الجمهورية العربية السورية

جامعة دمشق

كلية العلوم

قسم الفيزياء

دراسة نظرية للتصنيع النووي في الانفجار العظيم وقيوده على النماذج الكونية لفيزياء الجسيمات الأولية عالية الطاقة

رسالة مقدمة لنيل درجة الماجستير في الفيزياء النووية التجريبية

إعداد الطالب: محمد يحيى صهيب العمر

بإشراف: أ. د. ماجدة النحيلي

كلية العلوم – جامعة دمشق

2025-2024

الجمهورية العربية السورية
جامعة دمشق
كلية العلوم – قسم الفيزياء

قرار لجنة الحكم

اسم الباحث: محمد يحيى العمر

عنوان البحث: دراسة نظرية للتصنيع النووي في الانفجار العظيم وقيوده على النماذج الكونية لفيزياء الجسيمات الأولية عالية الطاقة

قدم هذا البحث لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في الفيزياء في قسم الفيزياء-كلية العلوم – جامعة دمشق .

لجنة الحكم:

الدكتور	الإختصاص	التوقيع
ماجدة النحيلي	تقنية نووية	
نبيل جودية	الكيمياء الكوانتية	
حسن مخلوف	فيزياء الفلك – ديناميك الموائع النسبوية	

تاريخ المناقشة : في تمام الساعة (12) يوم 2026/1/11 المدرج الثالث فيزياء

تصريح خطي

أنا الموقع أدناه أصرح بعلمي الكامل وقبولي:

1. أن كل ما ينتج عن البحث والأطروحة هو ملكية فكرية ومالية بالتشارك مع جامعة دمشق. و أنني ألتزم بأخذ موافقة الجامعة في حال رغبتي بنشر البحث أو الأطروحة أو جزء منها، نصاً أو مضموناً، خارج إطار الجامعة من دور نشر أو مكتبات أو مواقع إلكترونية وغيرها من وسائل النشر.
2. أنه لا يوجد أي جزء من هذه الأطروحة تم اقتباسه من عمل علمي آخر وأنجز للحصول على شهادة أخرى في جامعة دمشق أو أية جامعة أو معهد تعليمي داخل أو خارج الجمهورية العربية السورية.

الاسم:

التوقيع:

شكرٌ وتقديرٌ

الحمدُ للهِ ربِّ العالمين، الَّذي بنعمتِهِ تَتِمُّ الصالحاتُ، وبفضلِهِ تتحقَّقُ الغاياتُ. أحمدُه سبحانه حمدَ الشاكرين الذاكرين، وأُثني عليه ثناءَ العارفين الموقنين، وأشهدُ أن لا إلهَ إلا اللهُ وحدَه لا شريكَ له، القائلَ في كتابِهِ الكريم: ﴿وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا﴾ [طه: 114]، وهو جلَّ وعلا الَّذي جعلَ طلبَ العلمِ عبادةً، والتفكُّرَ في آياتِهِ سبيلاً إلى معرفتِهِ وتقوى القلوبِ، فقال تعالى: ﴿إِنَّمَا يَخْشَى اللَّهَ مِنْ عِبَادِهِ الْعُلَمَاءُ﴾ [فاطر: 28].

لقد كان فضلُ اللهِ عليَّ عظيمًا، إذ مَنَّ عليَّ بالصبرِ والقوَّةِ على مواصلةِ هذا الطريقِ، ووهبني القُدرةَ على إتمامِ هذه الرسالةِ بعد أن واجهتني صعابٌ وتحدّياتٌ، لم يكن لي أن أتجاوزَها لولا عونُهُ ولُطفُهُ وتوفيقُهُ. وما هذه الصفحاتُ إلّا ثمرةَ دعاءٍ متواصلٍ وتيسيرٍ رَبَّانيٍّ، استجابةً لقولِهِ تعالى: ﴿وَقَالَ رَبُّكُمُ ادْعُونِي أَسْتَجِبْ لَكُمْ﴾ [غافر: 60].

أتوجَّهُ بخالصِ الامتنانِ وعظيمِ التقديرِ إلى عائلتي الكريمةِ، والديَّ العزيزينِ اللَّذَينِ لم يَدَّخِرا جهدًا في دعمي ورعايتي، وكانا دائمًا مصدرَ العزيمةِ والثَّباتِ في مسيرتي العلميَّةِ والإنسانيَّةِ. كما أعبّرُ عن شكري العميقِ لإخوتي وأخواتي، الَّذين شكَّلوا بمودَّتِهم وتشجيعِهم ركيزةً معنويَّةً ثمينةً أعانتني على تجاوزِ التحدّياتِ ومواصلةِ الطريقِ.

كما أعبّرُ عن خالصِ تقديري وامتناني لمُشرِفتي الفاضلةِ الدكتورةِ ماجدةَ النُّحيليّ، الَّتي لم تَبخَلْ عليَّ بوقتِها وجهدِها وتوجيهِها العلميّ الرصينِ، وكان لصبرِها وملاحظاتِها وتوجيهاتِها الأثرُ الأكبرُ في إنضاجِ هذا البحثِ وتطويرِهِ.

ولا يسعُني إلَّا أن أتقدَّمَ بجزيلِ الشكرِ والتقديرِ لأعضاءِ هيئةِ التَّدريسِ في قسمِ الفيزياء – جامعةِ دمشق، الَّذين كان لهم أثرٌ بارزٌ في تكويني العلميّ والفكريّ. وأخصُّ بالذِّكرِ الدكاترةَ الأفاضلَ: نبيلَ جوديَّة، وحسنَ مخلوف، ومروانَ الرَّاعي، ومعنَ سليم، الَّذين أثْرَوا تجربتي العلميَّةَ بما قدَّموه من علمٍ وخبرةٍ وتوجيهٍ سديدٍ. كما أتوجَّهُ بخالصِ الامتنانِ والشكرِ إلى الدكتورِ نضالِ شمعون على ما قدَّمَه من دعمٍ ومساندةٍ خارجَ الإطارِ التَّدريسيّ، وكان لتعاونِهِ أثرٌ بالغٌ في تذليلِ العديدِ من العقباتِ البحثيَّةِ.

وأخيرًا، أتوجَّهُ بالشكرِ إلى جامعتي الحبيبةِ جامعةِ دمشق، وإلى قسمِ الفيزياءِ فيها، لما قدَّماه من بيئةٍ علميَّةٍ وأكاديميَّةٍ مُهَيَّأةٍ أسهمت في إنجازِ هذا البحثِ، سائلًا اللهَ التوفيقَ في خدمةِ العلمِ والمعرفةِ.

فهرس المحتويات

قائمة الأشكال والرسوم البيانية..... 10

قائمة الجداول..... 11

قائمة الرموز والمصطلحات (مُرتبة حسب الفصول)..... 12

الملخّص..... 14

الجزءُ التمهيديُّ (الإطارُ العامُّ)..... 15

المقدِّمةُ..... 15

الإشكاليَّةُ البحثيَّةُ..... 15

التَّساؤلاتُ البحثيَّةُ..... 16

الهدفُ من البحث..... 16

أُهمّيَّةُ البَحث..... 17

حُدودُ البَحث..... 18

الدِّراساتُ السَّابقة..... 18

مناهجُ البحثِ وأدواتُهُ..... 19

مكوِّناتُ البحثِ..... 19

1 الفَصلُ الأوَّل: الانفِجارُ العَظيمُ وبِلازما الكونِ في مَراحِلِه الأُولى..... 20

1.1 الخَلفيَّةُ التَّاريخيَّةُ: نَشأَةُ نَموذجِ غامو للانفِجارِ العَظيمِ السَّاخن..... 20

1.1.1 وَرقةُ $\alpha\beta\gamma$..... 20

1.1.2 التَّنبُّؤُ بِالخَلفيَّةِ الإشعاعيَّةِ الكَونيَّة 21
1.1.3 نُشوءُ النَّماذجِ المُتَنافِسَة 21
1.1.4 النَّهضَةُ وَالتَّطويرُ النَّظَرِيّ: فَترةُ السِّتِّينِيَّاتِ وَالسَّبعِينِيَّات 22
1.1.5 BBN في العَصرِ الحَديث: نَحوَ عِلمِ كَونيّاتٍ دَقيق 22
1.2 الجَدولُ الزَّمني لِلتَّطوُّرِ الحَراريّ في الكَونِ المُبكِّر 23
1.2.1 حقبة بلانك: اللحظات الأولى 23
1.2.2 عصرُ التوحيدِ العظيم 23
1.2.3 عصر التضخم 24
1.2.4 كسر التناظر – يقظة حقل هيغز 24
1.2.5 بلازما كوارك–غلوون: الحساءُ الكونيُّ الأول 24
1.2.6 تشكّلُ الهادرونات 25
1.2.7 عصرُ اللبتون: فصلُ النيوترينوات وهيمنةُ الإلكترونات 25
1.2.8 التصنيعُ النوويُّ في الانفجار العظيم 26
1.2.9 إعادةُ التركيب: تحرّرُ الفوتونات وولادةُ الخلفية الكونية الميكروية 26
1.3 الديناميكاُ الحراريةُ في الكونِ المبكر 27
1.3.1 التوازنُ الحراريُّ في كونٍ متوسّع 27
1.3.2 الفضاءُ الطوريُّ وتوزّعُ الجسيمات 27
1.3.3 معادلة بولتزمان: تتبّع تطور الكثافات الجسيمية 28
1.3.4 حفظُ الإنتِرُوبِيَّا والسَّاعةُ الكونيَّة 30
1.3.5 تَجَمُّدُ النِّترِينُوَات 31
1.3.6 تطوّرُ توازُنِ النَّتْروناتِ والبروتوناتِ وتجميدُ نسبةِ n/p 32
1.3.7 تطوّر نسبةِ النيتروناتِ إلى البروتوناتِ: إطارُ معادلةِ بولتزمان 32
1.3.8 عُنُقُ زُجاجةِ الدِّيوتيريومِ: حاجزُ التَّفكُّكِ الضَّوئيّ 34
1.3.9 الهِليوم–4: الجوهرةُ المتوَّجةُ للتَّصنيعِ النَّوويّ البَدائيّ 35
1.3.10 العناصر الأثرية وشبكةُ التفاعلاتِ النووية 36
1.3.11 نهايةُ الحقبةِ: التجمّدُ والانخفاضُ الحراريُّ 36
1.4 القيود الرصدية ونجاحُ تصنيعِ العناصرِ البدئية 37
1.4.1 البصمةُ البدئية: العناصرُ الخفيفة كمجسّاتٍ كونية 37
1.4.2 الدِّيُوتيريوم: أثرٌ بدئيٌّ نقيٌّ لتصنيعِ العناصرِ في الانفجارِ العظيم 37

1.4.3 الهيليوم–4: انتصارُ القدرةِ التنبؤيةِ للنموذجِ الكوني 38
1.4.4 مشكلةُ الليثيوم–7: لغزٌ كونيٌّ لم يُحلَّ بعد 38
1.4.5 الهيليوم–3: إرثٌ معقّد 39
1.4.6 الاتساقُ مع إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروي 39
1.4.7 عمرُ النترون: ساعةٌ كونيةٌ تدق 40
1.4.8 عددُ النترينواتِ الفعّال 40

2 الفصل الثاني: الجاذبيّةُ المعدَّلة 41

2.1 على أكتافِ العَمالِقَة: تطوُّرُ نَظَريّاتِ الجاذبيّة 41
2.1.1 رِحلةٌ في اكتشافِ الجاذبيّة 41
2.1.2 النسبية العامة: ثورة في فهم الجاذبية 42
2.1.3 النسبيةُ العامّة: هندسةٌ وصِراع 43
2.2 رحلة رياضية تفصيلية 45
2.2.1 قياسُ المسافات: المُوتِّر المِتريّ 45
2.2.2 رموزُ كريستوفل ($\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$): تَحديد "الخُطوطِ المُستقيمة" في الفضاءِ المُنحني 45
2.2.3 المعادلةُ الجيوديسية: مساراتُ الأجسامِ الحُرةِ في الزمكانِ المنحني 46
2.2.4 مُوتِّر ريمان: الصياغةُ الكاملةُ لانحناءِ الزمكانِ 47
2.2.5 مُوتِّر ريتشي ($R_{\mu\nu}$): تركيزُ الانحناءِ على تغيرِ الحجمِ 47
2.2.6 الكمّيّة السِّلميّة للانحناء (R) 48
2.2.7 محتوى المادّة والطّاقة: مُوَتِّرُ الإجهاد–الطّاقة ($\theta_{\mu\nu}$) 48
2.2.8 اشتقاقُ معادلاتِ أينشتاين للحقل 49
2.2.9 معادلاتُ الحركة: معادلاتُ فريدمان 51
2.2.10 تَعميماتُ الانحناءِ: من النَّسبيَّةِ العامَّةِ إِلَى نظريَّةِ $f(R)$ 54
2.3 مِنَ الانحِناءِ إلى الِالتِواءِ: نهجٌ بديلٌ للجاذبيَّةِ 55
2.3.1 TEGR: البُنيَة الرّياضِيّة — الرُبَاعِيّات، الاتّصال، والالتواء 56
2.3.2 التوازي عن بُعدٍ وتعميمُهُ: من TEGR إلى نظريةِ $f(T)$ 58
2.4 من الالتواء إلى جاذبيةٍ مُوحَّدةٍ $f(T،B)$ 61
2.5 اقترانُ الهندسةِ مع المادة 62

3الفصل الثالث: القيود الرُّصديّة والدراسات المرجعيّة.....64

3.1 قيود تصنيع العناصر الخفيفة (BBN) 64
3.2 قيود المؤشّرات الكونية الزمنية (CC): أداة مستقلة لقياس توسّع الكون 66
3.3 بيانات المستعرات الفائقة من نوع Ia 68
3.4 تذبذبات الباريون الصوتية (BAO).....69
3.5 الصياغة الإحصائية وتكامل القيود الرصدية 71
3.6 التحليلُ البايزيّ والنَّهجُ العدديّ المُستَخدَم 72
3.6.1 مجموعات البيانات والتهيئة الأولية..... 73
3.6.2 حل المعادلات التفاضلية للنموذج..... 73
3.6.3 توليد الكميات الرصدية ومحاكاتها نظرياً 74
3.6.4 دوالُ الاحتمالِ والاحتمالُ الكلّيّ 74
3.6.5 المُسَبَّقات (PRIORS) 75
3.6.6 تنفيذُ MCMC واستخلاصُ النتائج 75
3.6.7 التحقق الرسومي والإحصائي..... 76
3.6.8 البنية البرمجية وتكامل المنهج العددي 76
3.7 الدِّراسات المرجعية والبحثية 77
3.7.1 قيود BBN على نماذج الجاذبية المُعدَّلة $f(T)$ 77
3.7.2 قيود BBN على نماذج $f(Q)$ 77
3.7.3 قيود BBN على نماذج $f(T,t)$ 78
3.7.4 قيود BBN على نماذج جاذبية $f(T,TG)$..... 78
3.7.5 توافق BBN مع بعض نظريات الجاذبية غير التقليدية 78

4 الفصل الرابع: نماذج الجاذبية المعدّلة والقيود الرصدية 79

4.1تحليل نماذج $f(T)$ في ضوء القيود الرصدية للكون المبكر والمتأخر 79
4.1.1 نموذج قانون قوة (POWER-LAW MODEL) 79
4.1.2 النموذج اللوغاريتمي (LOGARITHMIC MODEL)..... 84
4.1.3 نموذج اللوغاريتم-الجذر التربيعي (LOG-SQUARE-ROOT MODEL)..... 88
4.2 نماذج $f(T,B)$: الصياغة النظرية والاختبارات الرصدية.....90

4.2.1 النموذج الخطي (Linear Model) 90
4.2.2 النموذج التربيعي (Square Model)..... 93
4.2.3 نموذج قانون القوة (Power–Law Model)..... 96
4.3 نماذجُ الالتواء–المادّة: مِنَ الصياغةِ النظريّةِ إلى القيودِ الرصديّة 99
4.3.1 نموذجُ (ACL–G) 99
4.3.2 نموذجُ قانونِ القوّة (Power–Law Model).....104
4.3.3 ملخص النتائج النهائية لتحليل النموذجين PL–G وACL–G.....108

الخلاصة.....110

التوصيات.....112

5المراجع: 113

ABSTRACT 119

قائمة الأشكال والرسوم البيانية

الشكل 1 يوضّح العلاقة بين الانحراف النسبي في درجة حرارة التجمد والمعامل n لنموذج قانون القوة في جاذبية $f(T)$ . . .80
الشكل 2 مقارنة بين نموذج قانون القوّة في $f(T)$ والبيانات الرصديّة لمعدّل هابل. (a) النتيجة التي تُعطي أفضل قيمة للمعامل n، و(b) تحليل مشترك يُظهر أفضل قيمة لكل من H_0 وn، مع مقارنة بنتائج نموذج ΛCDM. 81
الشكل 3 مقارنة بين النموذج الأُسِّي في والبيانات الرصدية لمعامل هابل (النقاط باللون الأحمر). يبيّن الخطّ الأزرق حالة H_0 ثابت والبرتقالي حالة التحليل المشترك للمعاملين H_0 وβ_2، بينما يمثّل الخط الأخضر نموذج ΛCDM. 84
الشكل 4 يوضّح تابعية $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f$ للمعامل γ في حالة النموذج اللوغاريتمي، ويشير الخطّين المتقطّعين باللونين الأحمر والأخضر إلى حدود (BBN) $\pm 4.7 \times 10^{-4}$. 85
الشكل 5 يوضح الشكل منحنى$H(z)$ الأزرق للنموذج اللوغاريتمي ضمن حدود BBN، مع مقارنته بمنحنى نموذج ΛCDM (الأخضر) والبيانات الرصدية (النقاط الحمراء). 86
الشكل 6 يوضح الشكل مقارنة منحنيات $H(z)$ للنموذج اللوغاريتمي مع البيانات الرصدية (النقاط الحمراء)، متضمّنًا حالة H_0 ثابت (المنحني الأزرق) وحالة التحليل المشترك (المنحني البرتقالي) والحالة الموافقة لنموذج ΛCDM (المنحني الأخضر) 87
الشكل 7 يَعرض تطوّر $H(z)$ في نموذج اللوغاريتم–الجذر، حيث يُمثّل المنحنى الأزرق الحالة المحسوبة بقيم ثابتة لـH_0 وΩ_{m0} ، ويُظهر المنحنى البرتقالي أفضل القيم للمعاملات، بينما يقدّم المنحنى الأخضر المتقطع سلوك نموذج ΛCDM. 89
الشكل 8 يوضح مجال قيم γ المسموحة في النموذج الخطي وفق قيود BBN. 91
الشكل 9 يُبيّن منحنيات $H(z)$ الخاصة بالنموذج الخطي في جاذبية $f(T,B)$، المنحنى البرتقالي المتقطع يمثل أفضل قيمة للمعامل γ، الأرجواني والأزرق مستمدان من قيود BBN، السماوي المنقط للتحليل المشترك، الأخضر المتقطع لنموذج ΛCDM، والنقاط الحمراء للبيانات الرصدية. 92
الشكل 10 يوضح نجاح النموذج التربيعي بتجاوز القيود التي يفرضها (BBN) من أجل قيمة تقريبية للمعامل λ. 94
الشكل 11 مقارنة قياسات $H(z)$ مع النموذج التربيعي، تُمثل المنحنيات بالألوان: (أرجواني متقطع) الحالة المستمدة من (BBN)، و(الأزرق) أفضل قيمة ل λ، و(البرتقالي) التحليل المشترك إضافة إلى نموذج (ΛCDM) (أخضر متقطع). 95
الشكل 12 يوضح التغير النسبي في درجة حرارة التجمّد بدلالة معامل نموذج قانون القوة n لجاذبية $f(T,B)$. 97
الشكل 13 يوضح تطور ثابت هابل وفق نموذج قانون القوة لجاذبية $f(T,B)$. يظهر المنحني الأزرق الموافق لقيود BBN، والمنحني البرتقالي للتحليل المشترك، إضافةً إلى التحسين الكامل للنموذج الموافق للمنحني الأرجواني المتقطع و المنحني الأخضر لنموذج ΛCDM. 98
الشكل 14 يوضح تابعية التغير النسبي في درجة حرارة التجمّد للمعامل λ من أجل نموذج (ACL–G). 100
الشكل 15 يمثّل العلاقة بين معامل المسافة μ والانزياح نحو الأحمر، حيث تُعرض بيانات PANTHEON+SH0ES باللون الأحمر، ويوضّح الخط الأزرق أفضل القيم للنموذج (ACL–G)، ويعرض الخط الأخضر المتقطع قانون هابل الخطي. 101

الشكل 16 مقارنة قياسات BAO من بيانات DESI (النقاط الحمراء) مع تنبؤات نموذج (ACL–G) (الخط الأزرق) لمختلف مسافات الانزياح نحو الأحمر: المسافة الزاوية المرافقة، مسافة هابل، المسافة الكروية، وقياسات $D_M - D_H$ المترابطة. 102

الشكل 17 يوضح مقارنة بيانات (CC) (النقاط الحمراء مع الأخطاء) مع تنبؤات نموذج (ACL–G) (الخط الأزرق) والنموذج القياسي (الخط الأخضر المتقطع). 102

الشكل 18 يوضح توزيعات الاحتمال ثنائية وأحادية البعد لمعاملات النموذج (ACL–G) في إطار نظرية $f(T)$ مع الاقتران إلتواء – مادة، بالاعتماد على دمج البيانات معاً (SNE Ia) و (BAO) و (CC)..... 103

الشكل 19 يوضح تابعية $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f$ للمعامل n من أجل نموذج قانون القوة لجاذبية الاقتران إلتواء–مادة. 105

الشكل 20 يمثّل العلاقة بين معامل المسافة μ والانزياح نحو الأحمر، حيث تُعرض بيانات PANTHEON+SH0ES باللون الأحمر، ويوضّح الخط الأزرق أفضل القيم للنموذج (PL–G)، ويعرض الخط الأخضر المتقطع قانون هابل الخطي. 106

الشكل 21 مقارنة قياسات BAO من بيانات DESI (النقاط الحمراء) مع تنبؤات نموذج (PL–G) (الخط الأزرق) لمختلف مسافات الانزياح نحو الأحمر. 107

الشكل 22 يوضح مقارنة بيانات (CC) (النقاط الحمراء مع الأخطاء) مع تنبؤات نموذج (PL–G) (الخط الأزرق) والنموذج القياسي (الخط الأخضر المتقطع). 108

الشكل 23 توزيعات الاحتمال ثنائية وأحادية البعد لمعاملات نموذج (PL–G)، اعتمادًا على الدمج بين بيانات (SNE Ia) و(BAO) و(CC). 109

قائمة الجداول

جدول 1: يعرض القيم المحسوبة لـ$\delta Tf/Tf$ من أجل قيم مختلفة للمعامل $\beta 2$ للنموذج الأسي. 83

الجدول 2: نتائج تقدير معاملات نموذج (ACL–G) عبر مجموعات البيانات الرصدية المختلفة. 101

الجدول 3: نتائج تقدير معاملات نموذج (PL–G) عبر مجموعات البيانات الرصدية المختلفة. 106

قائمة الرموز والمصطلحات (مُرتبة حسب الفصول)

1. رموز الرياضية الأساسية

الرمز / المصطلح	التعريف
$g_{\mu\nu}$	المُوتِّر المِتريّ، يصف هندسة الزمكان في النسبية العامة.
$R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu}$	موتر ريمان (Riemann Curvature Tensor).
$R_{\mu\nu}$	موتر ريتشي (Ricci Tensor).
R	السلمي الريتشي (Ricci Scalar)، مقياس الانحناء في النسبية العامة.
η_{AB}	المِتْرِيّ المحلي (متريّ مينكوسكي) في فضاء المماس.
e_{μ}^{A}	الرُبَاعيّات (Tetrads أو Vierbeins)
e_{A}^{μ}	الرُبَاعيّ العكسي، يحقق العلاقة $e_{\mu}^{A}e_{B}^{\mu} = \delta_{B}^{A}$.
e	مُحَدِّد الرباعيّات، ويساوي $e \equiv \det(e_{\mu}^{A}) = \sqrt{-g}$.
$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$	اتّصال ليفي–تشيفيتا (Levi–Civita Connection) في النسبية العامة.
$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{\lambda}$	اتّصال فايتزنبوك (Weitzenböck Connection) في نظرية TEGR.
$T^{\lambda}{}_{\mu\nu}$	موتر الالتواء (Torsion Tensor).
$K^{\lambda}{}_{\mu\nu}$	موتر الالتواء المرافِق (Contorsion Tensor).
$S_{\rho}{}^{\mu\nu}$	موتر الالتواء الفائق (Superpotential Tensor).
T	سلمي الالتواء (Torsion Scalar)، وهو الأساس في صياغة TEGR.
B	الحد الانحنائي الحدودي (Boundary Term)، ويحقق العلاقة $T = -R + B$.
$\mathcal{L}_{m}$	لاغرانجي المادة (Matter Lagrangian).
$\Theta_{\mu}{}^{\nu}$	موتر الإجهاد–الطاقة (Energy–Momentum Tensor).
λ	معامل الاقتران بين الالتواء والمادة في بعض النماذج المعدلة.

2. الرموز الخاصة بعلم الكونيات

الرمز / المصطلح	التعريف
Λ	الثابت الكوني (Cosmological Constant).
$a(t)$	عامل القياس (Scale Factor).
H	معامل هابل (Hubble Parameter)، يحدد معدل تمدد الكون.
H_0	معامل هابل الحالي (القيمة الحالية لـH).
ω	معامل الحالة لأي مكوّن كوني بشكل عام.
ρ_{DE}, p_{DE}	كثافة وضغط الطاقة المظلمة الفعّالة.
ω_{DE}	معامل حالة الطاقة المظلمة، $\omega_{DE} = p_{DE}/\rho_{DE}$.
Ω_{m0}	كثافة المادة الحرجة المعيارية عند الزمن الحاضر.
Ω_{r0}	كثافة الإشعاع الحرجة المعيارية عند الزمن الحاضر.
Ω_{DE}	كثافة الطاقة المظلمة الحرجة المعيارية.
z	الانزياح نحو الأحمر (Redshift).

3. المصطلحات الرصدية والاختصارات

الاختصارات	التعريف
ΛCDM	النموذج الكوني القياسي الذي يجمع بين الثابت الكوني Λ والمادة المظلمة الباردة.
TEGR	النسخة المكافئة للنسبية العامة ضمن إطار الالتواء.
CC	طريقة لقياس$H(z)$ باستخدام أعمار المجرات القديمة (Chronometers Cosmic).
SNe Ia	المستعرات العظمى من النوع Ia، شموع معيارية لقياس المسافات الكونية.
BAO	التذبذبات الصوتية للباريونات (Baryon Acoustic Oscillations).

الملخّص

يُعَدُّ التَّصنيعُ النَّوويُّ في الانفجارِ العظيم (BBN) من أبرزِ المراحلِ المُبكّرةِ في تاريخِ الكونِ، إذ أسهمَ في تكوينِ العناصرِ الخفيفةِ الأولى مثلَ الدّيوتيريومِ والهليومِ والليثيومِ، مُشكّلًا الأساسَ الأوّليَّ لبنيةِ الكونِ. وتبرزُ وفرةُ الهيليوم–4 كأداةٍ رصديَّةٍ فائقةِ الحساسيَّة، إذ تعكسُ بدقَّةٍ درجةَ حرارة تَجمُّدِ التفاعلاتِ النَّوويَّةِ في البلازما البدائيَّةِ، ممَّا يجعلُها مِقياسًا حاسمًا لاختبارِ النَّماذجِ الكونيَّةِ والانحرافاتِ المُحتملةِ في ديناميكيَّاتِ الجاذبيَّةِ. في هذا البحثِ، تمَّ توظيفُ الحساسيَّةِ الدَّقيقةِ لوفرةِ الهيليوم–4 لفرضِ قيودٍ كمِّيَّةٍ صارمةٍ على فئاتٍ مختلفةٍ من نظريَّاتِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة، شملت جاذبيَّةَ $f(T)$ وجاذبيَّةَ $f(T,B)$ وصِيَغَ الاقترانِ بين الالتواءِ والمادَّةِ. وقد بيَّنتِ النتائجُ أنَّ قيودَ (BBN) تفرضُ حدودًا ضيّقةً على معاملاتِ هذه النماذجِ، لكنَّها لا تكفي بمفردِها لتحديدِ القِيَمِ المُثلى، ممَّا استدعى دمجَها مع بياناتٍ رصديَّةٍ من الكونِ المتأخِّر، تشملُ المؤشّراتِ الكونيَّةَ الزمنيَّةَ (CC)، والمُستعراتِ العُظمى من النَّوع (SNe Ia) من مجموعةِ بيانات Pantheon+SH0ES (2022)، والتذبذباتِ الصَّوتيَّةَ الباريونيَّةَ (BAO) من مسحِ DESI (2025). أثبتتِ الدِّراسةُ أنَّ الجمعَ بين حساسيَّةِ الكونِ المبكّرِ ودقَّةِ القياساتِ الحديثة يُوفِّرُ إطارًا موحَّدًا لاختبارِ بدائلِ النَّسبيَّةِ العامَّةِ، ويمنحُ فهمًا أعمقَ للحدودِ الفيزيائيَّةِ الممكنةِ لنظريَّاتِ الجاذبيَّةِ الَّتي قد تُفسِّرُ تسارعَ التوسُّعِ الكونيّ دون الحاجةِ إلى مكوّنِ طاقةٍ مُظلمةٍ صريحٍ.

الكلماتُ الرئيسيَّة: التَّخليقُ النَّوويُّ البدائيُّ (BBN)، وفرةُ الهيليوم–4الجاذبيَّةُ المُعدَّلة، جاذبيَّةُ $f(T)$، جاذبيَّةُ $f(T,B)$، اقترانُ الالتواءِ–المادَّةِ.

الجزءُ التمهيديُّ (الإطارُ العامُّ)

المقدّمةُ

يُعَدُّ التَّصنيعُ النَّوويُّ في الانفجارِ العظيم (BBN) إحدى الرَّكائزِ الأساسيَّةِ في فَهمِ تاريخِ الكونِ المُبكِّرِ، إذ يُقدِّمُ تفسيرًا لتكوُّنِ العناصرِ الخفيفةِ الأولى مثلَ الهيليومِ والدِّيوتيريومِ واللِّيثيومِ. وتمثِّلُ هذه المرحلةُ، الَّتي حدثت خلالَ الثَّواني الأولى بعدَ الانفجارِ العظيمِ، صِلةَ وصلٍ دقيقةً بين فيزياءِ الجُسيماتِ الأوَّليَّةِ وعِلمِ الكونيَّاتِ، كما تُشكِّلُ نافذةً رصديَّةً فريدةً على الظُّروفِ الفيزيائيَّةِ الَّتي سادت في نشأةِ الكونِ. وتُعَدُّ القياساتُ الدَّقيقةُ لوفرةِ الهيليومِ أداةً حسَّاسةً لاختبارِ النَّماذجِ النَّظريَّةِ والتأكُّدِ من مدى توافقِها مع البياناتِ الرَّصديَّةِ.

في المقابلِ، شَهِدَ علمُ الكونيَّاتِ تحوُّلاتٍ جوهريَّةً بعدَ اكتشافِ تسارعِ تمدُّدِ الكونِ في مراحلِهِ المتأخِّرةِ، الأمرُ الَّذي أثار تساؤلاتٍ عميقةً حولَ طبيعةِ الجاذبيَّةِ والطَّاقةِ المُظلِمةِ. وبينما تظلُّ النَّسبيَّةُ العامَّةُ الإطارَ القياسيَّ لفهمِ الجاذبيَّةِ، فإنَّ تراكمَ الأدِلَّةِ الرَّصديَّةِ يدفعُ الباحثين إلى دراسةِ بدائلَ محتملةٍ ضمنَ ما يُعرَفُ بـ نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ. ومن بينِ هذه النَّماذجِ برزت صيغتا $f(T)$ وامتدادُها $f(T,B)$، بالإضافةِ إلى نماذجِ الاقترانِ بين الالتواءِ والمادَّةِ، بوصفِها محاولاتٍ لإعادةِ تفسيرِ ديناميكيَّاتِ التوسُّعِ الكونيِّ دونَ الحاجةِ إلى إدخالِ الثابتِ الكونيِّ (Λ).

ومن هذا المنطلقِ، يهدفُ هذا البحثُ إلى بناءِ إطارٍ موحَّدٍ يربطُ بين فيزياءِ الكونِ المُبكِّرِ والكونِ المتأخِّرِ، من خلالِ توظيفِ بياناتِ التَّصنيعِ النَّوويِّ البدائيِّ (BBN) إلى جانبِ القيودِ الرَّصديَّةِ الحديثةِ مثل المؤشِّراتِ الكونيَّةَ الزمنيَّةَ (CC)، والمُستعراتِ العُظمى من النَّمطِ الأوَّل (SNe Ia)، وتذبذباتِ الباريوناتِ الصَّوتيَّةِ (BAO)، وذلك بغرضِ اشتقاقِ حدودٍ دقيقةٍ لمعاملاتِ نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ واختبارِ مدى اتِّساقِها مع المعطياتِ الرَّصديَّةِ المُتاحةِ.

الإشكاليَّةُ البحثيَّةُ

على الرَّغمِ من أنَّ دراسةَ تَصنيعِ العناصرِ في الانفجارِ العظيمِ (BBN) قد نالت اهتمامًا واسعًا منذ منتصفِ القرنِ العشرين، فإنَّ التطوُّراتِ الرَّصديَّةَ الحديثةَ – ولا سيَّما القياساتُ فائقةُ الدقَّةِ لوفرةِ الهيليومِ – قد فتحت آفاقًا جديدةً لإعادةِ تقييمِ النَّماذجِ النَّظريَّةِ المُفسِّرةِ لتاريخِ الكونِ المُبكِّرِ.

وانطلاقًا من ذلك، يمكنُ صياغةُ الإشكاليَّةِ البحثيَّةِ لهذا العملِ من خلالِ التساؤلينِ الرئيسينِ الآتيينِ:

1. كيف يمكنُ توظيفُ الحساسيَّةِ العاليةِ لمعاملِ انحرافِ درجةِ حرارةِ التجمُّد، المستمدِّ من قياساتِ وفرةِ الهيليومِ والمترابطِ مع معدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ، لاختبارِ الانحرافاتِ المُحتملةِ عن النَّظَريَّةِ النَّسبيَّةِ العامَّةِ؟

2. وكيف يمكنُ دمجُ البياناتِ الرَّصديَّةِ الصَّادرةِ من عصورٍ كونيَّةٍ مختلفةٍ – مثل (BBN) في الكونِ المُبكِّرِ، و(CC)، و(SNe Ia)، و(BAO) في الكونِ المتأخِّرِ – من أجلِ اشتقاقِ قيودٍ أكثرَ إحكامًا وصَرامةً على نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ؟

التَّساؤلاتُ البحثيَّةُ

استنادًا إلى الإشكاليَّةِ المطروحةِ، يمكنُ بلورةُ مجموعةٍ من التَّساؤلاتِ البحثيَّةِ الجوهريَّةِ على النَّحوِ الآتي:

1. كيف يؤثِّرُ الانحرافُ النِّسبيُّ في درجةِ حرارةِ التجمُّدِ على تحديدِ معدَّلِ توسُّعِ الكونِ، وما مدى توافقِ النَّتائجِ المُستخلَصةِ مع القِيَمِ المُتوقَّعةِ في إطارِ النَّظَريَّةِ النَّسبيَّةِ العامَّةِ؟

2. كيف ينعكسُ وجودُ الحدودِ الإضافيَّةِ في معادلةِ فريدمان، ضمنَ نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ، على القِيَمِ المسموحِ بها لمعدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ، كما تُحدِّدُها وفرةُ الهيليومِ النَّاتجةُ عن (BBN)؟

3. إلى أيِّ مدى يمكنُ لاستخدامِ بياناتِ المؤشِّراتِ الكونيَّةَ الزمنيَّةَ (CC)، الخاصَّةِ بتوسُّعِ الكونِ، أن يُكمِّلَ قيودَ (BBN)، ويُسهِمَ في تحقيقِ ضبطٍ أدقَّ لمعاملاتِ النَّماذجِ من خلالِ تقليلِ التَّغايرِ فيما بينها؟

4. وما مدى إسهامِ القياساتِ المستقلَّةِ المستمدَّةِ من (SNe Ia) و(BAO) في دعمِ نتائجِ كلٍّ من (BBN) وبياناتِ التوسُّعِ الكونيّ، والمساعدةِ في تضييقِ نطاقِ التَّباينِ بين معاملاتِ النَّماذجِ؟

الهدفُ من البحثِ

يَسعى هذا البحثُ إلى تطويرِ إطارٍ مُتكاملٍ يَجمعُ بين التحليلِ النَّظريّ والدراسةِ الرَّصديَّةِ، بغيةَ بناءِ فَهمٍ موحَّدٍ لعمليَّةِ التوسُّعِ الكونيّ في مراحِلِها المختلفةِ. ويتحقَّقُ ذلك من خلالِ المحاورِ الآتيةِ:

1. الاستفادةِ من معادلاتِ التَّصنيعِ النَّوويّ البدائيّ (BBN) وربطِها بالانحرافاتِ في معدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ، بما يُتيحُ اختبارَ الاتِّساقِ مع النَّظَريَّةِ النَّسبيَّةِ العامَّةِ.
2. تطبيقِ القيودِ المستخلَصةِ من أحدثِ القياساتِ الرَّصديَّةِ لوفرةِ الهيليومِ بهدفِ تحسينِ تقديرِ الحدودِ المسموحِ بها لمعاملاتِ النَّماذجِ.
3. اختبارِ مدى انسجامِ نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ – ولا سيَّما $f(T)$ و $f(T,B)$ بالإضافةِ إلى نموذجِ الاقترانِ بين الالتواءِ والمادَّةِ – مع البياناتِ الرَّصديَّةِ المستمدَّةِ من الكونِ المُبكِّرِ ومن الكونِ المُتأخِّرِ.
4. بناءِ نَهجٍ مُوحَّدٍ يدمجُ القيودَ المستمدَّةَ من بياناتِ (BBN) و(CC) و(SNe Ia) و(BAO)، وذلك بهدفِ تقليلِ التباينِ الإحصائيّ وتعزيزِ دقَّةِ القيودِ المفروضةِ على النَّماذجِ قيدِ الدِّراسةِ.

أُهمِّيَّةُ البَحثِ

تنبعُ أهمِّيَّةُ هذا البحثِ من سعيِه إلى بناءِ جِسرٍ مَعرفيٍّ يربطُ بينَ تطوُّرِ الكونِ في مراحِلِه الأولى والمُتأخِّرة، وذلك من خلالِ تحليلٍ نظريٍّ ورصديٍّ مُتكاملٍ يختبرُ صلاحيَّةَ نَماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة. ويمكنُ إبرازُ هذه الأهمِّيَّةِ من خلالِ المحاورِ الآتية:

1. الرَّبطُ بينَ مَرحلتَينِ زَمنيَّتَينِ مَحوريَّتَينِ في تاريخِ الكون: إذ يُوفِّرُ هذا البَحثُ إطارًا نَظريًّا مُوحَّدًا يَجمعُ بينَ القُيودِ الصارمةِ النَّاتجةِ عن التَّصنيعِ النَّوويّ البِدائيّ (BBN) في الكونِ المُبكِّرِ جدًّا، والمُلاحظاتِ الرَّصديَّةِ للتَّوسُّعِ المُتسارِعِ في الكونِ المُتأخِّر، ممّا يُتيحُ رُؤيةً شاملةً تمتدُّ على مختلِفِ الأزمنةِ الكونيَّة.
2. إرساءُ صِياغةٍ كَمِّيَّةٍ دقيقةٍ للعَلاقةِ بينَ وُفرةِ الهِيليومِ والتَّوسُّعِ الكونيّ: حيث يُوضِّحُ البَحثُ أنَّ الانحرافاتِ الطَّفيفةَ في وُفرةِ الهِيليومِ يمكنُ أن تُترجَمَ مباشرةً إلى قُيودٍ صارمةٍ على معادلةِ التَّوسُّع، بما يُمكِّنُ من استخدامِ القياساتِ الرَّصديَّةِ عاليةِ الدِّقَّةِ كأداةٍ كَمِّيَّةٍ لاختبارِ نَماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة.
3. الإسهامُ في النِّقاشِ العِلميّ حولَ بدائلِ النِّسبيَّةِ العامَّة: من خلالِ توظيفِ أدواتٍ كَمِّيَّةٍ قابلةٍ للاختبارِ لتقييدِ نَماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة، ولا سيَّما تلك القادرةِ على تفسيرِ تَسارُعِ الكونِ دونَ الحاجةِ إلى مُكوِّنٍ صَريحٍ للطَّاقةِ المُظلِمة، وبالتَّالي تَعميقِ النِّقاشِ حولَ طبيعةِ التَّسارُعِ الكونيّ ومصدرِه الفيزيائيّ.

4. تسليطُ الضَّوءِ على أُهمّيَّةِ الجاذبيَّةِ المُعتمِدةِ على الالتِواءِ كبديلٍ هندسيٍّ واعدٍ: إذ يُمثِّلُ هذا التوجُّهُ أحدَ أبرزِ البدائلِ لنظريّاتِ الانحناءِ التَّقليديَّة، لِما يُقدِّمُه من إطارٍ هندسيٍّ مُغايرٍ قادرٍ على تفسيرِ الظَّواهرِ الكونيَّةِ الكُبرى بصورةٍ طبيعيَّةٍ أكثر، بما في ذلك تَسارُعُ التَّوسُّعِ الكونيّ.
5. كما يُتيحُ هذا البَحثُ اختبارَ هذه النَّماذجِ بصورةٍ مباشرةٍ من خلالِ رَبطِها بالمُعطياتِ الرَّصديَّةِ الحديثة.

حُدودُ البَحثِ

يقتصرُ نطاقُ هذا البحثِ على مجموعةٍ محدَّدةٍ من الجوانبِ النظريَّةِ والرَّصديةِ التي ترتبطُ مباشرةً بموضوعِ الدراسة، ويمكنُ تلخيصُها على النحوِ الآتي:

1. النِّطاقُ النَّظريُّ: يُركِّزُ البحثُ على دراسةِ نَماذجِ الجاذبيَّةِ $f(T)$ و$f(T,B)$ ونموذجِ الاقترانِ بينَ الالْتِواءِ والمادَّة، دونَ التوسُّعِ في الصِّيَغِ الأُخْرى لِنظريَّاتِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة.
2. النِّطاقُ الرَّصديُّ: يَعتمدُ التَّحليلُ بشكلٍ رئيسٍ على القيودِ المستخلَصَةِ من بياناتِ التَّصنيعِ النَّوويّ البِدائيّ والمؤشِّراتِ الكونيَّةَ، معَ توظيفِ بياناتِ (SNe Ia) و(BAO) لِتَدعيمِ النَّتائجِ ضمنَ نطاقٍ أكثرَ محدوديَّة.
3. نِطاقُ وَفْرةِ العناصِرِ البِدائيَّةِ: تُركِّزُ الدِّراسةُ على تحليلِ وَفْرةِ الهيليومِ بوصفِها الأكثرَ حَساسيَّةً لتغيُّرِ مُعَدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ، دونَ التطرُّقِ إلى مشكلةِ اللِّيثيومِ التي ما تزالُ موضِعَ نِقاشٍ مفتوحٍ في دراساتِ الـBBN.

الدِّراساتُ السَّابقة

بيَّنت العديدُ من الدِّراساتِ أنَّ التَّصنيعَ النَّوويَّ في الانفجارِ العظيم يُشكِّل أداةً فعّالةً لتقييدِ النَّماذجِ الكونيَّة، إذ استُخدم لاختبارِ أنماطٍ متنوّعةٍ من نظريّاتِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة مثل $f(Q)$، و $f(T)$، و$f(T,T_G)$. وأظهرت نتائجُ تلك الأبحاثِ أنَّ الـBBN يمتلكُ قدرةً كبيرةً على تَقييدِ مُعَدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ في المراحلِ الأولى من تاريخِ الكون. غيرَ أنَّ معظمَ هذه الدِّراساتِ اقتصرَ على استخدامِ بياناتِ الـBBN فحسب، دونَ دمجِها مع القياساتِ الرَّصديةِ المتعلّقةِ بالكونِ المتأخِّر. ومن هنا، يهدفُ هذا البحثُ إلى تجاوزِ هذا القصورِ من خلالِ نَهجٍ تكامليٍّ يدمجُ بياناتِ الكونِ المبكِّرِ والمتأخِّر، لتحقيقِ فهمٍ أدقَّ وأشملَ لقيودِ نماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة.

مناهجُ البحثِ وأدواتُهُ

اعتمدَ هذا البحثُ على مزيجٍ من المناهجِ النَّظريَّة والأساليبِ العدديَّة–الإحصائيَّة، مدعومًا بأحدثِ البياناتِ الرَّصديَّة.

1. النَّهجُ النَّظريُّ: يَتضمَّنُ صِياغةَ المعادلاتِ الحاكمةِ لتصنيعِ العناصِرِ الخفيفةِ في الانفجارِ العظيمِ، وربطَها بالانحرافاتِ المُحتملةِ في مُعَدَّلِ التوسُّعِ الكونيّ ضمنَ نَماذجِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلة.

2. النَّهجُ العَدَدِيُّ–الإحصائيُّ: يشملُ حلَّ معادلاتِ التوسُّعِ الكونيّ باستخدامِ طُرُقِ تَكامُلِ المعادلاتِ التَّفاضليَّةِ الاعتياديَّةِ (ODE Solvers)، مُتبوِعاً بتحليلٍ إحصائيٍّ يعتمدُ على منهجيَّة χ^2 وأُساليبِ ماركوف تشين مونت كارلو (MCMC) لاستخراجِ أفضلِ القِيَمِ المُوافِقةِ لمعاملاتِ النَّماذجِ.

3. البياناتُ الرَّصديَّةُ: اشتملتْ على بياناتِ BBN (وفرةِ الهيليوم بأحدثِ التقديراتِ)، بالإضافةِ إلى البياناتِ الرَّصديَّةِ المُستمدَّةِ من المؤشِّراتِ الكونيَّةَ الزمنيَّةَ، ومجموعةِ Pantheon+SH0ES الخاصةِ بالمُستعراتِ العُظْمى من النَّمط الأوَّل، وكذلك نتائجِ DESI المتعلِّقةِ بتذبذباتِ الباريوناتِ الصَّوتيَّةِ.

مكوِّناتُ البحثِ

يتكوَّنُ هذا البحثُ من أربعةِ فصولٍ رئيسيَّةٍ تليها الخاتمةُ، ويمكنُ تلخيصُ محتواها على النحوِ الآتي:

1. **الفصلُ الأوَّلُ:** يَتضمَّنُ الخلفيَّةَ النَّظريَّةَ لتصنيعِ العناصِرِ الخفيفةِ في الانفجارِ العظيمِ، معَ التَّركيزِ على الأُسُسِ الفيزيائيَّةِ والظروفِ الكونيَّةِ التي أَدَّتْ إلى تَشكُّلِ العناصِرِ الأُولى.

2. **الفصلُ الثَّاني:** يَستعرضُ الأُسُسَ الرِّياضيَّةَ والفلسفيَّةَ لنظريَّاتِ الجاذبيَّةِ المُعدَّلةِ، ابتداءً من النَّظَريَّةِ النِّسبيَّةِ العامَّةِ ووصولاً إلى نَماذجِ $f(T)$ و$f(T,B)$ ونموذجِ اقترانِ الالتواء–المادَّة.

3. **الفصلُ الثَّالث:** يَشملُ القيودَ الرَّصديَّةَ المُستمدَّةَ من بياناتِ الكونِ المُبكِّرِ والمُتأخِّرِ، إضافةً إلى الدراساتِ المرجعيَّةِ ذاتِ الصِّلةِ.

4. **الفصلُ الرَّابع:** يُكرَّسُ لتحليلِ النَّتائجِ ومناقشتِها، واستخلاصِ الحدودِ المفروضةِ على معاملاتِ النَّماذجِ.

5. **الخاتمةُ:** تُلخِّصُ أهمَّ ما توصَّل إليهِ البحثُ، وتطرحُ آفاقًا لدراساتٍ لاحقةٍ تُعمِّقُ نتائجهُ.

1 الفَصلُ الأوَّل: الانفِجارُ العَظيمُ وبِلازما الكونِ في مَراحِلِه الأُولى

يُقدِّمُ هذا الفَصلُ مَدخلًا لِفَهمِ الكونِ المُبكِّرِ ومَراحِلِه التي أرست أُسُسَ تَكوُّنِ العناصِرِ البِدئيَّة. يبدأُ باستعراضٍ تاريخيٍّ لِنشأةِ مَفهومِ الانفِجارِ العَظيمِ السّاخِن وتَطوُّره، ثُمَّ يتناولُ تَطوُّرَ الحَرارةِ والطَّاقةِ في اللَّحظاتِ الأولى مِن عُمر الكون، مع التَّركيزِ على العَمليّاتِ الدِّينامِيكيَّةِ التي حَكمَت تَوزيعَ المادَّةِ والطَّاقةِ. كما يُبيّنُ أنَّ القُيودَ الرَّصديَّةَ المستندةَ إلى وُفرةِ العناصِرِ الخفيفة تُوفِّرُ دَليلًا مُهمًّا على صِحَّةِ هذه النَّماذج، وتُتيحُ أَدواتٍ كَمِّيَّةً لاختبارِ النَّظريّاتِ الكونيّة.

1.1 الخَلفيَّةُ التَّاريخيَّةُ: نَشأَةُ نَموذجِ غامو للانفِجارِ العَظيمِ السَّاخن

في أربعينيّاتِ القَرنِ العِشرين، كانت نَظريَّةُ «الحالَةِ الثَّابتة» تُهيمِنُ على المَشهَدِ بوصفِها التَّفسيرَ السائدَ لِبِنيةِ الكونِ وتَطوُّرِه. غيرَ أنَّ جورج غامو رَفَضَ هذا التَّصوُّر، مُستندًا إلى مَعادلاتِ فْريدمان، وإلى مُلاحظاتِ إدوين هابل الَّتي أَثبتت فِعليًّا اتِّساعَ الفضاءِ الكونيّ. وانطلاقًا من ذلك، اقترحَ غامو نَموذجَ الانفِجارِ العَظيمِ السَّاخن، الَّذي يَفترضُ أنَّ الكونَ نَشأَ من حالَةٍ أَوَّليَّةٍ شَديدةِ الكَثافةِ والحَرارة، ثُمَّ أَخذَ يَتَّسِعُ ويَبرُدُ تَدريجيًّا مَع مُرورِ الزَّمن.

يَرتكِزُ هذا النَّموذجُ على فِكرةِ أنَّ المَراحِلَ الأُولى من عُمرِ الكونِ أَتاحت حُدوثَ تفاعُلاتٍ اندِماجيَّةٍ نَوويَّةٍ بِدائيَّةٍ أَدَّت إلى تَكوُّنِ العناصِرِ الخَفيفة. فَفي بَحثِه المَنشورِ عامَ 1946، اقترحَ غامو أنَّ دَرَجاتِ الحَرارةِ العالِيةَ في الكونِ المُبكِّر— الَّتي بَلغت نحوَ ($10^{10}K$)— مَكَّنَتِ البُروتوناتِ والنّيوتروناتِ من الاندِماجِ لِتَشكيلِ نَوى أَثقل. ومع ذلك، كانت حِساباتُه الأَوَّليَّةُ مُبسَّطةً، إذِ افترضَ أنَّ النَّقاطَ النّيوتروناتِ المُتتالي يُمكِنُ أن يَبني العناصِرَ تَدريجيًّا، غيرَ أنَّ هذا النَّهجَ أَخفَقَ في تَفسيرِ الوُفرةِ الرَّصديَّةِ للعناصِرِ، ولا سيَّما تِلك الأَثقلِ من الهِيليوم [1].

1.1.1 وَرقةُ αβγ

في إطارِ تَطويرِ نَموذجِ التَّركيبِ النَّوويِّ البِدائيّ، تَعاوَنَ جورج غامو مع طالِبِه رالف أَلْفَر، حيثُ نَشرا عامَ 1948 بَحثًا بعنوان (The Origin of Chemical Elements)، والَّذي عُرِفَ لاحقًا في الأوساطِ العِلميَّةِ بورقةِ ($\alpha\beta\gamma$). وقد مَثَّلَ هذا البَحثُ أَوَّلَ مُعالَجةٍ كَمِّيَّةٍ لآليَّةِ تَكوُّنِ العناصِرِ في الكونِ المُبكِّر. حيثُ اِستَنَدَ هذا النَّموذجُ إلى عَمليَّةِ النَّقاطِ النِّترونات، واشتِقاقُ مَعدَّلِ التَّفاعُلِ النَّوويِّ بِدَلالةِ دَرجةِ الحَرارة. ورغمَ أنَّ هذا النَّموذجَ تَنَبَّأَ بِبُلوغِ وُفرةِ العناصِرِ

ذُروتَها عندَ العَدَدِ الكُتليّ $A \approx 100$، وهو ما يَتعارَضُ مع النَّتائجِ الرَّصديَّةِ الَّتي تُظهِرُ أنَّ الذُّروةَ تَظهَرُ عندَ $A \approx 56$، إلَّا أنَّهُ شَكَّلَ الأَساسَ النَّظريَّ الأَوَّلَ لِفَهمِ تَركيبِ العناصِرِ في مَرحلةِ الكونِ المُبكِّر، مِن خِلالِ الجَمعِ بينَ مَبادِئِ الفيزياءِ النَّوويَّةِ وأُطُرِ عِلمِ الكَونِيّات [2].

1.1.2 التَّنبُّؤُ بِالخَلفيَّةِ الإشعاعيَّةِ الكَونيَّة

قَدَّمَ أَلْفَر وروبرت هِيرمان (طالِبٌ آخَرُ لِغامو) في ورقتِهما العِلْمِيَّةِ Evolution of the Universe المنشورةِ عامَ 1948 تَنبُّؤَينِ جَوْهَرِيَّيْنِ أسهما في تَرسِيخِ أُسُسِ عِلمِ الكَوْنيّاتِ الحَديثِ. ففي التَّنبُّؤِ الأوَّل، أشارا إلى وُجودِ الخَلَفيَّةِ الكَونيَّةِ لِلإشعاعِ المِيكرويّ بوصفِها أَثَرًا حَرارِيًّا باقِيًا مِنَ الكَوْنِ المُبكِّر، وقد قَدَّرا دَرجةَ حَرارتِها الحاليَّةَ بنحوِ $(5K)$، وهي قِيمةٌ قَريبةٌ من القِياسِ اللّاحِقِ $(2.7K)$، مع الإشارةِ إلى ارتباطِ هذه الحَرارةِ بِالانزِياحِ الأحمَرِ الكَونيّ. أمّا التَّنبُّؤُ الثّاني، فَتَعَلَّقَ بِتَقديرِ نِسبةِ عَدَدِ البارْيوناتِ إلى عَدَدِ الفوتوناتِ، والمُقَدَّرةِ بنحوِ $\eta_b \sim 10^{-10}$، ، وهي قِيمةٌ تَتَّفِقُ على نحوٍ لافِتٍ مع القِياساتِ المُعتَمَدةِ في الوَقْتِ الحاضِر. وعلى الرغمِ مِنَ الأهمِّيَّةِ البالِغَةِ لهذَيْنِ التَّنبُّؤَيْن، لَمْ يَحْظَيا في حينِهما بِاهتِمامٍ واسِعٍ، بِسَبَبِ مَحدوديَّةِ التِّقْنيّاتِ الرَّصديَّةِ المُتاحةِ آنذاك [2,3].

1.1.3 نُشوءُ النَّماذجِ المُتَنافِسَة

واجَهَت نَظريّةُ غامو في تلكَ المرحلةِ انتقاداتٍ متعدِّدة، أبرزُها ما يَتعلَّقُ بِفَهمِ آليّاتِ تَكوُّنِ العناصِرِ في الكون المُبكِّر. فقد أشارَ النُّقّادُ إلى أنّ آليّةَ التَقاطِ النِّترونات الّتي اعتمَدَها غامو تَعجِزُ بطبيعتِها عن تَجاوزِ الفَجوتَين الكُتليَّينِ $A = 5$ و$A = 8$، وهو عَجْزٌ يُؤدّي إلى استحالةِ تَشكيلِ الكَربونِ والعناصِرِ الأثقل خلال مرحلة الانفجار العظيم وحدَها. ومع تزايدِ هذه الاعتراضات، بدأَ نموذجُ الحالةِ الثّابِتة، الّذي اقترحَه فريد هُويل، يكتسبُ حضورًا أكبر داخل المجتمع العلمي. ولعلّ من المُفارقات أنَّ هُويل — رغم معارضته لأفكار غامو — هو مَن صاغَ مُصطلَحَ «الانفجار العظيم» في بَثٍّ إذاعيٍّ عام 1949 عبرَ الـBBC، على نحوٍ تَهَكُّميٍّ يهدف إلى نقد النموذج أكثرَ من تسميتِه. وتعزَّزت هذه الانتقادات لاحقًا بعد اكتشافِ أنّ فَريقَ غامو نَسَبَ تَشكيلَ جميعِ العناصِرِ إلى الانفجار العظيم، دون الالتفات إلى أنّ النُّجومَ تُعَدُّ المَصدَرَ الرَّئيسيّ لِتَخليقِ العناصِرِ الثَّقيلة. وقد قدمَت نَظريّةُ B²FH المنشورة عام 1957 تفسيرًا شاملًا لهذه العمليات النَّجميّة، مُرسِّخَةً فَهْمًا أدقَّ لأصلِ العناصِرِ في الكون [4].

1.1.4 النَّهضَةُ وَالتَّطوِيرُ النَّظَرِيّ: فَترةُ السِّتِّينِيَّاتِ وَالسَّبعِينِيَّات

شَهِدَتِ السِّتِّينِيَّاتُ نُقطةَ تَحوُّلٍ بارِزَةً في تَاريخِ عِلْمِ الكَوْنِ بَعدَ اكْتِشافِ بِنزياس وويلسون عامَ 1964 لِلْخَلْفِيَّةِ الكَوْنِيَّةِ المِيكْرُويَّةِ (CMB)، وَهِيَ الإشْعاعُ المُتَبَقِّي مِن المَراحِلِ الأُولى لِلكَوْن. وَقَدْ أَعَادَ هٰذَا الاكْتِشَافُ تَعْزِيزَ نَموذَجِ الانْفِجارِ العَظيمِ السَّاخِن، مُؤَكِّدًا تَنبُّؤاتِ أَلْفَر وهِيرمان، ومُعيدًا الاعتبارَ لِأَعْمَالِ غامو [5,6].

وفي الإطارِ نَفْسِهِ، قَدَّمَ جِيم بِيْبْلْز عامَ 1966 تَحليلًا كَمِّيًّا أَظْهَرَ أَنَّ البِلَازْما الأَوَّلِيَّة قادِرَةٌ على إنْتاجِ العَناصِرِ الخَفِيفَةِ فَقَط، مِثلَ الدِّيوتِيريوم والهِيليوم، بَيْنَما تُصنَعُ العَناصِرُ الأَثْقَلُ داخلَ النُّجوم. وَقَدْ مَهَّدَ هٰذا التَّطَوُّرُ لِعَمَلٍ أَشْمَلَ في العامِ التّالي، حِينَ طَوَّرَ واجونِر وفاولَر وهُويل أَوَّلَ نَموذَجٍ عَدَدِيٍّ مُتكامِلٍ لِلتَّرْكِيبِ النَّوَوِيِّ البِدَائِيّ، اعْتَمَدَ على حَلِّ شَبَكَةٍ من المَعادَلاتِ النَّوَوِيَّةِ الَّتي تَصِفُ تَطَوُّرَ وُفْرَةِ النَّوَى الخَفِيفَة:

$$\frac{dY_i}{dt} = \sum_j N_j O_j Y_j - \sum_k N_k O_k Y_i \qquad (1)$$

حيثُ: N_j وN_k هُما مُعامِلا التَّفاعُلِ والتَّفكُّك لِعَمليّاتِ الإنتاجِ والفَقدانِ على التَّوالي، وO_j وO_k هُما مُعَدَّلا التَّفاعُلِ لإنتاجِ وفَقدانِ نَوعٍ نَوويّ، بَينما يُعبِّرُ Y_i عن وُفرةِ النَّوعِ i. وقد حَقَّقَ هذا النَّموذجُ تَوافُقًا لافِتًا مَع الوُفرةِ المَرْصودةِ لِلهِيليوم−4 بنسبةٍ تُقَدَّرُ بنحوِ ~25%، وَهُوَ مَا شَكَّلَ اخْتِبَارًا مُبَكِّرًا لِنَجَاحِ نَمُوذَجِ التَّرْكِيبِ النَّوَوِيِّ البِدَائِيّ [7].

1.1.5 BBN في العَصرِ الحَديث: نَحوَ عِلمِ كَونيّاتٍ دَقيق

مُنذُ تِسعينيّاتِ القَرنِ الماضي، شَهِدَ عِلمُ الكَونيّات نَقلَةً نوعيَّةً بفضلِ التَّطوُّرِ السَّريعِ في الرَّصدِ والدِّقَّةِ التَّجريبيَّة، مِمّا جَعَلَ نَّظريَّةَ (BBN) إحدى الرَّكائزِ الأَساسيَّةِ لِعِلمِ الكَونيّاتِ الحَديث، وأداةً قَويَّةً لاختِبارِ النَّماذِجِ الكَونيَّة. فقد مَكَّنَت بَعثاتُ الأَقمارِ الصِّناعيَّة مِثلَ COBE وPlanck العُلماءَ مِن تَحديدِ نِسبةِ الباريوناتِ إلى الفوتونات بِدقَّةٍ غيرِ مَسبوقة، حيثُ أَظهَرَتِ النَّتائجُ أنَّ $\eta_b = (6.1 \pm 0.03) \times 10^{-10}$، وهي قِيمةٌ تَتوافَقُ بصورةٍ مُدهِشةٍ مَع تَنبُّؤاتِ نَّظريَّة (BBN)، مِمّا يُعزِّزُ مَوثوقيَّةَ النَّموذجِ الكَونيّ القِياسيّ ويَدعَمُ الاتِّساقَ بينَ العُصورِ المُختلِفةِ لِتاريخِ الكَون [8] . مَعَ ذلك، لا يَزالُ لُغزُ اللِّيثيوم−7 قائِمًا، إذ تُظهِرُ القِياساتُ الرَّصديَّةُ وُفرةً أَقَلَّ مِمّا تَتنبَّأُ بِهِ الحِساباتُ النَّظريَّة، وهو ما يَفتَحُ البابَ أمامَ فَرضيّاتٍ جديدةٍ تَتراوَحُ بينَ وُجودِ فيزياءٍ غيرِ مَعروفةٍ بعدَ الانفِجارِ العَظيم أو نَقصٍ في فَهمِ العَمليّاتِ النَّوويَّةِ الدَّقيقة الَّتي حَدَثَت خِلالَ المَراحِلِ الأُولى مِن تاريخِ الكَون [9] .

1.2 الجَدولُ الزَّمني لِلتَّطوُّرِ الحَراريّ في الكَونِ المُبكّر

يُعَدُّ تَتَبُّعُ التَّطَوُّرِ الحَرَارِيّ للكون منذ حقبةِ بلانك وحتى تَشَكُّلِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكرُويّة أداةً أساسيةً لفَهْمِ البُنْيَةِ الفيزيائيّة للكون المُبكّر وتفاعُلاتِ الجُسيمات عند الطّاقاتِ العَالِيَة. وتشيرُ النماذجُ والبياناتُ الرّصديّةُ من بعثاتٍ مثل Planck وCERN وNASA إلى أنَّ الكونَ مرَّ بسلسلةٍ من الحُقَبِ الحَرِجَة، تَميَّزت بدرجات حرارةٍ متغيّرةٍ ومُحْتوى جسيماتٍ متنوّع، مع آلياتِ كَسْرِ التَّناظُر. وقد أَمَنَ ذلكَ تَشكُّلَ الأطوارِ المُبكّرَة، حيثُ سَيطَرَ البوزونات والكواركات واللبتونات ضمن نطاقاتها الطاقية، عاكِسًا العلاقةَ الوثيقةَ بين فيزياءِ الجُسيماتِ وعِلْمِ الكونِ.

1.2.1 حقبة بلانك: اللحظات الأولى

تُمثِّل حُقبَةُ بلانك أَقدَمَ المَراحِلِ في تاريخِ الكَونِ وأَكثرَها غُموضًا، حيثُ تَجاوزَت دَرَجاتُ الحَرارةِ والطَّاقةِ حُدودَ الفِيزياء المَعرُوفة، وبلغت نَحو $\mathcal{T}_{\mathrm{PI}} \sim 10^{19}\ GeV$. في تِلك اللَّحظات، يُعتَقَدُ أنَّ القُوى الأَساسيّةَ الأَربع في الطَّبيعة كانَت مُوحَّدةً في قُوّةٍ واحدة، قَبلَ أن تَنقسمَ تدريجيًّا مَعَ تَبَرُّدِ الكَون. وتُعَدُّ هذه الحُقبَةُ الحَدَّ الفاصِلَ بَينَ النِّسبيّةِ العامّة وميكانيكا الكَمّ، إذ لا يُمكِنُ لأيٍّ مِنهُما مُنفَرِدةً وَصفُ الظَّواهِرِ فيها بِدِقّة. ولا تزال نَظَريّاتٌ حديثة — مِثل الأوتارِ الفائِقة والجاذبيّةِ الكَموميّةِ الحَلَقيّة — تَسعَى إلى تَقديمِ وَصفٍ مُتكامِلٍ لِتِلك المَرحلة، الّتي يُنظَرُ إليها بِوَصفِها المِفتاحَ لِفَهمِ أصلِ الزَّمانِ والمَكان وتوحيدِ قُوى الطَّبيعة [10,11].

1.2.2 عصرُ التوحيدِ العظيم

عندما تَكَلَّمتِ القُوى بلغةٍ واحدةٍ ثم تفرَّقَت: مع انخفاضِ درجةِ حرارةِ الكون إلى ما يُقاربُ (10^{16}GeV)، بدأت حقبةُ التوحيدِ العظيم (GUT Epoch)، وهي المرحلةُ التي يُعتقدُ أن قوةَ الجاذبيةِ انفصلت فيها عن القوى الثلاثِ الأخرى — الكهرومغناطيسيةِ والنَّوويتينِ الضعيفةِ والقويةِ — بعد أن كانت جميعها موحَّدةً في قوةٍ واحدةٍ تصفها نظرياتُ التوحيدِ الكبرى (GUTs). في هذه البيئةِ فائقةِ الطاقة، يُعتقدُ أن عمليةَ التوليدِ الباريوني (Baryogenesis) قد بدأت. هنا، أدّت التفاعلاتُ غيرُ المتوازنةِ — التي تخالفُ بعضَ القوانينِ الفيزيائيةِ الأساسيةِ، مثلَ حفظِ العددِ الباريوني والتناظرِ بين المادةِ والمادةِ المضادّة — إلى ظهورِ عدمِ توازنٍ طفيفٍ بين الباريوناتِ ومضاداتِها [12,13]. وتقترحُ نماذجُ التوحيدِ الكبير، مثل SU(5) وSO(10)، أن البوزوناتِ الثقيلةَ (مثل X وY)

لعبت دورًا وسيطًا في هذه التفاعلات، مما أدى إلى فائضٍ ضئيلٍ في المادةِ على حسابِ مضاداتِها. ويُقاسُ هذا الخللُ بمعاملِ اللاتناظرِ الباريوني $\eta_b \sim 6 \times 10^{-10}$، وهو قيمةٌ صغيرةٌ جدًا، لكنها كانت كافيةً لبقاءِ جزءٍ من المادة بعد أن أفنت المادةُ والمادةُ المضادّةُ معظمَ بعضها، مما شكّلَ أساسَ الكونِ الذي نعرفه اليوم [14].

1.2.3 عصر التضخم

شهد الكونُ خلالَ هذه الحقبةِ توسعًا أسيًّا هائلًا، يُعزى إلى طاقةٍ فراغيةٍ مرتبطةٍ بحقلٍ تضخميٍ (Inflation Field). وقد أدى هذا التوسعُ المتسارعُ إلى تضخيمِ حجمِ الكونِ بمعاملٍ قد يصلُ إلى 10^{26} أو أكثر، في فترةٍ قصيرةٍ جدًا لا تتجاوز جزءًا من تريليون التريليون من الثانية. وعند نهايةِ التضخّم، حدثت عمليةُ إعادةِ التسخين، إذ تحوّلت طاقةُ الحقلِ إلى جسيماتٍ أوليةٍ وفق النموذج القياسي، مما رفع درجةَ حرارةِ الكونِ إلى نحو $(\mathcal{T} \sim 10^{27} K)$، إيذانًا ببدايةِ الحقبةِ الإشعاعيةِ [15].

1.2.4 كسر التناظر– يقظة حقل هيغز

تلا ذلك تحولٌ جذري في طبيعةِ القوى، تمثّل في كسرِ التناظرِ الكهروضعيف، الذي أدى إلى انفصالِ القوةِ الكهرومغناطيسيةِ عن القوةِ النوويةِ الضعيفة. وقد ترافق هذا الكسرُ مع يقظةِ حقلِ هيغز في الخلاء، إذ أصبحت قيمتُه غيرَ صفريةٍ، ما أكسبَ الكتلةَ للبوزونات ($W^{\pm}$ و Z^0) الناقلةِ للقوةِ الضعيفة، كما منح الكتلةَ للفرميونات عبر التفاعل مع الحقل. ويُعدّ هذا الحدثُ حجرَ الزاويةِ في تشكّل بنيةِ الجسيماتِ كما نعرفها اليوم [16].

1.2.5 بلازما كوارك–غلوون: الحساءُ الكونيُّ الأول

في لحظاتٍ مبكرةٍ جدًا بعدَ الانفجارِ العظيم، قبل أن يتجاوزَ عمرُ الكونِ جزءًا من المليون من الثانية، كانت المادةُ في حالةٍ فائقةِ الكثافة تُعرف باسم بلازما كوارك–غلوون (Quark–Gluon Plasma – QGP). في هذه المرحلة، لم تكن الكواركاتُ محصورةً داخلَ الجسيماتِ المركبة كما هي اليوم، بل كانت تتحركُ بحريةٍ ضمنَ وسطٍ غنيٍّ بالغلوونات. بلغت كثافةُ الطاقة في هذا الطور مستوياتٍ هائلة، لتتصرفَ المادةُ كما لو كانت سائلًا كموميًا شبهَ مثاليٍّ، إذ تصلُ اللزوجةُ فيه إلى حدودها الدنيا الممكنة وفقًا لمبادئِ ديناميكا الكمّ اللونية (QCD) [17,18].

1.2.6 تشكّلُ الهادرونات

مع اقترابِ درجةِ حرارةِ الكون من عتبةِ الانتقالِ الطوريّ اللوني (QCD)، دخلَ الكونُ في مرحلةٍ محوريةٍ عُرفت بعمليةِ تكوّنِ الهادرونات (Hadronization)، حيث اندمجت الكواركاتُ الناجيةُ من عملياتِ الفناء المتبادل لتشكّل جسيماتٍ مركبةً أكثرَ استقرارًا. عند هذه النقطة، برزت الباريوناتُ مثل البروتونات (uud) والنيوترونات (udd)، ، إلى جانب الميزوناتِ مثل البيونات (π) والكاؤونات $(K-\text{meson})$. غير أنّ الباريوناتِ سرعان ما هيمنت على المشهدِ الكوني بفضل استقرارها النسبي، لتصبح اللبنةَ الأساسيةَ للمادةِ العادية. ورغم أن المادةَ والمادةَ المضادّة تكوّنتا بكمياتٍ شبه متكافئة، إلا أن اختلالًا دقيقًا في التناظرِ الباريوني (Baryon Asymmetry) رجّحَ كفةَ المادةِ قليلًا، تاركًا فائضًا ضئيلًا من الباريونات بعد موجةِ الفناء الهائل. لقد كان هذا الفائضُ المتواضع هو البذرةُ التي انبثقت منها كلُّ البنيةِ الكونيةِ المرصودةِ اليوم، ابتداءً من الذراتِ الأولى وصولًا إلى النجومِ والمجرات [17,19].

1.2.7 عصرُ اللبتون: فصلُ النيوترينوات وهيمنةُ الإلكترونات

عندما بلغ عمرُ الكون ثانيةً واحدةً تقريبًا، وانخفضت حرارتهُ إلى نحو $(1\ \text{MeV})$، بدأَ عصرُ اللبتونات، الذي سيطرت فيهِ الإلكتروناتُ والنيوترينواتُ على ديناميكياتِ البلازما الكونية. عند هذه النقطة، أصبحتِ التفاعلاتُ الضعيفةُ أبطأَ من معدلِ التوسعِ، فانفصلتِ النيوترينواتُ عن المادةِ لتُشكّلَ الخلفيةَ الكونيةَ للنيوترينوات $(\text{Cosmic Neutrino Background}-C\nu B)$، التي ما تزالُ حتى اليوم شاهدًا كموميًا على الكونِ المبكر.

وتبعَ ذلك فناءٌ واسعٌ لأزواجِ الإلكتروناتِ والبوزيترونات $(e^{\pm})$، حيث تصادمتِ هذه الجسيماتُ فيما بينها وتحولت إلى سيلٍ من الفوتونات، غير أن الفناءَ لم يكن كاملاً، فقد بقي فائضٌ بسيطٌ من الإلكتروناتِ يساوي تقريبًا عددَ البروتونات، وهو ما حافظَ على حياديةِ الكونِ الكهربائية. هذا التوازنُ الدقيقُ أسّسَ للظروفِ الضروريةِ لتكوّنِ الذرات لاحقًا، وضمنَ انتقالَ الأنتروبية الناتجة عن هذا الفناء إلى الفوتونات، فازدادت حرارتُها مقارنةً بحرارةِ النيوترينوات وفقَ العلاقة: $\mathcal{T}_{\upsilon}=(4/11)^{1/3}\mathcal{T}_{\gamma}$. لقد شكّلَ هذا التحولُ مرحلةً مفصليّةً في تاريخِ الكون، إذ مهّدَ لتكوّنِ الذرات لاحقًا، وتركَ بصمةً دائمةً في الخلفيةِ الكونيةِ للنيوترينوات، التي تظلّ حتى اليوم دليلًا صامتًا على بداياتِ الخلقِ الكوني [4,18] .

1.2.8 التصنيعُ النوويُّ في الانفجار العظيم

عندما انخفضت حرارةُ الكونِ إلى نحو (0.1 MeV)، انطلقت أولى العملياتِ النوويةِ فيما يُعرف بالتصنيعِ النوويّ في الانفجار العظيم [20]. في هذه اللحظةِ الحاسمةِ من تاريخِ الكونِ الحراري، أصبحتِ الظروفُ مهيأةً لتشكّلِ النوى الذريةِ الأولى. غير أن الفوتوناتِ عاليةَ الطاقة كانت تمثلُ عقبةً أساسيةً، إذ كانت تعمل على تفكيكِ نوى الديوتيريوم عبر التفاعلات الضوئية. ومع استمرارِ التبريدِ، تراجعت طاقةُ الفوتونات بما يكفي لتجاوزِ هذه العتبةِ الحرارية، مما أتاحَ انطلاقَ سلسلةِ تفاعلاتِ الاندماجِ النوويّ التي كوّنت العناصرَ الخفيفةَ مثل نظيري الهيليوم (^{4}He) و (^{3}He) ، إضافة إلى نظير الليثيوم (^{7}Li). وعلى الرغم من أن هذه المرحلةَ لم تدم سوى بضع دقائقٍ (من نحو ثلاثٍ إلى عشرين دقيقةً بعد الانفجار العظيم)، فإنها كانت كافيةً لتثبيتِ النسبةِ الحرجةِ بين النيوتروناتِ والبروتونات، وهي التي تحدد وفرةَ الهيليوم وتترك بصمتها في التركيب النوويّ الكوني المشاهدِ اليوم [20–23].

1.2.9 إعادةُ التركيب: تحرّرُ الفوتونات وولادةُ الخلفية الكونية الميكروية

بعدَ نحو 380 ألف سنةٍ من الانفجار العظيم، ومع استمرارِ تمددِ الكون، انخفضت الحرارةُ إلى نحو ($\mathcal{T} \sim 3000\ K$) أو ما يعادل (0.3 eV)، لتبدأ مرحلةُ إعادةِ التركيب (Recombination)، وهي اللحظةُ التي تحوّل فيها الكونُ من بلازما كثيفةٍ ساخنةٍ إلى وسطٍ شفاف. قبل ذلك، كانت الإلكتروناتُ والبروتوناتُ والفوتوناتُ في تصادمٍ دائمٍ يمنع الضوءَ من النفاذ، لكن ما إن انخفضت طاقةُ الفوتوناتِ إلى ما دونَ طاقةِ تأيّنِ الهيدروجين ($13.6\ eV$)، حتى بدأت الإلكتروناتُ بالارتباطِ بالبروتونات لتكوين ذراتِ الهيدروجين. أدى هذا الارتباطُ إلى تحرّرِ الفوتوناتِ من سجنِ التبعثر، لتنطلقَ بحريةٍ في جميعِ الاتجاهات، حاملةً بصمةَ الكون في لحظاتهِ الأولى على شكلِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروية (Cosmic Microwave Background – CMB). وقد رُصد هذا الإشعاعُ بدقةٍ فائقةٍ عبر بعثاتِ COBE وPlanck، التي حدّدت حرارتهُ الحالية بـ($\mathcal{T}_{CMB} \sim 2.725\ K$). تمثلُ هذه اللحظةُ ولادةَ الضوءِ الأول في الكون، حين أصبح الفضاءُ قابلاً للرؤية، وما زالت الفوتوناتُ المنطلقةُ آنذاك تسافرُ إلينا حتى اليوم، حاملةً أقدمَ صورةٍ معروفةٍ للكون عندما لم يتجاوز عمرُه 380 ألف سنةٍ فقط — أي أقلّ من 0.003% من عمره الحالي [8,11].

1.3 الديناميكاُ الحراريةُ في الكونِ المبكر

يُعدُّ السلوكُ الحراريُّ للجسيماتِ الأوليةِ في الكونِ المبكر أحدَ أبرزِ العواملِ التي حدّدت مسارَ تطوّرِهِ اللاحق. ومن خلال دراسةِ العلاقة بين معدلاتِ التفاعل ومعدلِ التوسعِ الكوني، يمكنُ تتبّعُ المراحلِ التي حافظَ فيها الكونُ على توازنٍ حراريٍّ، والمراحلَ التي خرجت فيها الجسيماتُ من هذا التوازن، ممّا مَهَّدَ لتكوّنِ العناصرِ الأولى.

1.3.1 التوازنُ الحراريُّ في كونٍ متوسّع

خلالَ المراحلِ المبكرة، كانت البلازما الكونيةُ فائقةَ الكثافة والطاقة، تهيمنُ عليها الجسيماتُ النسبيةُ التي حافظت على التوازنِ الحراريّ بفعلِ معدلاتِ التصادمِ المرتفعة. يُعبَّر عن هذا التوازنِ بعلاقةٍ بين معدلِ تفاعلِ الجسيمات Γ ومعدلِ التوسعِ الكوني المُمثَّل بمعاملِ هابل H. فعندما كان $(\Gamma \gg H)$، ظلّت الجسيماتُ محتفظةً بتوزيعٍ حراريٍّ مستقرٍّ تحكمهُ الإحصاءاتُ الكمومية. ومع استمرارِ التوسعِ وانخفاضِ درجةِ الحرارة، تراجعت معدلاتُ التفاعل تدريجيًا حتى أصبحَ $(\Gamma \lesssim H)$، ممّا أدى إلى خروج الجسيماتِ من التوازنِ الحراريّ في عمليةٍ تُعرفُ بـ التجمّد (Freeze–out). وقد مَهَّدت هذه المرحلةُ لتكوّنِ البقايا الكونية، وأسست الأساسَ لعملياتِ تخليقِ النوى الخفيفة. وتجسّدت هذه الديناميكيةُ في معادلةِ بولتزمان، التي تُعتبر الأداةَ الأساسيةَ لوصفِ التطورِ الحراريّ للكونِ المبكر، ومفتاحًا لفهمِ المراحلِ الحراريةِ المعقّدةِ التي مرَّ بها الكونُ في نشأتِهِ الأولى.

1.3.2 الفضاءُ الطوريُّ وتوزّعُ الجسيمات

في العُصورِ المُبْكَرةِ مِن تاريخِ الكونِ، والتي اتَّسَمَتْ بسيادةِ بلازما كَثيفةٍ وعاليةِ الطاقةِ، يُعبَّرُ عن حالةِ الجُسيماتِ الأوَّليةِ مِن خلالِ التَّوزيعِ في الفَضاءِ الطَّوريّ $f_i(x,p,t)$، الذي يحدد احتمالَ وجودِ جسيمٍ من النَّوع i عند الموضع x واندفاع p في اللحظةِ الزمنية t. وبِافتراضِ أنَّ الكونَ المُبكِّر كان مُتجانِسًا ومُتناحيَ الخَواصّ—وهو ما تُؤيِّدُه النماذجُ الكونيّةُ والبياناتُ الرصديّة—يمكن إهمالُ الاعتمادِ على الإحداثيّاتِ المَكانيّة، ليُصبِح التوزيعُ دالّةً في الاندفاعِ والزمنِ فقط، أي: $f_i(\mathrm{p},t)$، وتُعطى الكَثافةُ العَدَديّة للجُسيماتِ من النَّوع i بالعلاقة:

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int f_i(\mathrm{p},t)\, d^3p \qquad (2)$$

حيث يُمثِّل g_i عددَ دَرَجاتِ الحُرِّيّةِ الداخليّة للجُسيم i.

وحينَ تبلغُ الجسيماتُ حالةَ التوازنِ الحراريّ، يَنتظِم سلوكُها وفقَ القوانين الإحصائيّة التي تحكم المادة في درجاتِ الحرارة العالية، فيتوزّع كلُّ نوعٍ منها بحسب طبيعته الكموميّة؛ فالبوزوناتُ تخضعُ لتوزيع بوز–آينشتاين، بينما تتبعُ الفرميوناتُ توزيع فيرمي–ديراك. وإذا كان الجسيمُ يمتلك طاقةً مقدارُها $E_i = \sqrt{p_i^2 + m^2}$ وكمونًا كيميائيًّا μ_i ، فإنّ هذا التوزيع يُعطى بالعلاقة:

$$f_i(\mathrm{p}, t) = 1/\left(e^{(E_i - \mu_i)/\mathcal{T}} \pm 1\right) \qquad (3)$$

حيث تشير العلامة $(+)$ إلى البوزونات والعلامة $(-)$ إلى الفرميونات. أما في المراحلِ الأولى من تطوّر الكون، حيث تكونُ معظمُ الجسيماتِ نسبيّة $(m \ll \mathcal{T})$، يمكن تقريبُ طاقتها بالعلاقة $E_i \approx p$، ويقود هذا الافتراض إلى صيغٍ مبسّطة للكثافةِ العددية، إذ تكون:

$$n = \begin{cases} \dfrac{\zeta(3)}{\pi^2}\, g\, \mathcal{T}^3 & \text{للبوزونات} \\ \dfrac{3}{4}\dfrac{\zeta(3)}{\pi^2}\, g\, \mathcal{T}^3 & \text{للفيرميونات} \end{cases} \qquad (4)$$

حيث تمثّل $\zeta(3) \approx 1.202$ قيمةَ دالةِ زيتا لريمان عند الدرجة الثالثة [2] .

وبالمثل، تُستَخدمُ الفرضيّةُ نفسها لحساب كثافة الطاقة والضغط للأنواع النسبيّة، إذ تُعطي العلاقاتُ القياسيّة كالتالي:

$$\rho_r = \frac{\pi^2}{30} g_* \mathcal{T}^4 ، \qquad P_r = \frac{\rho_r}{3} \qquad (5)$$

حيثُ يرمز g_* إلى مجموعِ درجاتِ الحريّة الفعّالة لجميعِ الأنواعِ المساهمة عند درجة الحرارة تلك. فعند $\mathcal{T} \approx 1MeV$ يكون $g_* = 10.75$، نتيجةَ إسهام الفوتونات والإلكترونات والبوزيترونات والنيوترينوات في ميزانيّةِ الطاقة الكونية خلال تلك المرحلة الحرجة من تاريخ الكون المبكر [24] .

1.3.3 معادلة بولتزمان: تتبّع تطور الكثافات الجسيمية

في الكونِ المُبكّر، حين بدأت درجاتُ الحرارة بالانخفاض تدريجيًّا وبدأت الجسيماتُ تنفصلُ عن حالةِ التوازن الحراري، أصبحَ لوصفِ هذه الانحرافات دورٌ جوهريّ في تحديدِ الوفرة النهائيّة للأنواع المختلفة. وفي هذا السياق تُعَدُّ معادلةُ بولتزمان الإطارَ الرياضيَّ المناسب لضبط التطوّرَ الزمنيَّ لكثافات الجسيمات تحت تأثير التفاعلات

الفيزيائيّة من جهة، وتمدّدِ الكون من جهةٍ أخرى. تتبّع هذه المعادلة تطوّر دالّة التوزيع $f_i(\mathrm{x},\mathrm{p},t)$ لكل نوع من الجسيمات i في فضاء الطور، ويُكتب شكلها العام على النحو التالي:

$$\hat{\mathcal{L}}[f_i] = \mathcal{C}[f_i] \tag{6}$$

حيث يمثّل $\hat{\mathcal{L}}$ إلى مؤثِّر ليوفيل (Liouville operator) الذي يصف السلوك الحرّ للجسيمات والقوى المؤثِّرة عليها، بينما يُجسّد $\mathcal{C}$ مؤثِّر التصادم الذي يختزل جميع التفاعلات بين الجسيمات.

وفي الحالة اللانسبويّة لجسيمٍ من النوع i وكتلة m_i وتحت تأثير قوةٍ خارجيّة F، تأخذ المعادلة الشكل التالي:

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{p}{m_i}\cdot\nabla_x f_i + \mathrm{F}\cdot\nabla_{\boldsymbol{p}} f_i = \left(\frac{\partial f_i}{\partial t}\right)_{coll} \tag{7}$$

أما في الإطار النسبوي، الذي يعتبر أساسيًا لدراسة الكون المبكر، يُعمَّم مؤثِّر ليوفيل ليشمل تأثيرات انحناء الزمكان:

$$\mathcal{L} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \tag{8}$$

حيث تعبّر رموزُ كريستوفل $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma}$ عن انحناء الزمكان [3] (نناقش هذه الرموز تفصيلياً في الفصل الثاني). وبافتراض أنّ الكون متجانسٌ ومتناحي الخواص، يمكن إهمالُ الاشتقاق المكاني، لتقتصر التأثيراتُ الخارجيّة على تمدّد الكون الذي تحكمه الجاذبيّة. وعندئذٍ تُعرَّف الكثافةُ العدديّة للجسيمات بالشكل التالي:

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int f_i(\mathrm{p},t)\, d^3p \tag{9}$$

وتخضع الكثافةُ العددية للتطوّر الزمني تحت تأثير تمدّد الكون، والذي يُوصَف بمعامل هابل $H = \dot{a}/a$، وفق:

$$\frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i = \frac{g}{(2\pi)^3}\int \mathcal{C}[f_i]\; d^3p \tag{10}$$

ويُحدّد مؤثِّرُ التصادم معدلَ إنتاجِ وفقدانِ الجسيمات عبر التفاعلات الثنائية، فيُكتب بالشكل التالي:

$$\mathcal{C}[n_i] = \sum_{j,k,l} \langle\sigma v\rangle_{kl\to ij} n_k n_l - \langle\sigma v\rangle_{ij\to kl} n_i n_j \tag{11}$$

حيث يمثّل $\langle\sigma v\rangle$ متوسطَ المقطعِ العرضيّ الحراري مضروبًا بالسرعة النسبية، ويمكنُ تقديره في التفاعلات الضعيفة عبر مقاربة فيرمي $\langle\sigma v\rangle \sim G_F^2 \mathcal{T}^2$، ما يُتيح متابعة تجمّد الجسيمات وتطور وفرتها خلال العصور الأولى من الكون، بما في ذلك المادة المظلمة والنيوترينوات [25,26].

1.3.4 حفظُ الإنتِرُوبِيَّا والسَّاعةُ الكونيَّة

ع استمرارِ تَمَدُّدِ الكون، تَبْقَى الإنتِرُوبِيَّا (وهي مِقياسٌ لعَدَمِ الانتظامِ) مَحفوظةً على نَحوٍ يَقرُبُ من التَّمام داخلَ الحُجومِ المُشتركة (comoving volumes)، وهو ما يَعكِس طبيعةَ التمددِ الأدياباتيّ في ظِلِّ غيابِ أيّ تَبادُلٍ حراريٍّ مع المُحيطِ الخارجي. ويُعَدُّ حِفظُ الإنتروبيَّا من الثَّوابتِ الجوهريَّة في الدِّيناميكِ الحَرارِيّ للكونِ المُبَكِّر، إذ يَقومُ عليهِ ما يُعرَفُ بـ "السَّاعَةِ الكَونيَّة"، التي تربطُ درجةَ الحرارةِ الكونيَّة بالمعاملِ السُّلَّمِيّ $a(t)$. وفي الميكانيك الإحصائي، تُعرف الإنتروبيَّا بدقّةٍ بواسطة عددِ الحالاتِ المِيكْرُوِيَّة الممكنة للنِّظام. غيرَ أنَّ التعبيرَ الأنسب في التطبيقاتِ الكونيَّة يُستخلص من القانونِ الأوّل للديناميك الحراري، الذي يربط تغيُّرَ الإنتروبيَّا S بتغيُّرَي الطَّاقةِ الداخليَّة U والحجم V وفق المعادلة:

$$\mathcal{T}dS = dU + PdV \tag{12}$$

حيثُ P هو الضغط وρ هي كثافةُ الطَّاقة. وبافتراضِ إمكانيّةِ إهمالِ الكمونِ الكيميائي، وأنَّ كثافة الإنتروبيَّا $(s = S/V)$ تعتمدُ فقط على درجة الحرارة، وبما أنَّ ρ وP مستقلان عن الحجم صراحةً، نحصل على العلاقة:

$$s = \frac{\rho + P}{\mathcal{T}} \tag{13}$$

وباستخدامِ معادلة الاستمراريّة للطاقة:

$$\frac{d\rho}{dt} = -3H(\rho + P) = -3H\mathcal{T}s \tag{14}$$

يمكن إعادةُ صياغةِ قانونِ حفظِ الإنتروبيَّا بالشكل: $\frac{d}{dt}(sa^3) = 0$، مما يعني أنَّ الإنتروبيَّا الكُلِّيَّة داخل الحجم المشترك تبقى محفوظةً في حالةِ التوازنِ الحراري، فيما تتناقص كثافةُ الإنتروبيَّا مع التمدد وفق العلاقة: $s \propto a^{-3}$.

وتُعَدُّ هذه النتيجة أساسًا لفهمِ تاريخِ تَمدُّدِ الكون وارتباطِه الوثيق بالحرارة والطاقة. وباستخدامِ معادلة الحالة للإشعاع، حيث $\omega = 1/3$، يمكن كتابةُ الكثافة الكُلِّيَّة للإنتروبيَّا على الصورة:

$$s = \sum_i \frac{\rho_i + P_i}{T_i} = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} \mathcal{T}^3 \tag{15}$$

حيثُ يمثّل g_{*s} عددَ درجات الحُرِّيَّة الفعّالة للإنتروبيَّا [19].

1.3.5 تَجَمُّدُ النِّترِينُوَات

يُعدُّ تَجمُّدُ النِّترِينُوَاتِ مرحلةً محوريّةً في تاريخِ الكونِ المُبكِّر، إذ وقَعت هذهِ المَحطّةُ قبلَ فترةٍ وجيزةٍ مِنَ التَّصنيعِ النَّوويّ البِدائيّ (BBN)، وذلك عندما بَلَغت درجةُ الحَرارةِ قِيمَةً تُقارب $(\mathcal{T}_{\nu-\mathrm{dec}} \sim 1\ \mathrm{MeV})$ [11]. ففي هذهِ اللَّحظةِ الحَرِجةِ أَصبَحَ مَعدَّلُ التَّفاعُلاتِ الضَّعيفَةِ أبطَأَ مِنْ مَعدَّلِ تَمَدُّدِ الكونِ وفق العلاقة: $\Gamma_{weak} \lesssim H$. فَلَم تَعُدِ التَّفاعُلاتُ الضَّعيفَةُ قادِرَةً على إبقاءِ النِّتْرِينُوَاتِ في حالَةِ اتِّزانٍ حَراريّ مَعَ مُكوِّناتِ البِلّازما الكَثيفة. ومع تَباطُؤِ هذهِ التَّفاعُلاتِ، اِنفصلتِ النِّترِينُوَاتُ عن البِلّازما مُتابعةً مَسارَها الحُرَّ في الفَضاء، لِتُصبحَ مِن أقدمِ الجُسيماتِ المُستقلّةِ في الكونِ وأكثَرِها اِحتفاظًا بِآثارِ مَراحِلِه الأولى. ويُقدَّر معدّلُ التفاعل الضعيف تقريبياً بالعلاقة:

$$\Gamma_{\mathrm{weak}} \approx \frac{G_F^2 \mathcal{T}^5}{2\pi^3}(1 + 3g_A^2) \qquad (16)$$

حيثُ $g_A = 1.276 \pm 0.002$ ثابِتُ الاقتِرانِ المِحوَريّ و$G_F = 1.166 \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-4}$ ثابِتُ فيرمي [27].

أمّا مُعامِل هابل خلال حقبةِ سيطرةِ الإشعاعِ فيُعطى تقريباً بِالصّيغَة:

$$H(\mathcal{T}) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_r} \approx 1.66\sqrt{g_*}\,\frac{\mathcal{T}^2}{M_{\mathrm{Pl}}} \qquad (17)$$

حيثُ $M_{\mathrm{Pl}} = 1.22 \times 10^{19} GeV$ كُتلةُ بلانك [28]، ويَنتُجُ هذا التَّعبيرُ عَن إسهامِ الجُسَيماتِ النِّسبيّةِ في تلكَ الحِقبَة، ومنها الفوتوناتُ $g_\gamma = 2$، وأزواجُ الإلكتروناتِ والبوزيتروناتِ $g_{e^\pm} = 4$، بالإضافة إلى النِّترِينُوَات وأضدادُها $g_\nu = 3 \times 2 = 6$. وقد أدّى انفصالُ النِّترِينُوَاتِ في هذهِ المرحلةِ إلى نُشوءِ خلفيّةِ النِّترِينُوَاتِ الكونيّة. ومع اِنخِفاضِ دَرَجَةِ الحَرارةِ إلى نَحو0.5 MeV، تَفكَّكَتْ أزواجُ الإلكتروناتِ والبوزيتروناتِ، ناقِلَةً الأنتروبيّةَ إلى الفوتوناتِ فقط. وبِفَضلِ ذلك نشأَ فَرقٌ دائِمٌ في درجةِ الحرارةِ بينَ الفوتوناتِ والنِّترِينُوَاتِ، بحيثُ:

$$\frac{\mathcal{T}_\nu}{\mathcal{T}_\gamma} \approx 0.7138 \pm 0.0001 \qquad (18)$$

وفقاً لبيانات Planck2018 [8].

وتعدّ هذهِ النِّسبةُ دليلًا حراريًّا مهمًّا يُظهرُ تطوّر الكونِ قبلَ بَدءِ التَّصنيعِ النَّوويّ البِدائي، كما يُبرزُ كيفيّة توزُّعِ الأنتروبيّةِ والطّاقةِ بينَ مُكوّناتِه في مَراحِلِه الأولى.

1.3.6 تطوّرُ توازُنِ النَّتْروناتِ والبروتوناتِ وتجميدُ نسبةِ n/p

أدَّتِ التفاعلاتُ الضَّعيفةُ دورًا مِحوَرِيًّا في الحفاظِ على التوازُنِ الحَراري بين النَّتْروناتِ n والبروتوناتِ p، وذلك من خلالِ عملياتِ التحوّلِ النَّووِي الآتية:

$$n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad n + \nu_e \leftrightarrow p + e^-, \quad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \tag{19}$$

حيثُ يُمثِّلُ ν_e النَّتْرِينو الإلكتروني، بينما تُشيرُ $\bar{\nu}_e$ إلى مُضادِّ النَّتْرِينو الإلكتروني.

في حالةِ التوازُنِ الحَراري، يمكنُ تحديدُ النسبةِ بينَ كثافةِ النَّتْروناتِ إلى كثافةِ البروتوناتِ اعتمادًا على توزيعِ بولتزمان، وذلك وِفقًا للفارقِ الطاقي الناتجِ عن فرقِ الكُتلة بين النَّتْرون والبروتون ($\Delta m \approx 1.293\,\mathrm{MeV}$)، حيثُ تُعطى العلاقةُ بالصيغة:

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-\Delta m/\mathcal{T}} \approx \frac{1}{6} \qquad \left(T_f \approx 0.8\,\mathrm{MeV}\right) \tag{20}$$

بدأ مُعدَّلُ التمدُّدِ الكوني $H(\mathcal{T})$ يتجاوزُ مُعدَّلَ التفاعلاتِ الضَّعيفة Γ_{weak}. ونتيجةً لذلك تفقدُ الجملةُ النوويةُ قدرتَها على الإبقاءِ على التوازُنِ بين النَّتْروناتِ والبروتونات، فتتوقّفُ العملياتُ السابقةُ عن تعديل نسبتها بشكلٍ فعّال. وهكذا تتجمّدُ نسبةُ النَّتْروناتِ إلى البروتونات عند قيمةٍ شبه ثابتة يُطلَق عليها نسبةُ التجمُّد [29].

1.3.7 تطوّر نسبةِ النيتروناتِ إلى البروتوناتِ: إطارُ معادلةِ بولتزمان

يُحددُ تطوّرُ نسبةِ النيتروناتِ إلى البروتوناتِ في الكونِ المبكّرِ بواسطةِ معادلةِ بولتزمان [25]، التي تصفُ سلوكَ الكسرِ النسبيّ للنيتروناتِ $Y_n = n_n/(n_n + n_p)$ تحتَ شرطِ التوازنِ الحراريّ، وفقَ العلاقةِ:

$$\frac{dY_n}{dt} = \lambda_{pn}(t)[1 - Y_n] - \lambda_{np}(t)Y_n \tag{21}$$

حيثُ تمثّلُ λ_{np} مُعدّلَ التفاعلِ الضعيفِ المحوّلِ للنيتروناتِ إلى بروتوناتٍ، وتمثّلُ λ_{pn} مُعدّلَ التفاعلِ الضعيفِ لتحويلِ البروتوناتِ إلى نيتروناتٍ، وبإهمالِ حالةِ تفككِ النيترونِ الحرِّ (سيدرجُ لاحقًا)، يمكنُ استنتاجُ حلّ المعادلةِ:

$$Y_n(t) = \frac{\lambda_{pn}(t)}{\Gamma(t)} - \frac{1}{\Gamma(t)}\frac{d}{dt}\left[\frac{\lambda_{pn}(t)}{\Gamma(t)}\right], \qquad \Gamma(t) = \lambda_{pn} + \lambda_{np} \tag{22}$$

حيث تخضعُ معدّلاتُ التحويلِ λ_{pn} وλ_{np} لمبدأ التوازنِ التفصيليّ: $\lambda_{pn}(t) = e^{-\Delta m/\mathcal{T}}\lambda_{np}(t)$. وعندما يتجاوزُ مُعدّلُ التمددِ الكونيّ مُعدّلَ التفاعلِ، يمكنُ حسابُ λ_{np} (بإهمالِ كتلةِ الإلكترونِ m_e) بواسطةِ التكاملاتِ:

$$\lambda(\nu + n \leftrightarrow p + e^-) = A\int_0^\infty dp_\nu\, p_\nu^2\, p_e\, E_e\, (1 - f_e) f_\nu \tag{23}$$

$$\lambda(e^+ + n \leftrightarrow p + \bar{\nu}) = A\int_0^\infty dp_e\, p_e^2\, p_\nu\, E_\nu (1 - f_\nu) f_e \tag{24}$$

$$\lambda(n \leftrightarrow p + \bar{\nu} + e^-) = A\int_0^\infty dp_e\, p_e^2\, p_\nu\, E_\nu (1 - f_e)(1 - f_\nu) \tag{25}$$

حيثُ f_ν وf_e دالتا توزيعِ فيرمي–ديراك للنيوترينواتِ والإلكتروناتِ على الترتيبِ. وبافتراضِ أنَّ $(m_e \ll E_e, E_\nu)$، نحصلُ على $p_e = E_e = \Delta m + E_\nu$ و$p_\nu = E_\nu$. وباعتبار أنَّ $\mathcal{T} = \mathcal{T}_\nu = \mathcal{T}_e = \mathcal{T}_\gamma$ يمكنُ حينئذٍ اختزالُ التكاملاتِ السابقةِ إلى الصورةِ:

$$\lambda_{\nu+n\leftrightarrow p+e^-} = \lambda_{e^++n\leftrightarrow p+\bar{\nu}} = A\mathcal{T}^3(4!\,\mathcal{T}^2 + 2\times 3!\,\mathcal{T}\Delta m + 2!\Delta m^2) \tag{26}$$

وبالتالي نحصلُ على المعدّلِ الكليّ للتفاعلِ:

$$\Gamma(\mathcal{T}) = 2\lambda_{np} = 4\lambda_{e^++n\to p+\bar{\nu}_e} = 4A\,\mathcal{T}^3(4!\;\mathcal{T}^2 + 2\times 3!\;Q\mathcal{T} + 2!\;Q^2) \tag{27}$$

حيثُ $A = 1.02\times 10^{-11}\ \mathrm{GeV}^{-4}$.وعلى هذه الصورةِ يمكنُ تقديرُ الكسرِ الكتليّ البدئيّ لـ ^{4}He، بعد إضافةِ تصحيحِ تفككِ النيترونِ $\tau_n = \lambda^{-1}_{n\to p+e^-+\bar{\nu}_e} \approx 887\ \mathrm{sec}$ [25]، من خلالِ العبارةِ:

$$Y_p = \frac{2e^{-t/\tau_n}}{1 + e^{\Delta m/\mathcal{T}}} \tag{28}$$

حيثُ t الفارقُ الزمنيُّ بينَ زمنِ تجمّدِ التصنيعِ النوويّ وزمنِ تجمّدِ التفاعلاتِ الضعيفةِ. يمكنُ التعبيرُ عن الانحرافاتِ الصغيرةِ في الكسرِ الكتليّ Y_p الناتجةِ عن تغيّراتِ درجةِ حرارةِ التجمدِ $\mathcal{T}_f$ بالمعادلةِ:

$$\delta Y_p = Y_p\left[\left(1 - \frac{Y_p}{2e^{-t/\tau_n}}\right)\ln\left(\frac{2e^{-t/\tau_n}}{Y_p} - 1\right) - \frac{2t_f}{\tau}\right]\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} \tag{29}$$

[30]. تشيرُ أحدثُ التقديراتِ إلى أنَّ نحوَ $Y_p = 0.2469 \pm 0.0002$ من الكتلةِ الباريونيةِ تحوّلَ إلى ^{4}He، مع عمرِ النيترونِ $\tau_n = 877.75 \pm 0.50\ s$ [27]. إنَّ ما يُثيرُ الانتباهَ هو التوافقُ الكبيرُ بينَ هذا الرقمِ وقياساتِ

إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكرويةِ $Y_p = 0.245 \pm 0.003$ [8]، وكذلكَ القياساتِ الطيفيةِ لمناطقِ H II الفقيرةِ بالمعادنِ $Y_p = 0.2449 \pm 0.0040$ [26]. إنَّ هذا الانسجامَ بينَ بياناتِ الطرقِ الرصديةِ المختلفةِ يعكسُ قوةَ النماذجِ الكونيةِ، ويؤكّدُ قدرةَ التصنيعِ النوويّ في الانفجارِ الكونيّ العظيمِ على التنبؤِ بوفرةِ العناصرِ الخفيفةِ بدقةٍ، كاشفًا عن وحدةٍ متقنةٍ بينَ النظريةِ والملاحظةِ في أعماقِ الكونِ المبكرِ.

1.3.8 عُنُقُ زُجاجةِ الدّيوتيريومِ: حاجزُ التَّفكُّكِ الضَّوئيّ

يُعدُّ الدّيوتيريومِ $(D = {}^2_1H)$ نُقطةَ الانطلاقِ المحوريّةِ في سِلْسلةِ التَّصنيعِ النَّوويّ للكونِ المبكّرِ. غير أنّ طاقَةَ ارتباطِهِ المنخفضة $(B_D = 2.2\ MeV)$ جعلَتْهُ هشًّا أمامَ بحرِ الفوتوناتِ عاليةِ الطَّاقةِ التي كانت تملأُ البلازما الكونيةَ، إذ كانت هذه الفوتوناتُ تُفكّكهُ باستمرارٍ عبرَ عملياتِ التفكّكِ الضوئيّ، مانعةً تراكمَهُ واستقرارَ نواتِه [18]. شكّلَ ذلكَ ما يُعرفُ بـ "عنقِ الزجاجةِ" الحراريّ الذي كبَحَ انطلاقَ التفاعلاتِ النوويّةِ الأولى. ومع انخفاضِ درجةِ الحرارةِ الكونيةِ إلى حدٍّ كافٍ، ضعفتْ طاقةُ الفوتوناتِ دونَ عتبةِ تفكّكِ الدّيوتيريومِ، فاستقرّت نواهُ وبدأت سِلْسلةُ الاندماجاتِ النوويّةِ التي أطلقتِ التصنيعَ النوويَّ البدائيَّ:

- تكوينُ الدّيُوتيريومِ (البذرةُ الأساسيةُ):

$$p + n \rightarrow D + \gamma \tag{30}$$

- احتراقُ الدّيُوتيريومِ (تفاعلاتٌ لاحقةٌ)

$$D + D \rightarrow {}^3He + n, \qquad D + D \rightarrow T({}^3He) + p \tag{31}$$

- إنتاجُ الهيليوم−4 (الناتجُ النهائيُّ المهيمنُ):

$$D + D \rightarrow {}^4He + \gamma, \qquad D + T \rightarrow {}^4He + n \tag{32}$$

خلالَ دقائقَ معدودةٍ فقط، نسجَ الكونُ أولى عناصرِهِ الخفيفةَ، تاركًا بصمتَهُ النوويّةَ الدائمةَ. وقد بلغتْ وفرةُ الدّيُوتيريومِ الابتدائيةِ نحوَ $Y_D \approx 2Y_n(t_{\mathrm{BBN}}) \approx 2.5 \times 10^{-5}$، وهي قيمةٌ تتفقُ بدقةٍ مع القياساتِ الكونيةِ الحديثةِ.

تؤدي كثافةُ الباريوناتِ (نسبةُ عددِ النيتروناتِ إلى عددِ البروتوناتِ) $\eta_b = n_b/n_\gamma$ دورًا حاسمًا في تحديدِ نسبةِ التجمدِ وسرعةِ تشكّلِ نوى الدّيُوتيريومِ، إذ تُظهرُ وفرةُ الدّيُوتيريومِ حساسيةً عاليةً تجاهَها وفقَ العلاقةِ: $Y_D \propto \eta_b^{-1.6}$ [31]. تدلُّ قياساتُ إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروبيةِ أنَّ كثافةَ الباريوناتِ $\eta_b = (6.12 \pm 0.04) \times 10^{-10}$، تتوافقُ بشكلٍ جيدٍ مع الدراساتِ النظريةِ، وهذا يعكسُ الانسجامَ الرائعَ بينَ النظريةِ والملاحظةِ، ويؤكّدُ قدرةَ نموذجِ التصنيعِ النوويّ البدئيّ على تفسيرِ ولادةِ العناصرِ الأولى في عالمنا [32].

1.3.9 الهِليوم−4: الجوهرةُ المتوَّجةُ للتَّصنيعِ النَّوويّ البَدائيّ

برزَ نظيرُ الهِليوم−4 (^{4}He) باعتباره أكثرَ النوى استقرارًا وإنتاجًا خلال مرحلةِ التَّصنيعِ النَّوويّ البَدائيّ، إذ حُدِّدتْ وفرتُه بالدرجةِ الأولى بنسبةِ عددِ النيتروناتِ إلى عددِ البروتوناتِ في لحظةِ التجمّدِ النوويّ. ونظرًا للارتباطِ السريعِ لجميعِ النيتروناتِ المتبقيةِ تقريبًا في نوى الهليوم ذاتِ طاقةِ الربطِ العاليةِ البالغةِ 28.3 MeV، فقد أصبحَ هذا النظيرُ هو الأكثرُ استقرارًا بينَ جميعِ النوى الناتجةِ في تلك الحقبةِ. وتكوّنتِ النوى الأولى في الكون خلال فترةٍ وجيزةٍ للغايةِ، فبحلول الدقيقةِ العشرين بعدَ الانفجارِ العظيمِ، كانت نحوَ 25٪ تقريبًا من الكتلةِ الباريونيةِ قد تحوّلت إلى هِليوم−4. وتجدرُ الإشارةُ إلى أنَّ هذه النسبةَ لا تزالُ ثابتةً إلى حدٍّ كبيرٍ في مختلفِ أرجاءِ الكونِ حتى وقتِنا الحاضرِ، مما يشكّلُ دليلًا قويًّا على صحةِ نموذجِ BBN [30]. حيثُ تعتمدُ القيمةُ الدقيقةُ للكسرِ الكتليّ Y_p على عدّةِ عواملَ فيزيائيةٍ مهمةٍ، أبرزُها:

- تفكّكُ النيترونات: تتناقصُ وفرةُ النيتروناتِ $Y_n(t) = Y_n(\mathcal{T}_f)e^{-t/\tau_n}$ بمرور الزمنِ نتيجةَ تفككِها الإشعاعيّ، ويؤثّرُ ذلك مباشرةً في كميةِ الهيليومِ الناتج [33].
- المدةُ الزمنيةُ لعُنقِ زُجاجةِ الدّيُوتيريوم: كلّما طالَ تأخّرُ تكوّنِ الدّيُوتيريومِ، زادتْ فرصُ تفكّكِ النيتروناتِ قبلَ دخولِها في تفاعلاتِ الاندماجِ، مما يؤدي إلى انخفاضِ وفرةِ ^{4}He.
- كثافةُ الباريونات: تساهمُ كثافةُ الباريوناتِ η_b في تسريعِ وتيرةِ التفاعلاتِ النوويةِ، فكلّما زادتْ قيمةُ η_b، ازدادتْ سرعةُ (معدّلُ) الاندماجِ، ممّا يرفعُ قليلًا من قيمةِ Y_p.

1.3.10العناصر الأثرية وشبكةُ التفاعلاتِ النووية

إلى جانبِ نظيرِ الهِليوم−4، تركَ التَّصنيعُ النَّوويُّ البدائيُّ كَمّياتٍ ضئيلةً من نظائرَ خفيفةٍ تُعرفُ بـ العناصر الأثرية، أبرزُها الدِّيُوتيريومُ والهِليوم−3 واللِّيثيوم−7. وتمثّلُ وفرةُ هذهِ النوى سجلاً دقيقًا لظروفِ الكونِ الباريونيّ في لحظاتهِ الأولى، إذ تعكسُ التوازنَ الدقيقَ بينَ معدّلاتِ التفاعلاتِ النوويةِ وسرعةِ التوسعِ الكونيّ. يُعدُّ الدِّيُوتيريومُ مؤشرًا حساسًا لكثافةِ الباريوناتِ الأوليةِ، إذ تتأثرُ وفرتُه بشكلٍ كبيرٍ بها. وبسببِ طاقَةِ ارتباطِهِ المنخفضةِ، يتحطّمُ بسهولةٍ داخلَ النجومِ، مما يجعلهُ شاهدًا موثوقًا على فيزياءِ الكونِ المبكّرِ. وقد أكدتِ القياساتُ الطيفيةُ للكوازاراتِ البعيدةِ أنَّ نسبةَ (D/H) تساويُ تقريبًا 2.5×10^{-5}، في انسجامٍ مدهشٍ مع تنبؤاتِ التَّصنيعِ النَّوويّ البدائي [34].

أما اللِّيثيوم−7، فما يزالُ يُمثّلُ لغزًا قائمًا يُعرفُ بـ مشكلةِ اللِّيثيوم، إذ تشيرُ الملاحظاتُ إلى أنَّ وفرتَهُ المرصودةَ أقلُّ نحوَ ثلاثة أضعافٍ من القيمةِ المتوقعةِ نظريًا، في دلالةٍ على فجوةٍ معرفيةٍ مستمرةٍ في فهمِ التفاعلاتِ النوويةِ أو الشروطِ الابتدائيةِ للكون [35]تشكّلت هذه العناصرُ عبرَ شبكةٍ معقدةٍ من التفاعلاتِ النوويةِ، أدّى فيها الدِّيُوتيريومُ دورَ الوسيطِ الأساسيّ في بناءِ النوى الأثقل. فقد نتجَ عن اندماجهِ الذاتيّ تكوينُ الهِليوم−3 أو التريتيوم، واللذانِ اندمجا لاحقًا لتشكيلِ نوى الهِليوم−4 المستقرةِ. كما نشأَ اللِّيثيوم−7 من تفاعلٍ نادرٍ بينَ الهِليوم−4 والتريتيوم، متأثرًا بمعدلِ التوسعِ الكونيّ آنذاكَ. تصفُ معادلاتُ شبكةِ التفاعلاتِ النوويةِ، المعادلةُ (1)، التطورَ الزمنيَّ الدقيقَ لتراكيزِ هذه النوى، مؤكدةً أنَّ كلَّ نواةٍ خفيفةٍ كانت شاهدًا صامتًا على الشروطِ الفيزيائيةِ التي حكمت الكونَ في تلك اللحظاتِ الذهبية [36].

1.3.11نهايةُ الحقبةِ: التجمّدُ والانخفاضُ الحراريُّ

بعدَ نحو عشرين دقيقةً من الانفجارِ العظيمِ، انخفضت درجةُ حرارةِ الكونِ إلى نحوِ 0.03 MeV، فلم تعدْ كافيةً لتجاوزِ الحواجزِ الكولوميةِ بينَ النوى المشحونةِ. ومع التوسعِ السريعِ وانخفاضِ كثافةِ الباريوناتِ، توقفت تفاعلاتُ الاندماجِ النوويّ تدريجيًا — وهي اللحظةُ التي تُعرفُ بـ مرحلةِ التجمّدِ النوويّ (Freeze−out). منذ ذلك الحين، استقرت الوفرةُ النسبيةُ للعناصرِ الخفيفةِ — مثل الهيدروجينِ والهليومِ — وظلّت شبهَ ثابتةٍ طوالَ 13.8 مليار سنةٍ تاليةٍ، مشكلةً سجلاً كونيًا فريدًا لبداياتِ الكونِ ولبنائهِ الأوليّ للعناصر [30].

1.4 القيود الرصدية ونجاحُ تصنيعِ العناصرِ البدئية

تقدّمُ هذه الفقرةُ إطارًا لفهم مدى نجاحِ نموذجِ الانفجارِ العظيمِ في تفسيرِ وفرةِ العناصرِ الخفيفةِ، موضحةً كيف يمكنُ للقيودِ الرصديةِ أن تكشفَ بصمةَ الكونِ المبكّرِ وتختبرَ التنبؤاتِ النظريةَ بدقة، مع الإشارةِ إلى بعضِ الألغازِ المستمرةِ التي ما زالت تُحفّزُ البحثَ العلميَّ.

1.4.1 البصمةُ البدئية: العناصرُ الخفيفة كمجسّاتٍ كونية

تعدُّ الوفرةُ الأوليةُ للعناصرِ الخفيفةِ (مثل الدّيُوتيريوم ونظيري الهِليوم−4 و−3 واللّيثيوم−7) بمثابةِ بصمةٍ كونيةٍ فريدةٍ تعكسُ الظروفَ الفيزيائيةَ التي سادت في الدقائقِ الأولى من عمرِ الكونِ. تُستخدمُ هذه الوفرةُ كمجسّاتٍ كونيةٍ لاختبارِ نموذجِ التَّصنيعِ النَّوويّ في الانفجارِ العظيمِ (BBN) والنموذجِ الكونيّ القياسيّ (ΛCDM)، حيثُ تفرضُ البياناتُ الرصديةُ الحاليةُ، خاصةً تلك المتعلقةُ بالدّيُوتيريوم والهِليوم−4، قيودًا صارمةً على أي انحرافٍ عن هذا النموذجِ، مثل نماذجِ الجاذبيةِ المعدلةِ. وتوفرُ المقارنةُ بين الوفرةِ المرصودةِ وتنبؤاتِ النموذجِ، التي تعتمدُ على كثافةِ الباريوناتِ η_b وعمرِ النيترونِ τ_n وسيلةً دقيقةً لفهم فيزياءِ الكونِ المبكّرِ، ووضع قيودٍ على عدّةِ نظريات، مثل عددِ أنواعِ النيوترينو، ونماذجِ الجاذبيةِ المعدلة، ووجودِ مادةٍ مظلمةٍ أو جسيماتٍ غير معروفة، مما قد يكشفُ عن فيزياءٍ جديدةٍ تتجاوزُ النموذجَ القياسيَّ.

1.4.2 الدّيُوتيريوم: أثرٌ بدئيٌّ نقيٌّ لتصنيعِ العناصرِ في الانفجارِ العظيم

يُعدُّ الدّيُوتيريومُ أحدَ أهمّ النواتجِ البدئيةِ لتصنيعِ العناصرِ في الانفجارِ العظيمِ، ويتميّزُ بكونِه أثرًا نوويًا نقيًّا. ويُعزى ذلكَ إلى سهولةِ تحطيمِه داخلَ النجومِ، مقابلَ استحالةِ إعادةِ تكوينِه في الظروفِ الفيزيائيةِ الفلكيةِ الطبيعيةِ بعدَ الحقبةِ البدئيةِ. ومن ثمَّ، فإنَّ الكميةَ المرصودةَ من الدّيُوتيريومِ في الكونِ تمثّلُ سجلاً فريدًا ومباشرًا لعملياتِ التَّصنيعِ النوويّ الأولى، قبل أن تعبثَ به أيُّ عملياتٍ نجميةٍ لاحقةٍ. لذا، فإنَّ رصدهُ في سُحبٍ بينَ مجرّيةٍ بدائيةٍ وغيرِ ملوّثةٍ بعملياتٍ نجميةٍ، كما هو الحالُ في أطيافِ الكوازاراتِ عند انزياحاتٍ حمراءٍ عاليةٍ، يوفرُ اختبارًا مباشرًا وموثوقًا لصحةِ نموذجِ BBN.

- القياسات الرصدية للدّيُوتيريوم: $(\mathrm{D/H})_{obs} = (2.527 \pm 0.030) \times 10^{-5}$ [37].

- التنبؤ النظري وفق نموذج BBN: ويتم ذلك وفقَ العلاقةِ التقريبيةِ $\mathrm{D/H} \propto \eta_b^{-1.6}$ وباستخدامِ القيمةِ $\eta_b = (6.12 \pm 0.04) \times 10^{-10}$ نحصلُ على $\mathrm{D/H} \approx 2.45 \times 10^{-5}$ [8].

إنَّ هذا التوافقَ الدقيقَ بينَ النسبةِ المرصودةِ والتنبؤِ النظريّ لا يدعمُ فقط نموذجَ تصنيعِ العناصرِ البدئيةِ، بل يُعدُّ أيضًا دليلًا قاطعًا على صحةِ قياساتِ كثافةِ الباريوناتِ η_b المستخرجةِ من إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ.

1.4.3 الهيليوم−4: انتصارُ القدرةِ التنبؤيةِ للنموذجِ الكوني

شكّلُ الهِليوم−4 نسبةً تُقدَّرُ بنحو 25٪ من الكتلةِ الباريونيةِ في الكونِ، ويمكنُ رصدهُ بدقةٍ في المجرّاتِ القزمةِ الفقيرةِ بالمعادن، والتي تمثّلُ بيئاتٍ بدائيةً نسبيًّا لم تتعرض لتلوّثٍ نجميٍّ كبير. تُعدُّ وفرةُ الهِليوم−4 مؤشّرًا حساسًا على نسبةِ النيتروناتِ إلى البروتوناتِ عند الانفصالِ النوويّ، كما تعتمدُ على عمرِ النيترونِ τ_n وقد أظهرتِ القياساتُ الرصديةُ توافقًا ملحوظًا مع تنبؤاتِ تصنيعِ العناصرِ البدئيةِ (BBN)، مما يعزّزُ مكانةَ هذا النموذجِ باعتباره ركيزةً أساسيةً في علمِ الكونِ.

القيمُ الرصديةُ والنظريةُ للهليوم−4:

- النسبةُ المرصودة Y_p كنسبةٍ كتليةٍ: $Y_p = 0.2449 \pm 0.0040$ [38].
- النسبةُ المتوقعةُ نظريًّا وفقَ BBN:

$Y_p \approx 0.2449 \pm 0.001$ ($\eta_b = 6.1 \times 10^{-10}$, $\tau_n = 879.4\ s$) [30].

إنَّ هذا التوافقَ الاستثنائيَّ بينَ القيمةِ المرصودةِ والنموذجِ النظريّ لا يبرهنُ فقط على دقةِ توصيفِ عمليةِ تجمّدِ النيترونات، بل يؤكّدُ أيضًا صحةَ معدلِ التمددِ الكونيّ خلال الحقبةِ الأولى من عمرِ الكون.

1.4.4 مشكلةُ الليثيوم−7: لغزٌ كونيٌّ لم يُحلَّ بعد

تُظهرُ القياساتُ الرصديةُ لوفرةِ اللِّيثيوم−7 في النجومِ القديمةِ الفقيرةِ بالمعادن أنَّ هناك فجوةً جوهريةً في تنبؤاتِ نموذجِ BBN. حيثُ أن:

- النسبةُ المتوقعةُ نظريًّا: $(^7\mathrm{Li/H})_{BBN} = (5.24 \pm 0.67) \times 10^{-10}$ [39].
- النسبةُ المرصودةُ في النجومِ قليلةِ الفلزات: $(^7\mathrm{Li/H})_{obs} = (1.6 \pm 0.3) \times 10^{-10}$.

تُعزى هذه الفجوةُ المحتملةُ إما إلى معدّلاتٍ غير دقيقةٍ لتحطيمِ نواةِ البيريليوم−7 (^{7}Be)، أو الحاجةِ إلى فيزياءٍ جديدةٍ تتجاوزُ النموذجَ القياسيّ، مما يجعلُ هذه المسألةَ تحديًا مفتوحًا وحقلاً بحثيًا نشطًا في علمِ الكونياتِ والفيزياءِ النوويةِ الفلكية [40].

1.4.5 الهيليوم−3: إرثٌ معقّد

يعدُّ الهِليوم−3 من النوى الخفيفة التي يصعبُ تتبُّعُ وفرتها الأوليةِ بدقةٍ، نتيجةً لتأثّرِه الشديدِ بعملياتِ المعالجةِ داخلَ المجرةِ. فعلى الرغم من أنَّ الرصدَ في الوسطِ بينَ النجميّ (ISM) وسُدُمِ الكواكب يُظهرُ توافقًا عامًا مع تنبؤاتِ التَّصنيعِ النوويّ البدئيّ، إلا أنَّ عدمَ اليقينِ يظلُّ كبيرًا، وهذا ما يعكسُ صعوبةَ استرجاعِ الإشارةِ البدئيةِ لهذا النظير بعد مليارات السنينِ من التطوّرِ النجميّ.

- النسبةُ المرصودة: $(^3\mathrm{He/H})_{\mathrm{obs}} = (1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5}$ [41].
- النسبةُ المتوقعة وفقَ BBN: $(^3\mathrm{He/H})_{\mathrm{BBN}} = (1.0 \pm 0.1) \times 10^{-5}$.

بالرغم من التوافقِ بين هاتين القيمتين، تبقى وفرةُ الهِليوم−3 أقلَّ موثوقيةٍ باعتباره مسبارًا بدئيًا مقارنةً بالدِّيُوتيريومُ أو الهِليوم−4 [30].

1.4.6 الاتساقُ مع إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروي

يوفّرُ إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروي (CMB)، من خلال القياساتِ (BAO) التي أجراها مرصدُ Planck في عام 2020، قيماً دقيقةً للكثافةِ الباريونيةِ النسبيةِ، مما يشكلُ معيارًا مستقلاً يدعمُ تنبؤاتِ (BBN). إنَّ الاتساقَ الملحوظَ بينَ النتائجِ المشتقةِ من (CMB) من أجل ($t \sim 380{,}000$ year) وتلك الخاصة بـ(BBN) من أجل ($t \sim 20$ min)، يُعدّ دليلًا قويًا على تماسكِ النموذجِ الكونيّ القياسيّ عبر الأزمنةِ الكونيةِ المختلفة.

- الكثافةُ الباريونية وفقَ Planck (2020): $\eta_b^{\mathrm{Planck}} = (6.12 \pm 0.04) \times 10^{-10}$ [8].
- توافقُ تنبؤاتِ BBN بناءً على η_b^{BBN}: $D/H = 2.45 \times 10^{-5}, Y_p \approx 0.24$.

إنَّ أيَّ انحرافٍ كبيرٍ عن هذا التوافق قد يشيرُ إلى فيزياءٍ جديدةٍ، مثل تغيرٍ في الثوابتِ الفيزيائيةِ الأساسيةِ، أو وجودِ جسيماتٍ إضافية خلال الحقبةِ البدئية.

1.4.7 عمرُ النترون: ساعةٌ كونيةٌ تدق

يُعدُّ عمرُ النترون τ_n من المعاملاتِ الفيزيائيةِ الأساسيةِ في توصيفِ تصنيعِ العناصرِ البدئية، إذ أنَّ النتروناتِ الحرةَ تتحوّلُ إلى بروتوناتٍ من خلال التفككِ β^- متوسطِ عمرٍ يبلغُ نحو $\tau_n \approx 880s$. يؤدي هذا التفككُ إلى نقصانِ عددِ النتروناتِ المتاحةِ لتكوينِ نوى الهِليوم−4، وبما أنَّ وفرةَ الهِليومِ البدئيةِ Y_p تعتمدُ مباشرةً على عددِ النتروناتِ عند بدءِ التصنيعِ النوويّ، فإنَّ أيَّ عدمِ دقةٍ في تحديدِ τ_n ينعكسُ بشكلٍ مباشرٍ على تقديراتِ Y_p. حيثُ يمكنُ قياسُ عمرِ النترونِ باستخدامِ تقنيتينِ تجريبيتينِ مستقلتين:

- تجاربُ الحزم (Beam Experiments): تعتمدُ على قياسِ تدفقِ النتروناتِ ومعدلِ تفككِها على حدٍّ سواءٍ، وبواسطتها وُجد أنَّ عمرَ النترونِ $\tau_n = (887.7 \pm 2.2)\ s$ [42].
- تجاربُ الزجاجة (Bottle Experiments): تعتمدُ على حصرِ النتروناتِ وقياسِ معدلِ تفككِها، وبواسطتها وُجد أنَّ عمرَ النترونِ $(\tau_n = 878.5 \pm 0.8)s$ [43].

تُظهرُ هاتان الطريقتانِ فرقًا ملحوظًا في القياس يُقدَّرُ بنحو$\sim 4\sigma$، ولا يزالُ هذا التباينُ غير محسومٍ تجريبياً حتى الآن، مما يُحدثُ تأثيرًا مهمًّا في تنبؤاتِ تصنيعِ الهِليومِ البدئي.

1.4.8 عددُ النترينواتِ الفعّال

مثّلُ العددُ الفعّالُ لأنواعِ النترينوات N_{eff} مقياسًا للكتلةِ والطاقةِ الإشعاعيةِ في الكونِ المبكر، بما في ذلك أيُّ جسيماتٍ خفيفةٍ غيرِ معروفة. يُعدُّ هذا المتغيرُ عاملاً حساسًا في التصنيع النووي البدئي، إذ يؤثرُ على معدلِ التوسعِ الكوني وبالتالي على وفرةِ العناصرِ الأولية، خصوصًا الهِليوم−4.

- النموذج القياسي للتفاعلاتِ الضعيفة: $N_{\text{eff}} = 3.046$ [44]
- القيود من BBN + CMB: $N_{\text{eff}} = 2.99 \pm 0.17$ [8]

إنَّ القيمةَ المرصودةَ تتفقُ ضمنَ حدودِ الدقةِ مع التوقعاتِ النظريةِ، وهذا ما يُضعفُ احتمالَ وجودِ جسيماتٍ إضافيةٍ خفيفةٍ أو تغيّراتٍ في الجاذبيةِ خلال الحقبةِ البدئية. وهكذا يُستخدمُ N_{eff} كمسبارٍ حساسٍ لاختبارِ السيناريوهاتِ الفيزيائيةِ الممتدةِ، بما في ذلك الموجاتِ الثقاليةِ البدئيةِ والتفاعلاتِ خارجَ النموذجِ القياسيّ [45] .

2 الفصل الثاني: الجاذبيّةُ المعدَّلة

يُمهِّدُ هذا الفصلُ لِفَهمِ الأُسُسِ النظريّة لنماذجِ الجاذبيّةِ المُعدَّلة، من خلالِ استعراضِ التطوّرِ التاريخيّ لمفاهيمِ الجاذبيّة، وانتقالِها من الإطارِ الكلاسيكيّ إلى البُنى الرياضيّة الحديثة القائمةِ على الالتواءِ والاقترانِ مع المادّة. ويهدفُ هذا العرضُ إلى إبرازِ المسارِ العلميّ الذي أدّى إلى ظهورِ النظريّاتِ المُعاصِرة وتطبيقاتِها الكونيّة.

2.1 على أكتافِ العَمالِقَة: تطوُّرُ نَظَريّاتِ الجاذبيّة

يستعرضُ هذا الجزءُ الخيطَ التاريخيَّ الذي نشأت عبرَه تصوّراتُ الجاذبيّة، من محاولاتِ الفَهمِ الأوّليّة إلى الصياغاتِ الدقيقَة التي أسّست للنظريّاتِ الحديثة، مُمهِّدًا لفهمِ الدوافع التي قادت إلى تعديلِ نموذجِ الجاذبيّة التقليديّة.

2.1.1 رِحلةٌ في اكتشافِ الجاذبيّة

تُعَدُّ الجاذبيّةُ من أقدمِ الظواهرِ التي حاول الإنسانُ تَفسيرَها، إذ ظلّت لقرونٍ لغزًا يُوجِّهُ التأمّلَ في حركةِ الأجرامِ السماويّة وسقوطِ الأجسام. ولم تتبلورْ الصياغةُ الرياضيّةُ المُحكمةُ لهذه القوّة إلّا مع إسحاقَ نيوتن في القرنِ السابعِ عشر، غير أنّ هذا الإنجازَ كان ثمرةَ مسارٍ طويلٍ من الأفكارِ والاكتشافات. فقد وضعَ كوبرنيكوس في منتصفِ القرنِ السادسِ عشر نموذجَه الشمسيَّ المركزيّ، مُقدِّمًا رؤيةً جديدةً تُعيد ترتيبَ العلاقةِ بين الأرضِ والسماء، وتفتحُ البابَ أمام البحثِ عن القوّةِ التي تُنظِّمُ حركةَ الكواكب. ثُمّ جاء كيبلر مطلعَ القرنِ السابعِ عشر ليَصوغَ قوانينَه الثلاثةَ في حركةِ الكواكب، مُبيّنًا أنَّ مداراتِها إهليلجيّة. وفي الوقتِ نفسه، برهنَ غاليليو عبرَ تجارِبِه أنّ تسارُعَ الأجسامِ الساقطةِ لا يعتمدُ على كتلتِها، مُرسِيًا بذلك أُسسَ مبدأِ العطالة، ومُسهمًا في تجاوزِ الإرثِ الأرسطيّ القديم. كما اقترحَ روبرت هوك أنَّ القوّةَ الجاذبةَ تتناسبُ عكسيًّا مع مُربّعِ المسافة، وهي فكرةٌ كان لها دورٌ محوريٌّ في صياغةِ قانونِ الجاذبيّةِ لنيوتن. وهكذا تكاملت جهودُ هؤلاء الروّاد في بناءِ الأساسِ الذي انطلقت منه النظريّةُ النيوتنيّة، والتي ظلّت الإطارَ المهيمنَ لفَهمِ الجاذبيّة قرونًا طويلة، قبل أن تفسحَ المجالَ لاحقًا لظهورِ النماذجِ المُعدَّلة [46].

بلغ هذا التراكُمُ العلميُّ ذروتَه مع إسحاقَ نيوتن، الذي قدّم عامَ 1687 في كتابه الأصولِ الرياضيّةِ للفلسفةِ الطبيعيّة (Principia) صياغةً متكاملةً لقوانينِ الحركةِ وقانونِ الجذبِ العام. ولم يقتصر إنجازُه على تحديدِ العلاقةِ

الكَمّيّةِ بين الكُتَل، بل أرسى إطارًا رياضيًّا دقيقًا أتاح التنبّؤَ بحركةِ الكواكبِ والمذنّبات، وفسّر ظواهرَ متنوّعةً مثلَ المدِّ والجزر. وفي أواخرِ القرنِ الثامنِ عشر، أتمَّ كافنديش الصورةَ بقياسِ ثابتِ الجاذبيّة G بدقّةٍ غيرِ مسبوقة، مانحًا القانونَ بُعدًا كَمّيًّا أكثرَ صرامة. وقد شكّل هذا التقدّمُ نقطةَ تحوّلٍ في تاريخِ العلم، مهدَت لظهورِ الميكانيكا الكلاسيكيّة التي واصل لابلاس تطويرَها في مؤلَّفه الميكانيكا السماويّة عامَ 1825 [47].

وفي السياقِ نفسِه، كان للحضارةِ الإسلاميّة إسهامٌ مهمٌّ في تمهيدِ هذا الطريق؛ إذ ابتكر نصيرُ الدين الطوسي في كتابه التذكرة في علمِ الهَيئة أسلوبًا هندسيًّا عُرِف بـ«زَوجِ الطوسي»، قدّم من خلاله معالجةً دقيقةً للحركةِ التراجعيّة للكواكب بعيدًا عن التعقيداتِ البطلميّة. كما قدّم ابنُ الشاطر الدمشقي نموذجًا مُحكمًا لحركةِ القمرِ والكواكب، أصبح لاحقًا أحدَ الأسس التي استند إليها كوبرنيكوس في بناءِ نموذجِه الشمسيّ [48,49].

وعلى الرغم من نجاحِ ميكانيكِ نيوتن في تفسيرِ طيفٍ واسعٍ من الظواهر، إلّا أنّ نهاياتِ القرنِ التاسعَ عشر كشفت حدودَه؛ إذ ظلَّ انحرافُ حَضيضِ عُطارد لغزًا عصيًّا على التفسير، وأطاحت تجربةُ مايكلسون–مورلي بفرضيةِ الأثير، بينما أظهرت تحليلاتُ بوانكاريه تعارُضَ قوانينِ نيوتن مع مبدأِ النسبيّة عند السُّرعاتِ العالية، مُشيرًا إلى أنّ انتشارَ الجاذبيّة يجب أن يكون بسرعةِ الضوء لا أن يكون آنيًّا. وقد قادت هذه التحدّياتُ إلى إعادةِ النظر في ماهيّةِ الجاذبيّة، ممهّدةً لولادةِ النظريّةِ النسبيّة التي أعادت صياغةَ العلاقةِ بين المادّةِ وبنيةِ الزمكان [50].

2.1.2 النسبية العامة: ثورة في فهم الجاذبية

مع مطلعِ القرنِ العشرين، بدأ واضحًا أنَّ الميكانيكا النيوتونيّة، على ما حقَّقته من نجاحات، لم تَعُد قادرةً على فَهمِ بعضِ الظواهرِ الكونيّة التي تكشِفُها المراصدُ الحديثة. وفي خِضمِّ هذا التحوّل العلميّ، برز ألبرت أينشتاين برؤيةٍ أعادت صياغةَ مفاهيمِ المكانِ والزمان، مستندًا إلى إرثٍ متينٍ تركه لورنتس وماكسويل وريمان وبوانكاريه، قبل أن يُكمِلَه لاحقًا مينكوفسكي بصياغةٍ رياضيّةٍ أكثر عمقًا. بدأت هذه الثورةُ عامَ 1905، حين صاغ أينشتاين النسبيّةَ الخاصّة اعتمادًا على مبدأين بسيطَيْن في ظاهرِهما، عميقَيْن في نتائجِهما: ثباتُ قوانينِ الفيزياء في جميعِ الأطرِ

المرجعيّة، وثباتُ سرعةِ الضوء في الفراغ. ومن هذين المبدأين انكشف أنَّ قياساتِ الزمانِ والمكان ليست مُطلَقَة، بل تتغيّر تبعًا لحركةِ الراصد، مُفضيةً إلى مفاهيمَ جديدةٍ كتمدّدِ قياسِ الوقت وانكماشِ قياسِ الأطوال [51].

غير أنَّ هذه الصورة لم تكتمل إلا حين قدّم هيرمان مينكوفسكي عامَ 1908 إعادةَ تفسيرٍ هندسيّةً للنسبيّةِ الخاصّة، مُعتبِرًا الزمانَ والمكانَ نسيجًا واحدًا رباعيَّ الأبعاد أسماه الزَّمكان (spacetime). وقد صاغ مِتريّ مينكوفسكي (Minkowski metric) الذي يَدمُج الإحداثيّاتِ المكانيّة الثلاثة $(x، y، z)$ مع الإحداثيّة الزمنيّة (t) في هيكلٍ موحّد يسمحُ بفَهمِ الحركةِ والمسافات بصورةٍ تختلف جذريًّا عن الفضاءِ الإقليديّ التقليديّ [52]. وبرغم أنَّ أينشتاين لم يُرَحِّب بدايةً بهذا الطرح، فإنَّه أدرك لاحقًا أنّه يمهّد الطريق لخطوةٍ أعمق. كانت هذه الخطوةُ هي الانتقال من زمكانٍ ثابتٍ إلى زمكانٍ ديناميكيٍّ يتأثّر بالكتلةِ والطاقة. هنا وُلِدَت النسبيّةُ العامّة: ليست الجاذبيّةُ قوّةً تُمارَس عن بُعد، بل انحناءً هندسيًّا في نسيجِ الزمكان. وبعد عقدٍ من العمل، توصّل أينشتاين عامَ 1915 إلى معادلاتِ الحقل الشهيرة:

$$G_{\mu\nu} = \kappa^2 \theta_{\mu\nu} \qquad (33)$$

حيث κ ثابتُ تناسُب مرتبط بثابتِ الجاذبيّة. تُبيّن هذه الصياغةُ العميقة أنَّ تركيبَ الزمكان الهندسيّ، الممثَّلَ في مُوتِّر أينشتاين $G_{\mu\nu}$، يرتبط مباشرةً بالمحتوى المادّي والطّاقي الذي يُمثّله المُوتِّر $\theta_{\mu\nu}$. وقد لُخِّصت الفكرةُ كلّها في عبارةٍ شهيرة: «المادّةُ تُخبرُ الزمكانَ كيفَ يَنحني، والزمكانُ يُخبرُ المادّةَ كيفَ تتحرّك» [53].

2.1.3 النسبيةُ العامّة: هندسةٌ وصِراع

شكّلت الهندسةُ الريمانيّة الأساسَ الرياضيّ الحيويّ الذي مهدَّ لولادة النسبيّة العامّة. ففي محاضرته الشهيرة عام 1854، قدّمَ برنارد ريمان رؤيةً تجاوزت حدودَ الهندسةِ الإقليديّة، مُقدّمًا مفاهيمَ جوهريّة مثل المتشعبات (manifolds)، والمُوتِّر المِتريّ $g_{\mu\nu}$ الذي يقيس الأبعادَ والمسافاتِ في فضاءٍ منحنيّ، إلى جانب مُوتّر ريمان الذي يُقدّر مقدارَ الانحناء. ولم يكن هذا الإطارُ مجرّدَ لغةٍ رياضيّةٍ جافّة، بل أتاح تأسيسَ قاعدةٍ فيزيائيّةٍ متكاملة للتعبير عن فكرةٍ ثورية: أنَّ الجاذبيّة ليست قوّةً تُسقِط الأجسامَ على بعضها، بل خاصيّةٌ هندسيّة للزمكان نفسه.

اعتمد أينشتاين على هذه الصياغات لتطوير نظريّةٍ تربط بين توزيعِ الكتلة–الطاقة وانحناءِ الزمكان، مُوصِوفًا حركةَ الأجسام على أنّها تنحني على طول المساراتِ الجيوديسيّة، أي أقصر المسارات الممكنة في فضاءٍ منحنيّ [54,55]. وبالرغم من أن أينشتاين لم يكن متمرّسًا بجميع تفاصيل الهندسةِ اللاإقليديّة، جاء دورُ مارسيل غروسمان ليعرّفه بالأدواتِ الرياضيّة الضروريّة، لا سيما التفاضل والتكامل على المُوتِّرات، مما مكّنه من تحويل حدسه الفيزيائيّ إلى معادلاتِ الحقل الشهيرة. ومع اكتمال هذا الإطار الرياضي، أصبحت النسبيّة العامّة قادرةً على تقديمِ تنبّؤاتٍ دقيقةٍ تجاوزت نطاقَ نيوتن، من انحراف الضوء حول الأجسام الضخمة الذي تأكّد رصديًّا خلال كسوف عام 1919، إلى تفسير الانحراف الملاحظ في مدار عطارد، ووصولًا إلى فهم ظواهرَ كبرى كامتدادِ الكونِ وتطوّره [56]. ومع تطوّر الهندسة الريمانيّة بعد ريمان على يد علماء مثل إيلي كارتان وليفي–شيفيتا، ترسّخت الأدواتُ الرياضيّة التي جعلت من صياغة أينشتاين بناءً راسخًا في الفيزياء النظريّة [56].

شكّلت سنةُ 1915 ذروةَ سباقٍ فكريٍّ محتدمٍ بين اثنين من أبرز العقول: ألبرت أينشتاين وديفيد هيلبرت. فقد كان أينشتاين منذ عام 1907 يعمل على تعميمِ مبدأ النسبيّة، ساعيًا عبر محاولاتٍ متعدّدة — بما فيها ورقته المشتركة مع غروسمان عام 1913 — إلى صياغةِ تغايرٍ عام يعكس طبيعةَ الجاذبيّة ضمن إطارٍ هندسيٍّ متكامل. وفي خريفِ 1915 كثّف جهوده، مقدمًا أمام الأكاديمية البروسية سلسلةً من الأوراق بلغت ذروتها في 25 نوفمبر، حين أعلن الصياغةَ النهائية لمعادلاتِ الحقل، التي أرست منهجًا جديدًا لفهمِ الجاذبيّة [51]. على الجانب الآخر، اتّبع هيلبرت مسارًا مُكمّلًا لكنه مختلف؛ فقد انطلق من مبدأ الفعل (principle of least action) وصاغ معادلاتٍ قابلةً للاشتقاق من تابعِ عملٍ مناسب، مقدمًا بذلك صياغةً رياضيةً متقاربة للغاية من صياغة أينشتاين، وأعلن ورقته في 20 نوفمبر 1915. ورغم اختلاف المنهجين، يتفقُ مؤرّخو العلم على أنّ الفكرة الجوهرية حول الجاذبيّة كانحناءٍ في الزمكان كانت نتاجَ رؤيةِ أينشتاين الفريدة، في حين قدّم هيلبرت صياغةً رياضيةً بديلةً قوية. ويُظهر هذا التنافسُ المحتدم كيف أن التلاقي بين حدس الفيزيائي وصرامة الرياضي يمكن أن يُسرّع الاكتشافات الجوهرية، مؤكّدًا أنّ التبادل النقدي بين الرؤية الفيزيائية والرياضيات المتقدّمة هو ما أفرز أحد أعمدةِ الفيزياء الحديثة.

2.2 رحلة رياضية تفصيلية

لفهم معادلات أينشتاين للحقل (Einstein Field Equations – EFE) بشكلٍ متعمّق، يجب أن نتبع المسارَ الرياضيّ الذي يقودنا من وصفٍ بسيطٍ للمسافات في الزمكان إلى التعبير عن انحنائه المعقّد.

2.2.1 قياسُ المسافات: المُوتِّر المِتريّ

في الهندسة الإقليديّة تُقاس المسافات بمبرهنة فيثاغورس، لكن مع النسبية الخاصة قدّم مينكوفسكي رؤيةً أعمق: فالكون نسيجٌ رباعيّ الأبعاد يُعرف بالزمكان، حيث يُقاس البُعد بين حدثين عبر الفاصل الزمكاني:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \qquad (34)$$

يُعدّ هذا الفاصلُ الزمكاني مقدارًا ثابتًا تحت تحويلات لورنتز، ويُشكّل حجرَ الزاوية في فهم بنية الزمكان للنسبية الخاصة. مع الانتقال إلى النسبية العامة، يصبح المِتريّ $g_{\mu\nu}$ الأداة الأساسية لقياس المسافات في الزمكان المنحني:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \qquad (35)$$

حيث تمثل $x^0 = ct$ الإحداثي الزمني، $x^1, x^2, x^3 = x, y, z$ الإحداثيات المكانية. ويُطبَّق هنا اصطلاح تجميع أينشتاين (Einstein summation), الذي يُفترض فيه الجمعُ تلقائيًّا على المؤشرات المتكررة (واحد علوي وآخر سفلي) دون الحاجة إلى وضعِ رمزِ الجمعِ $\sum$ صراحةً [57].

2.2.2 رموزُ كريستوفل ($\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$): تَحديد "الخُطوطِ المُستقيمة" في الفضاءِ المُنحني

في الفضاءِ الإقليديّ المسطّح، يكونُ مَفهومُ "الخَطِّ المُستقيم" واضحًا وبديهيًّا، إذ تُعرَّفُ المَسافةُ وفقَ إحداثياتَ ثابتةٍ لا تتغيرُ من نُقطةٍ إلى أُخرى. غير أنّ هذا التصوّرَ يفقدُ بساطتَه في فضاءٍ مُنحنٍ، كما هو الحالُ في الزمكان ضمن إطارِ النسبية العامّة، حيث لا يمكن تعريفُ الخُطوطِ المُستقيمة إلا محليًّا، باستخدام الأدواتِ الرياضيّة التي تأخذُ في الحسبان انحناءَ الفضاء. في هذا السياق، تُعَدُّ رُموزُ كريستوفل (Christoffel Symbols) حجرَ الأساسِ لوصفِ كيفية تغيّرِ الاتّجاهاتِ والمسافاتِ من نُقطةٍ إلى أُخرى. وهي ليست مُوتّرًا حقيقيًّا لأنها تعتمدُ على اختيارِ

الإحداثيات، لكنها تعبّرُ عن مشتقاتِ المُوتِّر المِتريّ، أي عن مدى تغيّرِ البنيةِ المتريةِ نفسها في الفضاءِ المُنحني. تُعطى هذه الرّموزُ بالعلاقة:

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma}\left(\partial_{\mu} g_{\nu\sigma} + \partial_{\nu} g_{\mu\sigma} - \partial_{\sigma} g_{\mu\nu}\right) \tag{36}$$

حيث: ∂_{μ} هو المشتق الجزئي بالنسبة للإحداثي x^{μ} و $g^{\alpha\sigma}$ المُوتِّر المِتريّ المعاكس المعرّف بالعلاقة:

$$g^{\alpha\sigma} g_{\sigma\beta} = \delta^{\alpha}_{\beta} \tag{37}$$

وتُعرف δ^{α}_{β} باسم دلتا كرونيكر (Kronecker delta). تلعبُ رُموزُ كريستوفل دورًا أساسيًّا في تعريف المشتق التغايري (Covariant Derivative), وهو أداةُ التفاضل المناسبة في الفضاءاتِ المُنحنية. من خلال هذا المشتق، يمكن مقارنةُ المتجهاتِ في نقاطٍ مختلفة دون فقدانِ المعنى الهندسي. كما تدخلُ رُموزُ كريستوفل مباشرةً في صياغةِ معادلةِ الجيوديسيا، التي تصف حركةَ الأجسامِ الحرةِ في الزمكان [58].

2.2.3 المعادلةُ الجيوديسية: مساراتُ الأجسامِ الحُرةِ في الزمكانِ المنحني

في إطارِ النسبية العامّة، تتحرّكُ الأجسامُ الحرة — أي التي لا تؤثّرُ عليها قوى خارجيّة — على طول المسارات الجيوديسيّة (Geodesics), وهي الامتدادُ الطبيعيُّ لفكرةِ "الخَطِّ المُستقيم" في فضاءٍ مُنحنٍ. تمثّل هذه المساراتُ أقصرَ الطُرُق (أو الزمن الأعظم) بين نُقطتين في الزمكان، وتُعطى بالمعادلة:

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{d\tau^2} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} \frac{dx^{\alpha}}{d\tau} \frac{dx^{\beta}}{d\tau} = 0 \tag{38}$$

حيث تمثّل τ الزمن المناسب (Proper Time)، وهو الزمنُ المقاس على طول المسار من قِبل راصدٍ يتحرّك مع الجسيم. يصف الحدُّ الأولُ التسارع الذاتي، بينما يمثل الحدُّ الذي يحتوي على رُموز كريستوفل أثرَ انحناءِ الزمكان على الحركة. وبهذا، فإن ما نُسمّيه "قوةَ الجاذبية" في الميكانيكا الكلاسيكيّة ليس سوى نتيجةٍ لانحناءِ الزمكان؛ فالأجسامُ لا تسقط لأنَّ قوةً تسحبها، بل لأنها تتبع البنية الهندسيّة للزمكان نفسه. وبهذا المعنى، فإن دورانَ الكواكب حولَ الشمس ليس حركةً تحت تأثير قوة جذب، بل انحناءٌ في المسارات الجيوديسيّة بفعلِ كتلة الشمس [57].

2.2.4 مُوتِّر ريمان: الصياغةُ الكاملةُ لانحناءِ الزمكانِ

يُعدُّ مُوتِّر ريمان للانحناء (Riemann Curvature Tensor) الأداةَ الأساسيةَ في الهندسة التفاضلية لقياس مدى انحناءِ الزمكان. فهو يُعبّر بدقّة عن كيفية تغيّر المتجهات عند نقلها الموازي حول مسارٍ مغلق، ويُعرَّف بدلالة رُموز كريستوفل ومشتقاتها كما يلي:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \qquad (39)$$

إذا قمنا بنقلِ متجهٍ في فضاءٍ مسطّحٍ حول مسارٍ مغلق، يعود المتجه إلى حالته الأصلية، مما يعني أنّ الانحناء معدوم. أمّا في فضاءٍ منحنيّ، فإن المتجه يعود منحرفًا بزاوية تتناسب مع مقدار الانحناء، الذي يقيسه بدقةُ مُوتِّر ريمان [59]. يمثّل هذا الموتر الهيكل الكامل للمعلومات الهندسية في الزمكان؛ فهو من الرّتبة الرابعة، ويحتوي — في فضاءٍ رباعيّ الأبعاد — على 20 مكوّنًا مستقلاً بعد تطبيق التماثلات المعروفة.

2.2.5 مُوتِّر ريتشي ($R_{\mu\nu}$): تركيزُ الانحناءِ على تغيرِ الحجمِ

يعكس مُوتّر ريتشي $R_{\mu\nu}$ (Ricci Tensor) تأثيرَ المادة والطاقة على تغيّر حجم الزمكان، أي ميلَ المسارات الجيوديسية للتقارب أو التباعد. يُشتق من مُوتّر ريمان عبر انكماش المؤشرين:

$$R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\mu\alpha\nu} = \partial_{\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\nu\mu} - \partial_{\nu}\Gamma^{\alpha}_{\alpha\mu} + \Gamma^{\alpha}_{\alpha\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\alpha\mu} \qquad (40)$$

يُركّز هذا الموتر على مقدار تغيّر حجم الزمكان دون الالتفات إلى انحناء الشكل نفسه. فهو يقيس ميلَ الجيوديسيات للتقارب أو التباعد نتيجة وجود المادة والطاقة، أي أنّه يصف الأثر المحلي للمحتوى المادي على البنية الهندسية للزمكان. يمتاز مُوتّر ريتشي بكونه متناظرًا ويحتوي على عشرة مكوّنات مستقلة، ما يجعله متوافقًا رياضيًا مع مُوتّر الإجهاد–الطاقة $\theta_{\mu\nu}$ في معادلات أينشتاين. ومن الناحية الفيزيائية، يُمثّل $R_{\mu\nu}$ الجزء من الانحناء الناتج مباشرةً عن توزيع الكتلة والطاقة، بينما يُعبّر الجزء غير المنكمش من مُوتّر ريمان — المعروف باسم موتّر وايل (Weyl Tensor) — عن التأثيرات غير المحلية مثل قوى المدّ والتشوّهات التي لا ترتبط مباشرةً بتوزيع المادة [58].

2.2.6 الكمّيّة السِّلميّة للانحناء (R)

تُعرَفُ الكمية السِّلميّة لريتشي (Ricci Scalar) بالرمز R، وهي مِقدارٌ هَندسيّ يُحصَّلُ من خلالِ اِنكماشٍ (contraction) لِمُوَتِّرِ ريتشي باستعمالِ المُوَتِّرِ المِتْرِيِّ المُعاكِس:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \tag{41}$$

ويُعَدُّ هذا المقدارُ أفضلَ وَصْفٍ مُختصَرٍ لِشِدَّةِ الانحناءِ الكُلّي للزَّمكان عندَ نُقطةٍ معيَّنة، إذ يجمعُ في قيمةٍ عدديّةٍ واحدةٍ التأثيراتِ الهندسيّةَ الموزَّعةَ في جميعِ الاتّجاهات. وبحُكم كونه كَمّيّةً لا مَوضِعيّةً من الرُّتبةِ الصِّفريّة، فهو مستقلٌّ تمامًا عن نظامِ الإحداثيّات [57]. إنَّ وجودَ الكمّيّةِ السِّلميّة R في فِعْلِ هيلبرت–أينشتاين يَضمنُ للنظريّة بُنيَتها الفيزيائيّة السليمة؛ فهو يجعلها مُنسجِمةً مع مبدأ التَّكافؤ، ويحفَظُ تَناظُرَ لورنتز في صياغتِها، ويُعيدُ—في حُدودِ الحُقولِ الضَّعيفة—ظُهورَ قانونِ نيوتن للجاذبيّة كما ينبغي.

2.2.7 محتوى المادّة والطّاقة: مُوَتِّرُ الإجهاد–الطّاقة $(\theta_{\mu\nu})$

يُعَدُّ مُوَتِّرُ الإجهاد–الطّاقة $\theta_{\mu\nu}$ (أو $T_{\mu\nu}$ في الترميز الشائع) المصدرَ الفيزيائيَّ للانحناءِ في معادلاتِ أينشتاين؛ فهو يُجسِّدُ كيف تتوزّعُ الطّاقةُ والزَّخمُ والضَّغطُ داخلَ الزَّمكان. وفي أحدِ أعمّ أشكالِه يُكتَب بالصُّورة::

$$\theta^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & S^1 & S^2 & S^3 \\ S^1 & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ S^2 & p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ S^3 & p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix} \tag{42}$$

حيث تُمثِّل $\rho = \theta^{00}$ هي كثافة الطاقة الكلية (بما في ذلك الكتلة وفقًا لـ $E = mc^2$). وتُمثِّل $\theta^{0i} = \theta^{i0} = S^i$ تدفُّقَ الزَّخمِ والطّاقة، أي مقدارَ الطّاقة أو الزَّخْمِ الذي يَعبرُ وحدةَ المساحة في اتّجاهٍ معيّن؛ وتُفسَّر كمتَّجه بويِنتِغ في السِّياق الكهرومغناطيسي، أمّا $\theta^{ij} = \theta_{ij}$ فتُعبِّر عن مُركَّباتِ الضَّغطِ والإجهادِ الداخلي في المادّة. وبذلك يُحدِّدُ مُوَتِّرُ الإجهاد–الطّاقة محتوى الزَّمكان، فيما تُظهِرُ هندستُه كيف يستجيبُ لهذا المحتوى، مُجسِّدًا المبدأَ الأساسيَّ للنظريّة النِّسبيّة العامّة [57].

2.2.8 اشتقاقُ معادلاتِ أينشتاين للحقل

في إطارِ النسبيةِ العامّة، تُشتَقُّ معادلاتُ الحقل من مبدأِ الفعلِ الأصغري، الذي ينصّ على أنَّ التوزيعَ الفيزيائيَّ الحقيقيَّ للمادّة والزّمكان يجعلُ التغايرَ الأوّل للفعلِ الكلّي صفرًا، أي $\delta S = 0$, ويُعبَّر عن الفعل الكلّي كمجموع مساهمتَين أساسيتين: $S_{E-H} = S_G + S_M$.

حيث يمثّل S_G فعلَ الجاذبية (فعل هيلبرت–أينشتاين) الذي يصف انحناءَ الزّمكان:

$$S_G = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\, R\sqrt{-g} \tag{43}$$

بينما يمثّل S_M فعلَ المادّة الذي يحتوي لاغرانجيان المادّة $\mathcal{L}_M$:

$$S_M = \int d^4x\, \mathcal{L}_M\sqrt{-g} \tag{44}$$

بأخذ التغاير بالنسبة إلى المِتريّ $\delta g^{\mu\nu}$ نحصل على:

$$\delta S_G = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left(\frac{\delta R}{\delta g^{\mu\nu}}\sqrt{-g} + R\frac{\delta\sqrt{-g}}{\delta g^{\mu\nu}}\right) \tag{45}$$

- من حساب الحدّ الأوّل نحصل على:

$$\frac{\delta\left(g^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}\right)}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial g^{\mu\nu}}R_{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta}\frac{\delta R_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} \tag{46}$$

وباستخدام خاصية التناظر $g^{\mu\nu} = g^{\nu\mu}$ و $R_{\mu\nu} = R_{\nu\mu}$، نجد:

$$\left(\partial g^{\alpha\beta}/\,\partial g^{\mu\nu}\right)R_{\alpha\beta} = \delta^{\alpha}_{\mu}\delta^{\beta}_{\nu}R_{\alpha\beta} = R_{\mu\nu} \tag{47}$$

أمّا الحدّ $g^{\alpha\beta}\frac{\delta R_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}}$ فيتضمّن مشتقّاتٍ من الدرجة الثانية للمتري، والتي يمكن تحويلها إلى حدودٍ سطحية (boundary terms) باستخدام التكامل بالتجزئة. وفي فضاءات منبسطة عند اللانهاية، تُهمَل هذه الحدود، ويُعرَف هذا الاستنتاج باسم مبرهنة بالاتيني (Palatini's identity) [60]. وبالتالي نحصل على: $R_{\mu\nu} = \delta R/\delta g^{\mu\nu}$.

- تغايرُ مُحدَّدِ المِتريّ $\frac{\delta\sqrt{-g}}{\delta g^{\mu\nu}}$

باتّباع القاعدةِ العامّة لاشتقاق مُحدَّدِ مصفوفة: $\delta(\det A) = \det(A)\mathrm{Tr}(A^{-1}\delta A)$، وبما أنّ $g = det(g_{\alpha\beta})$ فإنّه يمكن أن نجد: $\delta g = g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu}$، وباستخدام التغاير بالنسبة إلى المتريّ، نحصل على العلاقة: $\delta g_{\mu\alpha} = -g_{\mu\beta}g_{\alpha\gamma}\delta g^{\beta\gamma}$، وبالتعويض نجد أن: $\delta g = -g g^{\mu\nu} g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta}\delta g^{\alpha\beta}$ وبالتالي:

$$\frac{\delta\sqrt{-g}}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{1}{2\sqrt{-g}}\left(-\frac{\delta g}{\delta g^{\mu\nu}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{-g}}(-(-g g_{\mu\nu})) = \frac{1}{2}\sqrt{-g}\,g_{\mu\nu} \qquad (48)$$

بالتعويض في التعبير السابق لـ δS_G، نحصل على:

$$\delta S_G = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu}\right)\sqrt{-g}\;\delta g^{\mu\nu} \qquad (49)$$

بعد الحصول على الصيغة النهائية لـδS_G، ننتقل إلى تغاير فعل المادّة S_M بالنسبة إلى المِتريّ $\delta g^{\mu\nu}$، فنجد:

$$\delta S_M = \int d^4x\left(\frac{\delta\mathcal{L}_M}{\delta g^{\mu\nu}}\sqrt{-g} + \frac{1}{2}\mathcal{L}_M g_{\mu\nu}\sqrt{-g}\right) \qquad (50)$$

نُعرف $\theta_{\mu\nu}$ من خلال العلاقة: $\theta_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\mathcal{L}_M\sqrt{-g})}{\delta g^{\mu\nu}}$ وبالتالي يصبح تغاير فعل المادة بدلالة $\theta_{\mu\nu}$:

$$\delta S_M = \int d^4x\left(-\frac{1}{2}\theta_{\mu\nu}\right)\sqrt{-g}\;\delta g^{\mu\nu} \qquad (51)$$

نجمع δS_G و δS_M، فنحصل على:

$$\left(\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu}\right) - \frac{1}{2}\int d^4x\, T_{\mu\nu}\right)\sqrt{-g}\;\delta g^{\mu\nu} = 0 \qquad (52)$$

وبما أن ذلك ينطبق على أي تغاير في المِتريّ، يلزم أن يساوي المعامل صفراً، فنحصل على معادلات الحقل:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\theta_{\mu\nu} \qquad (53)$$

2.2.9 معادلاتُ الحركة: معادلاتُ فريدمان

تُعَدُّ معادلاتُ فريدمان الرَّكيزةَ الأساسيّةَ لعلمِ الكونِ الحديث، إذ تصفُ بدقّةٍ تطوّرَ وتمدّدَ الفضاء في إطارِ النسبيّةِ العامّة، وَفق افتراضِ أنَّ الكونَ مُتجانِسٌ ومُتناحٍ على المقاييسِ الكُبرى. وقد استُمِدَّت هذه المعادلاتُ مباشرةً من معادلاتِ أينشتاين للحقل بعد تبسيطاتٍ مدروسةٍ تعكسُ الطبيعةَ الإحصائيّةَ الواسعةَ للكون.

تعتمد صياغةُ هذه المعادلات على ثلاثِ فرضيّاتٍ أساسيّة:

- التجانس (Homogeneity): يُفترَض أنَّ الكونَ مُتجانِسٌ على المقاييسِ الكونيّةِ الكُبرى، أي إنّ خصائصه الفيزيائيّة — مثل الكثافةِ والطاقةِ والضغط — لا تعتمد على الموضع. فلو أخذنا حجمًا كونيًّا ضخمًا بما يكفي، لوجدنا أنَّ متوسّط خواصه يكاد يكون متماثلًا في كلّ مكان، وهو ما تُؤكّدُه أرصادُ الخلفيّة الكونيّة الميكرويّة وتوزيعُ المجرّات.
- تناحي الخواص (Isotropy): يُفترَض كذلك أنَّ الكونَ مُتناحٍ، أي يبدو متماثلًا في جميعِ الاتّجاهات. فالمراقبُ في أيّ موضعٍ من الفضاء سيرى التوزيعَ العامَّ نفسَه للمجرّات والإشعاع الكوني، بغضّ النظرِ عن اتّجاهِ نظره. ويعكسُ هذا التناحي انسجامَ البنيةِ الكونيّةِ على نطاقٍ واسع، كما تدعمه القياساتُ الدقيقةُ لخلفيّةِ الإشعاعِ الكونيّ.
- المائعُ المثاليّ (Perfect Fluid): يُمثَّل محتوى الكون من مادّةٍ وطاقة — في نماذج فريدمان — على أنّه مائعٌ مثاليّ يتحدّد فقط بكثافةِ الطاقة ρ وضغطها p. ويُهمَل في هذا التمثيل تأثيرُ اللزوجةِ والتوصيلِ الحراريّ وإجهاداتُ القصّ، لأنها تصبح ضعيفةَ الأثر عند دراسةِ الكون بوصفه كلًّا واحدًا. ويتيحُ هذا التبسيط صياغةَ ديناميكا التمدّد الكونيّ في صورةٍ أنيقةٍ ومترابطة، تُربَط فيها هندسةُ الزمكان بمحتواهُ المادّيّ مباشرةً [57].

يُعَدُّ المُوَتِّرُ المتريّ (Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker, FLRW) حجرَ الزاوية في اشتقاقِ معادلاتِ فريدمان، إذ يُوفّر وصفًا هندسيًّا دقيقًا لكونٍ مُتجانِسٍ ومُتناحِ الخواصّ مكانيًّا، قادرٍ على التمدّد أو الانكماش مع تطوّر الزمنِ الكونيّ.

يُبنى مِتريّ FLRW على مُكوِّنٍ هندسيٍّ مكانيّ يُعرَف بالمِتريّ γ_{ij}، الذي يصف بُنيةَ الفضاء ثلاثيَّ الأبعاد عند لحظةٍ زمانيّةٍ ثابتة، ويُعطى بالعلاقة: $\gamma_{ij}dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)$، حيث يُحدِّد ثابتُ الانحناء المكانيّ k الشكلَ الهندسيَّ الكُلّي للمقاطع المكانية للكون كما يلي: $k = +1$: انحناء موجب (كون مغلق، كروي) و$k = 0$: كون مسطح (إقليدي) و$k = -1$: انحناء سالب (كون مفتوح، زائدي). وبناءً على ذلك، يُكتب المتريّ الكامل في إحداثيات (t, r, θ, ϕ) على النحو التالي: $ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)\,\gamma_{ij}\,dx^i dx^j$ وعند التعبير عنه في صورة مصفوفة، يكون المُوتِّر g_{uv} على الشكل:

$$g_{uv} = \begin{pmatrix} -c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2(\sin\theta)^2 \end{pmatrix} \qquad (54)$$

تكون جميع المكونات الواقعة خارج القطر الرئيسي في الموتر المتريّ صفرًا. عند حساب رموز كريستوفل باستخدام العلاقة (36)، يُلاحَظ أنّ معظم المكوّنات تنعدم بسبب البُنية القُطريّة لمتريّ FLRW، وتبقى فقط الرموز غير الصفرية الآتية: ${\Gamma^0}_{ij} = \frac{a\dot{a}}{c^2}\,\gamma_{ij}$ و${\Gamma^i}_{0j} = {\Gamma^i}_{j0} = \frac{\dot{a}}{a}\,{\delta^i}_j$ و$\Gamma^i_{jk} = {}^{(3)}\Gamma^i_{jk}(\gamma)$. حيث تُمثّل ${}^{(3)}\Gamma^i_{jk}(\gamma)$ رموز كريستوفل الخاصّة بالمِتريّ المكاني γ_{ij}. وباستخدام رموز كريستوفل يمكن حساب مُوتِّر ريتشي $R_{\mu\nu}$ من العلاقة (37). وبما أنّ المتريّ قطريّ بالكامل، فإنّ مُوتِّر ريتشي سيكون أيضًا قطريًّا، أي إنّ جميع المكوّنات غير القُطريّة ($\mu \neq \nu$) تساوي صفرًا. ولحساب المكوّن الزمني R_{00}، نبدأ من العلاقة:

$$R_{00} = \partial_\alpha \Gamma^\alpha_{00} - \partial_0 \Gamma^\alpha_{\alpha 0} + \Gamma^\alpha_{\alpha\lambda}\Gamma^\lambda_{00} - \Gamma^\alpha_{0\lambda}\Gamma^\lambda_{\alpha 0} \qquad (55)$$

وبما أنّ: $\partial_0 \Gamma^\alpha_{\alpha 0} = 3\left(\frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\right)$ و$\Gamma^\alpha_{0\lambda}\Gamma^\lambda_{\alpha 0} = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$، فإنّ التعويض في المعادلة السابقة يعطينا:

$$R_{00} = -3\left(\frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\right) - 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -3\frac{\ddot{a}}{a} \qquad (56)$$

أمّا بالنسبة للمكوّنات المكانية R_{ii} (حيث $i = 1,2,3$)، فباتّباع منهجيّة الحساب نفسها، نحصل على:

$$R_{ii} = g_{ii}\frac{1}{c^2a^2}(a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2kc^2) \quad (57)$$

ومن ذلك يمكن استخراج الكمّيّة السِّلميّة لريتشي:

$$R = \frac{6}{c^2}\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2}\right) \quad (58)$$

في كونٍ متجانسٍ ومتناحي الخواص مملوءٍ بمائعٍ مثاليّ، يأخذ مُوتِّرُ الإجهاد–الطاقة شكلاً قُطريًا بسيطًا:

$$\theta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (59)$$

وبالتالي: $\theta_{00} = \rho c^2$ و $\theta_{ii} = pg_{ii}$ (ملاحظة: في بعض الاصطلاحات يُؤخَذ $\theta_{ii} = p$ مباشرة، لكنّنا نضرب هنا في مركّبة المِتريّة لضمان الاتّساق مع معادلات أينشتاين). انطلاقًا من معادلات الحقل، يمكن اشتقاق معادلات فريدمان من تعويض المركبة (00) والمركبات (ii). و بتعويض المركبة (00) في معادلة أينشتاين، نحصل على:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad (60)$$

تمثّل هذه المعادلة العلاقة بين معدّل التمدّد الكوني $H = \frac{\dot{a}}{a}$ من جهة، وبين الكثافة الطاقية الإجمالية ρ والانحناء المكاني k من جهةٍ أخرى، وهي تُعدّ الأساس في توصيف تطوّر الكون مع الزمن.

وباستخدام المركّبات المكانية (ii) ومع الاستفادة من المعادلة السابقة، نحصل على المعادلة الثانية لفريدمان:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho c^2 + 3p) \quad (61)$$

وتصف هذه المعادلة تسارع (أو تباطؤ) تمدّد الكون تحت تأثير الكثافة الطاقيّة والضغط.

وأخيرًا، من شرط حفظ مُوتِّر الطاقة–الاندفاع: $\nabla_\mu \theta^{\mu\nu} = 0$ ي حالة مائعٍ مثالي داخل كون من نوع FLRW، نستنتج معادلة الاستمرارية:

$$\dot{\rho}c^2 + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho c^2 + p) = 0 \qquad (62)$$

التي تصف تغيّر الكثافة الطاقية مع تمدّد الكون، وكذلك تأثير الضغط في هذا التغيّر [60].

2.2.10 تَعميماتُ الانحناءِ: من النَّسبيَّةِ العامَّةِ إِلَى نظريَّةِ $f(R)$

منذُ صياغةِ ألبرت أينشتاين لِلنَّسبيّةِ العامّة، أصبحت هذه النَّظرية الإطارَ الأَساسيَّ لفهمِ الجاذبيّة. وقد أثبتت نجاحًا كبيرًا في تفسير العديد من الظواهر الفلكيّة والفيزيائيّة، مثل انحناءِ الضوءِ حول الأجرامِ الثقيلة ووجودِ الثقوبِ السوداءِ، إضافةً إلى توافقها مع الاختبارات الدقيقة داخل المجموعة الشمسيّة. ومع تَقَدُّم عملياتِ الرَّصد الكوني خلال القرن العشرين، برزت تحدّيات جديدة لم تستطع النسبية العامة وحدها تفسيرها تفسيرًا كاملاً، ومن أبرزها:

- المشكلاتُ الكونيّةُ: مثل اكتشاف التوسّع المتسارع للكون (عام 1998) عبر رصد المستعرات العظمى من النوع Ia، وهو ما استلزم إدخال مفهوم الطاقة المظلمة.
- المشكلاتُ النظريّةُ: إذ تعتمد النسبية العامة على صياغة محدّدة للفعل: $S = \int d^4x\sqrt{-g}\,R$، وهي صياغة تفتقر إلى المرونة الكافية لتفسير ديناميكيات كونيّة متسارعة دون إدخال ثابت كوني Λ.

ولمواجهة هذه التحدّيات، برزت الحاجة إلى تعميمٍ أكثر شموليّة للنظرية، وذلك بتحويل الفعل ليكون دالّة عامّة في R بدلاً من كونه خطّيًا:

$$S_{f(R)} = \int d^4x\sqrt{-g}\,f(R) \qquad (63)$$

إنّ هذا التعميم — على بساطته الشكلية — يُنتج معادلات حقلٍ أكثر ثراءً، قادرة على توليد سلوكيّات كونيّة إضافيّة، مثل التسارع الكوني، دون الحاجة إلى إدخال مكوّنات غامضة كـ الطاقة المظلمة التقليدية [61–64].

2.3 مِنَ الانحِناءِ إِلى الإِلتِواءِ: نهجٌ بديلٌ للجاذبيَّةِ

في إطار السعي لفهمٍ أعمقَ لطبيعةِ الجاذبيّة، لم يقتصر الجهدُ على تطوير النَّسبيةِ العامّة، بل اتّجه أيضًا إلى إعادة النظر في بُنيتها الهندسيّة. وقد ظهر خطٌّ نظريٌّ بديل يقوم على التمييز بين الهندسة الريمانية–الكارتانية التي تقومُ عليها النَّسبيةُ العامّةُ، وبينَ الهَندسةِ الالتوائيّةِ التي تُشكّلُ الأَساسَ لما يُعرَفُ بـ «الصياغةِ المُكافِئةِ للنَّسبيةِ العامّةِ في إطارِ الالتواءِ» (Teleparallel Equivalent of General Relativity – TEGR). بينما تُفسّرُ النَّسبيةُ العامّةُ الجاذبيّةَ عبرَ انحناءِ الزَّمكانِ النّاتجِ عن المادّةِ والطّاقةِ باستخدامِ اتّصالِ لِيفي–شيفيتا الخالِي من الالتواءِ، تَقترحُ نَظريّةُ TEGR وَصفًا مُكافئًا يعتمدُ على الالتواءِ (Torsion) بدلًا من الانحناءِ (Curvature)، مع الحفاظِ على نَفسِ التَّنبّؤاتِ الفيزيائيّةِ، ولكِن بلُغةٍ هندسيّةٍ مُختلفةٍ جوهريًّا.

تَرجِعُ البداياتُ التاريخيّةُ لهذا التَّوجّهِ إلى عامِ 1928، حينَ حاوَلَ ألبِرت أينشتاين بِنَاءَ «نَظريّةٍ موحَّدةٍ للجاذبيّةِ والكهرومغناطيسيّةِ». في تلكَ المُحاولةِ، قدّمَ أينشتاين تصوُّرًا قائمًا على حُقولِ الرُّباعيّاتِ (Tetrads) بدلًا من المُوتِّر المِتريّ التَّقليديّ، وعرَّفَ من خلالها اتّصالًا جَديدًا يكونُ فيه انحناءُ الزَّمكانِ معدومًا بينما يظهرُ الالتواءُ بشكلٍ غيرِ صِفريّ، وهو ما أصبح يعرفُ لاحقًا باسمِ اتّصالِ فايتزنبوك (Weitzenböck Connection). ورَغمَ أنَّ مَشروعَهُ لم يحقِّق هدفَ التَّوحيدِ المَنشودِ، فقد مهَّدَ الطَّريقَ أمامَ مُقاربةٍ هندسيّةٍ جديدةٍ ترى في الالتواءِ البِنيةَ الأَساسيّةَ التي يمكنُ أن تحملَ تفسيرًا مُكافِئًا للجاذبيّةِ [66].

وفي العقودِ التاليةِ، تطوَّرت هذه الفكرةُ على أَيدي عددٍ منَ الباحثينَ، أبرزُهم فايتزنبوك (Weitzenböck)، ومولّر (Møller)، وهيل (Hehl)، الذين سَعَوا إلى صياغةٍ أَكثرَ اتِّساقًا من النّاحيةِ الديناميكيّةِ. وقد بلغت هذه الجهودُ ذُروتها في سبعيناتِ القرنِ الماضي معَ أَعمالِ هاياشي (Hayashi) وشيروفوجي (Shirafuji)، اللّذين بَرَهَنا أنَّ الجاذبيّةَ يمكنُ تَمثيلُها هَندسيًّا من خلالِ الالتواءِ وَحده، دونَ الحاجةِ إلى انحناءِ الزَّمكانِ، وأنَّ هذهِ الصّياغةَ (TEGR) تقدّمُ النَّتائجَ الرّصديّةَ والفيزيائيّةَ نَفسَها للنَّسبيةِ العامّةِ، ولكِن مِن منظورٍ هَندسيٍّ جديدٍ أَكثرَ مَرونةً في التّعميمِ [65].

2.3.1 TEGR: البُنيَة الرّياضِيّة — الرُبَاعِيّات، الاتّصال، والالتواء

يَعْتَمِدُ الأَسَاس الرّياضِيّ لِنَظَرِيّة TEGR على الرُبَاعِيّات $e^A{}_\mu(x)$، أو ما يُعرَف بالـ tetrads (أو vierbeins)، وهي أَدَوَات رّياضِيّة تُمثّل جِسْرًا بين الزّمكان المُنحَنِي وفَضاء المَماس المَحلّي المُسَطّح. فَمِن خِلال هذه الحُقُول يُمْكِن التّعبير عن المِتْرِيّ الزّمَكاني $g_{\mu\nu}(x)$ بدَلالة مِتْرِيّ مينكوفسكي المَحلّي η_{AB} كما يلي:

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{AB}\, e^A{}_\mu(x)\, e^B{}_\nu(x) \tag{64}$$

حَيث تُشير المُؤَشِّرَات اليونانية $\mu, \nu, \ldots$ إلى الإحداثيّات في الفضاء، في حين تُرْمِز الحُروف اللاتينيّة الكبيرة $A, B, \ldots$ إلى الإطارات المَحلّيّة في فَضاء المَماس. أَمّا الرُبَاعيّ العَكْسِي فيُعرَّف وفق العلاقة: $e^A_\mu e^\mu_B = \delta^A_B$. ويُعطى المُحَدَّد e، الذي يُمثّل عُنصُر الحَجْم الرُبَاعي، بالعلاقة: $e \equiv \det(e^A{}_\mu) = \sqrt{-g}$.

في النّسبِيّة العامّة، تَعْتَمِد البُنيَة الهَندَسِيّة للجاذبية على اتّصال ليفي–تشيفيتا $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ وهو اتّصال مُتَنَاظِر في مُؤشّريه السّفليّين وخالٍ من الالتواء $(T^\alpha{}_{\mu\nu} = 0)$، ويُحَدَّد هذا الاتّصال بشرط التّماسّ المِتْرِي: $(\nabla_\rho g_{\mu\nu} = 0)$، ما يجعل انحناء الزّمكان هو المَظهَر الأساسي للجاذبية. أَمّا في نَظَرِيّة TEGR فيُستَخدَم اتّصال فايتزنبوك $\tilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu}$ المعَرَّف بدَلالة الرُبَاعِيّات كما يلي: $\tilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu} = e_A{}^\lambda\, \partial_\nu e^A{}_\mu$، يَتَمَيَّز هذا الاتّصال بِكونه منعَدِم الانحناء $(R^\alpha{}_{\beta\mu\nu} = 0)$ لَكِنّه يَمتَلِك التواءً غير صَفرِيّ $(T^\alpha{}_{\mu\nu} \neq 0)$، وبذلك يَكون الزّمكان في TEGR مُسطّحًا هندسيًّا من حيث الانحناء، لكنّه "مُلتَوٍ" داخليًّا، أي أن حركة الجسَيمات لَيست نتيجة انحناء المَسار الجيوديسي، بَل نتيجة "قوى" ناتجة عن الالتواء في البُنيَة الرُبَاعِيّة [66].

يُقاس الفَرق بَيْن اتّصال فايتزنبوك واتّصال ليفي–تشيفيتا بواسطة مُوتِّر الالتواء المُرافِق (Contorsion Tensor) $K^\lambda{}_{\mu\nu}$، الذي يربط بين الاتّصالَين عبر العلاقة: $\tilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} + K^\lambda{}_{\mu\nu}$. ويُعرَّف مُوتِّر الالتواء (Torsion Tensor) على النحو التّالي:

$$T^\lambda{}_{\mu\nu} = \tilde{\Gamma}^\lambda{}_{\nu\mu} - \tilde{\Gamma}^\lambda{}_{\mu\nu} = e_A{}^\lambda\left(\partial_\mu e^A{}_\nu - \partial_\nu e^A{}_\mu\right) \tag{65}$$

وهو الكيانُ الذي يَصِفُ مَدَى "الالتواءِ" في الزّمكانِ تحت تأثيرِ الحقولِ الرُبَاعِيّةِ. ومن هذا الالتواءِ يُبنى ما يُعرفُ بـ الموتّرِ الفائقِ (Superpotential) المعرّف كما يلي: $S_\rho{}^{\mu\nu} \equiv 1/2\left(K^{\mu\nu}{}_\rho + \delta^\mu_\rho\, T^{\alpha\nu}{}_\alpha - \delta^\nu_\rho\, T^{\alpha\mu}{}_\alpha\right)$، ويُستخدم هذا المُوتّرِ في بناءِ المقياسِ السلميّ للالتواءِ (Torsion Scalar) كما يلي:

$$T \;=\; S_\rho{}^{\mu\nu}\, T^\rho{}_{\mu\nu} \tag{66}$$

هذا المقدارُ يلعبُ الدورَ المناظرَ للمقياسِ السلميّ للانحناءِ R في النسبيةِ العامةِ. وبناءً عليهِ، يمكنُ كتابةُ الفعلِ في نظريةِ TEGR على النحو:

$$S_{\mathrm{TEGR}} = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\; e\; T \tag{67}$$

ترتبطُ الكمياتُ T وR بالعلاقةِ التاليةِ: $T = -R + B$، التي توضحُ الارتباطَ العميقَ بين النسبيةِ العامةِ ونظريةِ TEGR. فهي تُبيّنُ أن الفعلَ في نظريةِ TEGR يعادلُ تمامًا فعلَ آينشتاين–هيلبرت من حيث النتائجِ الفيزيائيةِ، والاختلافُ الوحيدُ بينهما هو في الحدِّ $B = 2\,\partial_\mu(e\,T^\mu)/e$، الذي يُمثّلُ مشتقةً تامّةً لا تُسهمُ في معادلاتِ الحركةِ لأنها لا تغيّرُ الفعلَ عند الاشتقاقِ. ولهذا السببِ، تُعدّ كلّ من GR وTEGR نظريتينِ متكافئتينِ ديناميكيًا، ولكن من منظورٍ هندسيٍّ مختلفٍ تمامًا. تتميّزُ صياغةُ TEGR بكونها تعتمدُ على الرباعياتِ بدلًا من المتريةِ وحدها، مما يجعلها أكثرَ مرونةً في التعاملِ مع الإطاراتِ المحليةِ ومناسبةً للتعميمِ إلى نظرياتٍ أكثرَ تعقيدًا مثل $f(T)$ أو $f(T,B)$ التي تسعى إلى تفسيرِ ظواهرَ كونيةٍ — مثلَ تسارعِ تمدّدِ الكونِ — دون الحاجةِ إلى إضافة مركبات طاقةٍ مظلمةٍ صريحةٍ. في هذه النظرياتِ، يُصبحُ المقدارُ T (أو المزيج T و B) المتغير الأساسي في الفعل، أي أن التعديل لا يطال الانحناء كما في $f(R)$، بل الالتواء ذاته. ميزةٌ إضافيةٌ مهمةٌ في TEGR هي أن المشتقاتِ في الفعلِ لا تتعدّى الرتبةَ الأولى، بخلاف $f(R)$ التي تتضمنُ مشتقاتٍ من الرتبةِ الثانيةِ للمتريةِ، مما يجعل TEGR والنظرياتِ المبنيّةِ عليها ذاتَ معادلاتِ حركةٍ من الدرجةِ الثانيةِ فقط. هذا الأمرُ يُعدّ ميزةً تقنيةً كبيرةً من حيث البساطةِ والاستقرارِ الرياضيّ، ويُسهلُ تحليلَ الحلولِ الكونيةِ فيها [67].

2.3.2 التوازي عن بُعدٍ وتعميمُهُ: من TEGR إلى نظريةِ $f(T)$

يهدفُ هذا التعميمُ إلى استكشافِ إمكاناتٍ جديدةٍ لتفسيرِ الظواهرِ الكونيةِ، ولا سيما تسارعِ التمدّدِ الكونيّ، من دون الحاجةِ إلى ثابتٍ كونيٍّ صريحٍ. حيثُ تمتازُ معادلاتُ الحقلِ في هذه النظريةِ بأنها من الرتبةِ الثانيةِ، ما يمنحها بساطةً رياضيةً نسبيةً مقارنةً بنظريةِ $f(R)$، وهو ما جعلها من الاتجاهاتِ البارزةِ في دراساتِ الجاذبيةِ المعدّلةِ [68]. وانطلاقًا من هذا الدافع، يمكن كتابة الفعل بالشكل التالي:

$$S_{f(T)} = \frac{1}{16\pi G}\int d^4xe\,[T + f(T)] \;+\; S_{\mathrm{m}} \tag{68}$$

وباستخدام التغيّر بالنسبة للرباعيات $\delta e^{A}{}_{\mu}$ وتطبيق التكامل بالتجزئة، يمكن استنتاج معادلة الحقل بالشكل التالي:

$$(1 + f_T)\left[e^{-1}\,\partial_\mu\left(e\,e_A^\rho S_\rho^{\nu\mu}\right) - e_A^\lambda T_{\mu\lambda}^\rho S_\rho^{\mu\nu}\right] + e_A^\rho S_\rho^{\nu\mu}\,\partial_\mu T\,f_{TT} + \frac{1}{4}e_A^\nu[T + f] = 4\pi G\,e_A^\rho \Theta_\rho^\nu \tag{69}$$

حيث $\Theta_\rho{}^\nu$ هو مُوتِّر الطاقة–الاندفاع، و $f_T = df/dT$ و $f_{TT} = d^2f/dT^2$. تُبيّنُ هذه الصياغةُ أن معادلاتِ الحركةِ في $f(T)$ من الرتبةِ الثانيةِ، بخلافِ نظريةِ $f(R)$ التي تُنتجُ معادلاتٍ من الرتبةِ الرابعةِ.

ولدراسةِ الانعكاساتِ الكونيةِ للنظريةِ، يُفترضُ كونٌ متجانسٌ ومتناظرٌ كرويًا يوصفُ بمِتريّ FLRW بالشكلِ: $ds^2 = dt^2 - a^2(t)\,\delta_{ij}\,dx^i dx^j$ مع اختيار $e_\mu^A = \mathrm{diag}(1, a, a, a)$، والذي يؤدي إلى علاقةٍ بسيطةٍ بين الالتواءِ ومعاملِ هابلِ: $T = -6H^2$. بتطبيقِ معادلاتِ الحقلِ على هذا المقياسِ، تُستنتجُ معادلاتُ فريدمان المعدَّلةُ بالشكلِ التالي:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m - \frac{f}{6} + 2H^2 f_T \tag{70}$$

$$\dot{H} = -\frac{4\pi G\,(\rho_m + p_m)}{1 + f_T - 12H^2 f_{TT}} \tag{71}$$

ولجعلِ هذه المعادلاتِ أقربَ إلى الصيغةِ المعياريةِ المألوفةِ، يمكنُ تعريفُ قطاعٍ طاقةٍ مظلمةٍ فعّالةٍ بحيث تأخذُ المعادلةُ الأولى الشكلَ: $H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_{DE})$ ، وبالمثلِ، يمكنُ قراءةُ الضغطِ الفعّالِ للطاقةِ المظلمةِ من معادلةِ التسارعِ عبرَ مقارنتِها بالصيغةِ المعياريةِ: $\dot{H} = -4\pi G\,(\rho_{tot} + p_{tot})$ ، لنحصل على تعريف كل من ρ_{DE} و p_{DE} وفقاً للمعادلتين:

$$\rho_{DE} = \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{Tf_T}{3} - \frac{f}{6}\right) \tag{72}$$

$$p_{DE} = \frac{1}{16\pi G}\frac{f - Tf_T + 2T^2 f_{TT}}{1 + f_T + 2Tf_{TT}} \tag{73}$$

وهكذا يمكن كتابة معامل معادلة الحالة للطاقة المظلمة الفعّالة على النحو:

$$\omega_{DE} \equiv \frac{p_{DE}}{\rho_{DE}} = -\frac{f - Tf_T + 2T^2 f_{TT}}{(1 + f_T + 2Tf_{TT})(f - 2Tf_T)} \tag{74}$$

يُعَدُّ مُعامِلُ الحَالَةِ ω_{DE} أحدَ أبرزِ المعاييرِ الفيزيائيّة التي تُستَخدَم لِوَصفِ طبيعةِ مُكوّنِ الطاقةِ المُظلِمَة وسُلوكِهِ الدِّيناميكي أثناءَ تَطوُّرِ الكون. فَهُوَ يُحدِّدُ العَلاقةَ بين الضَّغطِ و الكَثافةِ الطاقيّةِ لِلمُكوّن الذي يَهيمنُ على التمدّدِ الكوني في العُصورِ المُتأخِّرة، ويُعتَبَر مُؤشِّرًا جوهريًّا على طبيعةِ هذا التمدّد وما إذا كان ناجمًا عن ثابتٍ كَوْنِيٍّ أو عن ظواهرَ دِيناميكيّةٍ مُرتَبِطةٍ بهندسةِ الزمكانِ نَفسِها.

فَعِندَما يَكون $\omega_{DE} = -1$، يَتطابقُ النموذجُ تمامًا مع نموذج ΛCDM القياسي، حيث تُعامَلُ الطاقةُ المُظلِمَة كـ ثابتٍ كونيّ لا يَتغيّرُ مع الزمن، مُؤدّيًا إلى تَمدُّدٍ أُسّيٍّ للكون (de Sitter expansion). في هذه الحالةِ يَظلُّ مُعامِلُ هابِل ثابتًا في المستقبل البعيد، مما يَعني أنّ كَثافةَ الطاقةِ المُظلِمَة تَبقى ثابتةً رغمَ تَوسُّعِ الكون، وتَستمرّ في التغلُّبِ على الجاذبيّةِ المادّيّة حتّى يَبلغَ الكونُ حالةً من "التجمُّدِ الكوني".

أما في الحالة التي يتحقق فيها $(\omega_{DE} > -1)$، فإنَّ الضَّغطَ يكون أقلَّ سَلبيّةً، وتَتصرّفُ الطاقةُ المُظلِمَة بشكلٍ يُشابِهُ نماذجَ (Quintessence)، حيث يُفترَض وجودُ مُكوّنٍ دِيناميكي – غالبًا حقلٌ سُلَّميّ – تَتَناقَصُ طاقَتُهُ الكامنة ببطءٍ مع الزمن. ونتيجةً لذلك، تَتراجَعُ كَثافةُ الطاقةِ المُظلِمَة تدريجيًّا مع التمدّد، فيَحدُثُ تسارُعٌ كونيّ ولكن بوتيرةٍ أبطأ من تلك النّاتجةِ عن الثابتِ الكوني. وقد يُشير هذا السلوكُ إلى احتمالِ أن يكونَ التمدّدُ الحاليُّ مرحلةً انتقالية قد تؤولُ إلى تَباطُؤٍ أو استقرارٍ في المستقبل.

أمّا إذا كانَ $(\omega_{DE} < -1)$، فإننا ندخل فَإنَّنا نَدخُل ما يُعرف بـ طورَ الشَّبَح (Phantom phase)، وهو سلوكٌ أكثرُ تطرُّفًا مِن نموذجِ الثابت الكوني. ففي هذا النّمط، يكونُ الضّغطُ أشدَّ سَلبيّةً من الكثافةِ الطاقيّة نَفسِها، مما يُؤدّي إلى تسارُعٍ كونيٍّ أعنَف، حيث تزدادُ كَثافةُ الطاقةِ المُظلِمَة مَعَ التمدّد بدلًا من أن تَتَناقَص. ويَقودُ استمرارُ هذا السيناريو إلى ما يُعرَف بـ التمزُّقِ العظيم (Big Rip)، حيثُ يَتزايدُ مُعَدَّلُ التمدّد إلى حَدٍّ يُفكِّكُ البُنى الكونيّةَ تدريجيًّا: مِن المجرّات، إلى النجوم، ثُمَّ الذرّات نَفسِها.

يُعَدُّ تَحديدُ القيمةِ الفعليّةِ لـw_{DE} هدفًا رئيسيًّا في علمِ الكونِيّاتِ الرَّصديّ الحديث، إذ تَعتمِدُ عليه النماذجُ المُقترَحةُ لِتفسيرِ تسارُعِ التمدّدِ الكوني. وقد أظهرتِ البياناتُ الرصدية، سواء تلك المُستَمَدّة من المُستعراتِ العُظمى أو إشعاعِ الخلفيّةِ الميكرويّة الكونية أو قياساتِ تذبذباتِ الباريوناتِ الصوتيّة، أنَّ القيمةَ المُشاهَدةَ لـ w_{DE} قريبةٌ جدًّا من -1، مع هامِشٍ صغيرٍ من عَدَمِ اليقين، مما يجعل نموذج ΛCDM مُتَّسقًا مع مُعظمِ البياناتِ الرصدية إلى يومِنا هذا. ومع ذلك، فإنَّ أيَّ انحرافٍ طفيفٍ مُستقبَلًا عن هذه القيمة قد يُعتبَر إشارةً قويّةً على وجودِ ديناميكيّاتٍ أعمق في البنيةِ الهندسيّة للزمكان، كما تَتنبّأ بذلك نَظريّاتُ الجاذبيّةِ المُعدَّلة مثل $f(T)$ و $f(R)$.

ومِن الجديرِ بالذِّكر أنَّ تغيُّرَ ω_{DE} مع الزمن (أو مع الانزياحِ نحو الأحمر z z) قد يُجسِّد انتقالَ الكونِ بين أطوارٍ مختلفةٍ من التمدّد — من طورٍ تَهيمنُ فيه المادّة $(\omega = 0)$، إلى طورِ تسارُعٍ كونيّ $(\omega < -1/3)$، وصولًا إلى القيمةِ الحاليّةِ القريبةِ من -1. ومن ثَمَّ، فإنَّ دراسةَ سلوكِ $\omega_{DE}(z)$ تُعَدُّ وسيلةً جوهريّةً لِتمييزِ النماذجِ النظريّة وتحديدِ مدى اتّساقِها مع الملاحظاتِ الرصدية [69].

2.4 من الالتواء إلى جاذبيةٍ مُوحَّدةٍ $f(T،B)$

برزتِ الحاجةُ إلى صياغةٍ أعمَّ تُوحِّد بين الوصفِ الالتوائيّ والوصفِ الانحنائيّ للجاذبيّة. ويستندُ هذا التعميم، في إطار TEGR، إلى العلاقة: $R = -T + B$. تكشِفُ هذه العلاقةُ أنَّ الاختلافَ بين الصياغتَين ليس جذريًّا بقدْرِ ما هو إعادةُ توزيعٍ بين حدِّ الالتواء وحدٍّ حدوديٍّ إضافيّ [70] .

طلاقًا مِن هذا الأساس، جرى تطويرُ نظريّة $f(T,B)$ التي تُعَدُّ امتدادًا طبيعيًّا لكلٍّ من نظريّتَي $f(T)$ و $f(R)$. فإذا اقتُصِر الشكلُ على $f(T,B) = f(T)$ نحصُل على جاذبيّة $f(T)$ ، بينما يؤدّي اختيار $f(T,B) = f(-T + B)$ إلى استعادة إطار $f(R)$. وبهذا يُوفِّر هذا الامتدادُ صيغةً مُوحَّدة تربط بين النظريّتَين وتمنحُ مرونةً أكبر في دراسةِ ظواهرِ الجاذبيّة، وخصوصًا في ما يتعلّق بالتسارُعِ المتأخِّر للكون [71].

وانطلاقًا مِن المعادلة (68)، يمكن صوْغُ الامتدادِ العامِّ $f(T,B)$ من خلال الفعل:

$$S_{f(T,B)} = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\, e\, f(T,B) + \int d^4x\, e\, \mathcal{L}_m \qquad (75)$$

وعند إجراءِ التّغاير في الفعلِ السابق بالنسبة إلى e_μ^A، تَنْتُجُ معادلاتُ حقلٍ أكثرُ تعقيدًا من تلك الخاصّةِ بنظريّة $f(T)$، سواءٌ من حيث البنيةِ الرياضيّة أو الرتبة التفاضليّة؛ إذ تتضمّن مشتقّاتٍ من الرتبة الرابعة تُجسِّد الطبيعةَ المُوسَّعة لنظريّة $f(T,B)$. وتأخُذ هذه المعادلاتُ الصورة:

$$\begin{aligned} &2e\delta_\nu^\lambda f_B - 2e\nabla^\lambda\nabla_\nu f_B + eBf_B\delta_\nu^\lambda + 4e\left[\partial_\mu f_B + \partial_\mu f_T\right]S_\nu^{\mu\lambda} \\ &\quad + 4e_\nu^\alpha\,\partial_\mu\left(eS_\alpha^{\mu\lambda}\right)f_T - 4ef_T T_{\mu\nu}^\sigma S_\sigma^{\lambda\mu} - ef\delta_\nu^\lambda = 16\pi e\Theta_\nu^\lambda \end{aligned} \qquad (76)$$

حيث يُمثّل $\Theta_\nu^\lambda = e_\nu^A\Theta_A^\lambda$ مُوتِّر الإجهاد–الطاقة، في حين أن $f_B = \partial f/\partial B$ و $f_T = \partial f/\partial T$ يُمثّلان المشتقاتِ الجزئية للدالّة.

بافتراض كون متجانس ومتناظر كرويًا يُوصَف بمتري FLRW: $ds^2 = dt^2 - a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j$، نحصل على العلاقتين: $T = -6H^2$ و $B = -6\dot{H} - 18H^2$.

وفي حالِ فَضاءٍ FLRW مُسَطَّح، تُصاغُ مَعادَلاتُ فْريدمان المُعَدَّلةُ كالتَّالي:

$$\kappa^2\rho = -3H^2(3f_B + 2f_T) + 3H\dot{f}_B - 3\dot{H}f_B + \frac{1}{2}f \tag{77}$$

$$\kappa^2 p = (3H^2 + \dot{H})(3f_B + 2f_T) + 2H\dot{f}_T - \ddot{f}_B - \frac{1}{2}f \tag{78}$$

ويمكن التعبيرُ عن هذه المعادلاتِ المعدَّلة في صيغةِ طاقةٍ فعّالة، بحيث تُكتَب المعادلات بالشكلِ المألوف: $3H^2 = \kappa^2(\rho + \rho_{DE})$ و $3H^2 + 2\dot{H} = -\kappa^2(p + p_{DE})$، وعليه فإنّ:

$$\kappa^2\rho_{DE} = 3H^2(1 + 3f_B + 2f_T) - 3H\dot{f}_B + 3\dot{H}f_B - \frac{1}{2}f \tag{79}$$

$$\kappa^2 p_{DE} = -3H^2(1 + 3f_B + 2f_T) - \dot{H}(2 + 3f_B + 2f_T) - 2H\dot{f}_T + \ddot{f}_B + \frac{1}{2}f \tag{80}$$

ومن ثَمَّ يمكن تعريفُ مكوّن طاقةٍ مُظلِمةٍ فعّال يحافظُ على معادلةِ الاستمراريّة ويمتلك مُعامِلَ حالة بالصيغة:

$$\omega_{DE} = \frac{p_{DE}}{\rho_{DE}} = -1 - \frac{\ddot{f}_B + 3\dot{H}f_B - \dot{H}(2 + 3f_B + 2f_T) - 2H\dot{f}_T - 3H\dot{f}_B}{3H^2(1 + 3f_B + 2f_T) - 3H\dot{f}_B + 3\dot{H}f_B - \frac{1}{2}f} \tag{81}$$

وفي الحدّ الذي تُختزَل فيه الدالّةُ $f(T،B)$ إلى صيغةِ النسبية العامة مع ثابتٍ كونيّ، يقتربُ معاملُ الحالة من: $\omega_{TB} \to -1$، وهو ما يَتَّسقُ مع التوصيفِ الكونيّ الراهن لِلتسارُع [72,73].

2.5 اقترانُ الهندسةِ مع المادة

يمكنُ تعميمُ النظريّةِ بشكلٍ أوسع عبر إدخالِ اقترانٍ مباشر بين الالتواء وحقولِ المادّة، وهو ما يُعرَف في الأدبيّات بـ جاذبيّة $f(T)$ مع اقترانِ الالتواء–المادّة [74]. ويُعطى الفعل في هذه النظريّة بالصيغة التالية:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\, e[T + f_1(T) + (1 + \lambda f_2(T))\mathcal{L}_m] \tag{82}$$

حيث تُعَدُّ الدالتان $f_1(T)$ و $f_2(T)$ دوالّ عشوائيّة (arbitrary functions) للالتواء T، ينما يتحكَّم الثابت λ في شدّة التفاعل بين الالتواء والمادّة. وعند الحدّ $\lambda \to 0$، تختزل النظريّة إلى الصيغة المألوفة لجاذبيّة $f(T)$، في حين أن اختيار $f_1(T) = T$ و $f_2(T) = 0$ يُعيدنا مباشرةً إلى إطار نظريّة TEGR.

وبأخذ التغاير للفعل السابق بالنسبة للرباعيّات، نحصل على معادلاتِ الحقل المُعدَّلة:

$$(1 + f_1' + \lambda f_2' \mathcal{L}_m)\left[e^{-1}\,\partial_\mu\left(e e_A^\alpha S_\alpha{}^{\rho\mu}\right) - e_A^\alpha T^\mu{}_{\nu\alpha} S_\mu{}^{\nu\rho}\right] + e_A^\rho \left(\frac{f_1 + T}{4}\right)$$
$$+ (f_1'' + \lambda f_2'' \mathcal{L}_m)\,\partial_\mu T e_A^\alpha S_\alpha{}^{\rho\mu} - \frac{1}{4}\lambda f_2'\,\partial_\mu T e_A^\alpha \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial\,\partial_\mu e_\rho^A}$$
$$+ \lambda f_2' e_A^\alpha S_\alpha{}^{\rho\mu}\,\partial_\mu \mathcal{L}_m = \kappa^2/2\,(1 + \lambda f_2)\Theta_A^\rho \qquad (83)$$

وبالنسبة لكون FLRW المسطح مكانيًا، تأخذ معادلات فريدمان المعدَّلة الشكل:

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3}[1 + \lambda(f_2 + 12H^2 f_2')]\rho_m - \frac{1}{6}(f_1 + 12H^2 f_{1'}) \qquad (84)$$

$$\dot{H} = -\frac{\kappa^2\,(\rho_m + p_m)/2\,[1 + \lambda(f_2 + 12H^2 f_2')]}{1 + f_1' - 12H^2 f_1'' - 16\pi G\lambda\rho_m(f_2' - 12H^2 f_2'')} \qquad (85)$$

وبالتالي يُمكن تفسيرُ التفاعل بين الالتواء والمادّة على أنَّه يُولِّد مكوّناً فعّالاً يشبه الطاقة المظلمة، بحيث يُعاد تعريفُ كلٍّ من كثافته وضغطه على النحو:

$$\rho_{DE} = -\frac{1}{2\kappa^2}(f_1 + 12H^2 f_1') + \lambda\rho_m(f_2 + 12H^2 f_2') \qquad (86)$$

$$p_{DE} = (\rho_m + p_m)\left[\frac{1 + \lambda(f_2 + 12H^2 f_2')}{1 + f_1' - 12H^2 f_1'' - 16\pi G\lambda\rho_m(f_2' - 12H^2 f_2'')} - 1\right]$$
$$+ \frac{1}{2\kappa^2}(f_1 + 12H^2 f_1') - \lambda\rho_m(f_2 + 12H^2 f_2') \qquad (87)$$

ونتيجةً لهذا الاقتران، لا تَبقَى المادّةُ خاضعةً لقانونِ حفظ الطاقة–الزخم بصيغته التقليديّة؛ إذ يُؤدّي وجودُ هذا الارتباط إلى انتقالٍ متبادَل للطاقة والزخم بين المجال الهندسي والمادّة. وبهذا تتعرّضُ الجسيماتُ إلى قوةٍ إضافيّة غير جاذبية، الأمر الذي قد ينعكس على شكل انحرافاتٍ أو ظواهرَ رصدية تُؤثّر في السلوك الكوني والتطوّر الديناميكي للكون [74].

3 الفصل الثالث: القيود الرَّصديّة والدراسات المرجعيّة

تشكّلُ القيودُ الرصديّة أساسًا حاسمًا في تقييمِ صحةِ نماذجِ الجاذبيةِ المُعدّلة، إذ تُتيحُ للباحثينَ مقارنةَ التنبؤاتِ النظريةِ معَ البياناتِ الفلكيةِ والكونيةِ الفعلية. ويهدفُ هذا الفصلُ إلى تقديمِ دراسةٍ شاملةٍ للقيودِ الرصديّةِ الأساسيةِ المستخدمةِ في هذا السياق، والتي تشمل: اختباراتِ الكونِ المبكّرِ مثلَ تصنيعِ العناصرِ الخفيفةِ (BBN)، واختباراتِ البياناتِ الحديثةِ مثلَ قياساتِ معاملِ التوسعِ الكونيّ (CC) والسوبرنوفا من نوع (SNe Ia)، وأخيرًا التذبذباتِ الصوتيةِ في المادةِ الباريونيةِ (BAO). ومن خلالِ هذه القيودِ يُمكنُ وضعُ حدودٍ دقيقةٍ على النماذجِ النظريةِ للجاذبيةِ المُعدّلة، وتحديدُ أيّها الأكثر قدرةً على وصفِ الكونِ بما يتوافقُ معَ المعطياتِ الرصديّة.

3.1 قيود تصنيع العناصر الخفيفة (BBN)

تُعدُّ مرحلةُ تصنيعِ العناصرِ الخفيفةِ في الكونِ المبكّرِ (BBN) من أهمِّ الاختباراتِ التجريبيةِ التي تقيسُ مدى توافقِ النماذجِ الكونيةِ – بما في ذلك نظرياتُ الجاذبيةِ المُعدّلة – مع الواقعِ الرصدي. ففي غضون الدقائقِ الأولى عقبَ الانفجارِ العظيم، تشكّلتْ العناصرُ الخفيفة، وعلى رأسها نظيرُ الهيليوم−4، بنسبٍ دقيقةٍ تعتمدُ بصورةٍ حساسةٍ على معدلِ التمدّدِ الكونيّ الذي تحكمه معادلاتُ فريدمان. ومن ثمّ، فإنّ مقارنةَ الوفرةِ النظريةِ لهذه العناصرِ مع القيمِ الرصديةِ تمثّلُ صلةً مباشرةً بين النظريةِ والرصد، إذ تُتيحُ اختبارَ مدى صلاحيةِ النموذجِ الكونيّ أو استبعاده. خلالَ حقبةِ (BBN)، كان الكونُ مملوءًا ببلازما حراريةٍ من الفوتوناتِ واللبتوناتِ والنيوترينوات، حيث تُعطى كثافةُ الطاقةِ لكلِّ مكوّنٍ نسبيّ i يملك درجات حرية داخلية g_i بالعلاقة (2). ويؤدي مجموعُ هذه المكوناتِ إلى الكثافةِ الإشعاعيةِ الكليةِ الواردةِ في المعادلة (5). وعند درجاتِ حرارةٍ $\mathcal{T} \approx 0.8\ \mathrm{MeV}$، تصبح التفاعلاتُ الضعيفةُ بينَ النيوتروناتِ والبروتوناتِ شديدةَ الفاعلية، محافظةً على حالةِ التوازنِ بينهما حتى لحظةِ الانفصالِ الحراري.

يُعتبرُ نظيرُ الهيليوم−4 الناتجَ الأساسيَّ لهذه المرحلة، ويُعطى كسرهُ الكتليُّ الابتدائيُّ بالعلاقة (9). كما توضّحُ المعادلة (29) أن هذا الكسرَ حساسٌ للتغيراتِ الطفيفةِ في درجةِ حرارةِ التجمد $\mathcal{T}_f$ حيث يؤدي أيُّ انحرافٍ صغيرٍ فيها إلى تغيّرٍ ملحوظٍ في قيمة Y_p (لمزيد من التفاصيل راجع [75–77]). ويُستفادُ من المقارنةِ بين القيمِ النظريةِ والرصديةِ لـY_p في فرضِ قيدٍ صارمٍ على الانحرافِ النسبيّ في درجةِ حرارةِ التجمد خلال الـ(BBN):

$$\left|\frac{\delta \mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f}\right| < 4.7 \times 10^{-4} \quad (88)$$

ويعني ذلك أن أيَّ تعديلٍ في معدلِ التمدّد خلالَ هذه المرحلة يجب ألا يُغيّرَ $\mathcal{T}_f$ بأكثر من هذه النسبة الضئيلة، وإلا فإنَّ وفرةَ الهيليوم−4 الناتجة ستنحرف عن القيمةِ المرصودة.

قي إطارِ النماذجِ المعدّلةِ للجاذبية، تظهر آثارُ التعديل من خلال تغيّرٍ فعليٍّ في معدلِ هابل، الذي يمكن كتابتُه على الصورة: $H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_{DE})$، حيث تمثلُ ρ_{DE} الإسهامَ الناتجَ عن التعديل في معادلاتِ فريدمان – سواء كان مكافئًا للطاقةِ المظلمةِ أو لأيّ مكوّنٍ إضافي – بينما تشيرُ ρ إلى كثافةِ الطاقةِ المهيمنة. في عصرِ (BBN)، وبما أنّ الإشعاع يهيمن، يمكن تقريب المعادلة إلى: $H^2 \approx \frac{1}{3M_P^2}\rho_r = H_{GR}^2$ وبمقارنة العلاقتين السابقتين لمعاملِ هابل نحصل على:

$$H = H_{GR}\sqrt{\left(1 + \frac{\rho_{DE}}{\rho_r}\right)} \quad (89)$$

وبافتراض $\rho_r \gg \rho_{DE}$، يمكن إجراء توسّعِ تايلور للجذر التربيعي للحصول على:

$$\Delta H = H - H_{GR} \approx \frac{\rho_{DE}}{\rho_r}\frac{H_{GR}}{2} \quad (90)$$

وباستبدال ρ_r والتعبير القياسي لـ H_{GR} في المعادلة (17) نحصل على معادلة لـ$H_{GR}(\mathcal{T}_f)$:

$$H_{GR} = \frac{\pi\sqrt{g_*}\mathcal{T}_f^2}{3\sqrt{10}M_p} \quad (91)$$

تُحدَّد درجةُ حرارةِ التجمدِ من شرطِ التوازن بينَ معدلِ التمدّد ومعدلِ التفاعلِ الكلي المعطى بالمعادلة (27) كالتالي:

$$H(\mathcal{T}_f) \approx \Gamma_{tot}(\mathcal{T}_f) = c_q\mathcal{T}_f^5 \quad (92)$$

منها نحصلُ على القيمةِ التقريبيةِ $\mathcal{T}_f \sim 0.6$ MeV. وبأخذ التفاضل للمعادلة السابقة وتعويض ΔH من المعادلة (96) نحصل على:

$$\frac{\delta \mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \frac{\rho_{DE}}{\rho_r} \frac{H_{GR}}{10 c_q \mathcal{T}_f^5} \tag{93}$$

ويُستدل من ذلك أن الانحرافَ النسبيَّ في درجة حرارةِ التجمد يتناسب طرديًا مع النسبة (ρ_{DE}/ρ_r) أثناءَ حقبةِ (BBN). وعليه، تُعدُّ بياناتُ (BBN) أداةً دقيقةً وحساسةً لتقييدِ النماذجِ المعدّلةِ للجاذبية، إذ يؤدي أيُّ إسهامٍ إضافيٍّ كبير في ρ_{DE} خلال عصرِ الإشعاع إلى انحرافاتٍ ملحوظةٍ في $\mathcal{T}_f$ وفي وفرةِ الهيليوم−4، مما يجعل النموذجَ غيرَ متسقٍ مع القيودِ الرصديّة. وبذلك تمثلُ هذه المرحلة اختبارًا مبكرًا جوهريًا يتيح تقييمَ صلاحيةِ أي نموذجٍ معدّلٍ للجاذبية قبلَ الانتقال إلى تحليلاتِ المراحلِ اللاحقةِ للكون، مثل بياناتِ التمدّد الكوني وتذبذباتِ الباريونات الصوتية [78–82].

3.2 قيود المؤشّرات الكونية الزمنية (CC): أداة مستقلة لقياس توسّع الكون

لفهمِ تاريخِ توسّعِ الكون بصورةٍ كميةٍ وفرضِ قيودٍ دقيقةٍ على ديناميكيّاتِ النماذجِ الكونية، تُعتمدُ تقنيةُ الكرونومتر الكوني (Cosmic Chronometers, CC)، أو ما يُعرف بـ المؤشّراتِ الكونيَّةَ الزمنيَّةَ وهي من الأساليبِ الحديثةِ التي تقيسُ معدلَ التمدّد مباشرةً عبرَ مقارنةِ الفروقِ العمرية بين المجرّاتِ الضخمةِ التي تتطوّرُ سلبيًا بعد تشكّلها. تعودُ جذورُ هذه الطريقةِ إلى العملِ الرائد في المرجع [83]، ثم جرى تطويرُها لاحقًا في [84].

وعلى خلافِ الطرقِ التقليدية مثل الشموعِ المعيارية (SNe Ia) أو مقاييسِ الطولِ الكونيّ (BAO)، تتميّزُ مقاربةُ الـ(CC) بأنها تتفادى القيودَ المنهجيةَ المرتبطةَ بالمسافات، إذ لا تتطلبُ أيّ افتراضٍ مسبقٍ حول مقياسِ المسافاتِ أو الهندسةِ الكونيةِ الخلفية. وبذلك تُعدُّ أداةً مستقلةً وفعّالةً لدراسةِ توسّعِ الكون في مراحلهِ المختلفة.

توفرُ بياناتُ الـ(CC) قياساتٍ مباشرةً لمعاملِ هابل وفق العلاقة:

$$H(z) = -\frac{1}{1+z}\frac{\Delta z}{\Delta t} \tag{94}$$

حيث تُمثّلُ Δt الفرقَ في الأعمار بينَ مجرتين يفصلُ بينهما مقدارٌ صغيرٌ من الإزاحةِ الحمراء Δz. وتعتمدُ صحةُ هذه العلاقة على فرضيةِ أن المجرّاتِ المبكرة من النمط الإهليلجي (early−type galaxies)، التي تكوّنت عند إزاحاتٍ حمراءٍ مرتفعةٍ ($z > 2$)، تمتلكُ سكانًا نجميين متجانسين يمكن تقديرُ أعمارهم بدقةٍ من التحليل الطيفي. في هذا البحث، نعتمدُ مجموعةَ بياناتٍ تتضمن 46 قياسًا لمعاملِ هابل، تغطي المجال $0.0 \leq z \leq 2.36$ (انظر المرجع [86] للحصول على البيانات). يتيحُ هذا النطاقُ الواسع اختبارَ النماذجِ الكونية بدقةٍ عبر مراحلَ زمنيةٍ مختلفة، تمتدُّ من حقبةِ التوسع المتسارع المتأخر ($z < 1$) إلى عصرِ سيطرةِ المادة ($z > 1$).

تُعَدّ قيمةُ ثابتِ هابل عند الزمن الحاضر H_0 من العناصرِ المحوريةِ في التحليلاتِ الكونية، إذ ما تزالُ مصدرًا لتباينٍ ملحوظ بين التقديراتِ المستخلصةِ من المعطياتِ الرصديةِ المبكرةِ والمتأخرةِ للكون. ويُعرف هذا الاختلاف في القيم باسم «توترِ هابل» (Hubble Tension)، وهو من أبرزِ الإشكالاتِ الراهنةِ في علمِ الكونياتِ الحديث، حيث تشيرُ بياناتُ القمر الصناعي Planck المستندةِ إلى إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكرويّ (CMB) إلى قيمةٍ منخفضةٍ نسبيًا هي: $H_0 = 67.4 \pm 0.5\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$ [8]، بينما تُظهر القياساتُ المحليةُ المستندةُ إلى معايرةِ سلّمِ المسافات، كما في برنامج Pantheon+SH0ES، قيمةً أعلى تبلغ: $H_0 = 73.04 \pm 1.04\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$ [85]. يتيح الإطارُ التحليليُّ المعتمدُ في هذا البحث مرونةً في التعاملِ مع قيمِ ثابتِ هابل، حيث يمكن استخدامُ كلٍّ من القيمتين المذكورتين إما كقيمةٍ أوليةٍ ثابتةٍ أو كمعاملٍ حرٍّ يُستنتج أثناء عمليةِ التحليل، وذلك تبعًا لمتطلباتِ النموذجِ قيد الاختبار.

ولمقارنةِ التنبؤاتِ النظريةِ بالقياساتِ الرصدية، تمّ كتابةُ خوارزميةٍ عدديةٍ باستخدام لغة Python، تهدف إلى تقليل مربعِ دالةِ كاي (chi−square minimization). حيث تقومُ الخوارزميةُ بحسابِ معاملِ هابل النظري $H^{th}(z)$ المشتق من النموذجِ الكونيّ المدروس، ثم مقارنته بالقيمِ المرصودةِ باستخدام الصيغةِ القياسية:

$$\chi^2_{CC} = \sum_{i=1}^{31} \frac{\left[H_i^{th}(\theta_s, z_i) - H_i^{obs}(z_i)\right]^2}{\sigma^2_{CC}(z_i)} \quad (95)$$

حيث تمثّل $H^{obs}(z_i)$ القيمةَ الرصديةَ لمعاملِ هابل عند الإزاحةِ الحمراء z_i، في حين يُعبّر $\sigma_{CC}(z_i)$ عن عدم اليقين المرتبط بها، ويشير θ_s إلى متجهِ معاملاتِ النموذجِ الجاري اختباره. ولتقييمِ مُلاءَمةِ النموذج، خاصةً عند إجراءِ مقارناتٍ بين نماذجَ ذات عددٍ مختلفٍ من درجاتِ الحرية، يُستخدم مقياسُ كاي–تربيع المخفّض (مؤشّر الجودة) المعطى بالعلاقة: $\chi^2_\nu = \chi^2/(N-M)$، حيث يمثّل N عددَ نقاطِ البياناتِ المتاحة و M عددَ المعاملاتِ الحرةِ في النموذج. وتشيرُ القيمة $\chi^2_\nu \approx 1$ إلى توافقٍ إحصائيٍّ مُرضٍ، مما يعني أن النموذجَ يصفُ البياناتَ بفاعليةٍ.

3.3 بيانات المستعرات الفائقة من نوع Ia

تُعدّ المستعراتُ العظمى من النوع الأول (SNe Ia) من أهمّ الأدواتِ الرصديةِ في علمِ الكونيات، إذ تمثّل انفجاراتٍ نجميةً هائلةً تحدث عندما يصلُ قزمٌ أبيض في نظامٍ ثنائيّ إلى حدِّ تشاندراسيخار (Chandrasekhar Limit)، فيفقدُ استقراره وينفجرُ مولّدًا لمعانًا مطلقًا شبهَ متجانس. تُكسبُ هذه الخاصيةُ المستعراتِ العظمى صفةَ الشموعِ المعيارية (Standard Candles)، أي أجسامٍ ذاتَ لمعانٍ مطلقٍ معروفٍ يمكن بواسطتها تحديدُ المسافاتِ الكونية من خلال مقارنةِ السطوعِ الظاهري m باللمعانِ الحقيقي M، للحصول على المسافاتِ الكونية بدقةٍ، وفق العلاقة:

$$\mu = m - M = 5\,log_{10}\left(\frac{d_L}{Mpc}\right) + 25 \quad (96)$$

حيث تمثّل d_L المسافةَ التي تربط بينَ اللمعانِ الحقيقي للجسم والسطوعِ الذي نرصده على الأرض (luminosity distance)، وتتأثرُ بشكلٍ مباشرٍ بتوسعِ الكون، وتُعطى وفقًا للعلاقة:

$$d_L(z) = (1+z)\int_0^z dz' \frac{c}{H(z)} \quad (97)$$

في إطارِ نماذجِ الجاذبيةِ المعدّلة، تؤثرُ التعديلاتُ في معدلِ توسّعِ الكون $H(z)$ وبالتالي في العلاقةِ بينَ المسافة d_L والانزياحِ نحوَ الأحمر (redshift–luminosity relation)، مما يجعلُ رصدَ المستعراتِ من النوع

(Ia) أداةً دقيقةً لاختبار مدى توافقِ النموذجِ مع قياساتِ تسارعِ الكون. اعتمدنا في هذا البحث بياناتِ مجموعة Pantheon+SH0ES (2022)، وطبّقنا تحليلًا إحصائيًا من نوع MCMC (Markov Chain Monte Carlo) لاستخلاص الحدودِ الأكثر احتمالًا للمعلماتِ الكونية، بما في ذلك ثابتِ هابل في الوقت الحاضر H_0 والمعاملات الخاصة بالنماذجِ قيد الدراسة [86–89].

3.4 تذبذبات الباريون الصوتية (BAO)

تُعَدّ اهتزازاتُ الباريون الصوتية (Baryon Acoustic Oscillations – BAO) من أكثرِ الأدواتِ الكونيةِ موثوقيةً في دراسةِ البنيةِ واسعةِ النطاق (Large–Scale Structure) للكون، إذ تمثّل إحدى الآثارِ المتبقيةِ من المراحلِ المبكرةِ للكون. فقد نشأت هذه الاهتزازاتُ نتيجةَ الموجاتِ الضغطية (Pressure Waves) التي انتشرت في بلازما الفوتوناتِ والباريونات قبلَ حقبةِ إعادةِ الاندماج (Recombination)، حين كان الكونُ لا يزالُ في حالتهِ الحارةِ والكثيفة.

ومع انخفاضِ حرارةِ البلازما وتحرّرِ الفوتونات، تجمّد هذا النمطُ الاهتزازي في المادةِ الباريونية، تاركًا بصمته في كلٍّ من إشعاعِ الخلفيةِ الكونيةِ الميكروي (CMB) وفي توزيعِ المادةِ المجرّية خلال الأزمنةِ اللاحقة. يُحدِّد هذا النمطُ مقياسًا معياريًا في الفضاء يُعرف باسم أفق الصوت (Sound Horizon) عند حقبةِ السحب z_d (Drag Epoch)، ويُستخدم كمسطرةٍ كونيةٍ (Cosmic Ruler) تسمح بقياسِ المسافاتِ الكونية بدقةٍ عالية، الأمرُ الذي يجعلُ من (BAO) أداةً مركزيةً في اختبارِ النماذجِ الكونية [90,91]. ويُعطى أفق الصوت بالعلاقة:

$$r_s(z_d) = \int_{z_d}^{\infty} \frac{c_s(z)}{H(z)}\, dz \tag{98}$$

حيث يُمثل $c_s(z)$ سرعة الصوت في مائع الفوتون–باريون، ويُعطى بالصيغة:

$$c_s(z) = \frac{c}{\sqrt{3(1 + R_b(z))}} \tag{99}$$

حيث يُعطى المعامل $R_b(z)$ الذي يمثل نسبة كثافة الباريونات إلى الفوتونات عند الإزاحة الحمراء z بالعلاقة:

$$R_b(z) = \frac{3\rho_b(z)}{4\rho_\gamma(z)} = \frac{3\Omega_b}{4\Omega_\gamma}\frac{1}{1+z}. \quad (100)$$

حيث تمثّل Ω_b معامل كثافة الباريونات و Ω_γ معامل كثافة الفوتونات.

تُتيحُ بياناتُ (BAO) استخلاصَ معلوماتٍ دقيقةٍ عن المسافاتِ الشعاعية (Radial Distances) والعرضية (Transverse Distances)، الأمرُ الذي يمكّن من إعادةِ بناءِ الهندسةِ المترية للكون على مقاييسَ ضخمة. ولتوحيدِ هذين النوعين من القياسات، يُستخدم المقياسُ المركّبُ المعروفُ بـ المسافة المتوسطة الحجم (Volume−Averaged Distance) وفق العلاقة:

$$D_V(z) = \left[(1+z)^2 D_A^2(z)\frac{cz}{H(z)}\right]^{1/3} \quad (101)$$

حيث تمثّل $D_A(z)$ المسافة الزاوية القطرية (Angular Diameter Distance) وتعطى بالعلاقة:

$$D_A(z) = \frac{1}{1+z}\int_0^z dz' \frac{c}{H(z')} \quad (102)$$

غالبًا ما يُعبَّر عن نتائج (BAO) من خلال النسبتين: $D_A(z)/r_s(z_d)$ و $D_V(z)/r_s(z_d)$، اللتين تتيحان مقارنةً مباشرةً بين التنبؤات النظرية والبيانات الرصدية، مما يوفّر أداةً قويةً لتقييد النماذجِ الكونية بدقةٍ عالية.

في العقود الأخيرة، شهدت قياساتُ (BAO) تطورًا ملحوظًا بفضل مشروعِ مطيافيةِ الطاقة المظلمة (DESI)، الذي قدّم في عام 2024 أحدثَ وأدقّ القياساتِ الطيفية عندَ عدة انزياحاتٍ حمراء. وقد مكّن ذلك من اختبارٍ أكثرَ دقةٍ للنماذجِ الكونية، بما في ذلك نماذجُ الجاذبية المعدّلة [92]. ومن خلال دمج قياسات DESI (2024) مع بياناتِ المستعرات العظمى (SNe Ia) ومؤشراتِ التمدّد الكوني (CC)، يمكن تقليل التغاير بين معاملات النماذج وتحسين القيود على الثوابتِ الكونية مثل H_0 ومعاملاتِ التناسب والمعاملاتِ الأسّية. وهكذا، تُشكّل اهتزازاتُ الباريون الصوتية (BAO) المسجّلة بواسطة مطيافية DESI الحديثة جسرًا تجريبيًا يربط بين فيزياء الكون المبكر وديناميكياتِ توسّعه المتأخرة، مما يجعلها أداةً رصديةً محوريةً في اختبارِ صلاحيةِ النماذجِ الكونية المختلفة [92].

3.5 الصياغة الإحصائية وتكامل القيود الرصدية

لتحقيق مقاربة كمية دقيقة تربط بين النماذج النظرية للجاذبية المعدّلة والمعطيات الرصدية، تم تطوير إطارٍ إحصائي متكامل يجمع بصورة منهجية بين ثلاثة مصادر مستقلة للبيانات: مؤشّرات العمر الكوني (CC)، والمستعرات العظمى من النوع الأول (SNe Ia)، واهتزازات الباريون الصوتية (BAO).

تكمن أهمية هذا الدمج في أن كلّ نوعٍ من هذه البيانات يسلّط الضوء على جانبٍ مختلفٍ من تاريخ الكون: فبيانات (CC) تقدّم قياسًا مباشرًا لمعدلِ هابل عند أزمنةٍ متعددة عبر الفروق الزمنية بين المجرات، بينما تمكّن (SNe Ia)، بوصفها شموعًا معيارية، من تحديد المسافاتِ الكونية بدقةٍ عالية. أما (BAO)، فتوفر مقياسًا كونيًا مطلقًا مشتقًا من فيزياء البلازما البدائية، يربط بين الكون المبكّر والبنيةِ واسعة النطاق في العصور المتأخرة. ومن خلال الجمع بين هذه الأدوات، يمكن الحصول على منظومة قيود أكثر اتساقًا وشموليةً، تتجاوز محدودية الاعتماد على مصدرٍ واحدٍ، وتتيح اختبارًا دقيقًا للنماذج الكونية البديلة.

على المستوى الرياضي، يُخصّص لكل مجموعة بيانات دالةٌ مستقلة من نوع χ^2، تعبّر عن الفارق بين القيم المرصودة والنظرية. وتمثّل هذه الدوال الركيزةَ الأساسيةَ للتحليل الإحصائي، إذ تُحوِّل التنبؤات النظرية المستمرة إلى مقارنات كمية مباشرة مع البيانات الرصدية المتقطعة. في حالة بيانات (CC)، يتم الاعتماد على قياساتٍ مباشرة لمعاملِ هابل $H(z)$، والذي يُستخلص من العلاقة التفاضلية التي تربط بين تغيرِ الإزاحة الحمراء والزمن الكوني، ويتم قياس الانحراف باستخدام المعادلة (95).

أما في حالة المستعراتِ العظمى من النوع (SNe Ia)، فإن الأمر يقتضي مقاربةً أكثر تعقيدًا، لأن القياسات لا تعودُ لمعدلِ هابل مباشرةً وإنما لمعاملِ المسافة μ (distance modulus). وهذه الكمية ترتبط رياضيًا بالمسافةِ الضوئية d_L، التي بدورها تعتمد على معدل التوسع الكوني عبر تكاملٍ من رتبةٍ أولى كما هو موضح في المعادلات (96) و(97). ويُقاس التباين بين القيم النظرية والرصدية بواسطة مصفوفةِ التغاير C_{SN}، التي تراعي الترابطات الإحصائية بين نقاط البيانات المختلفة، أي أنّ الارتياب في كل نقطة ليس مستقلاً تمامًا عن الارتياب في النقاط الأخرى. ومن ثمّ، تُكتب الدالة بالشكل: $\chi^2_{SN} = \Delta\mu^T C_{SN}^{-1} \Delta\mu$، حيث يمثل المتجه $\Delta\mu$ الفرق بين القيمة المرصودة

μ^{obs} وبين المسافة النظرية μ^{th}. ويُعزّز إدراجُ مصفوفة التغاير الكاملة مصداقية التحليل، إذ يمنع المبالغة في تقدير القيود الناتجة عن افتراض خاطئ بالاستقلالية المطلقة بين القياسات..

أما في حالة تذبذبات الباريون الصوتية (BAO)، فتتطلب الطبيعة المختلفة للبيانات صياغةً خاصةً لدالة χ^2. فالمقياس الفيزيائي الأساسي هنا هو أفق الصوت عند زمنِ السحب $r_s(z_d)$، وهو كميةٌ يمكن حسابها من فيزياء البلازما البدائية. ومن ثمّ، يتم اختبار النموذج عبر مقارنته بنسب مثل $D_V(z)/r_s(z_d)$ و $D_A(z)/r_s(z_d)$. ويُعطى الشكل الرياضي المقابل بالصياغة: $\chi^2_{BAO} = \Delta X^T C_{BAO}^{-1} \Delta X$، حيث يتكون المتجه ΔX من الفروقات بين القيم المرصودة وبين القيم النظرية للمقادير المذكورة، وتؤدي مصفوفة التغاير C_{BAO} الدور ذاته الذي أدته في حالة المستعرات العظمى، من حيث ضمان التعامل مع الترابط بين القياسات المختلفة.

وعند جمع هذه القياسات المختلفة ضمن إطار واحد، نحصل على شامل:

$$\chi^2_{\text{tot}} = \chi^2_{CC} + \chi^2_{SN} + \chi^2_{BAO} \tag{103}$$

وهكذا يُصبح التقدير الإحصائي للمعاملات نتاج توازن بين مصادر متعددة من حيث الطبيعة والرؤية الكونية التي تقدّمها. وعند التعامل مع نماذجٍ يتغير فيها عدد المعاملات الحرة، يُستعان بالمقياس المخفّض χ^2_ν لتقييم الجودة ومقارنة النماذج على أساسٍ إحصائيٍ عادل.

3.6 التحليلُ البايزيّ والنَّهجُ العدديّ المُستَخدَم

تمَّ في هذا العملِ تطويرُ إطارٍ عدديٍّ شاملٍ باستخدامِ لغةِ Python بغرضِ دراسةِ نماذجِ الجاذبيةِ المعدَّلة واستخلاصِ معاملاتها عبر التحليلِ البايزيّ (Bayesian Analysis) المقترن بأساليبِ المحاكاةِ العددية. ويعتمدُ هذا الإطارُ على مقارنةِ التنبؤاتِ النظرية للنموذجِ مع أحدثِ البياناتِ الرصدية، من خلال تقديرِ توزيعِ الاحتمالِ اللاحقِ (posterior distribution) لمجموعةِ المعلماتِ الكونية قيد الدراسة.

يُعتبرُ التحليلُ البايزيُّ أداةً قويةً في علمِ الكونيات، لأنه يسمحُ بدمجِ المعلوماتِ السابقةِ (priors) بالمعلوماتِ الرصديةِ الحديثة عبر قاعدةِ بايز: $P(\theta|D) \propto P(D|\theta)P(\theta)$، حيث يمثلُ $P(\theta|D)$ الاحتمالَ اللاحقَ (Posterior Probability) الذي يصفُ مدى توافقِ المعاملات (θ) مع البيانات (D)، و $P(D|\theta)$ دالةَ الاحتمال

(Likelihood Function) التي تقيسُ مدى مطابقةِ النموذجِ للمشاهدات، أما $P(\theta)$ فهو الاحتمالُ السابق (Prior) الذي يعكسُ معرفتنا أو افتراضاتِنا المسبقة عن المعلمات قبل النظرِ في البيانات. ومن خلال دمجِ هذه العناصر، يوفرُ التحليلُ البايزيُّ إطارًا رياضيًّا متينًا لاشتقاقِ أفضلِ تقديراتٍ ممكنةٍ للمعلمات مع حدودِ ثقةٍ إحصائيةٍ دقيقة.

ونظرًا لأن حسابَ التكاملاتِ البايزيةِ الصريحة في فضاءٍ متعددِ الأبعاد أمرٌ غير عمليٍّ عدديًا، تم استخدامُ خوارزميةِ السلاسلِ الماركوفية من نوعِ مونتِ كارلو (MCMC) لتقريبِ هذا التوزيعِ اللاحق بطريقةٍ عشوائيةٍ تضمنُ استكشافًا فعّالًا لفضاءِ المعلمات. وقد تم تنفيذُ الخوارزمية باستخدامِ مكتبةِ emcee، التي تعتمدُ على خوارزميةِ "المتجولينِ المتوازيين" (Ensemble Sampler)، وهي خوارزميةٌ فعّالةٌ في التعاملِ مع فضاءاتِ المعلماتِ عاليةِ الأبعاد وغيرِ الخطية، إذ تتجنبُ اعتمادَ الخطوات على شكلِ التوزيعِ المسبق، وتتمتّعُ بخاصيةِ الاستكشافِ الجماعيّ التي تقلّلُ من مشكلةِ "الاحتباس" في المناطقِ ذات الاحتمالِ العالي.

3.6.1 مجموعات البيانات والتهيئة الأولية

يبدأ البرنامجُ العددي بتعريفِ الثوابتِ الفيزيائية الأساسية، مثل سرعةِ الضوء c وأفقِ الصوت r_s، ثم يقوم بتحميلِ مجموعاتِ البيانات الرصدية التي تُستخدم لتقييد النموذج. وتشمل هذه المجموعات:

- بياناتُ المستعرات العظمى من نوع Ia (Pantheon+SH0ES)
- بياناتُ اهتزازاتِ الباريونات الصوتية (BAO) من DESI 2024
- بياناتُ مؤشراتِ التمدّد الكوني (CC)

هذا التنوع في البيانات الرصدية يتيحُ تغطيةً شاملةً لمراحلِ تطوّرِ الكون من العصور المبكرة حتى الوقت الحاضر، مما يُكسب نتائج التحليلِ دقةً وموثوقيةً أكبر.

3.6.2 حل المعادلات التفاضلية للنموذج

يعتمدُ كل نموذجٍ كونيٍّ معدّل على معادلةِ فريدمان المعدَّلة، والتي تصفُ تطوّرَ دالةِ التوسع $E(z) = H(z)/H_0$. عادةً ما تكون هذه المعادلة غير قابلةٍ للحل التحليلي نظرًا للتعقيد البنيوي في مصطلحاتها، لذا يتم حلّها عددياً

باستخدامِ الدالة solve_ivp من مكتبة SciPy، والتي تطبّق خوارزميات من نوع Runge–Kutta عالية الرتبة، مثل DOP853، مع تحكّمٍ دقيق في حدودِ الخطأ العددي النسبي والمطلق.

يُجرى الحل ضمن مدى واسعٍ من الإزاحاتِ الحمراء، من $z = 0$ حتى z_{max}، ويُعادُ تطبيعُ النتائج بحيث $E(0) = 1$، لضمانِ الاتساق مع تعريفِ معدلِ هابل الحالي H_0. وتُستعمل هذه الدالة المحسوبة لاحقًا لتوليدِ الكميات القابلة للرصد، مثل $H(z)$ ومقاييس BAO.

3.6.3 توليد الكميات الرصدية ومحاكاتها نظرياً

انطِلاقًا من الحَلِّ العَدَدِيّ لدالّةِ التَّوَسُّع $E(z)$، جرى حِسابُ الكَمّيّاتِ الفيزيائيّة القابِلَةِ لِلمُقارنةِ مُباشرةً معَ البياناتِ الرّصْديّة التي جرى عرضُها في القسمِ السّابِق، بالاستعانةِ بالمعادلات (96)–(102).

تَشمَلُ هذه الكَمّيّاتُ: المسافة $d_L(z)$ المستنتجة من تكامل دالّةِ التّمدّد، والتي تُستَخدَمُ لِحِسابِ معاملِ المسافة الظاهرية $\mu(z)$ الخاصّ ببيانات (SNe Ia)، كما ورد في المعادلتين (96) و(97). أما بالنسبة لبيانات (BAO)، فقد تمّ حِسابُ كلٍّ من المسافات الزاوية $D_A(z)$ والمسافات على طول خطِّ النَّظر $D_H(z)$، إضافةً إلى المقياس المركَّب المعروف بالمسافةِ المتوسطةِ الحجم $D_V(z)$، وفق الصيغ الموضَّحة في المعادلات (98)–(102). تُستَخدمُ هذه المقادير لاحقًا لبناءِ النِّسَبِ المُقارنة، مثل D_A/r_s و D_V/r_s، والتي تمكّنُ من مُطابقةِ التنبؤاتِ النظرية بالقياسات الرّصدية بشكلٍ مباشر. كما جرى استخراجُ معدلِ هابل النظري $E(z)$، لمُقارنته مع قياساتِ (CC). وبهذه الطريقة، تسمحُ القيمُ المحسوبة من الحَلِّ العَدَدِيّ بتوليدِ مجموعةٍ من الكَمّيّاتِ الرّصديّة الموحدة، الضرورية لتقييم مدى توافقِ النموذج مع المعطياتِ التجريبية ضمن التحليلِ الإحصائيّ اللاحق.

3.6.4 دوالُ الاحتمالِ والاحتمالُ الكلّيّ

لكلّ مجموعةٍ من البياناتِ الرّصْديّة تُعَرَّفُ دالّةُ الاحتمال (Likelihood Function) التي تُعبّر عن مدى توافقِ النموذجِ النّظريّ مع القيمِ المرصودة. وتعتمدُ هذه الدّالّة عادةً على توزيعٍ غاوسيّ يُقيّمُ الفروقَ بين التنبؤاتِ النّظريّة والقياساتِ الفعلية، مع مراعاةِ الترابطاتِ الإحصائية بينها من خلال مصفوفةِ التّغاير، التي تُحدّد مدى اعتمادِ القياساتِ بعضها على بعض.

ولضمانِ الدقّةِ العددية والاستقرارِ في العملياتِ الحسابية، خاصّةً عند التعاملِ مع مصفوفاتٍ ضخمةٍ مثل تلك الخاصة ببيانات Pantheon+SH0ES التي تتضمَّن 1701×1701 عنصرًا، تمَّ استخدامُ خوارزميةِ تحليل شولي (Cholesky Decomposition) لحسابِ معكوسِ المصفوفة بطريقةٍ فعّالةٍ ومستقرة.

أمّا في حالةِ الدمجِ بين مجموعاتِ بياناتٍ متعددة، كما في التحليلِ المشترك الذي يشملُ المستعراتِ العظمى (SNe Ia) واهتزازاتِ الباريونِ الصّوتية (BAO) بالإضافةِ إلى المؤشراتِ الزمنيّةِ الكونيّة (CC)، فيتمُّ الجمعُ بين الاحتمالاتِ الجزئية لكلِّ مجموعةٍ ضمن دالّةِ احتمالٍ كلّيّة (Joint Likelihood)، لتوفيرِ تقييمٍ شاملٍ ومتكاملٍ لتوافق النموذجِ مع جميع البيانات الرّصديّة.

3.6.5 المُسَبَّقات (Priors)

تمَّ تعريفُ مُسَبَّقاتٍ فيزيائيّةٍ واقعيّةٍ للمعلمات الكونيّة بغرض تقييد فضاء البحث العددي ضمن مجالاتٍ ذات معنيٍ فيزيائي. ويُقصدُ بالمجالات ذات المعنى الفيزيائي تلكَ القيمَ التي تظلّ متوافقةً مع المعرفة الراصدة السابقة للكون، بحيث لا تؤدي إلى حلولٍ غير واقعية أو نتائج عدديّة غير مستقرة.

كمثال على ذلك، تُقيَّد كثافة المادة بالقيمة $0.1 < \Omega_{m0} < 0.6$، ويُحدَّد معامل هابل ضمن المجال $60 < H_0 < 80$، لضمان الاتساق مع الملاحظات الكونية المبكرة والمتأخرة. كما يمكن تحديد المجالات الفيزيائية الخاصة بكل نموذجٍ معدّل للجاذبية اعتمادًا على متطلبات (BBN)

ويُختار نوعُ المسبقات (Uniform أو Gaussian) تبعًا لمستوى المعرفة السابقة حول كل معلمة. ويتيح هذا التحديد المسبق الحفاظ على استقرار الحسابات العددية، ومنع ظهور حلولٍ غير فيزيائية أو تقارب عددي غير مستقر، مع توجيه عملية الاستكشاف نحو فضاءات المعلمات ذات المعنى الفيزيائي والمنطق الرصدي.

3.6.6 تنفيذُ MCMC واستخلاصُ النتائج

يَتمُّ تشغيلُ خوارزمية emcee بعد تحديدِ عددِ المتجولين (walkers) وعددِ الخطوات (steps) لكلِّ سلسلة. بعد مرحلةِ التشغيلِ الأولى، تُستبعدُ خطواتُ burn–in لضمانِ وصولِ السلاسلِ إلى الحالة المستقرة (stationary distribution). ثم تُدمَجُ السلاسلُ المستقرة ويُستخرجُ منها التوزيعُ الاحتمالي لكلِّ معلمةٍ على حدة.

يُحسب من هذه السلاسل: القيمة المتوسطة أو الوسيطية لكلِّ معلمةٍ كمؤشرٍ على أفضل تقدير، الانحراف المعياري أو حدود الثقة عند مستويات % 68 و% 95، وزمن الارتباط الذاتي (autocorrelation time) للتحقق من تقارب السلاسل وتجانس العيّنات. يُعتبر هذا الفحص ضروريًا لتأكيد موثوقية النتائج، وضمان عدم وجود تذبذباتٍ غير مستقرة في فضاء المعلمات، ولتقييم ما إذا كانت السلاسل قد استكشفت الفضاء الكوني للنموذج بشكل كافٍ.

3.6.7 التحقق الرسومي والإحصائي

تمَّ تضمين عددٍ من المخططات التشخيصية لتقييم جودة وموثوقية التحليل العددي:

- منحنيات $H(z)$ مقارنة بالبيانات المرصودة لتقييم التوافق الكلي للنموذج.
- المخططات المثلثية (corner plots) باستخدام مكتبة GetDist، لعرض التوزيعات الأحادية والمشتركة للمعلمات.

تساعد هذه الأدوات في كشف أي انحيازات محتملة، أو ترابطات قوية بين المعلمات (degeneracies) وتحديد المناطق ذات الاحتمال الأعلى في فضاء النموذج.

3.6.8 البنية البرمجية وتكامل المنهج العددي

تمَّ تصميم الكود بصورة معيارية ومرنة، بحيث يوفّر إطارًا متكاملًا لدراسة النماذج الكونية المعدّلة. وتشمل المكوّنات الأساسية للبنية البرمجية ما يلي:

- فصل الحلول العددية (ODE solvers) عن حسابات الكَمّيّات الرّصديّة.
- تعريف دوال مستقلة لدوال الاحتمال (likelihood) الخاصة بكل تجربة، مثل SNe Ia وBAO وCC.
- إمكانية تنفيذ التحليل لكلِّ مجموعة بيانات منفردة أو ضمن تحليل مشترك.
- توليد النتائج الرسومية تلقائيًا بعد انتهاء التشغيل، مع تخزينها بصيغة عالية الجودة مناسبة للنشر الأكاديمي.

توفر هذه البنية المرنة والمنهجية الموحدة قدرةً عالية على تعديل النماذج، مقارنة نتائج متعددة، وضمان دقة واستقرار التحليل العددي والبايزي في دراسة النماذج الكونية المعدَّلة.

3.7 الدِّراسات المرجعية والبحثية

تُعَدُّ الدِّراسات المرجعية أداةً أساسية لتقييم مدى اتساق النماذج الكونية المُعدَّلة مع البيانات الرصدية الكونية، خصوصًا في المراحل الأولى من عمر الكون. فيما يلي، نستعرض أبرز القيود التي يفرضها (BBN) على عدد من نماذج الجاذبية المُعدَّلة، مثل $f(T)$ و $f(Q)$، ودلالاتها في اختبار صلاحية هذه النماذج.

3.7.1 قيود BBN على نماذج الجاذبية المُعدَّلة $f(T)$

من بين النظريات الأكثر تداولًا في إطار الجاذبية المُعدَّلة، تبرز نماذج $f(T)$، التي خضعت لاختبارات دقيقة ضمن قيود (BBN). ففي دراسة قدمها Capozziello, Lambiase, Saridakis (2022)، قام الباحثون بتحليل ثلاثة نماذج رئيسية هي: Power-law وExponential وSquare-root Exponential، ومقارنتها مع البيانات الرصدية لوفرة الهيليوم-4 الأولية.

أظهرت النتائج أن نموذج Power-law يفرض قيودًا صارمة على الأس n، بحيث لا يتجاوز $(n \leq 0.94)$. أما النموذجان الآخران، فقد تبيَّن أنهما يلبّيان قيود (BBN) ضمن جميع القيم الممكنة للمعاملات الحرة، مما يعني أن القيود المفروضة ليست صارمة عليهما. تؤكّد هذه النتيجة أن بعض صيغ $f(T)$ قادرة على اجتياز الاختبارات الرصدية الأساسية، الأمر الذي يعزّز مكانتها واعتبارها مرشحًا جديرًا بالاهتمام ضمن محاولات تطوير وصف بديل للجاذبية.

3.7.2 قيود BBN على نماذج $f(Q)$

نماذج $f(Q)$، التي لا تعتمد على المترية، خضعت أيضًا لاختبارات BBN، كما بين Anagnostopoulos وآخرون في عام (2022). شملت الدراسة عدة صيغ، منها Polynomial وPower-Exponential، وأشكال جديدة مثل Hyperbolic Tangent-Power، وذلك لدراسة تأثيرها في درجة حرارة التجمّد $\mathcal{T}_f$ ومقارنتها بالحدود الرصدية للوفرة الأولية للعناصر.

أظهرت النتائج أن بعض النماذج، مثل Polynomial، تتطلب ضبطًا دقيقًا للمعاملات لضمان توافقها مع BBN، على عكس نماذج أخرى مثل Power-Exponential التي تنجح بسهولة في اجتياز قيود الكون المبكر. مما يجعل نظرية $f(Q)$ إطارًا مرنًا وواعدًا للبحث المستقبلي.

3.7.3 قيود BBN على نماذج $f(T,\mathcal{t})$

من بين النماذج التي لاقت اهتمامًا متزايدًا مؤخرًا، يبرز نموذج $f(T,\mathcal{t})$، حيث تمثّل $\mathcal{t}$ أثر مُوتر إجهاد–طاقة. قام Mishra وآخرون (2023) بدراسة تأثير قيود التخليق النووي البدائي (BBN) على هذا النموذج من خلال تحليل نسختين: إحداهما خطية، وأخرى غير خطية تشمل حدًا تربيعيًا. أظهرت النتائج أن النموذج الخطي يتطلب ضبطًا دقيقًا جدًا للمعاملات لضمان التوافق مع حدود BBN، بينما أتاح النموذج غير الخطي تحقيق توافق ممتاز مع الحقبة المبكرة، مع القدرة على تفسير تسارع الكون المتأخر. ويبرز هذا أن إدراج الحد التربيعي يمثل تعديلًا بسيطًا لكنه فعّال، مما يجعل $f(T,\mathcal{t})$ مرشحًا قويًا لتفسير تطور الكون عبر مراحله المختلفة.

3.7.4 قيود BBN على نماذج جاذبية $f(T,T_G)$

من بين التطورات الحديثة في الجاذبية المُعدَّلة، تبرز نماذج $f(T,T_G)$ التي تجمع بين الالتواء (Torsion) وحدود Gauss–Bonnet، ما يؤدي إلى ظهور قطاع طاقة فعّال دون الحاجة إلى ثابت كوني صريح. وقد اختبر Asimakis وآخرون (2023) هذه النماذج في إطار قيود التخليق النووي البدائي (BBN)، وشمل التحليل خمسة نماذج مأخوذة من الأدبيات. أظهرت النتائج أن معظم المعاملات مقيدة ضمن نطاق ضيق حول قيم النظرية النسبية العامة، لضمان بقاء تغير درجة حرارة التجمّد ضمن القيد ($|\Delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f| \leq 4.7\times10^{-4}$).

3.7.5 توافق BBN مع بعض نظريات الجاذبية غير التقليدية

حتى النماذج الأقل تقليدية، مثل جاذبية أينشتاين–آيثر (Einstein–Aether) ونظريات Hořava–Lifshitz، خضعت بدورها لاختبارات BBN. ففي دراسة قام بها Sultan وJawad (2022)، تم التركيز على اختبار هذه النماذج بالاعتماد على الحدود الرصدية للوفرة الأولية للهيليوم–4. أظهرت النتائج أن جميع النماذج، رغم اختلاف بنيتها الرياضية، تحافظ على التوافق مع الشرط ($|\Delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f| < 4.7\times10^{-4}$) عند قيم مناسبة للمعاملات الحرة، مع إمكانية استعادة نموذج ΛCDM Λ في بعض الحالات. كما أظهر تحليل χ^2 توافق هذه النماذج مع بيانات معامل هابل، مما يعزز صلاحيتها في وصف تسارع الكون المتأخر دون التضحية بالحقبة المبكرة.

حتى النماذج الأقل تقليدية، مثل جاذبية أينشتاين–آيثر (Einstein–Aether) ونظريات Hořava–Lifshitz، خضعت بدورها لاختبارات BBN. ففي دراسة قام بها Sultan و Jawad (2022)، تمركزت على اختبار هذه

4 الفصل الرابع: نماذج الجاذبية المعدّلة والقيود الرصدية

في هذا الفصل، نعرض دراسة تحليلية لاختبار مجموعة من نماذج الجاذبية المعدّلة باستخدام القيود الرصدية الحديثة. يشمل العمل ثلاثة أطر رئيسية: جاذبية $f(T)$، وجاذبية $f(T,B)$ إضافةً إلى نماذج $f(T)$ المقترنة بالمادة من خلال الالتواء. تم أولاً تقييم كل نموذج وفق قيود التخليق النووي البدائي (BBN) لضمان اتساقه مع فيزياء الكون المبكر، ثم جرى اختبار توافقه مع المعطيات الرصدية في الأزمنة المتأخرة اعتمادًا على قياسات $H(z)$ المستخلصة من (CC). أما في إطار جاذبية اقتران الالتواء–المادة، فقد تم اعتماد المنهجية السابقة بالإضافة لدمج إحصائي شامل لبيانات (CC) و(SNe Ia) و(BAO) ضمن صياغة موحّدة لدوال الاحتمال.

4.1 تحليل نماذج $f(T)$ في ضوء القيود الرصدية للكون المبكر والمتأخر

في هذا الجزء، اعتمدنا إطارًا مزدوج القيود لاختبار نماذج الجاذبية من نوع $f(T)$ من خلال الجمع بين قيود (BBN) وبيانات (CC)، وشمل ذلك النماذج الأسية، نموذج قانون القوة بمعاملات لا بعدية، بالإضافة إلى نموذجين لوغاريتميين. من خلال دمج قيود (BBN) مع قياسات $H(z)$، تمكنا من تحديد نطاقات المعاملات التي تتوافق مع تطور الكون في مراحله المبكرة والمتأخرة، مع تحقيق تحسين في دقة القيود مقارنة بالدراسات السابقة التي اقتصرت على (BBN) وحدها، مما يربط بين فيزياء الكون المبكر وديناميكيات التوسع المتأخر بشكل أكثر تكاملًا.

4.1.1 نموذج قانون قوة (Power–Law Model)

يُعَدّ نموذج قانون القوّة ضمن جاذبية $f(T)$ أحد أبرز النماذج التي طُرحت لأول مرة في العمل [68]، بهدف تعميم صيغة الالتواء T. وقد اختُبر هذا النموذج باستخدام بيانات رصدية كونية متنوّعة مثل (SNe Ia) و(BAO) و(CMB)، وأظهرت النتائج قدرته التفسيرية كبديل محتمل للنموذج المعياري، ويمكن صياغة هذا النموذج بالشكل:

$$f(T) = \alpha M^{2(1-n)}(-T)^n \qquad (104)$$

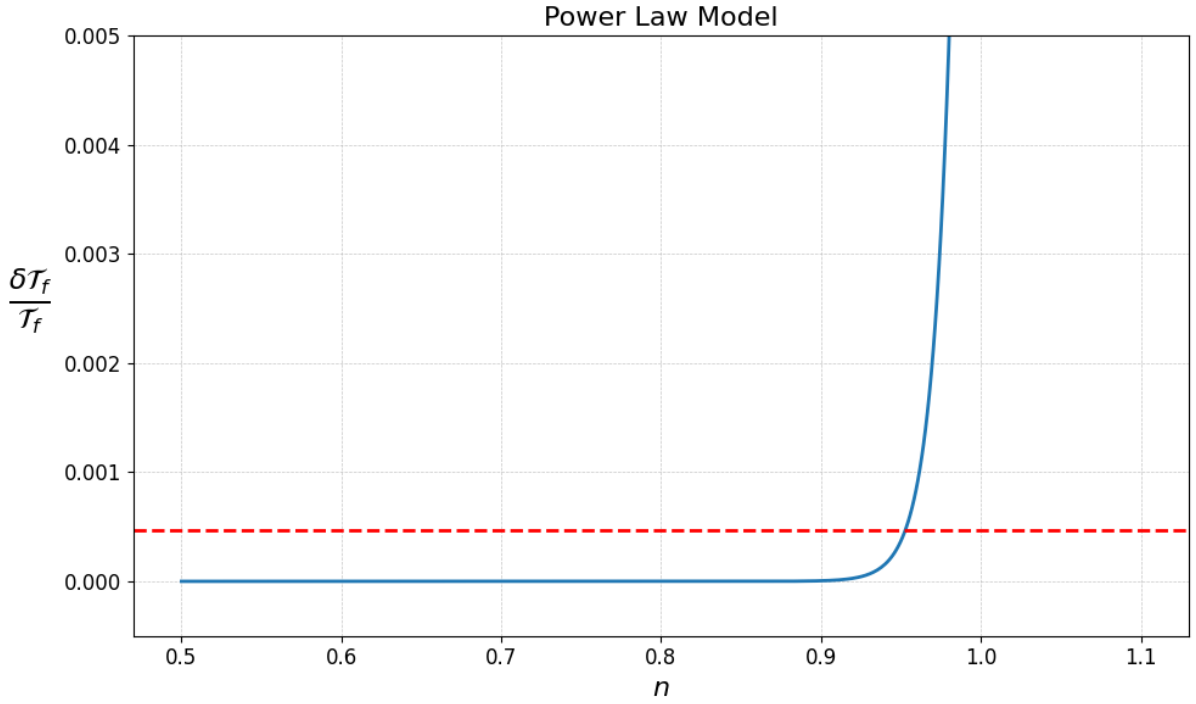
حيث تعتمد الدالة على معاملين بلا أبعاد هما α وn ، بينما أُضيف مقياس الكتلة M حديثًا لضمان الاتساق البُعدي للصيغة، إذ لم يكن هذا الحد موجودًا في النسخة الأصلية للنموذج.

يتّسم هذا النموذج بمرونةٍ ديناميكيةٍ لافتة؛ فعندما يكون $n = 0$ تختزل معادلات الحركة إلى نموذج ΛCDM مع ثابت كوني فعّال يُعطى بالعلاقة $\Lambda_{eff} = -\alpha M^2/2$، بينما عند $n = 1$ يتطابق النموذج مع نظرية TEGR مع ثابت جاذبية فعّال على الصورة $G_{eff} = G_0/(1+\alpha)$. على المستوى الكوني، يلعب المعامل n دورًا حاسمًا في التحكّم في ديناميكيات التوسّع الكوني؛ إذ تؤدي القيم $n > 1$ إلى تأثيراتٍ أكبر في مراحل الكون المبكرة ذات الطاقة العالية، في حين تُسفر القيم $n < 1$ عن سلوكٍ يُشابه تأثير الطاقة المظلمة في العصور الكونية المتأخرة.

لإيجاد قيمة المعامل α في المعادلة (104) نستفيد من معادلة فريدمان الأولى (70) فنجد أن: $\alpha = \Omega_{\mathrm{DE},0}(2n-1)^{-1}(6H_0^2)^{1-n}M^{2(n-1)}$ حيثُ أنّ $\Omega_{\mathrm{DE},0} = (1-\Omega_{m0}-\Omega_{r0})$ و $\Omega_{m0} = \rho_{m0}/3M_P^2H_0^2$ و $\Omega_{r0} = \rho_{r0}/3M_P^2H_0^2$. وبتعويض المعادلة (104) في العلاقة (72)، نحصل على الكثافة الطاقية الفعّالة للنموذج وفق: $\rho_{DE} = \rho_r\Omega_{\mathrm{DE},0}(H/H_0)^{2n-2}$، وباستخدام العلاقة السابقة مع تابع قانون القوة المعطى بالمعادلة (104) ومعادلة H_{GR} المعطاة بالمعادلة (91) والتعويض بالمعادلة (93) نجد أن:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{g_*}{90}}\frac{\pi\Omega_{\mathrm{DE},0}}{10c_qM_P\,\mathcal{T}_f^3}\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right)^{4n-4} \qquad (105)$$

تدل النتائج أنّ النموذج ينجح في تجاوز قيود (BBN) عندما $n \lesssim 0.95$، كما هو موضح في الشكل (1).



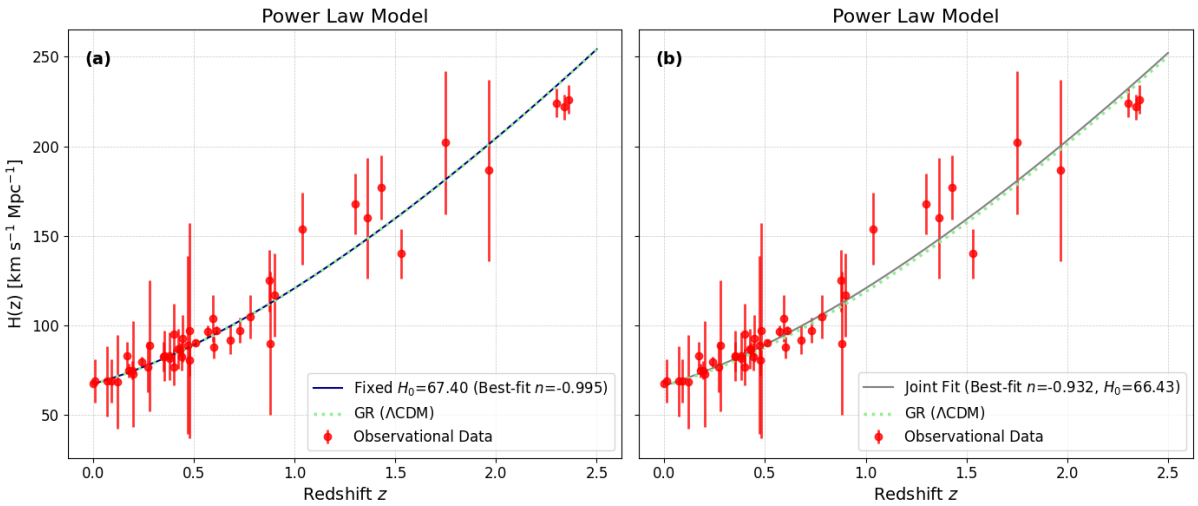
الشكل 1 يوضّح العلاقة بين الانحراف النسبي في درجة حرارة التجمد والمعامل n لنموذج قانون القوة في جاذبية $f(T)$.

من ناحية أخرى، يمكن صياغة معادلة هابل المعيارية بإدخال العلاقات السابقة في معادلة فريدمان (70):

$$E(z) = \Omega_{\mathrm{DE},0} E^n(z) + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 \qquad (106)$$

وقد تمت مقارنة هذا التنبؤ مع بيانات معامل هابل التجريبية وحصلنا على النتائج الموضحة في الشكل (2).

- في السيناريو الأول (شكل a.2)، من أجل قيمة ثابتة لمعامل هابل عند $H_0 = 67.4\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$، أُعطي أفضل توافق عند $n = -0.995$ مع $\chi^2_\nu = 0.682$، مما يُشير إلى أنّ النموذج يُلاءِمُ البيانات الإحصائيّة بدرجةٍ عاليةٍ من الدقّة. وُجِد أنّ مجال الثقة 68% توافق المجال $[-1.0359، -0.9554]$ بينما يمتد مجال الثقة 95% إلى $[-1.0773، -0.9193]$.
- أمّا في السيناريو الثاني (شكل b.2)، اعتبرنا أن المعاملين n و H_0 يتغيران بشكل حر، فحصلنا على القيمة $n = -0.93$ و $H_0 = 66.4256\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ مع $\chi^2_\nu = 0.677$. من أجل n شملت الثقة 68% المجال $[-0.9714, -0.8953]$ و من أجل H_0 يكون $[65.9055، 66.9457]\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$، في حين أن مجال الثقة 95% لـ n يكون $[-1.0105، -0.8611]$ و $[65.4064، 67.4448]\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ من أجل H_0.



الشكل 2 مقارنة بين نموذج قانون القوّة في $f(T)$ والبيانات الرصديّة لمعدّل هابل. (a) النتيجة التي تُعطي أفضل قيمة للمعامل n، و(b) تحليل مشترك يُظهر أفضل قيمة لكل من H_0 و n، مع مقارنة بنتائج نموذج ΛCDM.

و بإدراج القيمة المثلى لـ n في علاقة α نستطيع تحديد قيمة α وفق معيارين مختلفين:

- عند التطبيع على مقياس هابل $(M = H_0)$: نحصل على $\alpha \approx -25.17$.
- وعند التطبيع على مقياس بلانك $(M = M_{\mathrm{Pl}})$: نحصل على $\alpha \approx -2.15 \times 10^{-242}$.

4.1.2 النموذج الأسي (Exponential Model)

نظرًا لبساطة الشكل الأُسِّي، فقد استُخدم على نطاقٍ واسعٍ في الأدبيات الحديثة، بما في ذلك تطبيقات تخليق العناصر البدائي (BBN)، رغم أنّ قيم معاملاته لا تزال غير محدَّدة بدقّة [76]. ويُعطى النموذج بالصيغة:

$$f(T) = \beta_1 T_0 \left(1 - e^{-\beta_2 \frac{T}{T_0}}\right) \tag{107}$$

حيث β_1 وβ_2 معاملان لابعديان. يتميّز هذا النموذج بقدرته على توصيف التوسّع الكوني في مراحله المبكرة والمتأخّرة ضمن إطارٍ موحَّد. ففي الحقبة المبكرة، يختزل النموذج إلى نظرية (TEGR) مع ثابت كوني فعّال يُعطى بـ $\Lambda_{\mathrm{eff}} = 3H_0^2\beta_1$، وهو ما يُشير إلى انحرافٍ طفيف عن ديناميكيّات النسبية العامة. أمّا في الحقبة الحالية، فعندما يكون $H = H_0$، ومن أجل $\beta_1 = 1$، نحصل على $G_{eff} = G_0/\left[(2\beta_2 + 1)e^{-\beta_2}\right]$، الأمر الذي يمنح النموذج مرونةً عالية تُمكّنه من الانسجام مع القيود الرصدية المتنوّعة عبر المراحل المختلفة من تاريخ الكون. وعند تعويض المعادلة (107) في معادلة الحركة عند الزمن الحاضر، نجد أنّ: $\beta_1 = \Omega_{\mathrm{DE},0}\left[1 - (1 + 2\beta_2)e^{-\beta_2}\right]^{-1}$ ، ولحساب الكثافة الطاقية الفعّالة ρ_{DE} ، نُعوض التابع الأُسِّي في العلاقة (72) فنحصل على: $\rho_{DE} = \beta_1\left[(2\beta_2 + \eta)e^{-\beta_2/\eta} - \eta\right]$، حيث $\eta = H_0^2/H^2$. وباستخدام هذه الصيغة في معادلات الكثافة نحصل على:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \left[\left[\left(2\beta_2 + \left(\frac{\mathcal{T}_0}{\mathcal{T}_f}\right)^4\right)e^{-\beta_2\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right)^4} - \left(\frac{\mathcal{T}_0}{\mathcal{T}_f}\right)^4\right]\frac{\Omega_{\mathrm{DE},0}}{[1 - (1 + 2\beta_2)e^{-\beta_2}]}\right]\frac{\sqrt{\pi^2 g_*}}{30\sqrt{10}c_q M_P\,\mathcal{T}_f^3} \tag{108}$$

وقد أظهرت النتائج الواردة في الجدول (1) أنّ القيمة $\left|\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f\right|$ تبقى دون الحد الأعلى المسموح به من قبل قيود BBN (المعادلة 88). وبناءً على ذلك، فإن التصنيع النووي البدئي لا يفرض قيودًا ذات مغزى على المعامل β_2 في هذا النموذج.

جدول 1: يعرض القيم المحسوبة لـ$\left|\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f\right|$ من أجل قيم مختلفة للمعامل β_2 للنموذج الأسي.

$\boldsymbol{\beta_2}$	$\left\|\boldsymbol{\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f}\right\|$
0.1	1.166×10^{-38}
0.2	6.845×10^{-38}
0.3	5.401×10^{-38}
0.4	4.845×10^{-38}
1	9.657×10^{-39}
10	1.002×10^{-39}

ونظرًا لبقاء β_2 غير مقيد ، يمكن الحصول على $E(z)$ بإدراج (107) وβ_1 في المعادلة (70) كالتالي:

$$E(z) = \Omega_{\mathrm{DE},0}\left[\frac{1-\left(1+2\beta_2 E(z)\right)e^{-\beta_2 E(z)}}{1-(1+2\beta_2)e^{-\beta_2}}\right] + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 \qquad (109)$$

وقد جرى اختبار هذا النموذج مقابل البيانات الرصدية لمعامل هابل كما هو موضح في الشكل.(3)

- في الحالة الأولى: تثبيت قيمة معامل هابل عند $H_0 = 67.4$ km s⁻¹ Mpc⁻¹ ، نحصل على أفضل قيمة للمعامل β_2 من أجل $\chi^2_\nu = 0.96$.

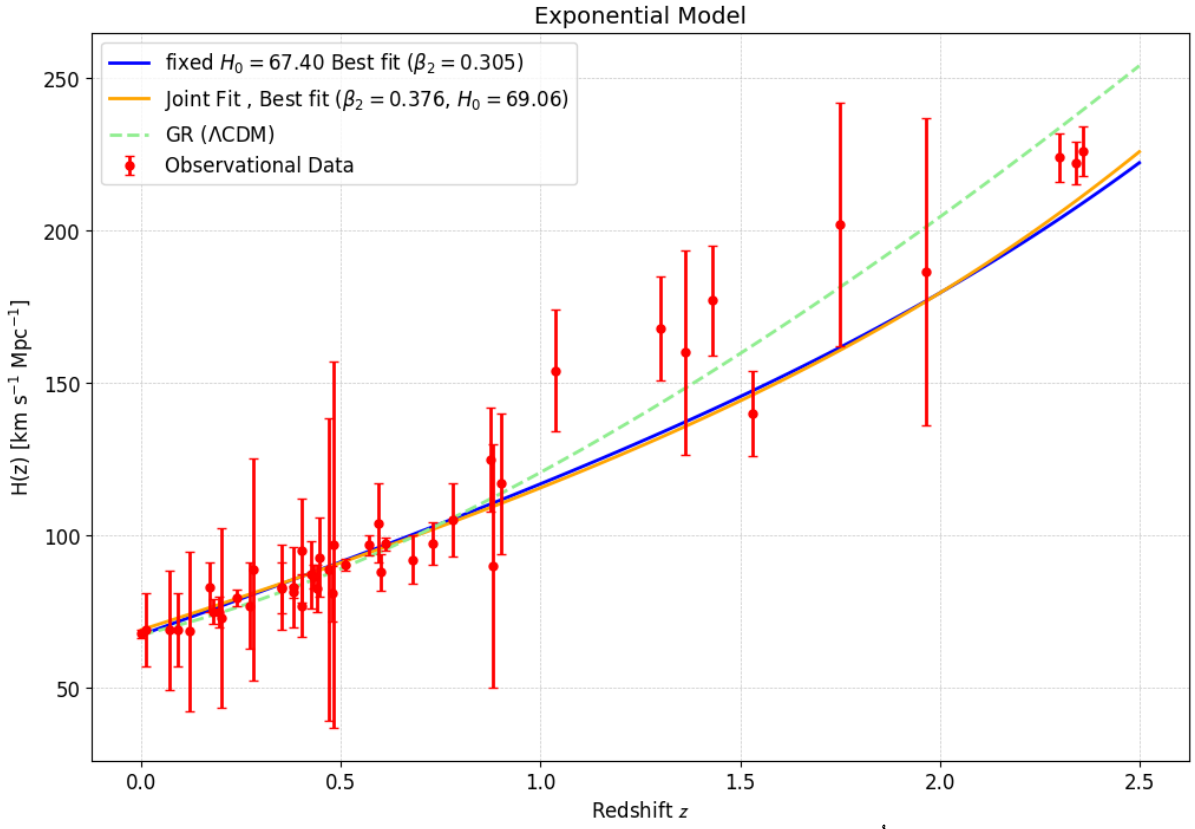
$$\beta_2 = 0.305\begin{cases}68\%\ \text{CI: } [0.285, 0.331],\\ 95\%\ \text{CI: } [0.263, 0.356].\end{cases}$$

- في الحالة الثانية: اعتبرنا أن β_2 و H_0 حران، نحصل على أفضل القيم من أجل $\chi^2_\nu = 0.96$:

$$\beta_2 = 0.376\begin{cases}68\%\ \text{CI: } [0.352, 0.405],\\ 95\%\ \text{CI: } [0.329, 0.435].\end{cases}$$

$$H_0 = 69.06\ km\,s^{-1}\,Mpc^{-1} \begin{cases} 68\%\ \text{CI: } [68.57، 69.69]، \\ 95\%\ \text{CI: } [68.01، 70.25]. \end{cases}$$

عند أخذ أفضل قيمة مستخلصة للمعامل β_2 من التحليل أحادي المعامل $\beta_2 = 0.305$ وتعويضها في علاقة β_1، نجد أنّ $\beta_1 \approx -3.67$. أما عند $\beta_2 = 0.376$ من التحليل المشترك، نجد أن $\beta_1 \approx -3.37$.



الشكل 3 مقارنة بين النموذج الأُسِّي في والبيانات الرصدية لمعامل هابل (النقاط باللون الأحمر). يبيّن الخطّ الأزرق حالة H_0 ثابت والبرتقالي حالة التحليل المشترك للمعاملين H_0 وβ_2، بينما يمثّل الخط الأخضر نموذج ΛCDM.

4.1.3 النموذج اللوغاريتمي (Logarithmic Model)

استلهامًا من المقاربةِ اللّوغاريتميّةِ الواردةِ في العملِ [77]، ، والتي امتازت ببنيتِها الرياضيّةِ القادرةِ على تمثيلِ سلوكِ الكونِ في مراحلِه المبكّرةِ والمتأخّرةِ على حدٍّ سواء، نُفترض أنَّ الدالّةَ $f(T)$ تأخذُ الصورةَ التالية:

$$f(T) = \beta T + \gamma T_0 \log\left(\frac{T}{T_0}\right) \qquad (110)$$

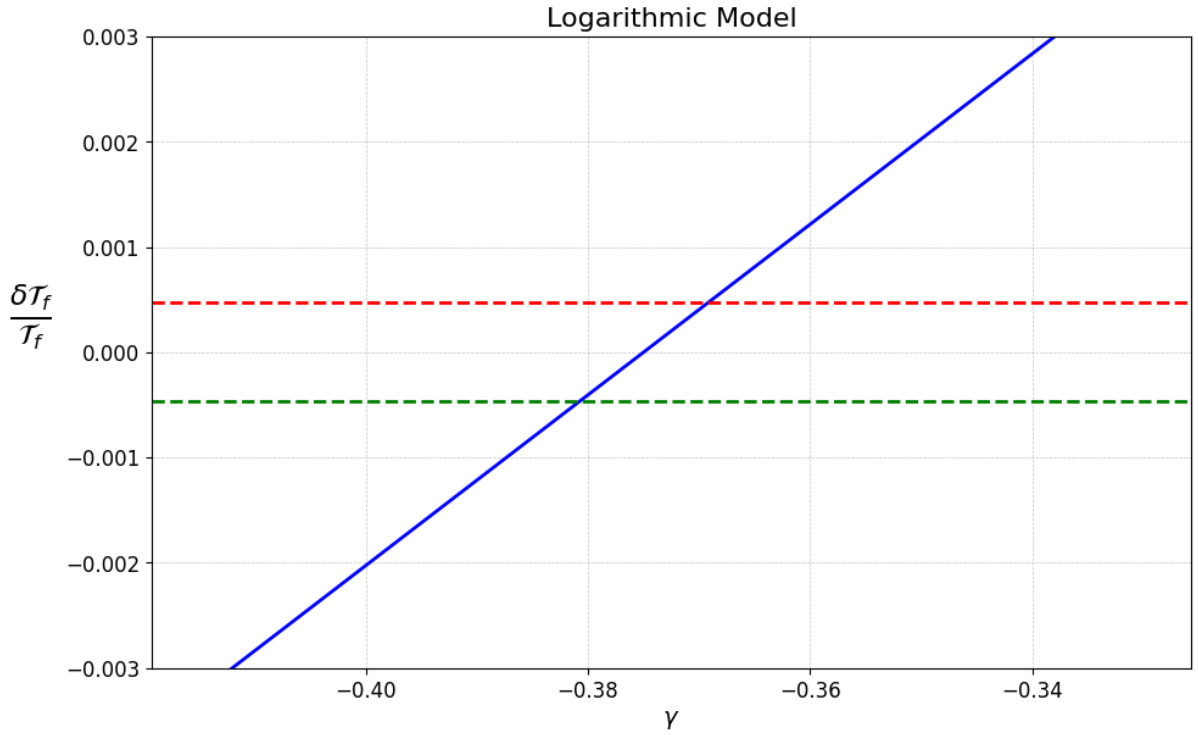
حيثُ β و γ معامِلانِ لا بُعديّان. يُظهرُ هذا النموذجُ تدرّجًا سلسًا بين سلوكِ نظريةِ TEGR وبين تصحيحٍ لوغاريتميٍّ طفيف؛ فعند اختيارِ $\gamma = 0$ يعودُ النموذجُ إلى TEGR بحيثُ يكونُ $G_{\text{eff}} = G_0/(1+\beta)$، بينما

عند $\beta = 0$ وفي حدود $T \to T_0$ يتصرّفُ كمُكافئٍ لثابتٍ كونيٍّ فعّال $\Lambda_{\text{eff}} = \gamma T_0$. على المستوى الديناميكي، يهيمنُ الحدُّ الخطيُّ عند الطاقاتِ العاليةِ مؤدّيًا إلى تعديلٍ في ديناميكيّاتِ TEGR خلالَ الكونِ المبكّر، في حين يتحوّلُ الحدُّ اللّوغاريتميّ إلى مصدرٍ فعّالٍ للطاقةِ المظلمةِ عند الأزمنةِ المتأخّرةِ حيثُ $H \sim H_0$. وبهذا يُتيحُ النموذجُ اللّوغاريتميّ إطارًا موحّدًا لوصفِ تطوّرِ الكونِ عبرَ تاريخِه الكونيّ من بداياتِه إلى حاضره.

عند تطبيقِ معادلةِ فريدمان لحالةِ الزمنِ الحاضر، نحصلُ على صيغةٍ للمعاملِ β تُعطى بالعلاقة: $\beta = -(2\gamma + \Omega_{\text{DE،0}})$، وباستبدالِ المعادلةِ (110) في تعبيرِ كثافةِ الطاقةِ الفعّالةِ نحصلُ على الصيغة: $\rho_{DE} = \rho_r \left[\Omega_{\text{DE،0}} + \left[1 - \left(\log\left(\frac{H}{H_0}\right) + 1\right)\frac{H_0^2}{H^2}\right] 2\beta\right]$، ويؤدّي ذلك إلى تعديلٍ في الانحرافِ النسبيّ لدرجةِ حرارةِ التجمّد خلالَ مرحلةِ التصنيعِ النوويّ البدئيّ (BBN)، بحيثُ تأخذُ العلاقةُ الشكلَ:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{g_*}{90}}\left[\Omega_{\text{DE،0}} + \left[1 - \left(2\log\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right) + 1\right)\left(\frac{\mathcal{T}_0}{\mathcal{T}_f}\right)^4\right] 2\gamma\right] \frac{\pi}{10 c_q M_P \mathcal{T}_f^3} \qquad (111)$$

وباستخدامِ القيدِ الرصديّ المستمَدّ من مرحلةِ BBN (المبيَّن في المعادلةِ 88)، تبيّن أنَّ القيمَ المسموحَةَ للمعاملِ γ تقعُ ضمنَ مجالٍ ضيّقٍ جدًّا $-0.3692 \lesssim \gamma \lesssim -0.3808$، كما هو موضّحٌ في الشكلِ (4).

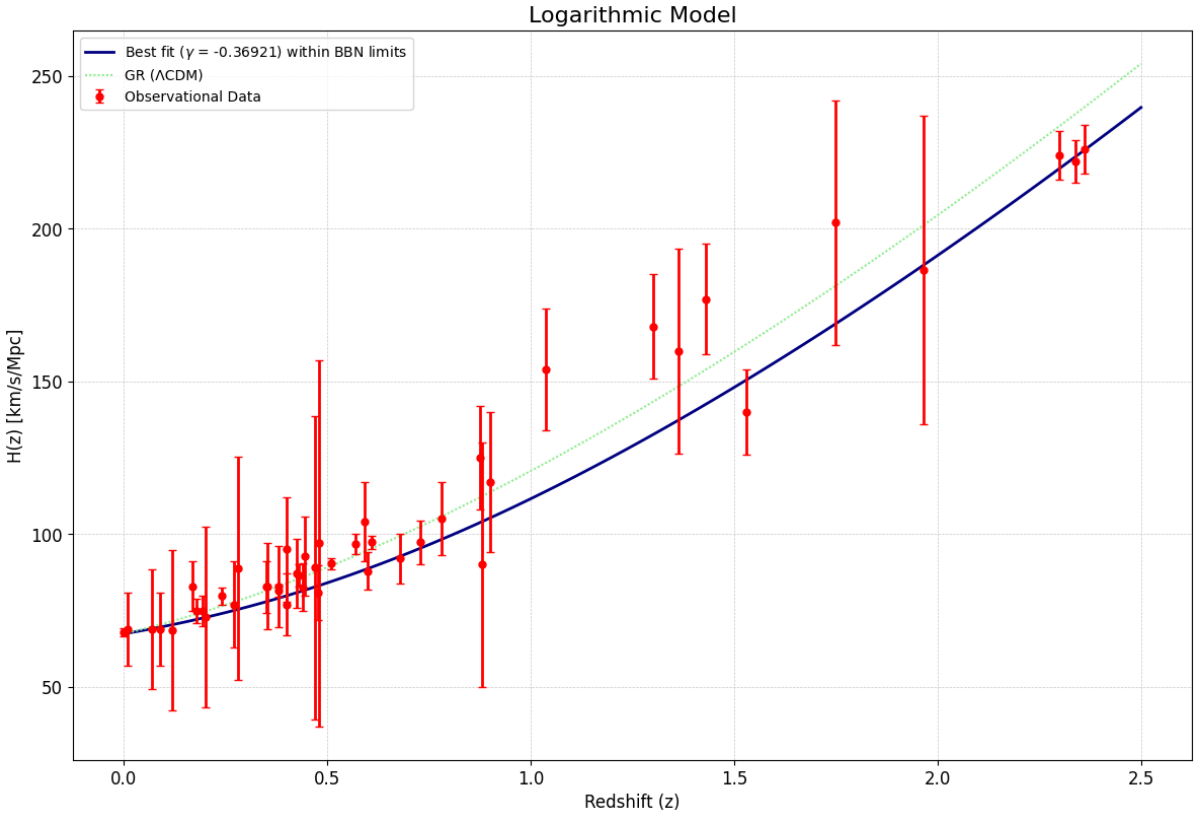


الشكل 4 يوضّح تابعية $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f$ للمعامل γ في حالة النموذج اللوغاريتمي، ويشير الخطّين المتقطّعين باللونين الأحمر والأخضر إلى حدود (BBN) $\pm 4.7 \times 10^{-4}$.

عندَ إدراجِ المعادلةِ (110) والصيغةِ الرياضيةِ للمُعاملِ β في معادلةِ فريدمان، نحصلُ على:

$$E(z) = \frac{1}{(\Omega_{m0} + \Omega_{r0} - 2\gamma)}[\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + (\log(E) - 2)\gamma] \quad (112)$$

تمّ تحديدُ نطاقِ المعاملِ γ اعتمادًا على تحليلِ χ^2 لبياناتِ $H(z)$، مع افتراضٍ أوّليٍّ يُقيّدُ قيمتَه ضمنَ النطاقِ الذي تفرضُه مرحلةُ (BBN). أظهر التحليلُ أنّ أفضلَ قيمةٍ للمعامل هي $\gamma = -0.36921^{+0.00001}_{-0.00189}$، مع $\chi^2_\nu = 1.42$، ما يعكس توافقًا إحصائيًا مع البيانات. وباستبدالِها في علاقةِ β وجدنا أن $\beta \approx 0.054$.

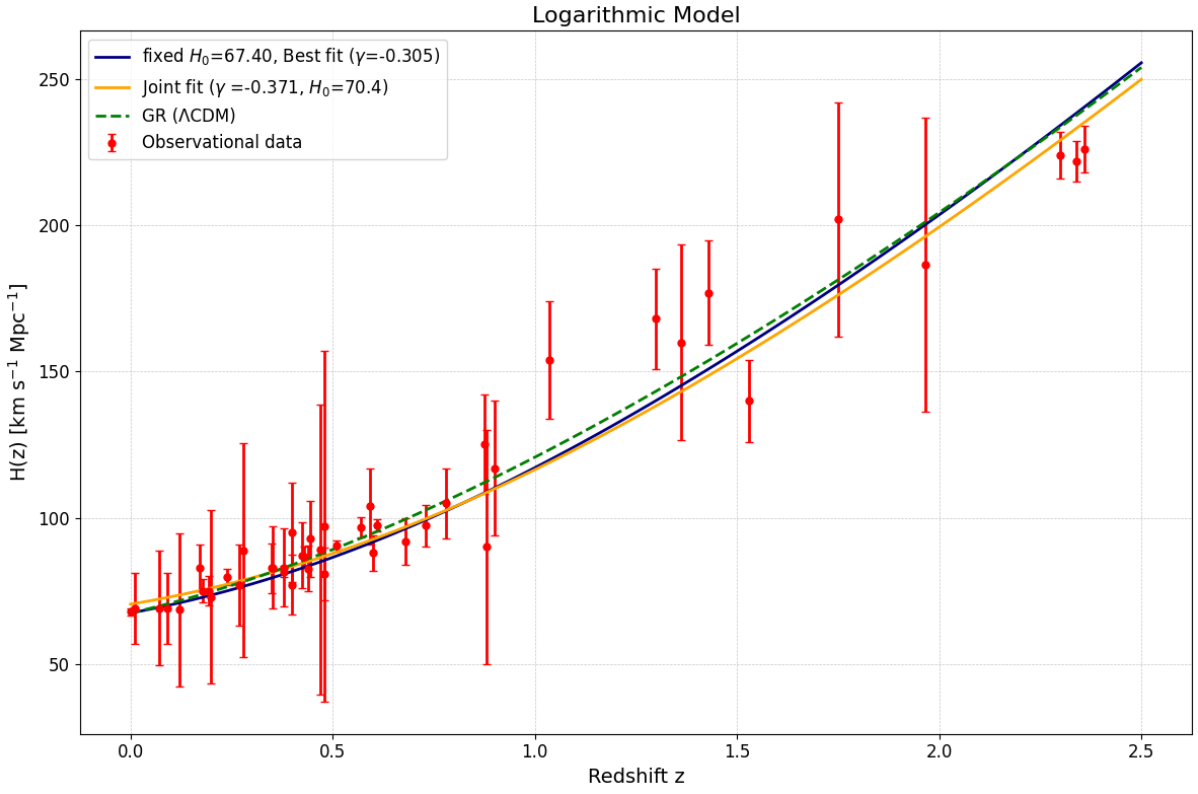


الشكل 5 يوضح الشكل منحنى $H(z)$ الأزرق للنموذج اللوغاريتمي ضمن حدود BBN، مع مقارنته بمنحنى نموذج ΛCDM (الأخضر) والبيانات الرصدية (النقاط الحمراء).

قمنا بدراسة النموذجُ اللوغاريتميُّ أيضًا من دون فرضِ قيدِ (BBN) في التحليلِ الأحادي، مع تثبيتِ معامل هابل عند $67.4\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ وبيّن التحليلُ أنّ أفضلَ قيمةٍ للمعامل γ هي $\gamma = -0.3053$، من أجل $\chi^2_\nu = 1.00$، وقد حُدِّد مجالُ الثقة بنسبة 68% عند $[-0.3188، -0.2924]$ وبنسبة 95% عند $[-0.3325، -0.2807]$ على التوالي. أما في حالة السماحِ للمُعاملينِ γ و H_0 بالتغيّر الحر، تبيّن من

التحليلِ المشترك أنّ أفضلَ القيمتين هما $\gamma = -0.3710$ و $H_0 = 70.42 \pm 0.55\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ مع حدودِ ثقةٍ بنسبة 68% لـγ عند $[-0.3872،\ -0.3557]$ و $[69.87،\ 70.97]\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ من أجل H_0، وبنسبة ثقة 95% في المجالين $[-0.4036،\ -0.3416]$ من أجل γ ومن أجل H_0 نجد $[69.34،\ 71.50]\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ وذلك من أجل $\chi^2_\nu = 0.80$، اعتمادًا على 46 نقطةٍ من البيانات الرصدية. وتُشير هذه النتيجةُ إلى أنّ المعاملينِ المحدّدينِ يُلاءمانِ القياساتِ المرصودةَ بدقّةٍ إحصائيةٍ جيدة.

ومن الملاحظِ أنّ القيمةَ المثلى المشتركة للمعامل تقعُ ضمنَ النطاقِ الذي تحدِّده قيودُ (BBN)، في حين أنّ القيمةَ المقابلةَ لمعامل هابل تقعُ بين القيمةِ المستخلَصةِ من بياناتِ بلانك $(\sim 67.4\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}})$ والقيمةِ المشتقّةِ من القياساتِ المحليةِ المعتمدةِ على سلّمِ المسافات $(\sim 73\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}})$. وتوحي هذه النتيجةُ بأنَّ التعديلَ اللوغاريتميَّ في إطارِ نظريةِ الالتواءِ يمكن أن يُسهمَ في تقليصِ توتّرِ هابل، وفقًا للبياناتِ الرصديةِ المتاحة. تُظهرُ الشكلانِ (5) و(6) تفاصيلَ هذا التحليل.



الشكل 6 يوضح الشكل مقارنة منحنيات $H(z)$ للنموذج اللوغاريتمي مع البيانات الرصدية (النقاط الحمراء)، متضمّنًا حالة H_0 ثابت (المنحني الأزرق) وحالة التحليل المشترك (المنحني البرتقالي) والحالة الموافقة لنموذج ΛCDM (المنحني الأخضر)

4.1.4 نموذج اللوغاريتم–الجذر التربيعي (Log–square–root Model)

تمّ تطويرُ نموذجٍ لوغاريتميٍّ ذي جذرٍ تربيعيٍّ، مستوحًى من صيغةٍ طُرِحت سابقًا في سياقِ جاذبيّةِ $f(Q)$ [77]، حيث افترضنا أنَّ الدالّة $f(T)$ تأخذُ الشكلَ الآتي:

$$f(T) = \alpha T_0 \sqrt{T/nT_0}\,\ln(nT_0/T) \tag{113}$$

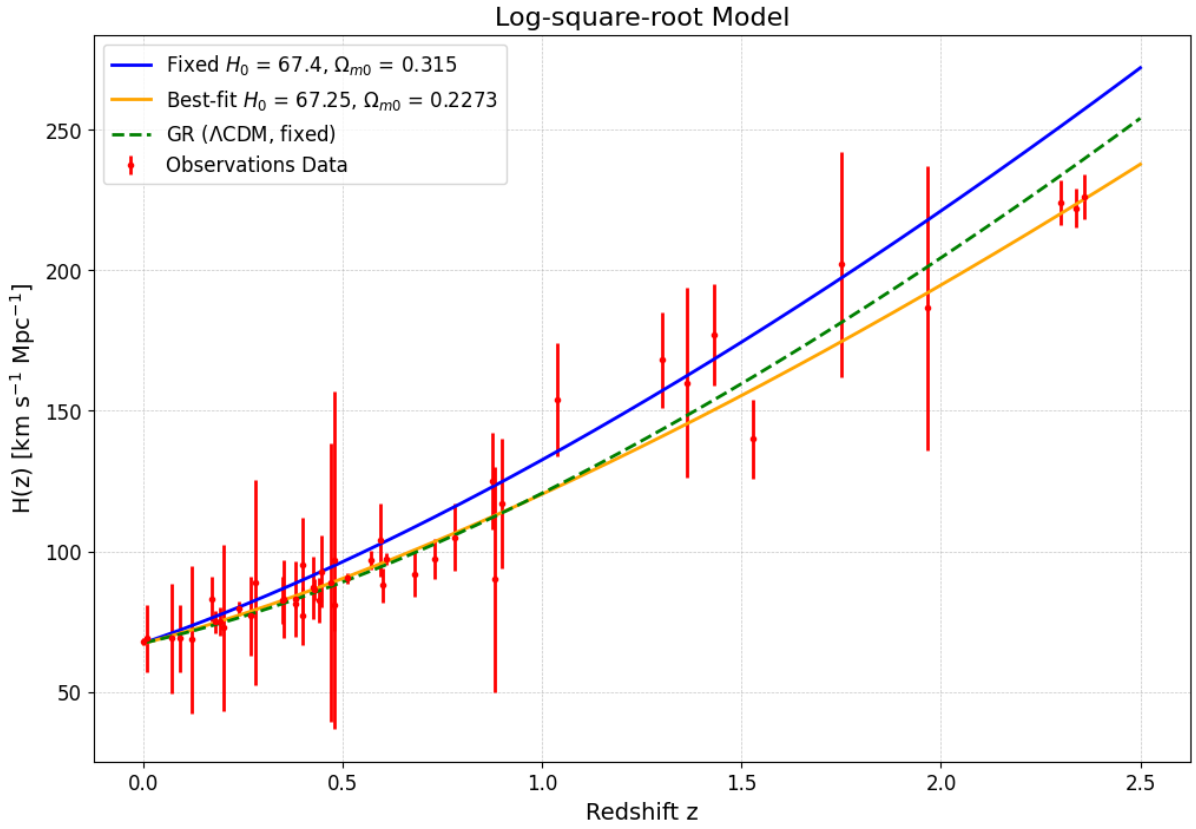
حيثُ إنَّ α و n معامِلانِ حقيقيّانِ لا بُعديّان. عند اختيارِ $n = 1$ وفي الحالةِ الحاضرة، يمكنُ إعادةُ صياغةِ ثابتِ نيوتن على النحوِ $G_{eff} = G_0/(1-2\alpha)$. أمّا في النهايةِ $\alpha \to 0$ أو عند الطاقاتِ العالية (في الكونِ المبكّر)، فتختفي التعديلاتُ الطوريّة ويُستعادُ قانونُ فريدمان القياسيّ دون ثابتٍ كونيٍّ فعّال. يُظهِرُ هذا النموذجُ سلوكًا ديناميكيًّا مميّزًا؛ إذ يمكنُ أن يصبحَ المقامُ $1 - 2\alpha\sqrt{T_0/nT}$ صفراً عندما يبلغُ الالتواءُ القيمةَ $T_c = 4\alpha^2 T_0/n$، ممّا يشيرُ إلى إمكانيّةِ حدوثِ تفردٍ أو ارتدادٍ كونيّ. في المقابل، يؤدّي اختيارُ $\alpha < 0$ إلى خفوتِ الاقترانِ الجاذبيّ الفعّال في الأزمنةِ المتأخّرة، وهو ما قد يُنتِجُ تسارعًا كونيًّا دون الحاجةِ إلى مكوّنِ طاقةٍ مظلمةٍ مستقلّ. يعملُ المعاملُ n على ضبطِ زمنِ ظهورِ هذه التعديلات؛ فكلّما ازدادت قيمتُه تأخّرَ تأثيرُها نحو مجالاتٍ صغيرةٍ من $|T|$، بينما يمكنُ لبعضِ القيمِ الخاصّة أن تُبسّطَ أو تُخفّفَ من السلوكياتِ التفرديّة. بتعويضِ المعادلةِ (113) في معادلةِ فريدمان في الزمنِ الحاضر، نحصلُ على $\alpha = \Omega_{\mathrm{DE},0}\sqrt{n}/2$. كما تُعطى كثافةُ الطاقةِ الفعّالة بالعلاقةِ $\rho_{DE} = \Omega_{\mathrm{DE},0}\rho_r(H_0/H)$. وبالتعويضِ في معادلاتِ درجةِ حرارةِ التجمّد، نحصلُ على:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{g_*}{90}}\frac{\pi\Omega_{\mathrm{DE},0}}{10c_q M_P\,\mathcal{T}_f^3}\left(\frac{\mathcal{T}_0}{\mathcal{T}_f}\right)^2 \tag{114}$$

وهي لا تعتمدُ صراحةً على المعاملين α أو n، ويُقدَّرُ ناتجُها العدديُّ $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f = 5.212\times10^{-21}$، وهو أصغرُ بكثيرٍ من الحدِّ الأعلى الذي تسمحُ به قيودُ (BBN)، ممّا يؤكّدُ انسجامَ النموذجِ مع تلك القيود. بحلِّ معادلةِ فريدمان مع (113) نحصلُ على:

$$E(z) = \left[\frac{1}{2}\left(\Omega_{\mathrm{DE},0} + \sqrt{\Omega_{\mathrm{DE},0}^2 + 4(\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4)}\right)\right]^2 \tag{115}$$

ويُلاحَظُ أنّ $E(z)$ يخلو من معاملاتِ النموذج. أظهرت النتائجُ أنّ أفضلَ قيمةٍ لـH_0 هي $H_0 = 67.25 \pm 0.95\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$، وهي قريبةٌ من قياساتِ بلانك، ما يدلّ على قدرةِ النموذجِ على التوفيقِ بين قيودِ الأزمنةِ المبكّرة والمتأخّرة دون الحاجةِ إلى طاقةٍ مظلمةٍ مضافة. كما وُجدت كثافةٌ ماديّة منخفضةٌ نسبيًّا $(\Omega_{m0} = 0.2273 \pm 0.0148)$ وطاقةٌ فعّالة مرتفعة $(\Omega_{\mathrm{DE},0} = 0.7726)$، مما يشيرُ إلى أنّ حدودَ الالتواءِ تؤدّي دورَ مُقلِّلٍ للطاقةِ المظلمةِ عبرَ تصحيحاتٍ لوغاريتميّة. مع $\chi^2_\nu = 0.80$ حيث تُظهِرُ دقّةً إحصائيّةً جيدة أفضل من نموذج ΛCDM، ولا سيّما في استيعابِ قياساتِ هابل عند الانزياحاتِ الحمراء العالية. وأخيرًا، يبقى المعاملان α و n غيرَ مقيّدين بشكلٍ كافٍ في هذا الإطار، إذ لا تظهرُ لهما تبعيّةٌ مباشرةٌ في ρ_{DE} أو $E(z)$، ما يستدعي استخدامَ بياناتٍ إضافيّةٍ مثل موجاتِ الجاذبيّة أو إشعاعِ الخلفيّةِ الكونيّة للحصول على قيودٍ أدقّ.



الشكل 7 يَعرض تطوّر $H(z)$ في نموذج اللوغاريتم–الجذر، حيث يُمثّل المنحنى الأزرق الحالة المحسوبة بقيم ثابتة لـH_0 وΩ_{m0}، ويُظهر المنحنى البرتقالي أفضل القيم للمعاملات، بينما يقدّم المنحنى الأخضر المتقطع سلوك نموذج ΛCDM.

4.2 نماذج $f(T,B)$: الصياغة النظرية والاختبارات الرصدية

في هذا العمل، جرى اقتراحُ إطارٍ موحَّدٍ لاختبار ثلاث صِيَغٍ من نظريّة $f(T,B)$ في الجاذبيّة — الخطيّة، والتربيعيّة، وقانون القوّة — وذلك بالجمع بين مشاهدات الكون المبكر والمتأخر معاً. ولتحقيق ذلك، استُخدمت قيودُ (BBN) إلى جانب بيانات $H(z)$ المأخوذة من بيانات (CC) ضمن المجال $0.07 \leq z \leq 2.0$. أظهر التحليل المشترك قدرةً أعلى على تحديد المعاملات مقارنةً بالحالات التي تعتمد على (BBN) فقط، ممّا يشير إلى انسجام تعديلات الالتواء مع البنية العامة للنظريّة النسبيّة، ويُقدِّم منهجيّةً قابلة للتطبيق على بياناتٍ أكثر دقّة مستقبلاً.

4.2.1 النموذج الخطي (Linear Model)

يُعدّ النموذجُ الخطيّ أبسطَ امتدادٍ لنظريّة TEGR أو النسبيّة العامّة، ويُعرَّف بالعلاقة:

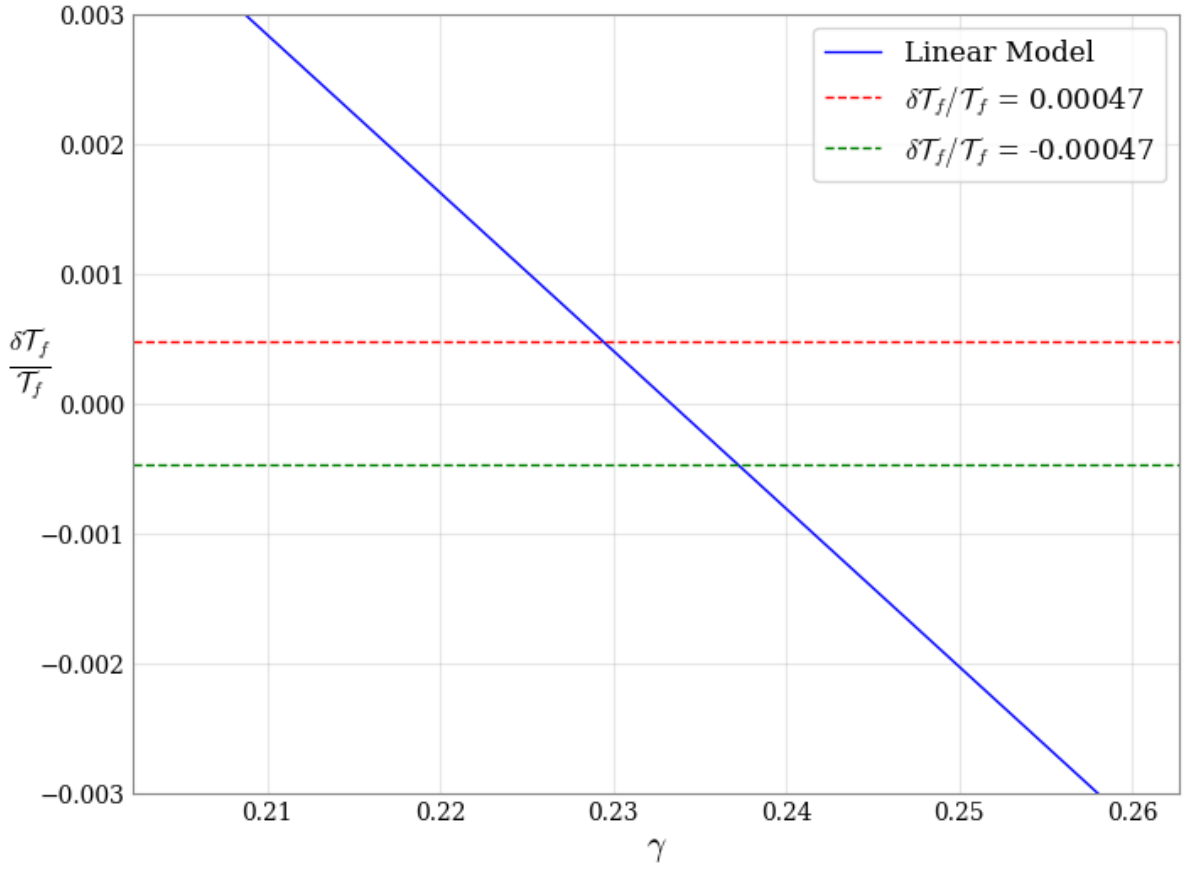
$$f(T,B) = \alpha T + \gamma B \qquad (116)$$

حيثُ α وγ معاملان لا بُعديّان. يوفّر هذا النموذج إطاراً مرناً يربط بين صِيَغ الجاذبيّة المختلفة تبعاً لاختياراتٍ خاصّةٍ للمعاملات، فمن أجل: $\gamma = 0$ يعود النموذج إلى صيغة TEGR مع إعادة تعريف ثابت الجاذبيّة الفعّال وفق $G_{\text{eff}} = G/\alpha$. أما في حالة $\alpha = -\gamma$ فإن التابع يتحول إلى $f(R) = \gamma R$، وبذلك تُستعاد صياغة النسبية العامة مع $G_{\text{eff}} = G/\gamma$. وباختيار $\alpha = \gamma = 1$ نحصل على معادلات النسبية العامة القياسية تمامًا.

بإدخال التابع الخاص بالنموذج الخطيّ في معادلة فريدمان الأولى (77) وتقييمها عند الزمن الحاضر، تبيَّن أنَّ: $\alpha = -(\Omega_{m0} + \Omega_{r0} + 5\gamma)/3$، كما أُشتُقَّت كثافةُ الطاقة المظلمة المكافئة من خلال إدخال التابع ذاته في المعادلة (79)، لنحُصِل على $\rho_{DE} = \rho_r[1 - 3\gamma - (\Omega_{m0} + \Omega_{r0})]$. وباستخدام هذه النتيجة في المعادلتين (5) و(93)، نحصل على التعبير الخاص بالانحراف النسبي في درجة حرارة التجمّد بالشكل التالي:

$$\frac{\delta \mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \frac{\sqrt{\pi^2 g_*}(\Omega_{F0} - 3\gamma)}{30\sqrt{10} q M_P \mathcal{T}_f^3} \qquad (117)$$

تَفرض عمليّات التصنيع النوويّ في الانفجار العظيم قيودًا صارمة على الانحراف المسموح به في $\mathcal{T}_f$ كما أشرنا إليه في المعادلة (88)، ممّا ينعكس مباشرةً على معاملات النموذج. وكما هو موضّح في الشكل (8)، فإنّ تطابق القيم مع الوفرة البدائيّة للعناصر الخفيفة يتطلّب أن تكون γ ضمن المجال $0.229 \leq \gamma \leq 0.237$.



الشكل 8 يوضح مجال قيم γ المسموحة في النموذج الخطي وفق قيود BBN.

بتعويض المعادلة (116) وعلاقة α في المعادلة (77) نحصل على المعادلة التفاضلية للمعامل $E(z)$ بالشكل التالي:

$$\frac{dE(z)}{dz} = \frac{1}{2\gamma E(z)}\left[(\Omega_{m0}(1+z)^2 + \Omega_{r0}(1+z)^3) + \frac{(\gamma - \Omega_{m0} - \Omega_{r0})}{(1+z)}E(z)\right] \quad (118)$$

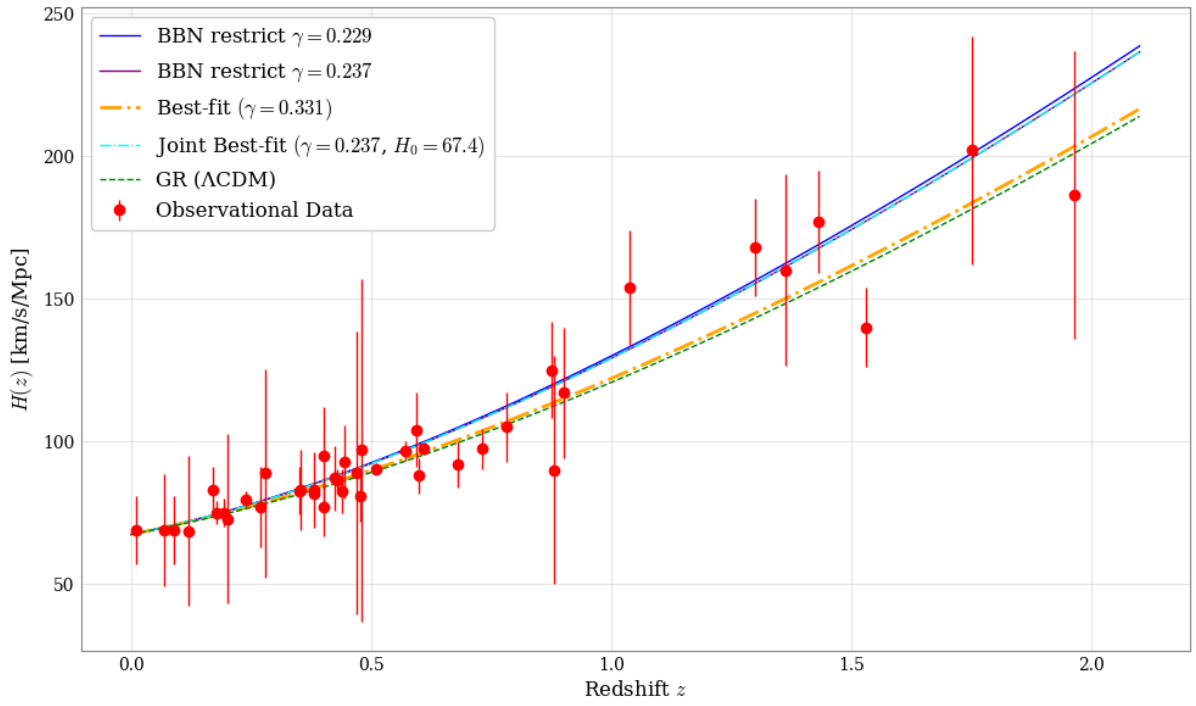
باستخدام بيانات $H(z)$ ومن أجل قيمة ثابتة $H_0 = 67.4\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ ، تبيّن أنّ أفضل قيمة للمعامل γ هي $\gamma = 0.331 \pm 0.028$، مع $\chi^2_\nu = 0.49$، حيث نُلاحظ أن قيمة γ الناتجة تقع خارج الحدود

المسموحة وفق (BBN). ورغم أنّ هذه الإحصائية تُظهر تقاربًا قويًا مع البيانات، فإن انخفاض قيمة χ^2_ν بشكل ملحوظ قد يُفسَّر إمّا بمبالغة في تقدير عدم اليقين، أو بمرونةٍ زائدةٍ في النموذج نفسه.

ولغرض المقارنة، نقوم باختيار قيم ثابتة لِـγ عند حدود مجال (BBN)، فمن أجل $\gamma = 0.229$ و$\gamma =$ 0.237 نجد $\chi^2_\nu = 0.77$ و $\chi^2_\nu = 0.71$ على التوالي. وعلى الرغم من أن هذه القيم أقرب إلى الوحدة — وهي القيمة المثالية من الناحية الإحصائية — فإن مستوى التقارب مع البيانات بدا أضعف قليلًا من الحالة السابقة.

وللحصول على تقييمٍ أكثر شمولية يأخذ في الحسبان قيود (BBN)، تم إجراء تحليل مشترك مع تقييد γ ضمن المجال $[0.229، 0.237]$، فحصلنا على $\gamma = 0.237 \pm 0.021$ و $H_0 = 67.40 \pm 0.69\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ مع $\chi^2_\nu = 0.71$.

وبتعويض قيمة $\gamma = 0.237$ في المعادلة α نجد القيمة التقريبية $\alpha \approx -0.495$.



الشكل 9 يُبيّن منحنيات $H(z)$ الخاصة بالنموذج الخطي في جاذبية $f(T,B)$، المنحنى البرتقالي المتقطع يمثل أفضل قيمة للمعامل γ، الأرجواني والأزرق مستمدان من قيود BBN، السماوي المنقط للتحليل المشترك، الأخضر المتقطع لنموذج ΛCDM، والنقاط الحمراء للبيانات الرصدية.

4.2.2 النموذج التربيعي (Square Model)

يُعَدُّ النموذجُ التَّرْبِيعِيّ أحد أبسط التوسيعات غير القياسيّة لنظريّات الجاذبيّة المعتمدة على الالتواء، حيث يُضيف حدًّا من الدرجة الثانية في مقدار الالتواء T. ويُكتَب تابعُ الجاذبيّة في هذا النموذج بالشكل:

$$f(T,B) = -T + \varepsilon T^2 + \lambda B \qquad (119)$$

حيثُ تُعَدُّ كلٌّ من λ و $\bar{\varepsilon}$ معامِلَين لا بُعديَّين، ويُعرَّف $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}/M^2$ بحيث يُمثِّل M مقياسًا مرجعيًّا للطاقة (مثل كتلة بلانك).

عند اختيار $\lambda = 0$ يتحول النموذج إلى نظرية $f(T)$، بينما يُستعاد شكلُ نظرية TEGR عندما تكون $\varepsilon = 0$ حيث يكون ثابت الجاذبية الفعّال $G_{eff} = |G|$. أمّا إذا اختيار $\varepsilon = 0$ و $\lambda = 1$، فإن النموذج يتحوّل إلى $f(T،B) = R$، وتُسترجع صياغة النظرية النسبية العامة مع $G_{eff} = G$.

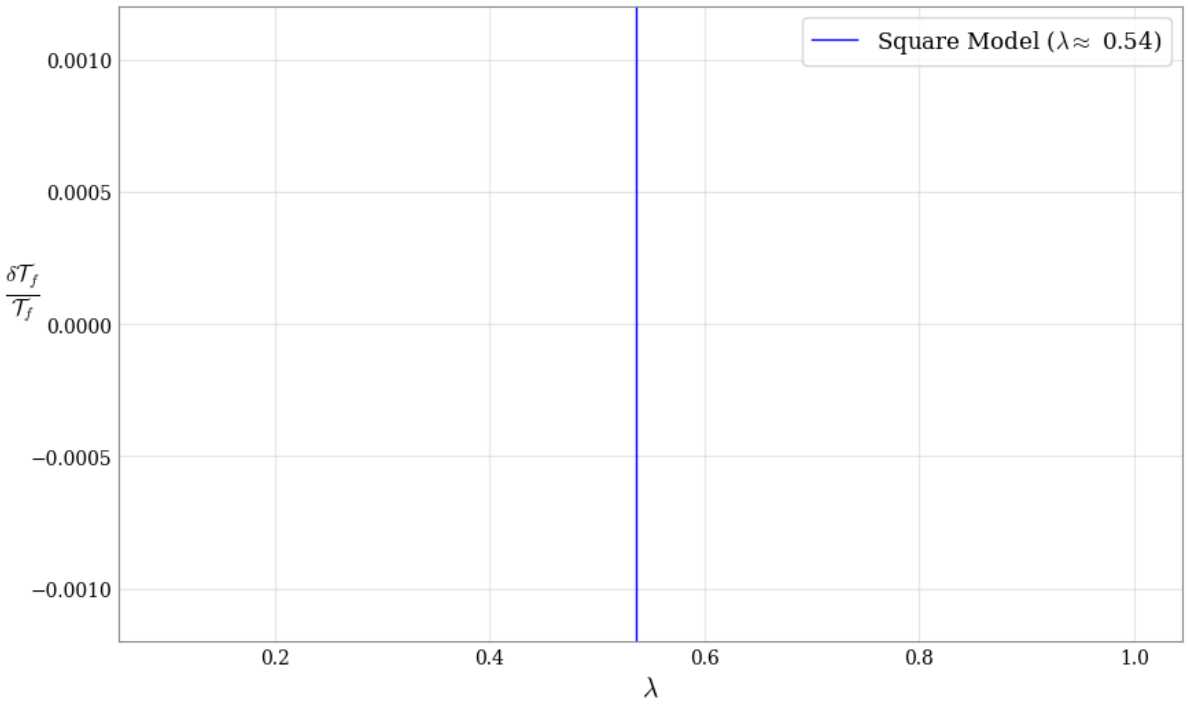
يمكن استنتاج قيمة المعامل ε من خلال تعويض التابع الخاص بالنموذج التربيعي في المعادلة (77) من أجل الزمن الحاضر، فنجد أن: $\varepsilon = [\lambda + 1/5(\Omega_{m0} + \Omega_{r0}) - 3/5]/6H_0^2$، كما يمكن اشتقاق كثافة الطاقة الفعالة المكافئة للنموذج التربيعي بتعويض الدالة (119) في المعادلة (79)، لنحصل على: $\rho_{DE} = \rho_r[2\lambda - 2 + (\Omega_{F0} + 2 - 5\lambda)H^2/H_0^2]$. وعند دمج العبارة السابق لـ ρ_{DE} مع المعادلة (5) في المعادلة (93) نحصل على عبارة التغير النسبي في درجة حرارة التجمّد بالشكل التالي:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{\pi^2 g_*}{90}}\left[2\lambda - 2 + (\Omega_{F0} + 2 - 5\lambda)\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right)^4\right]\frac{1}{10qM_P\mathcal{T}_f^3} \qquad (120)$$

عند مقارنة النتائج النظريّة بالقيود الرصديّة لـBBN، يتبيّن أنّ النموذج التربيعيّ ينسجم مع البيانات عند قيمة محدّدة $\lambda = 0.53698$، كما يظهر بوضوح في الشكل (8). ويُلاحَظ أنّ المجال المسموح لـλ ضيّقٌ جدًّا حول هذه القيمة، الأمر الذي يجعلها شبه ثابتة ضمن جميع الحلول المقبولة رصديًّا. وبذلك يُعيد النموذج التربيعيّ إنتاج الوفرة البدائيّة للعناصر الخفيفة دون أيّ انحرافٍ يُذكَر عن تنبؤات نموذج ΛCDM القياسيّ.

بِتَعويضِ المعادلة (119) الخاصّة بدالّة النموذج التربيعيّ، ومعادلةِ ε المشتقّة سابقًا، في المعادلة (77)، يمكن الحصول على المعادلة التفاضليّة لـ$E(z)$ بالشكل التالي:

$$\frac{dE(z)}{dz} = \frac{1}{2\lambda(1+z)}\Big[(\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4)E^{-1}(z) + (6\lambda - 3)E^2(z) - \big((\Omega_{m0} + \Omega_{r0}) + 5\lambda - 3\big)E^3(z)\Big] \quad (121)$$

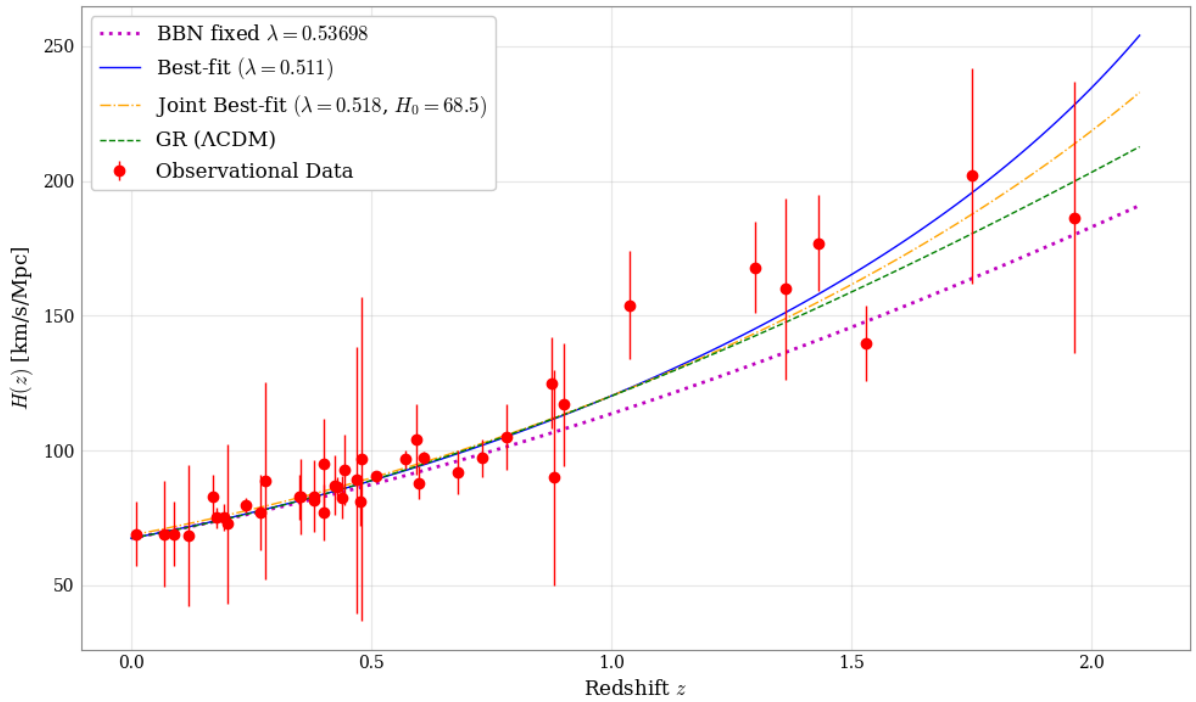


الشكل 10 يوضح نجاح النموذج التربيعي بتجاوز القيود التي يفرضها (BBN) من أجل قيمة تقريبية للمعامل λ.

يُظْهِرُ الشكلُ (11) مقارنةً تفصيليّةً بين القياسات الرصديّة للدالّة $H(z)$ تحت سيناريوهاتٍ عدّة لقيم مختلفة من المعامل λ. ويتّضح من التحليل أنّ اعتماد القيمة $\lambda = 0.53698$، وهي القيمة المستمدَّة مباشرةً من قيود التخليق النوويّ البدائيّ، يؤدّي إلى نتائج إحصائيّة جيّدة تُعطي: $\chi^2_\nu = 0.79$. أمّا عند تخفيف هذا القيد والسماح للمعامل λ بأن يتغيّر، مع تثبيت قيمة ثابت هابل عند $H_0 = 67.4\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$، فنحصل على القيمة الأفضل إحصائيًا عند: $\lambda = 0.511 \pm 0.005$ مع $\chi^2_\nu = 0.56$. وتدلّ هذه النتيجة على تحسّن واضح في جودة الملاءمة عند إعطاء درجة حرّيّة أكبر للنموذج. وعند السماح لكلٍّ من λ و H_0 بالتغيّر معًا في أثناء

عملية الملاءمة، تُشير النتائج إلى $\lambda = 0.518 \pm 0.007$ و $H_0 = 68.51 \pm 0.61\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ مع $\chi^2_\nu = 0.53$. ويُلاحَظ هنا أنّ السماح بتغيّر بارامتري النموذج معًا يُحسِّن جودة الملاءمة أكثر، ما يعكس مرونة النموذج التربيعيّ في مواكبة القياسات الكونيّة الحديثة.

بتعويض قيمة λ المستمدة من BBN في معادلة ε، نحصل على تقدير تقريبي $\varepsilon \approx -1.22 \times 10^{19}\ \mathrm{GeV^{-2}}$، وتكشف هذه القيمة الكبيرة والسالبة أنّ التصحيح التربيعيّ في الالتواء شديد الصِّغَر مقارنةً بالمقاييس الكونيّة، لكنّه يظلّ ذا أثرٍ ملحوظ عند الطاقات العالية للغاية في بدايات الكون. وإذا افترضنا أنّ مقياس الطاقة المرجعيّ يساوي مقياس بلانك: $M = M_{\mathrm{Pl}} = 1.22 \times 10^{19}\ \mathrm{GeV}$، فنجد $\tilde{\varepsilon} \approx -3.96 \times 10^{118}$.



الشكل 11 مقارنة قياسات $H(z)$ مع النموذج التربيعي، تُمثل المنحنيات بالألوان: (أرجواني متقطع) الحالة المستمدة من (BBN)، و(الأزرق) أفضل قيمة ل λ، و(البرتقالي) التحليل المشترك إضافة إلى نموذج (ΛCDM) (أخضر متقطع).

4.2.3 نموذج قانون القوة (Power-Law Model)

يُعَدّ نموذج قانون القوّة امتدادًا طبيعيًا للصياغة الخطية في إطار نظرية $f(T,B)$، حيث تُكتب الدالة بالشكل:

$$f(T,B) = T + \alpha'(-T)^n + \gamma' B \qquad (122)$$

حيث يُمثِّل كلٌّ من n و γ' ثوابت عديمة الأبعاد، بينما يُعرَّف الثابت $\alpha' = \tilde{\alpha}/M^{2(n-1)}$ مع كون M مقياسًا مرجعيًا للطاقة أو الكتلة. من أجل $\gamma' = 0$ نحصل على صياغة خالصة لنظريّة $f(T)$ على هيئة قانون قوة، والتي تختزل عند $n = 1$ إلى نظرية TEGR مع ثابت جاذبية فعّال يساوي $G_{eff} = G/(1-\alpha')$. بالمقابل، اختيار $\alpha' = 0$ و$\gamma' = 1$ يعطي $f(T،B) = R$ وبالتالي نستعيد صياغة النسبية العامة.

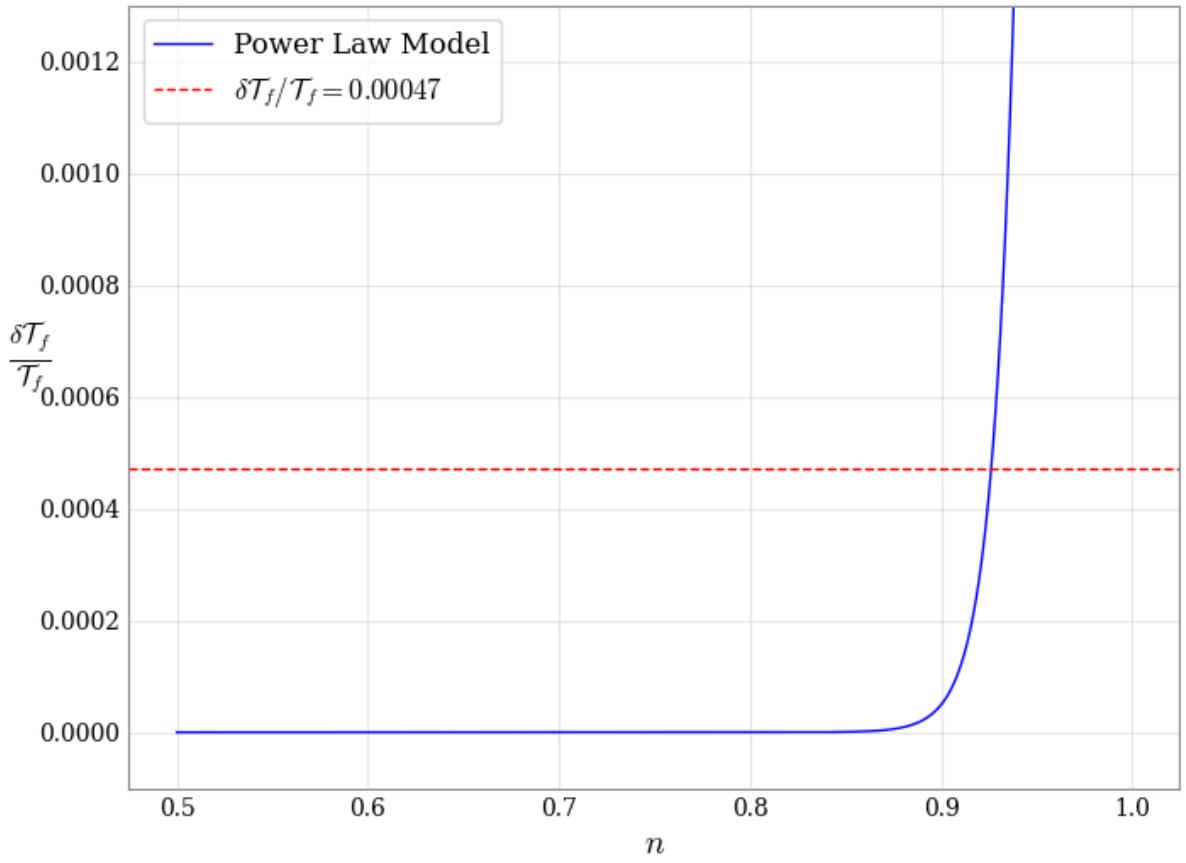
يمكن الحصول على قيمة α' بتعويض المعادلة (122) في معادلة فريدمان المعدلة (77) عند الزمن الحاضر، فيُعطى α' بالعلاقة: $\alpha' = (2n+1)^{-1}(6H_0^2)^{1-n}[(\Omega_{m0}+\Omega_{r0}) + 5\gamma' + 3]$، وبتعويض المعادلة (122) في معادلة كثافة الطاقة الفعّالة (79) نحصل على ρ_{DE} بالشكل التالي: $\rho_{DE} = \rho_r\left[4 + 2\gamma' - \left((\Omega_{m0}+\Omega_{r0}) + 5\gamma' + 3\right)\left(\frac{H}{H_0}\right)^{2(n-1)}\right]$. وباستخدام هذه النتيجة مع المعادلة (5) والتعويض في المعادلة (93) نجد:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{\pi^2 g_*}{90}}\left[4 + 2\gamma' - \left((\Omega_{m0}+\Omega_{r0}) + 5\gamma' + 3\right)\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right)^{4n-4}\right]\frac{1}{10qM_P\mathcal{T}_f^3} \qquad (123)$$

يتضح من الشكل .12 أن النموذج يتجاوز الحد المسموح به من BBN عند $n \approx 0.92$ من أجل $\gamma' = -2$، وبالتالي فإن التوافق مع بيانات BBN يفرض الشرط $n \leq 0.92$. ومع ذلك، فإنّ هذه القيود المستمدّة من BBN لا تسمح بتحديد قيمة دقيقة للمعامل n، إذ تقتصر على فرض حدّ أعلى له فحسب. لذلك، يصبح استخدام بيانات التمدّد الكونيّ $H(z)$ ضروريًّا لفرض قيود أكثر صرامة على هذا المعامل، مما يتيح الحصول على تقديرات مدعومة رصديًّا.

بإدراج التابع الخاص بنموذج القوة ومعادلة α' في المعادلة (77) نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dE(z)}{dz} = \frac{E(z)}{2(1+z)\gamma'}\Big[(\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4)E^{-2}(z) + 6\gamma' + 3 - \big((\Omega_{m0} + \Omega_{r0}) + 5\gamma' + 3\big)E^{2n-2}(z)\Big] \quad (124)$$



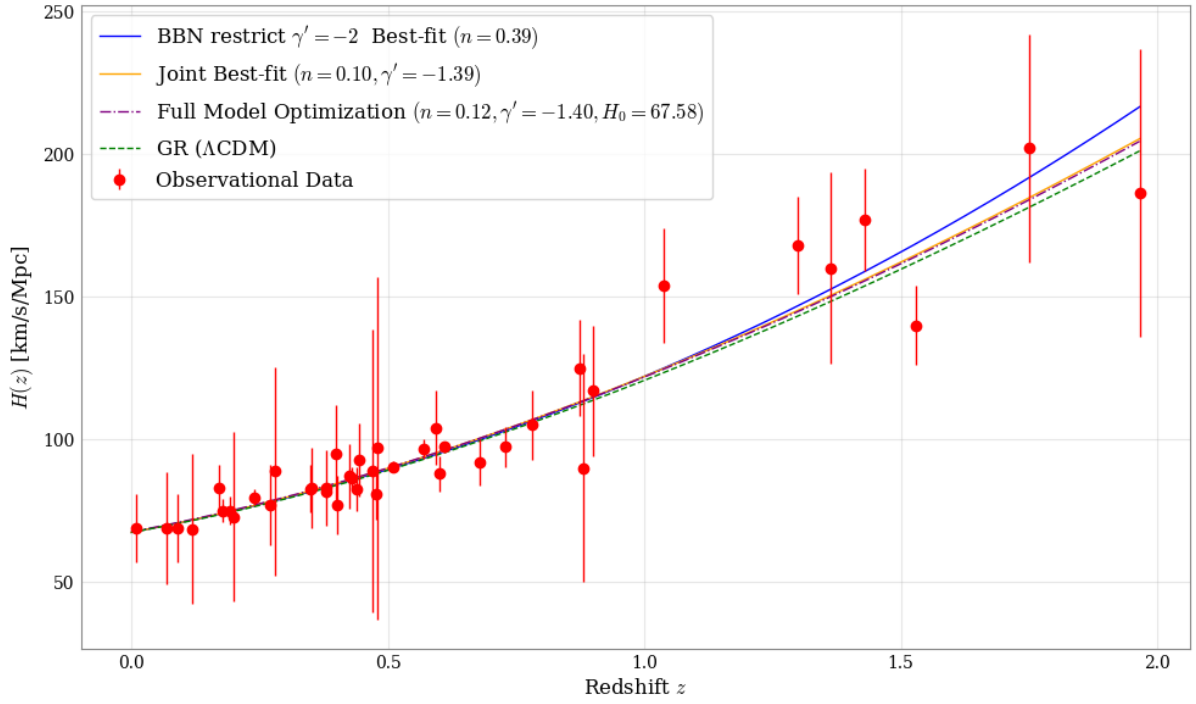
الشكل 12 يوضح التغير النسبي في درجة حرارة التجمّد بدلالة معامل نموذج قانون القوة n لجاذبية $f(T,B)$.

تَمَّ تنفيذُ دِراسةٍ عَدَديَّةٍ شاملةٍ لثلاثةِ سِيناريوهاتٍ مُختلِفةٍ ضِمنَ إطارِ النَّموذَجِ المُقترَحِ، بِهدفِ استِكشافِ سُلوكِ المُعامِلاتِ الحُرَّةِ ومَدى توافُقِها معَ القُيودِ الرَّصدِيَّةِ. في السيناريو الأول، تم اعتماد قيمة ثابتة لمعامل هابل عند $H_0 = 67.4\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ وفقا تقديرات Planck 2018، و اختيار $\gamma' = -2$ استِنادًا إلى القُيودِ المُستخلَصةِ من BBN، والسماح لـ n فقط أن يتغير. وقد أظهَرَتِ النَّتائجُ أنَّ أفضَلَ قيمةٍ للمعامل n عند $n = 0.39 \pm 0.03$ مع $\chi^2_\nu = 0.5$. يُشيرُ هذا السِّيناريو إلى تَحقيقِ اتِّساقٍ إحصائيٍّ عالٍ يَتَماشَى معَ القُيودِ النَّظَريَّةِ المُستَنِدةِ إلى BBN، مِمَّا يُعَزِّزُ مَوثوقيَّةَ النَّموذَجِ عندَ هذه القِيَمِ.

أمَّا السِّيناريو الثَّاني، فقد تَمَّ دونَ فَرضِ أيِّ قُيودٍ مُسبقةٍ من BBN على كُلٍّ من γ' و n. مِمَّا أتاحَ لَهُما حُريَّةَ التَّغيُّرِ ضِمنَ فَضاءِ المُعامِلاتِ. وقد أَسفَرَتِ النَّتائجُ عن القِيَمِ المُثلى التالية: $\gamma' = -1.39 \pm 0.36$ و $n = 0.10 \pm 0.34$ مع $\chi^2_\nu = 0.52$. وفي السِّيناريو الثَّالِث، شَمِلَ التَّحليلُ تَحسينًا كامِلًا لِجميعِ المُعامِلاتِ، حيثُ تُرِكَ ثابتُ هابِل كَمُعامِلٍ حُرٍّ إلى جانِبِ كل من γ' و n، وهو ما أسفر عن $\gamma' = -1.40 \pm 0.6$ و $n = 0.12 \pm 0.63$ و$H_0 = 67.58 \pm 1.25\ \mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}$ مع $\chi^2_\nu = 0.53$.

ومن اللافت أن القيمة المستخلصة لـ n جاءت منسجمة مع قيود BBN، في حين أن القيمة الناتجة لـ H_0 تتوافق مع القياسات الرصدية لتجربة Planck، مما يؤكد استقرار النموذج واتساقه مع المعطيات الكونية الحديثة.

وأخيرًا، وبالاعتماد على القيم المستنتجة من تحليل BBN، أي $\gamma' = -2$ و $n = 0.39$، يمكن حساب المعامل الفعّال $\tilde{\alpha}$ من العلاقة: $\tilde{\alpha} = (\Omega_{F0} - 5\gamma - 4)(2n-1)^{-1}6^{n-1}$، مع افتراض أن مقياس الكتلة $M = H_0$، وبإجراء الحساب العددي نحصل على $\tilde{\alpha} \approx -90.75$.



الشكل 13 يوضح تطور ثابت هابل وفق نموذج قانون القوة لجاذبية $f(T,B)$. يظهر المنحني الأزرق الموافق لقيود BBN، والمنحني البرتقالي للتحليل المشترك، إضافةً إلى التحسين الكامل للنموذج الموافق للمنحني الأرجواني المتقطع و المنحني الأخضر لنموذج ΛCDM.

4.3 نماذجُ الالتواء–المادّة: مِنَ الصياغةِ النظريّةِ إلى القيودِ الرصديّة

في إطارِ جاذبيّةِ اقترانِ الالتواء–المادّة، جرى تحليلُ نموذجَيْنِ متميّزَيْن باستخدامِ منهجيّةٍ ثنائيّةِ المراحل؛ إذ خضع كلٌّ منهما أوّلًا لاختبارِ قيودِ التصنيعِ النوويّ البدئيّ (BBN) بصورةٍ منفردةٍ، ممّا أتاح تقديرًا أوّليًّا للمعاملاتِ المسموحِ بها. تلا ذلك دمجٌ إحصائيٌّ موسَّع لقياساتِ المؤشّراتِ الكونيّةِ الزمنيّة (CC)، والمستعراتِ العُظمى (SNe Ia)، وتذبذباتِ الباريونِ الصوتيّة (BAO)، وذلك عبر صياغةٍ موحَّدةٍ لدوالِّ χ^2_ν المستقلّة لكلّ مجموعةِ بيانات. وقد أتاح هذا الأسلوبُ إضفاءَ قيودٍ أدقّ على فضاءِ المعاملات، وتعزيزَ القدرةِ التفسيريّة للنموذجَيْن عبر مراحِلِ التوسّعِ الكونيّ المختلفة.

4.3.1 نموذجُ (ACL–G)

اقترحنا نموذجَ (ACL–G)، وهو اختصارٌ لـ Affine–Coupled Linear–Geometric، بوصفِه نموذجًا خطّيًا بسيطًا ضمن إطارِ $f(T)$ مع اقترانٍ غيرِ تقليديٍّ بالمادّة. ويُعرَّف هذا النموذجُ على النحو الآتي:

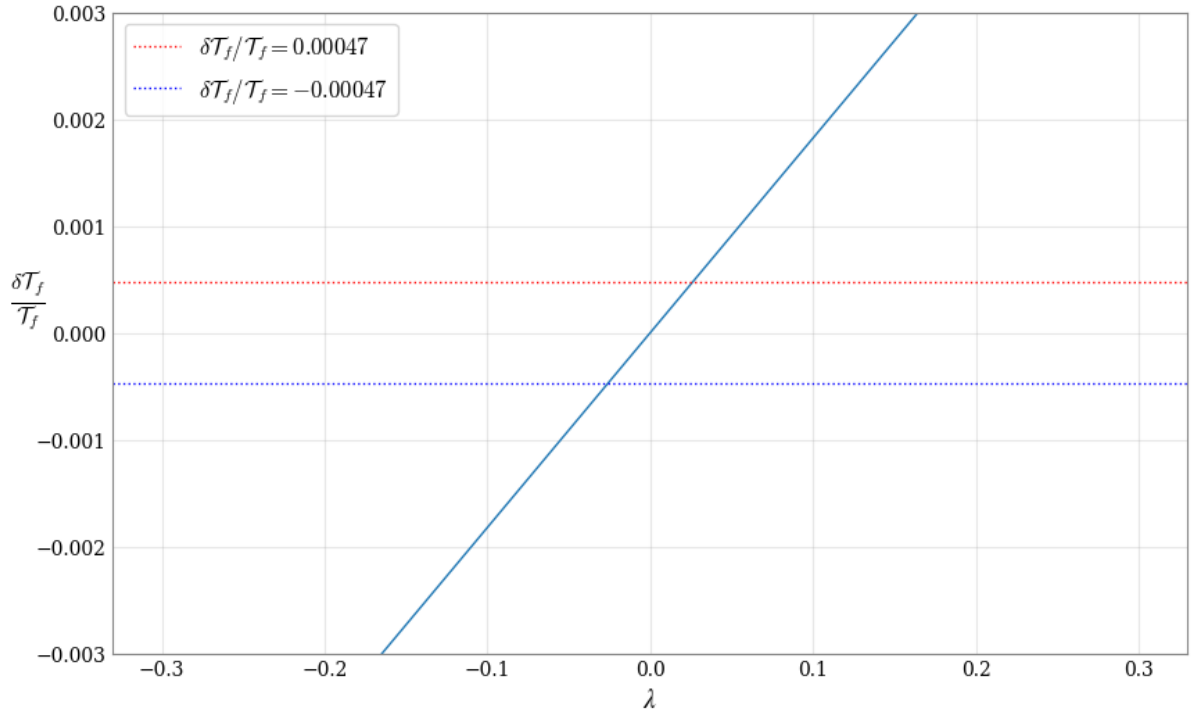
$$f_1(T) = \alpha\, T - 6\,\xi\, H_0^2، \qquad f_2(T) = b_0 + b_1 \frac{T}{T_0} \tag{125}$$

حيث تُمثِّل $f_1(T)$ دالّةً خطيّةً للالتواء تتضمّن ثابتَ اقترانٍ إضافيًا ξ، في حين تصف $f_2(T)$ دالّةً لا بُعديّةً خطيّة يحدِّدها الثابتان b_0 وb_1. وتشكل هذه الصياغةُ أبسطَ تمثيلٍ ممكنٍ للاقترانِ بين الالتواءِ والمادّة بما ينسجم مع متطلّباتِ الأبعادِ الفيزيائيّة. وقد جرى تصميمُ النموذج بحيث يسترجع في العصورِ المبكرةِ سلوكَ نظريّةِ TEGR عندما $f_1 \to \alpha T$ و$f_2 \to \text{const}$، بينما يُؤدّي حدُّ الاقترانِ في الأزمنةِ المتأخّرة إلى ظهورِ التوسّعِ الكونيّ المتسارع. يمكن تقييدُ معاملاتِ النموذج $\{\alpha، \xi، b_0، b_1\}$ بالاعتمادِ على أحدثِ البياناتِ الرصديّة، مع ضمانِ بقاءِ اقترانِ الجاذبيّةِ الفعّالِ موجبًا، واسترجاعِ حدٍّ متجانسٍ مع نموذجِ ΛCDM عند $(b_1، \xi) \to (0، 0)$. ويستند نموذج (ACL–G) إلى الصياغةِ الخطيّةِ للطاقةِ الفعّالة في نظريّةِ الالتواء [93]، لكنّه يوسّعُها عبر إدخالِ حدودٍ ثابتةٍ في الدالتين f_1 وf_2، ممّا يجعلُه أكثرَ قابليّةً للتحليلِ والاختبارِ الرصديّ، وقادرًا على توصيفِ الانحرافاتِ المتأخّرةِ عن النسبيّةِ العامّة بدقّةٍ ومنهجيّة.

يمكنُ تحديدُ قيمةِ المعامل α بتعويض المعادلة (125) عندَ الزمنِ الحاضر في معادلةِ فريدمان المعدَّلة (84)، لنحصلَ على: $\alpha = \Omega_{m0}(1 + \lambda b_0 - \lambda b_1) + \xi - 1$، وباستخدامِ المعادلتين (86) و(125) والمعامل α، ثمَّ التعويضِ في معادلة (93)، نحصل على التغيرِ النسبيّ في درجةِ حرارةِ التجمد بالشكلِ التالي:

$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \frac{1}{\sqrt{10}}\left[\left(\frac{\mathcal{T}_0}{\mathcal{T}_f}\right)^4 \xi + (1 + \Omega_{m0}(\lambda(b_1 - b_0) - 1) - \xi)\right]\frac{\pi\sqrt{g_*}}{30q\, M_P \mathcal{T}_f^3} \qquad (126)$$

وباستخدامِ القيمِ التاليةِ للمعاملات: $\xi = 0.7$ و $b_0 = -0.5$ و $b_1 = 1$ نجد أنّ وفرةَ العناصرِ الأوليةِ الخفيفة تفرضُ على المعامل λ أن يقعَ في المجال: $(-0.026 \leq \lambda \leq 0.026)$، كما هو مبيّن في الشكل (14).



الشكل 14 يوضح تابعية التغير النسبي في درجة حرارة التجمّد للمعامل λ من أجل نموذج (ACL–G).

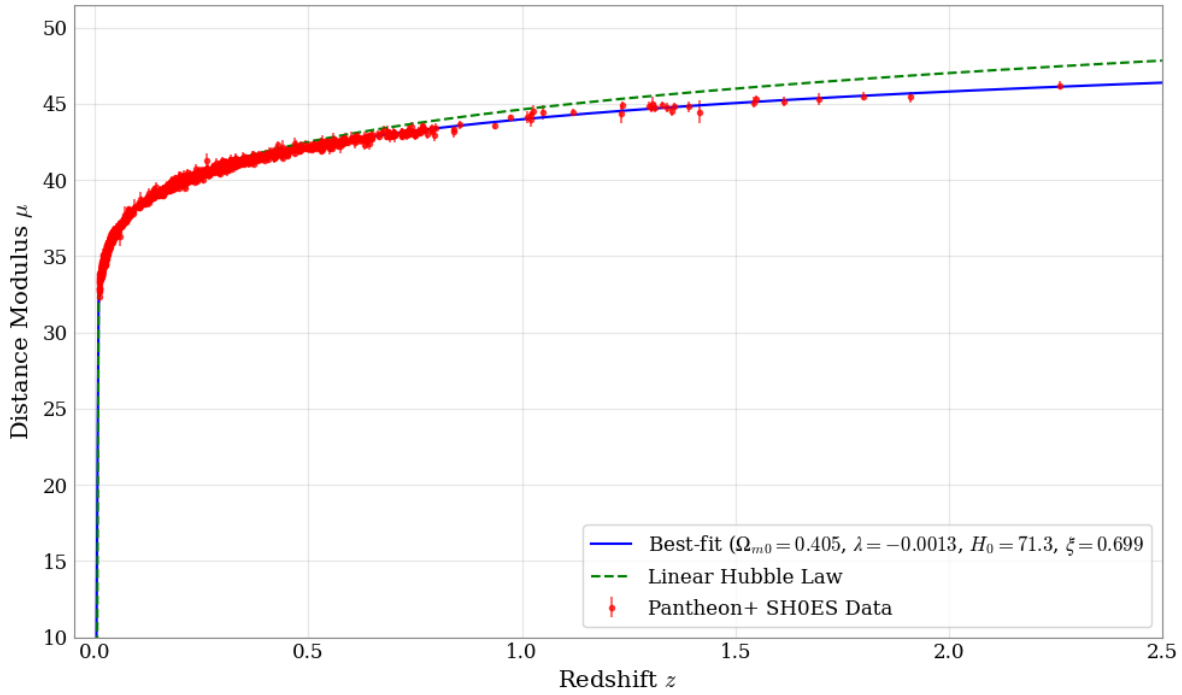
في هذه الحالة يفرضُ (BBN) قيدًا على قيمةِ λ ضمنَ مجالٍ محدّدٍ دونَ تعيينٍ دقيق. ولتحسينِ هذا القيد، جرى تعويضُ المعادلة (125) ومعامل α في معادلةِ فريدمان المعدَّلة (84)، لنحصلَ على الصياغةِ التالية:

$$E^2(z) = \frac{\Omega_{m0}(1+z)^3(1+\lambda b_0) + \xi}{\Omega_{m0}(1 + \lambda b_0 - \lambda b_1) + \xi + \lambda b_1\, \Omega_{m0}(1+z)^3} \qquad (127)$$

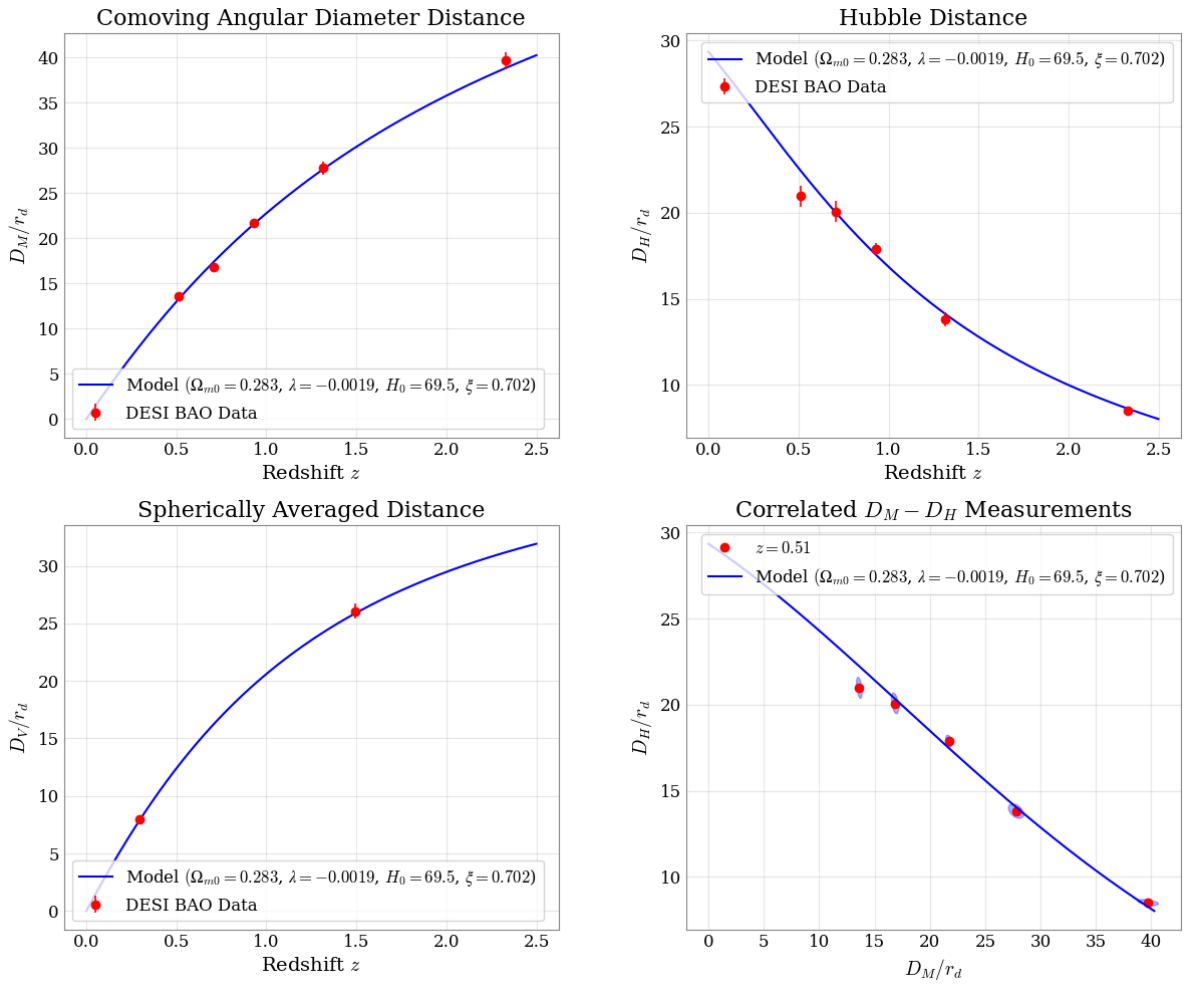
تمّ تقديرُ معاملاتِ نموذج (ACL–G) بالاعتماد على مجموعاتِ بياناتٍ رصديةٍ متنوّعة، شملت (SNe Ia) كما هو مبيّن في الشكل (15)، وبيانات (BAO) كما هو موضح في الشكل (16)، والمؤشّراتِ الكونيّةِ (CC) كما هو موضح في الشكل (17). كما أُجري تحليلٌ مشترك (Joint Analysis) يدمج هذه القياسات لتحقيق تقييمٍ أكثرَ شمولًا، كما يُعرض في الشكل (18). تُوضّح القيمُ المستنتجة لكلّ مجموعة بيانات، إلى جانب مؤشّرات الجودة الإحصائية المقابلة، في الجدول (2).

الجدول 2: نتائج تقدير معاملات نموذج (ACL–G) عبر مجموعات البيانات الرصدية المختلفة.

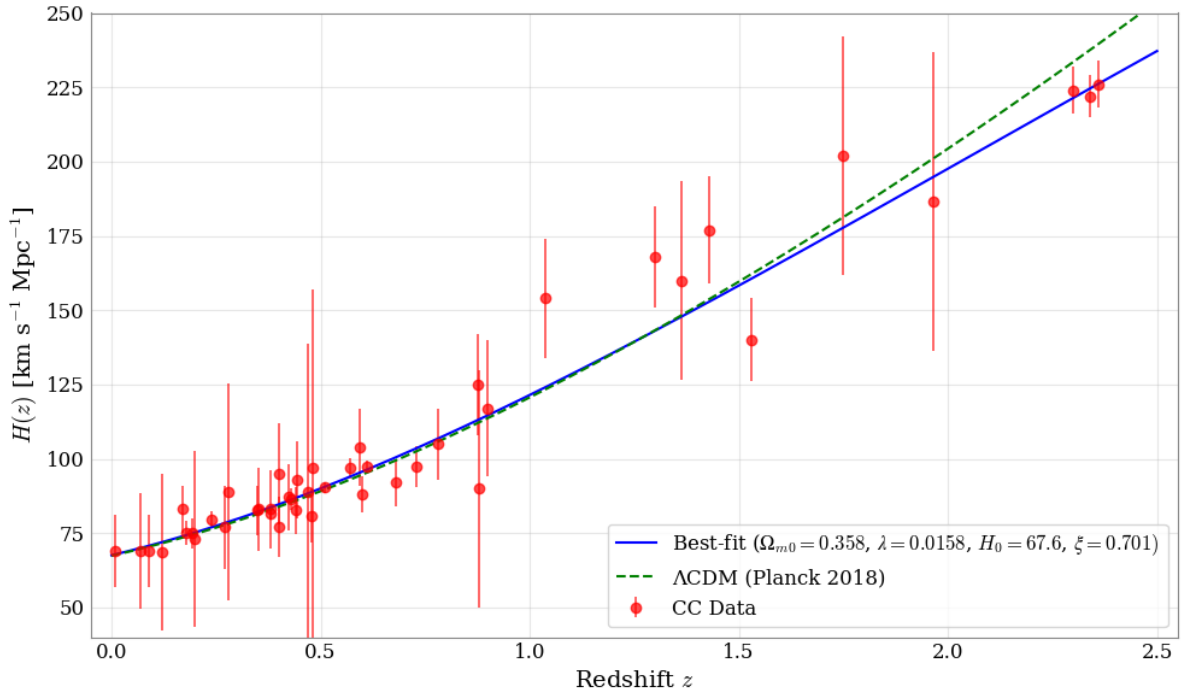
Dataset	Ω_{m0}	ξ	λ	H_0	χ^2_ν
SNe Ia	$0.4055^{+0.1327}_{-0.1651}$	$0.6989^{+0.0339}_{-0.0341}$	$-0.0013^{+0.0343}_{-0.0336}$	$71.30^{+1.78}_{-2.34}$	0.003
BAO	$0.2834^{+0.0488}_{-0.0403}$	$0.7015^{+0.0332}_{-0.0345}$	$-0.0019^{+0.0073}_{-0.0084}$	$69.46^{+1.27}_{-1.25}$	1.81
CC	$0.3577^{+0.0996}_{-0.0838}$	$0.7009^{+0.0339}_{-0.0349}$	$0.0158^{+0.0073}_{-0.0091}$	$67.57^{+2.27}_{-2.04}$	0.52
SNeIa+ BAO+CC	$0.2945^{+0.0408}_{-0.0353}$	$0.7010^{+0.0341}_{-0.0340}$	$0.0043^{+0.0054}_{-0.0060}$	$69.35^{+1.04}_{-1.04}$	0.028



الشكل 15 يمثّل العلاقة بين معامل المسافة μ والانزياح نحو الأحمر، حيث تُعرض بيانات Pantheon+SH0ES باللون الأحمر، ويوضّح الخط الأزرق أفضل القيم للنموذج (ACL–G)، ويعرض الخط الأخضر المتقطع قانون هابل الخطي.

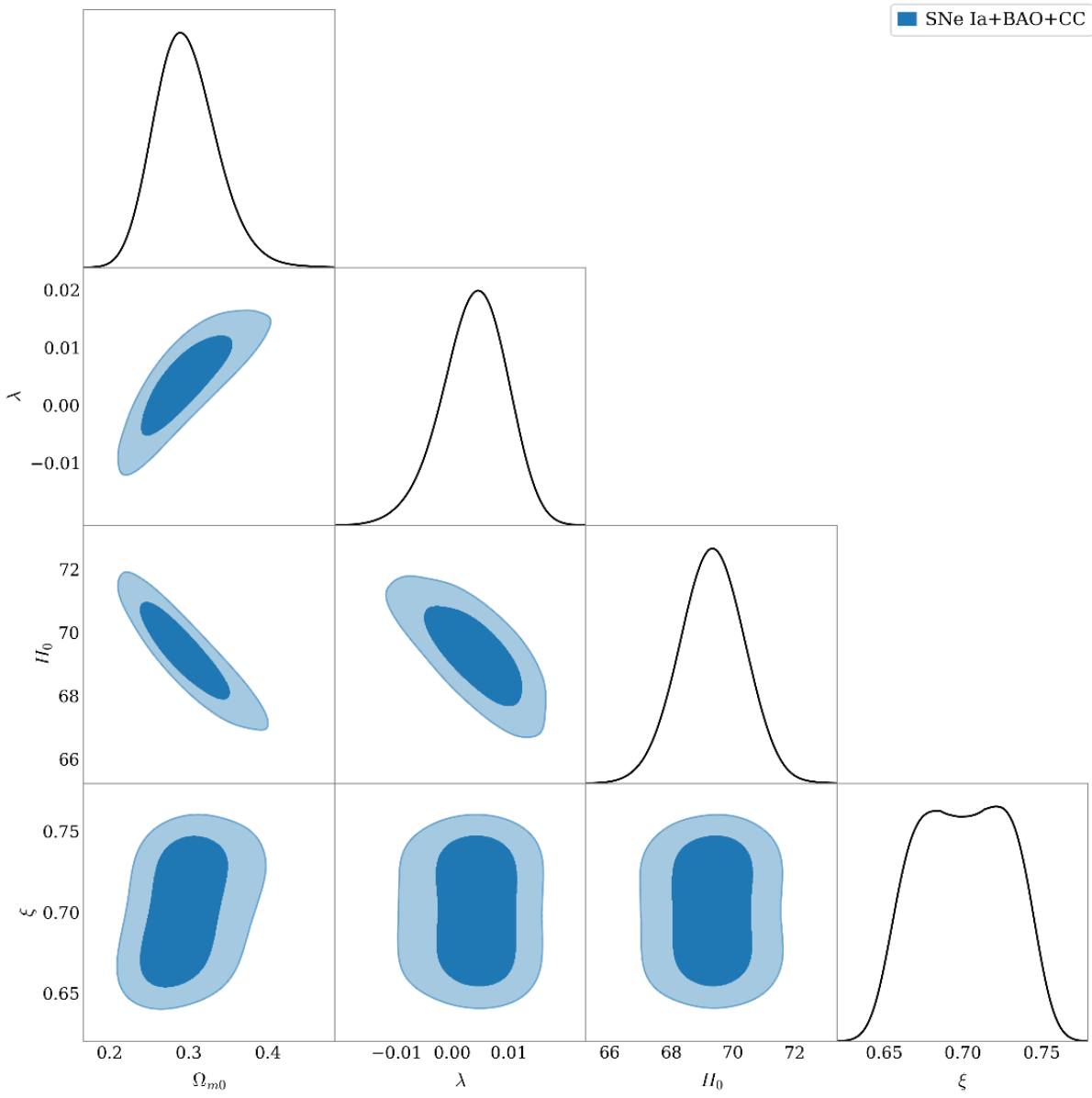


الشكل 16 مقارنة قياسات BAO من بيانات DESI (النقاط الحمراء) مع تنبؤات نموذج (ACL–G) (الخط الأزرق) لمختلف مسافات الانزياح نحو الأحمر: المسافة الزاوية المرافقة، مسافة هابل، المسافة الكروية، وقياسات $D_M - D_H$ المترابطة.



الشكل 17 يوضح مقارنة بيانات (CC) (النقاط الحمراء مع الأخطاء) مع تنبؤات نموذج (ACL–G) (الخط الأزرق) والنموذج القياسي (الخط الأخضر المتقطع).

يتضحُ من الجدول (2) ومن التوزيعات الاحتمالية الموضّحة في الأشكال (15–18) أنّ النموذجَ يُقدّم اتساقًا ملحوظًا بين مجموعات البيانات المختلفة، مع استقرارٍ كبيرٍ في قيمةِ المعامل ξ الذي يبقى قريبًا من 0.7 في جميع الحالات، مما يشيرُ إلى أنّ هذا الثابت يمثل مكوّنًا كونيًا فعّالًا يشبه طاقةَ الفراغ في سلوكِها الكلّي.



الشكل 18 يوضح توزيعات الاحتمال ثنائية وأحادية البعد لمعاملات النموذج (ACL–G) في إطار نظرية $f(T)$ مع الاقتران إلتواء – مادة، بالاعتماد على دمج البيانات معاً (SNe Ia) و (BAO) و (CC).

في المقابل، يُلاحظ أن المعامل λ يُظهر سلوكًا مميّزًا؛ إذ يأخذُ إشارةً سالبةً في حالتي SNe Ia وBAO (الأشكال 15 و16)، في حين ينقلب إلى إشارةٍ موجبةٍ عند تحليلِ بيانات CC (الشكل 17)، ثم يستقرّ عند قيمةٍ موجبةٍ صغيرةٍ جدًا في التحليل المشترك (الشكل 18)، ممّا يعكس توازنًا دقيقًا بين تأثيرات المادة والالتواء.

أما قيم H_0 فتقع ضمن المجال $[71.3 - 67.5]\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$، مع ميلٍ واضحٍ لأن تتوافق النتائج مع القيم المستنتجة من القياسات المحلية أكثر من قيم Planck CMB. كما أنّ القيم المنخفضة لمؤشّر χ^2_ν (خصوصًا في تحليل SNe Ia والتحليل المشترك) تعطي دليلًا قويًا على كفاءة النموذج في إعادة إنتاج البيانات الرصدية بدقّةٍ عالية، ممّا يبرهن على فاعليته في وصف التوسّع الكوني عند الأزمنة المتأخرة. ويُعدّ الاتساقُ الإحصائيّ العام بين جميع النتائج دعمًا إضافيًا لجدوى نموذج (ACL–G)، بوصفه إطارًا متماسكًا للجاذبية المعدَّلة.

4.3.2 نموذجُ قانونِ القوّة (Power–Law Model)

نقترحُ نموذجَ (Power–Law Gravity–Coupling) PL–G كنموذجٍ لا خطيٍّ ضمن إطار $f(T)$ مع اقترانٍ عامٍّ بالمادّة. ويُعرَّف من خلال:

$$f_1 = \beta_1(-T)^n، \qquad f_2 = \beta_2(-T)^r \tag{128}$$

حيثُ تمثّل β_1 و β_2 ثوابتِ اقترانٍ حرة، في حين أنّ n و r هما أسّان حقيقيّان يتحكّمان في لا خطية القطاعات المرتبطة بكلٍّ من الجاذبيةِ والاقتران بين المادّة والالتواء، على التوالي.

يُعدّ هذا الشكلُ تعميمًا لصيغِ القوى التي أثبتت نجاحها في تعديلاتِ الجاذبية من نوع $f(R)$ [68] وفي $f(T)$ [94]، مع توسيع إطار الاقتران غير البسيط بين الالتواء والمادّة كما ورد في [96]، وذلك بالسماح بمقياسٍ مستقلٍ لكلٍّ من f_1 و f_2. يحدّد المعامل β_1 سعة التعديل الخالص للالتواء، حيث يُستعاد سلوكُ نظرية TEGR عندما يكون $n = 1$ و$\beta_1 = 1$. في المقابل، يتحكّم كلٌّ من β_2 وr في شدة ومقياس اقتران المادّة–الالتواء، بحيث يؤدي $r > 0$ (أو $r < 0$) إلى تعزيز هذا الاقتران في الكون المبكر (أو المتأخر).

تتطلّبُ المناطقُ المقبولةُ من فضاءِ المعاملات أن يكون اقترانُ الجاذبية الفعّال موجبًا $G_{\mathrm{eff}} > 0$ على مدى جميعِ قيمِ الانزياحِ نحو الأحمر، وأن يتحققَ الانتقالُ السلس إلى نموذج ΛCDM في الحدّ $\beta_2 \to 0$ و $n \to 1$ و $\beta_1 \to 1$، مع الاتساقِ مع قيودِ BBN، التي عادةً ما تفرض حدودًا على $|\beta_2|$ عند القيم الكبيرة الموجبة لـr . من الناحيةِ الرصدية، يظهر β_1 و n شبه انحدارٍ مع Ω_{m0}، في حين أنّ β_2 قادران على محاكاةِ

سلوكٍ لطاقةٍ مظلمة ديناميكية، بما يسبب تقاربًا مع H_0 ومعاملِ معادلةِ الحالة الفعّال. يمكنُ الحصولُ على β_1 من خلال إدخالِ التابعِ الوظيفي لنموذجِ قانون القوة في المعادلة (84) عند الزمنِ الحاضر، وهو ما يعطي: $\beta_1 = [\Omega_{m0}[1 + \lambda\beta_2(1 + 2r)(6H_0^2)^r] - 1]\,(1 + 2n)^{-1}(6H_0^2)^{1-n}$ وباستخدامِ (128) مع كثافةِ الطاقة المظلمة ρ_{DE} والمعادلة (5) في (93)، نحصل على:

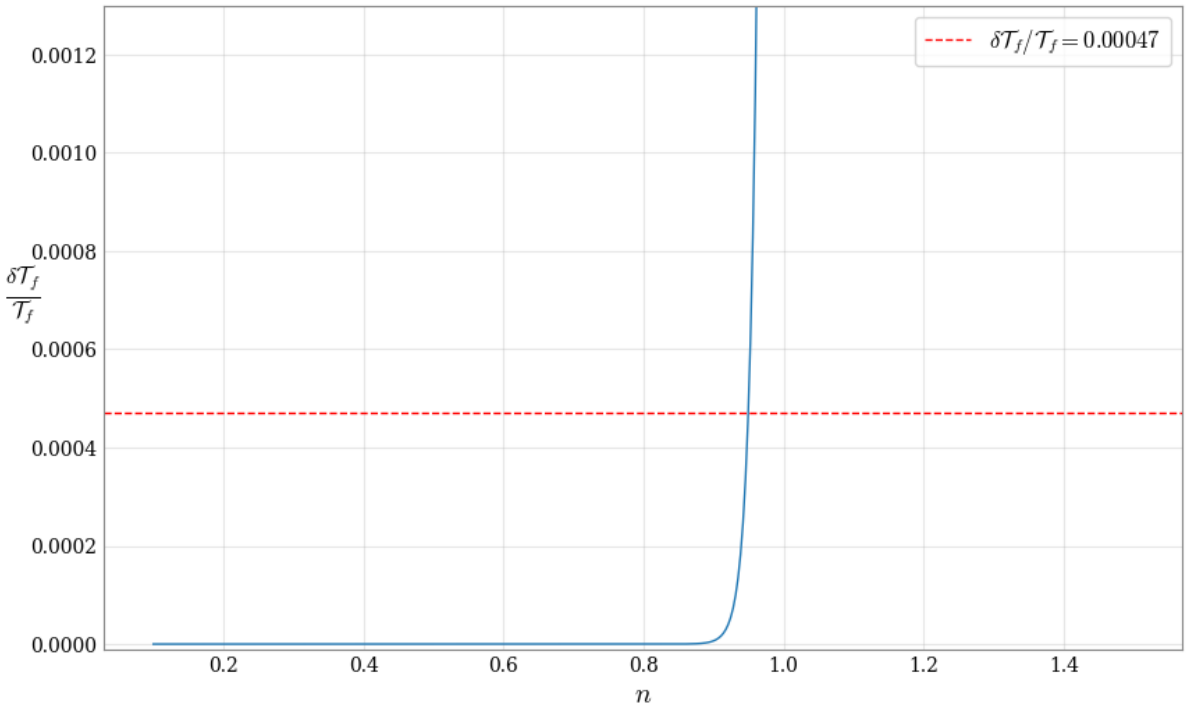
$$\frac{\delta\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_f} = \sqrt{\frac{\pi^2 g_*}{90}}\,\frac{(\Omega_{m0}[1 + \beta_2[\lambda(1 + 2r)]H_0^{2r}] - 1)}{10q\,M_P\mathcal{T}_f^3}\left(\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_0}\right)^{4n-4} \qquad (129)$$

يمكن الحفاظُ على التوافق مع قيود BBN بشرط أن يكون $n \lesssim 0.95$، كما هو موضح في الشكل (19) حيث تم اعتماد قيم المعاملات التالية $r = -0.01$ و $\beta_2 = 1$. تُظهر قيود BBN على التغير النسبي في درجة حرارةِ التجمدِ $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f$ سماحيةً واسعةً لقيم n، مما يعني أنّ BBN وحده غير كافٍ لتحديد القيمة الدقيقة لـn.

لمعالجة هذه المسألة، نعوض المعادلتين (128) ومعادلة β_1 في (84)، فنحصل على المعادلة:

$$E^2(z) = \Omega_{m0}(1 + z)^3[1 + CE^{2r}] + [1 - \Omega_{m0}(1 + C)]\,E^{2n} \qquad (130)$$

حيثُ إنَّ $C \equiv \lambda(1 + 2r)\beta_2\,6^r H_0^{2r}$.

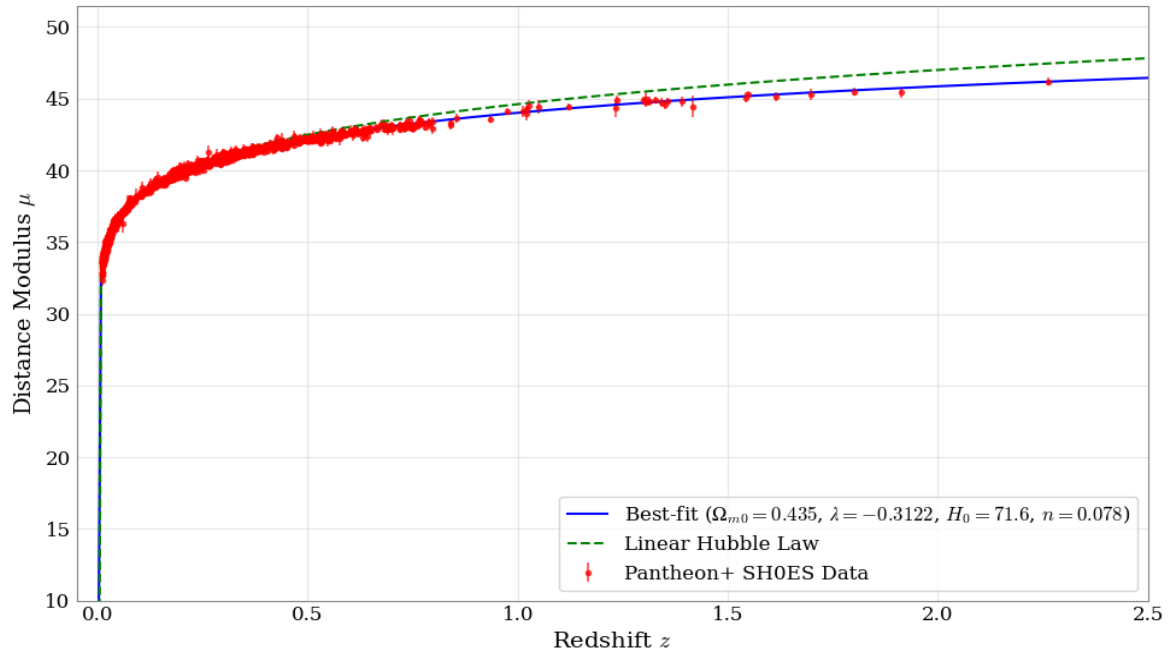


الشكل 19 يوضح تابعية $\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f$ للمعامل n من أجل نموذج قانون القوة لجاذبية الاقتران إلتواء–مادة.

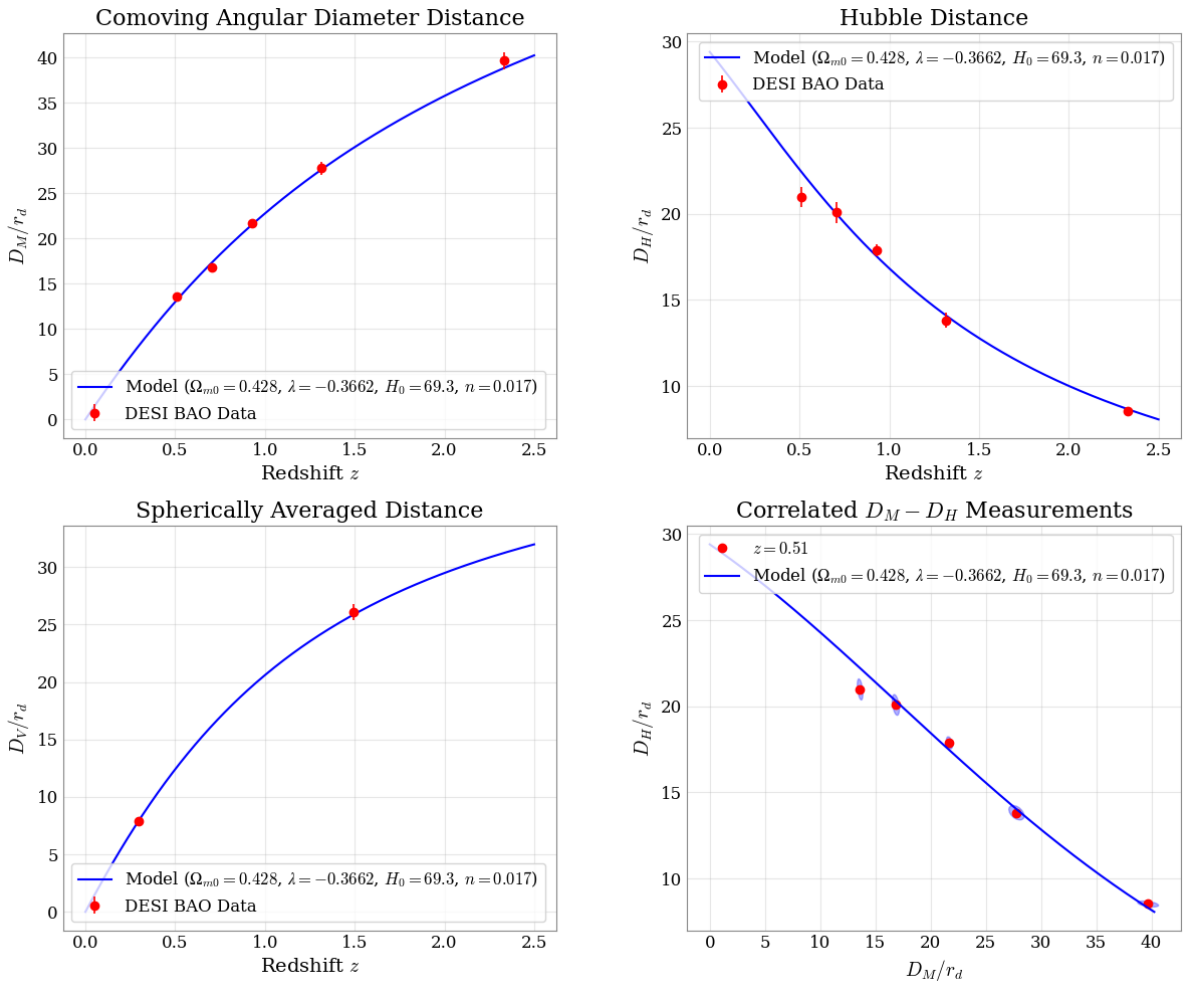
تمّ تقديرُ معاملاتِ نموذج (PL–G) بالاعتماد على مجموعاتِ بياناتٍ رصديةٍ متنوّعة، شملت (SNe Ia) كما هو مبيّن في الشكل (20)، وبيانات (BAO) كما هو موضح في الشكل (21)، والمؤشّراتِ الكونيّةِ (CC) كما هو موضح في الشكل (22). كما أُجري تحليلٌ مشترك (Joint Analysis) يدمج هذه القياسات لتحقيق تقييمٍ أكثرَ شمولًا، كما يُعرض في الشكل (23). تُوضّح القيمُ المستنتجة لكلّ مجموعة بيانات، إلى جانب مؤشّرات الجودة الإحصائية المقابلة، في الجدول (3).

الجدول 3: نتائج تقدير معاملات نموذج (PL–G) عبر مجموعات البيانات الرصدية المختلفة.

Dataset	Ω_{m0}	n	λ	H_0	χ^2_ν
SNe Ia	$0.4353^{+0.1135}_{-0.1591}$	$0.0777^{+0.3052}_{-0.3851}$	$-0.3122^{+0.1500}_{-0.1790}$	$71.56^{+1.69}_{-2.32}$	0.003
BAO	$0.4279^{+0.0988}_{-0.0790}$	$0.0168^{+0.2349}_{-0.2745}$	$-0.3662^{+0.1780}_{-0.1535}$	$69.31^{+1.45}_{-1.52}$	1.84
CC	$0.3817^{+0.0932}_{-0.0781}$	$0.2243^{+0.1888}_{-0.2816}$	$-0.3932^{+0.1902}_{-0.1462}$	$69.05^{+2.21}_{-1.98}$	0.55
SNe Ia+ BAO+CC	$0.4181^{+0.0929}_{-0.0799}$	$0.1078^{+0.1804}_{-0.2050}$	$-0.3984^{+0.1806}_{-0.1435}$	$69.48^{+1.23}_{-1.30}$	0.03



الشكل 20 يمثّل العلاقة بين معامل المسافة μ والانزياح نحو الأحمر، حيث تُعرض بيانات Pantheon+SH0ES باللون الأحمر، ويوضّح الخط الأزرق أفضل القيم للنموذج (PL–G)، ويعرض الخط الأخضر المتقطع قانون هابل الخطي.

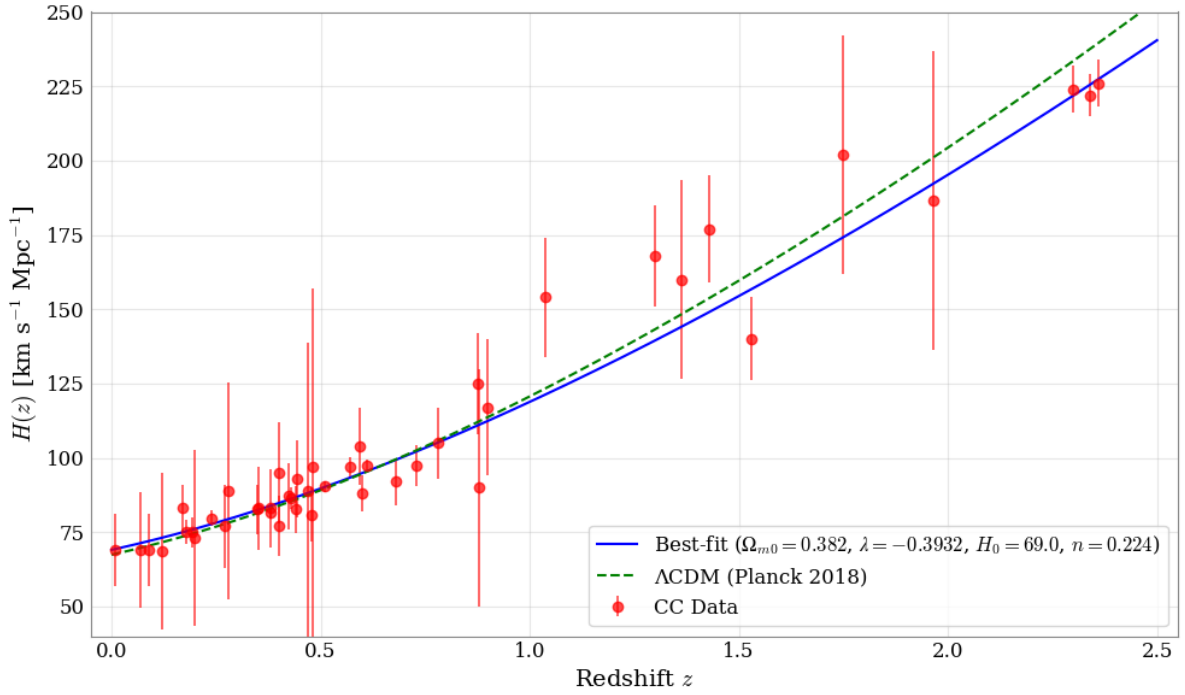


الشكل 21 مقارنة قياسات BAO من بيانات DESI (النقاط الحمراء) مع تنبؤات نموذج (PL–G) (الخط الأزرق) لمختلف مسافات الانزياح نحو الأحمر.

يظهر الجدول اتساقًا ملحوظًا في قيم Ω_{m0} التي تتراوح بين 0.37 و 0.43، ما يشير إلى استقرار الكثافة المادية للنموذج عبر مجموعات البيانات المختلفة. أما ثابت هابل H_0 فيحافظ على نطاق ضيق بين 68.9 و 71.7، مما يُبرز توافق النموذج مع القياسات الحديثة ويُسهم في التخفيف من توتر هابل ضمن حدود مقبولة.

من الجدير بالذكر أن المعامل λ يحتفظ بإشارةٍ سالبةٍ في جميع الحالات (الأشكال 20–23)، مع قيمٍ تقترب من الصفر في التحليل المشترك، وهو ما يدل على أن الانحرافات عن التفاعل الأدنى بين الالتواء والمادة طفيفة لكنها غير معدومة. كذلك، يُلاحظ أن المعامل n يتخذ قيمًا صغيرة جدًا حول الصفر، تتبدل إشارته بين الحالات المفردة، إلا أنه يستقر عند قيمة موجبة صغيرة في التحليل المشترك، مما يعكس اقتراب النموذج من السلوك القياسي لـ TEGR مع بقاء أثر التفاعل المعدّل.

من الناحية الإحصائية، تشير القيم المنخفضة لـ χ^2_ν خصوصًا في حالتي SNe Ia والتحليل المشترك إلى جودة توافق عالية جدًا، بينما يظهر ارتفاع نسبي في قيمة BAO نتيجة محدودية البيانات وتباين الحساسية الرصدية. توضح هذه النتائج أن نموذج قانون القوة في إطار اقتران الالتواء–المادة يتمتع باتساق نظري ورصدي قوي؛ فهو من جهة يتوافق مع حدود BBN عند العصور المبكرة، ومن جهة أخرى يصف بدقة ديناميكيات التوسع الكوني في الأزمنة المتأخرة. كما تؤكد القيود المستخلصة من التحليل المشترك أن النموذج مستقر إحصائيًا ويُظهر انحرافات بسيطة ومدروسة عن التفاعل الأدنى، مما يدعم اعتباره إطارًا واعدًا لتوسيع نظرية الجاذبية العامة ضمن سياق كوني متكامل.

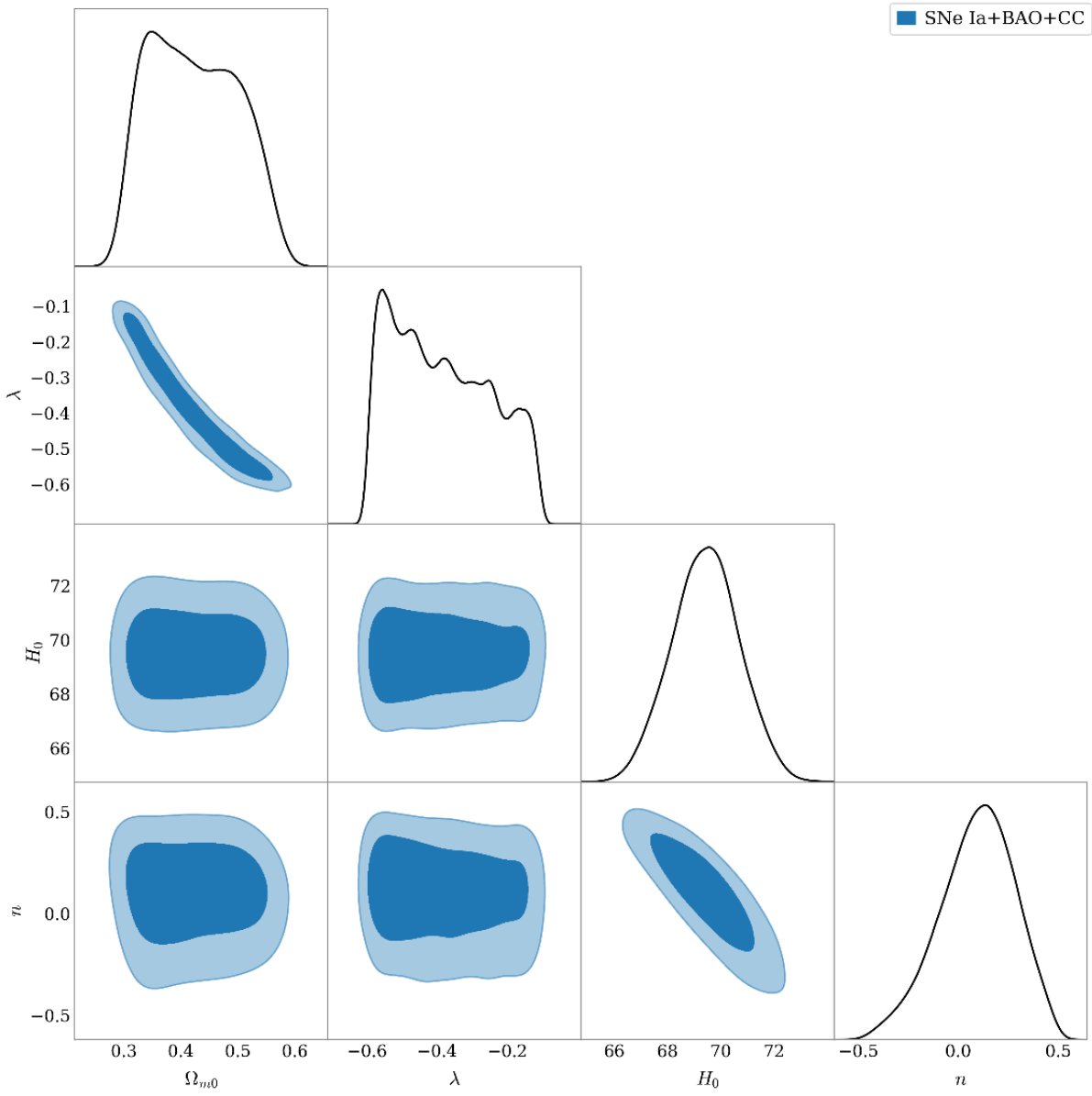


الشكل 22 يوضح مقارنة بيانات (CC) (النقاط الحمراء مع الأخطاء) مع تنبؤات نموذج (PL–G) (الخط الأزرق) والنموذج القياسي (الخط الأخضر المتقطع).

4.3.3 ملخص النتائج النهائية لتحليل النموذجين PL–G وACL–G

تُظهر التحليلات الرصدية أن نموذجي PL–G وACL–G يقدّمان إطارين متماسكين وممتازين لتوسيع نظرية الجاذبية المعتمدة على الالتواء، حيث يتوافق كلاهما بدقة مع بيانات (SNe Ia) و(BAO) و(CC) ومع التحليل المشترك، مع قيم منخفضة لـ χ^2_ν تعكس جودة توافق عالية. وتدلّ القيم الصغيرة للمعاملات، وخاصة المعامل λ، على انحرافات طفيفة ومدروسة عن النموذج القياسي، بما يسمح بالحفاظ على اتساق النموذجين مع حدود BBN

في العصور المبكرة، مع تحسين قدرتهما على وصف التوسع الكوني في الأزمنة المتأخرة. ومن خلال استقرار المعاملات الأساسية—خصوصًا H_0 وΩ_{m0}—يتبيّن أن كلا النموذجين قادران على معالجة السلوك الكوني بفاعلية، مما يجعل PL–G وACL–G مرشحين واعدين لتوسيع إطار الجاذبية التقليدية ضمن سياق كوني موحد.



الشكل 23 توزيعات الاحتمال ثنائية وأحادية البعد لمعاملات نموذج (PL–G)، اعتمادًا على الدمج بين بيانات (SNe Ia) و(BAO) و(CC).

الخلاصة

تُظهر النتائج المستخلصة في هذه الأطروحة ما يلي:

1. إنَّ التصنيع النووي في الانفجار العظيم (BBN) يُمثّل أداة دقيقة لاختبار نماذج الجاذبية المعدَّلة. ومن خلال دمج قيود BBN مع بيانات المؤشِّرات الكونية (CC) والمستعرات العظمى (SNe Ia) والتذبذبات الصوتية الباريونية (BAO)، يمكن الربط بين فيزياء البلازما البدائية وديناميكيات التوسع المتأخِّر ضمن إطار موحَّد.
2. في إطار نماذج $f(T)$، بيَّنت النماذج المدروسة اختلافات دقيقة في سلوكها فأظهر نموذج قانون القوة توافقًا مع BBN شرطَ أن يكون $n \lesssim 0.9$، وقد بينت اختبارات $H(z)$ أن أفضل قيمة $n = -0.995$ مع $\chi^2_\nu = 0.7$، بينما في حالة التحليل المشترك كان الحل الأمثل عند $n = -0.93$ و $H_0 = 66.43$ مع $\chi^2_\nu = 0.68$. أما النموذج الأسي فقد أظهر توافقاً مع BBN من حيث بقاء $\left|\delta\mathcal{T}_f/\mathcal{T}_f\right|$ ضمن الحدود المسموح بها دون فرض قيود مباشرة على β_2، في حين أن اختبارات $H(z)$ قادت إلى $\beta_2 = 0.31$ مع $\chi^2_\nu = 0.96$، وفي حالة التحليل المشترك $\beta_2 = 0.38$ و$H_0 = 69.06$ مع $\chi^2_\nu = 0.94$. أما النموذج اللوغاريتمي فقد فرضت قيود BBN نطاقاً ضيقاً للمعامل $-0.38 \lesssim \gamma \lesssim -0.37$، وبالمقارنة مع بيانات $H(z)$ ضمن حدود BBN ظهر توافق عند $\gamma = -0.37$ مع $\chi^2_\nu = 1.42$، بينما السماح بحرية أوسع أظهر حلولاً متوافقة عند $\gamma = -0.31$ مع $\chi^2_\nu = 1.00$، كما أن إدخال H_0 أعطى توافقًا عند $\gamma = -0.37$ و $H_0 = 70.42$ مع $\chi^2_\nu = 0.80$ ، بحيث تقع γ ضمن نطاق BBN ويقع H_0 بين قيم بلانك والقياسات المحلية. في المقابل، نجح نموذج اللوغاريتم–الجذر التربيعي في تجاوز قيود BBN وأظهر ملاءمة جيدة مع $H(z)$ عند $H_0 = 67.25$ و$\Omega_{m0} = 0.23$ مع $\chi^2_\nu = 0.8$، ولكن معاملاته بقيت دون تحديد حيثُ إن كلًّا من ρ_{DE} و $E(z)$ لا يعتمدان مباشرة عليها.
3. ضمن إطار نماذج $f(T,B)$، فقد بيّنت النتائج أن النموذج الخطي يفرض وفق BBN نطاقًا ضيقًا للمعامل γ بين 0.237 و 0.229، في حين أن اختبارات $H(z)$ عند $H_0 = 67.4$ قادت إلى$\gamma = 0.331$ مع $\chi^2_\nu = 0.49$، وهي قيمة تقع خارج النطاق المفروض من BBN. غير أن الجمع بين القيود أدى إلى توافق

جيد عند $\gamma = 0.237$ و $H_0 = 67.40$ مع $\chi^2_\nu = 0.71$. أما النموذج التربيعي فقد أظهر توافقًا مع BBN عند $\lambda = 0.53698$، واختبارات $H(z)$ عند هذه القيمة أعطت $\chi^2_\nu = 0.79$، بينما السماح لـλ بالتغير قاد إلى الحل الأمثل $\lambda = 0.511$ مع $\chi^2_\nu = 0.56$، وفي حال الدمج مع H_0 جرى الحصول على $\lambda = 0.518$ و $H_0 = 68.51$ مع $\chi^2_\nu = 0.53$. أما نموذج قانون القوة ومن أجل $\gamma' = -2$ فقد فرض BBN الشرط $n \leq 0.92$ دون تحديد قيمة دقيقة، ومع تثبيت H_0 أُحرز توافق عند $n = 0.39$ مع $\chi^2_\nu = 0.5$. وعند رفع الشروط المسبقة، أعطت النتائج $\gamma' = -1.39$ و $n = 0.10$ مع $\chi^2_\nu = 0.52$ ، بينما السماح لـH_0 بالتغير أفضى إلى $\gamma' = -1.40$ و $n = 0.12 \pm 0.63$ و $H_0 = 67.58$ مع $\chi^2_\nu = 0.53$، وهو ما يشير إلى توافق ملحوظ مع كل من BBN وبيانات بلانك.

4. في إطار $f(T)$ مع اقتران الالتواء–المادة، فرضَ BBN على معامل النموذج (ACL–G) أن يقع في الحقل $-0.026 \leq \lambda \leq 0.026$،وبالتحليل المشترك SNe Ia+BAO+CC جرى الحصول على قيود محكمة عند دقة: $\Omega_{m0} = 0.30$ و $\xi = 0.7$ و $\lambda = 0.005$ و $H_0 = 69.33$، مع $\chi^2_\nu = 0.028$، مؤكداً استقرار النموذج وفعاليته. أما نموذج (PL–G) فأكد بدوره قابلية التوافق مع BBN شرط أن يكون $n \leq 0.95$، وبالتحليل المشترك حُصل على أفضل النتائج عند $\Omega_{m0} = 0.41$ و$\lambda = -0.39$ و $n = 0.11$ و $H_0 = 69.432$ مع $\chi^2_\nu = 0.03$. وتشير هذه القيود إلى أن λ قريب من الصفر و n يكاد ينعدم، ما يدل على أن الانحرافات عن النموذج القياسي تظل صغيرة لكنها غير مهملة.

5. تكشف هذه النتائج أن BBN يمثل أداة فعالة لتقييد حقول المعلمات في بعض نماذج الجاذبية المعدلة، مثل النموذج اللوغاريتمي في $f(T)$ أو الخطي في $f(T, B)$، بينما يترك حقولًا أوسع لنماذج أخرى كالأُسّي وقانون القوة. كما أن الدمج بين BBN والقيود المستمدة من CC و SNe Ia و BAO يعزز القدرة على اختبار هذه النماذج بدقة أكبر، الأمر الذي يرسّخ دور BBN كجسر حاسم يربط بين بدايات الكون وظواهره الراهنة، ويجعل منه أداة لا غنى عنها في أي محاولة جادة لفهم طبيعة الجاذبية وأصل التوسع الكوني.

التوصيات

في ضوء النتائج التي توصّلنا إليها في هذا البحث، هناك عدة مسارات بحثية واعدة يمكن أن تسهم في تعميق فهمنا للتصنيع النووي في الانفجار العظيم وتطوّر الكون عبر مراحله المختلفة:

1. توظيف وفرة العناصر الخفيفة كأداة دقيقة: يُوصى بالاستفادة من التحسين المستمر في قياسات وفرة العناصر الخفيفة، لتوسيع آفاق اختبار الجاذبية المعدلة، إذ يُتوقع أن توفر هذه البيانات قاعدة صلبة لتضييق فضاء المعلمات وربط فيزياء الكون المبكر بشكل أوثق مع تطوراته المتأخرة.

2. توسيع أفق النماذج النظرية: يُستحسن استكشاف صيغ أكثر عمومية من الجاذبية التلغرافية المعدلة، مثل $f(T,B,\mathcal{T})$، لما تتيحه من حقل أوسع لدراسة التفاعلات المعقدة بين الالتواء والمادة والبنية الهندسية للزمكان، وما قد تكشفه من آليات جديدة لتسريع التوسع الكوني أو تفسير الظواهر غير المفسَّرة في النموذج القياسي.

3. تعزيز التكامل بين المراحل الكونية: يُوصى بتطوير أطر تحليلية موحَّدة تجمع بين قيود BBN والبيانات المستمدة من المراحل اللاحقة، مثل CMB و BAO، حيث أثبت هذا النهج المشترك فعاليته في تضييق حقل المعلمات ورسم صورة أوضح عن الانحرافات الدقيقة عن ΛCDM.

4. الاستفادة من القياسات عالية الحساسية: من المهم توظيف بيانات عالية الدقة مثل CMB وعدسات الجاذبية (Gravitational Lensing) والعناقيد المجرية (Galaxy Clusters)، لما توفره من إمكانات مباشرة في اختبار معاملات محددة، وبالتالي تكملة القيود المستخلصة من وفرة العناصر الخفيفة.

5. التهيؤ للثورة الرصدية المقبلة: من المتوقع أن تتيح مشاريع كبرى مثل Euclid و SKA تتبّع أدق لبصمات الجاذبية المعدلة على تشكّل البنية المجرية. ويشكّل الاستعداد لتحليل هذه البيانات فرصة استراتيجية لربط فيزياء الكون المبكر بديناميكيات التوسع المتأخر على نحو غير مسبوق.

ختامًا، تمثل هذه المسارات جسرًا متينًا بين النظرية والرصد، وبين فيزياء الكون المبكر وتطوّره المتأخر، بما يقربنا من صياغة رؤية شاملة لديناميكيات الكون.

5 المراجع:

[1] G. J. Mathews, M. Kusakabe, and T. Kajino, Introduction to Big Bang Nucleosynthesis and Modern Cosmology, Int.J.Mod.Phys.E **26**, (2017).

[2] M. S. Turner, KICP/UChicago, and T. K. Foundation, Understanding BBN: the physics and its history, (2021).

[3] Steven. Weinberg, The first three minutes : a modern view of the origin of the universe, 198 (1988).

[4] E. Grohs and G. M. Fuller, Big Bang Nucleosynthesis, Hnp 127 (2022).

[5] P. J. E. Peebles, L. A. Page, and R. Bruce Partridge, Finding the Big Bang, Finding the Big Bang 1 (2009).

[6] M. S. Turner, The Road to Precision Cosmology, Annual Review of Nuclear and Particle Science **72**, 1 (2022).

[7] Helge. Kragh, Cosmology and controversy : the historical development of two theories of the universe, 500 (1999).

[8] N. Aghanim et al., Planck 2018 results: VI. Cosmological parameters, Astron Astrophys **641**, A6 (2020).

[9] B. D. Fields, The primordial lithium problem, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **61**, 47 (2011).

[10] P. J. Riggs, Riggs, and P. J., The Physical State of the Universe in the Planck Era, ZNatA **73**, 533 (2018).

[11] S. Weinberg, Cosmology, 27 (2010).

[12] D. Bödeker and W. Buchmüller, Baryogenesis from the weak scale to the grand unification scale, Rev Mod Phys **93**, 035004 (2021).

[13] D. Croon, T. E. Gonzalo, L. Graf, N. Košnik, and G. White, GUT physics in the era of the LHC, Front Phys **7**, 443177 (2019).

[14] D. Hooper and G. Krnjaic, GUT baryogenesis with primordial black holes, Physical Review D **103**, 043504 (2021).

[15] R. Allahverdi, R. Brandenberger, F. Y. Cyr-Racine, and A. Mazumdar, Reheating in inflationary cosmology: Theory and applications, Annual Review of Nuclear and Particle Science **60**, 27 (2010).

[16] E. W. Kolb and M. S. Turner, The early universe, Eaun **69**, (1990).

[17] A. R. Liddle and D. H. Lyth, Cosmological Inflation and Large-Scale Structure, Cosmological Inflation and Large-Scale Structure (2000).

[18] V. Mukhanov, Physical Foundations of Cosmology, Physical Foundations of Cosmology 1 (2005).

[19] S. Dodelson, Modern Cosmology, Modern Cosmology 1 (2003).

[20] E. Grohs and G. M. Fuller, Big Bang Nucleosynthesis, (2023).

[21] D. Kirilova, M. Panayotova, and E. Chizhov, Big Bang Nucleosynthesis Constraints and Indications for Beyond Standard Model Neutrino Physics, Symmetry 2024, Vol. 16, Page 53 **16**, 53 (2023).

[22] E. Grohs and G. M. Fuller, Big Bang Nucleosynthesis, Handbook of Nuclear Physics: Volume 1-5 **5**, 3713 (2024).

[23] Fields and Brian, Big Bang Nucleosynthesis: Nuclear Physics in the Early Universe, Hnp 111 (2023).

[24] J. Bernstein, Kinetic Theory in the Expanding Universe, Kinetic Theory in the Expanding Universe (1988).

[25] J. Bernstein, L. S. Brown, and G. Feinberg, Cosmological helium production simplified, Rev Mod Phys **61**, 25 (1989).

[26] B. E. J. Pagel, E. A. Simonson, R. J. Terlevich, and M. G. Edmunds, The primordial helium abundance from observations of extragalactic H II regions, Mon Not R Astron Soc **255**, 325 (1992).

[27] S. Navas et al., Review of particle physics, Physical Review D **110**, (2024).

[28] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, T. Pinto, O. Pisanti, and P. D. Serpico, Relic neutrino decoupling including flavor oscillations, Nucl.Phys.B **729**, 221 (2005).

[29] D. Jang, M. R. Gangopadhyay, M. K. Cheoun, T. Kajino, and M. Sami, Big bang nucleosynthesis constraints on the energy-momentum squared gravity: The T2 model, Physical Review D **111**, 043525 (2025).

[30] R. H. Cyburt, B. D. Fields, K. A. Olive, and T. H. Yeh, Big bang nucleosynthesis: Present status, Rev Mod Phys **88**, 015004 (2016).

[31] T. H. Yeh, K. A. Olive, and B. D. Fields, The impact of new d(p,γ)3 rates on Big Bang Nucleosynthesis, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2021**, 046 (2021).

[32] M. Deal and C. J. A. P. Martins, Primordial nucleosynthesis with varying fundamental constants - Solutions to the lithium problem and the deuterium discrepancy, Astron Astrophys **653**, A48 (2021).

[33] P. Asimakis, S. Basilakos, N. E. Mavromatos, and E. N. Saridakis, Big bang nucleosynthesis constraints on higher-order modified gravities, Physical Review D **105**, 084010 (2022).

[34] M. Pettini and R. Cooke, A new, precise measurement of the primordial abundance of deuterium, Mon Not R Astron Soc **425**, 2477 (2012).

[35] R. P. Gupta, Varying physical constants and the lithium problem, Astroparticle Physics **129**, 102578 (2021).

[36] P. D. Serpico, S. Esposito, F. Iocco, G. Mangano, G. Miele, and O. Pisanti, Nuclear reaction network for primordial nucleosynthesis: A Detailed analysis of rates, uncertainties and light nuclei yields, JCAP **12**, 010 (2004).

[37] R. J. Cooke, M. Pettini, and C. C. Steidel, One Percent Determination of the Primordial Deuterium Abundance*, Astrophys J **855**, 102 (2018).

[38] E. Aver, K. A. Olive, and E. D. Skillman, The effects of He I λ10830 on helium abundance determinations, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2015**, 011 (2015).

[39] A. Coc, J. P. Uzan, and E. Vangioni, Can mirror matter solve the the cosmological lithium problem?, AIP Conf Proc **1594**, 12 (2014).

[40] Z. Hou et al., Big-Bang Nucleosynthesis after Planck, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2020**, 010 (2020).

[41] T. M. Bania, R. T. Rood, and D. S. Balser, The cosmological density of baryons from observations of 3He+ in the Milky Way, Nature **415**, 54 (2002).

[42] A. T. Yue, M. S. Dewey, D. M. Gilliam, G. L. Greene, A. B. Laptev, J. S. Nico, W. M. Snow, and F. E. Wietfeldt, Improved determination of the neutron lifetime, Phys Rev Lett **111**, 222501 (2013).

[43] R. W. Pattie et al., Measurement of the neutron lifetime using a magneto-gravitational trap and in situ detection, Science (1979) **360**, 627 (2018).

[44] K. Akita and M. Yamaguchi, A precision calculation of relic neutrino decoupling, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2020**, 012 (2020).

[45] O. Ihnatenko and M. Ovchynnikov, Precision calculation of N_{eff} with Neutrino Direct Simulation Monte Carlo, (2025).

[46] J. Milsom, The Hunt for Earth Gravity, The Hunt for Earth Gravity (2018).

[47] J. Henry, Newton, the sensorium of God, and the cause of gravity, Sci Context **33**, 329 (2020).

[48] G. Saliba, Islamic Science and the Making of the European Renaissance, Islamic Science and the Making of the European Renaissance (2007).

[49] L. Berggren, Book Review: A history of Arabic astronomy: planetary theories during the golden age of Islam / New York University Press, 1994, JHA **28**, 270 (1997).

[50] L. Rezzolla, The Irresistible Attraction of Gravity: A Journey to Discover Black Holes, The Irresistible Attraction of Gravity (2023).

[51] H. Gutfreund and J. Renn, The Road to Relativity: The History and Meaning of Einstein's "The Foundation of General Relativity". Featuring the Original Manuscript of Einstein's Masterpiece, (2015).

[52] V. Petkov, Seven Fundamental Concepts in Spacetime Physics, (2024).

[53] B. D. Suceavă, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, The Mathematical Intelligencer 2021 44:2 **44**, 185 (2021).

[54] J. Renn and T. Sauer, Pathways out of Classical Physics, The Genesis of General Relativity 113 (2007).

[55] P. T. Chruściel, Elements of General Relativity, (2019).

[56] B. D. Suceavă, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, The Mathematical Intelligencer 2021 44:2 **44**, 185 (2021).

[57] D. Baumann, Cosmology, (2022).

[58] S. M. Carroll, Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity, Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity 1 (2019).

[59] T. Padmanabhan, Gravitation: Foundations and Frontiers, Gravitation: Foundations and Frontiers 1 (2010).

[60] Ray. D'Inverno, Introducing Einstein's relativity : a deeper understanding, (2022).

[61] V. Faraoni and S. Capozziello, Beyond Einstein Gravity, Beyond Einstein Gravity (2011).

[62] A. de Felice and S. Tsujikawa, f (R) theories, Living Rev Relativ **13**, 1 (2010).

[63] T. P. Sotiriou and V. Faraoni, F (R) theories of gravity, Rev Mod Phys **82**, 451 (2010).

[64] E. N. Saridakis, R. Lazkoz, V. Salzano, P. V. Moniz, S. Capozziello, J. B. Jiménez, M. De Laurentis, and G. J. Olmo, Modified gravity and cosmology: An update by the CANTATA network, Modified Gravity and Cosmology: An Update by the CANTATA Network 1 (2021).

[65] M. Krššák, R. J. Van Den Hoogen, J. G. Pereira, C. G. Böhmer, and A. A. Coley, Teleparallel theories of gravity: illuminating a fully invariant approach, Class Quantum Gravity **36**, 183001 (2019).

[66] R. Ferraro and F. Fiorini, Modified teleparallel gravity: Inflation without an inflaton, Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology **75**, 084031 (2007).

[67] J. W. Maluf, The teleparallel equivalent of general relativity, Ann Phys **525**, 339 (2013).

[68] G. R. Bengochea and R. Ferraro, Dark torsion as the cosmic speed-up, Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology **79**, 124019 (2009).

[69] Y. F. Cai, S. Capozziello, M. De Laurentis, and E. N. Saridakis, f(T) teleparallel gravity and cosmology, Reports on Progress in Physics **79**, 106901 (2016).

[70] A. Pourbagher and A. Amani, Thermodynamics and stability of f(T, B) gravity with viscous fluid by observational constraints, Astrophys Space Sci **364**, 1 (2019).

[71] A. Dixit and A. Pradhan, Bulk Viscous Flat FLRW Model with Observational Constraints in f(T, B) Gravity, Universe 2022, Vol. 8, Page 650 **8**, 650 (2022).

[72] S. Bahamonde and S. Capozziello, Noether symmetry approach in f(T, B) teleparallel cosmology, The European Physical Journal C 2017 77:2 **77**, 1 (2017).

[73] S. Bahamonde, M. Zubair, and G. Abbas, Thermodynamics and cosmological reconstruction in f(T,B) gravity, Physics of the Dark Universe **19**, 78 (2018).

[74] T. Harko, F. S. N. Lobo, G. Otalora, and E. N. Saridakis, Nonminimal torsion-matter coupling extension of f (T) gravity, Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology **89**, 124036 (2014).

[75] J. Bernstein, L. S. Brown, and G. Feinberg, Cosmological helium production simplified, Rev Mod Phys **61**, 25 (1989).

[76] S. Capozziello, G. Lambiase, and E. N. Saridakis, Constraining f(T) teleparallel gravity by big bang nucleosynthesis, The European Physical Journal C 2017 77:9 **77**, 1 (2017).

[77] F. K. Anagnostopoulos, V. Gakis, E. N. Saridakis, and S. Basilakos, New models and big bang nucleosynthesis constraints in f(Q) gravity, The European Physical Journal C 2023 83:1 **83**, 1 (2023).

[78] S. S. Mishra, A. Kolhatkar, and P. K. Sahoo, Big Bang Nucleosynthesis constraints on f(T,T) gravity, Physics Letters B **848**, 138391 (2024).

[79] T. Damour and B. Pichon, Big bang nucleosynthesis and tensor-scalar gravity, Physical Review D **59**, 123502 (1999).

[80] A. Coc, K. A. Olive, J.-P. Uzan, and E. Vangioni, Big bang nucleosynthesis constraints on scalar-tensor theories of gravity, Physical Review D **73**, 083525 (2006).

[81] P. Asimakis, E. N. Saridakis, S. Basilakos, and K. Yesmakhanova, Big Bang Nucleosynthesis Constraints on f (T, TG) Gravity, Universe 2022, Vol. 8, Page 486 **8**, 486 (2022).

[82] A. M. Sultan and A. Jawad, Compatibility of big bang nucleosynthesis in some modified gravities, The European Physical Journal C 2022 82:10 **82**, 1 (2022).

[83] M. Moresco, L. Pozzetti, A. Cimatti, R. Jimenez, C. Maraston, L. Verde, D. Thomas, A. Citro, R. Tojeiro, and D. Wilkinson, A 6% measurement of the Hubble parameter at z∼0.45: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2016**, 014 (2016).

[84] A. Heinesen, Differential age observations and their constraining power in cosmology, Physical Review D **111**, 023539 (2025).

[85] A. G. Riess, S. Casertano, W. Yuan, L. M. Macri, and D. Scolnic, Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1% Foundation for the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics beyond ΛCDM, Astrophys J **876**, 85 (2019).

[86] R. Briffa, C. Escamilla-Rivera, J. L. Said, and J. Mifsud, Constraints on f(T) cosmology with Pantheon+, Mon Not R Astron Soc **522**, 6024 (2023).

[87] D. Wang, Pantheon+ constraints on dark energy and modified gravity: An evidence of dynamical dark energy, Physical Review D **106**, 063515 (2022).

[88] S. Kumar, R. C. Nunes, and P. Yadav, New cosmological constraints on f (T) gravity in light of full Planck-CMB and type Ia supernovae data, Physical Review D **107**, 063529 (2023).

[89] D. Brout et al., The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints, Astrophys J **938**, 110 (2022).

[90] A. G. Ferrari, M. Ballardini, F. Finelli, and D. Paoletti, Scalar-Tensor gravity and DESI 2024 BAO data, Physical Review D **111**, 083523 (2025).

[91] S. Kumar, R. C. Nunes, S. Pan, and P. Yadav, New late-time constraints on f(R) gravity, Physics of the Dark Universe **42**, 101281 (2023).

[92] A. G. Adame et al., DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **2025**, 021 (2025).

[93] T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, G. J. Olmo, and D. Rubiera-Garcia, Coupling matter in modified Q gravity, Physical Review D **98**, 084043 (2018).

[94] P. Wu and H. Yu, Observational constraints on f(T) theory, Physics Letters B **693**, 415 (2010).

Abstract

Big Bang Nucleosynthesis (BBN) marks a pivotal stage in the early universe, producing light elements such as deuterium, helium, and lithium. The abundance of helium-4 is especially significant, as its sensitivity to the freeze-out temperature makes it a precise observational probe of cosmological models. Deviations from standard BBN predictions can thus reveal modifications in gravitational dynamics, providing strong constraints on alternative gravity theories.

In this work, we use helium-4 abundance to test three major classes of modified gravity: $f(T)$ gravity, $f(T,B)$ gravity, and $f(T)$ with torsion–matter coupling. For each, we consider linear, quadratic, and nonlinear scenarios (exponential, logarithmic, and power-law forms). Our results show that BBN constraints narrow the viable parameter space and establish bounds for certain models, though they must be combined with complementary data for precise parameter estimation.

To this end, we employ three late-time datasets: cosmic chronometers (CC), spanning $0.0 \leq z \leq 2.36$; Type Ia supernovae from the Pantheon+SH0ES (2022) compilation; and baryon acoustic oscillations (BAO) from the DESI survey (2025). Together with BBN, these probes form a comprehensive framework for testing modified gravity, highlighting the role of the early universe not only in element formation but also in delineating the physical boundaries of gravitational theories relevant to acceleration.

Keywords: Big Bang Nucleosynthesis (BBN), Helium-4 abundance, Modified gravity, $f(T)$ gravity, $f(T,B)$ gravity, Torsion–matter coupling.

Syrian Arab Republic

University of Damascus

Faculty of Science

Department of Physics

Theoretical study of Big bang nucleosynthesis and its constraints on cosmic models of high-energy elementary particle physics

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree in Experimental Nuclear Physics

by

Yahia Al-Omar

Supervisor

Prof. Magda Nahili

Faculty of Science – University of Damascus

2024-2025