAppletUnbuffered.html

Voronoi/Delaunay applet with **Animation**- http://www.cs.biu.ac.il/~zultia/applets/CAD/delaunay%20+%20voronoi/Delaunay+voronoi.HTM

Voronoi/Delaunay applet- http://www.ulg.ac.be/ltas-cao/info_etud/delaunay/delaunay.html

تقسيم Delaunay في الفضائين 2D و3D

http://www.gris.uni-tuebingen.de/gris/proj/dt/dteng.html

- يعرض الموقع السابق ملفات فيديوية لبعض الخوارزميات المنفذة في الفضائين الثنائي والثلاثي البعد، ومقارنة لهذه الخوارزميات في كل من الفضائين
- يتضمن التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay في الفضاء ثلاثي البعد كل متعدد وجوه رؤوسه من مجموعة نقاط الدخل، وبحيث لا يوجد أية نقطة دخل على محيط الكرة المحيطية circumsphere الخاصة به أو في داخلها.
- في الفضاء الثلاثي البعد، لا يضمن استخدام طريقة Delaunay في التقسيم إلى مثلثات متعددات وجوه ذات شكل جيد

http://www.cs.berkeley.edu/~jrs/stab.html

التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay - تطبيقات

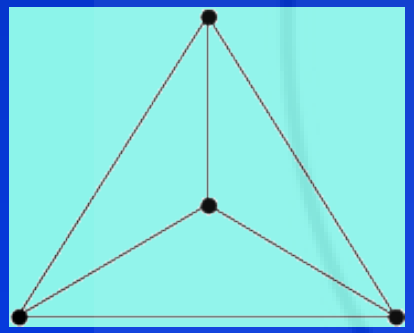
- محاكاة تطور الكريستال
- علم المعادن (فحص الخلطات المعدنية)
- علم رسم الخرائط، تخطيط المدن
- حوسبة مسائل الجوار (الهندسة الحسابية computational geometry)
- توليد الشبكة لطرائق العناصر المنتهية، إظهار السطوح، إلخ
- تطبيقات خوارزميات Delaunay في الفضاء الثلاثي الأبعاد في النمذجة المتعلقة بالعلوم الجعرافية

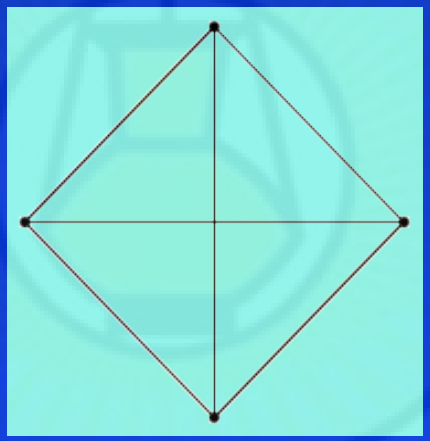
التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay - تطبيقات

- يستخدم D. Cubanski and D. Cyganski طرائق استيفاء معتمدة على 10-D Delaunay لاكتشاف اضطرابات نبضات القلب من نتائج تخطيط القلب
- استخدام التقسيم إلى مثلثات بطريقة Delaunay لاستيفاء المعطيات
- استخراج الهيكل والحواف
- النمذجة الفراغية بشبكات Delaunay
- الهندسة الإحصائية لبنية البروتين
- إظهار نماذج فراغية 3D لتراكيب من الآثار

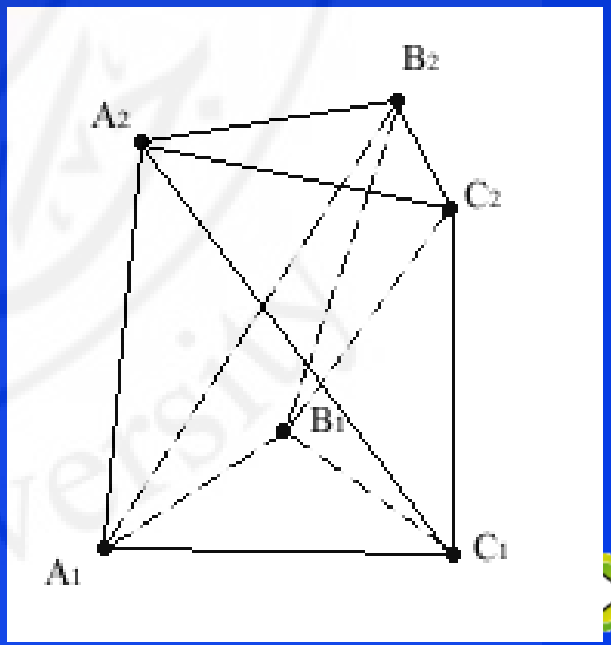
متعدد الوجوه Tetrahedron

متعدد الوجوه القياسي، هو مجسم مثالي له أربعة رؤوس متعدد وجوه، ستة أضلاع متعدد وجوه، وأربعة وجوه مثلثية متساوية الأضلاع.









التقسيم إلى متعددات وجوه Tetrahedralization



- مكافئ عملية التقسيم إلى مثلثات في الفضاء الثلاثي الأبعاد
- يجري تقسيم متعدد قمم polytope إلى متعددات وجوه tetrahedra غير متداخلة، بحيث تكون رؤوس متعددات الوجوه هي رؤوس متعدد الوجوه المحدب الأساسي
- قد لا يكون من الممكن دائماً إجراء عملية التقسيم إلى متعددات وجوه دون إضافة رؤوس إضافية

التقسيم إلى متعددات وجوه Tetrahedralization

- وهي تجزئة مجال الدخل، أي مجموعة من النقاط أو متعدد وجوه، إلى مجموعة من متعددات الأضلاع، تمس بعضها البعض بالوجوه المشتركة (رؤوس، أضلاع، أو مثلثات)

- أكثر تعقيداً من عملية التقسيم إلى مثلثات.

مراجع

http://www.stetson.edu/~efriedma/triang/

http://www2.toki.or.id/book/AlgDesignManual/BOOK/BOOK4/NODE186.HTM

http://www.angelfire.com/mt/ofolives/DPdelauney.html

http://mathworld.wolfram.com/

http://www.ifor.math.ethz.ch/~fukuda/polyfaq/polyfaq.html

http://tecfa.unige.ch/perso/staf/nova/blog/2003/10/14/voronoi-and-delauney/

http://www.ics.uci.edu/~eppstein/geom.html

مراجع

http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/modelling/triangulate/

http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/line-arr-dt.html

http://www.gris.uni-tuebingen.de/gris/proj/dt/dteng.html

http://groups.csail.mit.edu/graphics/classes/6.838/F01/lectures/PolygonTriangulation/index.html

http://www.cs.berkeley.edu/~jrs/stab.html

http://www.cg.tuwien.ac.at/studentwork/CESCG/CESCG97/medvid/#Fifth

مدخل إلى النمذجة الديناميكية

مدخـل

تهدف المحاكيات الديناميكية إلى حساب حركة الأجسام واصطداماتها وتشوهاتها بتأثير القوى المؤثرة عليها.



مدخل

- هنالك العديد من تطبيقات المحاكاة الديناميكية في مجالات مختلفة:

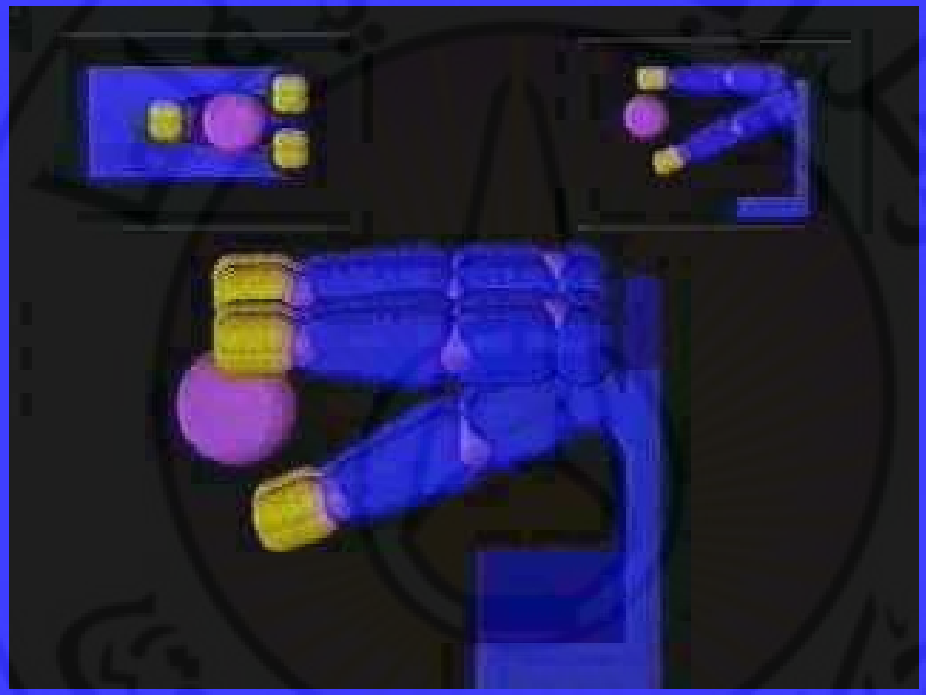
  - الربوطية
  - البيانيات الحاسوبية
  - المجالات الطبية.

أمثلـــة



استعمال المحاكاة الديناميكية في توليد التأثيرات الخاصة على الصور

أمثلـــة



استعمال المحاكاة الديناميكية في محاكاة الإمساك بيد آلية

أمثلـــة



استعمال المحاكاة الديناميكية في
محاكاة التدخل بالتصوير بالأمواج الصوتية

تقنيات أساسية في المحاكاة الديناميكية

النموذج / خصائص	نموذج الجسم الصلب	العناصر المنتهية	نظام الجزيئات	أنظمة النابض/مخمد
التشـوه	✗	✓	✓	✓
الحركـة	✓	✗	✓	✓
الأداء	✓	✗	✗	✓
الدقـة	✓	✓	✓	✓

الأداء: هو السرعة في الحصول على نتيجة المحاكاة

الدقـة: هي قرب النتائج من السلوك الحقيقي للأغراض

تقنيات أساسية في المحاكاة الديناميكية

النموذج / خصائص	نموذج الجسم الصلب
التشـوه	✗
الحركـة	✓
الأداء	✓
الدقـة	✓

لا يسمح هذا النموذج بمحاكاة التشوهات ولكنه يعطي الحركة بأداء جيد جداً وبدقة عالية وبذلك فهو يصلح ضمن هذه الشروط للاستعمال في تطبيقات الزمن الحقيقي

تقنيات أساسية في المحاكاة الديناميكية

النموذج / خصائص	العناصر المنتهية
التشـوه	✓
الحركـة	✗
الأداء	✗
الدقـة	✓

العناصر المنتهية هي نموذج حديث نسبياً وواسع الانتشار ولديه القدرة على محاكاة التشوهات بدقة ولكنه ضعيف الأداء ويحتاج لزمن حساب طويل نسبياً.

تقنيات أساسية في المحاكاة الديناميكية

النموذج / خصائص	نظام الجزيئات
التشـوه	✓
الحركـة	✓
الأداء	✗
الدقـة	✓

يقوم نظام الجزيئات على تمثيل الجسم بمجموعة من الجزيئات وعلى محاكاة قوة الجذب والدفع بين الجزيئات مما يسمح بتوليد الحركة والتشوه ولكن بدرجة تعقيد تربيعية وبدقة متوسطة.

تقنيات أساسية في المحاكاة الديناميكية

النموذج / خصائص	أنظمة النابض/مخمد
التشـوه	✓
الحركـة	✓
الأداء	✓
الدقـة	✓

يقوم هذا النظام على تمثيل الجسم بمجموعة من الجزيئات مرتبطة بعدد من النوابض والمخمدات.
يتميز عن نظام الجزيئات بكون الجزيء يتفاعل فقط مع جواراته مما يحسن من الأداء ولكنه لا يسمح بمحاكاة حركة السوائل على سبيل المثال

دمج النماذج الديناميكية

دمج النماذج

لما كانت النماذج المختلفة مصممة للتعامل مع حالات خاصة فإن تمثيل غرض غير متجانس يتطلب نماذج مركبة:

- يُستعمل نموذج الأجسام الصلبة للجزء الصلب من الغرض
- ويُستعمل نموذج النابض للأجزاء محدودة المرونة
- ويُستعمل نموذج العناصر المنتهية للأجزاء الوظيفية الحساسة والقابلة للتشوه
- ويُستعمل نموذج الجزيئات للسوائل والمعجون.

دمج النماذج الأساسية

- نحتاج لتجريد مفهوم النموذج لدمج هذا النماذج
- ما هي عناصر التجريد؟
  - تجريد الأغراض
  - تجريد التفاعل بين الأغراض

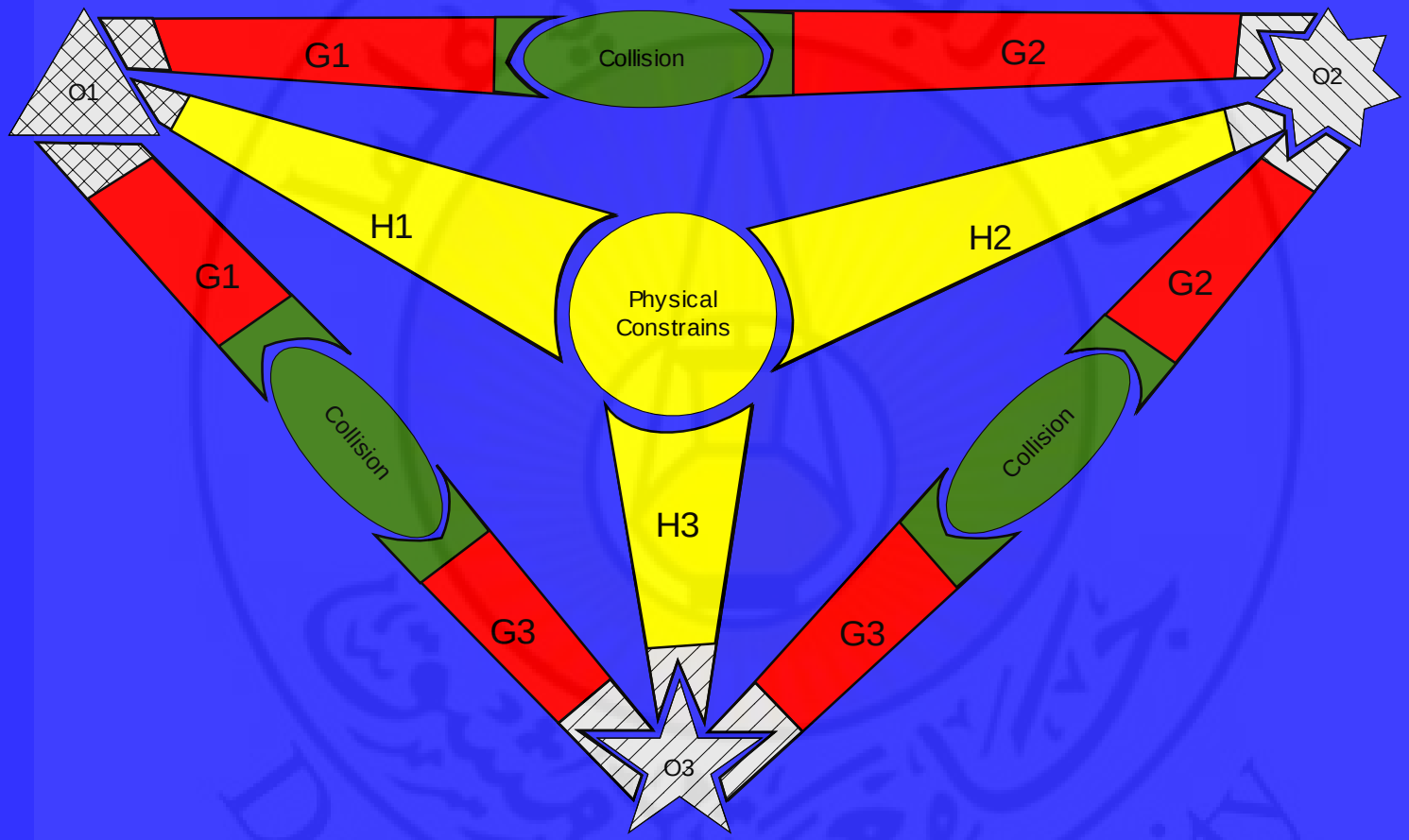
تجريد الأغراض

- النموذج الهندسي
- النموذج الديناميكي
- النموذج السلوكي

تجريد التفاعل بين الأغراض

- اصطدام
- احتكاك
- تجاذب
- قيود

بنيان توضيحي لدمج النماذج الأساسية



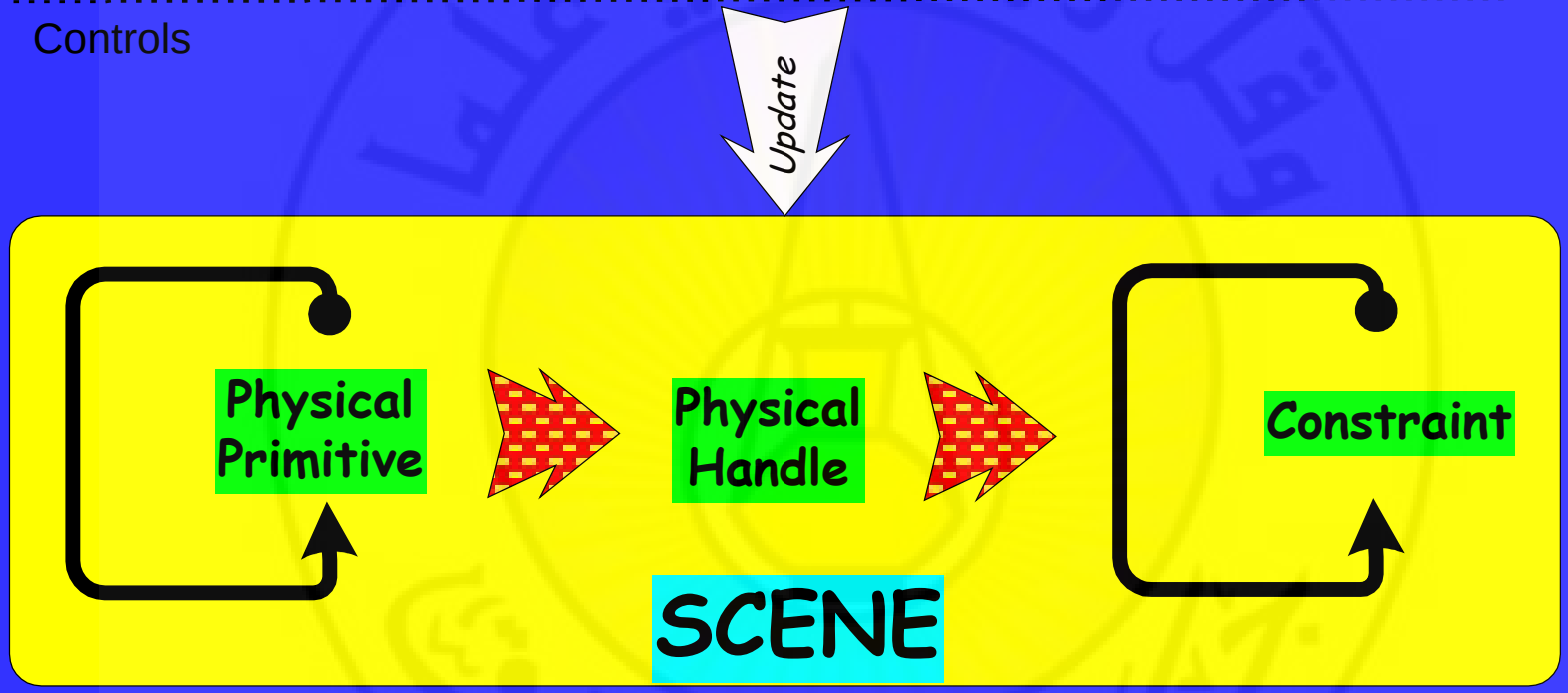
Oi: الغرض i

Gi: نموذج هندسي i

Hi: واجهة ربط مع القيود المطبقة على الأغراض

البنية العامة لمشهد ديناميكي

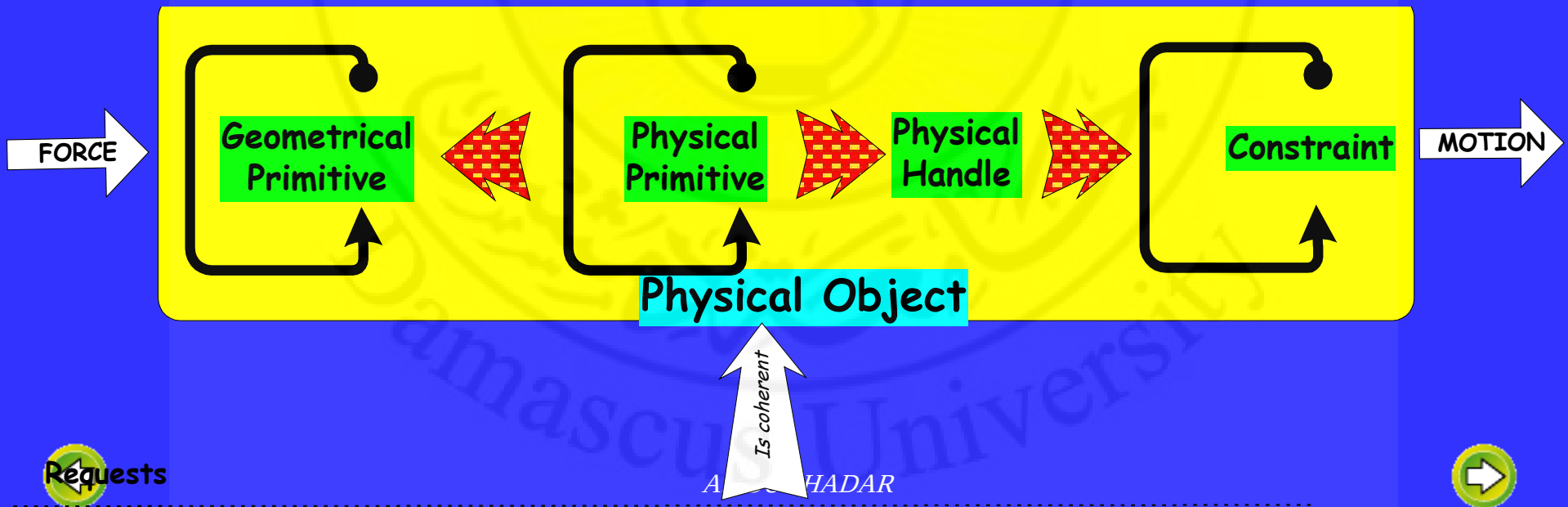
Controls



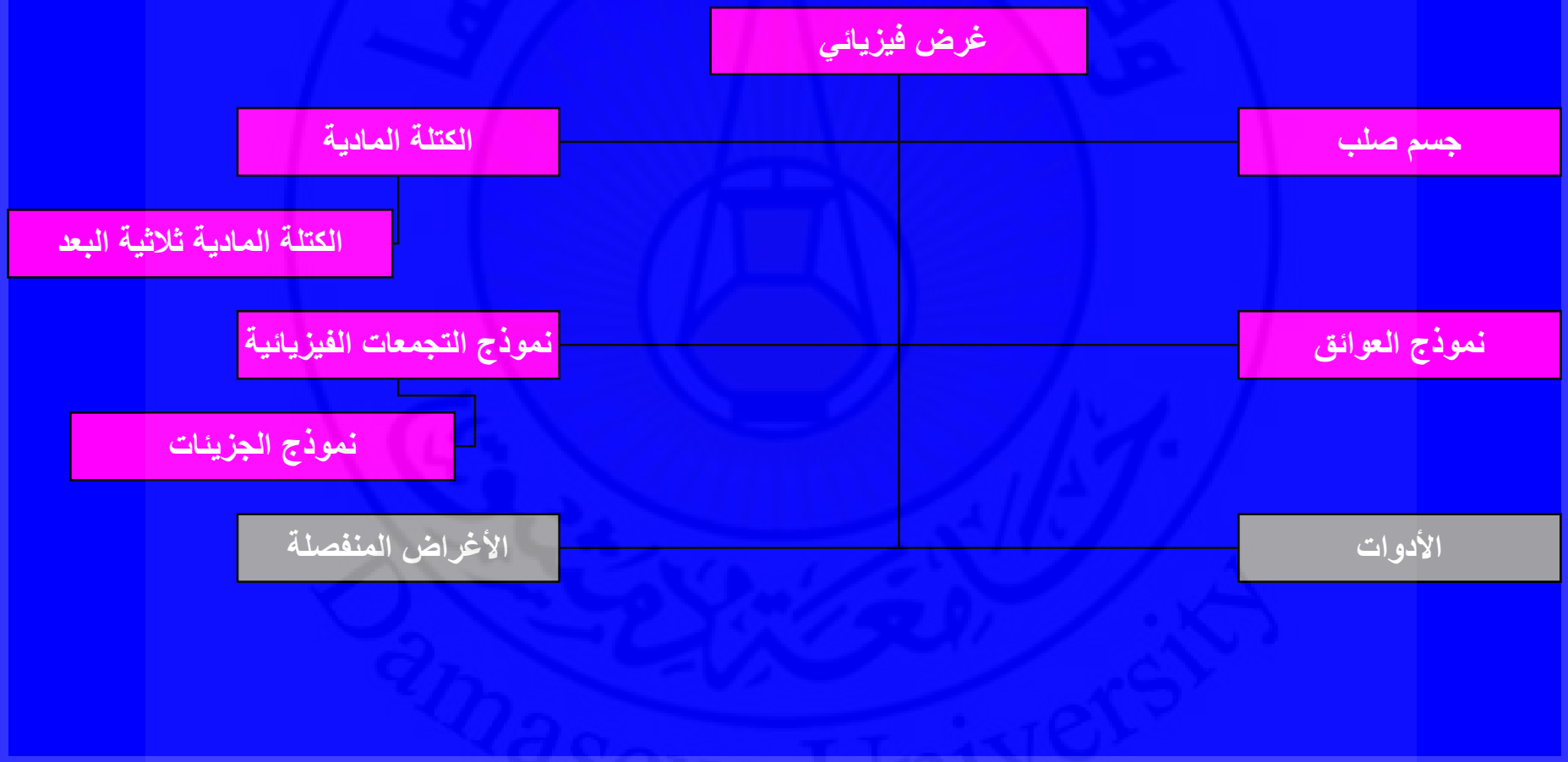
يتضمن المشهد مجموعة من الأغراض الفيزيائية التي تتفاعل معاً بسبب وجود قيود عليها، ويمكن لهذا المشهد أن يتأثر بقوى خارجية يمكن أن تطبق عليه من قبل المستخدم.

بدئيات فيزيائية Physical Primitives

يتضمن الغرض الواحد مجموعة من الأغراض الجزئية تربطها مجموعة من القيود الفيزيائية ويخضع لقوى خارجية تتسبب بحركته وتشوهه. والتشوه هو نتيجة لتغيير المسافات النسبية بين مختلف أجزاء الغرض المرتبطة بقيود فيها تسامح.



أمثلة عن نماذج ديناميكية



تفصيل لبعض النماذج الديناميكية

نموذج الكتلة المادية

Damascus University

نموذج الكتلة المادية

Newton

$$\vec{F} = m\,\vec{\gamma}$$

معادلة الحركة

$$\left\{ \begin{array}{c} E_k = \frac{1}{2} m v^2 \\ \Delta E_p = -\int_{p}^{p+\Delta p} \vec{F} \times \delta\vec{P} \end{array} \right\}$$

كمية الطاقة الحركية

كمية الطاقة الكامنة

نموذج الجسم الصلب

Newton

$$\vec{F}_i = m_i \vec{\gamma}_i$$

معادلة الحركة

Euler

$$\vec{N}_i = I_i \vec{W}_i + \vec{W}_i \wedge (I_i . \vec{W}_i)$$

معادلة العزوم والدوران

$$E_k = \frac{1}{2} m_c v_c^2 + \frac{1}{2} \mathrm{W}^{\mathrm{t}} \times (\mathrm{I} \times \mathrm{W})$$

الطاقة الحركية

$$\Delta E_p = -\sum_{F \neq 0} \int_{p}^{p+\Delta p} \vec{F} \times \delta \vec{P}$$

الطاقة الكامنة

التجمعات AGGLOMERATE

تمثل التجمعات أغراضًا هجينة وتتكون من :

- مجموعة من النماذج الفيزيائية
- مجموعة من القيود

وتهدف إلى :

- بناء أغراضٍ فيزيائية أكثر تعقيداً من الأغراضِ البسيطة
- إيجاد مفهوم الأداة
- أمثلة الأغراض باختيار النموذج المناسب لكل جزء

القيود

- يوجد ثلاثة أنواع من القيود
  - القيود الفيزيائية
  - القيود الهندسية
  - القيود الوظيفية

القيود الفيزيائية

- قوة مطبقة من المستخدم
- اصطدام مع جسم آخر
- احتكاك

القيود الهندسية

- تحديد المسافة بين جسمين بربطهما معًا
- فرض مسار على الغرض وإن تغيرت القوى المطبقة عليه

القيود الوظيفية

- يتحرك فكا الكماشة معاً
- تفرض المفاصل حركة باتجاه وحيد

أمثلة عن التجمعات

- نموذج الجزيئات
- نموذج النابض / مخمد
- الأذرع الربوطية
- يمكن تمثيل أي جسم غير متجانس بنوع خاص من التجمعات

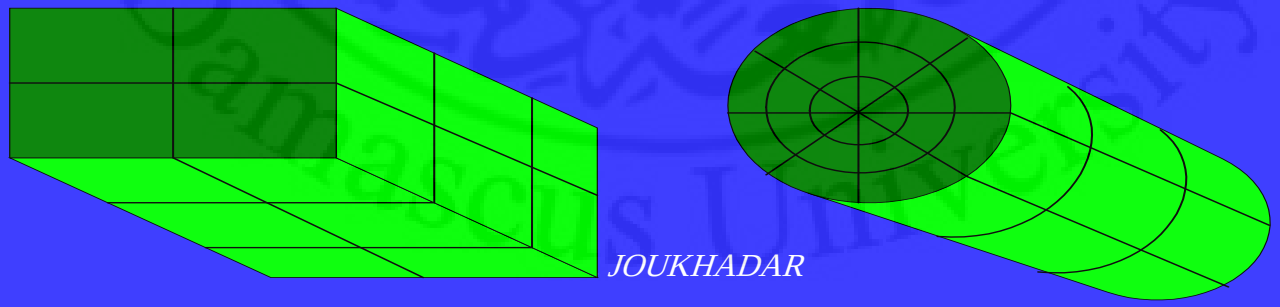
تفصيل لبعض النماذج الديناميكية

نموذج الكتلة والنابض/ مخمد

نموذج الكتلة والنابض/ مخمد

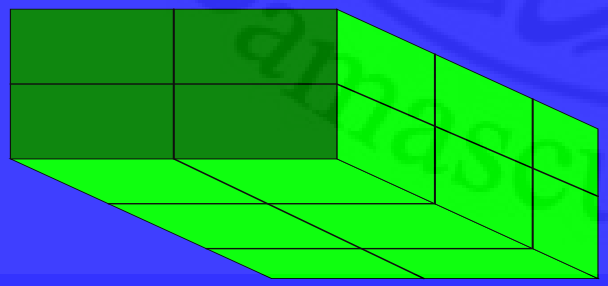
يتألف هذا النموذج من:

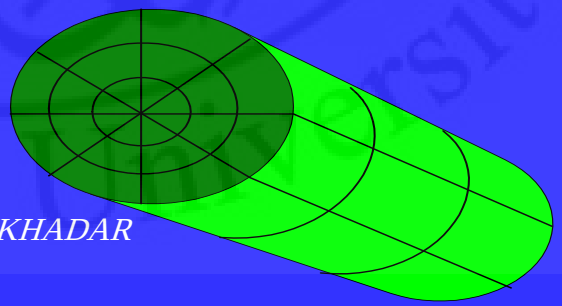
- مجموعة من الكتل المادية
- مجموعة من الأشكال الهندسية
- مجموعة من القيود الفيزيائية من نوع Visco- elasto- plastic أي القيود على مرونة الجسم وتخامده وخواصه البلاستيكية



نموذج الكتلة والنابض/ مخمد

- يوجد ثلاثة أنواع من القيود في هذا النموذج:
  - ✓ قيود المسافة وتهدف إلى تحديد المسافة بين كتلتين
  - ✓ قيود الزاوية وتهدف إلى تحديد الزاوية المشكلة بين ثلاث كتل
  - ✓ القيود المفصلية
- هذه الأنواع الثلاث هي من القيود اللزجة والمرنة والبلاستيكية أي Visco-elasto-plastic





Visco- elasto- plastic القيود

نقول أن للجسم سلوك مرن elastic إذا تشوه نتيجة لتطبيق قوة ما ثم عاد إلى وضعيته الأصلية بعد زوال القوة.

Visco- elasto- plastic القيود

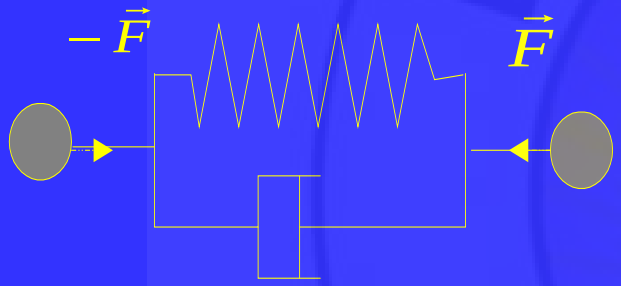
نقول أن للجسم سلوك تخامدي أو لزج Viscous
إذا عاد إلى وضعيته بعد التشوه مباشرة دون
الكثير من الاهتزاز وكلما اهتز أقل كان أكثر تخامداً

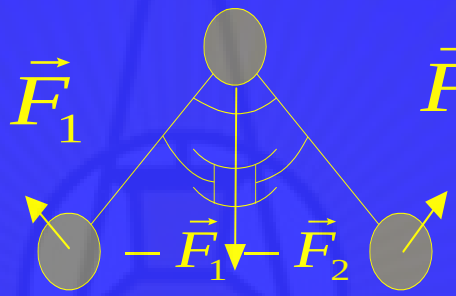
Visco- elasto- plastic القيود

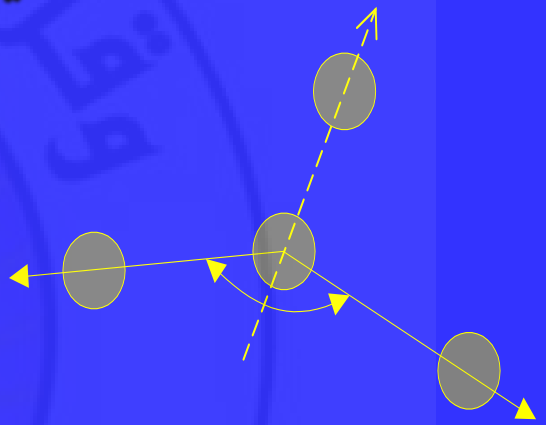
نقول أن للجسم سلوك بلاستيكي إذا لم يعد إلى وضعيته الأصلية بعد التشوه، وكلما كانت الوضعية النهائية أقرب للوضعيةِ قبل زوال القوى كان الجسم أكثر بلاستيكيةً

امثلة عن القيود المرنة المتخامدة

في نموذج الكتلة / نابض







تتناسب القوى في هذه الأحوال عكساً مع تغيير المسافة والسرعة ولذلك فهي تمانع أي تغيير في السرعة والمسافة النسبية للجزيئات

$$F = -\lambda \Delta x - \mu \dot{x}$$

حساب القوة في حال قيد خطي



$$\vec{N} = \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{\left|\vec{x}_j - \vec{x}_i\right|}$$

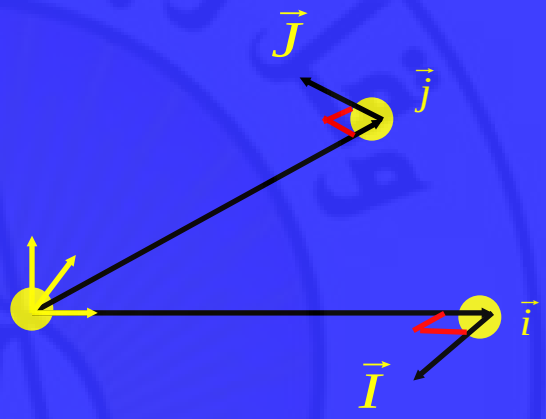
$$\vec{F}_j = \left(-\lambda \Delta x - \mu \dot{x}\right)\vec{N}$$

$$\Delta x = \left|\vec{x}_j - \vec{x}_i\right| - x_0$$

$$\dot{\vec{x}} = \left(\dot{\vec{x}}_j - \dot{\vec{x}}_i\right)\vec{N}$$

حساب القوة في حال قيد زاوي

$$\Re\left(\frac{\vec{i}}{|\vec{i}|},\frac{\vec{i}\wedge\vec{j}}{|\vec{i}\wedge\vec{j}|},\frac{(\vec{i}\wedge\vec{j})\wedge\vec{i}}{|(\vec{i}\wedge\vec{j})\wedge\vec{i}|}\right)$$



$$\vec{F}_j = |j|^{-1}(-\lambda\theta-\mu\dot{\theta})\times\vec{J} \qquad \vec{F}_i = |i|^{-1}(-\lambda\theta-\mu\dot{\theta})\times\vec{I}$$

$$\vec{J} = \frac{(\vec{i}\wedge\vec{j})\wedge\vec{j}}{|(\vec{i}\wedge\vec{j})\wedge\vec{j}|} \qquad \vec{I} = \frac{(\vec{j}\wedge\vec{i})\wedge\vec{i}}{|(\vec{j}\wedge\vec{i})\wedge\vec{i}|}$$

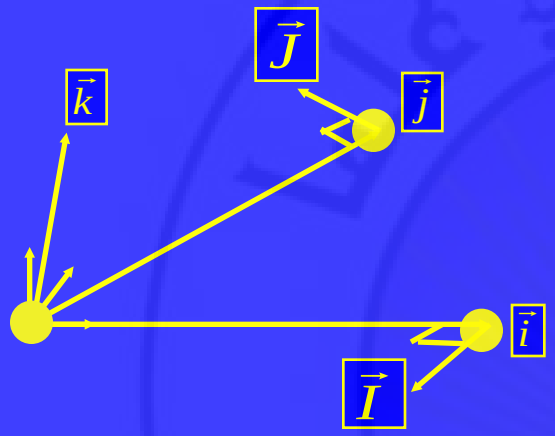
$$\theta = \operatorname{acos}\left(\frac{\vec{p}_j}{|\vec{p}_j|}\times\frac{\vec{p}_i}{|\vec{p}_i|}\right)$$

$$\vec{W}_i = \vec{i}\wedge\vec{i}_\perp \qquad \vec{W}_j = \vec{j}\wedge\vec{j}_\perp$$

$$\vec{W} = \vec{W}_i - \vec{W}_j$$

$$\dot{\theta} = (\vec{j}\wedge\vec{i})\times\vec{W} > 0\ ?\ |\vec{W}| : -|\vec{W}|$$

حساب القوة في حال قيد مفصلي



يجري حساب القوى في جملة الإحداثيات المبينة في الشكل وفي المعادلة أدناه

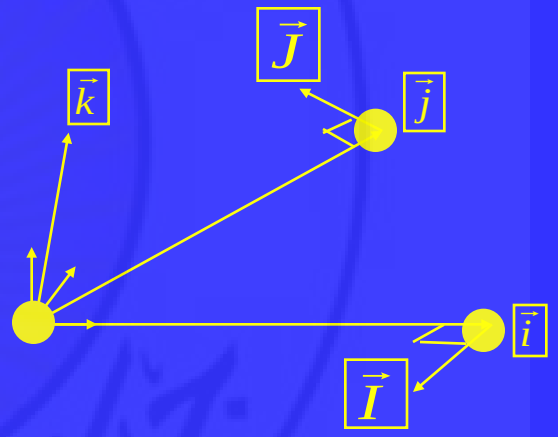
$$\Re\left(x=\frac{\vec{i}}{\left|\vec{i}\right|}, y=\frac{\vec{j}\wedge\left(\vec{k}\wedge\vec{j}\right)}{\left|\vec{j}\wedge\left(\vec{k}\wedge\vec{j}\right)\right|}, z=\frac{\left(\vec{j}\wedge\left(\vec{k}\wedge\vec{j}\right)\right)\wedge\vec{i}}{\left|\left(\vec{j}\wedge\left(\vec{k}\wedge\vec{j}\right)\right)\wedge\vec{i}\right|} \right)$$

حساب القوة في حال قيد مفصلي

$$\vec{F}_j = |j|^{-1}(-\lambda\theta - \mu\dot{\theta}) \times \vec{J} \qquad \vec{F}_i = |i|^{-1}(-\lambda\theta - \mu\dot{\theta}) \times \vec{I}$$

$$\vec{J} = \frac{\vec{z} \wedge \vec{j}}{|\vec{z} \wedge \vec{j}|} \qquad \vec{I} = \frac{\vec{i} \wedge \vec{z}}{|\vec{i} \wedge \vec{z}|}$$

$$\theta = \begin{cases} \text{acos}\left(\frac{\vec{P}_j}{|\vec{P}_j|} \times \frac{\vec{P}_i}{|\vec{P}_i|}\right) & \text{if } (\vec{i} \wedge \vec{j}) \times \vec{z}) > 0 \\ 2\pi - \text{acos}\left(\frac{\vec{P}_j}{|\vec{P}_j|} \times \frac{\vec{P}_i}{|\vec{P}_i|}\right) & else \end{cases}$$



$$\vec{w}_i = \vec{i} \wedge \vec{i}_\perp \qquad \vec{W}_j = \vec{j} \wedge \vec{j}_\perp$$

$$\vec{w} = \vec{w}_i - \vec{w}_j$$

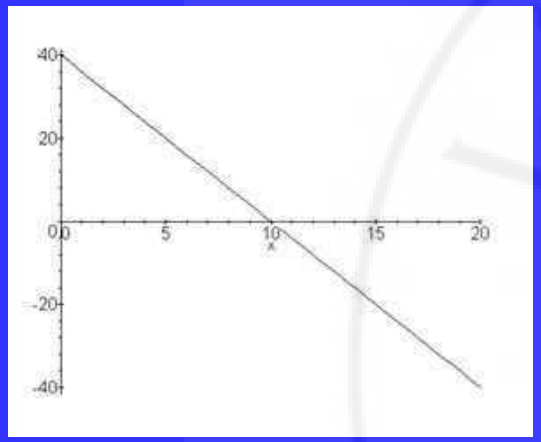
$$\dot{\theta} = \vec{z} \times \vec{w} > 0 \,?\, |\vec{w}| : -|\vec{w}|$$

$$\text{if } (|\Delta\theta| > \pi)$$

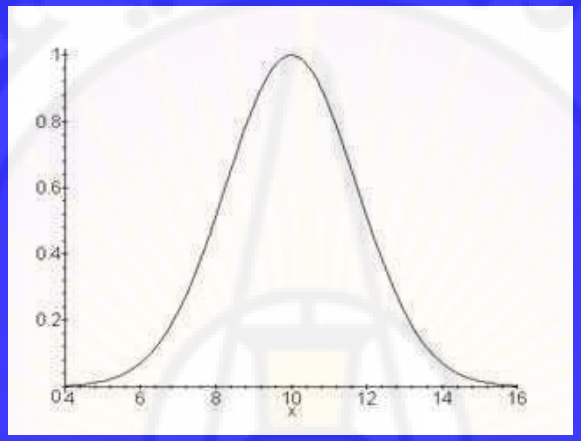
$$\dot{\theta} = -\dot{\theta},\ \vec{I} = -\vec{I},\ \vec{J} = -\vec{J}$$

$$\Delta\theta = \Delta\theta > 0 \,?\, 2\pi - \Delta\theta : -(2\pi + \Delta\theta)$$

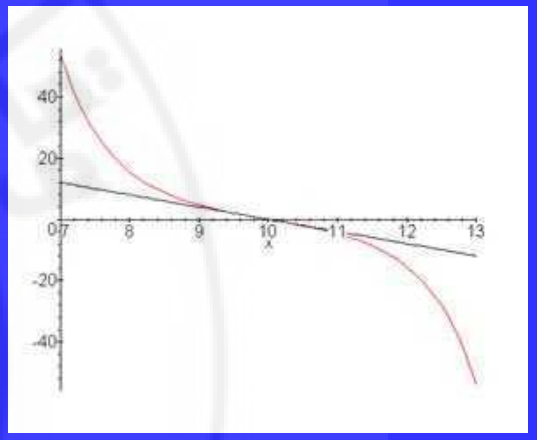
إضافة سلوك لا خطي للقيود



$$f_1 = -\lambda(x - x_0)$$



$$f_2 = e^{\frac{-(x-x_0)^2}{2\mu^2}}$$



$$f = \frac{f_1}{f_2}$$

في الواقع فإن القوى الناتجة عن المرونة ليست خطية إلا في مجال صغير، والتعديلات أعلاه على معادلات القوى تسمح بأخذ هذا الواقع بعين الاعتبار، حيث تعبر عن المجال المرن

إضافة معامل البلاستيكية

$$f_1 = -\lambda(x - x_0)$$

$$if\ ((x - x_0) > threshold)$$

$$x_0 = \alpha x + (1-\alpha)x_0$$

$$\alpha \in [0..1] \quad is\ the\ plasticity$$

$$\alpha = 0 \quad 100\%\ elastic$$

$$\alpha = 1 \quad 100\%\ plastic$$

تفصيل لبعض النماذج الديناميكية

نموذج الكتلة والنابض/ مخمد (تتمة)

تأثير المعاملات (μ , λ) على سلوك الأغراض



$$\lambda_a = 0$$
$$\mu_a = 0$$
$$\lambda_l \neq 0$$
$$\mu_l \neq 0$$

في هذه الحالة نجد تكسراً في الغرض ناتجاً عن غياب القيود الزاوية

تأثير المعاملات (λ , μ) على سلوك الأغراض



$$\lambda_a = 0$$

$$\mu_a \neq 0$$

$$\lambda_l \neq 0$$

$$\mu_l \neq 0$$

في هذه الحالة نجد اختفاء التكسرات نتيجة تدخل القيود الزاوية وإن لم تكن صلبة

تأثير المعاملات (λ , μ) على سلوك الأغراض



$$\lambda_a \neq 0$$
$$\mu_a \neq 0$$
$$\lambda_l = 0$$
$$\mu_l = 0$$

في هذه الحالة نجد تشوهات على سطح الغرض نتيجة غياب القيود الخطية

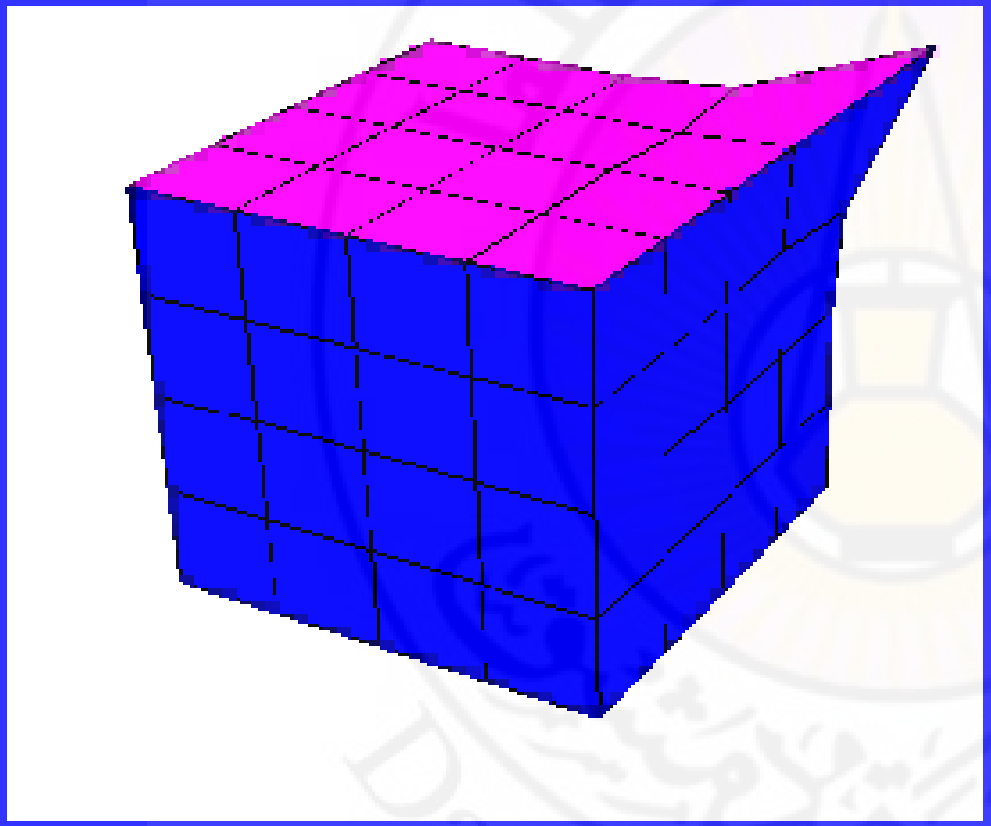
تأثير المعاملات (λ , μ) على سلوك الأغراض



$$\lambda_a \neq 0$$
$$\mu_a \neq 0$$
$$\lambda_l = 0$$
$$\mu_l \neq 0$$

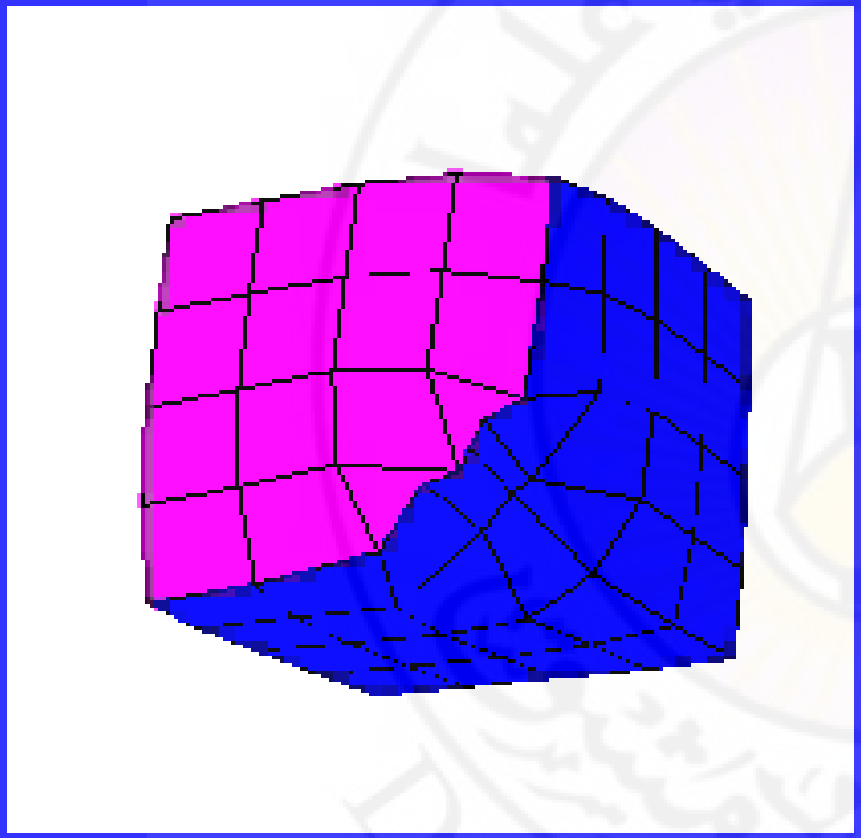
في هذه الحالة نجد غياباً في التكسرات
والتشوهات نتيجة وجود القيود الخطية والزاوية

مثال عن السلوك البلاستيكي



يتشوه هذا المكعب نتيجة قوة مطبقة على زاويته العليا ثم لا يعود تماماً لشكله الطبيعي، وهذا نتيجة لإضافة معامل البلاستيكية إلى معادلة القيود المؤثرة عليه

مثال عن السلوك البلاستيكي



يتشوه هذا المكعب نتيجة قوة مطبقة على زاويته السفلى ثم لا يعود تماماً لشكله الطبيعي، وهذا نتيجة لإضافة معامل البلاستيكية إلى معادلة القيود المؤثرة عليه

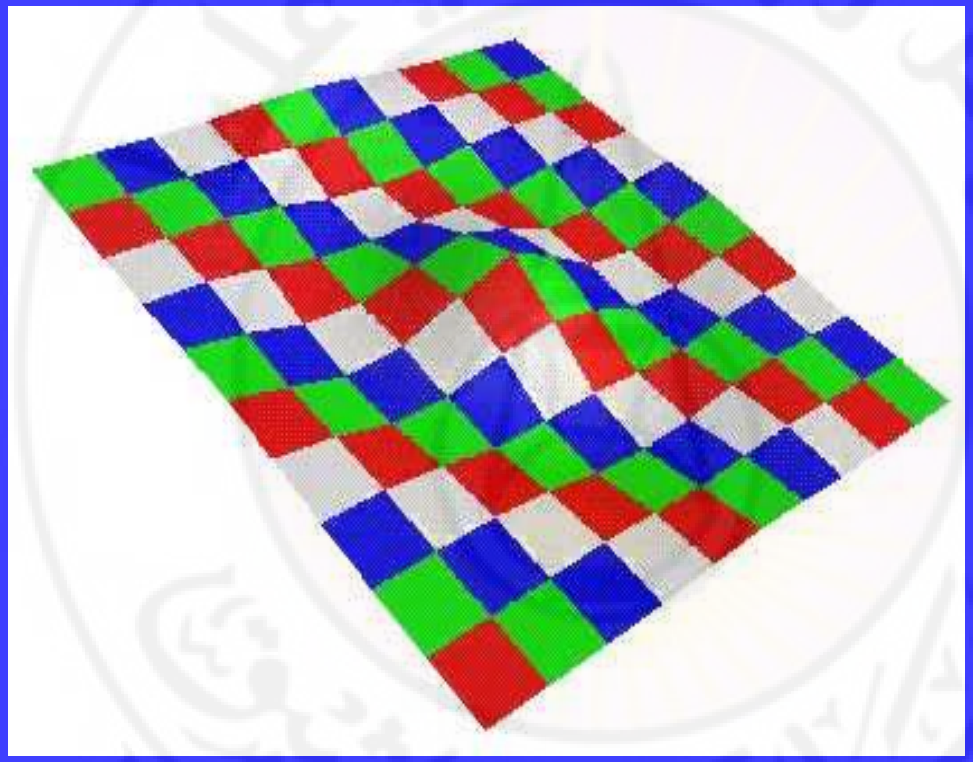
السلوك غير المتناظر



يخضع هذا الشكل لقوة تسحبه إلى الأعلى من منتصفه، لكن تشوهه غير متناظر كون معاملات القيود الخطية غير متساوية في الاتجاهين

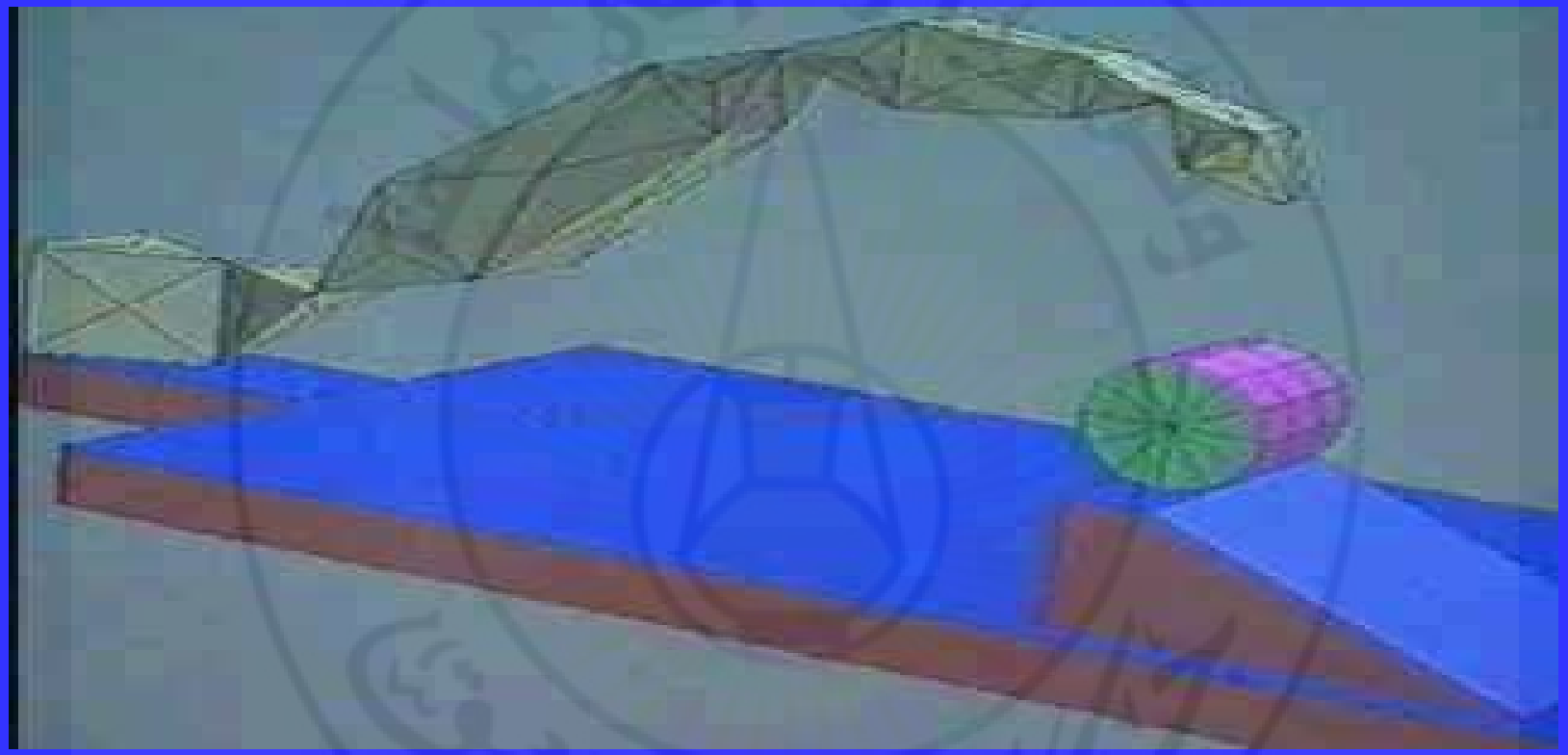
JOAKIM LOAR

تأثير القوة المطبقة



يظهر الشكل تأثير قوة موجية على الشكل السابق

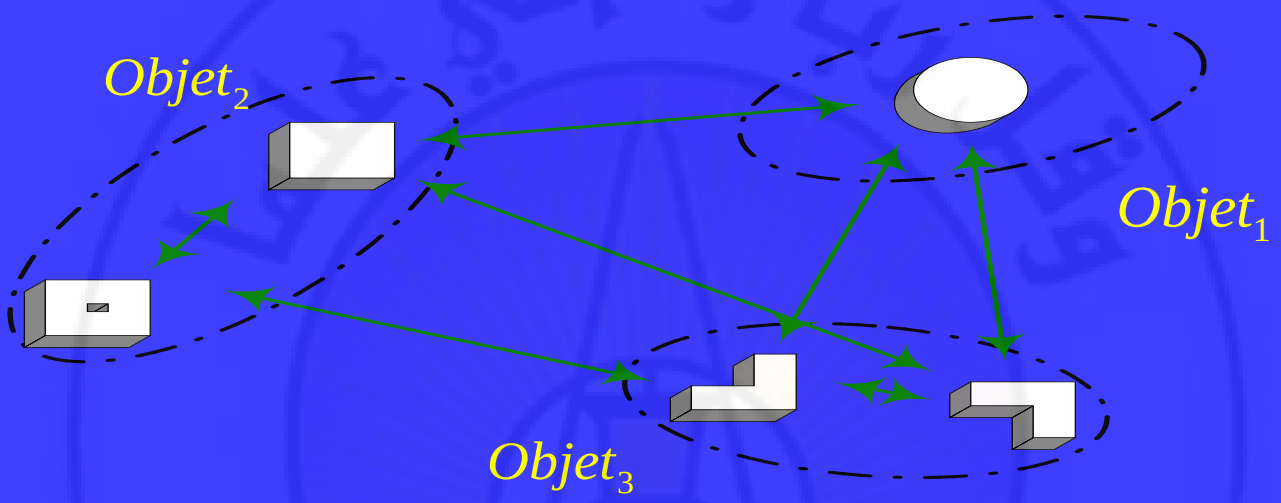
القيود المفصلية



في المثال أعلاه نجد مثالاً لروبوت مكون من مجموعة من القطع الصلبة المطبق عليها قيود تفرض عليها البقاء متجاورة دون أي قيد على الزاوية بينها

توليد الحركة والتشوهات

الحركــة والتشوه



- يتكون المشهد من مجموعة من الأغراض المتفاعلة فيما بينها
- ويتكون الغرض من مجموعة من الأغراض الجزئية المتفاعلة فيما بينها
- ويتمثل الغرض الجزئي بنموذج فيزيائي وحيد أي أنه متجانس
- ويتمثل التفاعل المتبادل بقوى مطبقة على طرفي العلاقة
- وعليه فإن حركة المشهد كاملاً هي نتيجة لحركة الأغراض الجزئية مع أخذ قوى التفاعل بعين الاعتبار

الحركــة والتشوه

وهذا يعطي مجموعة المعادلات التفاضلية التالية.

$$\vec{F}_i = m_i \vec{\gamma}_i \qquad \text{Newton}$$

$$\vec{N}_i = I_i \vec{W}_i + \vec{W}_i \wedge (I_i . \vec{W}_i) \qquad \text{Euler}$$

$$\vec{F}_i = \mathrm{f}(\vec{P}_j, \dot{\vec{P}}_j, \vec{W}_j, \vec{F}_i^{\,i} + \vec{F}_i^{\,e}) | i, j \in [1..n]$$

$$\vec{N}_i = \mathrm{g}(\vec{F}_i)$$

حيث:

- j ,i تمثل الغرض الجزئي j ,i
- $\vec{F}_i^{\,i}$ القوى الداخلية المطبقة على الغرض I
- $\vec{F}_i^{\,e}$ القوى الخارجية المطبقة على الغرض I

كيف نحل معادلات الحركة

$$\vec{F}_i = m_i \vec{\gamma}_i$$

$$\vec{N}_i = I_i \vec{W}_i + \vec{W}_i \wedge (I_i . \vec{W}_i)$$

$$\vec{F}_i = \mathrm{f}(\vec{P}_j, \dot{\vec{P}}_j, \vec{W}_j, \vec{F}_i^{\,i} + \vec{F}_i^{\,e}) | i, j \in [1..n]$$

$$\vec{N}_i = \mathrm{g}(\vec{F}_i)$$

- بسبب وجود قوى الاصطدام فإن هذه المعادلات ليست خطية ولامستمرة مما لا يسمح بإيجاد حلول تحليلية لها ولاحتى طرق رقمية ضمنية implicit ولا يتبقى إلا استعمال الطرق الرقمية الصريحة explicit
- نقول عن الحل أنه صريح إذا اعتمدت قيمة التابع في اللحظة t على قيمته وقيمة مشتقاته في اللحظات السابقة فقط دون إدخال أي توقع للمستقبل.

كيف نحل معادلات الحركة

نشر Taylor أو النشر المحدود يعطي مثل هذه الحلول والحل التالي أحدها:

$$\vec{V}_{t+\tau} = \vec{V}_t + \tau\vec{\gamma}_t + O(\frac{\tau^2}{2}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$
$$\vec{P}_{t+\tau} = \vec{P}_t + \tau\vec{V}_t + \frac{\tau^2}{2}\vec{\gamma}_t + O(\frac{\tau^3}{6}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$
$$\vec{W}_{t+\tau} = \vec{W}_t + I^{-1}(\vec{N}_t - \vec{W}_t \wedge (I.\vec{W}_t))\,\tau + O(\frac{\tau^2}{2}\ddot{\vec{W}}_t)$$

نلاحظ أننا توقفنا في النشر عند المشتق من الدرجة الثانية أي التسارع. لماذا؟؟

كيف نحل معادلات الحركة

$$\vec{V}_{t+\tau} = \vec{V}_t + \tau\vec{\gamma}_t + O(\tfrac{\tau^2}{2}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$
$$\vec{P}_{t+\tau} = \vec{P}_t + \tau\vec{V}_t + \tfrac{\tau^2}{2}\vec{\gamma}_t + O(\tfrac{\tau^3}{6}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$
$$\vec{W}_{t+\tau} = \vec{W}_t + I^{-1}(\vec{N}_t - \vec{W}_t \wedge (I.\vec{W}_t))\,\tau + O(\tfrac{\tau^2}{2}\ddot{\vec{W}}_t)$$

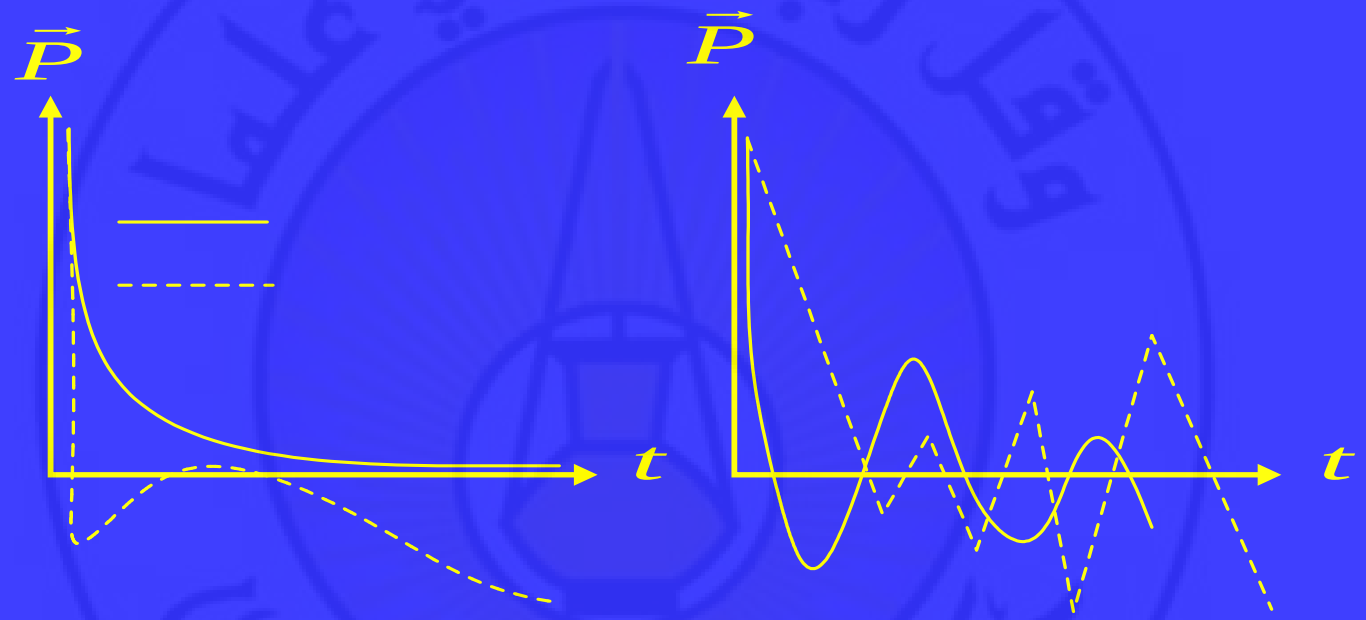
يمكن قراءة هذا الحل كالتالي:

لو علمنا الموقع والسرعة والزاوية في اللحظة **t** لاستطعنا معرفة الموقع والسرعة والزاوية في اللحظة **t+** τ مع خطأ تابع لقيمة مشتقات التابع من الدرجة **n** ولقيمة الخطوة الزمنية τ.

سيئات الحلول الصريحة

- هذه الحلول حساسة لقيمة الخطوة الزمنية τ فلو انخفضت قيمة τ لانخفض الأداء ولو ارتفعت قيمته لارتفع الخطأ الرقمي.
- حتى وإن وُجدت حواسيب جبارة فإن تخفيض قيمة τ لن يحسن الخطأ الرقمي باستمرار لأن ذلك سيزيد من عدد العمليات وسيرتفع الخطأ المتراكم
- هذه الحلول غير مستقرة وقد ينتج عنها تباعد رقمي
- لا يمكن تقدير الخطأ المرتكب

سيئات الحلول الصريحة



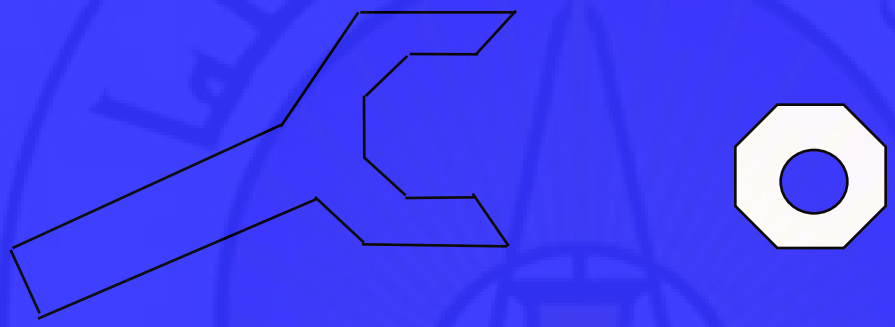
التباعــد الرقمي الناتج عن تراكم الأخطاء

الحـــل

- علينا استعمال خطوة زمنية ليست بالكبيرة بحيث تتسبب بخطأ رقمي، وليست بالصغيرة بحيث تتسبب ببطء وبتراكم أخطاء.
- لا يمكن للخطوة الزمنية التي تحقق هذا الشرط أن تكون ثابتة
- ومنه فالحل هو خطوة زمنية تلاؤمية ندرسها في الفصل القادم

تمارين

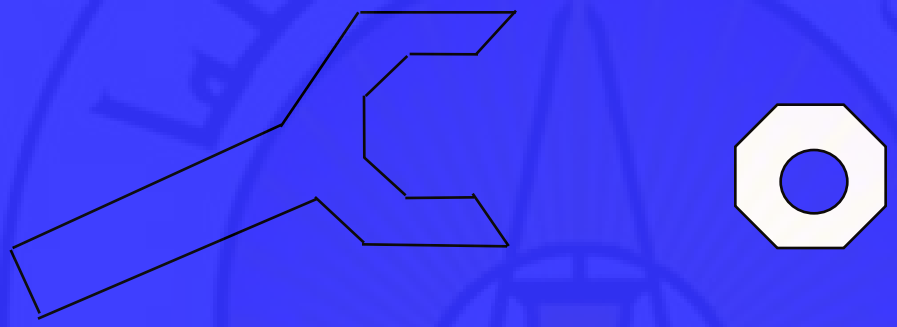
تمرين



١. إذا أردنا أن يقوم روبوت يمتلك المفتاح المبين في الشكل أعلاه، بتدوير الصامولة الموافقة فما هي أفضل طريقة حساب مسافة للقيام بذلك ؟ ولماذا؟

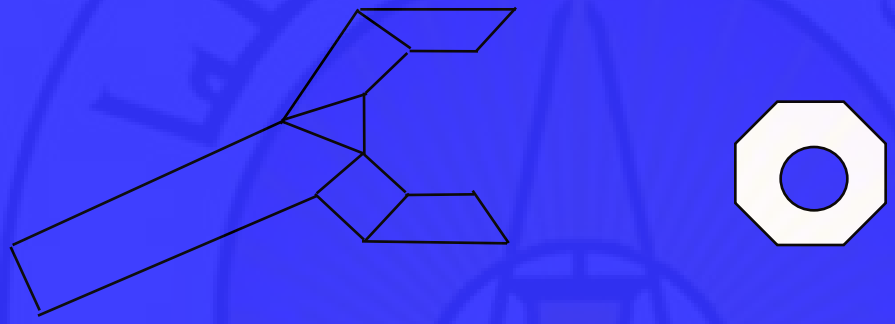
٢. هل يمكنك الجمع بين أكثر من طريقة للحصول على سرعة أكبر ؟ كيف ؟

حل الطلب الأول



كما يظهر في الشكل فإن الصامولة محدبة ولكن المفتاح مقعر
وبالتالي نجد أمامنا عدة حلول:

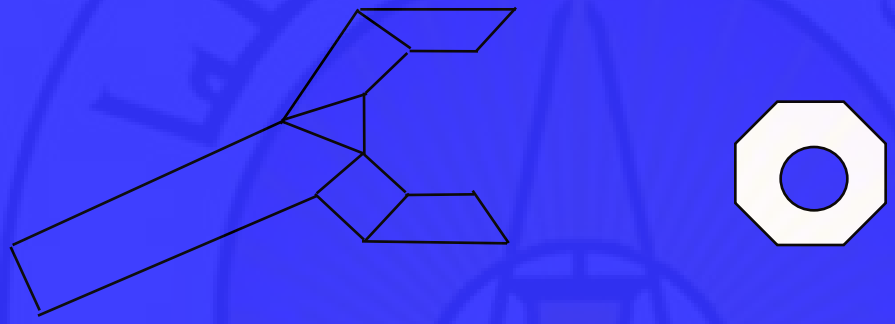
حل الطلب الأول



١. الحل الأول هو تقطيع المفتاح لمكونات محدبة وسنجد أن عددها ٦

٢. تطبيق خوارزمية مثل خوارزمية Lin أو Cameron التي ستعطي زمناً ثابتاً ولكن من أجل ٦ حسابات في كل تكرار

حل الطلب الأول

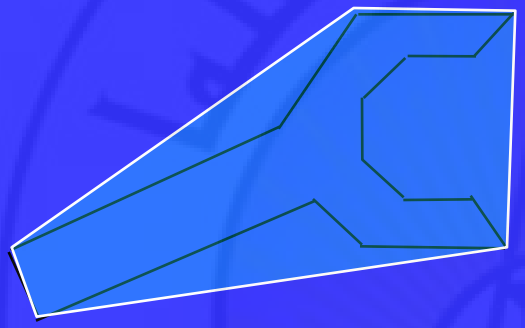


الحل الثاني هو استعمال خوارزميات تعمل على الأجسام المقعرة وهنا نجد :

١. Gilbert: سوف تعطي نتائج جيدة في البداية ولكنها ستفشل عندما يتداخل المفتاح مع الصامولة

٢. خوارزمية جوخدار: ستعطي النتيجة المطلوبة ولكنها ستعمل بزمن خطي في حالتنا هذه ١٥.

حل الطلب الثاني





يمكن دمج عدة طرق كما يلي:

١. نحسب المغلف المحدب للمفتاح

٢. نستعمل Cameron أو Lin لحساب مسافة الصامولة عن المفتاح

٣. في حال أصبحت المسافة سالبة نعود لتطبيق Joukhadar أو طريقة التقطيع لعناصر محدبة أيهما أسرع، وذلك يتعلق بشكل عام بعدد العناصر المحدبة المشكلة للجسم أو بدرجة تقعره

تمارين

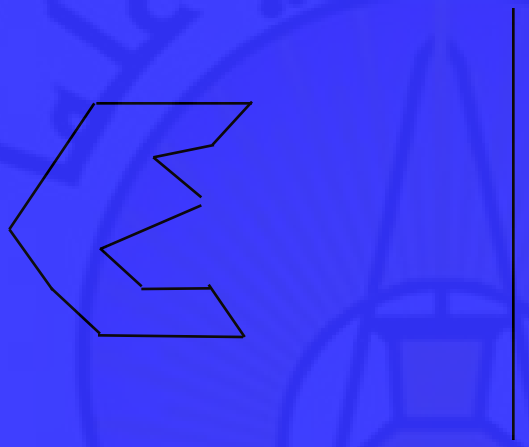
تمرين



لنفترض بأن الشكل المقعر الموجود إلى يسار الشكل يتحرك باتجاه الجدار الموجود إلى يمينه، والمطلوب:

- ما هي أسرع خوارزمية يمكن استعمالها لمعرفة حدوث الاصطدام؟
- لو علمنا بأن الجسم يتحرك بسرعة مستقيمة منتظمة فكيف يمكننا الاستفادة من هذه المعلومة لتسر يع عملية معرفة وقوع الاصطدام؟
- في حال عدم وجود معلومة عامة عن التسارع ولكننا نعلم بأنه محدود بقيمة عظمى، فكيف يمكننا تسريع الخوارزمية السابقة؟

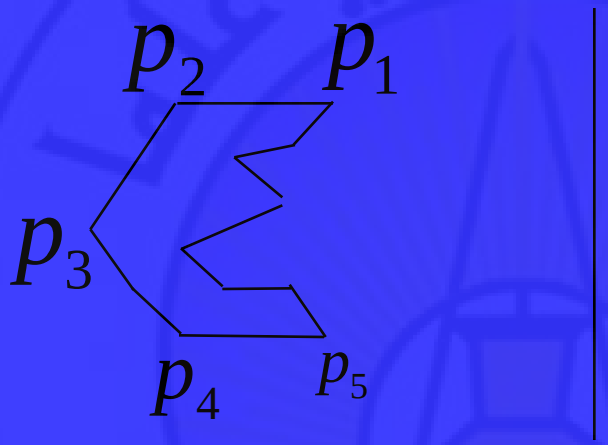
حل الطلب الأول



أسرع طريقة هي حساب مسافة بعض نقطه عن مستوي الحائط، فإن كانت مسافة بعضها سالبة كان هنالك اصطدام وإلا فلا.

والسؤال كيف نختار هذه النقاط؟

حل الطلب الأول

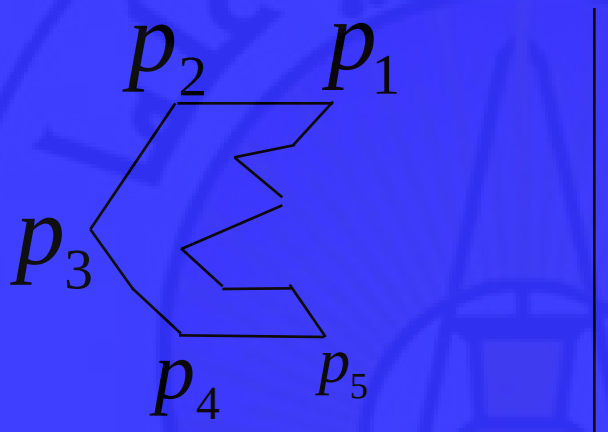


نميز حالتين:

١. يوجد حركة دورانية للجسم: في هذه الحالة علينا تطبيق الخوارزمية على النقاط ٥،٤،٣،٢،١

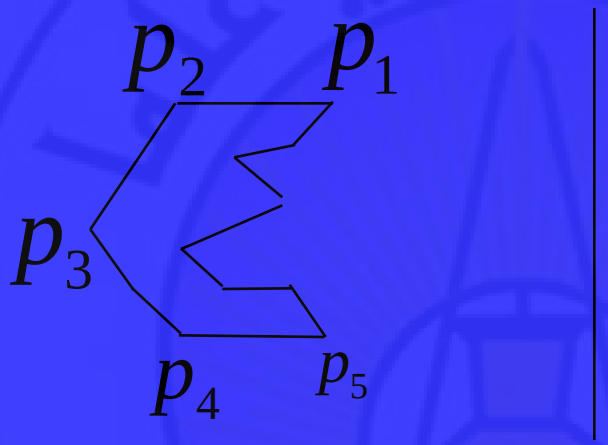
٢. الحركة انسحابية فقط: في هذه الحالة علينا تطبيق الخوارزمية على النقطتين ١ و ٥ فقط

حل الطلب الثاني



- إذا كان الجسم يسير بحركة مستقيمة منتظمة فهذا يعني أن موقعه يحسب بالمعادلة: $p=p0+vt$
- ومنه سيحدث الاصطدام في اللحظة $t=(p-p0)/v$، حيث p هي موقع مستوي الحائط ولا داعي لحساب المسافة.

حل الطلب الثالث



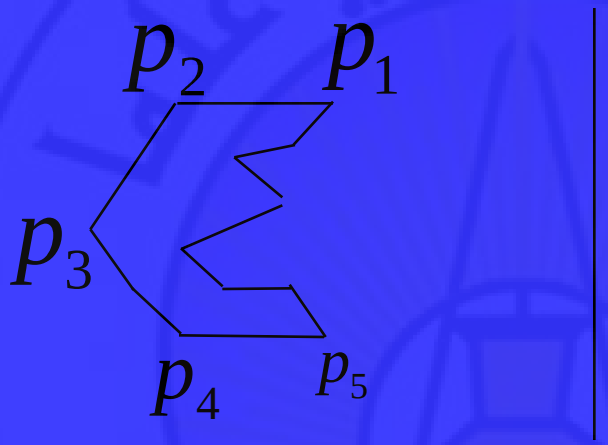
إذا كان الجسم محدوداً بتسارع أعظمي قدره a، وكانت سرعته في اللحظة t0 هي v0 ، فتكون أقصى سرعة يمكن له أن يصلها في اللحظة t هي:

$$vmax=v0+a*(t-t0)$$

وتكون أبعد مسافة يمكن له أن يقطعها هي:

$$D=vmax*(t-t0)$$

حل الطلب الثالث



إذا كانت D هي مسافة الغرض عن الحائط في اللحظة t0، فإن الغرض لن يصل الحائط قبل اللحظة t حيث:

$$t = D/v_{max} + t_0$$

ومنه فلا داعي لحساب المسافة قبل انقضاء الزمن t

الخطوة الزمنية التلاؤمية

الخطوة الزمنية التلاؤمية

ما هي الخطوة الزمنية التلاؤمية؟

$$\vec{V}_{t+\tau} = \vec{V}_t + \tau \vec{\gamma}_t + O(\frac{\tau^2}{2}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$

$$\vec{P}_{t+\tau} = \vec{P}_t + \tau \vec{V}_t + \frac{\tau^2}{2}\vec{\gamma}_t + O(\frac{\tau^3}{6}\dot{\vec{\gamma}}_t)$$

$$\vec{W}_{t+\tau} = \vec{W}_t + I^{-1}(\vec{N}_t - \vec{W}_t \wedge (I.\vec{W}_t))\,\tau + O(\frac{\tau^2}{2}\ddot{\vec{W}}_t)$$

- لو نظرنا إلى معادلات الحركة نجد أن الخطأ يرتبط:
  - ✓ طرداً مع الخطوة الزمنية
  - ✓ وطرداً مع المشتقات من الدرجة **n** للموقع.
  - ✓ عكساً مع درجة النشر
- فكيف نستطيع تصغير الخطأ؟؟

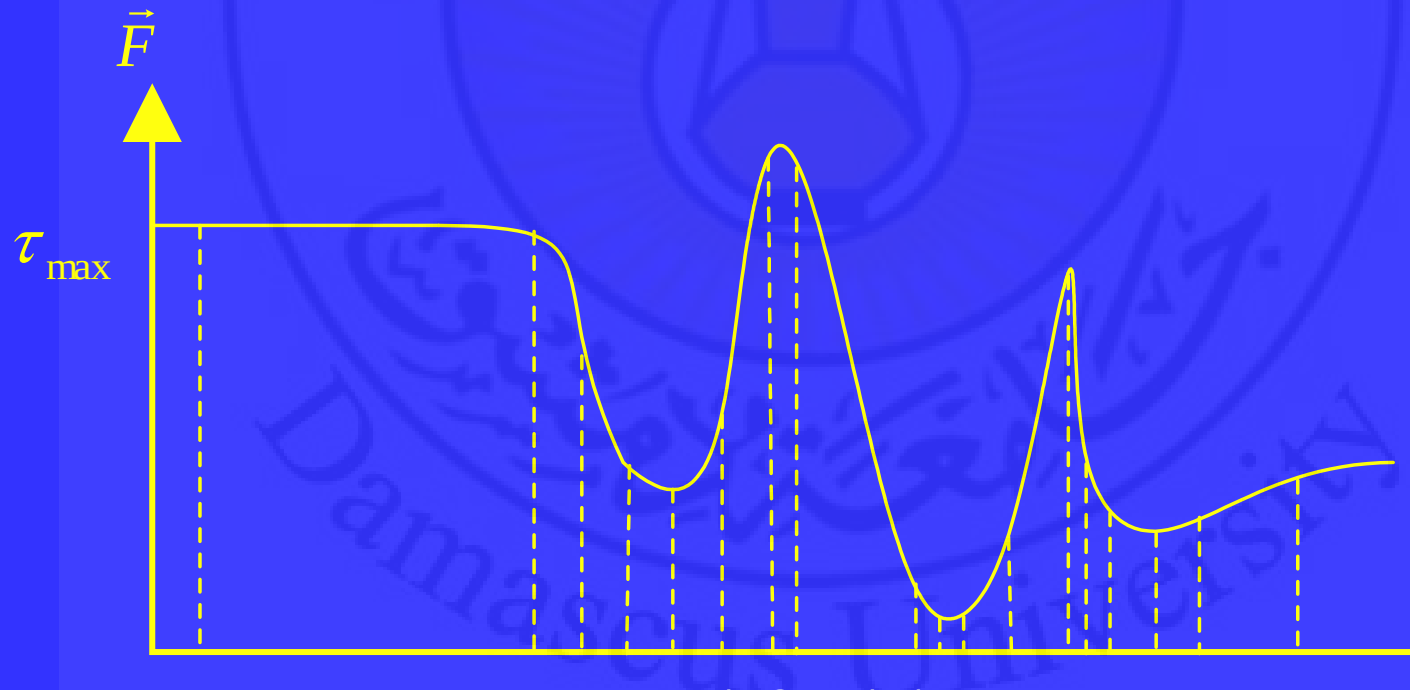
التحكم بالخطأ الرقمي

يوجد ثلاثة حلول لتصغير الخطأ الرقمي:

- النشر لمرتبات أعلى: هذا غير ممكن لأننا لا نعرف من المشتقات إلا التسارع لأنه مرتبط مباشرة بالقوة.
- تصغير قيمة المشتقات من الدرجة n: وهذا غير ممكن لأنها من معطيات المسألة
- تصغير الخطوة الزمنية وهذا متاح إلا أنه يتسبب ببطء في التنفيذ

مبدأ الخطوة الزمنية التلاؤمية

المبدأ هو أن نبقي الخطأ ثابتاً من خلال تصغير الخطوة الزمنية عندما تكون المشتقات كبيرة ونكبر الخطوة الزمنية عندما تكون المسشتقات كبيرة، كما هو موضح في الشكل أدناه



تحقيق مبدأ الخطوة الزمنية التلاؤمية

- يتطلب تحقيق مبدأ الخطوة التلاؤمية أن نعرف قيمة المشتقات العليا للتابع
- في الواقع نحن لا نعرفها ولو عرفناها لنشرنا لرتب أعلى ولعرفنا الحل يقيناً
- إذا ما البديل لتحسس ارتفاع الخطأ الرقمي أو انخفاضه؟

مؤشرات بديلة للخطأ الرقمي

- مؤشرات هندسية
- مؤشرات رقمية
- مؤشرات فيزيائية

مؤشرات هندسية للخطأ الرقمي

تعتمد هذه الطرق على البحث عن ظاهرة هندسية تتنافى مع الواقع.
مثال ذلك:

- تداخل الحرم الهندسي للأجسام المختلفة.
- تشوه كبير في جسم صلب نسبياً
- توضع بعيد جداً للجسم عن موقع انطلاقه علماً أنه لا يستطيع الوصول ضمن السرعات الممكنة

مؤشرات رقمية للخطأ الرقمي

تعتمد هذه الطرق على البحث عن مؤشر رقمي ما. مثال ذلك:

- القيام بالحل بطريقتين مختلفتين ومقارنة النتائج فإن كانت النتائج مختلفة كثيراً دل ذلك على وجود خطأ
- يمكن مثلاً أن ننتقل من اللحظة t إلى اللحظة التالية بخطوة واحدة أو بخطوتين كلٍ منها مساوية لنصف الخطوة الأولى

Damascus University

مؤشرات فيزيائية للخطأ الرقمي

تعتمد هذه الطرق على البحث عن خروج ظاهرة فيزيائية ما عن الواقع. مثال ذلك:

- وصول سرعة جسم لما بعد سرعة الضوء
- تجاوز تسارع سيارة للتسارع المتناسب مع خصائصها التصنيعية
- ارتفاع سيارة في الهواء عن سطح الأرض

مؤشرات فيزيائية للخطأ الرقمي

- ارتفاع ملحوظ في طاقة الجسم يتنافى مع مبدأ انحفاظ الطاقة

سنشرح في القسم التالي تطبيقاً فعلياً لخطوة زمنية تلاؤمية اعتماداً على مبدأ انحفاظ الطاقة

Damascus University

الخطوة الزمنية التلاؤمية
المعتمدة على مبدأ انحفاظ الطاقة

مبدأ انحفاظ الطاقــة

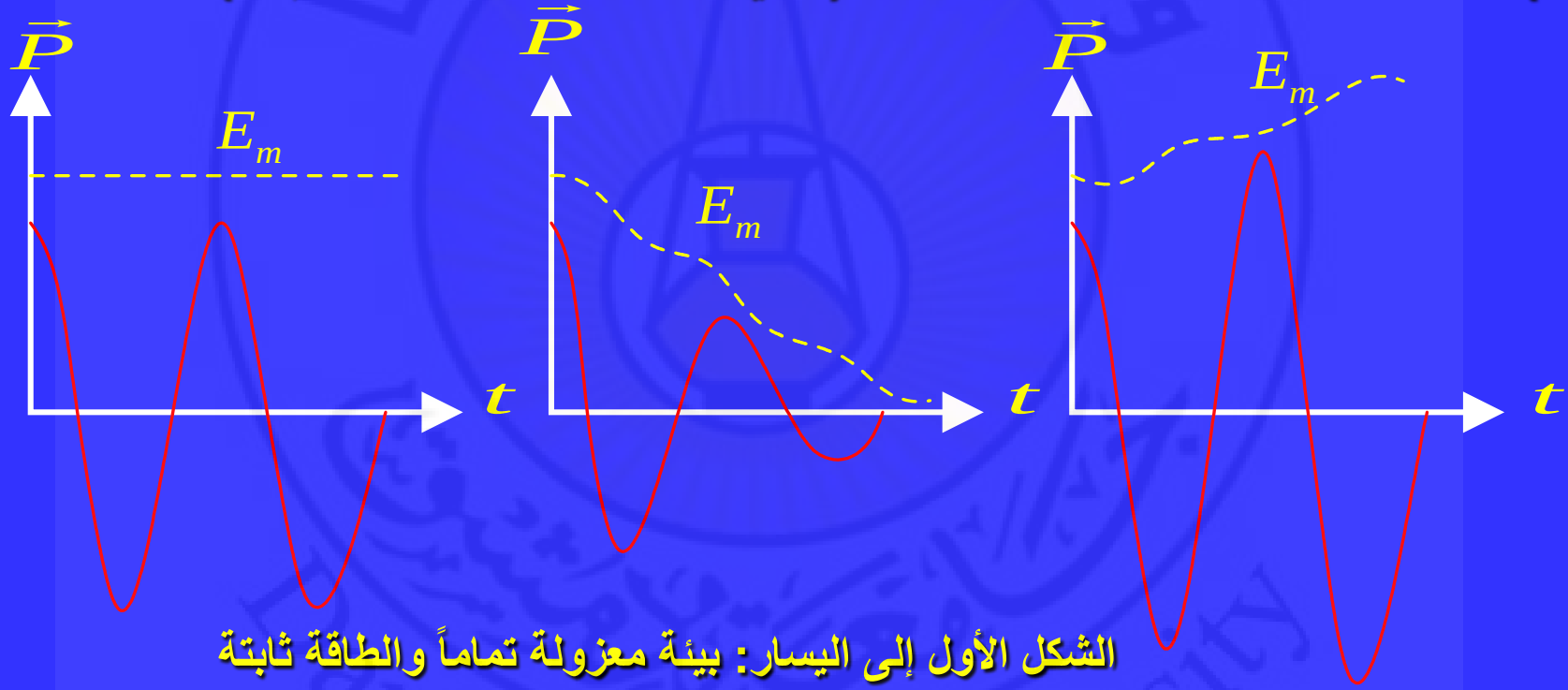
- إن مبدأ انحفاظ الطاقة لبيئةٍ معزولة يجعل من قيمة الطاقة الميكانيكية مؤشرًا جيدًا لتقييم الخطأ الرقمي المرتكب.
- وبعبارة أخرى يجب أن نبقي تغيرات الطاقة الميكانيكية ضمن حدودها الصغرى، أي:

$$\left|\Delta E_m\right| < \varepsilon \quad where\ E_m = E_p + E_k$$

- حيث E_p هي الطاقة الكامنة Potential Energy
- وحيث E_k هي الطاقة الحركية Kinetic Energy

الخطوة الزمنية التلاؤمية

الشكل التالي يبرز تغيرات الطاقة الحركية وفقاً لنوعية النظام (معزول أم لا) ونوعية القوى المطبقة عليه (أهي مشتقة من كمون أم لا)

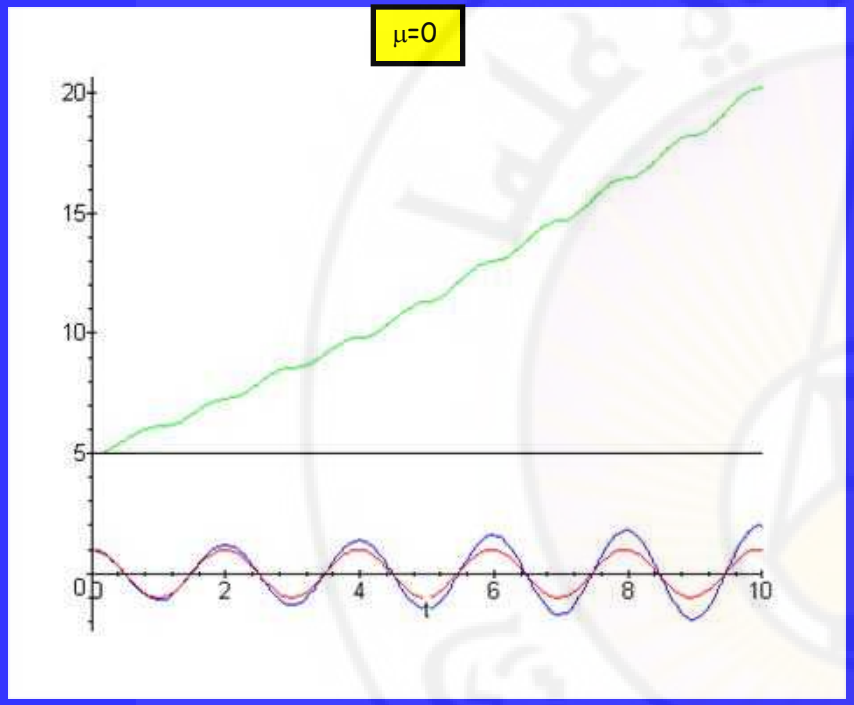


الشكل الأول إلى اليسار: بيئة معزولة تماماً والطاقة ثابتة

الشكل الأوسط : بيئة معزولة مع ضياع في الطاقة بسبب قوة احتكاك مثلاً

الشكل الثالث بيئة غير معزولة أي أن هنالك مصدر طاقة خارجي

مقارنة بين الخطوة الزمنية التلاؤمية والثابتة

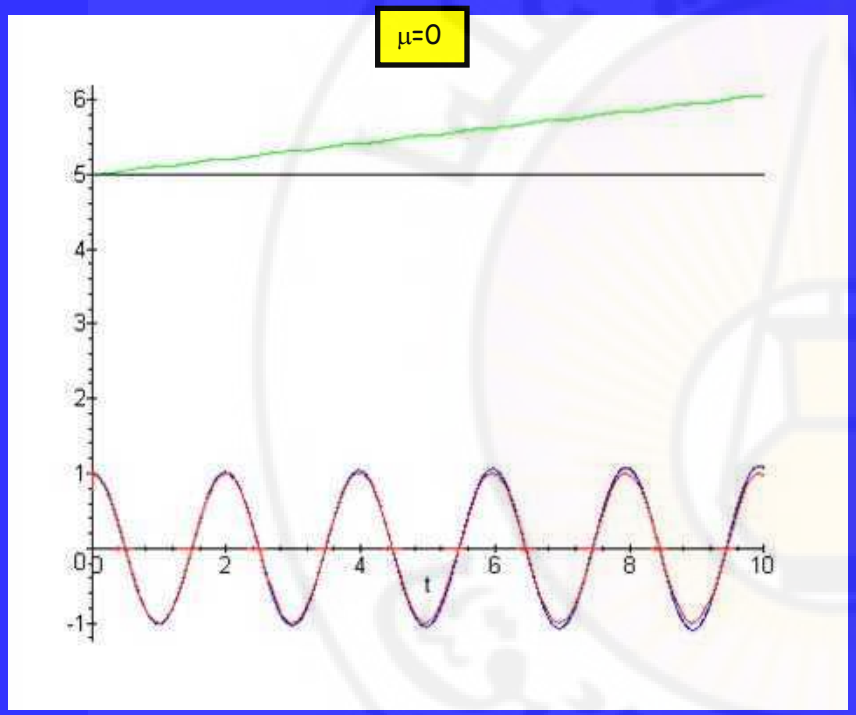


الحل باستعمال الخطوة الثابتة

نلاحظ على الشكل بأن الخطأ بين الحل التحليلي والحل باستعمال خطوة زمنية ثابتة كبير، ونلاحظ أيضاً كيف أن الطاقة الحركية تزداد بشكل مستمر وملحوظ

الطاقة محسوبة رقمياً
الطاقة محسوبة تحليلياً
الحل الرقمي
التابع التحليلي

مقارنة بين الخطوة الزمنية التلاؤمية والثابتة

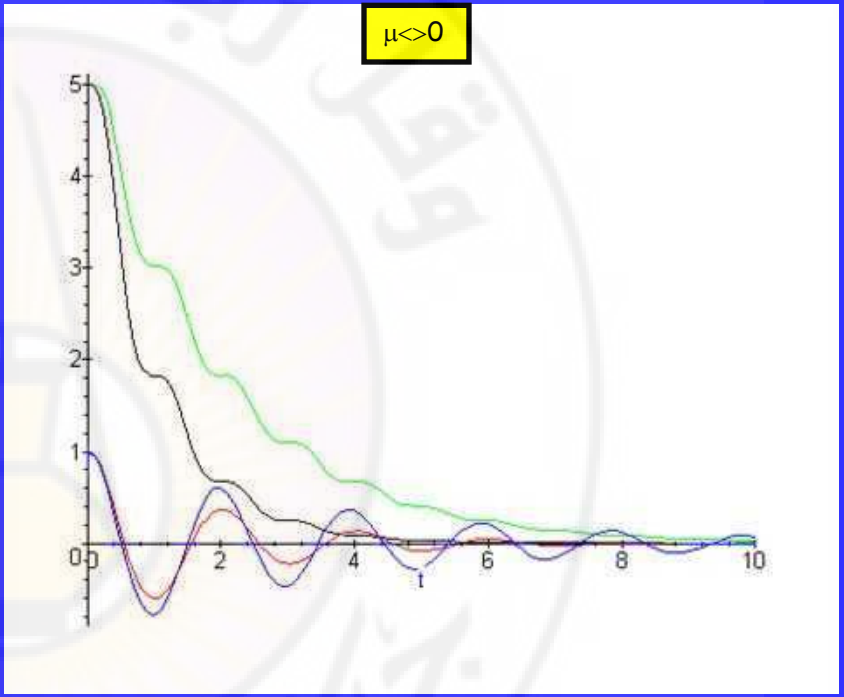


الحل باستعمال الخطوة التلاؤمية

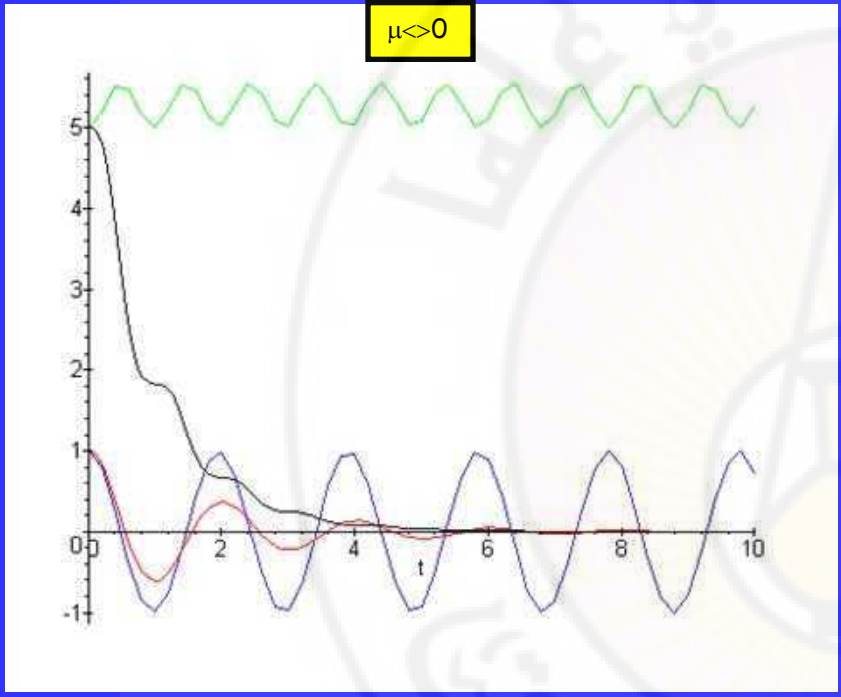
نلاحظ على الشكل بأن الخطأ بين الحل التحليلي والحل باستعمال خطوة زمنية تلاؤمية صغير ويعود ذلك للتسامح المحدود للحل مع تغيرات الطاقة الحركية.

الطاقة محسوبة رقمياً
الطاقة محسوبة تحليلياً
الحل الرقمي
التابع التحليلي

مقارنة بين الخطوة الزمنية التلاؤمية والثابتة



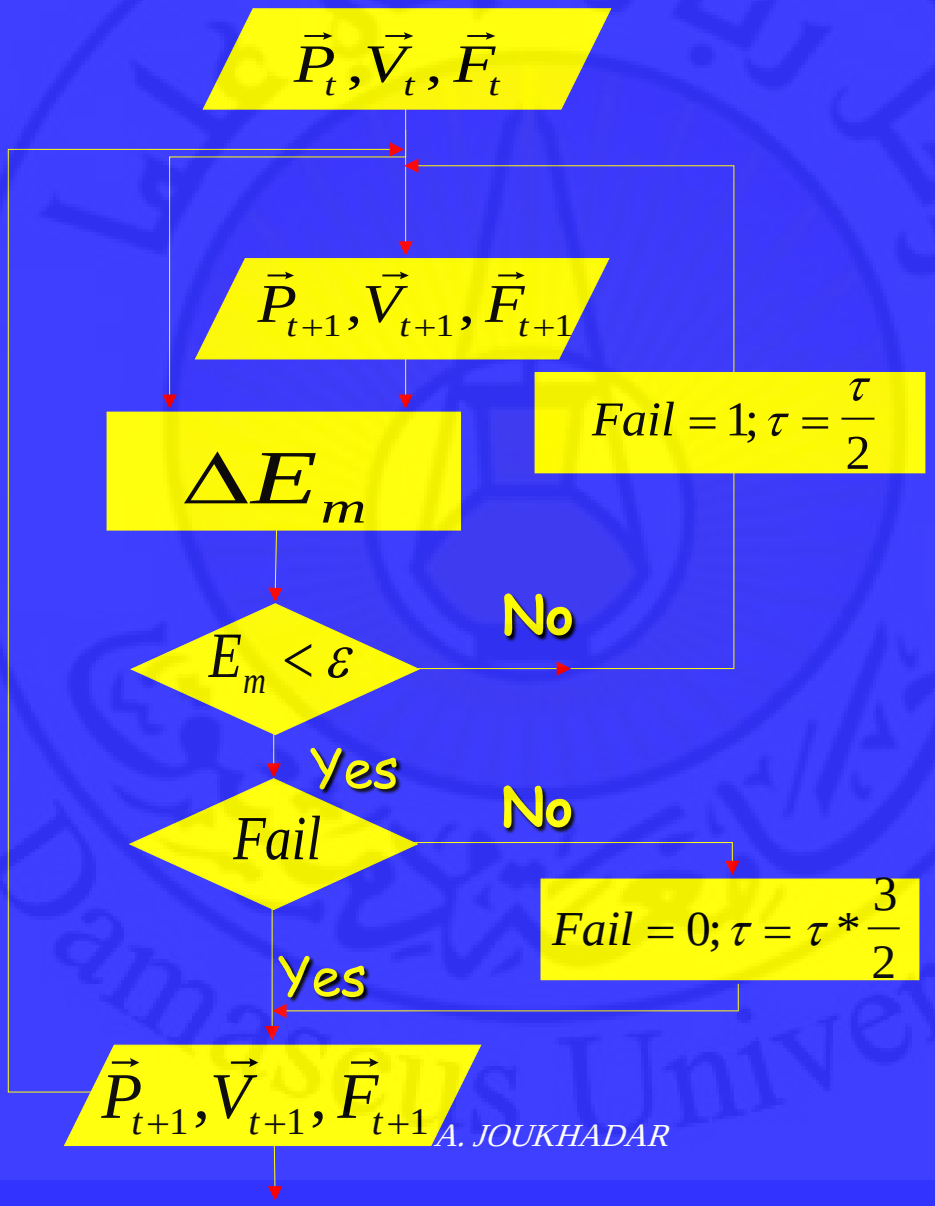
الحل باستعمال الخطوة التلاؤمية



الحل باستعمال الخطوة الثابتة

الطاقة محسوبة رقمياً
الطاقة محسوبة تحليلياً
الحل الرقمي
التابع التحليلي

خوارزمية الخطوة الزمنية التلاؤمية



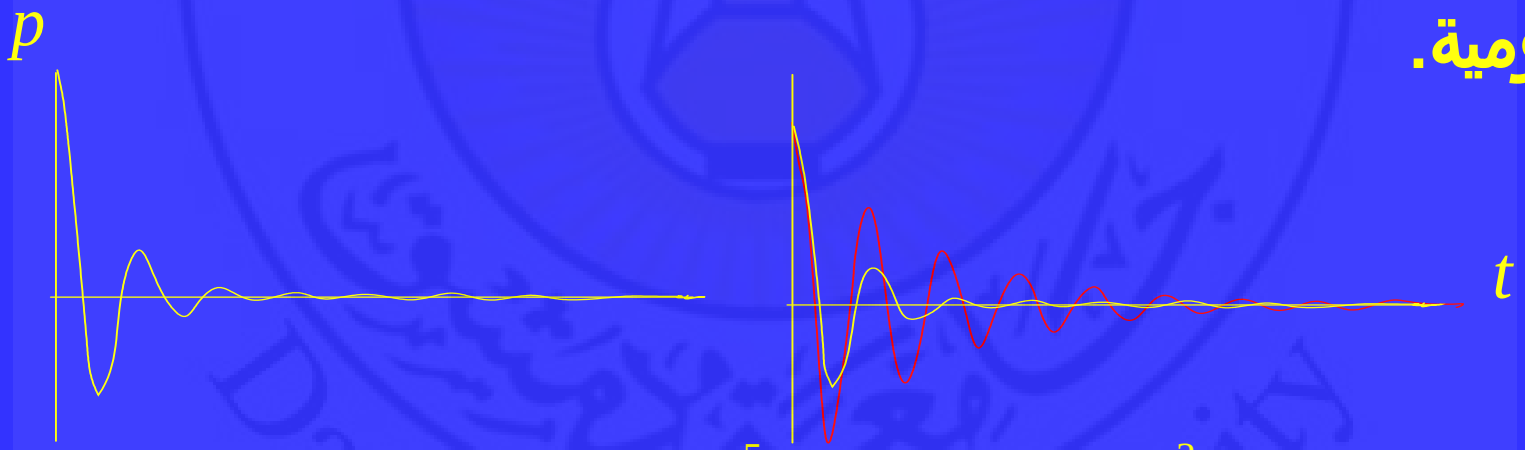
خوارزمية الخطوة الزمنية التلاؤمية

ملاحظات حول الخوارزمية

- عندما تتحسس الخوارزمية بوجود زيادة في الطاقة فإنها تقسم الخطوة الزمنية إلى النصف وتكرر
- وعندما تتحسس أن الوضع جيد فإنها ترفع الخطوة بنسبة ١.٥ ولاتكرر.
- الهدف من استعمال نسبتين مختلفتين هو التقارب من الحل الأمثل بدلاً من الدخول في حلقة تعود بنا دوماً لنفس القيم
- أما الهدف من استعمال القسمة والضرب بدلاً من الجمع في تغيير قيمة الخطوة فهو لتحقيق تقارب سريع

أمثلة عن الخطوة الزمنية التلاؤمية

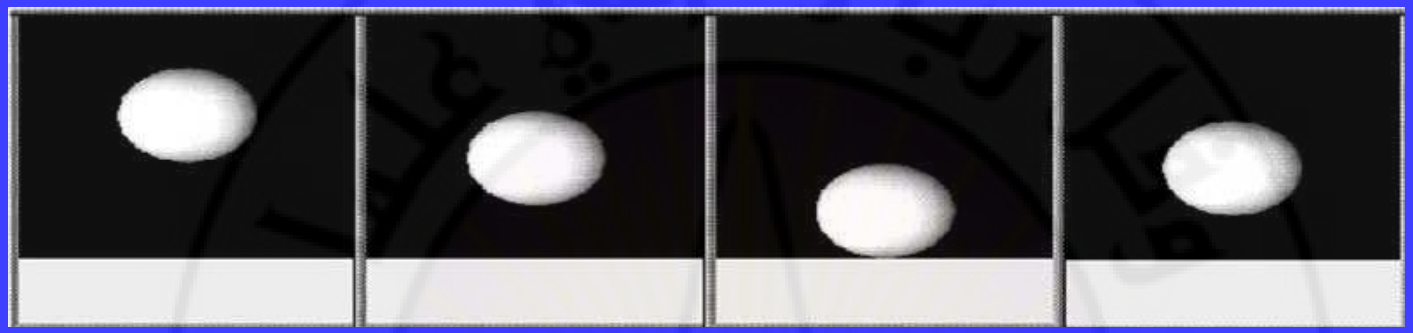
في هذا المثال نجد تجربةً قد تكررت مرة باستعمال الخطوة الثابتة وأخرى باستعمال الخطوة التلاؤمية، بحيث أن عدد التكررات متساوٍ في كلتا الحالتين وبالتالي زمن الحساب متساوٍ أيضًا وقد نتج عن ذلك خطأً وسطيًا مختلفًا حيث أن الخطأ في الخطوة الثابتة كان خمسين ضعفًا قيمة الخطأ في الخطوة التلاؤمية.

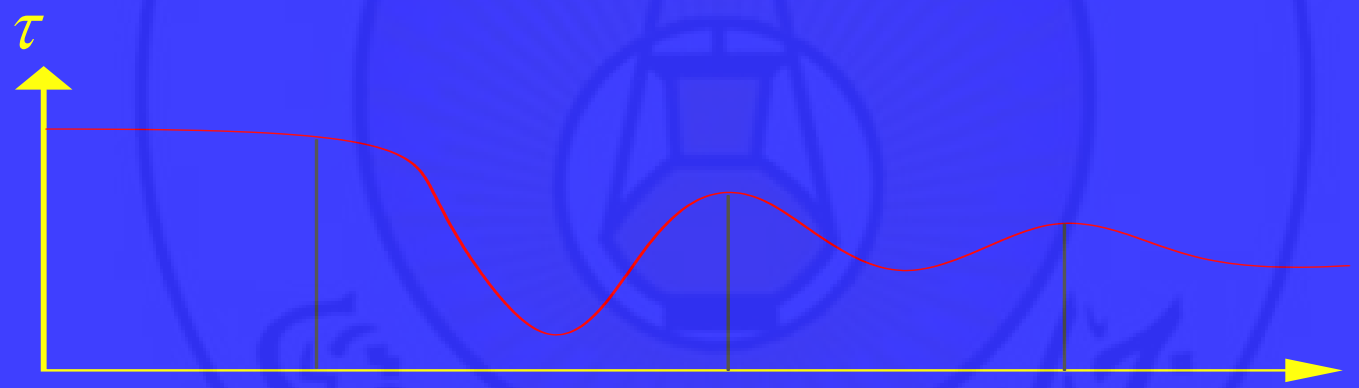


$Error = 6*10^{-5}$ $Error = 3*10^{-3}$

$\lambda = 100, \mu = 5, \tau_m = 0.065, \varepsilon_E = 0.01$

أمثلة عن الخطوة الزمنية التلاؤمية





- تغيير قيمة الخطوة الزمنية أثناء حركة كرة تقع على الأرض
- نلاحظ أن الخطوة
  - تصغر عند اصطدام الكرة مع الأرض
  - وتكبر عند وجود الكرة في حالة سقوط حر، حيث التسارع ثابت ومشتقاته معدومة

خصائص الخطوة الزمنية التلاؤمية المدروسة

- تحتاج هذه الطريقة إلى ٥ـ١ تكرار وسطياً للانتقال من اللحظة t إلى اللحظة التالية. لماذا؟

- الربح في هذه الطريقة هو دوماً أكبر من الواحد فهو يساوي نسبة الخطوة الزمنية الوسطى مقسمة على أصغر قيمة للخطوة الزمنية. لماذا؟

خصائص الخطوة الزمنية التلاؤمية المدروسة

- يمكن لهذه الطريقة السماح بتقدير الخطأ في حساب السرعة اعتماداً على علاقتها بالطاقة الحركية.

- لماذا لم نهتم بالطاقة الكامنة ؟

$$E_C = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \varepsilon_V = \sqrt{\frac{2\varepsilon_E}{m}}$$

$$P = V\ t \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{\varepsilon_v}{\tau}$$

خوارزميات حساب المسافة وتحسس الاصطدام

الهدف

- يهدف تحسس الاصطدام إلى بعض أو جميع الأهداف التالية:
  - توقع وقوع الاصطدام
  - معرفة وقوع الاصطدام
  - تحديد موقع الاصطدام
  - تحديد لحظة الاصطدام

تقييم خوارزميات الاصطدام

- يمكن تقييم خوارزمية الاصطدام بدرجة تحقيقها للخصائص التالية:
  - الأداء
  - نوعية الأغراض التي تستطيع معالجتها
  - دقتها في تحديد مكان الاصطدام
  - دقتها في تحديد لحظة الاصطدام

الأداء

- ويقدر بدرجة تعقيد الخوارزمية وهي من الشكل O(N) حيث N هو عدد رؤوس أو وجوه أو أضلاع الغرض المعني:
  - O(1): أي أن الزمن ثابت مهما يكن عدد وجوه الغراض المعنية
  - O(N): أي أن الزمن تابع طرداً لدرجة تعقيد الأغراض المعنية
  - $O(N^2)$: أي أن الزمن تابع تربيعي لدرجة تعقيد الأغراض المعنية.

نوعية الأغراض المراد معالجتها

- يوجد عدة تصانيف للأغراض تؤثر جميعها على خوارزمية حساب المسافة :
  - أغراض محدبة / مقعرة
  - أغراض صلبة / قابلة للتشوه
  - نماذج هندسية بـ / بدون طوبولوجيا

الدقة في تحديد مكان الاصطدام

- تحتاج بعض الخوارزميات إلى دقة عالية في تحديد موقع الاصطدام لأنها ستستعمل النتيجة لاحقاً في حساب قوى فعل ورد فعل
- بعض الخوارزميات لا تهتم بتلك الدقة كونها تتعامل مع ألعاب أطفال قد لا تتطلب هذه الدقة ولكنها تحتاج للعمل بزمن حقيقي

الدقة في تحديد لحظة الاصطدام

- تعمل بعض خوارزميات الاصطدام بتردد ثابت فإن كان هذا التردد صغيراً مقارنة بسرعة الأغراض فقد لا تستطيع هذه الخوارزميات تحسس بعض الحالات
- تعمل بعض الخوارزميات الأخرى بتردد مرتبط بسرعة وتسارع الأغراض المعنية لضمان تحسس الاصطدام يقيناً

Damascus University

بعض خوارزميات الاصطدام

- طرائق تزايدية ومعتمدة على السمات الأقرب closest features مثل:
  - Lin & Canny: تهدف لحساب المسافة الموجبة بين متعددي وجوه محدبين بزمن ثابت O(1).
  - Mirtich: يهدف للاستفادة من خصائص الأغراض الديناميكية من سرعة وتسارع لتحسين الأداء وضمان تحسس الاصطدام

بعض خوارزميات الاصطدام

- طرائق تعتمد على البرمجة الخطية مثل:
  - Gilbert: تهدف لحساب المسافة الموجبة وتحسس التداخل بزمن خطي بين مجموعتين من النقاط في الفضاء ثنائي وثلاثي البعد.
  - Cameron : قام بتحسين خوارزمية Gilbert بحيث يصبح تعقيدها ثابتاً في حال كانت الأشكال محدبة.

بعض خوارزميات الاصطدام

- طرائق مختلطة مثل:
  - Joukhadar : تهدف لحساب المسافة بين الأجسام المحدبة بزمن ثابت وبين الأجسام المقعرة والقابلة للتشوه بزمن خطي.

- وسنتناول في الفصل القادم تفاصيل هذه الخوارزميات

خوارزمية Gilbert

خوارزمية Gilbert

- تهدف لحساب المسافة الموجبة وتحسس التداخل بزمن خطي بين مجموعتين من النقاط في الفضاء ثنائي وثلاثي البعد.

- لاتهتم هذه الطريقة بأي طبولوجيا تربط هذه النقاط

مبدأ خوارزمية Gilbert

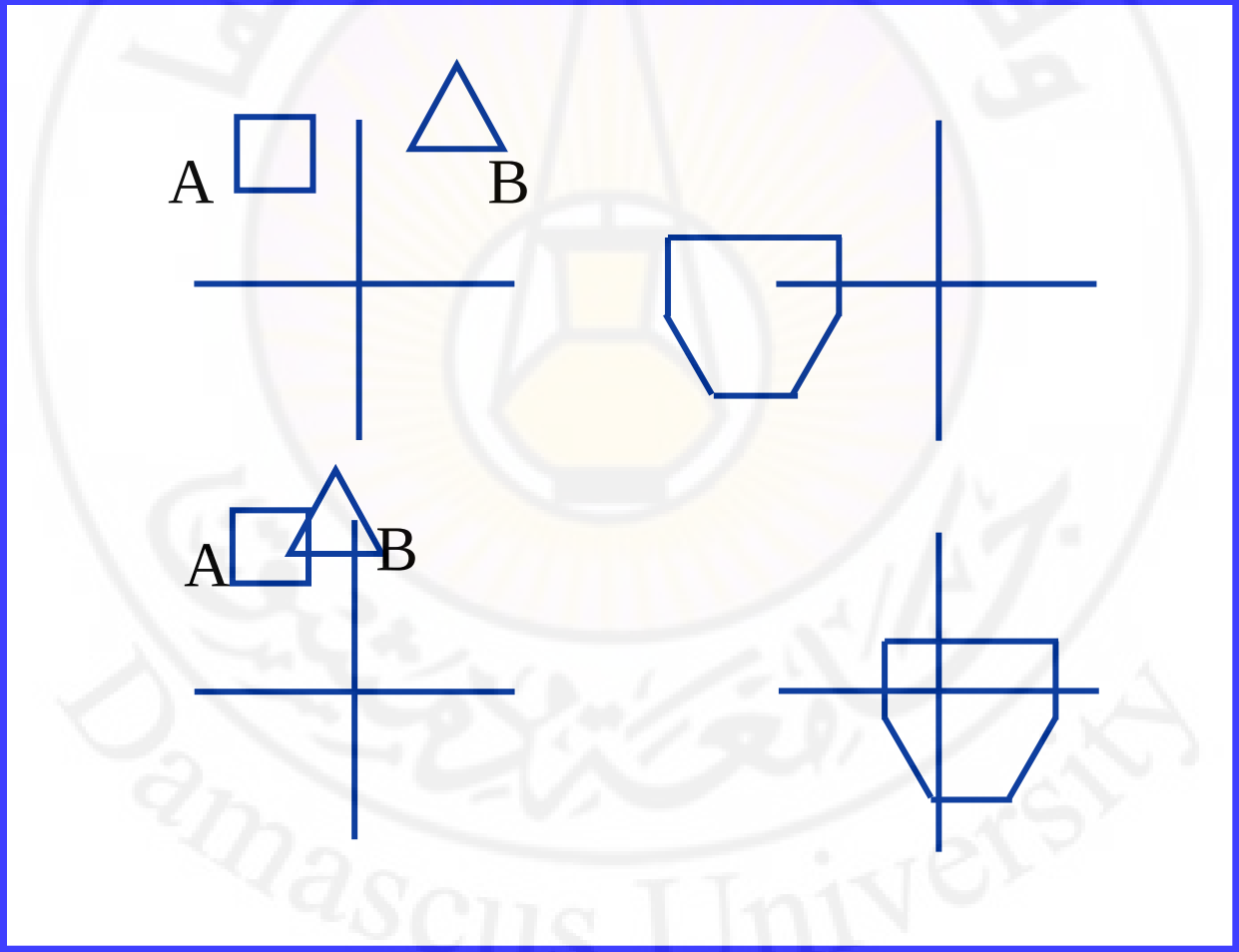
- تعتمد هذه الطريقة على كون المسافة بين مجموعتين من النقاط مساوية لمسافة فرق Minkowski عن الصفر

مجموع وفرق مينكوفسكي

- Minkowski Sum (A, B) = { a + b | a ∈ A, b ∈ B }
- Minkowski Diff (A, B) = { a - b | a ∈ A, b ∈ B }
- يتصادم جسمان إذا احتوى فرق مينكوفسكي لها على الصفر (مركز الاحداثيات)

Damascus University

أمثلة عن فرق مينكوفسكي



حساب مسافة فرق مينكوفسكي عن الصفر

- لحساب مسافة مجموعة من النقاط عن الصفر ندخل تابعاً جديداً وهو h_Z حيث:

$$h_Z(m) = \max z.m : z \in Z$$

- حيث $z.m$ هومسقط النقطة z على الشعاع m.
- النقطة الأقرب للمركز هي النقطة التي تحقق:

$$|z^2| + h_Z(-z) = 0$$

تفصيل خوارزمية Gilbert

- لإيجاد النقطة الأقرب إلى المركز من المغلف المحدب لمجموعة من النقاط Z :

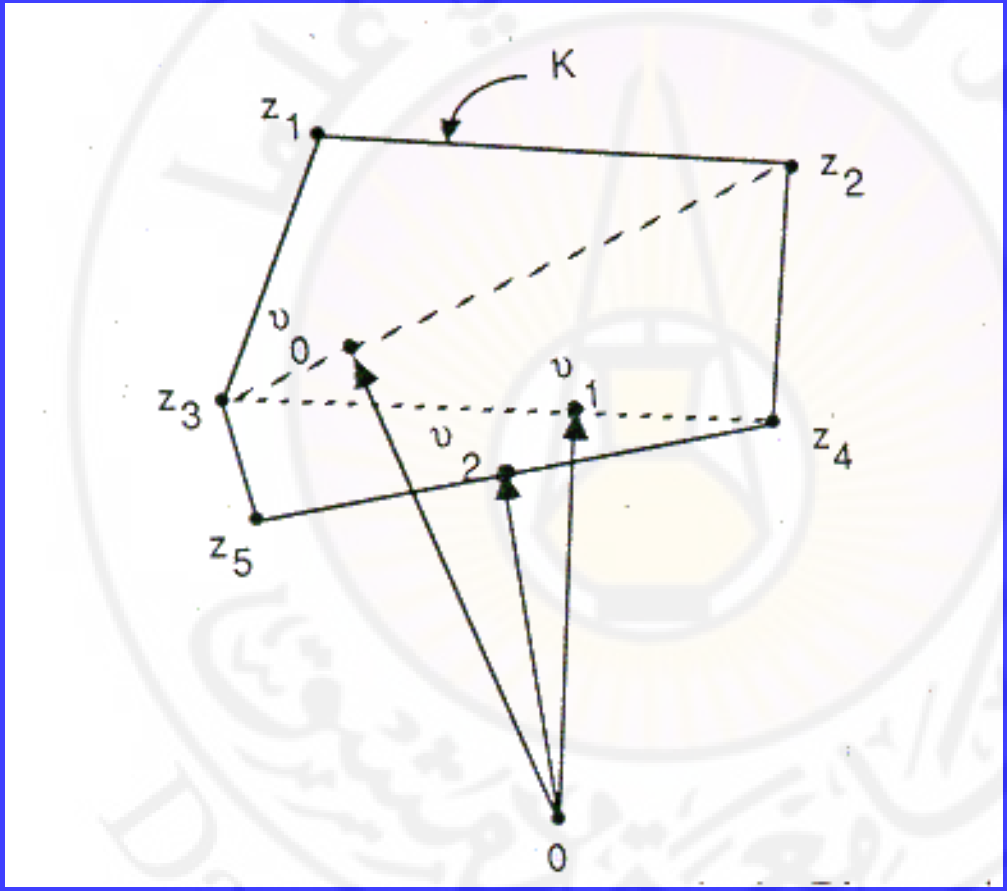
١. نبدأ بمجموعة أولية من نقاط Z غير المرتبطة خطياً ولتكن $z_1, z_2, .. z_k$ حيث k=2 or 3

٢. نحسب أقرب نقطة من المجموعة السابقة إلى المركز ولتكن z

٣. إذا حققت z أن $|z^2| + h_z(-z)=0$ كانت هي النقطة المطلوبة

٤. وإلا أضفنا النقطة $h_z(-z)$ إلى المجموعة السابقة وحذفنا أبعد النقاط منها وكررنا العمل ابتداء من ١.

مثال



نجد هنا مثالاً يتقارب بثلاث تكرارات

تعقيد خوارزمية Gilbert

- نلاحظ أن قيمة التابع h لفرق مينكوفسكي تساوي لفرق قيمته عند الجسم الأو ل من قيمته عند الجسم الثاني و هذا يجعلنا نتجنب حساب فرق مينكفسكي المكلف.
- ومنه فإن حساب أقرب نقطة يحتاج لـn+m عملية مضروبة بعدد التكرارات، حيث n عدد رؤوس الجسم الأول و m عدد رؤوس الجسم الثاني.
- لو استفدنا من استمرار حركة الأغراض واستعملنا في كل تكرار نفس المجموعة التي أعطت النتيجة المطلوبة في التكرار السابق لتقاربنا بتكرار وحيد مما يجعل هذه الخوارزمية تعمل بزمن خطي.

خوارزمية Cameron

- Cameron: قام بتحسين خوارزمية Gilbert بحيث يصبح تعقيدها ثابتاً في حال أشكال محدبة معروفة الطبولوجيا
- في الواقع فإنه يستطيع تحديد فيما إذا كانت نقطة ما هي الأقرب للصفر دون استعمال التابع h المكلف، بل يكفي أن تكون النقطة أقرب من جواراتها إلى الصفر.

سيئات الخوارزمية

- يمكنها اكتشاف التصادم ولكنها لا تستطيع تحديد عمق التداخل وموقع الاصطدام

Lin & Canny خوارزمية

خوارزمية Lin & Canny

- تهدف لحساب المسافة الموجبة بين متعددي وجوه محدبين بـ:
  - زمن خطي من ثبات
  - وزمن ثابت O(1) من حركة

خوارزمية تزايدية

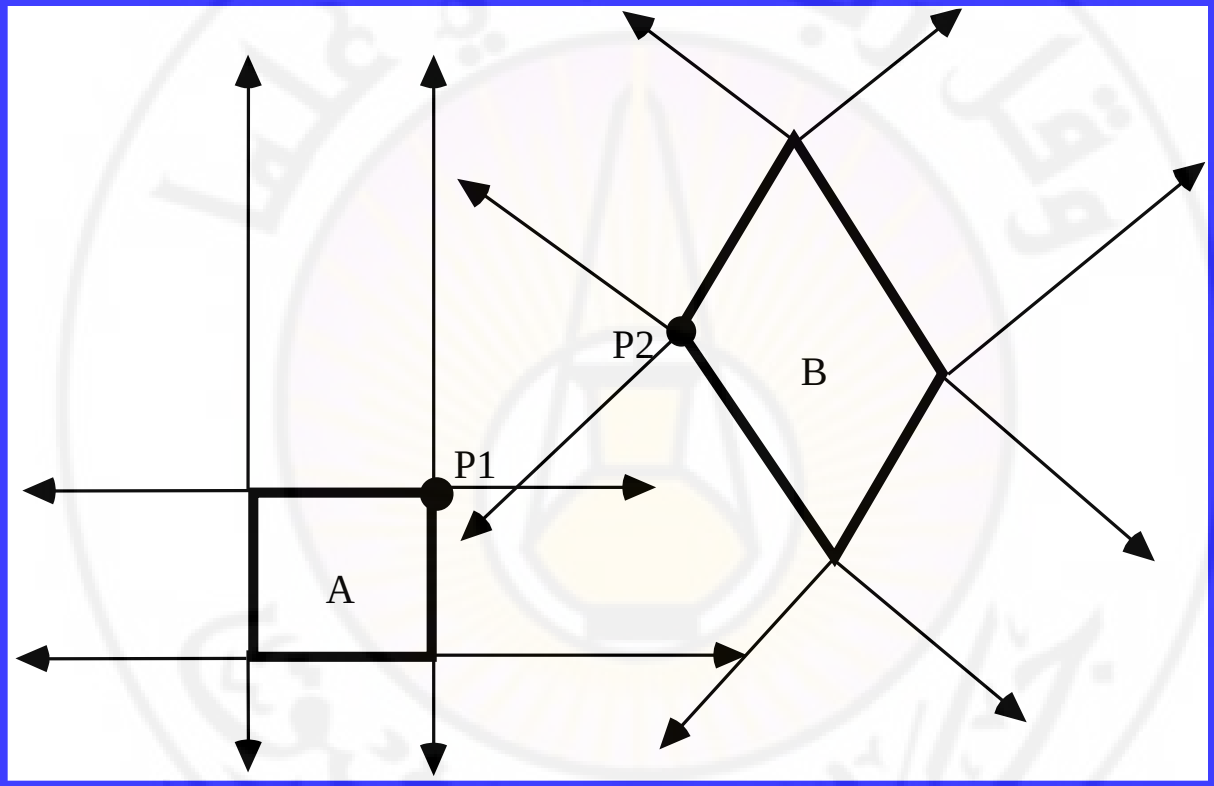
- التحضير
  - مجموعة من مناطق فورونوي والتي تمثل مجموعة النقاط التي هي أقرب إلى سمة ما من أية سمة أخرى
  - السمة هي إما
    - رأس
    - ضلع
    - سطح
- الهدف
  - إيجاد أقرب سمة من الجسم الأول إلى الثاني وأقرب سمة من الجسم الثاني إلى الأول وتكون المسافة هي المسافة بينهما

الخوارزمية

- لنأخذ سمة من الأول وسمة من الثاني لا على التعيين
- اختبر كون السمة الأولى أقرب إلى الثانية من جميع السمات المجاورة لها وأن الثانية أقرب إلى الأولى من جميع جواراتها
  - إذا تحقق ذلك توقف
  - وإلا استبدل السمة التي لم تحقق الشرط بأقرب جواراتها إلى السمة الأخرى وحاول مرة أخرى

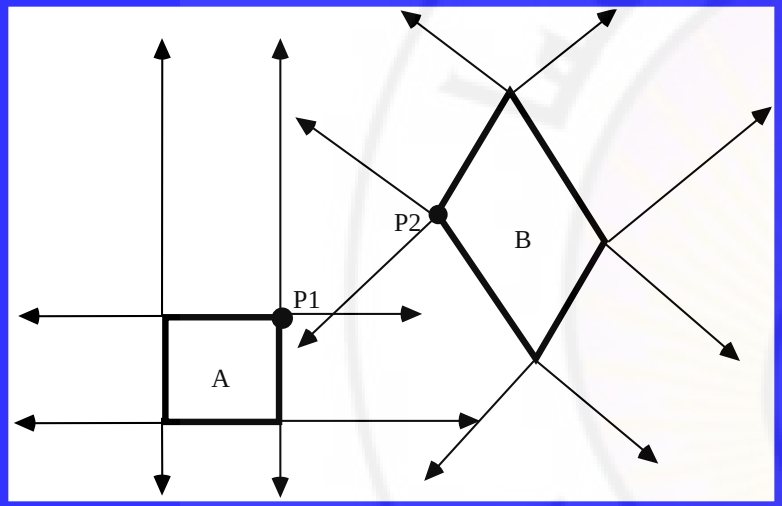
Damascus University

وصف للسمات في 2D



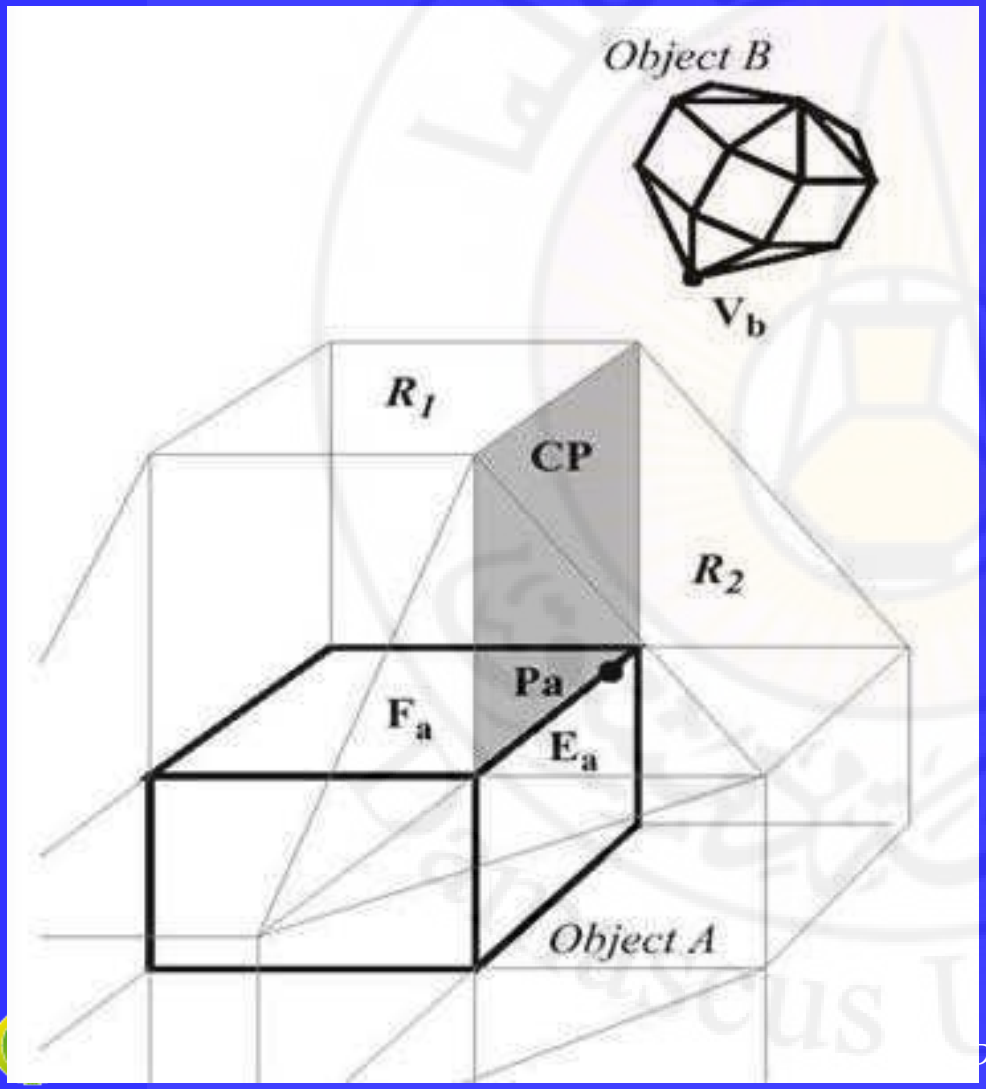
- تمتلك الأغراض ثنائية البعد سمتين: الرأس والضلع

وصف للسمات في 2D



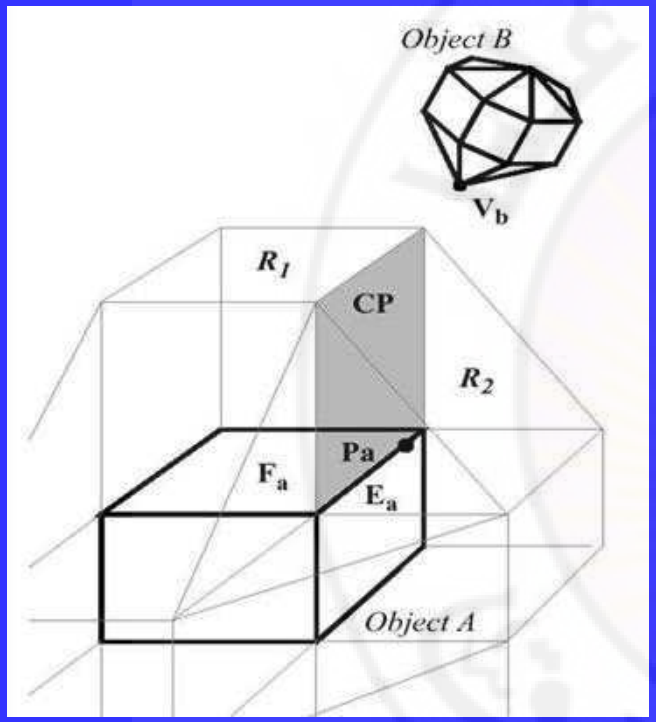
- منطقة فورونوي المرتبطة بالضلع هي المحصورة بين العمودين على نهايتيه والمارين في هاتين النهايتين
- منطقة فورونوي المرتبطة بالرأس هي المحصورة بين العمودين على الضلعين المجاورين والمارين في الرأس نفسه
- نلاحظ في الشكل أن p_1 وp_2 يحققان شرط التوقف لأن كل منهما يقع ضمن منطقة فورونوي المرتبطة بالآخر.

وصف للسمات في 3D



- تمتلك الأغراض ثلاثية البعد ثلاث سمات:
  - الرأس
  - الضلع
  - الوجه

وصف للسمات في 3D



- منطقة فورونوي المرتبطة بالرأس هي المحصورة بين الأعمدة على الوجوه المجاورة له والمارة في هذا الرأس
- منطقة فورونوي المرتبطة بالضلع هي المحصورة بين السطحين المارين منه والعموديين على الوجهين المجاورين له، مثال R_2
- منطقة فورونوي المرتبطة بالوجه هي المحصورة بين السطوح العمودية عليه والمارة من الأضلاع المجاورة له ، مثال R_1.

سيئات الخوارزمية

- يمكن للخوارزمية أن تدخل في حلقة لا نهائية في حال تداخل الغرضان

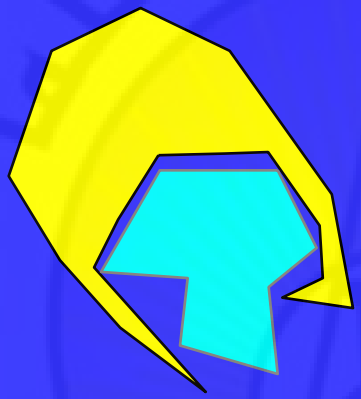
خوارزميات حساب المسافة وتحسس الاصطدام

خوارزمية Joukhadar

خوارزمية Joukhadar

تهدف إلى حساب المسافة بين الأجسام المحدبة أو المقعرة الصلبة أو القابلة للتشوه بزمن خطي أو أقل من خطي

تعريف المسألة

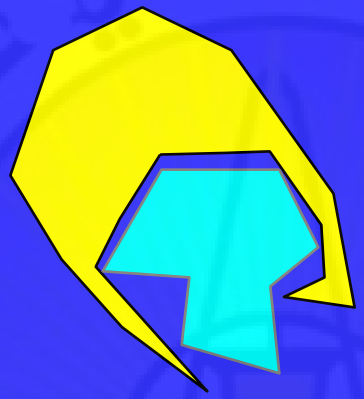


- ليكن لدينا غرضان غير محدبان وقابلان للتشوه ونريد حساب المسافة بينهما:

١. لا تكفي قيمة واحدة لتعريف المسافة بين هذه الأجسام بسبب وجود عدة نقاط تصادم محتملة.

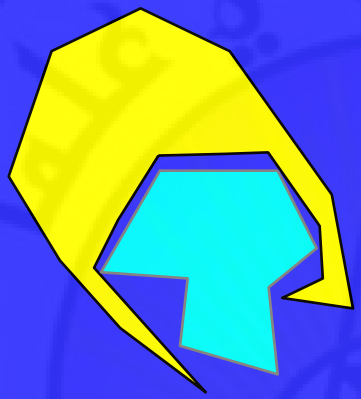
٢. عليه فيجب علينا مراقبة جميع نقاط الاصطدام المحتملة وتحديده بدقة.

تعريف المسألة



- تعرف المسافة بين الأجسام المقعرة في حالة الانفصال بأصغر انسحاب يمكن أن يؤدي لتصادمها
- وتعرف في حالة الاصطدام بأزواج السطوح التي هي فعلياً في حالة اصطدام وباتجاه الصدم لكل زوج من هذه الوجوه.
- تأتي أهمية اتجاه الصدم من تأثيره على اتجاه القوى الناتجة والتي ستؤثر على السلوك الحركي للجسمين فيما بعد.

صعوبات حل المسألة



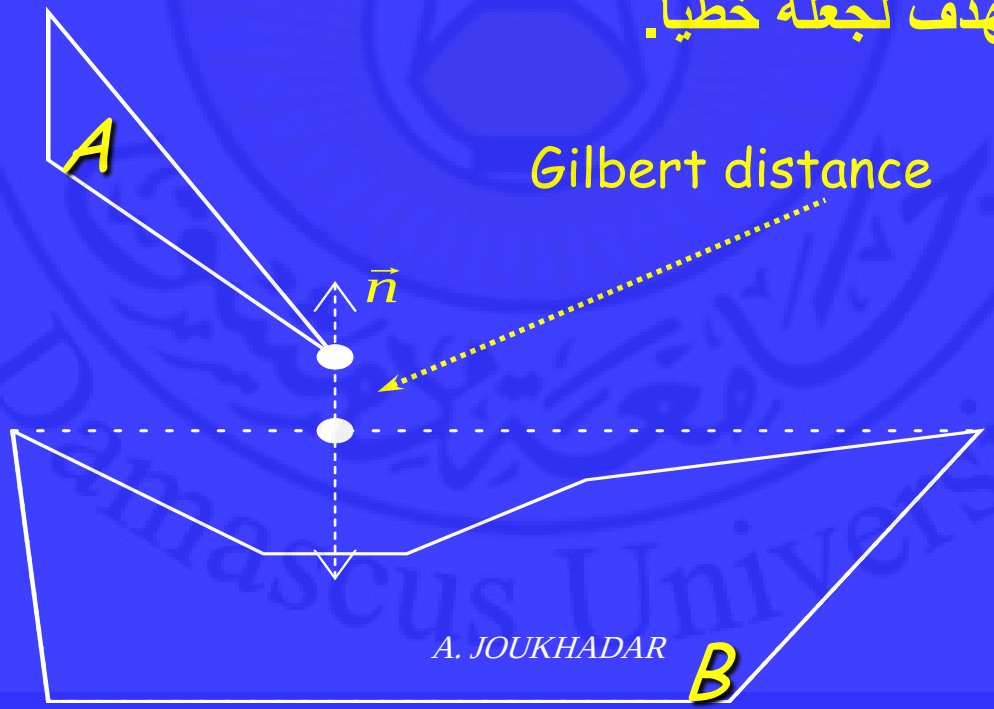
- لا توجد أية علاقة بين الأزواج المتصادمة من الوجوه، فهي ليست بالضرورة متجاورة، ولا تشكل نسيجاً مترابطاً، ومنه فلا بد من مقارنتها جميعاً مثنى مثنى، مما يعطي درجة تعقيد تربيعية من رتبة جداء عدد وجوه الغرض الأول مضروباً بعدد وجوه الغرض الثاني.
- لا يمكن تقطيع الأشكال الأصلية إلى مجموعة محدبات لأن هذه التقطيع الستاتيكي يفقد صلاحيته مع تشوه الأغراض.
- ومنه فلا بد من حل المسألة كما هي.

حـل المسألة

نقسم الحل إلى حلين:

ا. مرحلة ما قبل تداخل المغلفات المحدبة: في هذه المرحلة يوجد العديد من الحلول التي رأيناها سابقاً مثل Gilbert وCameron و Lin وغيرها. وهي ذات تعقيد ثابت أو خطي

ب. مرحلة ما بعد تداخل المغلفات المحدبة: هذه المرحلة تتطلب تعقيداً تربيعياً عادة والحل المقترح يهدف لجعله خطياً.



مبدأ الخوارزمية

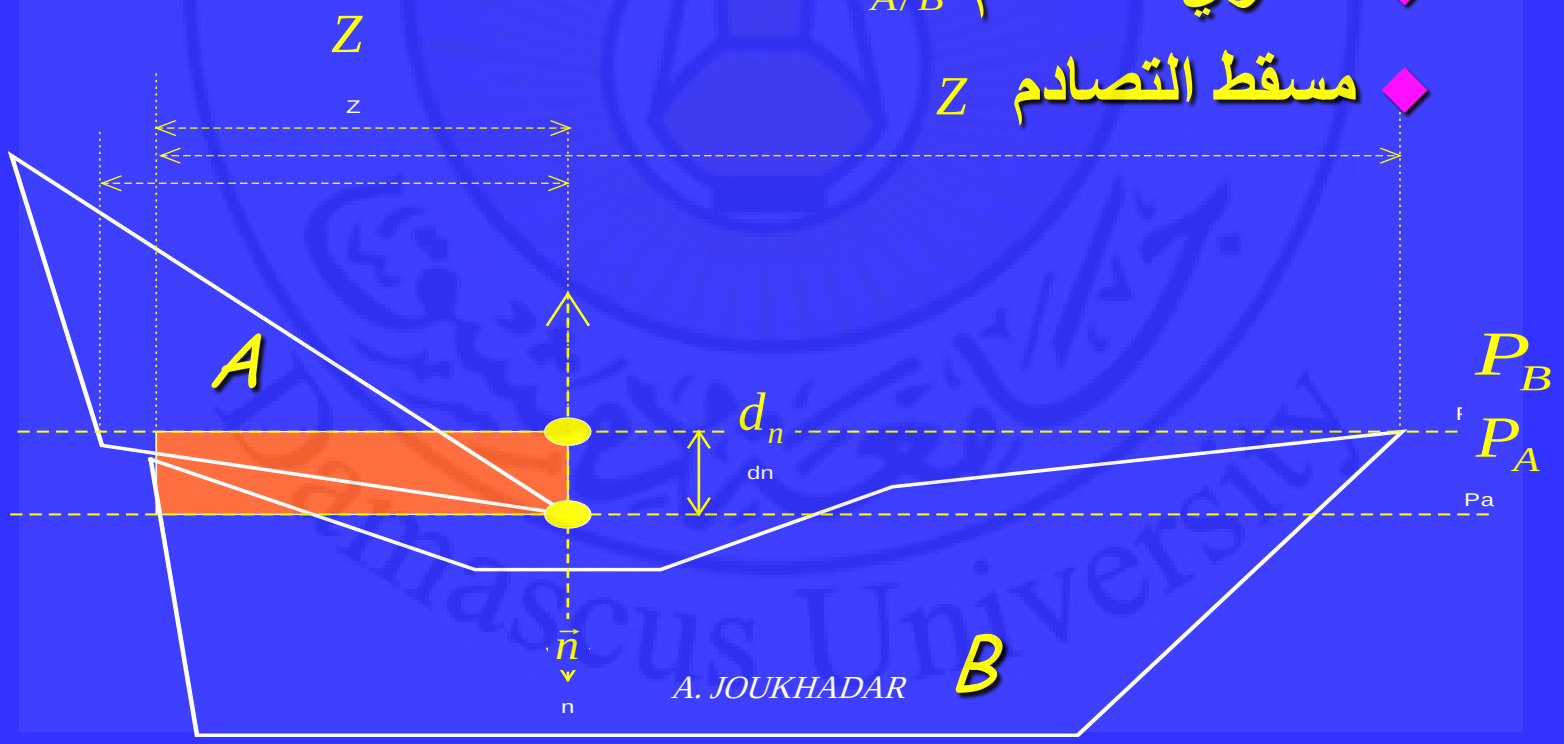
- مرحلة ما قبل التداخل: تعتمد خوارزمية Gilbert/ Cameron لحساب المسافة بين المغلفات المحدبة للأشكال بزمن ثابت أو خطي وفقاً للحالة

- مرحلة التداخل: تقوم الخوارزمية بالبحث بزمن خطي عن أصغر حيز من الفضاء يحتوي على جميع الوجوه التي قد تكون في حالة اصطدام ومن ثم مقارنة الوجوه التي تقع ضمن هذا الحيز فقط دون الوجوه التي تقع خارجه ونسمي هذا الحيز بحيز التصادم

تحديد حيز التصادم

يتطلب تحديد مجال التصادم مجموعة من المعاملات وهي:

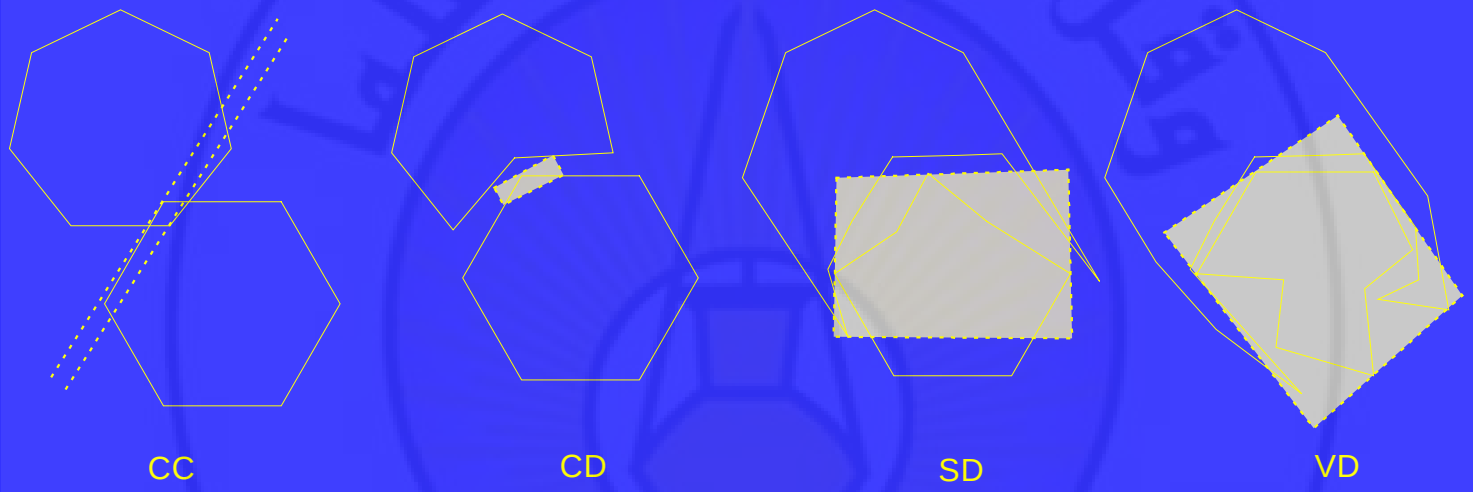
- المسافة السالبة d_n
- اتجاه التصادم $\vec{n}$
- مستوي التصادم $P_{A/B}$
- مسقط التصادم Z



تحديد مجال التصادم

- المسافة السالبة: هي أصغر انسحاب في اتجاه ما (اتجاه التصادم) يسمح بفصل المغلفين المحدبين.
- اتجاه التصادم: هو حامل السرعة النسبية للجسمين قبل لحظة التصادم مباشرة
- مستوي التصادم: هو مستو عمود على اتجاه التصادم ويمر من أقرب نقطة من أحد الأغراض إلى الآخر، أي يوجد مستويي تصادم
- مسقط التصادم: هو حيز يحيط بمسقط أحد الأغراض على مستو التصادم المرتبط بالغرض الثاني

أمثلة عن مجالات التصادم



نلاحظ أن مجالات التصادم تصغر وتكبر وفقًا لعمق التداخل بين المغلفات المحدبة

خوارزميات حساب المسافة وتحسس الاصطدام

خوارزمية Joukhadar

خوارزمية جوخدار (تتمة)

تهدف إلى حساب المسافة بين الأجسام المحدبة أو المقعرة الصلبة أو القابلة للتشوه بزمن خطي أو أقل من خطي

حساب اتجاه الصدم

نعلم أن المسافة بين جسمين تساوي مسافة فرقهما عن نقطة الصفر

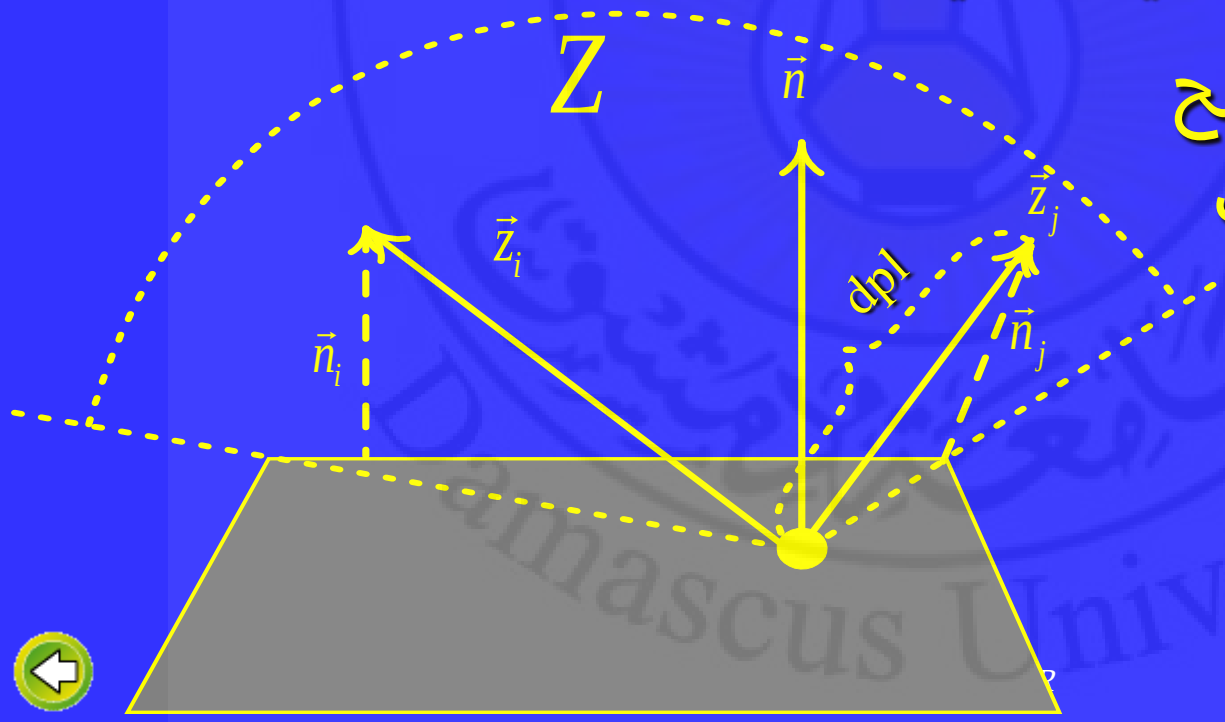
$$d(C_A, C_B) = \begin{cases} \min\{|x-y|\} : x \in C_A, y \in C_B \} \\ \min\{|z| : z \in C_A \Theta C_B \} \end{cases}$$

$$C_A \Theta C_B = \{ z : z = x - y, x \in C_A, y \in C_B \}$$

ومنه تعود المسألة إلى حساب اتجاه الصدم أو اتجاه تداخل الصفر ضمن الشكل الناتج عن فرق الغرضين بعد تداخلهما

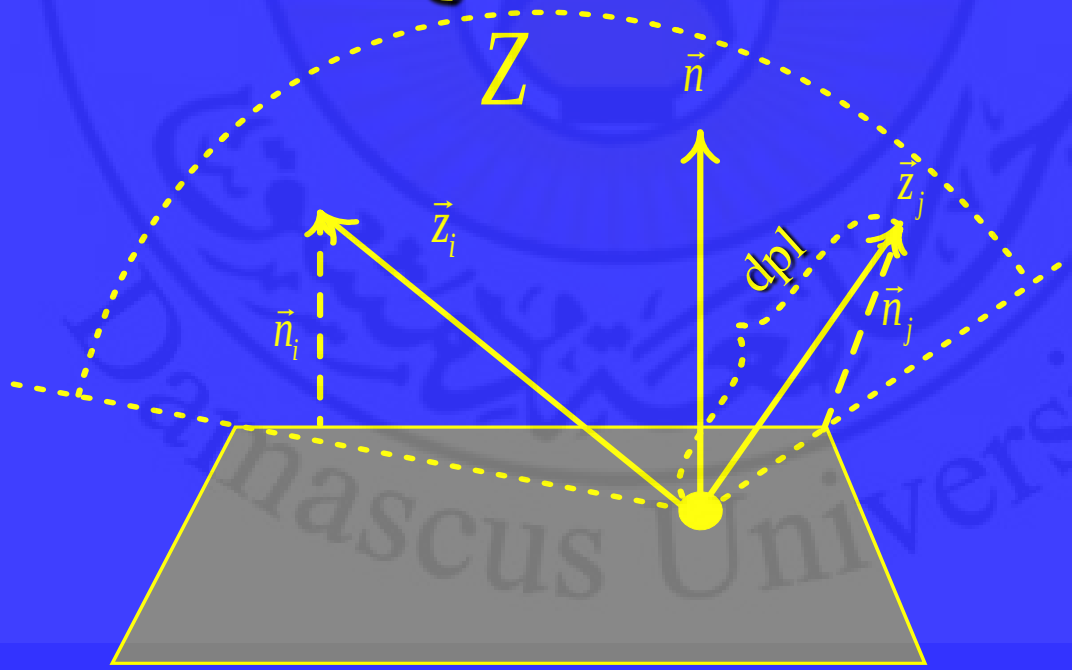
حساب اتجاه الصدم

- الحل هو أن نسحب الصفر باتجاه أولي من داخل الجسم حتى يخرج منه ثم حساب المسافة الموجبة باستعمال Gilbert.
- نلاحظ أن المسافة الموجبة المحسوبة أقرب إلى اتجاه التداخل من الاتجاه الافتراضي الأولي. لماذا؟
- نكرر حتى يصبح الاتجاه الموجب مساوياً لاتجاه الانسحاب

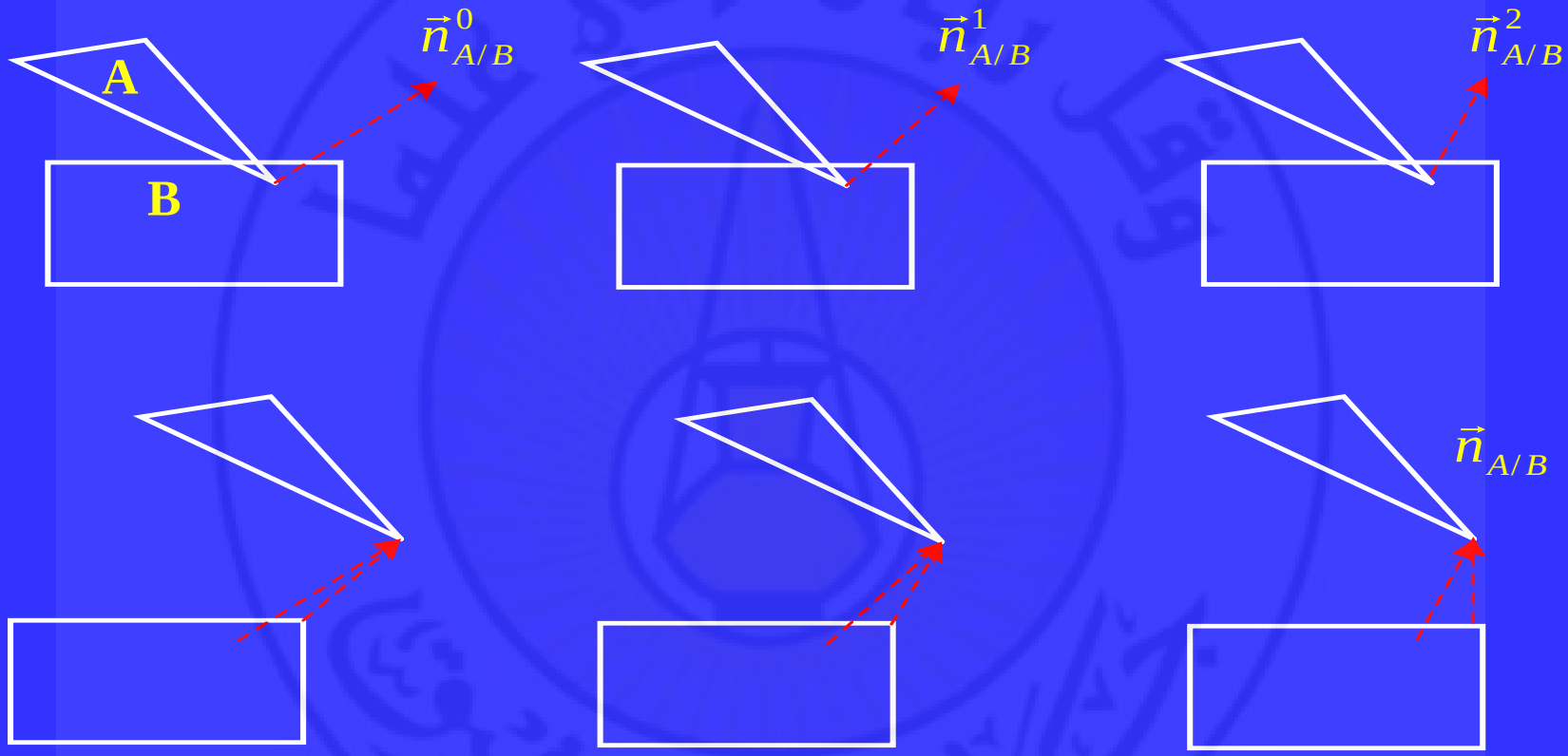


حساب اتجاه الصدم

- نسمي المجال Z والموضح على الشكل بمجال التقارب للخوارزمية لأننا لو نفذنا الانسحاب خارج هذا المجال لتقاربت الخوارزمية إلى وجه آخر.
- نلاحظ أن الشكل ليست إلا لتثبيت الأفكار فنحن في الواقع لا نحتاج لحساب فرق الغرضين لنستطيع المحافظة على درجة تعقيد خطية



مثال



نلاحظ ثلاثة تكرارات لمراحل عمل الخوارزمية:

في الأعلى قبل الإنسحاب وفي الأسفل بعد الإنسحاب

أثر معاملات الخوارزمية

يعتمد سلوك الخوارزمية على معاملين:

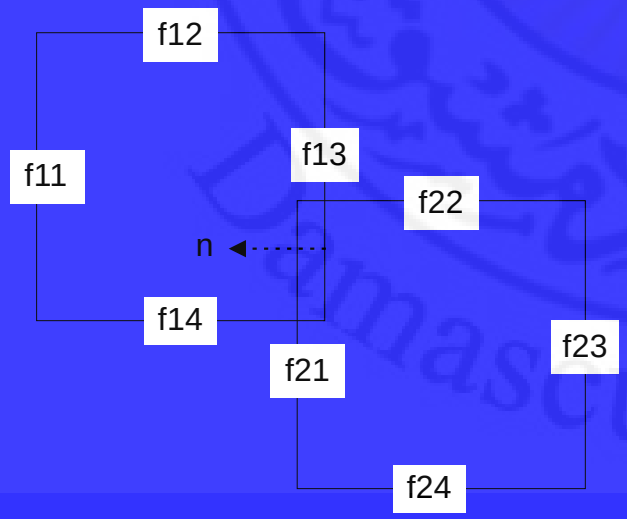
- قيمة الإنسحاب:
  - كلما صغرت قيمة الإنسحاب كلما ازداد احتمال التقارب، شريطة أن يؤدي الإنسحاب إلى فصل الجسمين
- اتجاه الإنسحاب الأولي $\vec{n}^0_{A/B}$
- يجب أن يكون الاتجاه الأولي للإنسحاب ضمن مجال التقارب وإلا تباعدت الخوارزمية

اختيار المعاملات

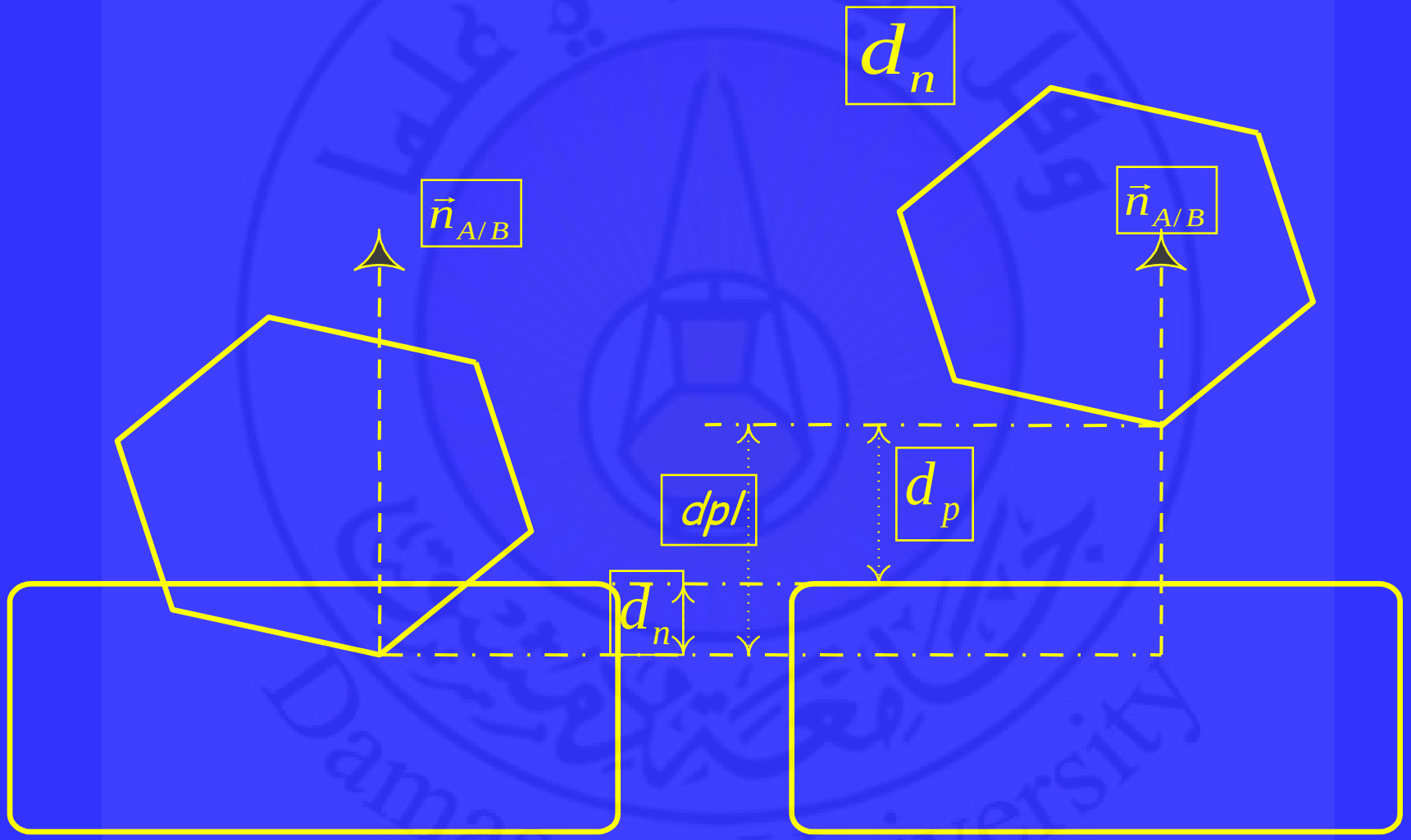
- نختار قيمة الإنسحاب بحيث تكون مساوية لقيمة التداخل في اللحظة السابقة مما يزيد من احتمال فصل الجسمين دون الحاجة لإنسحاب كبير قد يؤخر التقارب
- نختار اتجاه الإنسحاب الأولي بحيث يكون مساوياً لاتجاه التصادم في اللحظة السابقة مما يعطي ثباتاً أكبر للخوارزمية
- النتائج التجريبية تثبت أن الخوارزمية تتقارب بتكرار قريب جداً من الواحد.

استقرار الخوارزمية

- لو نظرنا للشكل أدناه لاعتقدنا بأن الوجهين f21 وf13 هما في حالة اصطدام وأن n هو اتجاه الصدم، وذلك لأن المسافة بين هذين الوجهين صغيرة.
- هذا ما تعطيه العديد من الخوارزميات، مع أنه من المحتمل أن يكون التداخل قد حدث من اتجاه f22 وf14.
- من ميزات خوارزميتنا هذه أنها تتقارب تبعاً لاتجاه الحركة في اللحظة السابقة

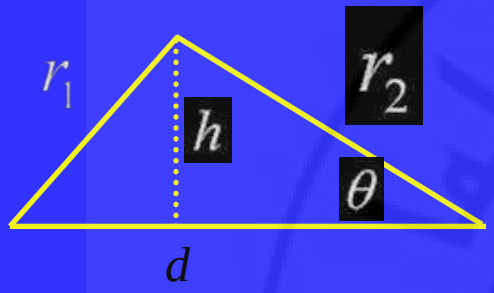


حساب المسافة السالبة



$$d_n = dpl - d_p$$

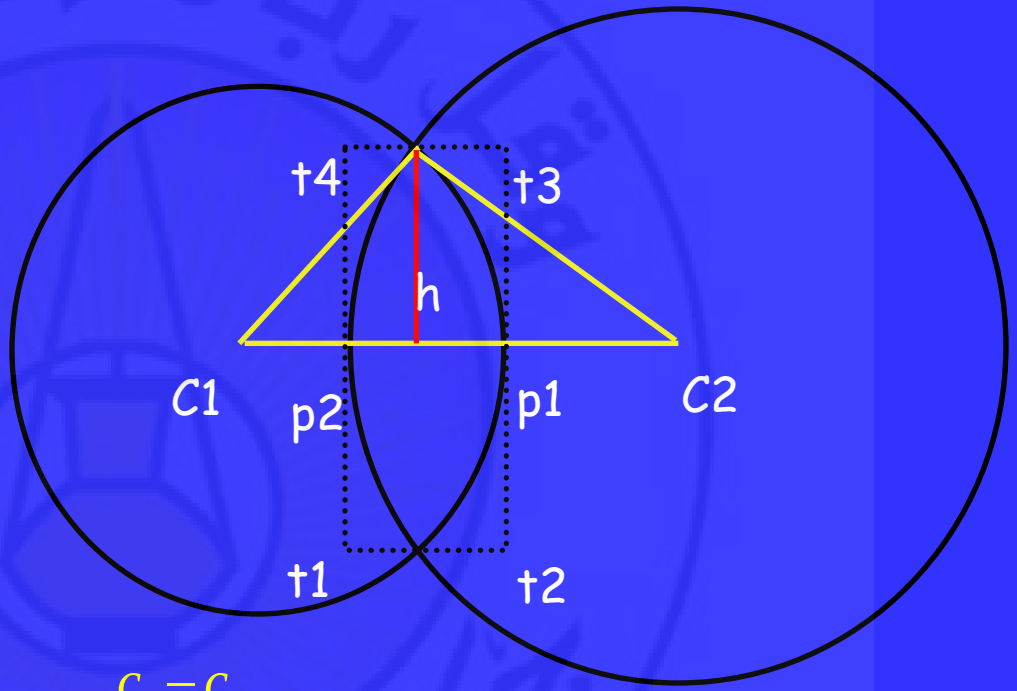
حساب مجال التصادم



$$r_1^2 = r_2^2 + d^2 - 2 * r_2 * d * \cos\theta$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{r_2^2 + d^2 - r_1^2}{2 * r_2 * d}\right)$$

$$h = r_2 * \sin\theta$$



$$p_1 = c_1 + r_1 * \frac{c_2 - c_1}{|c_2 - c_1|} \cdots p_2 = c_2 + r_2 * \frac{c_1 - c_2}{|c_1 - c_2|}$$

$$\vec{x} = \left(\frac{p_2 - p_1}{|p_2 - p_1|}\right) \wedge \vec{n}$$

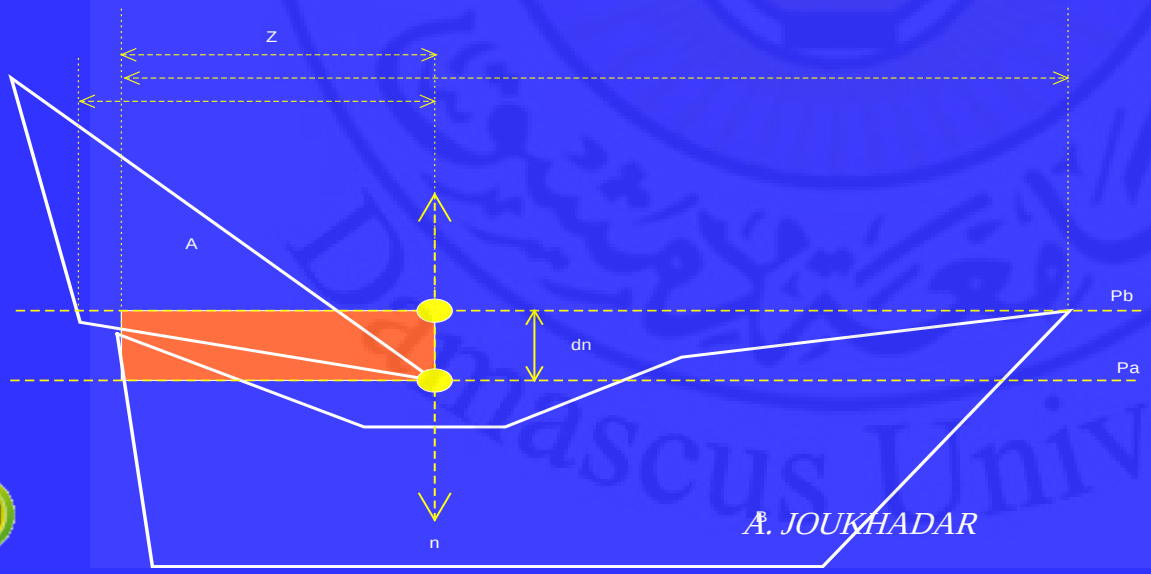
$$t_1 = p_2 + h\vec{x} \ldots t_2 = p_1 + h\vec{x}$$

$$t_3 = p_1 - h\vec{x} \ldots t_4 = p_2 - h\vec{x}$$

A. JOUKHADAR

إيجاد الوجوه المتصادمة

- بعد الحصول على حيز التصادم نستطيع وبزمن خطي استبعاد جميع الوجوه التي تحقق أحد الشروط التالية:
  - الوجوه التي تقع خارج حيز التصادم
  - الوجوه الموجهة بعكس اتجاه التصادم
- في مثالنا السابق لن يكون هنالك إلا وجه واحد من كل غرض مرشح للتصادم



إيجاد الوجوه المتصادمة

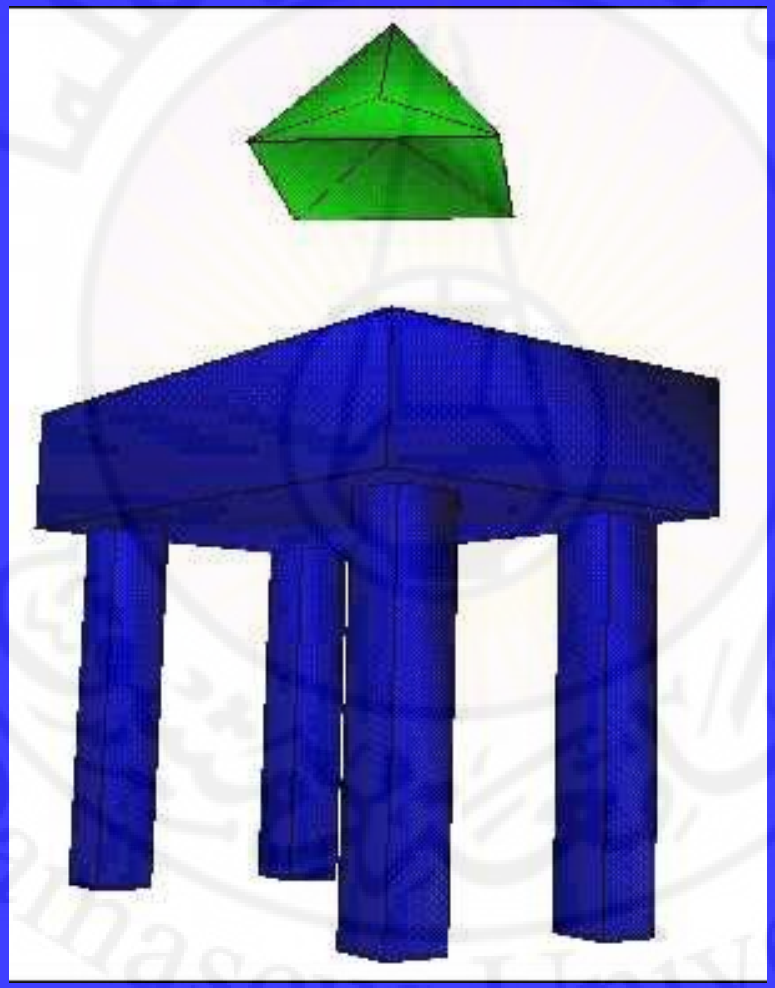
- بعد عملية استبعاد الوجوه التي لا يمكن لها أن تتصادم نقارن بقية الوجوه مثنى مثنى لتحديد فيما إذا كانت فعلياً متصادمة أم لا

- لا يمكن لوجهين أن يكونا في حالة تصادم إذا كان لناظميهما نفس الاتجاه. لماذا؟

أمثلــة



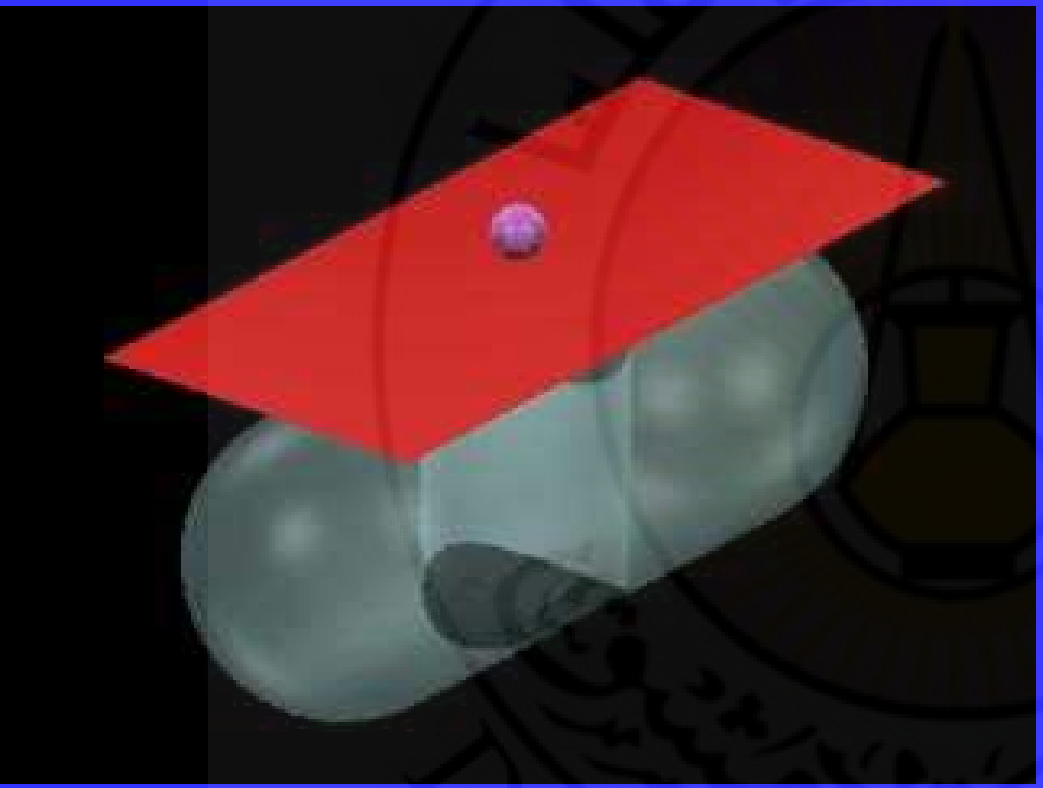
أمثلــة



خوارزميات حساب المسافة وتحسس الاصطدام

الصدم الذاتي

اكتشاف الصدم الذاتي



تهدف إلى حساب المسافة بين أجزاء الجسم الواحد لمعرفة وجود تصادم بين أجزاء الجسم الواحد وهي عادة حال الأقمشة كما يبدو في الشكل المقابل.

خوارزمية Volino & Thalmann

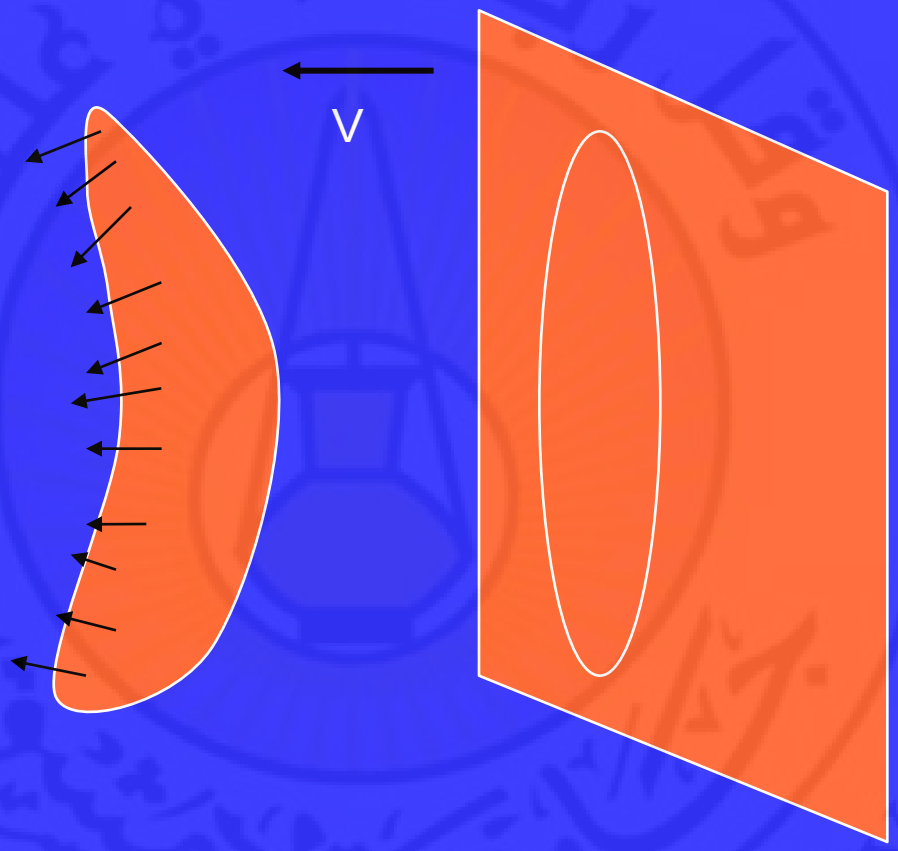
- تقوم هذه الخوارزمية باكتشاف الصدم الذاتي للأغراض السطحية التي لا سماكة لها، وذلك اعتماداً على تقعر هذه الأغراض.
- حتى يكون الغرض في اصطدام ذاتي يجب أن يحقق شرطين:

خوارزمية Volino & Thalmann

أولاً:

يجب أن يكون السطح مقعراً بما يكفي حتى يستطيع جزأين منه أن يلتقيا. وفي هذه الحالة يكون الجداء الداخلي للناظمين على هذه السطحين سالبًا حتماً. وبالتالي لايمكن أن يحدث اصطدام ذاتي لسطح إذا كانت للنواظم على وجوهه الاتجاه نفسه. أي يوجد شعاع V بحيث أن الجداء الداخلي لـ V. Nk>0 مهما تكن k. حيث Nk هو الناظم على السطح k.

خوارزمية Volino & Thalmann



لا يمكن أن يحدث اصطدام ذاتي لسطح إذا وجد V بحيث: V. Nk>0 مهما تكن k.

خوارزمية Volino & Thalmann

ثانيًا:

يجب أن يكون مسقط محيط السطح وفق اتجاه ما في اصطدام ذاتي كما هو موضح في الشكل.

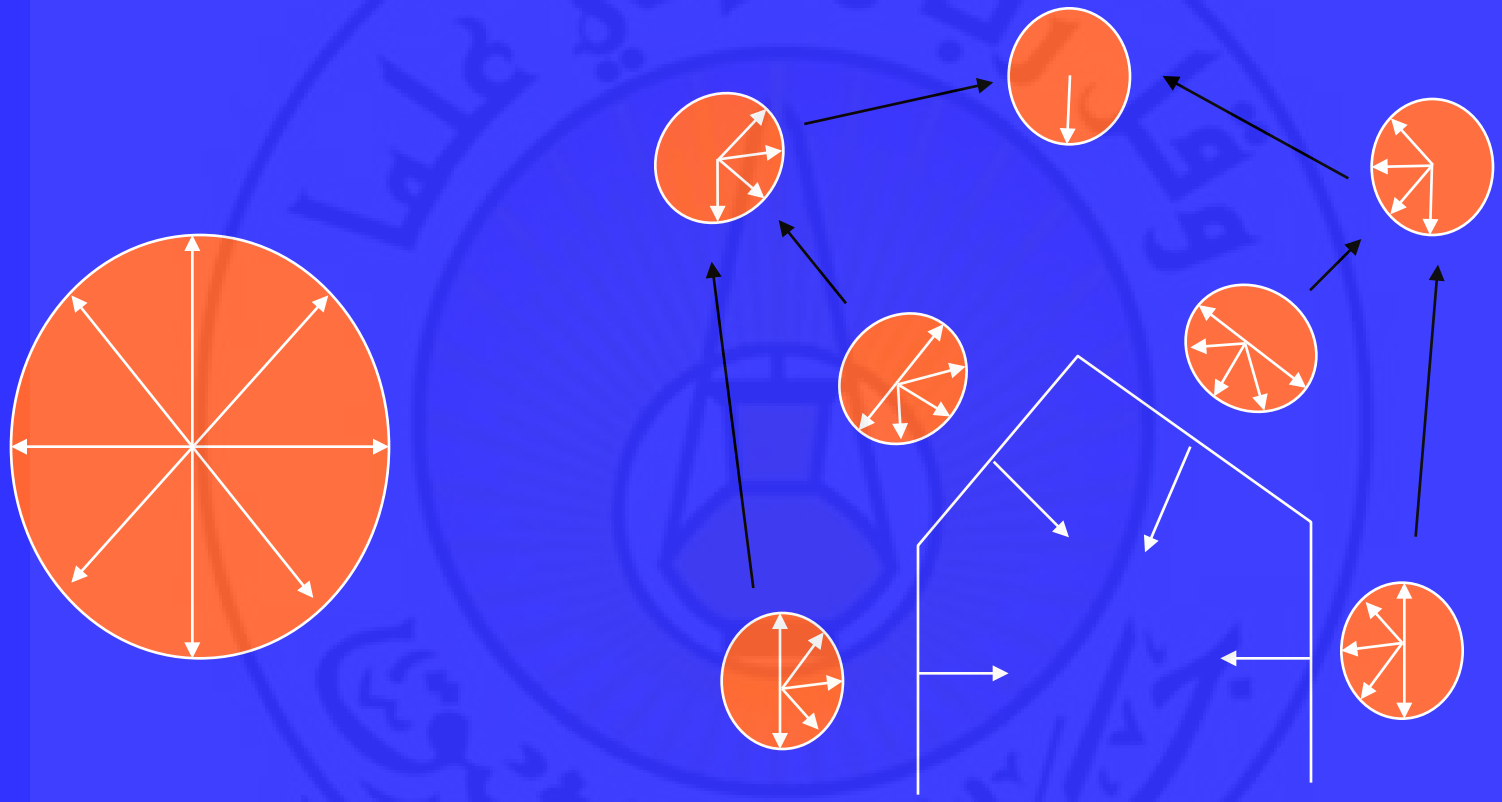




خوارزمية Volino & Thalmann

- لإيجاد V اقترح Volino وThalmann خوارزمية عودية:
  - نبدأ من عائلة بدائية من الأشعة تمثل تقطيعاً للفضاء.
  - من أجل كل وجه نحدد الأشعة التي تعطي جداءً موجباً مع هذا الوجه. ونكرر اعتماداً على المجموعة الجديدة.

Volino & Thalmann خوارزمية



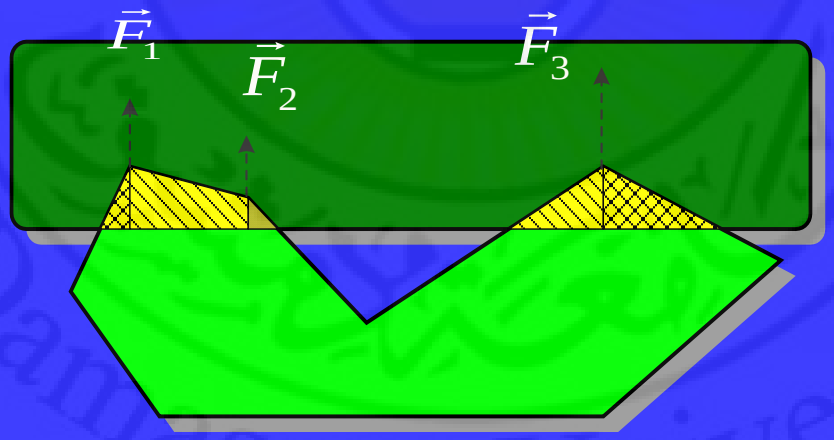
خوارزمية Volino وThalmanng لإيجاد V

قوة الاصطدام collision



حساب قوة الاصطدام

بعد أن استطعنا أن نكتشف وجود الاصطدام وحددنا موقع أو مواقع الاصطدام بدقة، لا بد لنا من حساب قوة الاصطدام وذلك لمعرفة أثر الاصطدام على مسار الأغراض وعلى تشوهاتها



ما هي قوة الاصطدام

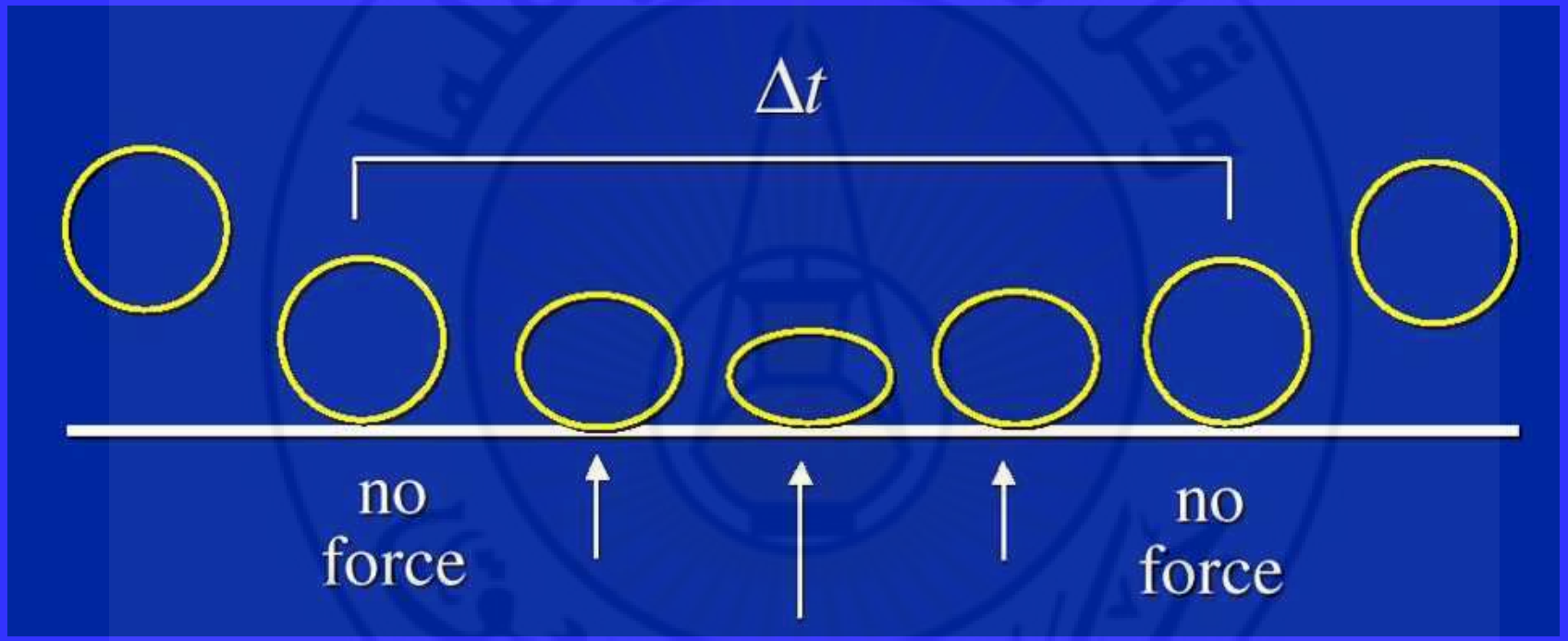
- هي قوة تنشأ عن القوى الكامنة الناتجة عن تشوه الجسمين محلياً عند نقطة الاصطدام
- تزداد هذه القوة تدريجياً حتى تصبح مساويةً للقوة التي يؤثر بها أحد الجسمين على الآخر وهنا تبدأ مرحلة ثانية هي مرحلة الاستعادة
- في مرحلة الاستعادة تبدأ القوة الكامنة بدفع الجسمين في اتجاهين مختلفين حتى يصلا إلى مرحلة الانفصال مع سرعة بدائية معينة

أنواع الاصطدام

- نقول أن الاصطدام تام المرونة إذا حافظ الجسمان على كمية الحركة قبل وبعد الاصطدام
  - وهي حالة الأغراض الصلبة
  - في هذه الحالة لا يوجد ضياع في الطاقة

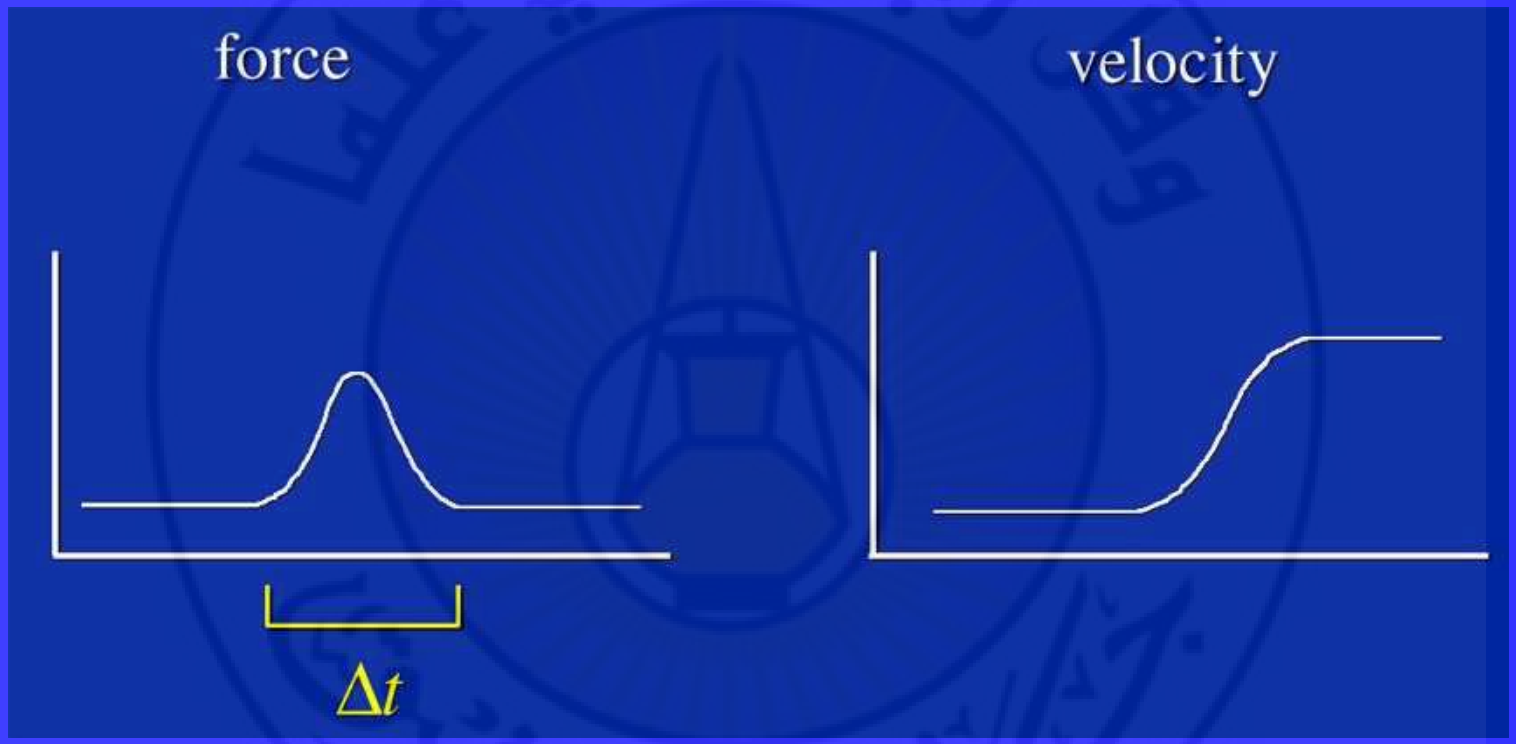
- ونقول أن الاصطدام تام الليونة إذا أصبح للجسمين نفس السرعة بعد الاصطدام
  - يوجد ضياع كبير في الطاقة
  - وهي حالة الأجسام الطرية والقابلة للتشوه

حالة اصطدام لين



نلاحظ أن زمن الاصطدام طويل نسبياً وزمن الاصطدام هو الزمن الذي يبقى الجسمين فيه في حالة تماس

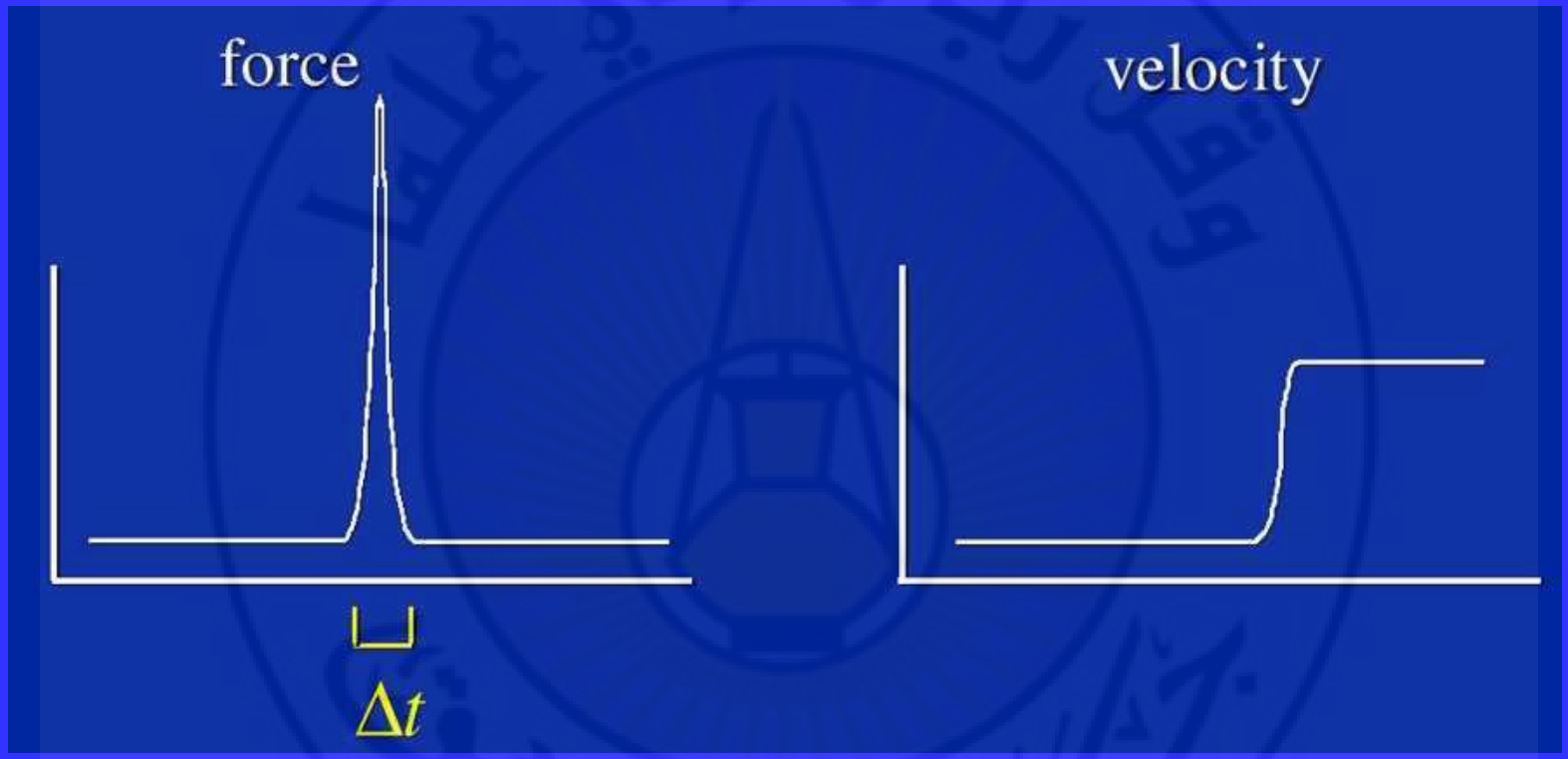
حالة اصطدام لين



نلاحظ كيف تزداد القوة عند حودث الصدم وتعود للزوال في مرحلة الاستعادة.

أما السرعة فتتغير بشكل تدريجي ثم تحافظ على قيمتها

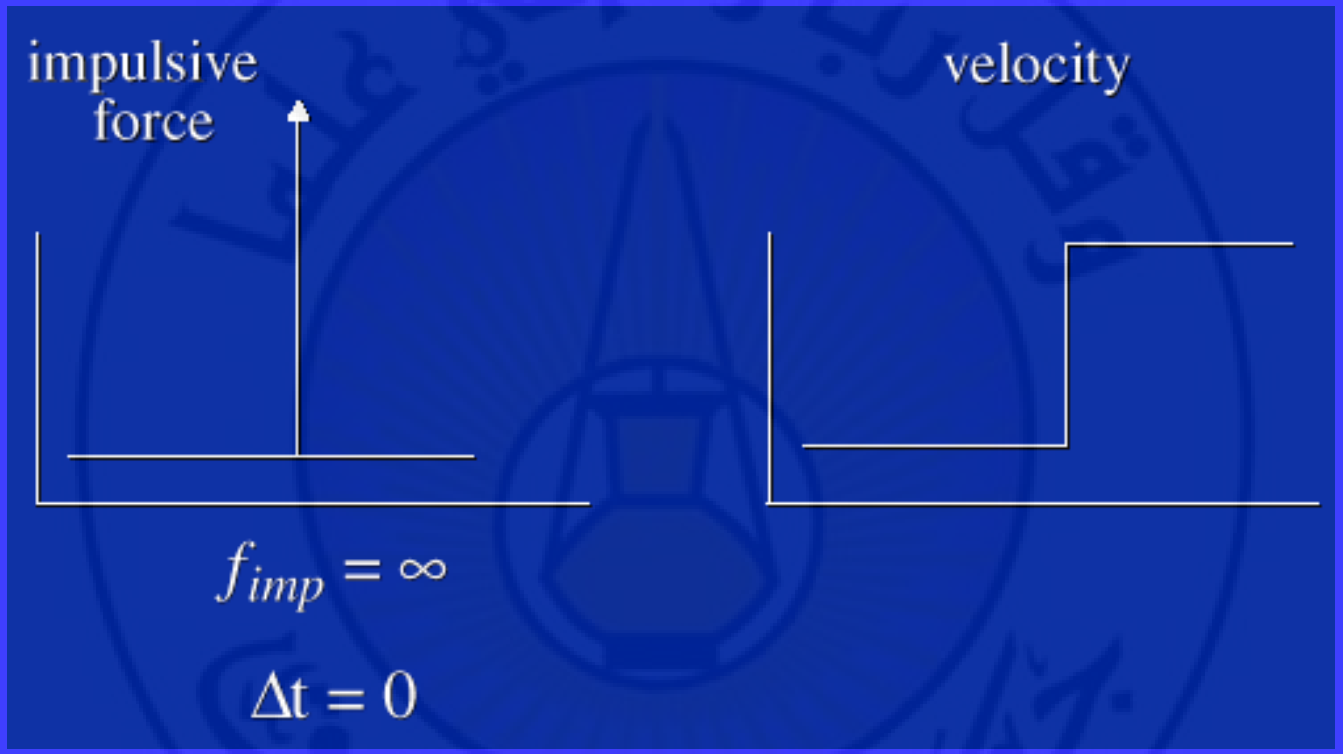
الصدم المرن



نلاحظ أن:

- مدة الصدم تصبح أقصر
- قوة الصدم أكبر
- تغيرات السرعة أقل تدرجاً

الصدم تام المرونة



نلاحظ أن :

- زمن الصدم قد اقترب من الصفر
- قوة الصدم في اللانهاية
- تغير السرعة لحظي

قوة الاصطدام



طرائق عملية لحساب قوة الصدم

- طريقة النبضة Impulse [Mirtich & Canny 94]
  - تعمل في حالة الأغراض الصلبة
  - تعالج الاحتكاك
  - سريعة

$$P_z(t_f) = (e-1)\, P_z(t_{mc}), \text{ with } \Delta v(\gamma) = M\, P(\gamma)$$

طرائق عملية لحساب قوة الصدم

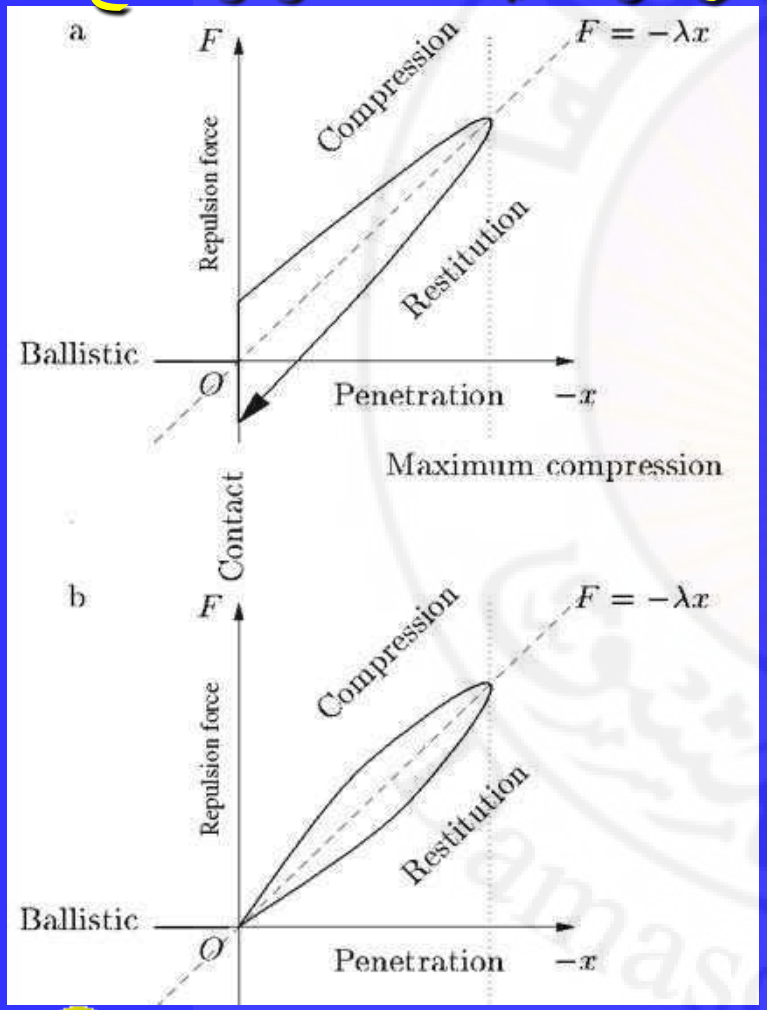
- طريقة الجزاء Penalty:
- تعتمد توليد مستمر للقوى اعتماداً على تداخل وهمي غير مرئي بين الأغراض (Hook)
- تناسب الأغراض القابلة للتشوه
- أقل أداءً من طريقة النبضة
- تحسب قيمة القوة بالمعادلة التالية:

$$F_{collision} = -\lambda x - \mu v$$

- حيث x قيمة التداخل و v السرعة النسبية للغرضين.

طرائق عملية لحساب قوة الصدم

- من مساوئ طريقة Penalty أنها غير مستمرة وخطية كما هو واضح في الجزء العلوي من الشكل المقابل
- فإنه في مرحلة الاستعادة وقبل أن ينفصل الجسمان تولد هذه الطريقة قوتان متعاكستان: القوة التابعة للموقع التي تعمل على فصل الجسمين، والقوة التابعة للسرعة وتعمل على جذبهما لبعضهما البعض
- الهدف هو الحصول على سلوك مستمر مشابه للجزء السفلي من الشكل المقابل



طرائق عملية لحساب قوة الصدم

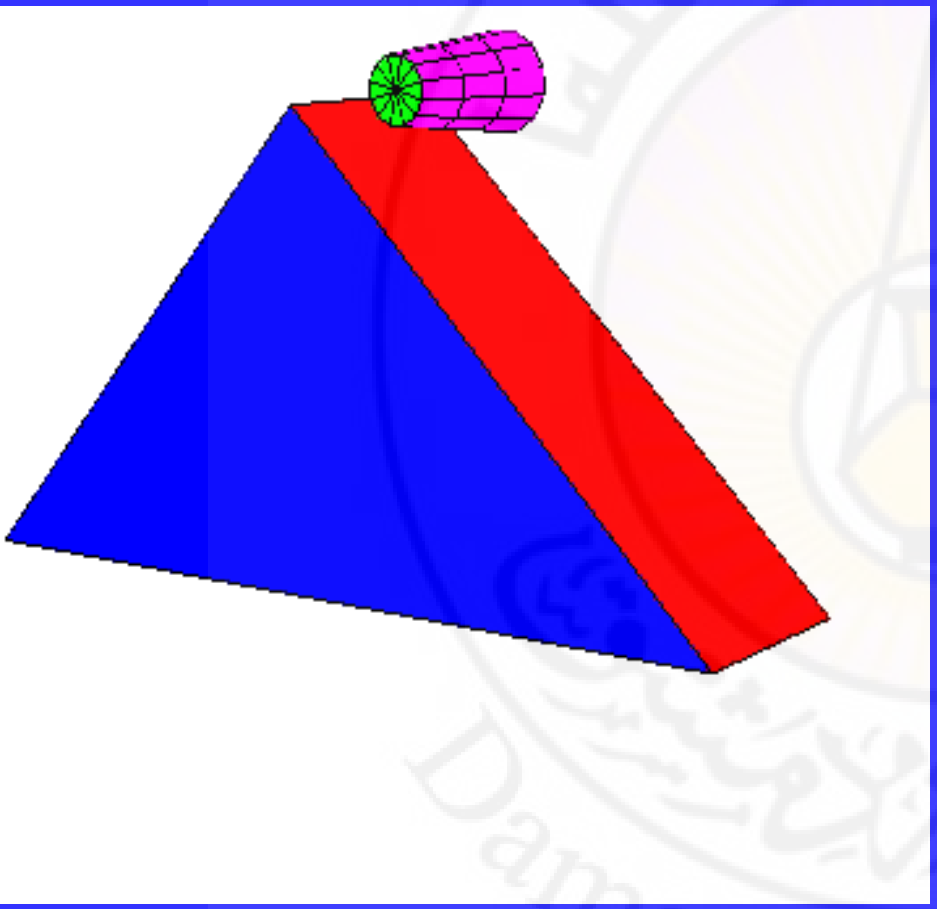
- طرح [Hunt, Crossley 75] حلاً للحصول على سلوك مستمر وغير خطي، أي أن القوة تزداد بسرعة عند ازدياد عمق التداخل بين الجسمين، مما يمنع أي تداخل غير منطقي أو غير مكروسكوبي. يتمثل الحل بالمعادلة التالية:

$$\vec{F}_{collision} = -\lambda x^n - \mu \dot{x} x^n \mid n \cong 1$$

$$\mu = \frac{3}{2}\alpha\lambda \Rightarrow e = 1 - \alpha v$$

- حيث e هو معامل الإسترجاع (Poisson 's coefficient of restitution).

أمثلة



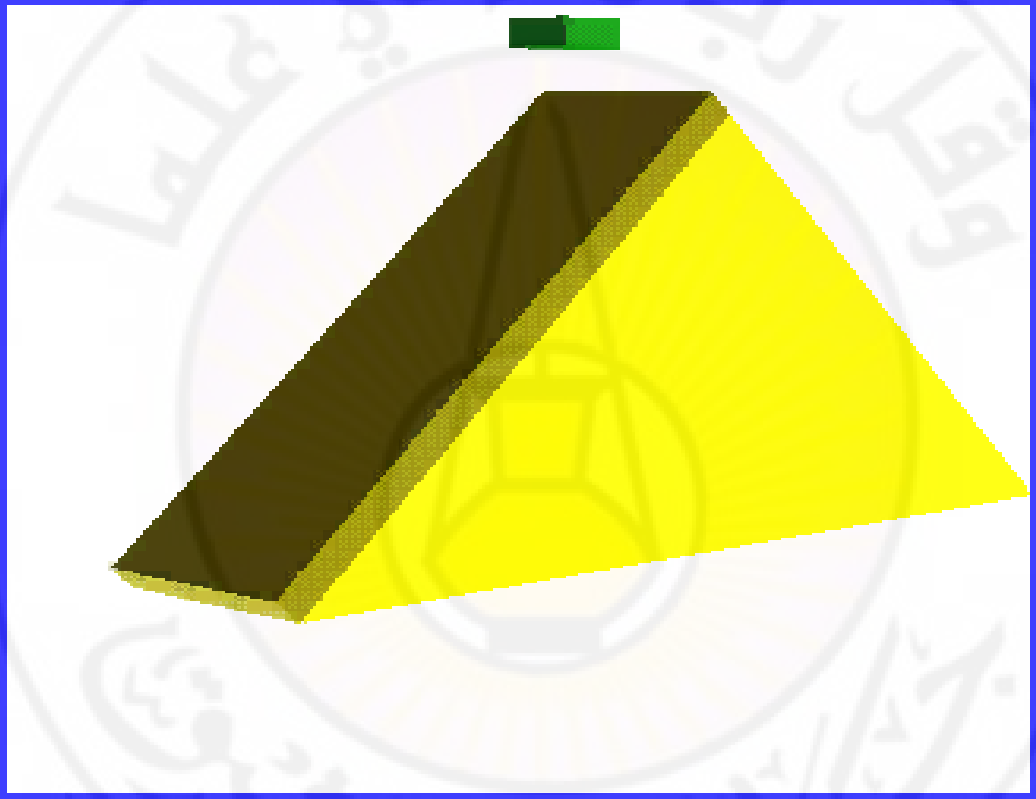
في هذا المثال نجد أثر قوة الاصطدام على حركة أسطوانة تسقط على سطح مائل، حيث تقوم قوة الجاذبية بجذب الأسطوانة إلى أسفل .
تقوم قوة الصدم بدفعها إلى الأعلى بقوة مساوية لقوةِ الجاذبية مما يبقيها دوماً ملتصقة بالسطح المنحدر

أمثلة



- في هذا المثال نجد أثر قوة الاصطدام على حركة متوازي مستطيلات موضوع على سطح دائري في حركة دورانية.
- تبقي قوة الصدم متوازي المستطيلات ملتصقاً بالسطح في حين تحاول قوة الإحتكاك بجذبه مع دوران القرص مما يؤدي إلى وقوعه في النهاية

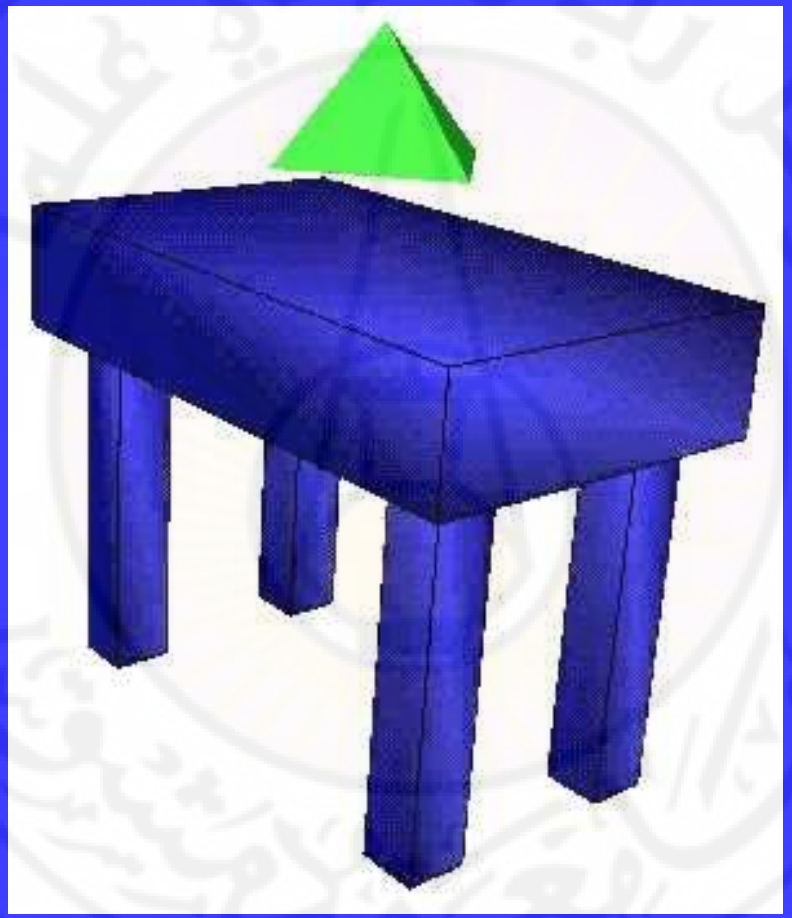
أمثلة



يُطلب من الطالب تفسير ما يحدث في هذه الحالة

ما الذي أدى إلى تدحرج الغرض؟

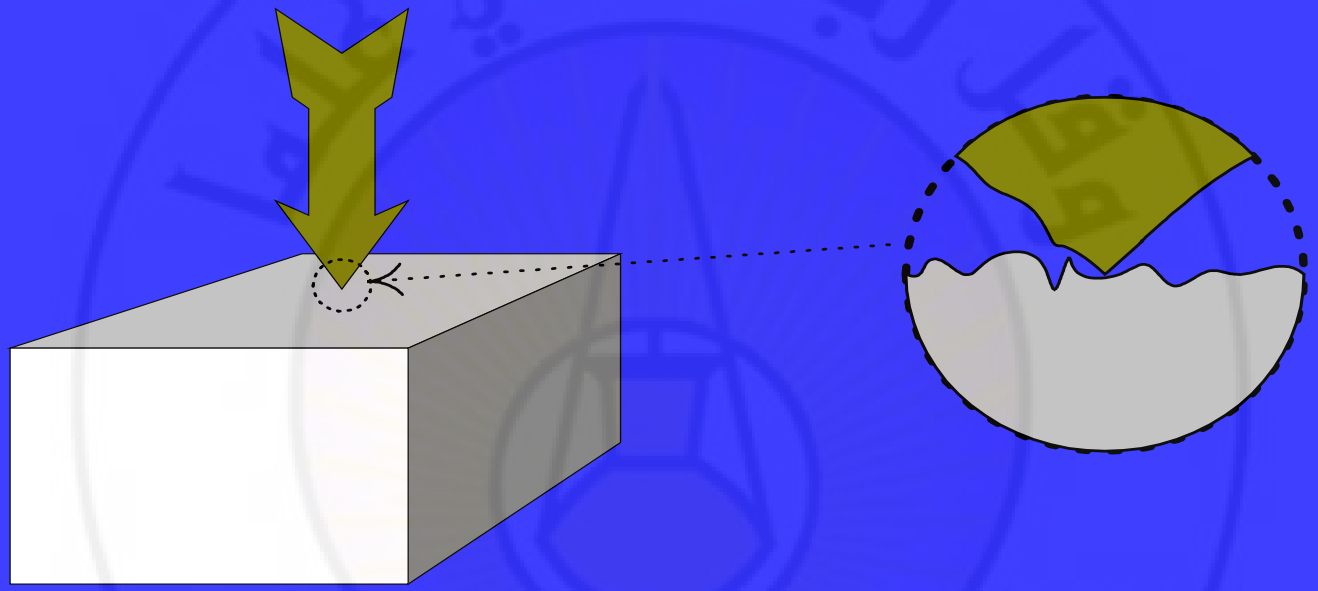
أمثلة



يُطلب من الطالب تفسير ما يحدث في هذه الحالة

Friction الاحتكاك

لمحة عامة



تنشأ قوة الاحتكاك عند حدوث تماس بين جسمين وتنشأ القوة عن تصادمات ميكروية ناتجة عن كون سطحي التماس ليسا أملسين بشكل مطلق

معادلة الاحتكاك

- يعرف التقريب الكلاسيكي لقوة الاحتكاك بقانون كولون Coulomb Friction ويعطى بالمعادلة :

$$Ff = \mu N$$

- حيث μ هو معامل الاحتكاك
- حيث N هو الشعاع العمودي على سطح التماس
- حيث Ff هي قوة الاحتكاك والتي تؤثر في الاتجاه المعاكس لحركة الجسم.

معادلة الاحتكاك

- يأتي هذا التقريب من كون الجسمين المتصادمين يتماسا في مساحة ضيقة من مساحتهما الكلية، وتزداد مساحة التماس مع ازدياد القوة الناظمية المطبقة من أحدهما على الأخر حتى نصل لمرحلة الإشباع حيث يصبح كامل السطحين في تماس.
- على الرغم من بساطة النموذج فإنه صالح لتمثيل العديد من الأنظمة الفيزيائية.

معامل الاحتكاك Coefficient of friction

- معامل الاحتكاك هو قيمة سلّمية تعبر عن نسبة قوة الاحتكاك بين غرضين.
- يعتمد معامل الاحتكاك على المادة المشكلة للجسمين، فلجسم معدني ينزلق على الجليد معامل احتكاك صغير، في حين أن للأجسام المطاطية التي تنزلق على الأرض معامل احتكاك عالي
- الاحتكاك الساكن والاحتكاك الانزلاقي هما مفهومان مختلفان تماماً، فالاحتكاك الانزلاقي لا يتغير مع مساحة سطح التماس.

Coefficient of friction معامل الاحتكاك

- عندما يكون السطحان لاصقان فإن قانون كولون ليس جيداً تقريباً، لأن قوة الاحتكاك في هذه الحالة موجودة وإن لم توجد قوة ناظمية بل حتى إن كانت هذه القوة سالبة.
- تتجه قوة الاحتكاك دوماً في عكس اتجاه الحركة في حالة الاحتكاك الحركي **kinetic friction** أو في عكس اتجاه الحركة الكمونية في حالة الاحتكاك الساكن.
- معامل الاحتكاك هو قيمة اختباري يجب قياسها تجريبياً.

Damascus University

أنواع الاحتكاك

- يوجد نوعين من الاحتكاك
  - الاحتكاك الساكن static friction
  - الاحتكاك الحركي kinetic friction

الاحتكاك الساكن

- نتحدث عن احتكاك ساكن عندما تكون السرعة النسبية للغرضين معدومة، مثل كتاب موضوع على طاولة. وعادة يكون معامل الاحتكاك الساكن أكبر من معامل الاحتكاك الحركي ولهذا السبب نشعر بردة فعل عندما نحاول دفع غرض ثابت ولانشعر بنفس الشيء بعد حركته.

- نتحدث عن احتكاك دوراني Rolling friction عندما يدور أحد الجسمين على الآخر كما هو الوضع بالنسبة لدولاب سيارة يدور على الأرض، وهو من أنواع الاحتكاك الساكن لأن الدولاب لاينزلق على الأرض.

الاحتكاك الحركي

- نتحدث عن احتكاك حركي عندما يكون الجسمان في حالة حركة نسبية
- الاحتكاك السائل هو من أنواع الاحتكاك الحركي ويحدث عندما يتحرك جسم ضمن غاز أو سائل

طاقة الاحتكاك

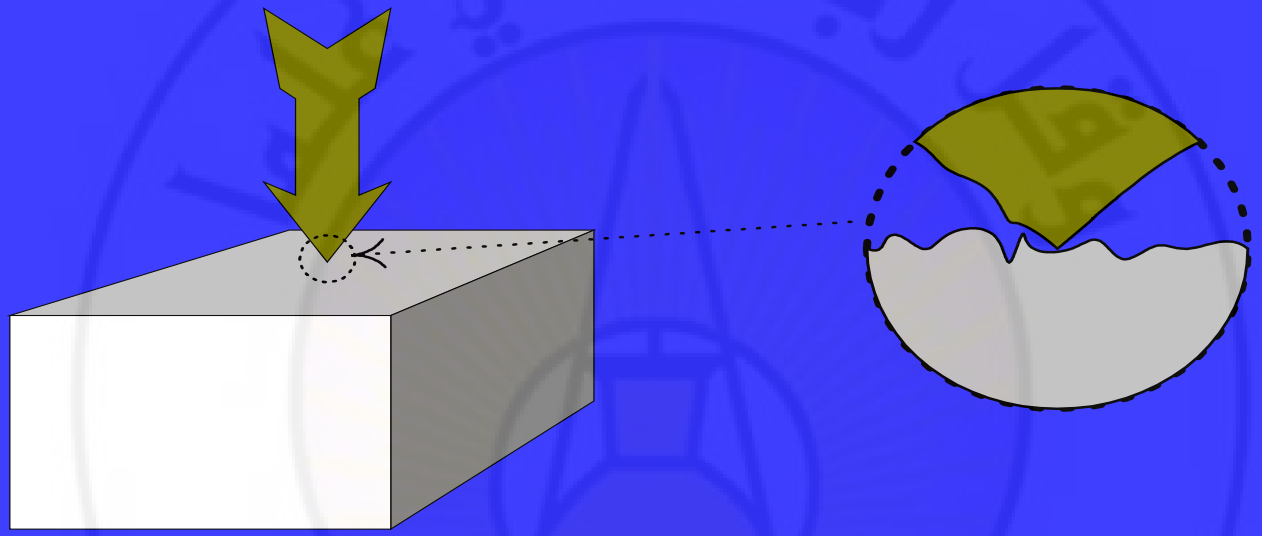
- طبقاً لمبدأ انحفاظ الطاقة فإن الطاقة لا تضيع في الاحتكاك وإنما تتحول إلى حرارة
- تعطى قيمة الطاقة المتحولة إلى حرارة أثناء الاحتكاك بالمعادلة

$$E = N \mu_k d$$

حيث

- N هي طويلة القوة الناظمية
- μk هو معامل الاحتكاك الحركي
- D هي المسافة التي يقطعها الغرض في حالة تماس مع الغرض الآخر

ملخص

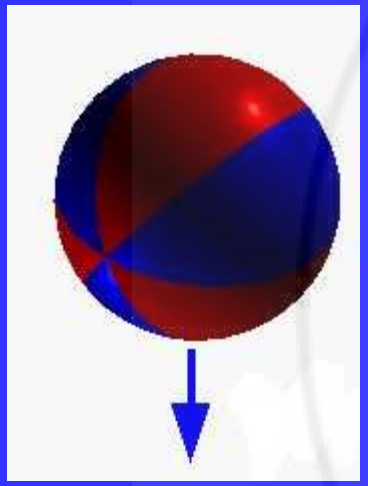


$$\vec{F}_f = \begin{cases} -c \mid \vec{F}_n \mid \frac{\vec{V}}{\mid V \mid} if \vec{V} \neq \vec{0} (Sliding) \\ -s \mid \vec{F}_n \mid \frac{\vec{F}_t}{\mid \vec{F}_t \mid} if \mid \vec{F}_t \mid > s \mid \vec{F}_n \mid \\ -\vec{F}_t \ (ADHERENCE) \end{cases}$$

قانون كولون

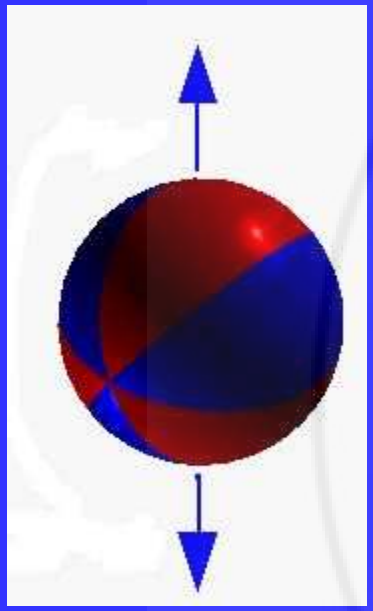
Viscosity اللزوجة

مقدمــة



- أثبت غاليليو Galileo بأن الأجسام تسقط في الفراغ بالسرعة نفسها مهما تكن كتلتها مخالفاً الرأي الذي كان سائداً قبله بأن الأجسام الثقيلة تسقط أسرع من الأجسام الخفيفة وقد أثبتت قوانين نيوتن لاحقاً نظرية غاليليو.
- إذا صح ذلك فلماذا نلاحظ بأن الريشة تصل إلى الأرض متأخرة عن الحجر؟

مقدمــة



- في الواقع فإن ذلك صحيح فقط في الفراغ أما في الهواء، فإن الغرض لا يخضع فقط لقوة وزنه ولكن أيضاً لقوة أخرى تعاكس حركته ناتجة عن احتكاكه بالهواء وهي قوة اللزوجة.
- كيف تحسب هذه القوة؟

Damascus University

أثر قوة اللزوجة أثناء السقوط الحر

- عندما يسقط جسم فإنه يخضع لقوتين:
  - الجاذبية الأرضية الممثلة بوزنه

$$W=m*g$$

  - وإلى قوة سحب aerodynamic:

$$D = Cd * .5 * r * V^2 * A$$

أثر قوة اللزوجة أثناء السقوط الحر

- D : قوة السحب
- Cd: هو معامل السحب
- R: كثافة الهواء
- V: هي السرعة
- A: هي مساحة السطح الذي يواجه به الجسم الهواء

أثر قوة اللزوجة أثناء السقوط الحر

- نعلم أن حركة الأجسام تخضع لقانون نيوتن:

$$F = m * a$$

ومنه فإن $a = F / m$

- نعلم أن القوى الخارجية مساوية للوزن – قوة السحب

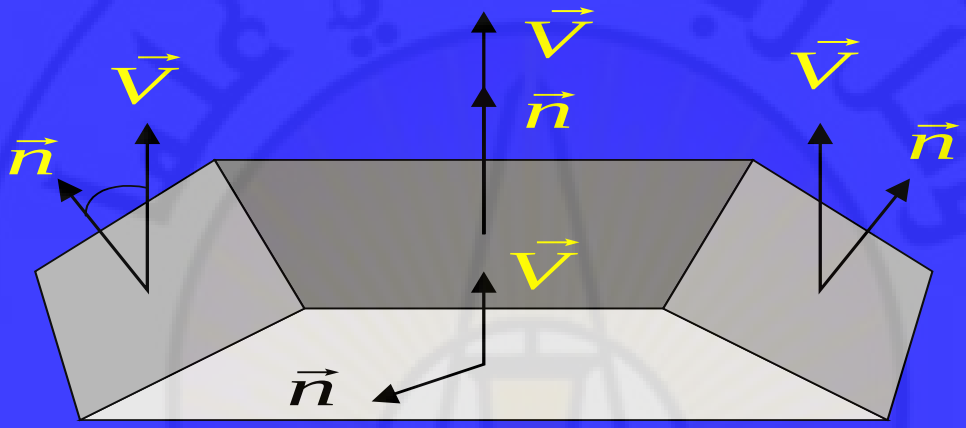
$$F = W - D$$

- ومنه يصبح تسارع الغرض:

$$a = (W - D) / m$$

- يتضح من المعادلة بأن التسارع ينعدم عندما تصبح قوة السحب مساوية للوزن، وعندها تثبت السرعة عند قيمة نسميها السرعة الحدية

حساب عملي لقوة الزوجة

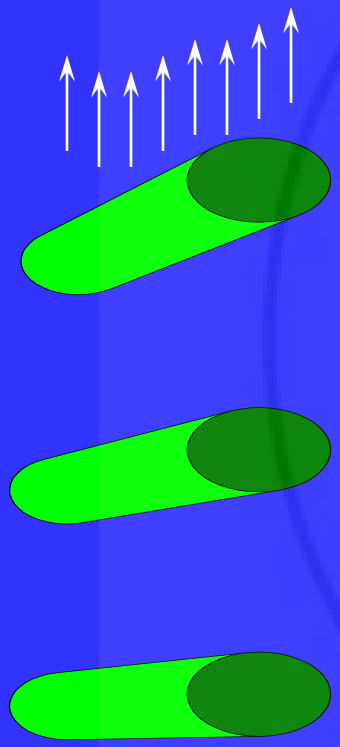


$$\vec{F}_v = \begin{cases} -kS(\vec{V}_{CI} \times \vec{n}).\dfrac{\vec{V}}{|\vec{V}|} if\ \vec{V}_{CI} \times \vec{n} > 0 \\ 0\ else \end{cases}$$

في المثلث:

$$\vec{V}_{CI} = \frac{1}{3}\sum_i \vec{V}_i$$

ظواهر تفسرها قوة اللزوجة



دوران جسم أثناء سقوطه في الهواء:

ينتج عن اختلاف قوة السحب على السطوح المختلفة بسبب اختلاف المساحة التي تواجه بها هذه السطوح الهواء، وينتج من ذلك اختلاف تسارع الأجزاء المختلفة للجسم، مما يؤدي إلى دورانه.

Identification المطابقة

مقدمـــة

مهما كانت النماذج المستعملة في المحاكاة الديناميكية جيدة ومعتمدة على نظريات علمية فإنها ليست بالضرورة كاملة، كما أنها وإن أعطت نتائج منطقية فإنها لن تعطي بالضرورة نتائج صحيحة، ويوجد دوماً مسافة بين المحاكاة والحقيقة.

أسباب اختلاف المحاكاة عن الحقيقية

هنالك عدة أنواع من الأسباب:

- أسباب متعلقة بالنموذج الهندسي
- أسباب متعلقة بالنموذج الديناميكي
- أسباب متعلقة بالبرنامج
- أسباب متعلقة بالقياسات

الأسباب المتعلقة بالنموذج الهندسي

- تعتمد المحاكيات على نماذج هندسية مقطعة لا يمكن لها أن تتطابق بشكل كامل مع النموذج الهندسي الأصلي
- يعمد المصممون لاستعمال عدد أقل من السطوح في نمذجة الشكل الهندسي طمعاً في كسب إضافي في الأداء
- يزداد النموذج الهندسي بعداً عن النموذج الأصلي مع تشوه الغرض

الأسباب المتعلقة بالنموذج الديناميكي

- لا يوجد نماذج ديناميكية عامة تناسب جميع الحالات، ولكنها جميعاً تعمل تحت فرضيات، وتقل دقتها كلما ابتعدت الأنظمة عن احترام الفرضيات:
  - لا يعمل نموذج الجسم الصلب جيداً عندما يتعرض الغرض لإجهادات قادرة في الطبيعة أن تخرجه عن صلابته
  - لاتعمل العناصر المنتهية جيداً لو كانت هنالك درجات حرية تسمح بحركة الجسم
  - لا يعمل نظام الجزيئات جيداً في حال مثلنا الجسم بعدد قليل من الجزيئات

الأسباب المتعلقة بالبرنامج

- يوجد العديد من مصادر الأخطاء الرقمية في البرامج
  - أخطاء لها علاقة بالخوارزميات المستعملة في حل المعادلات التفاضلية، وتتعلق بدرجة التقطيع فكلما استعملنا خطوة زمنية أصغر كلما تحسنت دقة الخوارزميات
  - أخطاء لها علاقة بتراكم الأخطاء الناتجة عن طبيعة النظام الرقمي المقطع، فكلما استعملنا خطوة زمنية أصغر كلما ازداد عدد العمليات ومن ثم ازداد الخطأ المرتكب
  - من الصعب جداً تقدير قيمة صغرى أو أمثلية تجعل مجموع الخطأين السابقين أصغرياً

الأسباب المتعلقة بالقياسات

- تحتاج النماذج الديناميكية لتعمل على معاملات يجب قياسها على الأغراض الحقيقية
  - معامل الصدم
  - معامل الاحتكاك
  - صلابة الجسم
  - لزوجته
  - لزوجة الهواء
  - ...
- هنالك دوماً خطأ مرتكب في الحصول على هذه المعاملات خاصة وأن الجسم ليس متجانساً بشكل مطلق

الحل

مما سبق نستنتج أنه لا يمكن بطريقة رياضية ضبط معاملات النظام للحصول على سلوك مطابق للجسم الأصلي ولا بد لنا من طرائق أخرى لإجراء المطابقة النهائية للنموذج مع الجسم الأصلي.

تعريف

- المطابقة هي البحث عن قيم معاملات النموذج التي تسمح بالحصول على سلوك سليم وصحيح.
- نقسم المطابقة إلى جزأين:
  - مطابقة النموذج العطالي للجسم الأصلي مع النموذج العطالي للنموذج
  - مطابقة معاملات المرونة واللزوجة والصدم للحصول على سلوك سليم

المطابقة

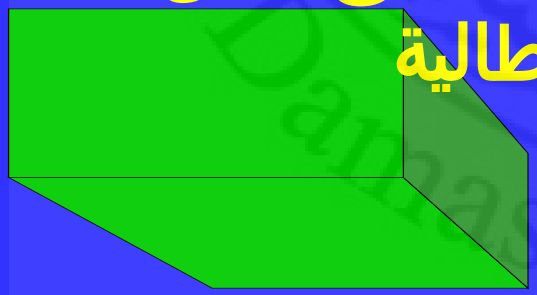
مطابقة الخصائص العطالية

مقدمــة

تهدف مطابقة الخصائص العطالية إلى إيجاد مكافئ عطالي للجسم الأصلي، وهنا نميز حالتين:

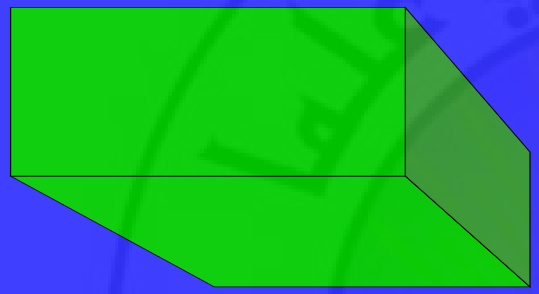
١- الجسم تام الصلابة: في هذه الحالة فإن النموذج الهندسي ثابت لا يتغير والنموذج الديناميكي هو مصفوفة العطالة الخاصة بالجسم الأصلي وتكون المطابقة تامة في هذه الحالة.

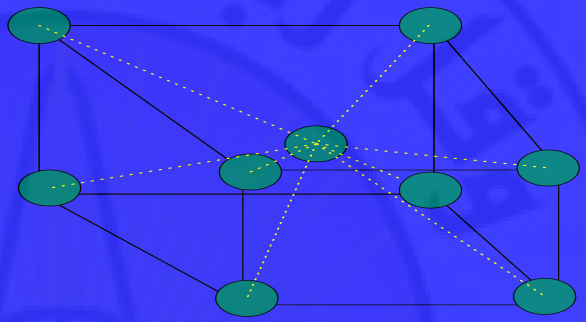
٢- الجسم قابل للتشوه وممثل بنموذج مقطع كما في الشكل أدناه، وهنا لا بد من توزيع الكتلة الأصلية على كامل حجم الجسم لنضمن مطابقة الخصائص العطالية





إيجاد مكافئ عطالي مقطع





نريد تمثيل جسم ما بمجموعة من النقاط المادية المكافئة عطاليًا، وهذا يقتضي:

١- المحافظة على مركز ثقل الجسم

٢- المحافظة على قيمة مصفوفة عطالته

٣- ضمان المحافظة على التطابق مهما كان موقع الجسم، أي أن التطابق يجب أن يكون مستقلاً عن موقع الجسم أو دورانه

توصيف المسألة

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum (y_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum x * y * m_i & -\sum x * z * m_i \\ -\sum x * y * m_i & \sum (x_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum y * z * m_i \\ -\sum x * z * m_i & -\sum y * z * m_i & \sum (x_i^2 + y_i^2) * m_i \end{bmatrix}$$

$$\sum m_i = M$$

$$\sum m_i * P_i = M * P_c$$

يمكن توصيف المسألة على أنها حل للمعادلات الثلاثة أعلاه حيث:

- m_i هي كتلة النقطة المادية i من الجسم المقطع
- (x_i, y_i, z_i): هي إحداثيات النقطة i

A. Abu-Hajar

توصيف المسألة

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum (y_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum x * y * m_i & -\sum x * z * m_i \\ -\sum x * y * m_i & \sum (x_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum y * z * m_i \\ -\sum x * z * m_i & -\sum y * z * m_i & \sum (x_i^2 + y_i^2) * m_i \end{bmatrix}$$

$$\sum m_i = M$$

$$\sum m_i * P_i = M * P_c$$

- المعادلة الأولى: هي مطابقة بين مصفوفة عطالة الجسم الأصلي وهي المصفوفة اليسارية مع مصفوفة عطالة الجسم المقطع إلى اليمين
- المعادلة الثانية: هي مطابقة للكتلة الكلية للجسم الأصلي مع الكتلة الكلية للجسم المقطع
- المعادلة الثالثة: هي مطابقة لمركز ثقل الجسم الأصلي مع

Damascus University

حل المعادلات

$$\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum (y_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum x * y * m_i & -\sum x * z * m_i \\ -\sum x * y * m_i & \sum (x_i^2 + z_i^2) * m_i & -\sum y * z * m_i \\ -\sum x * z * m_i & -\sum y * z * m_i & \sum (x_i^2 + y_i^2) * m_i \end{bmatrix}$$

$$\sum m_i = M$$

$$\sum m_i * P_i = M * P_c$$

- بعد فك المصفوفات نجد أن النظام أعلاه يعطي ٨ معادلات بـ 4*n مجهول، وهي :
  - موقع كل نقطة مادية الممثل بثلاث مركبات
  - كتلتها مضروبة بعدد النقاط n وهو أيضاً مجهول.
- يوجد عدد لانهائي من الحلول لهذا النظام ولابد من تخفيض عدد المجاهيل لنتمكن من إيجاد حل.

حل المعادلات

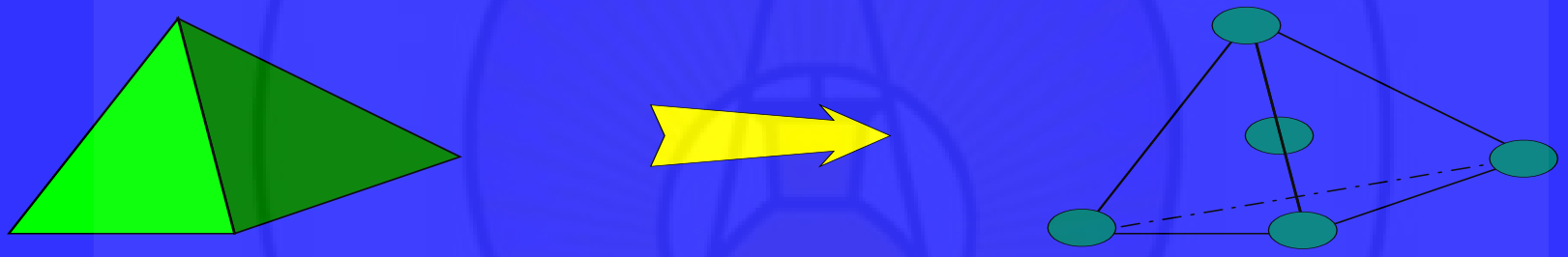
لتخفيض عدد المجاهيل اقترحنا اختيار عدد النقاط المادية ومواقعها بطريقة تجريبية، ومن ثم حل النظام لإيجاد كتلة كل من هذه النقاط المادية، ومنه:

١- نبسط الجسم بتقسيمه إلى مجموعة من رباعيات الوجوه، وهو التبسيط الاعتيادي لمتعددات الوجوه.

٢- لو استطعنا إيجاد مكافئ عطالي لرباعي وجوه لكان بإمكاننا إيجاد مكافئ عطالي لمتعدد الوجوه لأن مصفوفات العطالة تجمع جمعاً جبرياً

حساب مصفوفة عطالة رباعي وجوه

١- نكافئ رباعي الوجوه بأربعة نقاط: ثلاث في رؤوسه، وواحدة في مركز ثقله



٢- هذا يعطي خمس مجاهيل فقط

٣- نحل النظام السابق من أجل هذه المجاهيل فنحصل على الحل التالي:

$$m_i = \begin{cases} \frac{1}{20} M & \text{من أجل كل رأس} \\ \frac{4}{5} M & \text{للنقطة المركزية} \end{cases}$$

حساب مصفوفة عطالة رباعي وجوه

$$m_i = \begin{cases} \frac{1}{20} M & \text{من أجل كل رأس} \\ \frac{4}{5} M & \text{للنقطة المركزية} \end{cases}$$

نلاحظ أن النتيجة مستقلة عن مواقع النقاط المادية وهذا ما كنا نرجوه، أي أن التكافؤ العطالي قائم حتى بعد تغيير موقع رباعي الوجوه انسحاباً ودورانًا

المطابقة

مطابقة الخصائص الديناميكية

مقدمــة

- تقوم مطابقة الخصائص الديناميكية من مرونة وصلابة ولزوجة وغيرها على إيجاد قيم معاملات النموذج الديناميكي التي تؤدي إلى تطابق سلوك النموذج مع سلوك الجسم.
- في الواقع فإن سلوك الجسم يعطى بتابع معقد من الشكل:

$$\vec{C}_t = f(\vec{F}_s, \mathrm{Pr}_1, \mathrm{Pr}_2, ..., \mathrm{Pr}_i, ..., \mathrm{Pr}_n)$$

مقدمــة

$$\vec{C}_t = f(\vec{F}_s, \mathrm{Pr}_1, \mathrm{Pr}_2, ..., \mathrm{Pr}_i, ..., \mathrm{Pr}_n)$$

- حيث $\vec{C}_t$ هي حالة الغرض من موقع وسرعة وتسارع وتشوه وغيرها في اللحظة **t**.
- وحيث $\vec{F}_s$ هي القوى الخارجية المطبقة على الجسم
- وحيث Pr_i هو أحد المعاملات المؤثرة على سلوك النموذج الديناميكي المستعمل

مقدمـــة

$$\vec{C}_t = f(\vec{F}_s, \mathrm{Pr}_1, \mathrm{Pr}_2, ..., \mathrm{Pr}_i, ..., \mathrm{Pr}_n)$$

- المطابقة هي إيجاد التابع العكسي للتابع $\vec{C}$ أعلاه، أي:

$$(\mathrm{Pr}_1, \mathrm{Pr}_2, ..., \mathrm{Pr}_i, ..., \mathrm{Pr}_n) = f^{-1}(\vec{C}_t^d, \vec{F}_s)$$

- وهذا يعني كتابة معاملات النموذج الديناميكي كتابع لسلوك الغرض $\vec{C}_t^d$ المرغوب تحت تأثير قوى خارجية ما.

حـل النظام

$$(\mathrm{Pr}_1, \mathrm{Pr}_2, ..., \mathrm{Pr}_i, ..., \mathrm{Pr}_n) = f^{-1}(\vec{C}_t^{\,d}, \vec{F}_s)$$

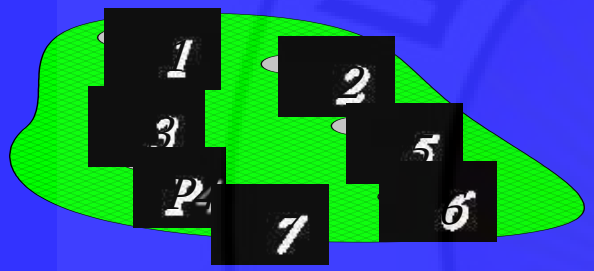
- في الواقع لايوجد حل تحليلي لهذا النظام لأنه غير خطي من جهة، وغير مستمر من جهة أخرى، وذلك للعديد من الأسباب منها قوى التصادم.
- ولذلك فإننا سنتناول المسألة على أنها مسألة أمثلة Optimization أي أننا سنبحث عن قيم المعاملات $\vec{C}_t^{\,d} - \vec{C}_t$ التي تجعل التابع $(\mathrm{Pr}_1, ..., \mathrm{Pr}_n)$ أصغرياً.

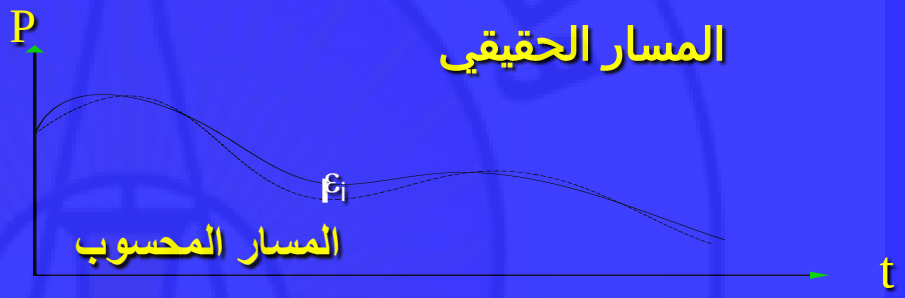
الأمثـلة


خوارزمية أمثلــة
قيم جديدة لمعاملات النموذج الديناميكي
غرض
محاكي ديناميكي
سلوك
خطأ
السلوك المرغوب

السلوك المرغوب

Pi: هي مجموعة من نقاط العلام أو المراقبة





- السلوك المرغوب هو قياس يؤخذ على مجموعة من نقاط المراقبة على الغرض الأصلي.
- نقارن مواقع نقاط المراقبة في كل لحظة مع قريناتها من النموذج فنحصل على الخطأ المرتكب

طرق الأمثـــلة

من الطرق المعروفة في الأمثلة:

- طريقة الهبوط الأعظمي steepest descent: لا يمكن استعمالها بسبب الانقطاعات في التابع
- طريقة simulated annealing: تعاني من احتمال وقوع في نهايات حدية محلية
- طريقة الخوارزميات الجينية Genetic algorithms: هي الأكثر ثباتاً في حل المسائل الصعبة

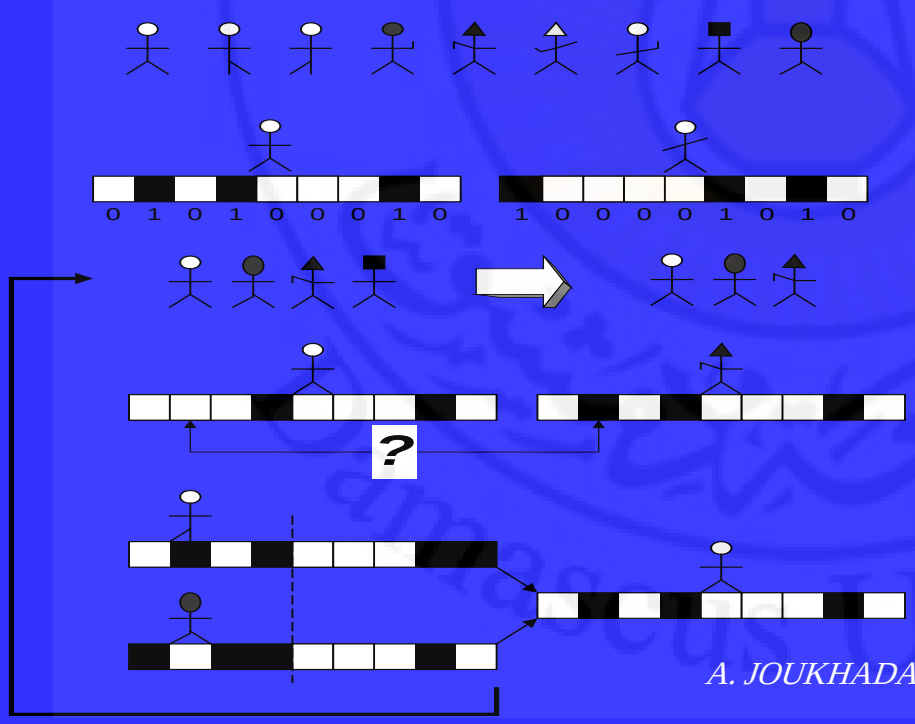
المطابقة

مطابقة الخصائص الديناميكية
باستعمال الخوارزميات الجينية

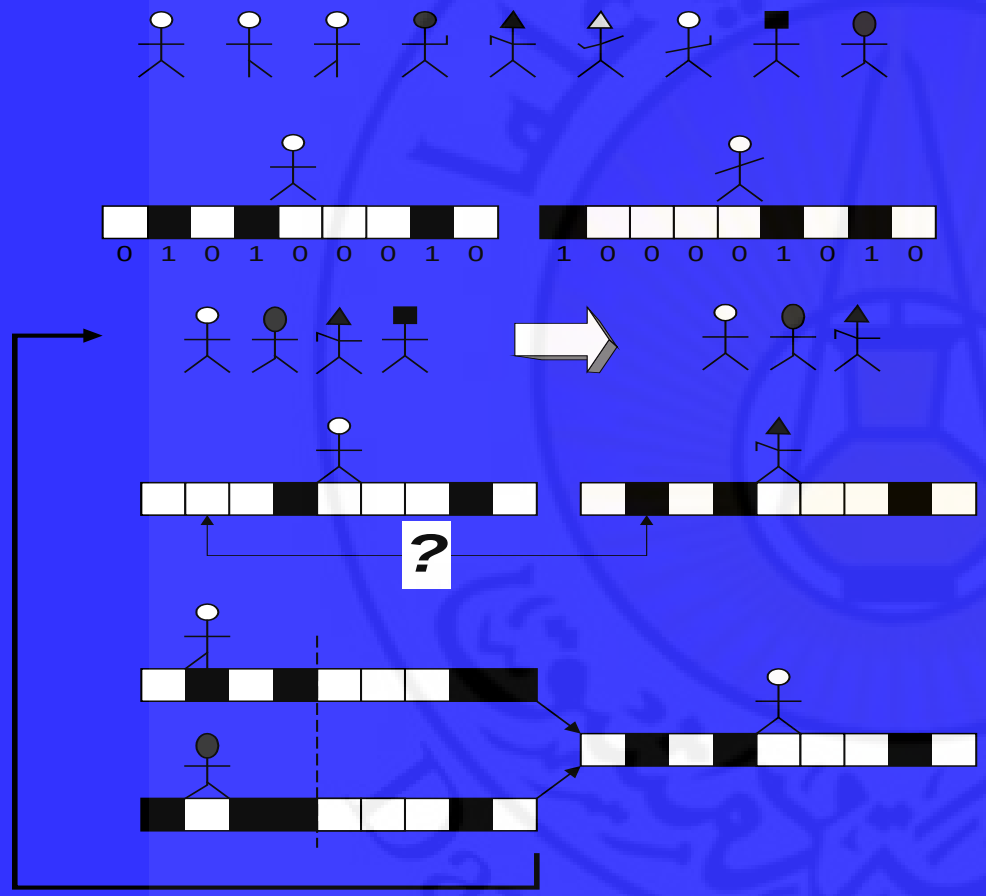
مقدمة عن الخوارزميات الجينية

- تقوم الخوارزميات الجينية على محاكاة لتطور مجموعة من الأفراد ممثلة بمورثاتها أو جيناتها.

- يجري هذا التطور باستعمال ثلاث أنواع من العمليات وهي:
  - الانتقاء Selection
  - التزاوج Crossing
  - التحول Mutation



مقدمة عن الخوارزميات الجينية



مجموعة بدائية من الأفراد (الحلول)

يمثل كل فرد بمورثاته أو جيناته

٤. اختيار أفضل الأفراد للمشاركة في الجيل اللاحق

٥. يتعرض الأفراد المنتقون إلى عمليات تحول تؤدي إلى إحداث تغيرات جذرية في المجتمع

٦. يؤدي التزاوج إلى الحصول على أفراد بخصائص جديدة ومختلفة

نستمر بتطبيق الخطوات ١و ٢ و ٣ حتى نحصل على مجتمع جميع أفراده متشابهون أو حتى الحصول على فرد، أي حل، يحقق المطلوب

تطبيق الخوارزميات الجينية على مسألة المطابقة

- الترميز
  - المورثة مكوّنة من مجموعة من المعاملات الديناميكية
  - لكل معامل مجال صلاحية لرفض القيم التي تخرج عن هذا المجال

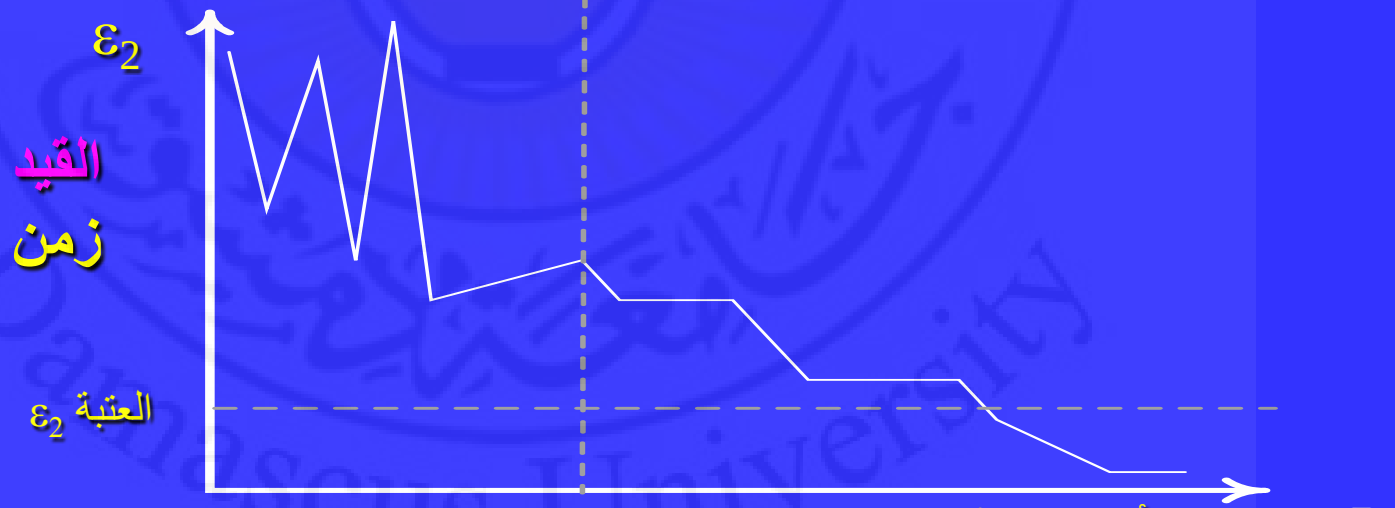
- شروط التوقف $P = \{\lambda^i \in [\lambda^i_{\min} .. \lambda^i_{\max}]\}$
  - الحصول على خطا أصغري في السلوك
  - اختيار المعاملات التي تعطي أسرع زمن تنفيذ

معالجة عدة قيود

القيد الأول:
ملاحقة المسار الأصلي بدقة محددة ε_1



القيد الثاني:
زمن التنفيذ



تسريع التقارب

- يتعلق تقارب الخوارزمية بالقيم المستعملة لتغيير قيم المعاملات:

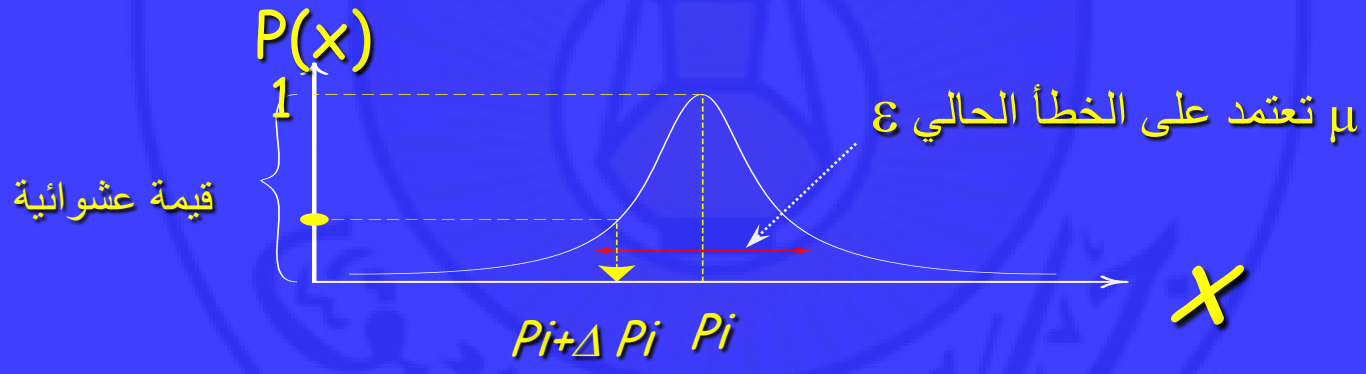
$$\text{Mutation} \Leftrightarrow P = P + \Delta \text{ where } P \in [a..b]$$

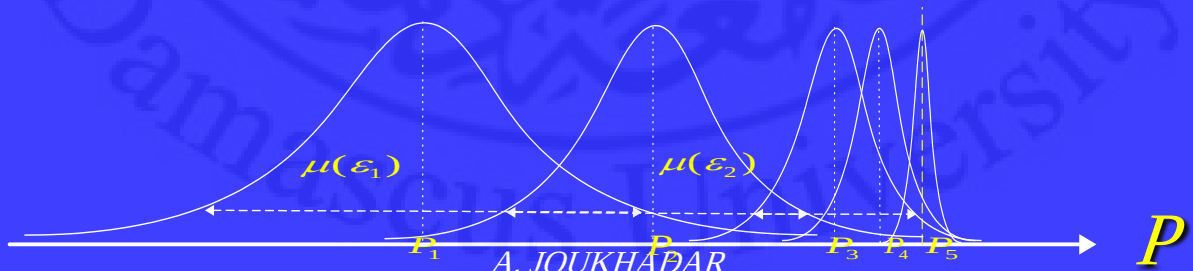
- لو استعملنا قيماً صغيرة لتأخر التقارب للقيم البعيدة
- لواستعملنا قيماً كبيرة لتقاربنا بسرعة للقيم البعيدة ولصعب علينا التقارب من القيم القريبة
- الحل باستعمال تغيرات غوصية Gaussian distribution



تسريع التقارب

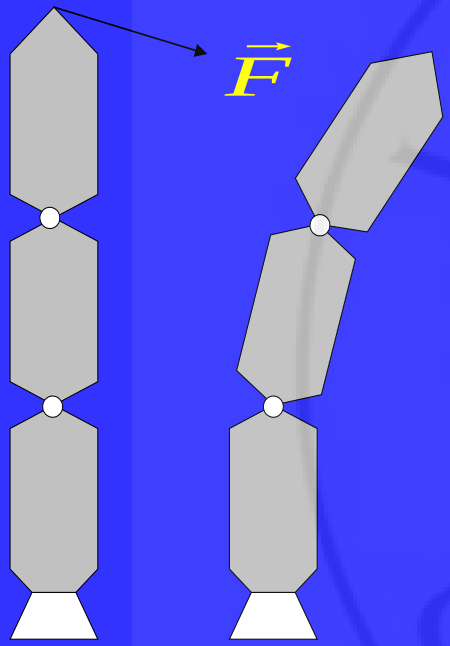
الهدف هو استعمال تغيرات صغيرة لو كان الحل الحالي قريب من القيود المطلوبة، واستعمال تغيرات كبيرة لو كان الحل الحالي بعيد عن القيود المرغوبة

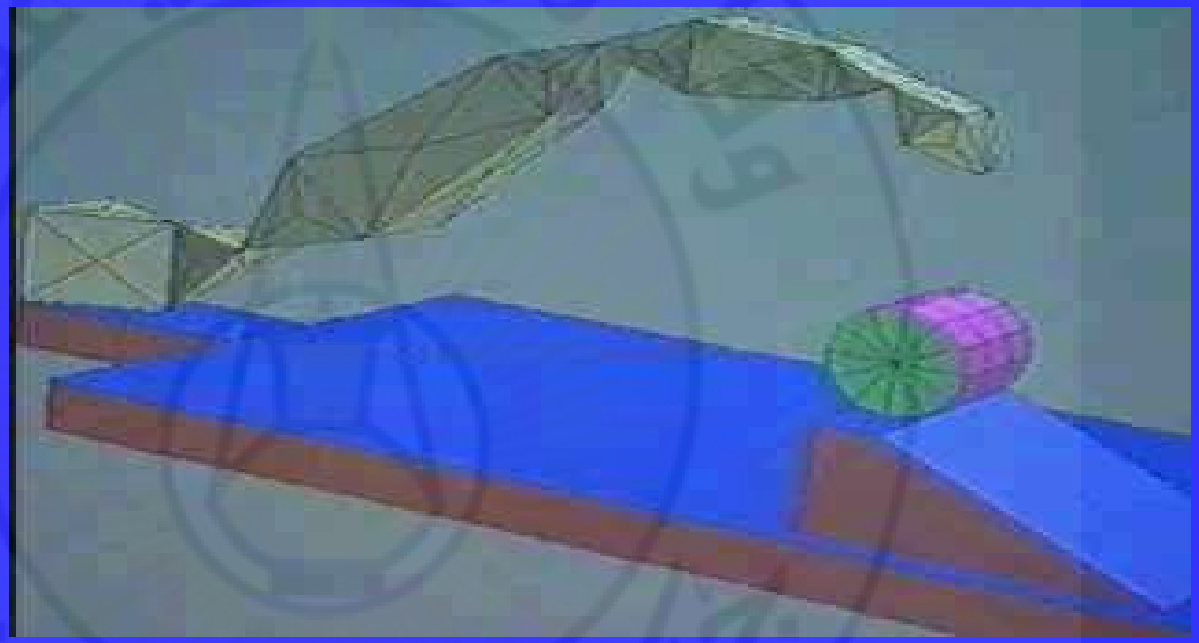




أمثلة

$$\vec{F} = -\lambda \Delta x - \mu \dot{x}$$

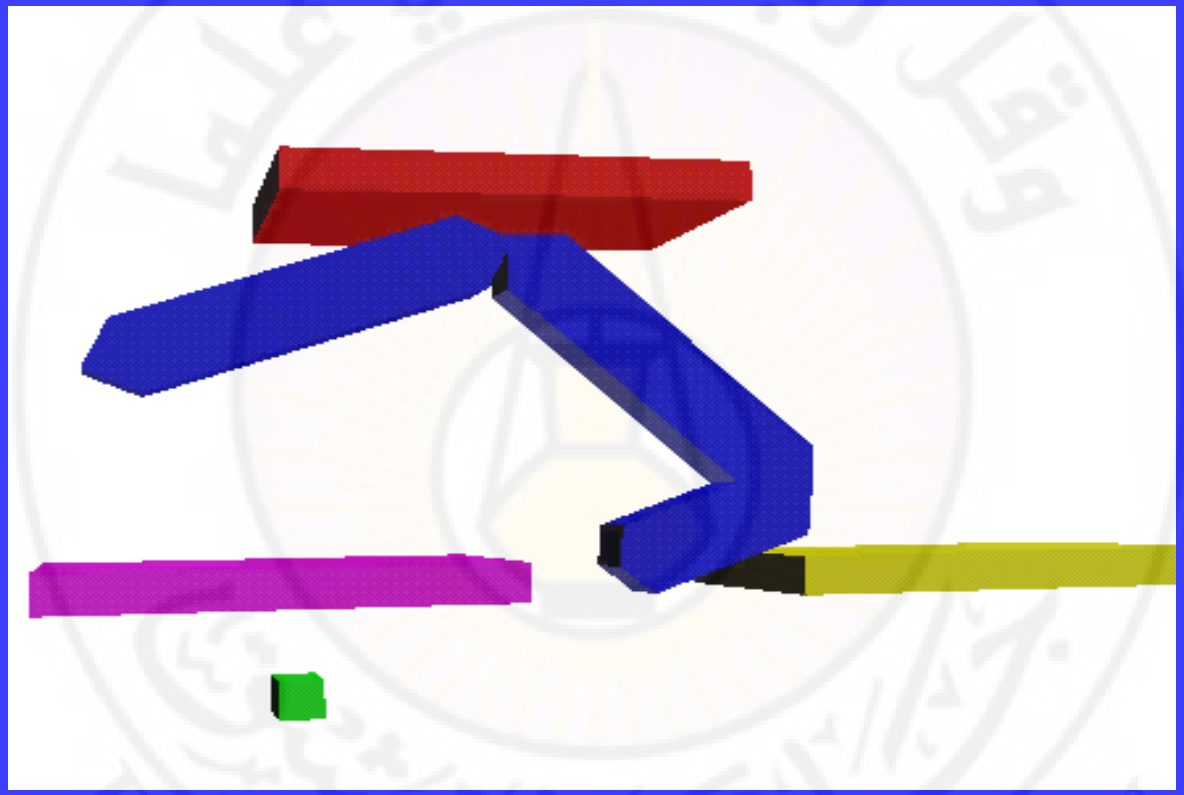




- المعاملات: هي l, m
- القيد : الوصول للهدف محققين شرطين: الأول a DP+ b DV<0.001 ، والثاني أمثلة زمن التنفيذ
- النتيجة : ٥٠ جيل لتحقيق الجيل الأول والذي أعطى النتيجة (P=8e-10, V=4e-6)

٥٠ جيل لتحقيق القيد الثاني وحصلنا على زمن تنفيذ قدره ١.٥ ثانية

أمثلة

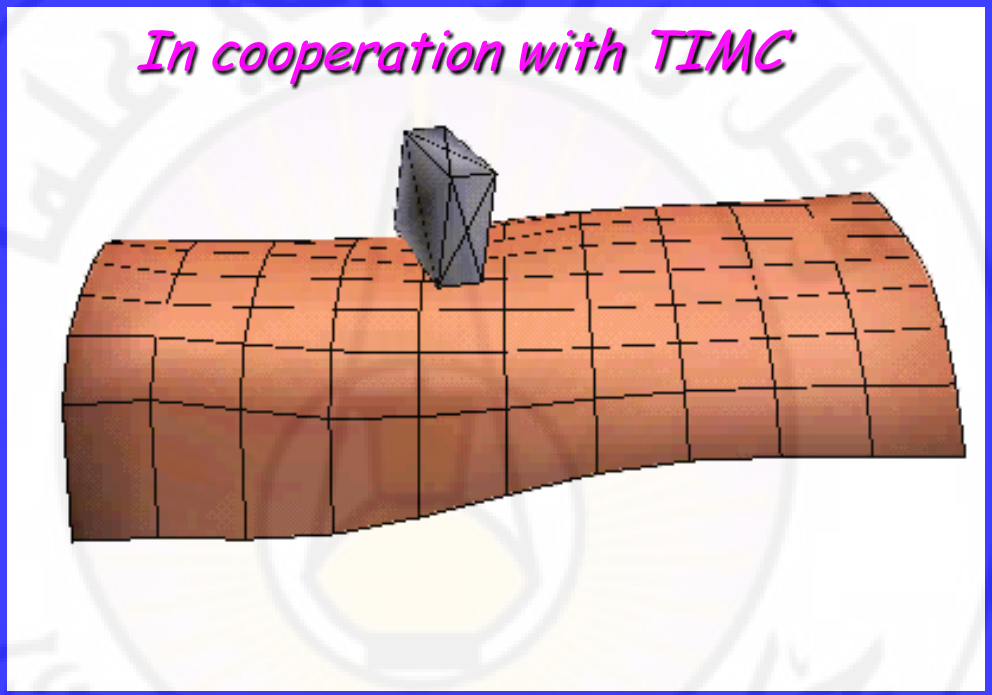


300 جزيء

الزمن: 2.5 mn

- القيد : أمثلة زمن التنفيذ
- النتيجة: حصلنا على معاملات تعطي نفس النتائج ولكن أسرع بخمس مرات

أمثلة



نفذه
Philippe Laffont (DEA 97)

288 جزيء
زمن التنفيذ: ٢ دقيقة

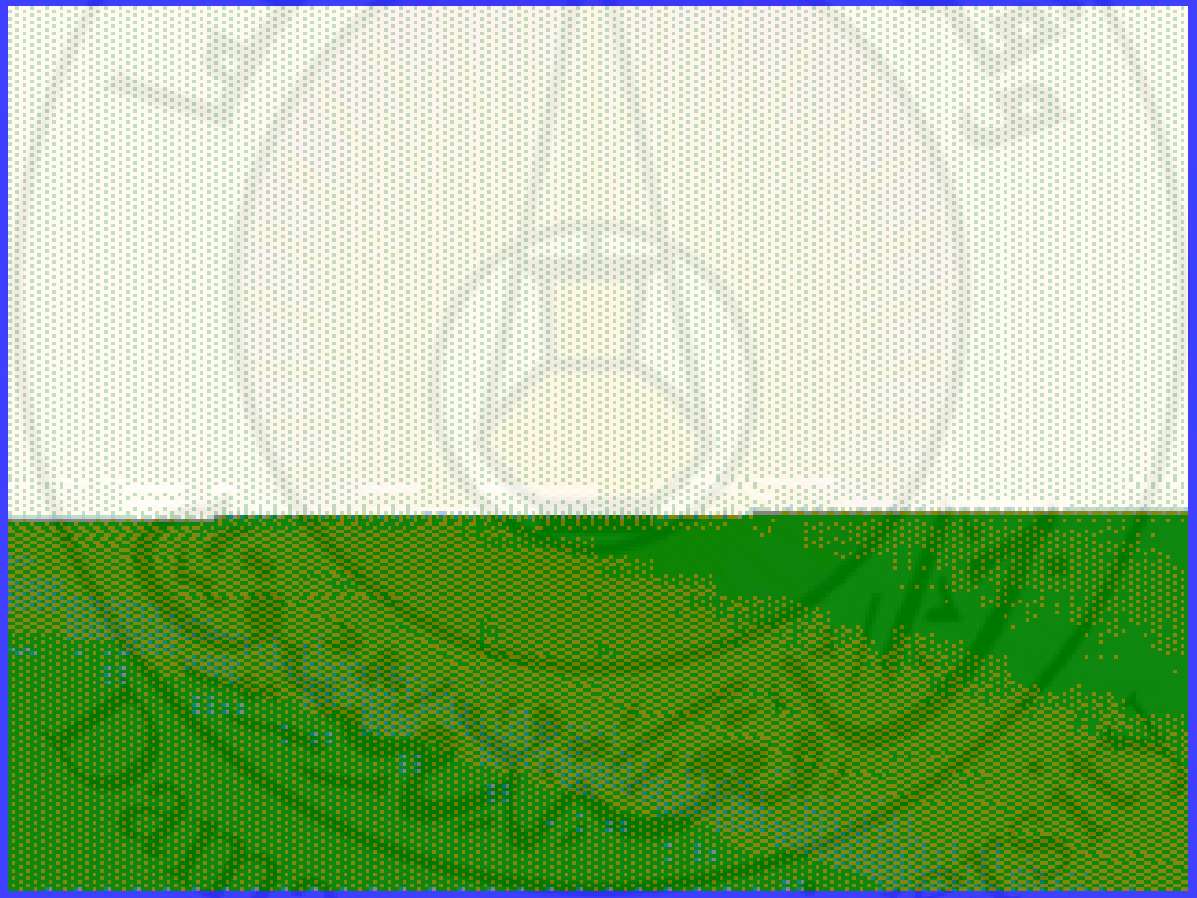
- الدخل: تشوهات الفخذ المقاسة باستعمال الـ OPTOTRACK بعد تطبيق قوى مختلفة على الفخذ
- المطلوب: ضبط ٦ معاملات وهي λ, μ للقيود الخطية والزاوية والمفصلية.
- القيود: الوصول لسلوك مطابق للأصل
- النتيجة: ٢٠ جيل للوصول لدقة قدرها 0.1 ملم
- زمن الاختبار: ٥ ساعات

تحقق عملي

تحقق عملي من نتائج المحاكاة

- ضبط تجريبي [Mirtich, Goldberg, Craig 96]
  - أغراض صغيرة تسقط على خط إنتاج وتجميع
  - نعلم شكلها الهندسي وكتلتها ومعاملات احتكاكها
  - المعاملات الفيزيائية مضبوطة بما يسمح بتجنب التداخل
- قمنا بعدة مئات من التجارب على الحاسوب
- الهدف تحديد التوضع الساكن لهذه الأغراض بعد سقوطها واستقرارها

التجربة الأولى



النتائج

- لم يحدث تباعد
- تحقق قانون Poisson
- تردد المحاكاة وصل إلى ٣٢٠ كيلوهرتز كحد أعلى، ووسطياً ١.٤ كيلوهيرتز
- استغرق زمن محاكاة السقوط حتى الاستقرار إلى دقيقتين، وهذا يكافئ ١٠ ثوان في الزمن الحقيقي.

النتائج

Pose	Impulse	Penalty	Real
1	41.9	43.0	46.0
2	26.2	29.5	27.1
3	28.3	20.1	19.7
4	3.0	4.0	5.0
5	0.8	2.7	2.2
6	0.0	2.2	0.0
Error	4.0	2.2	-

مقارنة لعدد الوضعيات الحقيقية التجريبية مع نتائج المحاكاة باستعمال طريقتين مختلفتين لحساب قوة الصدم

تجربة ٢



نتائج تجربة ٢

Pose	Impulse	Penalty	Real
1	71.7	70.4	75.8
2	20.9	20.5	13.8
3	7.4	8.9	10.5
4	0.1	0.25	0.0
Error	4.4	5.2	-

مقارنة لعدد الوضعيات الحقيقية التجريبية مع نتائج المحاكاة باستعمال طريقتين مختلفتين لحساب قوة الصدم