



ديناميك الآلات والاهتزازات الميكانيكية



السنة:الرابعة

القسم :هندسة الميكانيك العام وقسم هندسة السيارات



منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية
والكهربائية

ديناميك الآلات والاهتزازات الميكانيكية

الدكتور

وعد عمران

أستاذ مساعد في قسم هندسة
الميكانيك العام

الدكتور

عبدو الشحادة

أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

1437 - 1438 هـ

2015 - 2016 م

جامعة دمشق

الفهرس

الصفحة	الموضوع
8	مقدمة
11	الباب الأول ديناميك الآلات
13	الفصل الأول: ديناميك الآلات والمسائل الأساسية المطروحة
15	1-1 مقدمة
17	2-1 النموذج الرياضي الديناميكي للآلة
20	3-1 الآلة والآلية
21	4-1 فرضيات أساسية
22	5-1 تصنيف القوى المؤثرة في الآلات
24	6-1 اختزال (إرجاع) القوى
25	7-1 اختزال الكتل
26	8-1 الآلات ذات الحدود الصلدة
27	9-1 المسائل (الوظائف) الأساسية لديناميك الآلات
29	الفصل الثاني: المعادلة الأساسية لحركة الآلة
31	1-2 ارتباطات أساسية
33	2-2 استخراج معادلة الحركة
49	الفصل الثالث: حالات الحركة للآلة الصلدة والحركة غير المنتظمة للآلات
51	1-3 دورة عمل الآلية
53	2-3 دراسة الحالة المستقرة
58	3-3 الحركة تحت تأثير حقل محافظ للقوى
61	4-3 الحركة غير المنتظمة للآلات
71	5-3 دراسة الحالات غير المستقرة (عمليات الإقلاع والفرملة)

74	مسائل تطبيقية
77	الفصل الرابع: تحليل القوى في الآليات ، القوى المتنقلة إلى القاعدة
79	1-4 مقدمة
80	2-4 الطريقة العامة لتحليل القوى
83	3-4 تحديد قوى المفاصل والمضاجع في الآلية المرفقية الانسحابية
89	4-4 تحديد القوى والعزوم المحصلة المؤثرة في الهيكل والمنتقلة إلى الأساس .
94	4-5 دراسة نتائج تحليل القوى
97	مسائل تطبيقية
99	الفصل الخامس: موازنة الآليات
101	1-5 مقدمة
101	2-5 موازنة المحاور الدوارة
112	3-5 آلات الموازنة
119	4-5 موازنة الكتل في آلات الوصل
129	مسائل تطبيقية
135	الفصل السادس: مسائل عامة
149	الباب الثاني الاهتزازات الميكانيكية
151	الفصل السابع: مفهوم الحركة الاهتزازية للأنظمة الميكانيكية
153	1-7 مفهوم العملية الاهتزازية
153	2-7 تطبيق نظرية الاهتزازات
154	3-7 مراحل دراسة اهتزازات الأنظمة الميكانيكية
157	4-7 مفاهيم أساسية
159	الفصل الثامن: اهتزازات الأنظمة الخطية ذات درجة الطلاقة الواحدة
161	1-8 مقدمة

163	8-2 سبب اهتزاز الأنظمة الميكانيكية
164	8-3 الاهتزازات الحرة للأنظمة ذات درجة الطلاقة الواحدة.
184	8-4 الاهتزازات القسرية للأنظمة ذات درجة طلاقة واحدة.
201	الفصل التاسع: اهتزازات الأنظمة الخطية ذات درجتى طلاقة
203	9-1 معادلات الحركة وترابطها.
206	9-2 التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز للأنظمة المقيدة.
212	9-3 التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز للأنظمة الحرة (غير المقيدة).
215	9-4 الاهتزازات القسرية للأنظمة ذات درجتى طلاقة.
223	الفصل العاشر: اهتزازات الانحناء
225	10-1 محور دوار متناظر مع تحريض كتلة عدم اتزان.
231	10-2 الأعداد الحرجة لدوران محور يحتوي على قرص مع مراعاة التأثير الجيروسكوبي.
233	الفصل الحادي عشر: اهتزازات الفتل في أنظمة نقل الحركة
235	11-1 مقدمة
237	11-2 النموذج الحسابي المرجع على محور، المحور المرجع.
241	11-3 الاهتزازات الحرة لأنظمة اهتزازات الفتل الخطية ذات الكتل المركزة.
249	11-4 الاهتزازات القسرية لأنظمة اهتزازات الفتل ذات الكتل المركزة.
253	الفصل الثاني عشر: تثبيت الآلة الصلدة
255	12-1 المسائل المطروحة
256	12-2 الأسس الديناميكية لتأسيس الآلات عند التحريض الدوري.
262	12-3 تنفيذ القواعد المحرصة بشكل دوري.
265	دليل الرموز
269	دليل المصطلحات العلمية
285	المراجع العلمية.

مقدمة :

يهدف هذا الكتاب إلى تقديم المبادئ والأسس العامة التي تسمح لكل من الطالب والمهندس بدراسة الأداء الديناميكي للألة واتخاذ القرارات المناسبة من أجل تحسين الأداء سواء في مرحلة التصميم أو الاستثمار. كما يقدم دراسة هندسية تطبيقية للاهتزازات الميكانيكية التي يمكن أن تحصل في أغلب المجموعات الميكانيكية ولأسباب مختلفة . يتألف هذا الكتاب من بابين حيث يشكل ديناميك الألة الصلدة والذي يدعى الآن بديناميك الآلات، الجزء الأول من البرنامج المتكامل الذي يحتوي على ديناميك الألة الصلدة وعلى ديناميك الأنظمة المرنة- الاهتزازات الميكانيكية- الذي يشكل الباب الثاني من هذا الكتاب .

يحتوي كل جزء على مجموعة من الفصول عرضنا من خلالها المفاهيم الأساسية لعلم ديناميك الآلات والاهتزازات الميكانيكية بطريقة منهجية بحيث تتكون لدى القارئ القاعدة العلمية اللازمة للتحليل الديناميكي للألة بمجملها.

ولقد رأينا من المناسب أن يتضمن كل فصل عدة تطبيقات وأمثلة محلولة تساعد على استيعاب الأسس النظرية، كما أضفنا بعض المسائل غير المحلولة مما يتيح للقارئ أن يختبر إمكانياته الذاتية على فهم الأبحاث ومدى تمكنه منها، معتمدين في ذلك الجملة الدولية لوحدة القياس. وكذلك في حرصنا، قدر الإمكان، على استعمال الرموز الفيزيائية المصطلح عليها دولياً.

أصبح لعلم ديناميك الآلات أهمية بالغة في وقتنا الحاضر نظراً للطلب المتزايد على معدات وآليات ذات وثوقية ودقة عالية، كما أدى التنوع الكبير للآلات والمجموعات الميكانيكية من وجهة نظرس تصحيحها وارتفاع كفاءتها الميكانيكية مقابل انخفاض كتلتها وضجيجها وتلويثها للبيئةالخ إلى تحسين أساليب حسابها وتصنيعها وتجميعها

يتناول الباب الأول -ديناميك الآلات- أسس التحليل الديناميكي للآلات وفق الطرق التخطيطية والتحليلية التي أصبحت أكثر استخداماً نظراً للتطور الكبير في أنظمة البرمجة ومعداتنا، كما يتناول أسس تحقيق الحركة المنتظمة للآلات بما يوفر لها الاستقرار والدقة في العمل .

إن التطور الحاصل في مجال بناء الآلات، والذي يساير متطلبات الإنسان العصرية من حيث حاجته للآلات، والذي يساير متطلبات الإنسان العصرية من حيث حاجته لآلات وأجهزة ومعدات تتمتع بتصاميم اقتصادية وتتمتع بإنتاجية ومردودية عالية، أدى إلى تركيز كبير في دراسة وتصميم هذه المعدات وإخراجها بشكل صحيح مع ضمان عملها باستمرار واستقرارية مقبولة .

أدى ازدياد تنوع الآلات والمجموعات الميكانيكية وزيادة سرعة عملها والانخفاض النسبي لكتلتها إلى ظهور حمولات ديناميكية متغير في عناصر هذه الآلات مما يسبب اهتزاز عناصرها وقواعدها .

تملك نظرية الاهتزازات أهمية كبيرة في كافة الآلات والمنشآت الميكانيكية، مثل محركات الاحتراق الداخلي- العنفات الغازية والبخارية - السيارات- القطارات وفي المجموعات المختلطة مثل محرك - مولدة، محرك - مضخة، محرك ضاغط .

تسبب الاهتزازات أضراراً جسيمة للآلات وتقلل من مردودها وعمرها ، لذلك عند تصميم ودراسة أية آلية يجب حساب عناصرها بحيث تحقق عملاً مستقراً وتملك إمكانية تحمل الاهتزازات في حال حدوثها. كذلك لابد من مراعاة الربط الصحيح لعناصر المنشآت أو المجموعات الميكانيكية، خاصة المختلطة منها مثل محرك - مولدة أو محرك- مضخة. ولابد أيضاً من عزل الاهتزازات المتبقية في الآلات بعد إجراء موازنتها التامة وتخفيف

أضرارها على الإنسان وعلى قواعد هذه الآلات والأجسام المجاورة، وهذا ما سيتناوله الباب الثاني من هذا الكتاب /الاهتزازات الميكانيكية/ .

نرجو أن نكون قد وفقنا في عرض محتويات هذا الكتاب بحيث يكون مرشداً للطالب في دراسته ومرجعاً للمهندس في عمله وأبحاثه، والله الموفق.

المؤلفان

دمشق 2015

الباب الأول

ديناميك الآلات

الفصل الأول: ديناميك الآلات والمسائل الأساسية المطروحة.

الفصل الثاني: المعادلة الأساسية لحركة الآلة.

الفصل الثالث: حالات الحركة للآلة الصلدة والحركة غير المنتظمة للآلات.

الفصل الرابع: تحليل القوى في الآليات ، القوى المتنقلة إلى القاعدة.

الفصل الخامس: موازنة الآليات.

الفصل السادس: مسائل عامة.



The background of the page features a large, faint watermark of the Damascus University logo. The logo is circular, with the Arabic text "جامعة دمشق" (Damascus University) at the top and "Damascus University" at the bottom. In the center is a stylized sun or starburst design.

الفصل الأول
ديناميك الآلات والمسائل الأساسية المطروحة
Topics of Machine Dynamics



1-1- مقدمة:

يدرس علم ديناميك الآلات تحريك الأجسام مع الأخذ في الحسبان تأثير القوى والكتل لهذه الأجسام، وذلك بخلاف علم (كينماتيك الآلات) أي علم الحركة الذي يبحث في الخواص الهندسية لحركة الأجسام دون اعتماد كتلتها أو القوى المؤثرة فيها. وبالتالي فإن الديناميك هو قسم الميكانيك الذي يبحث في قوانين تحريك الأجسام المادية تحت تأثير القوى، أي العلاقات بين القوى المؤثرة على الآلة وحركة هذه الآلة. ولم يحتل هذا العلم موقعه الهام كمنظومة إلا منذ وقت قريب نسبياً إذا ما تمت مقارنته مع علم الستاتيك الذي يعود تاريخه الهندسي إلى أكثر من ألفي سنة. في الحقيقة إن المسائل الديناميكية في الآلات لم تبرز بشكل جدي قبل نهاية القرن التاسع عشر بسبب انخفاض سرعة أداء الآلات في ذلك الحين وبالتالي إمكانية إهمال القوى الديناميكية الناتجة. إلا أن التطور الذي حصل في بداية القرن الماضي والخاص بالعنفات البخارية، المحركات الكهربائية ومحركات الاحتراق الداخلي نتج عنه ارتفاع بشروط أداء الآلات فيما يخص سرعة الدوران، الضغوط، ودرجات الحرارة مما طرح أمام مصممي هذه الآلات كثيراً من المشاكل الهندسية المتعلقة بالسلوك الديناميكي للآلة.

تبرز أهمية ديناميك الآلات كونه يوفر للمهندس الميكانيكي المصمم الأدوات اللازمة لحساب القوى المؤثرة على الآلة أثناء عملها وللتنبؤ بالظواهر الديناميكية التي تحدث في الآلة، وبالتالي اقتراح الحلول التصميمية التي تضمن حسن تلبية الآلة لشروط الأداء المطلوبة منها.

من أهم الظواهر الديناميكية التي يعنى ديناميك الآلات بدراستها نذكر:

- أ- القوى الديناميكية المتولدة أثناء دوران الآلة والمتعلقة بخواصها الكتلية (قوى العطالة)، فهو يعالج أثر هذه القوى بتحقيق ما يسمى بالموازنة الكتلية.
- ب- الاهتزازات الميكانيكية لعناصر الآلة والتي تنتج عن مرونة الحدود. وتعد الاهتزازات الميكانيكية من الظواهر الديناميكية بالغة الأهمية والتي تفرض وجودها ليس في الآلات

فحسب بل في جميع المنشآت الميكانيكية، ولذلك سوف يتم معالجتها بشكل منفصل في الباب الثاني من هذا الكتاب.

ج- تراوح القدرة والسرعة في الآلات الدوارة ، حيث يعالج أثر هذا التراوح بتحقيق ما يسمى بموازنة الاستطاعة (power balancing).

إن دراسة جميع هذه الظواهر في ديناميك الآلات وما يرافقها من طرق معالجة تتم بالاستعانة بعلوم وتقانات أخرى قد تكون كثيرة التداخل فيما بينها، ولا بد لفهمها من التطرق للمنهجية العامة المتبعة في معالجة أهم المسائل الديناميكية.

يصبح في أغلب الأحيان من الضروري دراسة القوى والاجهادات المؤثرة في حدود الآلية، حيث أن لهذه القوى أهمية كبيرة في تحديد الأبعاد الصحيحة لحدود الآلية ومفاصلها ومحاملها، وكذلك الأمر بالنسبة لمتطلبات السهولة في التصميم والمتانة العالية لأجزاء الآلية .

يعتبر علم السكون أن كل القوى ثابتة ولم يتطرق إلى مسألة التغيرات المحتملة لهذه القوى بتواتر سريع مع الزمن، غير أنه تؤثر في الأجسام المتحركة عادة علاوة على القوى الثابتة (يمكن على سبيل المثال اعتبار قوة الجاذبية الأرضية ثابتة) قوى متغيرة، تتغير مقاديرها واتجاهاتها خلال حركة الجسم، وكما تبين التجارب العملية يمكن أن تعتمد القوى المتغيرة على الزمن وعلى موضع الجسم وعلى سرعته بشكل أو بآخر .

سندرس في هذا الباب ديناميك هذه القوى بالذات إضافة إلى القوى الثابتة. وإذا كان لأحد أجزاء الآلية تسارع ما فإن ذلك يتسبب في توليد قوى عطالة إضافية يجب أخذها في الحسبان .

تعتمد المبادئ الأساسية في الديناميك على قوانين نيوتن في الحركة التي تمت دراستها بشكل مفصل في علم الميكانيك الهندسي ونعيد ذكر هذه القوانين للرجوع إليها عند اللزوم:

1- القانون الأول- وهو ينص على مايلي:

يستمر الجسم الحر من أية تأثيرات خارجية في حالة السكون أو في حالة الحركة المستقيمة المنتظمة ولا تتغير هذه الحالة إلا إذا أثرت فيه قوة خارجية .

2- القانون الثاني: القانون الأساسي لعلم التحريك وهو الذي بهمنا في الدرجة الأولى في دراسة التحليل الديناميكي وهو يهتم فقط بتغير السرعة أي بالتسارع وبنص على ما يلي :

إن حاصل ضرب كتلة الجسم بتسارعه الذي يكتسبه من جراء تطبيق قوة ما عالية يكون متناسباً مع القوة المطبقة ويتجه التسارع باتجاه القوة المطبقة نفسها.

3- القانون الثالث: قانون الفعل ورد الفعل الذي يبين خواص العلاقة الميكانيكية المتبادلة بين الأجسام وهو يفيدنا في دراسة القوى المؤثرة في الأجسام الساكنة أو في الأجسام الخالية من التسارع وبنص على ما يلي :

لكل فعل لإحدى القوى رد فعل مساوي ومعاكس له في الاتجاه ويقع الاثنان على حامل واحد.

1- 2 - النموذج الرياضي الديناميكي للآلة :

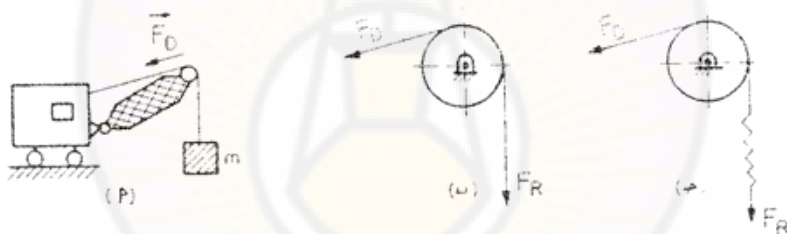
إن الهاجس الرئيسي في معالجة أية مسألة ديناميكية يكمن في إيجاد النموذج الرياضي (الديناميكي) *athematical model* للآلة المدروسة أي أن دراسة ديناميك الآلات يجب أن تبدأ باختيار النماذج الرياضية للأجزاء الوظيفية للآلة .

يعرف النموذج الرياضي بأنه مجموعة العلاقات الرياضية التي تربط بين مختلف المتحولات والتي تسهم في تمثيل سلوك فيزيائي معين. وتعد المقدرة على الانتقال من النظام الفيزيائي *physical system* إلى الموديل الرياضي الذي يصف هذا النظام أمراً حيوياً يسهل بعده حل المسألة. وتجدر الإشارة إلى أن النموذج الرياضي لا يمثل النظام الفيزيائي الحقيقي بشكل كامل، بل يعد تمثيلاً تقريبياً له، وأن اختيار النموذج الرياضي لآلة معينة يتعلق في بادئ الأمر بالغرض من الدراسة وبطبيعة المسألة المدروسة وبإمكانية حلها ضمن الإمكانيات والطرق المتاحة.

يجب أثناء اختيار النموذج الديناميكي للجزء الوظيفي من الآلة فرز صفات هذا الجزء التي تعد مهمة بالنسبة للمسألة موضوع الدراسة وإهمال تلك الصفات المعتبرة غير مهمة لتلك المسألة، أي بما معناه نمذجة النظام الحقيقي. لذلك يمكن أن يكون للجزء الوظيفي الواحد أكثر من نموذج رياضي وذلك حسب موضوع الدراسة .

يبدأ اختيار النموذج الرياضي من اختيار الشكل الحركي للنظام الميكانيكي وتحديد الحدود القائدة المتصلة بالمحركات وتحديد الأجزاء العاملة التي تؤثر فيها قوى المقاومة. ومن الواضح أنه لدى بناء الموديل (النموذج) الرياضي لأية مسألة لابد من اعتماد بعض الفرضيات التبسيطية التي تعتمد على كل من طبيعة المسألة، الدقة المطلوبة وعلى المعلومات والأدوات الحسابية المتوفرة.

لنأخذ المثال التالي: (الرافعة المتحركة Mobil cran) المبينة بالشكل (1-1):



الشكل (1-1) رافعة متحركة

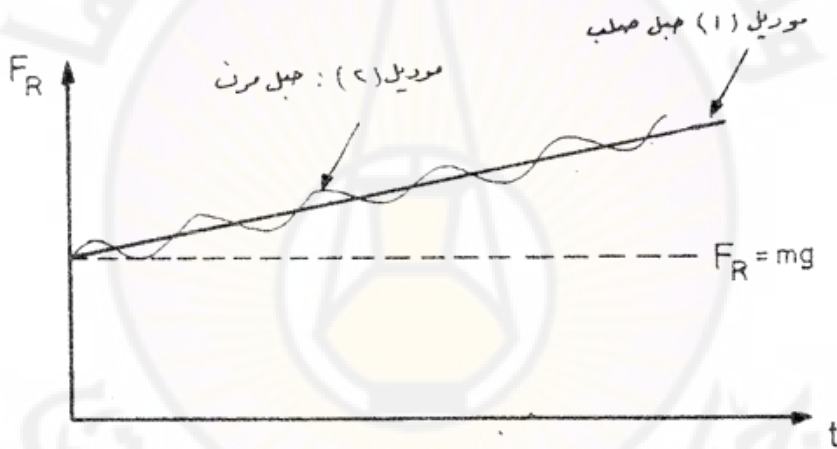
لتحليل القوى في عناصر هذه المنشأة (بشكل خاص قوة شد الحبل الحامل للكتلة المرفوعة) لابد من نمذجة العناصر الإنشائية المكونة للرافعة وبناء النموذج الذي سيستخدم في حساب هذه القوى يمكن فيما يخص الحبل (الأسلاك) اعتماد أحد النموذجين التاليين :

- (ب) النموذج (1) الذي يعتبر السلك صلباً
- (ج) النموذج (2) الذي يهتم بمرونة السلك

يبين الشكل (2-1) نتائج حساب قوة شد السلك F_R بدلالة الزمن أثناء رفع الحبل لكلا النموذجين حيث تزداد قوة الشد بسبب قوى العطالة الناتجة عن الكتلة المرفوعة m وعزم عطالة البكرة.

من الممكن طبعاً اعتماد نماذج أكثر تعقيداً كالذي يهتم، مثلاً، بمرونة العجلات أو مرونة أي عنصر من عناصر المنشأة.

إن الاختيار بين النموذجين السابقين يعتمد طبعاً على الدقة المطلوبة وعلى درجة المرونة الموجودة في الحبل وفي جميع الأحوال فمن الأفضل تبسيط النموذج قدر الإمكان.



الشكل (2-1)

إن النتائج الموضحة بالشكل (3-1) تبرز نتيجة هامة وهي أن النتائج التي يعطيها النموذج الأكثر تعقيداً تحتوي على نتائج النموذج الأبسط، إذ أن نموذج السلك (الجسم) يعد هنا حالة خاصة من حالات السلك المرن (عامل صلابة لا نهائي).

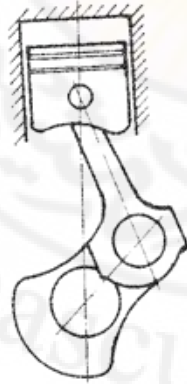
1-3- الآلة والآلية :

نعرف فيما يلي باختصار مفهوم الآلة والآلية اللذين سيتكرران كثيراً خلال دراسة علم ديناميك الآلات.

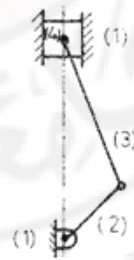
تعرف الآلة على أنها تركيبة آلية من عدة أجزاء الغرض منها تحقيق نظام حركي ما ، وتستخدم الآلة في نقل القوى والحركة من مصدر للطاقة لأداء عمل معين، فتركيبة المنزلقة والمرفق (الآلية المرفقية الانسحابية) مثلاً (mechanism slider- crank) تصبح آلة (محرك مكبسي) عند تطبيق قوة على المكبس يتم نقلها بذراع التوصيل لتدوير عمود المرفق .

تتألف التركيبة الآلية من عدد من الحدود (links) يكون أحدها ثابتاً، والتي ترتبط فيما بينها بواسطة ازدواجات حركية معينة وبالتالي فإن الآلية هي وحدة ميكانيكية من أجل تحويل ونقل القوى والحركات.

يبين الشكل (1-3) تركيبة المنزلقة والمرفق (الآلية المرفقية الانسحابية) والتي يمكن أن تمثل آلية محرك ترددي أو ضاغط حسبما يكون مصدر الطاقة المستخدم لتدوير الآلية (قوة الضغط) المتولدة في غرفة الاحتراق في المحرك المكبسي أو العزم المحرك المطبق على عمود المرفق في الضاغط المكبسي.



(الآلة)



(الآلية)

الشكل (1-3)

تتكون الآلية بالشكل السابق من أربعة حدود، الحد الأول مثبت ويمثل الأرض (الأساس الذي ترتكز عليه الآلة) ويرمز لهذا الحد دوماً بالرقم (1). وتجدر الإشارة إلى أن وجود الحد الثابت في آلية يعد شرطاً لازماً لأن نعددها ممثلة لآلة، إذ من المعروف أن ما يميز التركيبة الآلية عن أي سلسلة حركية هو تثبيت أحد حدودها.

1-4-4- فرضيات أساسية:

1-4-1 الآليات المستوية (plan mechanisms)

سوف نقتصر في هذا الكتاب على معالجة الآليات المستوية دون الآليات الفراغية .
الآليات المستوية هي تلك التي تكون حركة حدودها موازية لمستوى ثابت يشمل هذا التعريف عدداً كبيراً من الآليات التي تمثل مجالاً واسعاً من الآلات العملية الشائعة كمحركات الاحتراق الداخلي، الضواغط... الخ.
إن القوى التي تؤثر على الآليات المستوية تتوضع أيضاً في مستويات متوازية ، الأمر الذي يسهل عملية تحليلها.

يجب أن لا يغيب عن ذهن المصمم أن وجود القوى في عدة مستويات متوازية قد تولد عزوماً تؤثر على وصلات المفاصل ولا بد من الانتباه لها لدى حساب مقاومة هذه الوصلات. إن أغلب الأسس والمفاهيم المعتمدة في دراسة الآلات المستوية هي ذات فائدة كبيرة في تحليل أنماط حركة الآلات الفراغية.

1-4-2 مرونة الحدود:

إن أي حد من حدود الآلية الذي يمثل بدوره جزءاً من الآلة يجب أن يتحرك كوحدة واحدة بالرغم من احتوائه على مجموعة من القطع المصنعة والمجمعة وسوف يكون على هذا الأساس بإمكاننا إهمال مرونة الحد من إن نعدده جسماً جاسئاً تنعدم الحركة النسبية بين مختلف مكوناته. لا تشترط هذه النظرة أن يكون كل حد بطبيعته جسماً جاسئاً وإنما يجب فقط أن يكون قادراً على نقل الحركة دون تغير ملحوظ في أبعاده، مثال ذلك السلاسل والسيور والحبال تحت تأثير الشد، أو السوائل غير القابلة للانضغاط تحت تأثير قوى الضغط.

إن إهمال مرونة الحدود من شأنه أن يؤثر فقط على السلوك الاهتزازي للآلة ومن الممكن أن ينال حظه من الدراسة في أبحاث الاهتزازات الميكانيكية لاحقاً (الباب الثاني).

1-4-3 الاحتكاك في المفاصل :

إن القوى التي تنتقل عبر الآلة بواسطة الحدود تمر في الازدواجات الحركية (المفاصل) الواسلة بينها. من المعروف أن القوى المؤثرة على المفاصل تكون ناظرية على سطح التماس وذلك في غياب الاحتكاك. إلا أن مركبة قوة الاحتكاك تعمل على حرف هذا الاتجاه بزاوية تتناسب مع معامل الاحتكاك μ عند سطح التماس.

تجدر الإشارة إلى أن التقدم الذي أحرزه علم التحاك (tribology) وتقانات التزييت المرتبطة به وكذلك التقدم في أساليب التصنيع والتجميع الدقيقين قد أدى إلى الإقلال من تأثير الاحتكاك بين سطوح التماس في المفاصل بشكل يسمح لنا بإهمال تأثير الاحتكاك بدون أن يترك هذا أي أثر يذكر على دقة التحليل الديناميكي للآلية، وبشكل خاص في الآليات التي تدور بسرعات عالية، حيث تأخذ قوى العطالة المتولدة في الحدود قيمة عالية لتمهل أمامها قوى الاحتكاك .

1-5 - تصنيف القوى المؤثرة في الآلات :

ذكرنا سابقاً أن ديناميك الآلات يهدف بالدرجة الأولى إلى معالجة القوى المؤثرة على الآلات سواء فيما يخص التحليل الاستاتيكي أو الديناميكي ولا بد من إجراء تصنيف عام لهذه القوى وتحديد الاعتبارات الأساسية التي ستعتمد في معالجة هذه القوى.

من المعروف أن القوة كمقدار فيزيائي تعبر عن كمية متجهة (vector) تتميز بمقدار ومنحى وبتجاه ونقطة تأثير، إلا أن ما يهم من تحليل القوى في ديناميك الآلات هو أثر القوة على الآلية أو على حد من حدودها من وجهة نظر التوازن الستاتيكي (أو الديناميكي)، وبالتالي فإن معرفة نقطة تأثير القوة لا يهم من وجهة النظر هذه وهذا بدوره يؤدي إلى ضرورة اعتبار القوة كشعاع متجه قابل للانزلاق وهذا لا يؤثر من قريب أو بعيد على توازن الحد أو الآلية وذلك في حال انزلق هذا الشعاع على حامله.

تؤثر في حدود الآلات أثناء عملها قوى خارجية مختلفة، فقد تكون هذه القوى قوى محرك أو قوى مقاومة تكنولوجية أو قوى ثقالة الحدود أو قوى المقاومة الميكانيكية أو قوى العطالة التي تنشأ أثناء حركة الحدود النسبية. ونتيجة لتأثير هذه القوى تنشأ في المفاصل ردود الأفعال (قوى المفاصل).

يطلق اسم القوة المحركة على القوة التي تقوم بعمل ايجابي، فمثلاً في محرك الاحتراق الداخلي تكون القوة المحركة نتيجة لتأثير ضغط المزيج الغازي من قبل الاسطوانة، بينما في المحرك الكهربائي تكون القوة المحركة هي العزم المطبق على قلب المحرك الكهربائي الذي يدور في الحقل الكهرومغناطيسي.

يطلق اسم قوة المقاومة التكنولوجية على تلك القوة المطبقة على الحد المقود وللتغلب على هذه القوة نستخدم الآلة. تختلف قوى المقاومة التكنولوجية باختلاف الآلات وطبيعة عملها فهي قد تكون قوة مقاومة الكبس أو قوة مقاومة قطعة المعادن... الخ ، بينما في الآلات الرافعة فهي الثقل المرفوع . إن القوى الناتجة عن الأوزان الذاتية للحدود (قوى الثقالة) تكون صغيرة بشكل عام إذا ما قورنت بقوى العطالة المتولدة في الآليات التي تدور بسرعات عالية، وغالباً ما سيتم إهمالها إذا لم يؤكد على أهميتها، ويجب في جميع الأحوال التمييز بين قوى الثقالة وقوى العطالة الناتجة عن اكتساب كتل الحدود تسارعات خطية أو دوراً نية نتيجة للحركة غير المنتظمة لهذه الحدود.

تصنف القوى من حيث طريقة تأثيرها إلى قوى خارجية تؤثر في الحدود كقوى ضغط الغاز وقوى العمل وغيرها، وقوى داخلية كالقوى المتولدة في المفاصل وقوى ردود الأفعال في المساندة وقوى الاحتكاك..... الخ.

يمكن أن نسمي قوة ما داخلية أو خارجية حسبما يكون فعل هذه القوة داخل النظام المدروس أو خارجه. فلو فرضنا أن الحد الثابت (الهيكل) وهو الحد الذي يرمز له بالرقم (1) اصطلاحاً، لا يتبع النظام فإن القوة G_4 (الشكل 1-4) مثلاً هي قوة خارجية وكذلك القوى F_{31} و F_{41} .

إن تقسيم القوى إلى داخلية وخارجية يتعلق بتحديد النظام، فمن أجل النظام الجزئي المؤلف من الحدين 2 و 3 فقط الشكل (4-1) تصبح القوة G_{34} قوة خارجية.

(الشكل 4-1) لتحديد القوى الداخلية والخارجية

تنشأ القوى الداخلية نتيجة لتأثير القوى الخارجية في الآلية وتتعدم بغيابها وتكون القوى الداخلية المتولدة بين حدين في آلية ما متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه ولها المنحى نفسه (حسب قانون الفعل ورد الفعل). ومن أهم القوى الداخلية ردود الأفعال وقوى الاحتكاك في المفاصل.

يمكن أيضاً تصنيف القوى تبعاً للمتغيرات التي تتأثر. بها في هذا التصنيف ينظر إلى القوة كحقل قوى، ويعد هذا التصنيف نوعاً من النمذجة الرياضية لهذه القوى .

يمكن أن نميز عدة أنواع من حقول القوى :

- 1- حقل القوى المحافظ، حيث تكون القوى تابعة للوضع فقط .
- 2- حقل القوى المستقل، وتكون القوى تابعة للوضع وللسرعة .
- 3- حقل القوى الشامل، وهي الحالة العامة إذ تكون القوى تابعة للوضع والسرعة والزمن .

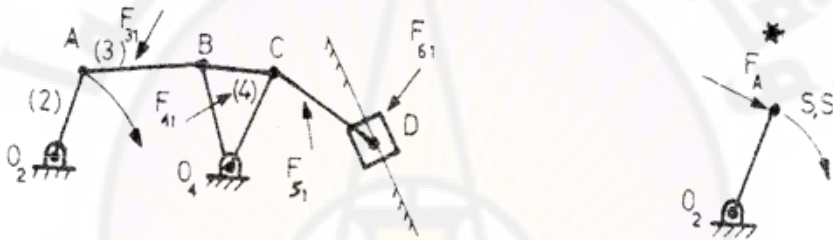
6-1 اختزال (إرجاع) القوى:

يمكن لدى معالجة المسألة الديناميكية الاستعاضة عن حقل القوى المؤثر في آلية بقوة وحيدة تؤثر في نقطة من الآلية يتم اختيارها. تدعى هذه القوة الوحيدة بحقل القوى المرجع أو بالقوة المرجعة، ويكون تأثيرها في نقطة الإرجاع المختارة من الآلية مكافئاً لتأثير حقل القوى في الآلية، وذلك لأن تحديد هذه القوة يتم وفق مبدأ حفظ الاستطاعة .

يتم عادة إرجاع حقل القوى في الآلية إلى أحد حدود الآلة (عمود المرفق مثلاً) في محركات الاحتراق الداخلي، في هذه الحالة يتحول حقل القوى إلى عزم مكافئ مرجع يؤثر في ذلك الحد.

إن القوة المرجعة هي قوة اعتبارية حيث أن هذه القوة ما هي إلا عبارة عن القوة التي إذا أثرت في الآلية فإن استطاعة الآلية تكون مساوية لاستطاعة جميع القوى المؤثرة في الآلية.

يبين الشكل (5-1) إرجاع حقل القوى المؤثر على آلية سداسية الحدود في النقطة A .



الشكل (5-1) إرجاع حقل القوى

يفيد مبدأ إرجاع القوى في تسهيل التحليل الديناميكي للآليات كما سنرى لاحقاً، فيتم على هذا الأساس تطبيق معادلات الديناميك على آلية مكافئة كتلياً.

7-1 اختزال الكتل:

تصادفنا أحياناً عند حل بعض المسائل الديناميكية ضرورة معرفة تأثير كتل حدود الآلية عند نقطة معينة أو على حد معين، وعلى هذا الأساس يجب أن نرجع كتل كل الحدود في هذه النقطة (نقطة الإرجاع) أو على هذا الحد (حد الإرجاع) .

إن الكتلة المرجعة تنوب عن كتل جميع حدود الآلية في نقطة الإرجاع ، ويمكن أن نعرف الكتلة المرجعة بأنها الكتلة المركزة في نقطة الإرجاع أو في الحد المرجع والتي لها في وضع معين طاقة حركية تساوي مجموع الطاقات الحركية للكتل الموزعة في الآلية.

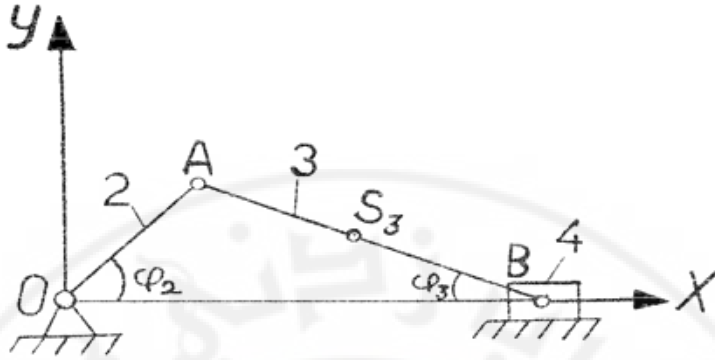
1- 8 الآلات ذات الحدود الصلدة :

إن أبسط طرائق النمذجة هي الانتقال من الآليات الحقيقية إلى آليات ذات حدود صلدة (جاسئة). يتم بمساعدة هذا النموذج اختيار المحركات وتقدير قيم ردود الأفعال في الازدواجات الحركية للآليات . أما للدراسات الأكثر شمولاً فتستخدم نماذج ديناميكية أعقد (الأخذ في الحسبان لمرونة الحدود، مثلاً) .

تقتصر مسائل ديناميك الآلات على دراسة ديناميك الآلات الصلدة المؤلفة من مجموعة أجسام صلدة تتصل مع بعضها بواسطة مفاصل تسمح بالحركة النسبية فيما بينها . إن الانتقال من الآلة الحقيقية إلى الآلة ذات الحدود الصلدة يتحدد بالشروط التالية:

- 1- إن جميع حدود الآلية المعتبرة أجساماً صلدة تبقى ذات صلابة مطلقة أثناء الحركة.
 - 2- إن الحدود المرنة (القشط، السلاسل) تعد غير قابلة للتمدد، أما الحدود السائلة (في أجهزة نقل الحركة الهيدروليكية) فهي غير قابلة للانضغاط مثلاً.
 - 3- تعد الازدواجات الحركية مثالية (في الازدواجات الدورانية الانسحابية حيث لا توجد خلوصات ولا توجد تشوهات للسطوح المتماسمة).
- وبالتالي فإن الآلة الصلدة هي الآلة التي يتألف جزؤها الميكانيكي من آليات ذات حدود صلدة . تعد في هذه الحالة إحداثيات جميع النقاط المادية للآلة تابعة لإحداثيات واحدة متغيرة تسمى بالإحداثيات المعممة (q) . تؤخذ كإحداثيات معممة عادة إحداثيات حركة الحد القائد (دورانياً أو انتقالاً) .

تنشأ من هنا توابع الوضع والتي هي العلاقات الهندسية بين وضعية الحد القائد q والإحداثيات التي تعطي وضعية كل جسم صلد من الآلية. لنأخذ على سبيل المثال الآلية المرفقية الانسحابية المبينة في الشكل (1-6):



الشكل (6-1) الآلة المرفقية الانسحابية

بفرض أن الحد القائد هو المرفق 2 فإن توابع الوضعية (القيود الحركية) هي العلاقات الهندسية بين إحداثيات مراكز ثقل الحدود (4.3) كتابع لزاوية دوران الحد القائد ϕ_2 أي:

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2 + 3 \cos \phi_3 \\ y_3 &= y_2 + 3 \sin \phi_3 \end{aligned}$$

وكما هو معلوم من نظرية الآلات فإن عدد الإحداثيات المستقل بعضها عن بعض واللازمة لتجديد وضع نظام ميكانيكي في أي لحظة زمنية يساوي عدد درجات الطلاقة لهذا النظام. وبما أنه للآلات الصلدة يتحدد النظام الميكانيكي بواسطة إحداثية واحدة معممة فيكون عدد درجات الطلاقة للآلات الصلدة المستوية مساوياً للواحد.

9-1- المسائل (الوظائف) الأساسية لديناميك الآلات :

في حال استبعاد الاهتزازات الميكانيكية وإضافة للظواهر الديناميكية التي تم طرحها، تتركز وظيفة ديناميك الآلات الجسنة (الصلدة) في حساب الحركة القائدة الناتجة عن تأثير القوى والعزوم الخارجية المؤثرة على الآلة. ولتحقيق هذا الهدف تتركز وظيفة ديناميك الآلات الصلدة ذات درجة الطلاقة الواحدة في حل المسألتين الأساسيتين التاليتين في إطار المنهجية التي تم تقديمها :

1-9-1 المسألة الأساسية الأولى :

تعطى الآلة ويعطى كامل حقل القوى الخارجية المؤثرة، أي القوى أو العزوم المحركة والأوزان الذاتية وقوى الاحتكاك إن لم تهمل، وكذلك قوى المقاومة التكنولوجية، والمطلوب وبمعرفة الشروط الابتدائية تحديد حركة الآلية بدلالة الزمن، أي تحديد قانون حركة الحد القائد $q(t)$.

تأتي أهمية هذه المسألة في تحديد حركة الآلية التي يتم على أساسها حساب قوى العطالة المؤثرة في الآلة وكذلك حساب سلوك الآلة أثناء الإقلاع والتوقف. يجب التمييز هنا بين مسألة تحديد حركة الآلة بواسطة التحليل الديناميكي وبين تحديد حركة حدود الآلية بإجراء التحليل الكينماتيكي بمعرفة حركة الحد القائد والذي تم دراسته سابقاً.

1-9-2 المسألة الأساسية الثانية :

تعطى الآلة وتعطى حركتها بدلالة الزمن (قانون حركة الحد القائد) $q(t)$ ، كما تعطى بعض القوى الخارجية المعروفة ويطلب حساب القوة أو العزم المحرك الواجب تطبيقه على الآلة لضمان أدائها بالشروط الحركية المفروضة، كما يطلب حساب القوى الداخلية (قوى المفاصل ، قوى الأسنان) أي القوى المتحركة في المفاصل ونقاط الاستناد . تدخل قوى العطالة التي يتم تحديدها بمعرفة حركة الآلة ضمن القوى الخارجية المؤثرة في الآلة وتطبق على هذه المسألة قواعد التحليل الستاتيكي للآليات بالرغم من وجود الحركة، وذلك لأنه يتم تحويل الحالة الديناميكية للآلة إلى حالة توازن استاتيكي بوجود قوى العطالة.

يمكن بشكل دقيق البدء بالمسألة الأساسية الثانية بعد حل المسألة الأساسية الأولى. يتطلب حل المسألتين الأساسيتين للآلة الصلدة وضع معادلة الحركة للآلة الصلدة والتي هي غالباً معادلة تفاضلية لا خطية حيث يشكل حلها المسألة الأساسية الأولى. تتطلب المسألة الثانية جهداً رياضياً أقل وخصوصاً عندما يتم الانطلاق من قانون بسيط للحركة $q(t)$.

الفصل الثاني
المعادلة الأساسية لحركة الآلة



2-1- ارتباطات أساسية :

تتألف الآلة من عدد من الحدود الصلدة (الجالسة) التي تقوم بحركات نسبية، وبالتالي إذا أردنا استخدام معادلة عامة تكون قادرة على وصف حركة أي حد من الحدود فإنه يتوجب وضع نموذج ديناميكي يربط مختلف المتحولات الممثلة للحدود (خواص كتلية- قوى...الخ) مع بعضها. ولقد بينا في الفقرة (1-6) إمكانية إرجاع حقل القوى إلى قوة أو عزم وحيدة في أية نقطة من الآلة، وفي الفقرة (1-7) بينا إمكانية إرجاع كتل جميع الحدود إلى كتلة (أو عزم) مكافئة مركزة في نقطة معينة أو حد معين . وبالتالي فإن النموذج الحسابي للآلة الصلدة يعد النموذج الديناميكي المطلوب وضعه، حيث يمكن بواسطة النموذج الحسابي للآلة الصلدة (الجالسة) دراسة ديناميك الآليات ذات نسب النقل الثابتة كآليات المسننات وآليات السيور والسلاسل وكذلك الآليات ذات نسب النقل المتغيرة كآليات الوصل و الآلات الدورية المكبسية وغيرها.

كمثال للآلة الصلدة لنأخذ الآلة المبينة على الشكل (2-1) المؤلفة من مجموعة (I) أجسام صلدة والتي ترقم بحيث يحصل الهيكل دوماً على الرقم (1) ويحصل الحد القائد على الرقم (2). نفترض أن العلاقات الحركية معلومة بواسطة المقاييس الهندسية لحدود الآلية وبواسطة شكل الآلية والعلاقات الحركية. كذلك سنفترض أن وسائط الكتل المميزة للحركة المستوية لجميع الأجسام الجالسة معلومة، أي وضعيات نقاط مراكز الثقل في نظام الإحداثيات المثبت بالجسم (η_{si}, ξ_{si}) وفي نظام الإحداثيات الثابت فراغياً (η, ξ) وكذلك الكتل m_i وعزوم العطالة المرجعة على محاور مراكز الثقل J_{si} . يمكن أن تؤثر في كل حد من حدود الآلية قوى وعزوم خارجية ولنأخذ أحد حدود الآلة ولندرسه على حدة وليكن الحد (i) والذي تؤثر فيه مركبات القوة F_i (F_{xi}, F_{yi}) والعزم M_i . إن عدد درجات الطلاقة لهذه الآلة يساوي الواحد لأن حركة الحد القائد q تحدد حركة الحدود الأخرى من الآلة . يمكن بالتالي استناداً إلى بنية ومقاييس الآلة صياغة العلاقات الهندسية بين وضعية الحد القائد (الإحداثية المعممة q) والإحداثيات التي تعطي وضعية كل حد من الآلة، حيث تكون في الآليات ذات الحد القائد الدوار $q = \varphi_2$.

يمكن صياغة توابع الوضع على الشكل التالي :

حيث أن حركة جميع الحدود هي حركة مستوية. كذلك فإن الإحداثية المعممة هي تابع زمني $q = q(t)$ ، بذلك تأخذ توابع الوضع الشكل التالي :

$$X_{si} = X_{si}[q(t)]; Y_{si} = Y_{si}[q(t)]; \varphi_i = \varphi_i[q(t)]$$

يمكننا الآن حساب سرعات مراكز ثقل الحدود والسرعات الزاوية لدوران الحدود بواسطة الاشتقاق الزمني كما يلي :

و بالطريقة نفسها

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{si} &= Y'_{si} \dot{q}(t) \\ \dot{\varphi}_i &= \varphi'_i * \dot{q}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

الشكل (1-2) نموذج الآلة الصلدة

نحصل بالاشتقاق مرة ثانية على التسارعات :

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{si} &= \frac{d^2 X_{si}}{dt^2} = \frac{d \dot{X}_{si}}{dt} = \frac{d}{dt} (X'_{si} \cdot \dot{q}) \\ &= \frac{d X'_{si}}{dt} \dot{q} + X'_{si} \frac{d \dot{q}}{dt} = \frac{d X'_{si}}{dq} \frac{dq}{dt} \dot{q} + X'_{si} \cdot \ddot{q} \end{aligned}$$

و بالنتيجة نحصل على:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_{si}(q, t) &= X''_{si}(q) \dot{q}^2(t) + X'_{si}(q) \ddot{q}(t) \\ \ddot{Y}_{si}(q, t) &= Y''_{si}(q) \dot{q}^2(t) + Y'_{si}(q) \ddot{q}(t) \\ \ddot{\phi}_i(q, t) &= \phi''_i(q) \dot{q}^2(t) + \phi'_i(q) \ddot{q}(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.3)$$

إن التوابع $X_{si}(q); Y_{si}(q); \dots\dots\dots; \phi'_i(q); \phi''_i(q)$

هي توابع مميزة للآلة ولا تتعلق بحالة الحركة بينما التوابع الأخرى $\dot{q}(t); \ddot{q}(t)$ فهي توابع زمنية تابعة لحركة الحد القائد .

يمكن وضع العلاقات الهندسية من أجل الأنظمة البسيطة مثل آليات المسننات والآليات المرفقية الانسحابية تحليلياً بشكل علاقات رياضية محددة. أما من أجل الأنظمة الأكثر تعقيداً كالأليات المفصلية ذات الحدود المتعددة فيتم استعمال طرائق بيانية أو تحليلية. توجد حالياً الطرق التحليلية بشكل مطور حيث تكون مهمة المصمم هي وضع المعلومات الهندسية عن النظام الميكانيكي في استمارة المعطيات لبرامج حسابية محددة ويحصل مباشرة على العلاقات الهندسية.

2-2 استخراج معادلة الحركة :

عندما يتم تصميم آلة أو تحليل عملها يتطلب في كثير من الحالات القيم الحقيقية لسرعة وتسارع (أو انتقال) مختلف نقاط حدود الآلية الموافقة لأوضاع مختلفة للحد القائد. إن الطرائق المستخدمة في دراسة حركة الآليات لا يمكن أن تستخدم في حل هذه المسائل، لأنه عند تعيين السرعة والتسارع في تلك الحالة يجب افتراض أن قانون حركة الحد القائد معلوم، إلا أنه للحصول على قيم سرعة وتسارع نقاط الآلية ولحل الوظائف الأساسية لديناميك الآلات لابد من تشكيل معادلة الحركة ومن ثم حلها بالنسبة للقيم المطلوبة.

إن الحصول على قانون الحركة الفعلي لآلية ذات درجة طلاقة واحدة يصبح أكثر بساطة فيما إذا استبدلنا بالآلية نموذجاً ميكانيكياً يتألف من كتلة مكافئة واحدة تؤثر فيها القوى الخارجية المكافئة حيث تتغير هذه القوى وفق قانون معلوم.

إن أفضل وأبسط طريقة لتشكيل معادلة الحركة لأي نظام ميكانيكي هي باستخدام معادلة لاغرانج التي تعتمد على حساب الطاقة الحركية والطاقة الكامنة والعمل المبذول. وتمتاز معادلة لاغرانج بتجاهلها لقوى ردود الأفعال في المفاصل الثابتة وفي المفاصل عديمة الاحتكاك وفي السطوح الدليلية وذلك نظراً لاستنادها على حسابات الطاقة.

لكتابة معادلة لاغرانج من الدرجة الثانية لأبد من اللجوء إلى مفهوم الإحداثيات المعممة في وصف حركة حدود الآلية، إذ يصبح عدد هذه الإحداثيات مساوياً عدد درجات الطلاقة لحدود الآلية وبالتالي فإن التحول المجهول يحدد وضع الآلية. إن هذا المتحول هو زوايا دوران الحد القائد حول المحاور الثابتة أو انتقال بعض نقاط هذه الحدود .

بما أن عدد الحدود القائدة يساوي عدد درجات الطلاقة للآلية فإن عدد معادلات لاغرانج يساوي عدد درجات الطلاقة:

تأخذ معادلة لاغرانج من الدرجة الثانية الشكل :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial u}{\partial q_i} = \theta_i, \dots \dots \dots (2.4)$$

حيث:

T - الطاقة الحركية للآلية وتتعلق بكتل حدودها وبسرع الحدود القائدة وأوضاعها .

q_i - الإحداثيات المعممة .

- السرعة المعممة

u - الطاقة الكامنة للآلية .

θ_i - القوة المكافئة المعممة.

إذا كانت الآلية ذات درجة طلاقة واحدة (هذا ما ينطبق على جميع الآليات المدروسة في هذا الكتاب) فإنه يمكن استبدال طاقتها الحركية بطاقة حركية لكتلة مكافئة مرجعة إلى هذا الحد القائد. فإذا كانت الكتلة المكافئة عبارة عن قرص متجانس فإن الإحداثيات المعممة عبارة عن زاوية دوران الحد القائد، أما إذا استبدلت بالآلية كتلة متركزة فيؤخذ الانتقال الخطي S_A تساوي القوة المعممة في الحالة الأولى مجموع العزوم M (لكل القوى

المؤثرة في الآلية) المرجعة إلى الحد القائد، بينما في الحالة الثانية تؤول القوى المعممة إلى القوى المكافئة المرجعة إلى الحد القائد.

وهكذا إذا استبدلنا في الآلية المبينة على الشكل (a،2-2) النموذج الميكانيكي المكافئ المبين بالشكل (b-2-2) فإن :

$$Q_i = p ; \dot{q}_i = V_A ; q_i = s_A$$

وتكون الطاقة الحركية:

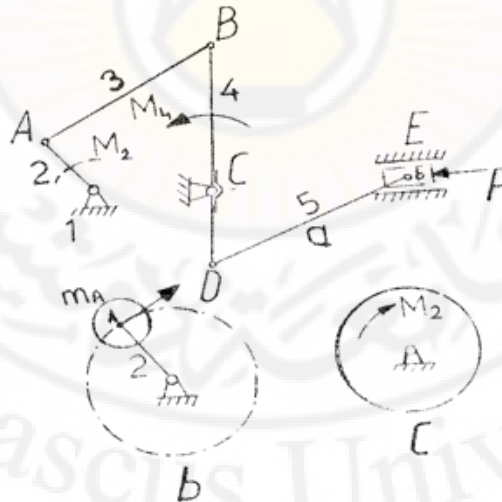
$$T = \frac{m_A V_A^2}{2}$$

في حال استبدال بالآلية النموذج الآخر (الشكل c-2-2) فإن :

$$Q_i = M ; \dot{q}_i = \omega_2 = \dot{\phi}_2 ; q_i = \phi_2$$

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\phi}_2^2$$

يظهر الحد الثالث في معادلة لاغرانج في تلك الحالة التي تؤثر فيها على الآلية قوى لها كمون مثل قوى الثقل ، قوى مرونة الحدود وغيرها .



الشكل (2-2) آلة صلدة ذات درجة طاقة واحدة

يمكن إهمال هذه القوى إذا لم يكن تأثيرها كبيراً في قانون الحركة، ويكون ذلك إذا كان وزن الحدود صغيراً بالمقارنة مع القوى الخارجية الأخرى، أو إذا كانت جساسة الحدود كبيرة بحيث يمكن إهمال تأثير مرونة الحدود في قانون الحركة (إن هذا الافتراض محقق بسبب أن الأجسام غير مرنة ولا تختزن طاقة، كذلك فإن الطاقة الكامنة الناتجة عن تغير مواضع مراكز الثقل مهملة). إذاً سنفترض أن قوى الثقل وقوى المرونة ليس لها كمون،

$$\frac{\partial u}{\partial q_i} = 0$$

ومنه، استناداً إلى ما سبق وبالنسبة للآلات الصلدة المستوية ذات درجة الطلاقة الواحدة فإن معادلة لاغرانج تأخذ الشكل التالي :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \dots \dots \dots (2.5)$$

$$L = T - U$$

لنوجد حدود هذه المعادلة كلاً على حدة .

2-2-1 الطاقة الحركية للآلة الصلدة :

تنتج الطاقة الحركية لكل الحدود المتحركة للآلية المستوية الشكل (2-1) بمراعاة الحركات الانتقالية لكل نقاط مراكز الثقل والدوران حول محاور نقاط مراكز الثقل وتكون على الشكل التالي :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^I \left[m_i (\dot{X}_{si}^2 + \dot{Y}_{si}^2) + J_{si} \dot{\phi}_i^2 \right] \dots \dots \dots (2.6)$$

حيث :

I- عدد حدود الآلية بما فيها الحد الثابت.

بمراعاة العلاقات (2.2) ينتج :

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^2 \sum_{i=2}^I \left[m_i (X'_{si}{}^2 + Y'_{si}{}^2 + J_{si} \phi_i'^2) \right] \dots \dots \dots (2.7)$$

يمكن كتابة العلاقة السابقة بالشكل :

$$T = \frac{1}{2} A(q) \dot{q}^2 \dots \dots \dots (2.8)$$

حيث:

$$A(q) = \sum_{i=1}^l \left[m_i (X_{si}'^2 + Y_{si}'^2) + J_{si} \cdot \phi_i'^2 \right]$$

تدعى $A(q)$ بالكتلة المعممة وتسمى $A(q)$ الكتلة المكافئة المرجعة (في حال كون q - انتقالاً خطياً)، أو بعزم العطالة الكتلي المرجع (في حال كون q - زاوية دوران). سنفترض لاحقاً بأن q - زاوية دوران وسنرمز لعزم العطالة الكتلي المرجع بـ $J(q)$. تأخذ بالتالي عبارة الطاقة الحركية الشكل:

$$T = \frac{1}{2} J(q) \dot{q}^2 \dots\dots\dots (2.9)$$

حيث يعطى عزم العطالة الكتلي المرجع بالعلاقة:

$$J(q) = \sum_{i=2}^l \left[m_i (X_{si}'^2 + Y_{si}'^2) + J_{si} \phi_i'^2 \right] \dots\dots\dots (2.10)$$

إن الكتلة المكافئة المرجعة تنوب عن كتل جميع حدود الآلية التي تتحرك بسرعات متغيرة. يمكن تعريف الكتلة المكافئة المرجعة بأنها الكتلة المركزة على الحد المرجع والتي لها في وضع معين طاقة حركية تساوي مجموع الطاقات الحركية للكتل الموزعة في الآلية. ويكون غالباً حد الإرجاع هو نفسه الحد القائد، ويتضح مع ذلك أن الكتلة المرجعة ليست إلا الكتلة المعممة.

نلاحظ من المعادلة (2.10) أنه لتحديد عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد لا بد من معرفة المشتقات الأولى حسب الإحداثية المعممة لإحداثيات نقاط الآلية.

بمقارنة المعادلة (2.9) مع (2.7) يتضح بأن الطاقة الحركية للكتلة المعممة تساوي الطاقة الحركية لكل الكتل التي يجب استبدالها، وهذا هو الشرط الأساسي لإرجاع الكتل.

2-2-2 تحديد القوة المكافئة المرجعة:

لصياغة معادلة الحركة للنظام الميكانيكي بشكل معادلة لاغرانج من الدرجة الثانية لا بد بالإضافة للطاقة الحركية من تحديد القوة المعممة، الموافقة لجميع القوى الفعالة المؤثرة في الآلية. لتحديد هذه القوة فإنه وفقاً لـ (1-5) مجموع أعمال القوى المحركة والمقاومة

والعزوم الخارجية المؤثرة في حدود الآلية يجب أن يساوي عدد القوة المكافئة المرجعة وبالتالي يمكن حسب الشكل (2-1) حساب عمل هذه القوى بالنسبة لانتقال افتراضي:

$$dW = Qdq = \sum_{i=1}^I [F_{X_i} dx_i + F_{Y_i} dy_i + M_i d\phi_i] \dots\dots\dots (2.11)$$

حيث: dq - الانتقال الجزئي للحد القائد

إذا قسمنا طرفي (2.11) على dq نحصل على :

$$\frac{dW}{dq} = Q = \sum_{i=1}^I \left[F_{X_i} \frac{dX_i}{dq} + F_{Y_i} \frac{dY_i}{dq} + M_i \frac{d\phi_i}{dq} \right] \dots\dots\dots (2.12)$$

و لكن من (2.2) يكون:

$$\frac{dX_i}{dq} = \frac{\dot{X}_i}{\dot{q}} ; \frac{dY_i}{dq} = \frac{\dot{Y}_i}{\dot{q}} ; \frac{d\phi_i}{dq} = \frac{\dot{\phi}_i}{\dot{q}} \quad (2.13)$$

بالتعويض في (2.12) نحصل على المعادلة التالية للقوة المعممة:

$$Q = \dot{q}^{-1} \sum_{i=1}^I [F_{X_i} \dot{X}_i + F_{Y_i} \dot{Y}_i + M_i \dot{\phi}_i] \dots\dots\dots (2.14)$$

وهكذا فإن الاستطاعة $Q \cdot \dot{q}$ تساوي مجموع استطاعات جميع العزوم والقوى المؤثرة في حدود الآلية.

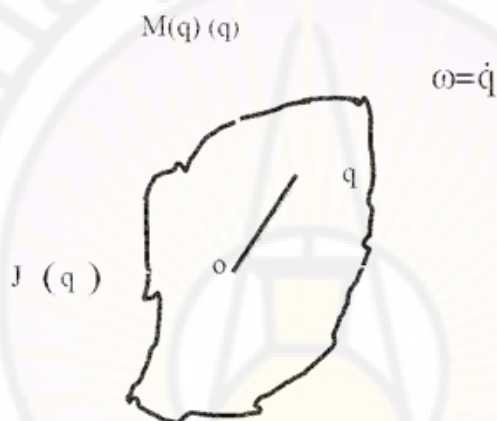
إذا كانت الإحداثية المعممة هي إحداثية انتقال خطي فإن القوة المعممة لها واحدة قوة، أما إذا كانت إحداثية الحد القائد هي زاوية دوران فتسمى القوة المعممة بالعزم المكافئ المرجع. بما أننا نفترض بأن الحدود القائدة للآلات المدروسة هي دوائر فإن العزم المكافئ المرجع على الحد القائد يمكن تحديده بالمعادلة :

$$M(q, \dot{q}, t) = \sum_{i=1}^I [F_{X_i} X'_i + F_{Y_i} Y'_i + M_i \phi'_i] \dots\dots\dots (2.15)$$

(بملاحظة العلاقة بين القوة المعممة والقوة المرجعة نجد أن القوة المرجعة ليست إلا القوة المعممة المؤثرة في نقطة من الآلية).

يكون العزم M في الآليات غالباً غير ثابت، بل يتعلق بالوضعية q وبالسّعة $\dot{q}$ أو بالزمن t . وينتج من الفرق بين قوى التحريك وقوى المقاومة (قوى العمل) المؤثرة في الحد المقود، لذلك يجب الانتباه إلى إشارة هذا العزم.

يمكن بذلك تصور النظام الميكانيكي، ذي الحد القائد الدوار، بعد الإرجاع بالشكل (3-2) حيث يؤثر في الحد القائد عزم مكافئ مرجع $M(q, \dot{q}, t)$ وعزم عطالة كتلي مرجع $J(q)$.



الشكل (3-2) النظام الميكانيكي المرجع على الحد القائد

يمكن بعد تحديد الطاقة الحركية للآلة الصلدة والقوة المكافئة المرجعة تحديد حدود المعادلة (2.5)، لذلك لابد من إيجاد المشتقات حسب $(q, \dot{q})$ للطاقة الحركية:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = J(q) \dot{q}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = \frac{d}{dt} (J(q) \dot{q}) = \dot{J}(q) \dot{q} + J(q) \ddot{q} = J'(q) \dot{q}^2 + J(q) \ddot{q}$$

$$\frac{\partial T}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{d}{dq} (J(q)) \dot{q}^2 = \frac{1}{2} J'(q) \dot{q}^2$$

بالتعويض في (2.5) نحصل على معادلة الحركة بالشكل:

$$J(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} J'(q) \dot{q}^2 = M(q, \dot{q}, t) \quad (2.16)$$

وهي معادلة تفاضلية لا خطية من الدرجة الثانية ، مع الشروط الابتدائية

$$t = 0; q = q_0; \dot{q} = \dot{q}_0$$

بفرض أن إحداثية الحد القائد هي دوماً إحداثية دوران $q = \varphi_2$ ، تأخذ معادلة الحركة للآلة الصلدة المستوية ذات درجة الطلاقة الواحدة الشكل النهائي :

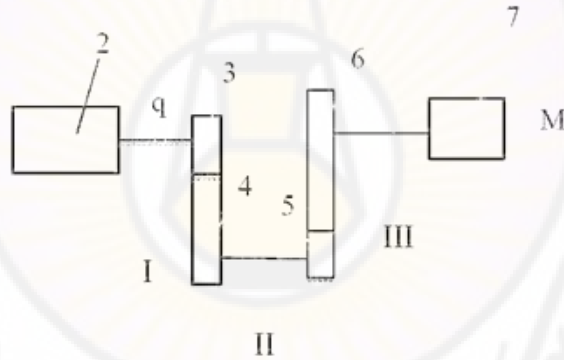
$$J(\varphi_2) \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} J'(\varphi_2) \dot{\varphi}_2^2 = M(\varphi_2, \dot{\varphi}_2, t) \quad (2.17)$$

بتم الحصول على قانون الحركة بمعرفة عزم العطالة الكتلي المرجع والعزم المكافئ المرجع على الحد القائد، بواسطة إجراء تكامل لمعادلة الحركة (2.17). يكون بذلك لتحديد القوى والعزوم الخارجية الحقيقية المؤثرة في حدود الآلة دور أساسي. يتعلق حل هذه المعادلة بنوع حل القوى المرجع. بالنسبة لحقول القوى المحافظة أو التقليدية، أي القوى التي تتعلق بالوضع فقط وليس لها أي علاقة بحالة السرعة في الآلية أو بالزمن، يمكن إيجاد حلول المعادلة بالطرائق التخطيطة بدقة كافية.

عند معالجة معادلة الحركة بالطرائق التحليلية يمكن إيجاد حلها بالنسبة لحقول القوى المحافظة. أما بالنسبة لحقول القوى غير المحافظة فيمكن الوصول إلى الحل تحليلياً عن طريق مكاملة المعادلة التفاضلية بمساعدة الآلات الحاسبة الإلكترونية وباستخدام طرق متعددة من أبسطها طريقة رانجي - كوتا (runge-Kutta)، حيث توجد من أجل ذلك برامج أساسية في كل مركز حديث للحاسبات تعطي هذه البرامج من أجل آليات الوصل المستوية ذات النماذج المختلفة حسابات العوامل (J, J', M) وتكامل المعادلة التفاضلية (2.17). تشكل نتيجة التكامل قانون الحركة $\varphi_2(t)$ ومشتقاتها الزمنية $\dot{\varphi}_2(t)$ و $\ddot{\varphi}_2(t)$. تعتمد جميع الطرق للحل (طريقة أوبلر - طريقة رانجي - كوتا - هامينغ) على إجراء مكاملة مع الزمن بعد تجزئته في خطوات انطلاقاً من القيم الابتدائية المفروضة ، وغالباً ما يتخلل هذه المكاملة عملية حساب تكراري يتم فيه توقع قيم التابع للخطوة القادمة ومن ثم تصحيح هذه القيم بعد بلوغ الخطوة وهو ما نسميه بطريقة التوقع والتصحيح. وتختلف هذه المناهج فيما بينها من حيث الدقة والتعقيد ولا يتسع المجال هنا لذكر المزيد من التفاصيل وعلى الطالب الرجوع إلى كتب التحليل العددي .

مسائل تطبيقية:

م 1-2- لندرس النظام الميكانيكي ذا الحدود الصلدة والمبين على الشكل (م 1-2) .
 يتصل الحد (2) وهو المحرك ذو عزم العطالة J_2 حول محور الدوران، عبر علبه نقل حركة مسننة مضاعفة (المسننات 3-6) و التي لها عزم عطالة (J_3, J_4, J_5, J_6) ، مع الحد الدوار (7) و الذي عزم عطالته J_7 . السرعات الزاوية للمحاور (I, II, III) هي على التوالي $\left(\dot{q}, \dot{q} \frac{z_3}{z_4}, \dot{q} (z_3 z_5) / (z_4 z_6) \right)$ حيث z - عدد الأسنان للمسنن s.
 المطلوب: إيجاد الطاقة الحركية للنظام المعطى واستخراج علاقة عزم العطالة الكتلي المرجح على الحد القائد.



الشكل (م 1-2) نظام ميكانيكي صلدة

الحل :

باستخدام العلاقات المعروفة من الميكانيك النظري للطاقة الحركية للجسم الصلب الدوار نحصل على :

$$T = \frac{1}{2} \left[(J_2 + J_3) \dot{q}^2 + (J_4 + J_5) \left(\dot{q} \frac{z_3}{z_4} \right)^2 + (J_6 + J_7) \left(\dot{q} \frac{z_3 z_5}{z_4 z_6} \right)^2 \right]$$

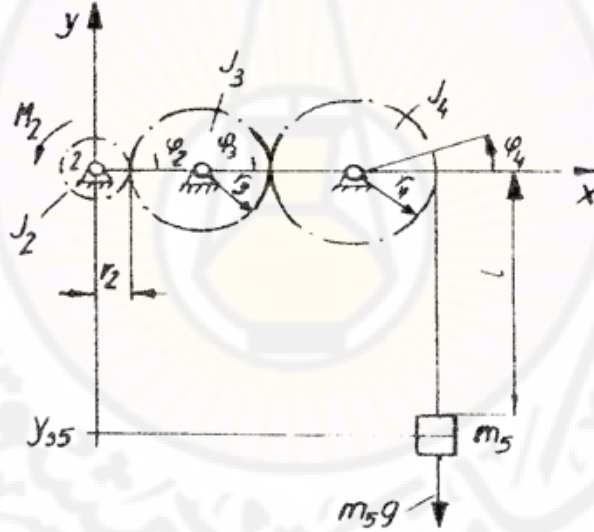
$$= \frac{1}{2} \dot{q}^2 \left[J_2 + J_3 + (J_4 + J_5) \frac{z_3^2}{z_4^2} + (J_6 + J_7) \left(\frac{z_3 z_5}{z_4 z_6} \right)^2 \right]$$

وبالتالي فإنه لعزم العطالة الكتلي المرجع في هذه الحالة قيمة ثابتة :

$$J(q) = J_2 + J_3 + (J_4 + J_5) \frac{Z_3^2}{Z_4^2} + (J_6 + J_7) \left(\frac{Z_3 Z_5}{Z_4 Z_6} \right)^2$$

من الواضح أن إرجاع عزم عطالة الكتلة الدوارة على الحد القائد يؤول إلى تقسيم عزم العطالة على مربع نسبة النقل الموافقة له .

م 2-2- آلية الرفع (آلية ذات نسبة نقل ثابتة) الآلية المبينة في الشكل (م 2-2) مؤلفة من ثلاثة مسننات مع نسبتي النقل ومن الحمل المتحرك بشكل انتقالي. يفترض أن سلك الرفع عديم الكتلة وكذلك صلد بشكل مثالي كبقية الأجزاء الأخرى .



الشكل (م 2-2) آلية رفع ذات نسبة نقل ثابتة.

المعطيات: المقادير الهندسية للنظام $r_2, r_3, r_4, J_2, J_3, J_4, J_5$

وسائط كتل النظام m_5

الحقل الخارجي للقوة و يتألف من : الوزن الذاتي للحمل $F_{y5} = -m_5 g$ ومن العزم المحرك M_2 .

إذا كانت زاوية دوران الحد القائد $(q = \phi_2)$ (الإحداثية المعممة)، المطلوب تحديد :

- 1- عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد .
- 2- عزم الدوران المرجع M 3 - صياغة معادلة الحركة
- 4- ما هو الشرط اللازم والكافي لكي يتحرك الحمل بشكل منتظم .

الحل :

- 1- يعطى عزم العطالة الكتلي المرجع حسب العلاقة (2.10) .

$$J(q) = \sum_{i=2}^I \left[m_i (X_{si}'^2 + Y_{si}'^2) + J_{si} \phi_i'^2 \right]$$

ومنه يكون للآلية المدروسة :

$$J(\phi_2) = J_2 \phi_2'^2 + J_3 \phi_3'^2 + J_4 \phi_4'^2 + m_5 Y_{s5}'^2$$

لذلك لابد من صياغة توابع الوضع وذلك بكتابة العلاقات الهندسية للآلية:

$$\phi_3 = -\frac{r_2}{r_3} \phi_2 \quad ; \quad \phi_4 = -\frac{r_3}{r_4} \phi_3 = \frac{r_2}{r_4} \phi_2$$

$$Y_{s5} = r_2 \phi_2 - \ell$$

وتكون مشتقاتها حسب ϕ_2 :

$$\phi_3' = -\frac{r_2}{r_3} \phi_2' = -i_{32} \phi_2' \quad ; \quad \phi_4' = \frac{r_2}{r_4} \phi_2' = i_{42} \phi_2' \quad , \quad Y_{s5}' = r_2 \phi_2'$$

وبالتالي يكون عزم العطالة الكتلي المرجع :

$$J(\phi_2) = J_2 + J_3 i_{32}^2 + J_4 i_{42}^2 + m_5 r_2^2 = \text{const}$$

تدخل نسب النقل عند حساب J كما نلاحظ بشكل مربع ، وبالتالي لا تتعلق النتيجة باتجاه الدوران. يؤدي مربع نسبة النقل إلى تحديد عزم العطالة الكتلي المرجع للكثير من آليات المسننات بشكل أساسي بواسطة عزم العطالة الكتلي للمرحلة الدائرة بسرعة كبيرة، لذلك يمكن تقدير عزم العطالة الكتلي الكلي لآليات المسننات غالباً بواسطة عزم العطالة للمرحلة الأولى .

- 2- يتم حساب عزم الدوران المرجع من العلاقة :

$$M = \sum_{i=2}^I \left[F_{Xi} X_i' + F_{Yi} Y_i' + M_i \phi_i' \right]$$

وبالتالي يكون للآلية المدروسة :

$$M = M_2 \phi_2' - F_{Y5} Y_{55}'$$

وبالتالي يكون عزم الدوران المرجع :

$$M = M_2 - m_5 g \cdot r_2$$

3- تعطى معادلة الحركة بشكل عام :

$$J(\phi_2) \ddot{\phi}_2 + \frac{1}{2} J'(\phi_2) \dot{\phi}_2^2 = M(\phi_2, \dot{\phi}_2, t)$$

بما أن J ثابت فإن مشتقه يندفع، وبالتالي :

$$J \cdot \ddot{\phi}_2 = M$$

و تصبح معادلة الحركة للآلية المدروسة :

$$(J_2 + J_3 i_{32}^2 + J_4 i_{42}^2 + m_5 r_2^2) \ddot{\phi}_2 = M_2 - m_5 g r_2$$

4- الشرط اللازم و الكافي لكي يتحرك الحمل بشكل منتظم هو أن تكون:
 $\ddot{\phi}_2 = \text{const}$

م (2-3) - يبين على الشكل (م2-3) مجموعة جر في رافعة جسرية (مجموعة دوارة) تتألف من محرك و قارئة (علبتي سرعة) لتحريك جسر يحتوي على كتلة دوارة مركزية (6) و كتلتي توازن m_5, m_6 مركبتين في طرفي الجسر :



الشكل (م2-3) - النموذج الحسابي لنقل ذي سيور للمناجم

1-محور التآرجح، 2- المحرك، 3- قارنة، 4- الآلية الأولى، 5- الآلية الثانية، 6- البناء العلوي.

المعطيات: عزوم العطالة الكلية: المحرك $J_2 = 2.14 (\text{kgm}^2)$ ، الفاصل الواصل $J_3 = 1.12 (\text{kgm}^2)$ ، الآلية الأولى $J_4 = 22.6 (\text{kgm}^2)$ ، الآلية الثانية $J_5 = 4540 (\text{kgm}^2)$ ، بالنسبة لمخرج الآلية .

مقر الآلات $J_6 = 118.5 \cdot 10^3 (\text{tm}^2)$ كتل البناء العلوي $m_7 = 20.5 \text{t}$; $m_8 = 185 \text{t}$ أطوال البناء العلوي $l_7 = 110 \text{m}$; $l_8 = 61 \text{m}$ نسب النقل للآليات . $i_{45} = 36.2$; $i_{24} = i_{34} = 627$

المطلوب :

1- العزم المطبق على محور المحرك بحيث يتحرك الجسر الحامل بتسارع زاوي قدره $\alpha = 0.0007 \left(\frac{1}{\text{s}^2} \right)$

2- العزم المحرك المطبق على المحور الشاقولي الأساسي (محور دوران الجسر) . 3- الحكم على تأثير الكتل الإفرادية وعزوم العطالة الكتلية في عزم العطالة الكتلي المرجع .

الحل :

1- نوجد العزم المحرك من معادلة الحركة.

$$J(\varphi_2) \ddot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J'(\varphi_2) \dot{\varphi}_2^2 = M$$

إن جميع حدود الآلية تدور حول محاور ثابتة وبالتالي فإن عزم العطالة الكتلي المرجع

يكون ثابتاً بالنسبة للزاوية φ_2

لذلك نبدأ بإيجاد عزم العطالة الكتلي المرجع . يكون حسب (2.10) :

$$J(\varphi_2) = J_2 \varphi_2'^2 + J_4 \varphi_4'^2 + J_5 \varphi_5'^2 + J_6 \varphi_6'^2 + J_7 \varphi_7'^2 + J_8 \varphi_8'^2$$

يتألف عزم العطالة الكتلي المرجع من قسمين : القسم الأول ويضم عزم عطالة المحرك والقارنة والآليتين ، بينما يضم القسم الثاني البناء العلوي .

$$\varphi_3 = \varphi_2 \quad ; \quad \varphi_4 = \varphi_3 / i_{34} \quad ; \quad \varphi_5 = \varphi_4 / i_{45} = \frac{\varphi_2}{i_{34} i_{45}} = \frac{\varphi_2}{i_{25}}$$

$$\varphi_6 = \varphi_7 = \varphi_8 = \frac{\varphi_2}{i_{25}}$$

و تصبح المشتقات حسب φ_2 :

$$\varphi'_3 = 1 \quad ; \quad \varphi'_4 = \frac{1}{i_{34}} \quad ; \quad \varphi'_5 = \frac{1}{i_{25}} = \varphi'_6 = \varphi'_7 = \varphi'_8$$

$$J_7 = m_7 \ell_7^2 \quad ; \quad J_8 = m_8 \ell_8^2$$

بالتعويض في علاقة $J(\varphi_2)$ نحصل على :

$$J(\varphi_2) = J_2 + J_3 + J_4 \frac{1}{i_{34}^2} + \frac{J_5 + J_6 + m_7 \ell_7^2 + m_8 \ell_8^2}{i_{25}^2}$$

$$J(\varphi_2) = 5.31 (\text{kgm}^2) = \text{const}$$

$$J'(\varphi_2) = 0$$

و بالتالي: التسارع الزاوي $\ddot{\varphi}_2$ للمحرك :

$$\ddot{\varphi}_2 = \alpha . i_{24} . i_{45} = 15.43 \left(\frac{1}{\text{s}^2} \right)$$

بالتعويض في معادلة الحركة نجد العزم المحرك للمحرك :

$$M_2 = 84.3 (\text{N.m})$$

2- إن الاستطاعة المقدمة من المحرك يجب أن تساوي الاستطاعة عند الجسر الحامل (البناء العلوي) وذلك بفرض عدم وجود ضياعات أثناء نقل الحركة إلى الجسر، ويكون بالتالي العزم المطبق على المحور الشاقولي الأساسي :

$$M_2 \dot{\varphi}_2 = M_1 \dot{\varphi}_5 \Rightarrow M_1 = 1911 (\text{N.m})$$

3- كما تظهر القيم الرقمية يكون عزم العطالة الكتلي للنظام المحرك (المؤلف من الحدود 2,3,4,5) بسبب نسبة النقل الكبيرة أكبر من عزم العطالة الكتلي للبناء العلوي الكلي (الجسر) مع كتلته الكبيرة . لهذا يكون لعزم العطالة الكتلي للنظام المحرك تأثير أكبر في حالة الإقلاع.

م 2-4- يبين الشكل (م 2-4) آلية رفع تتألف من محرك عدد دوراته $n = 800 \text{ (r.p.m)}$ وعلبة تخفيض سرعة 3 ومن أسطوانة لللف حبل الرفع قطرها $D = 20 \text{ cm}$ عزم عطالة المحرك $J_2 = 0.3 \text{ (kgm}^2\text{)}$ وعزم عطالة الأسطوانة مهمل. كتلة الرفع $m_3 = 800 \text{ kg}$ سرعة رفع الحمولة $V_3 = 12 \text{ (m / min)}$

المطلوب :

- 1- حساب عزم العطالة الكتلي المرجع على المحور II وعلى المحور III
 - 2- حساب عزم الفرملة اللازم إذا كان زمن الفرملة مع وجود الحمل هو ثلاثة ثواني وذلك في الحالتين التاليتين :
 - أ- الفرملة تتم على المحور II .
 - ب- الفرملة تتم على المحور III
 - 3- حساب عزم المحرك أثناء العمل . 4- حساب الطاقة الحركية للآلية قبل نهاية الإقلاع عندما تكون سرعة رفع الحمولة 8 (m / min) .
- الشكل (م 2-4) آلية رفع

م 2-5 - للآلية المبينة في الشكل (م 2-5) وباستخدام المعطيات الرقمية .

المطلوب :

- 1- إيجاد عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد 2 وذلك بإهمال كتلتي المرفق وذراع التوصيل .
 - 2- حساب العزم المرجع على الحد القائد والمكافئ لقوتي مقاومة العمل F
- المعطيات :**

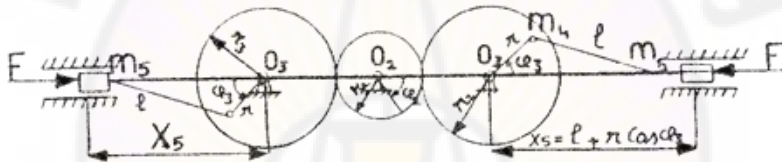
$$J_2 = 0,2(\text{kgm}^2) ; J_3 = 0,15(\text{kgm}^2)$$

$$r = 14 \text{ cm} ; r_2 = 8 \text{ cm} ; r_3 = 16 \text{ cm}$$

$$m_4 = 3 \text{ kg} ; m_5 = 8 \text{ kg}$$

$$F = 800 \text{ N} ; n_2 = 800 \frac{\text{دورة}}{\text{دقيقة}}$$

$$\overline{O_3 B} \equiv \ell + r \cos \varphi_3$$



الشكل (م-2-5) آلية صلدة

The background of the page features a large, faint watermark of the Damascus University logo. The logo is circular, with the Arabic text 'وقل رب زدني علما' (Qul Rabbi Zidni 'Alima) at the top and 'جامعة دمشق' (University of Damascus) at the bottom. In the center is a stylized sunburst or star symbol. The English text 'Damascus University' is written in a large, serif font across the bottom of the logo.

الفصل الثالث

حالات الحركة للآلة الصلاة

والحركة غير المنتظمة للآلات



3-1 دورة عمل الآلية:

تتركز دراسة ديناميك الآلات، في البداية، في تحليل وتحديد الحلول الخاصة للمعادلة التفاضلية للحركة التي تم الحصول عليها في الفصل السابق، والموافقة لحالات عمل معينة للآلة. لنتعرف أولاً على هذه الحالات.

يتألف مسار الحركة للآلة بشكل عام من عدة مراحل حسب الشكل (3-1). أول هذه المراحل هو الإقلاع وثانيها العمل في الحالة المستقرة وثالثها مرحلة نهاية العمل أو التوقف .

أثناء الإقلاع تنتقل الآلة من حالة السكون إلى الحركة المستقرة. يوافق هذه الحالة حل خاص لمعادلة الحركة مع الشروط الابتدائية .

$$t = 0 \quad ; \quad q = q_0 \quad ; \quad \dot{q} = 0$$

الشكل (3-1) دورة عمل الآلة

علماً أن قيمة q_0 غالباً غير معلومة (يمكن للآلة أن تكون في حالة السكون عملياً عند أية وضعية للحد القائد (لمخرج المحرك)، وتعطى q_0 اختيارياً. الحركة المستقرة:

إن حالة التشغيل المستقر هي تلك الحالة التي تبقى عندها السرعة الزاوية للحد القائد إما ثابتة أو تتأرجح حول قيمة وسطية معينة ω_0 ، علماً أن الانحرافات الأعظمية للسرعة

الزاوية قليلة إذا ما قورنت بالقيمة الوسطية. إن حالة الحركة هذه خاصة لتلك الآلات التي تقوم مع مرور الزمن بتحقيق وظيفة عملية دورية متكررة أو التي تعمل في الحالة الستاتيكية. وبالتالي فإن السرعة الزاوية للحد القائد تابع دوري للزمن. (يمكن أن تكون في الحالة الخاصة ثابتة). يترافق غالباً التشغيل المستقر مع التسارع (أثناء رفع نظام السرعة) أو مع التباطؤ (أثناء تخفيض نظام السرعة). هكذا يعمل، على سبيل المثال، محرك السيارة. يتصف نظام العمل المستقر بأن جميع القيم الميكانيكية للآلة التابعة للزمن (السرعة التسارع . الخ) تتغير بشكل دوري، لذلك فهي تأخذ القيمة نفسها في بداية ونهاية الدور (الشكل 2-3) .

أما إذا كانت القيم الميكانيكية للآلة متغيرة بشكل غير دوري، فإن نظام العمل للآلة يكون غير مستقر وتنتقل الآلة من وضعية إلى أخرى دون أن تقوم بدورة حركية مغلقة متكررة. أثناء التوقف تنتقل الآلة من الحركة المستقرة إلى حالة السكون. تتم الفرملة بتطبيق عزم فرملة يعاكس الحركة. يمكن في هذه الحالة التحدث عن نظام فرملة الآلة .

الشكل (2-3) تغير السرعة الزاوية في الحالة المستقرة

يمكن أيضاً تمييز عملية انقالية أخرى تسمى عملية تغير الحمل، حيث تنتقل الآلة في هذه الحالة من حركة مستقرة بسعة زاوية وسطية معينة إلى حركة مستقرة أخرى بسرعة زاوية وسطية أخرى.

يمكن حسب حالة التشغيل الغالبة التمييز بين:

1- آلات ذات دورة عمل متغيرة (الرافعات، الجرافات، آلات النقل، المكابس، تجهيزات التحكم) حيث تتكرر فيها عمليات الإقلاع والفرملة.

2- آلات ذات دورة عمل ثابتة حيث تجري حركتها بشكل دوري (آلات النسيج، آلات التشغيل، العنفات).

تهمنا من الناحية العملية في عمليات الإقلاع والفرملة غالباً أزمنة الإقلاع والفرملة، حيث يستعمل المصمم هذه المقادير لمقارنة أنظمة محرك مختلفة ولاختيار المحركات والفرامل والفاصل -الواصل. كذلك تأخذ القوى الديناميكية التي تظهر أثناء العمل، قيمة كبيرة في عمليات الإقلاع والفرملة.

3-2 دراسة الحالة المستقرة :

كما ورد سابقاً فإن حالة التشغيل المستقر هي الحالة التي تتغير فيها السرعة الزاوية لعمود الآلة بشكل دوري، وبما أن تقلبات السرعة الزاوية تنعكس بشكل سيئ على قانون الحركة عبر دورة كاملة للحد القائد وبالتالي على المحرك، لذلك لابد من معرفة الانحرافات القصوى عن السرعة الزاوية الوسطية أثناء العمل .

معادلة الحركة للآلة الصلدة المستوية ذات درجة الطلاقة الواحدة :

$$J(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}J'(q)\dot{q}^2 = M(q, \dot{q}) \quad (3.1)$$

حيث q - زاوية دوران الحد القائد (الإحداثية المعممة) .

تؤول دراسة حركة الآلة إلى تكامل المعادلة (3.1) التفاضلية غير الخطية وإيجاد السرعة الزاوية الوسطية التي تعمل عندها الآلة بشكل مستقر .

إن طرائق الحلول التقريبية للمعادلات غير الخطية بخاصة طرائق البحث عن حلول مستقرة معروفة من الميكانيك غير الخطي. توجد بين هذه الطرائق طريقة التقريبات المتتالية (المتعاقبة) التي سنستخدمها لحل المعادلة (3.1). سنتطرق فقط لتلك الجوانب والأفكار من هذه الطريقة اللازمة أثناء حل المسائل التطبيقية ولن ندخل في الأسس الرياضية المعقدة. تعتمد طريقة التقريبات المتتالية على افتراض أن الاختلاف بين السرعة الزاوية $\dot{q}(t)$ والقيمة الوسطية ω_0 قليل جداً. إن هذا الشرط محقق لأنه، حسب

التعريف، تكون السرعة الزاوية في الحالة المستقرة إما ثابتة أو تتراوح قليلاً حولها، لذلك يمكن استخدام طريقة التقريبات المتتالية .

نبدأ بصياغة التابع الدوري $J(q)$ بالشكل التالي :

$$J(q) = J_0 + J(q) \quad (3.2)$$

حيث :

J_0 - القيمة الوسطية خلال دور كامل لعزم العطالة الكتلي المرجع.

بما أن $J(q)$ تابع دوري لزاوية الدوران q ودوره هو 2π لذلك يمكن كتابة:

$$J_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J(q) dq \quad (3.3)$$

$J(q)$ - القيمة المتغيرة مع تغير q لعزم العطالة الكتلي المرجع. تكون في الآلات الحديثة بسبب نسب النقل الكبيرة

$$|J(q)|_{\max} \ll J_0 \quad (3.4)$$

أما العزم المكافئ المرجع فيمكن صياغته بالشكل :

$$M(q, \dot{q}) = M_0(\dot{q}) + \bar{M}(q, \dot{q}) \quad (3.5)$$

بتعويض (3.2) و (3.5) في (3.1) نحصل على:

$$J_0 \ddot{q} + \tilde{J}(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{J}'(q) \dot{q}^2 = M_0(\dot{q}) + \bar{M}(q, \dot{q}) \quad (3.6)$$

نلاحظ أن مصدر عدم انتظام دوران الحد القائد هو وجود حدود في المعادلة (3.6) متعلقة بشكل واضح بزاوية الدوران q . لو كانت هذه الحدود غير موجودة، أي أن عزم العطالة الكتلي المرجع بقي ثابتاً وكذلك لو كانت القيمة المتغيرة للعزم المكافئ غير موجودة، فإنه في هذه الحالة ستعمل الآلة في نظام الدوران المنتظم. نتوّل عنها المعادلة (3.6) إلى الشكل :

$$J_0 \ddot{q} = M_0(\dot{q}) \quad (3.7)$$

غير أن $M_0(\dot{q})$ هو المجموع الجبري للعزم المحرك والعزم المقاوم حسب (2.15) :

$$M_0(\dot{q}) = M_2(\dot{q}) + M_w(\dot{q}) \quad (3.8)$$

$$J_0\ddot{q} = M_2(\dot{q}) + M_w(\dot{q}) \quad (3.9)$$

يمكن إيجاد حل للمعادلة (3.9) من الشكل :

$$\dot{q} = \omega_0 = \text{const} , \ddot{q} = 0$$

و بالتالي فإن قيم ω_0 يجب أن تحقق الشرط :

$$M_2(\omega_0) + M_w(\omega_0) = 0 \quad (3.10)$$

وهذا يعني، أنه في حالة التشغيل المستقر يوجد توازن استاتيكي ما بين العزم المحرك والعزم المقاوم للحركة (عزم العمل).

بعبارة أخرى، إذا وجدت تلك السرعة الزاوية التي يكون عندها المجموع الجبري للعزم المحرك والعزم المقاوم مساوياً للصفر، فإن هذه السرعة الزاوية تعد حلاً للمعادلة (3.9). إن الحدود المتعلقة بـ q في (3.6) تؤدي إلى انحراف السرعة الزاوية عن القيمة الثابتة. ولكن، حسب الفرض، يكون في الحالة المستمرة هذا الانحراف قليلاً جداً.

لنوجد حلول للمعادلة (3.9) بالشكل $\dot{q} = \omega_0$ والتي توافقها جذور المعادلة (3.10). يبين على الشكل (3-3) كيفية حل المعادلة (3.10) بالطريقة التخطيطة. لذلك لا بد من إيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنيات المميزة لعزم المحرك $M_2(\dot{q})$ والعزم المقاوم $-M_w(\dot{q})$ بما أن $M_w(\dot{q}) < 0$ فإن المنحني $-M_w(\dot{q})$ يقع فوق محور السينات، يتبين من الشكل (3-3) أنه يمكن الحصول على نقاط تقاطع للمنحنيات المميزة لعزم المحرك وللعزم المقاوم للحركة (في هذه الحالة لدينا نقطتا تقاطع A و B)، وهذا يعني بأنه للمعادلة (3.9) يمكن إيجاد عدة حلول بالشكل $\dot{q} = \omega_0$ بالاعتماد على التقريب الصفري للحل المنشود للمعادلة (3.6) .

الشكل (3-3) لتحديد السرعة الزاوية الوسطية

تعطي نقاط التقاطع ما يسمى نقاط العمل، إلا أنه ليست كل نقطة تقاطع هي نقطة عمل مستقرة تعمل الآلة عند عدد دوراتها.

لندرس على سبيل المثال، الحل $\dot{q}^0 = \omega_{01}$ الموافق لنقطة التقاطع A الشكل (3-3). أثناء الزيادة المفاجئية للسرعة الزاوية ($q > \omega_{01}$) فإن العزم المحرك سيزيد على العزم المقاوم، مما يؤدي بشكل طبيعي إلى زيادة السرعة الزاوية للآلة. وعلى العكس إذا كانت ($q < \omega_{01}$) يصبح العزم المقاوم أكبر من العزم المحرك، مما يؤدي إلى تخفيض السرعة الزاوية للآلة. إن هذا يدل على عدم استقرار نظام الدوران بالسرعة الزاوية الثابتة ω_{01} . ومن السهل التأكد، طبقاً للمناقشة الواردة، من أن الدوران بالسرعة الزاوية ω_{02} (النقطة B على الشكل (3-3) يعد مستقرًا، وبالتالي يمكن اعتبار السرعة الزاوية ω_{02} حلاً للمعادلة التفاضلية.

لتوضيح الفكرة السابقة، نأخذ المثال الموضح على الشكل (3-4) حيث تبين المنحنيات المميزة لعزم المحرك ولعزم آلة العمل أن المحني (3) هو منحنى العزم المقاوم لسيارة،

بينما المنحنيات المميزة (1) و (2) فهي المنحنيات المميزة لمحرك تيار كهربائي ثلاثي الطور.

الشكل (3-4) المنحنيات المميزة لعزم الحرك و لعزم آلة العمل في السيارة

تعطي نقاط تقاطع المنحنيات نقاط العمل (A,B,C). يكون باستطاعة المحرك ذي المنحني المميز (1) تسريع السيارة من حالة السكون، حيث أن المنحني المميز (1) يعطي بعكس المنحني المميز (2) عزمًا أكبر من عزم مقاومات الحركة. تكون النقطة C نقطة عمل مستقرة وكذلك النقطة B. بينما تكون نقطة العمل A للمنحني المميز (2) غير مستقرة، حيث أنه أي زيادة أو نقصان بالسرعة الزاوية q سيتم إما تسريع أو تبطئ الآلية، وبالتالي يكون الدوران مستقرًا عند السرعة الزاوية الوسطية ω_{0c} عند العمل بالمنحني المميز (1)، وعند عدد الدورات ω_{0b} عند العمل بالمنحني المميز (2). لذلك يتم عادة اختيار المحركات حسب العزم المحرك وليس حسب الاستطاعة، حيث أنه من أجل تمييز الحالة الديناميكية والحمل الديناميكي لعناصر الآلات يكون العزم المحرك أكثر تعبيراً ووضوحاً.

لو كانت التوابع M_2 و M_{∞} معطاة بشكل تحليلي لكان أمكن إيجاد الحل المطلوب للمعادلة بإحدى الطرائق العددية لحل مثل هذا النوع من المعادلات التفاضلية، ويمكن الاطلاع على هذه المعلومات في المراجع المختصة .

3-3 الحركة تحت تأثير حقل محافظ للقوى :

الميزة الأساسية لحقل القوى المحافظ هي أن العمل الذي تبذله قوى الحقل عند حركة نقطة مادية فيه يعتمد على الوضع الابتدائي والوضع النهائي لهذه النقطة ولا يعتمد على شكل مسار النقطة ولا على قانون حركتها، وبالتالي قوى الاحتكاك وقوى مقاومة الوسط تنتمي إلى حقل قوى غير المحافظة. أي أنه يوجد حقل محافظ للقوة إذا كان مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة ثابتاً دائماً.

إن تغير الطاقة الحركية لجسم صلب خلال بذية الدور ونهايته يساوي مجموع أعمال القوى الخارجية المؤثرة في هذا الجسم خلال انتقال معين .

بفرض أن φ_0 - الوضع البدائي للحد القائد .

φ - الوضع النهائي له .

وذلك بفرض أن الحد القائد يتحرك حركة دائرية، لذلك يكون تغير الطاقة الحركية :

$$T - T_0 = \frac{1}{2} J(\varphi) \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} J(\varphi_0) \dot{\varphi}_0^2 = W(\varphi, \varphi_0) \quad (3.13)$$

حيث $J(\varphi_0)$ ، $J(\varphi)$ - عزوم العطالة الكتلية المرجعة للآلية عند الأوضاع φ_0 ، φ للحد القائد.

$W(\varphi, \varphi_0)$ - العمل الناتج عن عزوم القوى المحركة وقوى المقاومة خلال انتقال الحد القائد من φ_0 إلى φ ، ويعطى بالشكل :

$$W(\varphi, \varphi_0) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M(\varphi, \dot{\varphi}) d\varphi \quad (3.14)$$

يمكن بالتالي كتابة (3.13) بالشكل :

$$T - T_0 = \frac{1}{2} J(\varphi) \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} J(\varphi_0) \dot{\varphi}_0^2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M(\varphi, \dot{\varphi}) d\varphi = W(\varphi, \varphi_0) \quad (3.15)$$

بالاشتقاق المطلق لهذه المعادلة حسب φ نحصل على :

$$\frac{d}{d\varphi} \left[\frac{1}{2} J(\varphi) \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} J(\varphi_0) \dot{\varphi}_0^2 \right] = \frac{d}{d\varphi} [W(\varphi, \varphi_0)]$$

ومنه:

$$J(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} J'(\varphi) \dot{\varphi}^2 = M(\varphi, \dot{\varphi})$$

وهي مطابقة لمعادلة الحركة (2.17) .

إن العلاقة (3.15) هي علاقة مهمة جداً بين الطاقة الحركية وعمل القوى الخارجية .
تنتج من هذه المعادلة السرعة الزاوية كتابع لزاوية الدوران :

$$\dot{\varphi}(\varphi) = \sqrt{\frac{J(\varphi_0) \dot{\varphi}_0^2 + 2W(\varphi, \varphi_0)}{J(\varphi)}}$$

$$\dot{\varphi}(\varphi) = \dot{\varphi}_0 \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)} \left(1 + \frac{W(\varphi, \varphi_0)}{T_0} \right)} \quad (3.16)$$

تعطي هذه المعادلة قانون تغير السرعة الزاوية في الحالة المستقرة كتابع لوضعية الحد القائد، ومنه:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}(\varphi) &= \frac{d\varphi}{dt} \\ dt &= \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}(\varphi)} \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

بمكاملة (3.17) مع الشروط الابتدائية :

$$t = 0, \varphi = \varphi_0, \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$$

و بمراعاة (3.16) نحصل على :

$$t = \int_0^t dt = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}(\varphi)} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{\frac{J(\varphi)}{J(\varphi_0) \dot{\varphi}_0^2 + 2W(\varphi, \varphi_0)}} d\varphi \quad (3.18)$$

بهذا يمكن إيجاد العلاقة $t = t(\varphi)$ ، و هذا يعني التابع المعكوس لـ $\varphi = \varphi(t)$ يمكن إجراء الحساب حسب الخطوات التالية [15] :

1. تحديد $J(\varphi)$ و $M(\varphi, \dot{\varphi})$.
 2. حساب $\dot{\varphi}(\varphi)$ حسب المعادلة (3.16).
 3. حساب $t(\varphi)$ حسب المعادلة (3.18).
 4. تشكيل التابع العكسي $\varphi(t)$.
 5. حساب $\dot{\varphi}(t)$ و $\ddot{\varphi}(t)$ من $\varphi(t)$.
- تم بهذا إرجاع الحل إلى سلسلة من التكاملات التي يمكن إجراؤها بشكل بسيط نسبياً بواسطة طرائق التكامل الرقمية بمساعدة الحاسبات الصغيرة، إذا كانت الآلة تعمل عند عدد دورات عال في حالة التشغيل المستقر فيكون عمل القوى الخارجية عندئذٍ أصغر بكثير من الطاقة الحركية T_0 (تنسب الزاوية φ_0 والسرعة الزاوية $\dot{\varphi}_0$ إلى قيمة ابتدائية غير معينة يتم اختيارها بالمجال المستقر)، ويكون بالتالي :

$$\dot{\varphi}(\varphi) \cong \dot{\varphi}_0 \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)}} \quad (3.19)$$

إن السرعة الزاوية الوسطية هي تابع دوري لزاوية دوران الحد القائد φ ودورها 2π لأنه بعد دوران الحد القائد بزاوية 2π فإن جميع حدود الآلة تعود إلى وضعها الأصلي. ويمكن بالتالي حساب السرعة الزاوية الوسطية :

$$\dot{\varphi}_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\varphi}(\varphi) d\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)}} d\varphi \quad (3.20)$$

يتم إجراء هذا التكامل عبر دورة عمل كاملة والتي قد لا تتطابق مع دورة واحدة للحد القائد.

عندما تكون انحرافات السرعة الزاوية صغيرة (φ) يمكن حساب السرعة الزاوية الوسطية كوسط حسابي بين سرعتين العظمى والدنيا (الشكل 3-5) وذلك من العلاقة.

$$\dot{\phi}_m = \frac{\dot{\phi}_{\max} + \dot{\phi}_{\min}}{2} \quad (3.21)$$



الشكل (3-5) لحساب السرعة الزاوية الوسطية

3-4 الحركة غير المنتظمة للآلات:

أثناء عمل الآلة في الحالة المستقرة من المفروض أن تكون سرعة دوران الحاد القائد ثابتة، ولكن هذا لا يتحقق إلا في حالات قليلة . حيث يختلف قانون الحركة الحقيقي عن القانون المثالي المطلوب. ويختلف تأثير التباين بالسرعة الزاوية وفقاً لطبيعة الآلة والعملية التكنولوجية التي تقوم بها، ففي بعض الآلات يسمح بتباين كبير بالسرعة الزاوية بينما في بعضها الآخر يجب ألا يكون هذا التباين كبيراً.

إن اهتزاز السرعة الزاوية يمكن أن يضر بعمل الآلة. فإذا كان، على سبيل المثال، دوران عمود محرك الاحتراق الداخلي الذي يدور عمود المولد الكهربائي غير منتظم فإن التيار الكهربائي يتغير بصورة دورية وفقاً لتغير السرعة الزاوية للعمود مما يؤدي إلى اختلال عمل الآلات وإلى الإضرار بعين الإنسان فيما لو استخدم هذا المولد للإضاءة. كذلك فإن الدوران غير المنتظم لعمود المخروطية يؤدي إلى تدني دقة التشغيل. وإن أحد أسباب انقطاع الخيوط في آلات النسيج هو الحركة الغير منتظمة للمغازل..... الخ .

يعبر عن الدوران غير المنتظم للحاد القائد الذي يمكن أن يحدث بسبب تغير $J(\phi)$ أو $M(\phi)$ ، بواسطة معامل يسمى درجة عدم الانتظام ويرمز له بـ δ .

تعبير درجة عدم الانتظام عن تقلبات أو تآرجحات السرعة الزاوية للحاد القائد أثناء دورة عمل بالنسبة للقيمة الوسطية ونعطى بالعلاقة :

$$\delta = \frac{\dot{\phi}_{\max} - \dot{\phi}_{\min}}{\dot{\phi}_m} = \frac{2(\dot{\phi}_{\max} - \dot{\phi}_{\min})}{\dot{\phi}_{\max} + \dot{\phi}_{\min}} \quad (3.22)$$

حيث : $\dot{\phi}_m$ - السرعة الزاوية الوسطية خلال دور معين .

كلما قلت δ كان عمل الآلة أكثر انتظاماً. يمكن أن تقع درجة عدم الانتظام بين القيمتين

$$\delta = 0 \text{ (} \dot{\phi}_{\max} = \dot{\phi}_{\min} \text{) و } \delta = 2 \text{ عندما (} \dot{\phi}_{\min} = 0 \text{) .}$$

تأخذ درجة عدم الانتظام قيماً متفاوتة من أجل الآلات المختلفة .

يبين الجدول (1-3) قيم δ المسموح بها لأنواع متعددة من الآلات.

الجدول (1-3)

نوع الآلة	قيمة درجة عدم الانتظام δ
المضخات	$\frac{1}{30} - \frac{1}{20}$
الآلات الزراعية	$\frac{1}{50} - \frac{1}{10}$
آلات التشغيل، آلات الطباعة	$\frac{1}{50} - \frac{1}{20}$
آلات الغزل	$\frac{1}{100} - \frac{1}{60}$
آلات طحن الحبوب	$\frac{1}{50} - \frac{1}{20}$
محركات السيارات	$\frac{1}{300} - \frac{1}{180}$
مولدات التيار المستمر	$\frac{1}{200} - \frac{1}{100}$
مولدات التيار المتناوب	$\frac{1}{300} - \frac{1}{200}$
محركات البواخر	$\frac{1}{100} - \frac{1}{20}$
محركات الطائرات المكبسية	$\frac{1}{1000} -$

يمكن من علاقة السرعة الزاوية الحسابية (3.21) وبمعرفه δ ، إيجاد القيم العظمى والصغرى للسرعة الزاوية حسب :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}_{\max} &= \dot{\phi}_m \left(1 + \frac{\delta}{2} \right) \\ \dot{\phi}_{\min} &= \dot{\phi}_m \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

من الواضح، من (3.23)، بأن اختلاف $\dot{\phi}_{\max}$ ، $\dot{\phi}_{\min}$ عن $\dot{\phi}_m$ نسبة لـ $\dot{\phi}_m$ يساوي $\pm \frac{\delta}{2}$ ، أي أنه في أغلب الأحوال ، لا يتجاوز $\pm 2\%$.

يعمل في الحالة المستقرة عدد كبير من الآلات (المخارط ، آلات النسيج ، مولدات الطاقة الكهربائية، الضواغط، المضخات وغيرها). إن أفضل الظروف لعمل هذه الآلات هو الدوران المنتظم المطلق لحدودها القائدة. وبما انه لا يمكن التخلص بشكل كامل من تغير السرعة الزاوية، فلا بد قدر الإمكان من تخفيض حدود هذه التغيرات والوصول إلى تلك الحالة، بحيث تكون قيمة درجة عدم الانتظام أقل ما يمكن.

لندرس كيفية إيجاد درجة عدم الانتظام وتخفيض قيمتها في الحالتين التاليتين:

الحالة الأولى (حالة اللاحمل):

يمكن في هذه الحالة إهمال عمل القوى الخارجية W ، أي ($W < T_0$) تعطى في هذه الحالة السرعة الزاوية من (3.19) :

$$\dot{\phi}(\varphi) \cong \dot{\phi}_0 \sqrt{\frac{J(\varphi_0)}{J(\varphi)}}$$

بمثابة القيم الابتدائية نختار القيمة الوسطية لعزم العطالة وللسرعة الزاوية:

$$J(\varphi_0) = J_m ; \quad \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}_m$$

$$T_0 = \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}_0^2$$

يمكن بالتالي حسب (3.19) إيجاد القيم العظمى والصغرى للسرعة الزاوية:

$$\dot{\phi}_{\max} = \dot{\phi}_m \sqrt{\frac{J_m}{J_{\max}}} \quad ; \quad \dot{\phi}_{\min} = \dot{\phi}_m \sqrt{\frac{J_m}{J_{\min}}} \quad (3.24)$$

يبين على الشكل (3-6) تغير عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد:

الشكل (3-6) تغير عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد.

يتم إيجاد J_m حسب :

$$J_m = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} J(\varphi) d\varphi \cong \frac{J_{\max} + J_{\min}}{2} \quad (3.25)$$

بالتعويض في (3.22) بعد تحويل قصير نحصل على :

$$\delta = \frac{2\sqrt{J_{\max}} - \sqrt{J_{\min}}}{\sqrt{J_{\max}} + \sqrt{J_{\min}}} \quad (3.26)$$

وبفرض أن تأرجح عزم العطالة عن القيمة الوسطية صغير جداً ، أي :

$$J_{\max} - J_{\min} \ll J_m$$

$$J = \frac{J_{\max} + J_{\min}}{2}$$

وبمراعاة (3.25) يمكن تبسيط المعادلة (3.26) عن طريق تطوير السلاسل:

$$\sqrt{J_{\max}} = \sqrt{J_m \pm \Delta J} = \sqrt{J_m} \left[1 \pm \frac{\Delta J}{2J_m} - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta J}{J_m} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.27)$$

على الشكل :

$$\delta = \frac{\Delta J}{J_m} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta J}{J_m} \right)^2 + \dots \right] \quad (3.28)$$

يمكن مع التقريب ($\Delta J < J_m$) حساب درجة عدم الانتظام في هذه الحالة بالشكل :

$$\delta = \frac{\Delta J}{J_m} \quad (3.29)$$

نلاحظ أن درجة عدم الانتظام تتحدد في حالة وجود حقل خارجي صغير للقوة بشكل أساسي بواسطة تغيرات عزم العطالة الكتلي المرجع، لذلك لتحديد δ لابد من إيجاد التابع $J(\varphi)$ من أجل دورة عمل كاملة.

نبين على مثال الآلية المرفقية الانسحابية، المبينة على الشكل (3-7)، كيفية تحديد درجة عدم الانتظام في حالة اللاحمل .

الشكل (3-7) لتحديد درجة عدم الانتظام في حالة اللاحمل

ذلك لا بدّ من إيجاد التابع $J(\varphi_2)$.

يكون عزم العطالة الكتلي المرجع حسب (2.10) :

$$J(\varphi_2) = J_2 \varphi_2'^2 + m_4 X_{s4}'^2$$

وذلك بإهمال كتلة ذراع التوصيل وعزم عطالته حول محور مار من مركز ثقله. يتم حساب عزم عطالة المرفق حسب:

$$J_2 = J_{s2} + m_s r_{s2}^2$$

و كذلك

$$X_{s4} \cong \ell + r \cos \varphi_2$$

$$X'_{s4} = -r \cdot \sin \varphi_2$$

بأخذ القيم الرقمية التالية :

$$r = 9\text{cm} \quad ; r_s = 6\text{cm} \quad ; m_{s2} = 0.8\text{kg}$$

$$J_{s2} = 0.4 * 10^{-2} (\text{kgm}^2) \quad ; m_4 = 0.5\text{kg}$$

يكون:

$$J(\varphi_2) = 0.0068 + 0.004 \sin^2 \varphi_2 (\text{kgm}^2)$$

و بمراعاة أن:

$$\sin^2 \varphi_2 = (1 - \cos 2\varphi_2) / 2$$

يكون:

$$J(\varphi_2) = 0.008 - 0.002 \cos 2\varphi_2 (\text{kgm}^2)$$

و بالتالي تكون درجة عدم الانتظام:

$$\delta = \frac{\Delta J}{J_m} = \frac{0.002}{0.0088} = 0.227$$

الحالة الثانية :

وهي الحالة الخاصة حيث لا يمكن إهمال عمل القوى الخارجية، حيث يتحدد في الحالة عدم الانتظام، بشكل أساسي بواسطة العمل $W(\varphi)$ وليس بواسطة تغيرات عزم العطالة الكتلي المرجع. ولتحديد درجة عدم الانتظام نستخدم المعادلة (3.16)، وذلك باعتماد السرعة الزاوية الوسطية كسرعة زاوية ينسب إليها :

$$\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_m$$

و يكون بالتالي :

$$T_o = T_m = \frac{1}{2} J_m \dot{\varphi}_m^2$$

و منه فإن المعادلة (3.16) تأخذ الشكل:

$$\dot{\phi}(\varphi) = \dot{\phi}_m \left[1 + \frac{W}{2T_m} \right]$$

و بالتالي يمكن تحديد القيم العظمى و الصغرى للسرعة الزاوية

$$\dot{\phi}_{\min} = \dot{\phi}_m \left(1 + \frac{W_{\min}}{2T_m} \right) ; \dot{\phi}_{\max} = \dot{\phi}_m \left(1 + \frac{W_{\max}}{2T_m} \right) \quad (3.30)$$

بالتعويض في (3.22) نجد :

$$\delta = \frac{W_{\max} - W_{\min}}{2T_m}$$

وبالتالي تتحدد درجة عدم الانتظام في هذه الحالة بالعلاقة

$$\delta = \frac{W_{\max} - W_{\min}}{J_m \dot{\phi}_m^2} \quad (3.31)$$

حيث:

$$W_{\max} - W_{\min} = \Delta W$$

ΔW - عمل القوى القسرية الذي يخزن بواسطة الكتل الدوارة أثناء فرق السرعة الزاوية

$\Delta \phi = \phi_{\max} - \phi_{\min}$ ، و نحصل على ΔW كمساحة في مخطط العزم $M(\varphi)$.

بالعودة إلى المعادلة (3.29) نلاحظ أنه لتخفيض درجة عدم الانتظام لابد من زيادة القيمة الوسطية لعزم العطالة الكتلي المرجع.

كذلك بدراسة العلاقة (3.31) نجد أنه إذا كانت $(\dot{\phi}_m$ و ΔW) معطاة، فإن القيمة الوحيدة التي يمكن التحكم بها هي القيمة الوسطية لعزم العطالة الكتلي المرجع للآلة، أي أنه بزيادة J_m تنخفض قيمة δ ويصبح عمل الآلة أكثر انتظاماً.

يمكن تفسير ذلك فيزيائياً على الشكل التالي: لكل حد من حدود الآلة عطالة معينة، وحسب ما هو معلوم من الفيزياء: كلما زادت عطالة الجسم المادي يصبح تغير سرعته، الناتج عن تأثير القوى عليه أبطأ. لذلك للحصول على دوران عمود الآلة الأساسي بعدم انتظام دوري ضمن الحدود المسموحة، لا بدّ من أن تكون عطالة هذا العمود مع جميع الأجزاء المتصلة به بشكل صلد كبيرة جداً. إن ذلك يتم بتثبيت كتلة

إضافية على شكل دولاب على عمود الآلة الرئيسي. تسمى هذه الكتلة بالدولاب المعدل أو الحدافة ولها عزم عطالة كبير نسبياً. يتركز عمل الحدافة في إبقاء تأرجحات السرعة الزاوية للآلة ضمن الحدود المسموحة، المحددة بقيمة درجة عدم الانتظام. تعد الحدافة مخزناً للطاقة الحركية، فهي تستخدم في المحركات المكبسية وفي الضواغط وغيرها من الآلات ذات العزم الدوراني غير المنتظم والتي تتطلب فيها الأمر بذل عمل كبير خلال فترة قصيرة بالنسبة للفترة الباقية من دورة العمل، مما يتطلب زيادة قدرة المحرك زيادة كبيرة (كما في المكابس والمقصات المعدنية الكبيرة مثلاً)، فعند دوران محور المحرك في فترة زيادة القوة المحركة عن المقدار اللازم لتدوير الآلة المقودة يبدأ الدولاب المعدل باختزان الطاقة الحركية، وعندما يزداد عزم المقاومة عن العزم الدوراني للمحرك يعمل الدولاب المعدل على إعطاء الطاقة للتغلب على مقاومة العمل، وبالوقت نفسه يقاوم النقص الكبير لسرعة الدوران، مما يجعل سير عمل الآلة أكثر انتظاماً. يبين الشكل (3-8) تغير السرعة الزاوية لعمود الآلة الرئيسي وذلك مع وجود وبدون حدافة دولاب معدل .

الشكل (3-8) تغير السرعة الزاوية لعمود الآلة الرئيسي بوجود وبدون حدافة

إن مقدار الطاقة الحركية التي يستطيع الدولاب المعدل اختزانها يعتمد على مقدار عزم عطالته، أي على كتلته وقطره وطريقة توزيع الكتلة فيه فكلما زاد بعد الكتلة عن محور الدوران كبر عزم عطالة الحدافة، وللغاية نفسها يصنع إطار الدولاب المعدل عادة من مادة ثقيلة.

بفرض أن كتلة الدولاب المعدل (m) وبعده عند محور الدوران $\left(\frac{D}{2}\right)$ ، يكون بالتالي عزم عطالته:

$$J_s = m \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \frac{G}{g} \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \frac{GD^2}{4g}$$

لهذا السبب انتشر في الماضي استخدام المقدار (GD^2) والذي سمي العزم المعدل لتمييز عطالة دوران محور دوار. يستخدم هذا المقدار حتى الآن في بعض النشرات المتعلقة بالمحركات الكهربائية والفواصل - الواصل لوصف عزم العطالة الكتلية. وتستغل الطاقة الحركية للدواليب المعدلة تقنياً في السيارات للتحريك (باصات الجيرو في سويسرا منذ عام 1945).

يكون في كثير من الحالات الحصول على حركة أكثر انتظاماً سبباً في تعقيد وارتفاع ثمن الآلة، لأن الحصول على قيمة صغيرة لدرجة عدم الانتظام يؤدي إلى ازدياد عزم عطالة الحدافة بشكل كبير، مما يتطلب صنع حدافة كبيرة أو وصلها بتركيبة آلية خاصة.

يعبر عن التغير الوسطي لعزم القوى المحركة ولقوى المقاومة للحركة المستقرة في كل آلة بمجموعة منحنيات $(J_1 \text{ و } \delta)$ ، حيث يبين الشكل (3-9) العلاقة بين عزم العطالة الكتلي المطلوب ودرجة عدم الانتظام.

إذا تم تحديد عزم عطالة الحدافة بدلالة δ لأي نظام عمل مستقر للآلة فإن الانتقال لنظام آخر يؤدي إلى تغير القيمة δ ، ويوافق تغير نظام عمل الآلة الانتقال من منحني إلى آخر. فمثلاً عند ازدياد العمل من ΔW_1 إلى ΔW_2 فإن النقطة الموافقة للقيمة δ تنتقل من δ_1 إلى δ_2 .

الشكل (3-9) العلاقة بين عزم العطالة ودرجة عدم الانتظام

يتم تثبيت الحدافة على العمود الرئيسي للآلة، ولكن يجب المفاضلة في وضعها بين المحرك وآلية نقل الحركة، أو بين آلية نقل الحركة وآلة العمل حيث أنه لحماية الآلية من صدمات التحميل يفضل تركيب الحدافة بين آلية نقل الحركة وآلة العمل. وبينما تصبح كتلة الحدافة أصغر بكثير إذا تم تركيبها على المحور الدوار بين المحرك وآلية نقل الحركة. ويجب على المصمم إيجاد حل وسط حسب أهمية الحدين في الحالة المعينة. و ستنتم مقارنة الحالتين في المثال (م3-2).

لابد في النهاية من الإشارة إلى أنه لا يمكن اعتبار عدم انتظام دوران الآلات التي تعمل بشكل غير منتظم بطبيعتها، كآلات بناء الطرق أو الرافعات، المعيار الأساسي لجودة الآلية، لأن δ لا تؤثر في طبيعة العمل في الآلات الدورية. بينما تتركز خطورة عدم انتظام الدوران في نشوء حمولات متغيرة في الآليات وبخاصة في آليات نقل الحركة. إضافة لذلك يؤدي عدم انتظام الدوران إلى ظهور قيمة متغيرة للعزم المحرك، مما ينعكس سلباً على أداء المحرك، لذلك للحكم على قبول هذه الطريقة أو تلك لتخفيض عدم الانتظام لابد من النظر إلى كيفية تأثير هذه الطريقة في العزم المتغيرة في المحرك وفي آلية نقل الحركة كما أن عدم انتظام دوران عمود المحرك والدولاب المعدل المتصل معه

يمكن أن ينعكس سلباً على الآلة، حيث يمكن أن يؤدي إلى زيادة العزوم المتغيرة المؤثرة في هيكل الآلة، وبالتالي في الأساس التي تتوضع عليه الآلة.

3-5- دراسة الحالات غير المستقرة (عمليات الإقلاع والفرملة):

إن عمليات الإقلاع والفرملة هي من الحالات غير المستقرة لعمل الآلة ، والميزة الأساسية لهذه الحالات أن السرعة الزاوية لا تتغير بشكل دوري، بل تزداد أو تتناقص تدريجياً حسب حالة التشغيل الغالبة .

لندرس بالتفصيل حالة الإقلاع، علماً أن دراسة حالة الفرملة أو التوقف لا تختلف عن حالة الإقلاع، ويكون الاختلاف فقط في اختلاف إشارة عزمي الإقلاع والفرملة.

تزداد أثناء الإقلاع السرعة الزاوية للحد القائد من $q = 0$ و حتى $q = \omega_0$ (حيث ω_0 - السرعة الزاوية الوسطية في الحالة المستقرة).

إن قانون الحركة قبل الإقلاع هو حل معادلة الحركة، الموافق للشروط الابتدائية :

$$t = 0 ; \dot{q} = 0$$

أما القيمة الابتدائية للإحداثية q فهي غالباً غير معلومة، وهي تؤثر بشكل ضئيل في قانون تغير السرعة الزاوية، لذلك يمكن إعطاؤها بشكل اختياري مثلاً $(q(0) = 0)$.

نفترض أن الإقلاع يتم بشكل بطيء ،أي عند دورة كاملة لعمود المحرك (عندما تتغير q بمقدار 2π)، فإن السرعة الزاوية الوسطية تتغير بشكل طفيف.

ينطلق التقريب الأول لدراسة الإقلاع بافتراض أن عزم الإقلاع ثابت وكذلك عزم العطالة الكتلي المرجع. نعيد صياغة المعادلة (3.11).

إن التغير البطيء لـ q يسمح في التقريب الأولي باستبدال الجزء اليميني لـ (3.11) قيمته الوسطى خلال دورة عمل، والتي تكون، اعتماداً على تعريف التوابع

$$[J(q), M_2(q), \tilde{M}_n(q)]$$

الأول، إلى مكاملة (3.9) مع مراعاة الشرط $\dot{q}(0) = 0$ حيث يتم إجراء التكامل مرتين.

إذا رمزنا لـ $\dot{q}$ بـ ω ($q = \omega$) فنحصل من (3.9) على :

$$\frac{J_0}{M_2(\omega) + M_w(\omega)} d\omega = dt$$

أو

$$t = J_0 \int_0^{\omega} \frac{d\omega}{M_2(\omega) + M_w(\omega)} = t(\omega) \quad (3.32)$$

بتحويل هذا التابع نحصل على العلاقة $\omega(t)$.

نحصل على زمن الإقلاع إذا استبدلنا في المعادلة السابقة بحد التكامل العلوي ω_0 :

$$t_a = J_0 \int_0^{\omega_0} \frac{d\omega}{M_2(\omega) + M_w(\omega)} \quad (3.33)$$

و لكن حسب (3.10) يصبح التكامل السابق غير معين لأن زمن الإقلاع في هذه الحالة سينتهي إلى اللانهاية. بمراعاة ما ورد يتم تحديد زمن الإقلاع بالزمن اللازم للوصول السرعة الزاوية إلى قيمة قريبة من ω_0 ولكن لا تساويها. لذلك يتم في أغلب الأحوال، افتراض زمن الإقلاع بأنه الزمن اللازم للوصول إلى السرعة الزاوية $0.95\omega_0$ ، و لذلك نقول (3.33) إلى:

$$t_a = J_0 \int_0^{0.95\omega_0} \frac{d\omega}{M_2(\omega) + M_w(\omega)} \quad (3.34)$$

يمكن تحديد قيمة t_a و قانون تغير $\omega(t)$ على سبيل المثال، بالطريقة التخطيطة (الشكل 3-10)، و ذلك برسم مخطط العلاقة:

$$J_0 [M_2(\omega) + M_w(\omega)]^{-1} = f(\omega)$$

(الشكل 3-10) لتحديد زمن الإقلاع

تعتبر المساحة المخططة على الشكل عن زمن الإقلاع I_0 . يتضح من المعادلة (3.34) بأن زمن الإقلاع يتناسب طردياً مع I_0 ، لذلك يعد تخفيض I_0 إحدى أكثر الطرائق فعالية لتقليل زمن الإقلاع. إن هذه العملية مهمة جداً في كثير من الآلات، التي تشغل فيها مرحلة الإقلاع الجزء الأكبر من زمن العمل (آلات قطع المعادن، مثلاً)، حيث يؤدي تخفيض زمن الإقلاع في هذه الآلات إلى زيادة ملحوظة في إنتاجيتها.

مسائل تطبيقية

م 3-1 - يوجد في أحد التصاميم ترتيبان ممكنان للدولاب المعدل تجب مناقشتها (الشكل م3-1))، حيث يجب استعمال J_{s1} أو J_{s2} للإبقاء على درجة عدم انتظام معينة.

2-المحرك، 3- آلة العمل، 4- الآلية (علبة السرعة)

الشكل (م3-1)

المعطيات :

عزوم العطالة الكتلية J_M, J_G, J_0, J_2

J_G - معطاة على مدخل الآلية بحيث: $J_2 \ll J_0$ ، $J_2 \ll J_0$ ، $J_2 \ll J_0$

δ درجة عدم الانتظام

$$i_{23} = \frac{n_2}{n_3} > 1$$

نسبة نقل الآلية

المطلوب:

إيجاد العلاقة لحساب عزوم العطالة الكتلية الضرورية للدواليب المعدلة عندما تعمل

الآلية دون حمل، و مقارنة J_{s1} و J_{s2} .

الحل:

الحد القائد هو المحرك 2 و الإحداثية المعممة هي زاوية دوران عمود المحرك φ_2 .

يكون عزم العطالة الكتلي المرجع على الحد القائد حسب (2.10)

$$J(\varphi_2) = J_M \varphi_2'^2 + J_G \varphi_2'^2 + J_{s1} \varphi_2'^2 + J_{s2} \varphi_3'^2 + J(\varphi_3) \varphi_3'^2$$

علماً أن:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2}{i_{23}} = \varphi_2 \cdot i_{32}$$

$$\varphi_3' = i_{32}$$

و بالتالي:

$$J(\varphi_2) = J_M + J_G + J_{s1} + i_{32}^2 (J_{s2} + J_0 + J_2 \sin 2\varphi_3)$$

$$J(\varphi_2) = J_M + J_G + J_{s1} + i_{32}^2 (J_{s2} + J_0) + i_{32}^2 J_2 \sin 2\varphi_3$$

$$= J_m + i_{32}^2 J_2 \sin 2\varphi_3 = J_M + \Delta J \sin 2\varphi_3$$

حيث:

$$\begin{cases} J_m = J_M + J_G + J_{s1} + i_{32}^2 (J_{s2} + J_0) \\ \Delta J = i_{32}^2 J_2 \end{cases}$$

مع مراعاة أن:

$$\delta = \frac{\Delta J}{J_m}$$

يكون:

$$J_m = \frac{\Delta J}{\delta} = J_M + J_G + J_{s1} + i_{32}^2 (J_{s2} + J_0)$$

1- لو تم تركيب الدولاب المعدل ذي عزم العطالة J_{s1} : ($J_{s2} = 0$) يكون:

$$J_{s1} = \frac{\Delta J}{\delta} - (J_M + J_G + i_{32}^2 J_0)$$

$$J_{s1} = i_{32}^2 \left(\frac{J_2}{\delta} - J_0 \right) - (J_M + J_G) (\text{kgm}^2)$$

من أجل $(J_{s1} = 0); J_{s2}$:

$$J_{s2} = \left(\frac{J_2}{\delta} - J_0 \right) - \frac{1}{i_{32}^2} (J_M + J_G) (\text{kgm}^2)$$

بمقارنة J_{s2}, J_{s1} نلاحظ أن:

$$J_{s2} = J_{s1} / i_{32}^2 = J_{s1} i_{23}^2$$

لذلك يكون الدولاب المعدل ذو عزم العطالة J_{s1} أصغر بكثير من الدولاب المعدل ذي عزم العطالة J_{s2} ، أي أن، إذا تم تركيب الدولاب المعدل بين الآلية و آلة العمل فستصبح مقاييسه أكبر بـ i_{23}^2 منه، فيما لو تم تركيبه على المحور الدوار بين المحرك والآلية.

م2-3 يعطى عزم مقاومة العمل المرجع على الحد القائد لآلة بواسطة المخطط المرافق، حيث دورة العمل هي 2π ،
و المطلوب :

- 1- حساب عزم المحرك الضروري للعمل.
- 2- رسم مخطط العزم المحصل و مخطط عمل العزم المحصل .
- 3- حساب درجة عدم الانتظام δ ، إذا كان عدد دورات الحد القائد هو $n = 600 (\text{r.p.m})$ و كان عزم العطالة الكتلي المرجع $J = 2,5 (\text{kgm}^2)$.

الشكل (م2-3) مخطط عزم مقاومة العمل لآلة

الفصل الرابع
تحليل القوى في الآليات، القوى المتنقلة إلى القاعدة



4-1 مقدمة:

تؤثر في الازدواجات الحركية للآلة أثناء حركتها قوى معينة، وهي قوى التأثير المتبادل بين حدود الآليات المشكلة للآلة. تنتسب هذه القوى، (راجع 1-5) إلى مجموعة القوى الداخلية بالنسبة للآلية ككل. تعد معرفة القوى في المفاصل ضرورية لحساب حدود الآليات على المتانة، الصلادة، التآكل، لحساب المقاومة طويلة الأمد للمضاجع وكذلك لإجراء الحسابات الأخرى المختلفة الضرورية أثناء تصميم الآلات.

يمكن تصنيف القوى المتحركة عبر حدود آلية ما في مجموعتين :

1- القوى الخارجية الناتجة عن الأوزان الذاتية لحدود الآلية، وعن الاحتكاك عند المفاصل وكذلك عن الأحمال الخارجية المطبقة على هذه الحدود.

2- قوى العطالة الناتجة من تحريك كل من الحدود بالتسارعات المطلوبة لأداء حركة معينة.

تكون أوزان أجزاء الآلة، عادة صغيرة بالمقارنة مع القوى الديناميكية الأخرى المؤثرة فيها. لذلك فإنها تهمل في أغلب حالات تحليل القوى. كذلك تبلغ تسارعات حدود الآليات غالبا أضعاف التسارع الأرضي.

يبين الجدول (4-1) أعداد الدورات والتسارع الأعظمي النسبي لأنواع متعددة من الآلات.

الجدول (4-1)

نسبة التسارع a_{max}/g	عدد الدورات $\left(\frac{1}{min}\right)n$	نوع الآلة
1,2 - 1,3	50-30	آلات القص، المكابس
1,5-1	300-200	آلات النسيج
80-70	500-400	محركات الديزل للسفن
100-50	2000-1000	آلات الخياطة المنزلية
600-300	8000-5000	آلات الخياطة الصناعية
800-700	6000	محركات السيارات

سيتم في هذا الفصل تحديد قوى المضامع والمفاصل في الآليات والألات المختلفة وذلك بمعرفة القيم المميزة لوسائط الكتل وللوسائط الهندسية وللحقول الخارجي للقوة وقانون الحركة $q(t)$. وكذلك سيتم تحديد القوى المتنقلة من الآلة عبر هيكلها إلى قاعدتها أو أساسها، حيث يغطي هذا التحليل الوظيفة الأساسية الثانية في ديناميك الألات .

4-2 الطريقة العامة لتحليل القوى :

سيتم في هذا الكتاب إجراء تحليل القوى للآليات المستوية فقط، حيث يكون للآلية مستوي تناظر مواز لمستوي الحركة والذي تؤثر فيه جميع القوى الطبقة. ينطبق هذا الشرط على عدد كبير من الآليات المستخدمة في آلات تحويل الطاقة ، في الألات التكنولوجية وفي آلات النقل والأجهزة المختلفة.

يتم تحليل القوى مع مراعاة الحركة المتسارعة لحدود الآليات، حيث أن التسارعات في الألات الحديثة السريعة الحركة لها قيم كبيرة جداً. إن عدم أخذ الحركة المتسارعة لحدود الآليات في الحسبان يؤدي إلى أخطاء كبيرة في الحسابات الهندسية أثناء تصميم الآلة .

تنتج السرعات والتسارعات لحدود الآلية حسب العلاقات (2.2) و (2.3)، وبالتالي يمكن حساب قوى العطالة وعزومها المؤثرة في كل حد إفرادياً، حيث تؤثر في كل حد متحرك مركبات قوى العطالة $(-m_i \ddot{X}_{i1})$ و $(-m_i \ddot{Y}_{i1})$ ، وكذلك عزوم قوة العطالة $(-J_{i1} \ddot{\phi}_i)$ ، وذلك بفرض أن جميع الإحداثيات ومشتقاتها مقادير معلومة.

لنفرض آلية مستوية معينة، الشكل (1-4)، مؤلفة من عدد من الحدود $(i, k, L, m, \dots)$ ولندرس أحد هذه الحدود على حده، وليكن الحد i (مركز ثقله S_i).



الشكل (1-4) آلية مستوية

تؤثر في الحد i القوى و العزوم التالية: محصلة قوى خارجية $\bar{F}_i$ ، محصلة عزوم خارجية M_i ، قوة العطالة بمركباتها $(-m_i \ddot{X}_{si}, m_i \ddot{Y}_{si})$ ، عزم قوة العطالة $(-J_{si} \ddot{\phi}_i)$ ، القوى الناتجة عن الحدود الأخرى، وهي قوى تؤثر في المفاصل $(\bar{F}_{li}, \bar{F}_{li}, \bar{F}_{mi})$.

تأخذ القوى المؤثرة من الحد K في الحد i الرمز $\bar{F}_{ki}$ بينما يدل الرمز $\bar{F}_{ik}$ على التأثير العكسي، وبذلك يكون :

$$\bar{F}_{ki} + \bar{F}_{ik} = 0$$

وينطبق الشيء نفسه على مركبات هذه القوى في الآليات المستوية :

$$F_{kix} + F_{ikx} = 0 \quad ; \quad F_{kiy} + F_{iky} = 0$$

تكون بالتالي قوة المضجع المحصلة في مفصل دوراني :

$$F_{ki} = \sqrt{F_{kix}^2 + F_{kiy}^2} \quad (4.1)$$

لن نتطرق هنا إلى المفاصل الانسحابية التي يجب فيها تحديد إما قوتين ناظميتين أو قوة ناظرية محصلة وعزم. أما بالنسبة للقوى والعزوم التي تنشأ عن احتكاك المضاجع فسوف تهمل. يمكن أن يكون لهذه القوى والعزوم تأثير أساسي في بعض الآليات.

عندما تكون الآلية في حالة توازن فإن كل حد من حدودها يكون متوازناً وتسلك الآلية في هذه الحالة سلوك جسم صلب وتنطبق عليها جميع قوانين التوازن الخاصة بالجسم الصلب.

يمكن بذلك تحديد قوى المفاصل باستعمال مبدأ القطع في الميكانيك الهندسي. تنشأ عندئذ لكل حد من حدود الآلية ثلاثة شروط توازن والتي يعبر عنها رياضياً على الشكل التالي:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

يؤدي حل معادلات التوازن إلى تحديد العديد من القوى المجهولة في الآلية، وفي مقدمتها القوى المؤثرة في المفاصل بين الحدود وبالتالي فإنه يتوجب دراسة توازن كل حد على حدة.

يمكن حل معادلات التوازن باستخدام الطرائق التحليلية أو التخطيطية. سوف نتطرق فقط إلى دراسة الطريقة التحليلية لحل معادلات التوازن.

يمكن صياغة معادلات التوازن للآلية المبينة الشكل (4-1) من أجل الحد i بالشكل:

$$\left. \begin{aligned} \sum_G F_{Gix} - m_i \ddot{X}_{si} + F_{xi} &= 0 \\ \sum_G F_{Giy} - m_i \ddot{Y}_{si} + F_{yi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

$$\sum_G F_{Gix} (y_{si} - Y_{ci}) - \sum_G F_{Giy} (X_{si} - X_{ci}) - F_{N_i} (Y_i - Y_{ci}) + F_{E_i} (X_i - X_{ci}) - J_{si} \ddot{\phi}_i + M_i = 0$$

حيث :

$$G \equiv (m, L, k)$$

إن المعادلات (4.3) هي لحد واحد فقط من حدود الآلية. بكتابة المعادلات السابقة من أجل جميع حدود الآلية فنحصل على (3-3) معادلة خطية، وذلك من أجل عدد من المجاهيل يساوي $(2G+1)$ حيث يمثل I - عدد حدود الآلية بما فيها الحد الثابت، G - عدد المفاصل في الآلية، علماً أنه تظهر عند كل مفصل مركبتان للقوة ويكون العزم المحرك مجهولاً أيضاً.

تكون بالتالي جملة المعادلات السابقة قابلة للحل إذا تحقق الشرط :

$$3I - 3 = 2G + 1 \quad (4.4)$$

يمكن بمساعدة شروط التوازن ومراعاة الشرط (4.4) حساب قوى المفاصل والمضاجع وعزم التحريك لآلية مستوية ذات عدد حدود I .

يؤدي حساب قوى المفاصل حسب (4.4) من أجل آليات ذات أربع حدود وخمسة حدود إلى تسع معادلات وإلى اثنتي عشر معادلة مع عدد متساوي للمجاهيل من أجل كل وضعية للآلية.

لحساب تغير قوة المفصل في مضجع آلية ذات عشرة حدود ($I = 10$) ، من أجل انتقال زاوي للمرفق القائد $\Delta\varphi_2 = 15^\circ$ (تعادل 24 وضعية للحد القائد)، يجب حسب هذه الطريقة حل:

$648 = 24 \times ((3 \times 10) - 3) = 24 \times 27$ معادلة خطية من أجل 27 مجهولاً، يتطلب هذا الحل استخدام برامج حسابية خاصة من أجل الآليات التي تحتوي على عدد كبير من الحدود.

3-4 - تحديد قوى المفاصل والمضاجع بالطريقة التحليلية في الآلية المرفقية الانسحابية:

المعطيات الأساسية :

- 1- المخطط الحركي (الشكل (2-4)).
- 2- الكتل وعزوم عطالة حدود الآلية وأوضاع مركز ثقل الحدود .
- 3- قانون حركة الآلية .
- 4- القوة الخارجية F_4 ، المؤثرة في المكبس والناجمة عن ضغط الغاز ضمن الأسطوانة.

سيتم إهمال قوى الثقالة لأنها قليلة مقارنة مع قوى العطالة. بينما في الوضعية الشاقولية وعند عدد دورات بطيء يجب مراعاة قوى الثقالة مثل المكابس نصف الآلية .

٤٥

الشكل (4-2) المخطط الحركي للآلية المرفقية الانسحابية

يمكن في الحالة المستقرة، عندما تكون درجة عدم الانتظام قليلة، اعتماد :

$$\dot{\phi}_2 = \omega_2 \cong \omega_m$$

بالتالي فإن التسارع الزاوي للحد 2 : $\varepsilon_2 = 0$ ، كذلك التسارع الزاوي للحد 4 : $\varepsilon_4 = 0$ ومسقط قوة عطالة هذا الحد على المحور y معدوم، لأن الحد 4 يتحرك حركة أفقية فقط. يمكن تحديد مساقط قوى العطالة و عزوم قوى العطالة بالشكل التالي:

$$F_{3x}^{in} = -m_3 \ddot{X}_{s3} ; F_{3y}^{in} = -m_3 \ddot{Y}_{s3}$$

$$F_{4x}^{in} = -m_4 \ddot{X}_B ; M_2^{in} = -J_{20} \varepsilon_2$$

بما أن $\varepsilon_2 = 0$ فإن

$$M_2^{in} = 0$$

$$M_3^{in} = -J_{s3}\epsilon_3 \quad ; \quad M_4^{in} = 0$$

$$F_{2x}^{in} = -m_2\ddot{X}_{s2} \quad ; \quad F_{2y}^{in} = -m_2\ddot{Y}_{si}$$

يتم تحديد التسارعات الخطية والزاوية من (2.3) كذلك يكون :

$$\sin \varphi_3 = -\frac{r}{\ell} \sin \varphi_2$$

نجري تحليل القوى بتقسيم الآلية إلى مجموعات أولية نبدأ بالمجموعة (3-4) (الشكل (3-4)) تؤثر في حدود المجموعة (3-4) القوى الخارجية المعلومة التالية :

$$\vec{F}_3^{in}, \vec{F}_4^{in} \text{ العزم } M_3^{in} \text{ الشكل (3-4)A}$$

تعد القوة $\vec{F}_{23}$ غير معلومة القيمة، b - ذراع القوة $\vec{N}$ وهو مجهول أيضاً. قوة التأثير المتبادل في المفصل B: $\vec{F}_{34} = -\vec{F}_{43}$ غير معلومة القيمة و الاتجاه.

نكتب معادلة الإسقاط على المحور X لجميع القوى المؤثرة في الحدين 3 و 4:

$$\sum_{3,4} X = 0$$

$$F_{23x} + F_{3x}^{in} + F_{4x} + F_{4x}^{in} = 0 \quad (4.5)$$

نحدد من (4.5) المسقط F_{23x}

يكون للإشارات في المعادلات السابقة، كما في جميع المعادلات اللاحقة، قيمة جبرية. أي أنه سيتم وضع القيم الحسابية للمساقط المعلومة للقوى والعزوم مع المحافظة على إشارتها. لذلك فإن للمسقط F_{4x} إشارة سالبة لأن القوة متجهة بعكس الاتجاه الموجب للمحور X (الشكل (3-4)A). أما قيمة واتجاه F_4 فتؤخذ من المعطيات الأساسية.



الشكل (3-4) مجموعات أولية للآلية المرفقية الانسحابية

بكتابة معادلة الإسقاط على المحور X للقوى المؤثرة في الحد 4:

$$\sum_4 X = 0$$

$$F_{34X} + F_{4X} + F_{4X}^{in} = 0 \quad (4.6)$$

نحدد من هذه المعادلة المسقط F_{34X} .

لإيجاد المسقط F_{43Y} ، نكتب معادلة العزوم للحد 3 حول النقطة A:

$$\sum_3 M_A = 0$$

و منه :

$$F_{43Y} \ell \cos \varphi_3 - F_{43X} \ell \sin \varphi_3 + F_{3Y}^m \ell_{s3} \cos \varphi_3 - F_{3X}^m \ell_{s3} \sin \varphi_3 + M_3^m = 0 \quad (4.7)$$

حيث :

$$F_{43X} = -F_{34X}$$

نحدد قيمة القوة $\bar{F}_{43}$ ، المؤثرة في المفصل B من المعادلة:

$$F_{43} = \sqrt{F_{43X}^2 + F_{43Y}^2}$$

و اتجاهها:

$$\sin \varphi_{F_{43}} = \frac{F_{43Y}}{F_{43}} \quad ; \quad \cos \varphi_{F_{43}} = \frac{F_{43X}}{F_{43}}$$

من معادلة الإسقاط على المحور Y للقوى المؤثرة في الحد 3 :

$$\sum_3 Y = 0$$

$$F_{23Y} + F_{43Y} + F_{3Y}^m = 0 \quad (4.8)$$

نحدد المسقط F_{23Y} و منه:

$$F_{23} \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2}$$

و كذلك :

$$\sin \varphi_{F_{23}} = \frac{F_{23Y}}{F_{23}} \quad ; \quad \cos \varphi_{F_{23}} = \frac{F_{23X}}{F_{23}}$$

أما رد الفعل الناظمي $\bar{N}$ فنوجد من معادلة الإسقاط على المحور Y للقوى المؤثرة على الحد 4 :

$$\sum_4 Y = 0$$

فيكون :

$$N + F_{34Y} = 0 \quad (4.9)$$

إن القوة N تؤثر في المكبس 4 من ناحية الهيكل الثابت 1 . أما ذراع القوة N فهو يساوي الصفر ($b=0$) ، لأنه من معادلة العزوم للحد 4 (حول النقطة B) يكون :

$$N.b=0 \quad (4.10)$$

بالتالي تم للمجموعة (3.4) استخدام 6 معادلات (4.10) - (4.5).

وقد تم منها تحديد جميع المجاهيل. يظهر على الشكل (4-3-ب) مخطط القوى، المؤثرة في حدود المجموعة المذكورة، حيث يتبين من هذا المخطط أهمية الأخذ في الحسبان الحركة المتسارعة للحدود. لو كانت هذه التسارعات مهملة ($F_4^m=0, F_3^m=0$) الشكل (4-3-ج)، فإنه سيتم الحصول على قيم منخفضة للقوى في المفاصل (القوى $\vec{N}, \vec{F}_{34}, \vec{F}_{23}$).

نجري تحليل القوى للجزء الأخير، المؤلف من المرفق المتحرك (2) ومن الهيكل الثابت (1)، كما هو مبين على الشكل (4-4) حيث تؤثر في الحد 2 القوى التالية:

القوة $\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}$ وهي معلومة القيمة والاتجاه.

العزم M_2 ، المتجه كما في الشكل وفقاً لاتجاه عقارب الساعة.

الشكل (4-4) تحليل القوى في المرفق والهيكل للآلية المرفقية الانسحابية

القوة $\vec{F}_{12}$ مجهولة القيمة والاتجاه ، و هي رد فعل الهيكل على المرفق.

قوة العطالة $\vec{F}_2^m$ وهي تؤثر بمركباتها في المحورين X و Y.

تأخذ معادلات الإسقاط على المحورين X و Y للقوى المؤثرة في الحد 2 الشكل التالي:

$$\sum_i X = 0 \quad ; \quad \sum_i Y = 0$$

و منه:

$$F_{12X} + F_{2X}^{in} + F_{32X} = 0 \quad (4.11)$$

$$F_{12Y} + F_{2Y}^{in} + F_{32Y} = 0 \quad (4.12)$$

و منها نحدد F_{12Y} و F_{12X} ، و بالتالي نوجد القوة المحصلة.

بكتابة معادلة العزوم للحد 2 حول النقطة O نحصل على:

$$M_o(\vec{F}_{32}) + M_2 + M_2^{in} + M(\vec{F}_2^{in}) = 0 \quad (4.13)$$

يتم وضع العزم $M_o(F_{32})$ في المعادلة مع تلك الإشارة التي يأخذها أثناء الحساب وفق العلاقة :

$$M_o(F_{32}) = F_{32Y} \cdot r \cdot \cos \varphi_2 - F_{32X} \cdot L_{o8} \sin \varphi_2$$

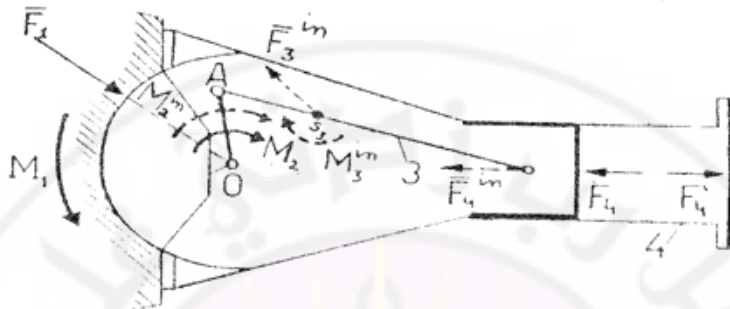
تستخدم المعادلة (4.13) إما لتحديد العزم M_2 في حال عدم إعطائه أو للتحقق من صحة الحسابات، لأنه في هذه الحالة ستكون جميع الحدود الأخرى معلومة. يمكن إن تكون المعادلة (4.13) حسابية. فمثلاً لو كان العزم مجهولاً وطلب تحديده، فيمكن تحديده من المعادلة المذكورة. يمكن لهذا العزم أن يأخذ قيمة كبيرة مما يؤثر بشكل واضح وملحوس على حسابات المتانة للعمود الرئيس للآلة (الحد القائد 2) .

4-4 تحديد القوى والعزوم المحصلة المؤثرة في الهيكل والمتنقلة إلى الأساس:

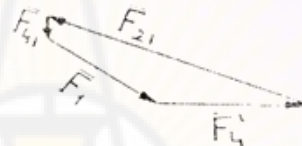
تأخذ معرفة القوى والعزوم المحرصة، المتنقلة من آلة إلى الهيكل والأساس أهمية عملية كبيرة، لأن هذه القوى والعزوم يمكن أن تعرض في الأرض أو البناء اهتزازات مشوشة، لذلك سيتم في هذه الفقرة تحديد القوى والعزوم المحصلة التي تؤثر في الأجزاء المتحركة للآلة عبر هيكلها إلى الأساس.

لندرس هيكل الآلة المرفقية الانسحابية (الشكل (4-5))، الذي يعد تصميمياً هيكل آلة معينة متوضعا على أساس خاص به. فإذا كانت هذه الآلة هي محرك الاحتراق

الداخلي لسيارة فإن هذا الأساس هو قاعدة السيارة أما إذا كانت الآلة ضاغطة ثابتاً أو مكبساً معيناً فإن الأساس هو الجزء الإسمنتي الذي يتوضع عليه الضاغط.



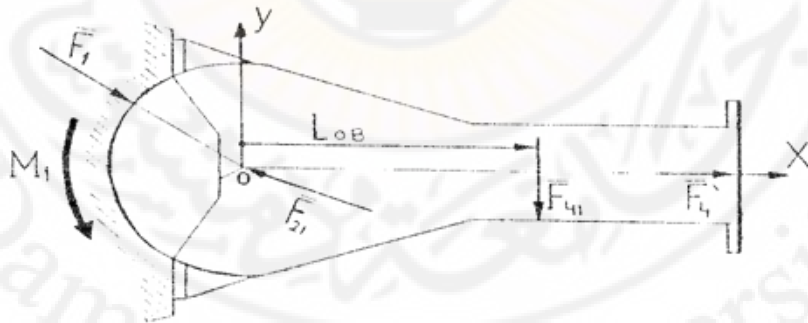
- ب -



- ج -

الشكا، (٥-٤).

- هيكل، سيد سعيد، حاسبة [6].



- أ -

الشكل (5-4) هيكل آلية مرفقية انسحابية

تؤثر في الهيكل I القوى والعزوم التالية (الشكل (5-4) أ) :

ردود أفعال الحدود 2 و 4: $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{41}$ وهي قوى معلومة حيث :

$$\vec{F}_{41} = -\vec{N}, \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

القوة $\vec{F}_4'$ وهي قوة معلومة : $\vec{F}_4' = -\vec{F}_4$ وتتعلق بالعملية التكنولوجية للآلية.

إذا كان تحليل القوى يتم من أجل آلة مكبسية (مضخة، ضاغط) فإن القوة $\vec{F}_4'$ هي قوة ضغط الجسم العامل (سائلاً وغازاً)، الموجود ضمن الأسطوانة، على غطاء الأسطوانة (الشكل 4-5-ب). أما إذا كانت الآلية المرفقية الانسحابية هي آلية مكنة تشغيل معينة فإن القوة $\vec{F}_4'$ هي تأثير قطعة التشغيل (المشغولة) في طاولة الآلة .

رد فعل الأساس على الهيكل ويتلخص بـ :

أ- قوة غير معلومة القيمة ولا الاتجاه $\vec{F}_1$.

ب- عزم غير معلوم القيمة M_1 ويشترط تحديده . نفترض بأن خط تأثير القوة $\vec{F}_1$ يمر من النقطة O.

لنكتب معادلة توازن الهيكل:

$$\vec{F}_4' + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{41} + \vec{F}_1 = 0$$

والموضحة بشكل تخطيطي على الشكل (4-5-ج) .

بمراعاة العلاقات :

$$\vec{F}_4' = -\vec{F}_4 ; \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{23} ; \vec{F}_{41} = -\vec{N}$$

إن $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{23}$ فقط في الحالة الخاصة ، عندما يكون مركز الثقل S_2 منطبقاً مع محور الدوران O.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_4 + \vec{F}_{23} + \vec{N}$$

و لكن من مخطط القوى (الشكل 4-3-ب) يكون

$$\vec{F}_{23} + \vec{N} + \vec{F}_4 = -(\vec{F}_3^{in} + \vec{F}_4^{in})$$

و بالتالي :

$$\vec{F}_1 = -(\vec{F}_3^{in} + \vec{F}_4^{in})$$

$$F_{1X} = -(F_{3X}^{in} + F_{4X}^{in}) \quad , \quad F_{1Y} = -(F_{3Y}^{in} + F_{4Y}^{in})$$

و تكون القوة $\vec{F}_1$:

$$F_1 = \sqrt{F_{1X}^2 + F_{1Y}^2}$$

$$\sin \varphi_{F1} = \frac{F_{1Y}}{F_1} \quad ; \quad \cos \varphi_{F1} = \frac{F_{1X}}{F_1}$$

تشكل القوة $\vec{F}_{41}$ حول النقطة (o) عزمًا $M_o(\vec{F}_{41})$ الشكل (4-5 أ). يوازن هذا العزم فقط عزم رد فعل M_1 ، المؤثر من الأساس في الهيكل (لأن جميع القوى الأخرى، المؤثرة في الهيكل، لا تشكل أي عزم حول O). يحاول العزم $M_o(\vec{F}_{41})$ قلب هيكل الآلية. لتحديد قيمة العزم M_1 الموازن للعزم $M_o(\vec{F}_{41})$ من معادلة توازن الهيكل :

$$M_o(\vec{F}_{41}) + M_1 = 0$$

ومنـهـ

$$M_1 = -F_{41}L_{oB}$$

للتخلص من التأثير الضار للعزم $M_o(\vec{F}_{41})$ يجب تثبيت الآلة و آلية نقل الحركة بشكل متين على قواعدھا. إن عملية التنفيذ التصميمي لهذا التثبيت وطريقة حسابه تدرس في منهاج ((عناصر الآلات)) و في كتب هندسة بناء الآلات المختصة.

يمكن إيجاد العزم M_1 بطريقة أخرى. و ذلك بكتابة معادلة العزوم حول النقطة (o) لجميع الحدود الأربعة (الأشكال (4-4)، (4-4)، (4-3 أ)، (4-5 أ)). أي للآلية ككل. نلاحظ أن عزوم القوى المتبادلة $\vec{F}_{34}$ و $\vec{F}_{43}$ في المفصل B متساوية و متعاكسة بالاتجاه (الشكل (4-3 أ) لذلك فإنھا لا تدخل في معادلة العزوم. تنطبق هذه الملاحظة على جميع القوى المتبادلة التي تظهر في المفاصل أو الازدواجات الحركية، أي عزوم القوى التي تعد قوى داخلية بالنسبة للآلية ككل. بالتالي، تدخل في معادلة

العزوم فقط عزوم القوى المؤثرة في الآلية من الخارج (الشكل (4-5-ب)) ، مع مراعاة أن القوى $\vec{F}_4$ و $\vec{F}'_4$ هي قوى خارجية بالنسبة للآلية. تأخذ معادلة العزوم للآلية ككل الشكل التالي :

$$M_2 + M_o(\vec{F}_3^m) + M_2^m + M_3^m + M_1 = 0 \quad (4.14)$$

تحدد قيمة العزم M_1 حسب (4.14) بقيمة العزم الخارجي M_2 ، المؤثر في الحد القائد، وكذلك بتأثير الحركة المتسارعة لحدود الآلية. لنحدد الضغط الذي تؤثر به الآلة على أساسها، حيث يمكن تلخيص القوى المؤثرة في الأساس بـ :

أ- قوة $\vec{F}_0 = -\vec{F}_1$ و التي يمر خط تأثيرها بالنقطة (o) .
 ب- عزم ، (الشكل (4-6)) .

الشكل (4-6) لتحديد ضغط الآلة على أساسها

إن مساقط القوة $\vec{F}_0$ على المحاور X و Y هي

$$F_{0X} = F_{3X}^m + F_{4X}^m \quad (4.15)$$

$$F_{0Y} = F_{3Y}^m + F_{4Y}^m \quad (4.16)$$

بينما يتحدد العزم M_0 من العلاقة

$$M_o = [M_2^m + M_3^m + M_o(\vec{F}_3^m) + M_2] \quad (4.17)$$

يتضح من المعادلات (4-15) و (4-16) أن القوة $\vec{F}_0$ تنتج من قوة العطالة فقط، أي أنها نتيجة الحركة المتسارعة لجميع حدود الآلية المتحركة ، و بالتالي لها طبيعة ديناميكية .

لا بد من الإشارة إلى أنه تنتقل إلى أساس الآلة أيضا قوة الثقالة، وتأثير قوى فعالة أخرى (قوة شد البراغي على الأساس ، مثلاً) ، و هي لم تدخل في حساب القوى .

بالتالي تتكون $\vec{F}_0$ و العزم M_0 من جزئين: جزء ديناميكي ناتج عن الحركة المتسارعة لحدود الآلية، و جزء استاتيكي ينتج من تأثير قوى وعزوم فعالة أخرى .

يمكن تلخيص الدراسة السابقة بالنتيجة التالية : إن القوى و العزوم المنقلة إلى أساس الآلة هي القوى الديناميكية فقط، أي قوى و عزوم قوى العطالة، الناتجة عن تسارعات حدود الآلية، علماً أنه ليس لقوى المفاصل وقوى الضغط في المحركات الاحتراقية والضواغط أي تأثير في قوى الأساس لأنها تظهر بشكل مزدوج ويلغي بعضاً البعض، و ذلك إذا تم تثبيت المحرك والآلة الكلية على نفس الأساس .

تكون محصلة القوى المنقلة إلى القاعدة :

$$\left. \begin{aligned} F_{0x} &= -\sum_{i=2}^I m_i \ddot{X}_{xi} \\ F_{0y} &= -\sum_{i=2}^I m_i \ddot{Y}_{yi} \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

حيث :

I - عدد حدود الآلية .

يتم إجراء تحليل القوى عدة مرات و لعدة وضعيات للآلية. هذا يعني، أنه بغض النظر عن طريقة الحساب فإن تحليل القوى يعد عملاً صعباً بما فيه الكفاية. يمكن التلخص من الصعوبة بشكل كامل باستخدام الحاسوب .

4-5- دراسة نتائج تحليل القوى :

اعتماداً على (4-3) و (4-4) سيتم في هذه الفقرة تحليل القوى لآلية محرك ديزل، الذي يعمل في الحالة المستقرة بدرجة عدم انتظام صغيرة. أجريت جميع الحسابات على

الحاسوب، حيث تم وضع برنامج متكامل، يمكن بواسطته إجراء تحليل القوى لألية آلية مكبسيه ثنائية الشوط ذات أسطوانة واحدة، ولأي مكبس مرفقي ثنائي الشوط لآلة تكنولوجية آليتها الأساسية هي الآلية المرفقية الانسحابية.

تتغير زاوية دوران المرفق (الإحداثية المعممة) φ_2 ، في حدود دورة واحدة لعمود المرفق، بخطوة مقدارها 5° $\Delta\varphi_2 = 72$ (تم حل 33 معادلة بمعدل 72 مرة لكل معادلة، خلال 46 ثانية). وتم إيضاح نتائج الحسابات على شكل مخططات بيانية حيث تبين الأشكال (7-4) و (8-4) المنحنيات البيانية للقوى المؤثرة في ذراع التوصيل (3) من ناحية المكبس (القوة $\vec{F}_{23}$). تبين الأرقام الموجودة قيم الإحداثية المعممة φ_2 بالدرجات الموافقة. إن هذه المنحنيات البيانية للقوى ضرورية لحساب عناصر الآلية على المتانة، الصلادة وكذلك لحساب الازدواجات الحركية (4.1)، (4.3)، (3.2) على التآكل وعلى المقاومة طويلة الأمد (التحملية).

الشكل (7-4)

منحني تأثير القوة F_{13}

في ذراع التوصيل

الشكل (4-8)
منحني تأثير $\bar{F}_{23}$ في ذراع
التوصيل

يبين على الشكل (4-9) منحى تأثير القوة F_{av} في هيكل محرك الاحتراق الداخلي المؤثرة من هيكل محرك الاحتراق الداخلي على أساسه (الشكل (4-4)). إن المركبة F_{av} تتغير أيضاً وفق المنحني الجيبي.

يوضح الشكل (4-10) العزم الأساسي M_o ، المؤثر في أساس محرك الاحتراق الداخلي من ناحية هيكله تشير الإشارة الموجبة إلى أن العزم M_o يتجه بعكس اتجاه عقارب الساعة .

الشكل (4-10) العزم الأساسي M_o ، المؤثر في أساس محرك الاحتراق الداخلي

مسائل تطبيقية:

م(4-1) للآلية المبينة في المسألة (م2-5) و باستخدام المعطيات الرقمية نفسها،
المطلوب:

- 1- حساب القوى المنقلة إلى القاعدة F_y, F_x
- 2- حساب عزوم القوى المنقلة إلى القاعدة حول O .

م(2-4) للآلية المبينة في الشكل (م4-2)،

المطلوب: تحديد العلاقات التي تعطي القوى F_y, F_x المنتقلة إلى القاعدة ، و كذلك العزم M_o (حول O)، و ذلك باستخدام المعطيات الرقمية .

$$n_2 = 1000(r \cdot p \cdot m); \frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{10}$$

$$m_1 r_1 = 5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$



الشكل (م 4-2) لتحديد القوى المنقولة إلى القاعدة



الفصل الخامس

موازنة الآليات



5-1 مقدمة :

تم في الفصل السابق البرهان، على أنه في أثناء عمل الآلة تنتقل إلى هيكلها وأساسها قوى ديناميكية وهي قوى وعزوم قوى العطالة الناتجة من الحركات المتسارعة لحدود الآليات المشكلة للآلة.

يعد هذا الضغط الديناميكي مصدراً لقوى الاحتكاك الإضافية في الازدواجات الحركية من جهة، وكذلك يؤدي إلى انهيار بعض أجزاء هيكل الآلة بسبب إجهاد التعب من جهة أخرى، إضافة لذلك تتغير في الحالة المستقرة قوى العطالة بشكل دوري مما يؤدي إلى اهتزاز حدود الآلة و كذلك إلى اهتزاز الآلة على قاعدتها، لذلك لا بد من عزل هذه الاهتزازات بأفضل الطرائق الممكنة.

لتجنب التأثير الضار للاهتزازات على عمل الآلة يجب التأثير في قوى العطالة المنقلة إلى هيكل الآلة عن طريق إدخال تعديلات على الخواص الكتلية للحدود بحيث تتعدم قوى العطالة الغير موازنة أو تبقى ضمن حدود مسموح بها . يسمى حل مثل هذه المسألة بموازنة الآلات أو الآليات ، وتتم عملية الموازنة هذه إما بالتوزيع المناسب لكتل الحدود أو باستعمال أجهزة خاصة للموازنة .

5-2 موازنة المحاور الدوارة :

5-2-1 تمهيد :

توجد المحاور الدوارة في أغلب الآليات، والمحاور الدوارة هي أجسام دوارة تستند نهاياتها إلى مضاجع (عمود دوران المخرطة، قلب المحرك الكهربائي، عمود المرفق لضغط، قرص موازنة الساعة الخ).

عند موازنة المحاور الدوارة يجب التفريق فيما إذا كان المحور الدوار صلباً أو مرناً. يكون المحور الدوار صلباً إذا كانت صفاته تنطبق مع صفات الجسم الصلب المثالي. تتغير في المحاور الدوارة المرنة، بسبب تغير الشكل، حالة عدم الاتزان مع عدد الدورات. سيتم في هذا الكتاب معالجة المحاور الدوارة الصلبة فقط ، بينما تتم دراسة موازنة المحاور الدوارة المرنة في المراجع المتخصصة .

تأتي أهمية الموازنة الجيدة للمحاور الدوارة ،وبخاصة في الآلات التي تعمل عند سرعات دوران عالية، من خلال تحقيق مايلي :

- 1- الحد من الحمولات الزائدة على المساند.
 - 2- التخفيف قدر الإمكان من الاهتزازات الضارة والحد من ضجيج الآلة.
 - 3- تحسين وثوقية وأداء الآلة بشكل عام.
- 5-2-2 أنواع عدم اتزان المحاور الدوارة الصلدة وكيفية التخلص منها:
- 5-2-2-1 عدم الاتزان الاستاتيكي:

يقال عن نظام أنه، استاتيكيًا، غير متزن عندما تقع الكتل غير المتوازنة في مستوٍ واحد، كما هو الحال في قرص نحيف، وتكون محصلة هذه الكتل قوة قطرية. يمكن الكشف عن عدم الاتزان بفحص استاتيكي، حيث يتم إسناد محور القرص إلى سكة أفقية (حافيتين حادتين) ويترك ليستقر، عندها سيأخذ تلك الوضعية بحيث تقع أثقل نقطة مباشرة تحت المحور (تتجه كتلة اللاتوازن نحو الأسفل).

ليكن لدينا قرص رقيق متناظر حول محوره الدوراني، كما هو مبين في الشكل (5-1). يؤدي وجود كتل دائرة غير متوازنة تقع مراكز ثقلها في مستوٍ واحد إلى عدم اتزان القرص. بفرض إن مركز ثقل كل كتلة m_i يبعد عن محور الدوران بالمقدار r_i ، فتكون قوى العطالة لهذه الكتل هي قوة وحيدة $\vec{F}_i$.

يعرف عدم الموازنة كجاء الكتلة m_i ببعدها عن محور الدوران r_i ، أي:

$$U_i = m_i \cdot r_i \quad (5.1)$$

يسمى البعد r_i أو e بين محور الدوران ومركز الثقل باللامركزية، إذا دار القرص اللامتوازن بسرعة ω ستولد قوة نابذة بسبب كتلة اللاتوازن :

$$F_i = m_i r_i \omega^2 = u_i \omega^2 \quad (5.2)$$

الشكل (5-1) قرص رقيق متناظر

نلاحظ من (5.2) بأن عدم الموازنة يتناسب مع مربع السرعة الزاوية لدوران المحور، حيث يعد هذا النوع من عدم الموازنة المصدر الرئيس للاهتزازات في الآلات الدوارة، كالآلات الكهربائية، الآلات العنفية، محاور نقل الحركة وأعمدة المرفق الخ . يكون المحور الدوار غير متوازن استاتيكيًا عندما لا ينطبق مركز ثقله على محور دورانه، بينما يكون محور العطالة الرئيس له موازيًا لمحور الدوران. خير مثال على ذلك عمود المرفق الأحادي، المبين على الشكل (5-2) حيث (I-I) هو محور العطالة الرئيس.

الشكل (5-2) عمود المرفق الأحادي

يبين الجدول التالي (5-1) القيم المسموح بها لجداء اللامركزية (c) بالسرعة الزاوية من أجل محاور مختلفة.

جدول (5-1) القيم المسموح بها لجداء اللامركزية بالسرعة الزاوية

المحور الدوار أو الآلة	$e \omega$ (mm/s)
الآليات المرفقية لمحركات الديزل (السفن) البطيئة المثبتة بشكل صلد.	1600
الآليات المرفقية للمحركات المثبتة بشكل صلد أو بشكل مرن .	100
الآليات المرفقية لمحركات سيارات الركاب ولمحركات الشاحنات، إطارات.	
السيارات ،مجموعات الدواليب ، المحاور المفصلية.	16
أوعية آلات الطرد المركزي، المراوح، الدواليب المعدلة، قوالب المحركات الكهربائية ، أجزاء الآلات الإنتاجية .	2.5
العنفات الغازية والبخارية، أنظمة تحريك الآلات الإنتاجية، أنظمة تحريك المسجلات الكهربائية، محاور أقراص آلات الجلبخ الدقيقة (الناعمة)، الأجهزة الجيروسكوبية .	0.4

إن عملية توزيع الكتل للمحاور الدوارة الصلدة (إزالة أو إضافة مواد)، والمؤدية إلى نقل مركز الثقل إلى محور الدوران تسمى بالموازنة الإستاتيكية للمحور الدوار. ويكفي لذلك بأن يصبح بمجموع قوى العطالة المنتقلة إلى القاعدة مساوياً الصفر أو أن يبقى ضمن حدود مسموح بها. أما عزم قوى العطالة للكتل المتوضعة في مستو واحد فمعدوم. يمكن التخلص من عدم الاتزان الاستاتيكي بإضافة كتلة m_k إلى المحور تسمى بالكتلة المصححة، تتوضع على مسافة قدرها r_k عن محور الدوران، ويتم اختيار مكان توضع الكتلة المصححة بحيث يصبح :

$$U_k = m_k r_k = -U_i \quad (5.3)$$

هذا يعني أن مركز الكتلة المصححة يجب أن يقع على خط تأثير O_{si} ولكن في الاتجاه المعاكس عن محور الدوران (الشكل 5-1)).

إذا تحقق الشرط (5.3) فإن قوة العطالة الناتجة عن الكتلة المضافة ستصبح مساوية تماماً ومعاكسة بالاتجاه لقوة العطالة الناتجة عن عدم الاتزان. تنعدم في هذه الحالة قوة العطالة المحصلة وينتقل مركز الثقل S_1 إلى محور الدوران ويصبح المحور موازناً.

5-2-2-2 عدم اتزان المزدوجة :

يمكن تقريب الكثير من الآلات الدوارة من قرص وحيد دوار كأحجار الجليخ، الدواليب المعدلة... الخ، إلا أن غالبية الآلات الدوارة تكون كتلتها موزعة على محورها مما يظهر من احتمال وجود كتل عدم الاتزان في عدة مستويات .

لنتصور الحالة الخاصة عندما يكون مركز الثقل للمحور الدوار منطبقاً مع محور الدوران بينما محور العطالة الرئيس (I-I) للمحور الدوار يميل بزاوية (γ) عن محور الدوران (الشكل (3-5)). على الرغم من أن المحور في هذه الحالة يعد متوازناً استاتيكيّاً لأن $(u_i = 0)$ إلا أن قوى العطالة الناتجة عن الدوران سرعان ما تعرض عزمًا ديناميكيّاً حول مركز الثقل. يدعى هذا النوع من عدم الاتزان بعدم اتزان المزدوجة الذي ينتج عنه ترنح لمحور العطالة حول محور الدوران . يتم التخلص من عدم اتزان المزدوجة باستخدام كتلتين مصححتين على الأقل تنوضع في مستويات تسمى بمستويات التصحيح أو التوازن.

الشكل (3-5) لتحديد عدم اتزان المزدوجة

5-2-2-3 عدم الاتزان الديناميكي:

تدعى الحالة العامة التي تشمل على وجود عدم اتزان استاتيكي وعدم اتزان المزدوجة بحالة عدم الاتزان الديناميكي. يكون في هذه الحالة محور العطالة الرئيسي مزاحاً بالنسبة

لمحور الدوران، كما أن مركز الثقل لا ينطبق على محور الدوران، ومثال ذلك عمود المرفق الثنائي المبين في الشكل (4-5).

الشكل (4-5) لتحديد عزم الاتزان الديناميكي

يمكن التخلص من عدم الاتزان الديناميكي بإضافة كتلتين مصححتين متوضعتين في مستويات تصحيح متعامدة مع محور الدوران. يتم بذلك تصحيح توزيع كتل المحور الدوار الصلد بحيث يوازن عدم الاتزان الاستاتيكي والديناميكي. يمكن مما ورد استخلاص النتيجة التالية:

للتخلص من حالة عدم اتزان معينة، سواء أكانت حالة عدم اتزان استاتيكي، عدم اتزان المزدوجة أو عدم اتزان ديناميكي، لا بد من أن ينطبق محور العطالة الرئيس مع محور الدوران. ويعبر عن هذه النتيجة تحليلياً بالشكل :

$$F^{in} = 0; M^{in} = 0 \quad (5.4)$$

حيث F_m - محصلة قوى عطالة الحدود المتحركة، ويمكن حسابها من (5.2).

M_m - عزم قوى العطالة المحصل ويمكن حسابه حسب الشكل (3-5) من:

$$M^{in} = F_l h$$

إذا تحقق الشرط (5.4) يمكن عد المحور الدوار موازناً بشكل كامل بحيث لا تنتقل إلى المضاجع قوى وعزوم ديناميكية. غير أنه لا يمكن القوصل إلى هذه الحالة المثالية من الناحية العملية . يكفي لذلك إبقاء عدم الاتزان المتبقي ضمن حدود معينة مسموح بها. (قارن الجدول (1-5))

لا بدّ من الإشارة إلى ميزة مهمة جداً من مزايا المحاور الدوارة الصلدة الموازنة بشكل كامل، وهي أنه إذا كان المحور متزنًا بشكل كامل عند قيمة معينة للسرعة الزاوية (ω) فإنه سوف يحافظ على اتزانه الكامل عند أية سرعة زاوية أخرى، سواء أكانت ثابتة أم متغيرة.

3-2-5 - الموازنة الديناميكية للمحاور الدوارة في أثناء تصميمها:

إذا تطلب تشغيل آلة أو جهاز ما استخدام محور دوار موازن بشكل كامل، وكان هذا المحور غير متزن (الأشكال (2-5)، (4-5)، مثلاً)، فلا بدّ من البدء بموازنة هذا المحور أثناء تصميم الآلة.

لنفرض وجود محور دوار صلد مؤلف من مجموعة من الأقراص التي تدور كجسم واحد (الشكل (5-5)). ولتكن الكتل (m_i) والإحداثيات (r_i, φ_i, L_i) لمراكز الثقل (S_i) لهذه الأقراص معلومة، بناءً على ذلك يمكن حساب عدم الاتزان للكتل غير المتزنة وفق العلاقة :

$$U_i = m_i r_i$$

إذا كانت السرعة الزاوية لدوران هذا المحور هي ω ، فإن قوة العطالة المتولدة نتيجة دوران كل كتلة غير متزنة هي :

$$F_i = m_i r_i \omega^2$$

يمكن إجراء موازنة المحور بواسطة موازنة كل كتلة غير متزنة على حدة، ويتم ذلك بإضافة كتلة مصححة معاكسة. غير أن هذا الحل لا يعد جيداً، لأنه في نظام المحور تحدث دواماً وبشكل تقريبي عملية موازنة جزئية متبادلة لعدم الاتزان، لذلك لا بدّ من إتباع طريقة أخرى.



نحدد مستويي إرجاع I و II ، متعامدين مع محور الدوران z ، بحيث تكون المسافة بين هذين المستويين L . نرجع إلى هذه المستويات قوى العطالة F_{in} الناتجة عن جميع الكتل غير المتزنة ويتم ذلك باستبدال كل قوة عطالة بقوتين موازيتين لها وواقعتين في مستويات الإرجاع I و II ، لذلك تستخدم العلاقات :

$$F_1^I = F_1 L_1^I / L \quad ; \quad F_1^{II} = F_1 L_1^{II} / L$$

لذلك تكون

$$F_1^I = F_1 L_1^I / L \quad ; \quad F_1^{II} = F_1 L_1^{II} / L$$

$$F_2^I = F_2 L_2^I / L \quad ; \quad F_2^{II} = F_2 L_2^{II} / L$$

وهكذا يتم استبدال جميع القوى المتولدة نتيجة عدم الاتزان.

بجمع القوى المتولدة في كل مستوي من مستويات الإرجاع يكون :

$$\left. \begin{aligned} F^I &= \sum_i F_i^I = F_1^I + F_2^I + F_3^I + \dots \\ F^{II} &= \sum_i F_i^{II} = F_1^{II} + F_2^{II} + F_3^{II} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

وبالتالي يمكن تصور عدم اتزان المحور المفروض بالقوتين F^I ، F^{II} ، حيث يمكن تصور هذه القوى كقوى عطالة الكتلتين (m^I و m^{II}) ، المتمركزتين على مسافة (r^I ، r^{II}) عن محور الدوران بحيث يكون :

$$U^I = m^I r^I \quad ; \quad U^{II} = m^{II} r^{II}$$

والمتوضعيتين في مستويي الإرجاع I و II .

تتم موازنة هذا المحور بإضافة كتلتين مصححتين (m_k^I ، m_k^{II}) ، متمركزين على مسافة، (r_k^I ، r_k^{II}) عن محور الدوران. إذا كان بالإمكان وضع هذه الكتل في مستويات الإرجاع I و II فان هذه المستويات ستكون في الوقت نفسه مستويات التصحيح أو التوازن .

تصبح شروط التوازن الكاملة في هذه الحالة :

$$U_k^I = -U^I \quad ; \quad U_k^{II} = -U^{II} \quad (5.6)$$

أما الإحداثيات الزاوية لكل التصحيح فهي :

$$\alpha_k^I = \alpha^I + \pi \quad ; \quad \alpha_k^{II} = \alpha^{II} + \pi \quad (5.7)$$

تسمح لنا الطريقة المستخدمة أعلاه بالقول إن كتلتي الموازنة (التصحيح) ، المتوضعيتين في مستويين مختلفين تكفيان بشكل عام لموازنة محور دوار صلب غير معين.

نشير إلى أنه بدلاً من الكتل المضافة يمكن موازنة المحور الدوار بإزالة كتل منه. ويتم ذلك بإزالة كمية معينة من مادة المحور، وذلك في الجهة نفسها التي تؤثر بها القوى F_I و F_{II} . تسمى هذه العملية بثقب المحور، وتتحدد إمكانات استخدام هذه الطريقة بتركيب المحور الدوار وبنيته.

مع مراعاة عزوم الانحناء التي تنشأ داخل المحور الدوار يجب موازنة كتل عدم الاتزان قدر الإمكان في المستويات التي تظهر فيها. يبين الشكل (5-6) تأثير اختيار مستويي الموازنة في توزيع العزم في المحور الدوار من أجل عدم اتزان موزع بشكل منتظم. من أجل المحاور الدوارة المرنة التي تدور بالقرب من أحد أعداد دوراتها الحرجة تكون الموازنة في مستويين غير محددين غير كافية. تم من أجل ذلك تطوير طرائق للموازنة في ثلاثة مستويات وأكثر تتطلب جهداً حسابياً وتجريبياً أكبر بالمقارنة مع موازنة المحاور الدوارة الصلدة. يمكن الإطلاع على ذلك في المراجع المتخصصة. يجب عند اختيار مستويات الموازنة مراعاة الشروط التالية :



- الشكل (5-6) مخطط العزوم الداخلية عند اختيار مختلف لمستويي الموازنة
- (a) محور دوار دون موازنة. (b) مستويا الموازنة عند السطوح الجبهوية للمحور الدوار .
- (c) ستويا الموازنة داخل المحور الدوار .
- 1- يجب أن تكون مستويات الموازنة بعيدة قدر الإمكان عن بعضها في حالة عدم معرفة المستويات التي تقع فيها كتل عدم الاتزان .

2- في المحاور المؤلفة من عدة أجزاء وحيث تقع مستويات الموازنة على أجزاء مختلفة يجب تأمين ترتيب محدد تصميمياً للأجزاء بالنسبة لبعضها بعضاً (تأمين الأجزاء بالنسبة لبعضها بعضاً بواسطة أوتاد مثلاً).

3- عند الموازنة بواسطة الثقب يجب ألا تتأثر متانة جزء المحور .

يجب على المصمم تحديد مستويات الموازنة بشكل دقيق وعدم ترك ذلك للصدفة .

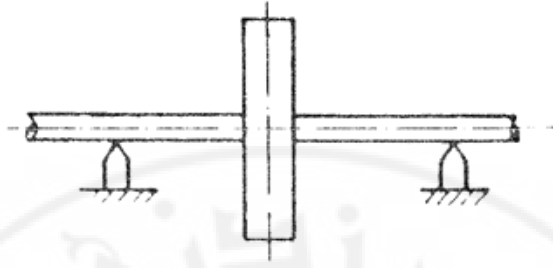
5-2-4 الموازنة العملية للمحاور الدوارة المصنعة:

إنّ المحاور الدوارة الموازنة بشكل كامل أثناء التصميم يكون لها بعد التصنيع عدم اتزان معين قليل نسبياً، و ذلك بسبب عدم انتظام مادتها و كذلك بسبب انحراف مقاييس المحاور الحقيقية عن القيم الاسمية لها. يمكن التخلص من عدم الاتزان هذا في مرحلة التصنيع باستخدام آلات موازنة خاصة. تعد عملية موازنة الآلات الدوارة من العمليات المعقدة والحساسة والتي شهدت تقدماً ملحوظاً في الآونة الأخيرة بفضل تقدم وسائل القياس الدقيق ومعالجة المعلومات الناتجة عن القياس.

5-3 آلات الموازنة :

تتحصر مهمة آلات الموازنة في قياس كمية عدم الاتزان الموجودة في محور دوار، وفي تحديد موقع إضافة كتل التصحيح اللازمة من أجل الموازنة. يمكن تمييز نوعين رئيسيين من آلات الموازنة: آلات الموازنة غير الدوارة و آلات الموازنة الدوارة . يتم في النوع الأول قياس و تحديد كتل التصحيح دون تدوير الكتلة الدوارة و المراد موازنتها . تدعى هذه الآلات بآلات التوازن الستاتيكي، أما في النوع الثاني فيتم قياس و تحديد الكتل التصحيحية أثناء تدوير الكتلة الدوارة . تدعى هذه الآلات بالآلات النابذة أو بآلات التوازن الديناميكية .

أ- آلات الموازنة الإستاتيكية: يتم في هذه الآلات إجراء الموازنة الإستاتيكية و ذلك بترك المحور الدوار ينوس بعد تثبيته على حرفين حادين كما في الشكل (5-7).



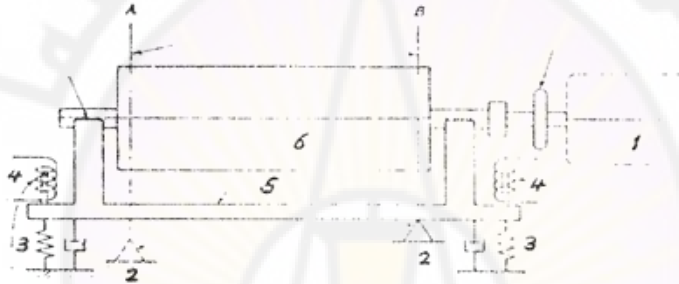
الشكل (5-7) آلة موازنة ديناميكية

ب- آلات الموازنة الديناميكية: تتألف هذه الآلات من قاعدة تركيب وحدة قياس تابعة، تحتوي القاعدة على مساند يرتكز عليها المحور الدوار المراد موازنته، و يتم تدوير الدوار بسرعة ثابتة بمحرك كهربائي. يبين الشكل (5-8) صورة لإحدى آلات الموازنة الديناميكية. نلاحظ أن المساند التي يرتكز عليها المحور الدوار يمكن أن تنزلق على محور الآلة الطولي وذلك لتناسب أبعاد المحور الدوار المراد موازنته. تمثل هذه الآلة نموذجاً لآلات التوازن الديناميكية التي تحتوي على مستوي توازن. تتم قراءة قيمة و موقع كتل التصحيح الواجب إضافتها لكل مستوي توازن مباشرة على لوحة الجهاز، إذ يتم تحسس عدم الاتزان باستخدام الحساسات المركبة على مساند الآلة. تصنف آلات الموازنة الديناميكية بصورة عامة إلى نوعين حسب ما تكون مساندها مرنة أو صلبة. لندرس نوعين من آلات الموازنة التي تحتوي على استناد مرن ، حيث تقوم الحساسات بقياس اهتزاز المساند.

الشكل (5-8) آلة موازنة ديناميكية

5-3-1 آلات الموازنة ذات الإطار الارتكازي أو ذات الإطار النواس:

يبين الشكل (5-9) رسماً تخطيطياً لآلة موازنة ذات إطار ارتكازي. يركب المحور الدوار بواسطة مساند تدرجية على الإطار النواس. يربط المحور بواسطة محور مفصلي مع محرك كهربائي، حيث يمكن للإطار أن يتأرجح حول أحد المضجعين التآرجحين، اللذين يعيران حتى ينطبقا على مستويي الموازنة لمحور الدوار. في الشكل يتأرجح الإطار حول المضجع الأيمن. يتصل طرفا الإطار في الأسفل بنوابض ومخمدات بحيث يشكل نظاماً مهتزاً ذات درجة طلاقة واحدة.



الشكل (5-9) رسم تخطيطي لآلة الموازنة ذات الإطار الارتكازي:

1) محرك، 2) مضجع التآرجح (يساري ويميني)، 3) نوابض ومخمدات، 4) أجهزة قياس سعة الاهتزازات، 5) الإطار النواس، 6) المحور الدوار، A و B مستويي الموازنة. تعير النوابض بالنسبة لكتلة المحور الدوار بحيث يكون التواتر الذاتي أصغر بكثير من التواتر الدائري لعدد دورات المحرك Ω . في هذه الحالة لا تتعلق سعة الاهتزاز بعدد دورات المحرك.

يبين الشكل أيضاً أجهزة لقياس سعة الاهتزاز عند كل من نهايتي الإطار. يتحرك في كل منهما مغناطيس دائم يتصل بالإطار داخل وشيعة ثابتة. يتناسب التيار أو الجهد الكهربائي المعرض طرئاً مع سعة الاهتزاز. تتم التجربة بعد تعيير موضع المضجعين، بحيث يقعان في مستويي الموازنة، حيث ينوس الإطار حول أحد المضجعين ويقرأ مقدار عدم الموازنة و زاوية موقعه. إن القراءات المأخوذة عن مستوي الموازنة الأول مستقلة

عن عدم الموازنة الموجود في المستوي الثاني، لأنَّ عدم الموازنة هذا ليس له عزم حول المضجع الواقع تحته مباشرة . تتناسب سعة الاهتزاز المقاسة طردياً مع مقدار الموازنة في المستوي A أولاً ثم في المستوي B.

يحدد موضع عدم الموازنة بواسطة مؤشر طور يركب على محور المحرك و يعد مبدأ لقياس الزوايا. يعطي هذا المؤشر إشارة كهربائية عند كل دورة للمحرك. فإذا قورنت هذه الإشارات مع الإشارات التي يعطيها جهاز قياس سعة الاهتزاز على جهاز راسم (ozillograph) يمكن معرفة الزاوية التي تكون عندها سعة الاهتزاز أعظمية . في حالة $(\frac{\Omega}{\omega} \geq 3)$ تكون زاوية فرق الطور بين القوة الناتجة عن عدم الموازنة و سعة الاهتزاز 180 درجة (الشكل (5-10)).

الشكل (5-10) لتحديد موضع عدم الموازنة

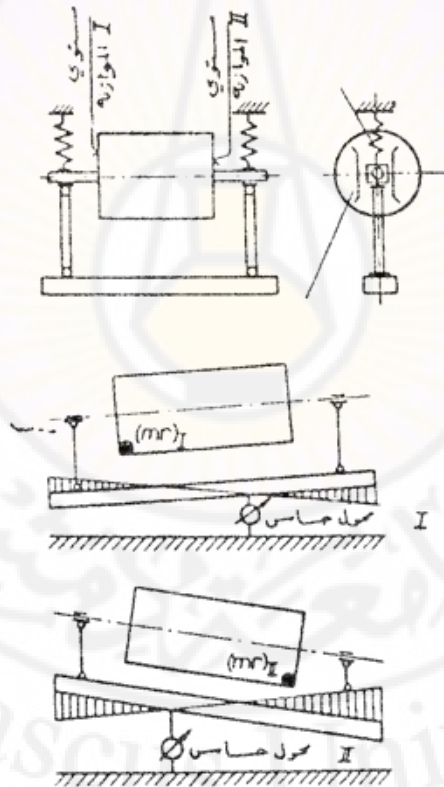
عندما تكون سعة الاهتزازات الشاقولية أعظمية نحو الأسفل، مثلاً ، تكون القوة الناتجة عن عدم الموازنة شاقولية نحو الأعلى .

5-3-2 آلات الموازنة ذات القضيب النواس (المتأرجح):

تتم الموازنة بواسطة الآلات ذات القضيب النواس من الناحية المبدئية على الشكل التالي: يتم في البداية تركيب محور دوار للفحص يكون موازناً بشكل كامل ومثالي. توضع بعدئذ في أحد مستويي الموازنة (مثلاً، في مستوي الموازنة I) كتلة عدم موازنة و يدور المحور بسرعة زاوية Ω تكون أكبر بكثير من التواتر الذاتي للنظام المهتز . يتم في هذه الحالة تحديد موضع نقطة النوس أو التأرجح بواسطة محول حساس للانتقال ، فيكون الانتقال في نقطة النوس مساوياً للصفر (الشكل (5-11)).

فإذا وضعنا عدم موازنة معين في مستوي الموازنة الآخر (المستوي II مثلاً) يمكننا بواسطة المحور الحساس للانتقال، المركب في نقطة النوس، تحديد حساسية الإشارة و سعة الاهتزاز منسوبة إلى مقدار عدم الموازنة في المستوي II دون أن تتأثر هذه الإشارة بمقدار عدم الاتزان الذي قد يكون موجوداً في المستوي I لأن القياس يتم في نقطة النوس التابعة لهذا المستوي.

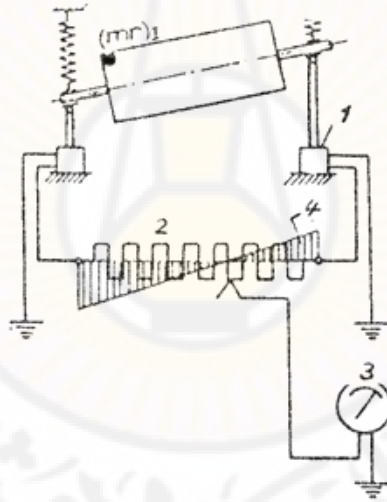
يتم بعدئذ تحديد نقطة النوس من أجل عدم موازنة موجود في مستوي الموازنة II و يوضع في هذا الموضع مقياس الانتقال (محور حساس للانتقال) و تعين حساسية الإشارة لهذا المقياس بواسطة عدم موازنة موجود في مستوي الموازنة I .



الشكل (5-11) آلة الموازنة ذات القضيب النواس

يبين مقياس الانتقال بالتالي عدم الموازنة المنسوب في مستوي الموازنة التابع لكل منها. يتم تحديد موضع عدم الموازنة في المستويين (الزاوية بين موضع عدم الموازنة ومبدأ قياس الزوايا على المحور) بنفس الطريقة نفسها التي تستخدم في آلات الموازنة ذات الإطار الإرتكازي (الإطار النواس).

يظهر في آلات الموازنة ذات الإطار الكهربائي عوضاً عن القضيب النواس المتحرك كمون كهربائي يبني من محولات ميكانيكية كهربائية في المضاجع. يكافئ الكمون الموجود مقدار اهتزاز المحور الدوار. يكون الكمون من أجل نقطة النوس مساوياً الصفر. وعوضاً عن أجهزة قياس الانتقال تظهر في هذه الحالة أجهزة لقياس الجهد الكهربائي (الكمون) (الشكل (5-12)) تعمل حسب هذا المبدأ معظم آلات الموازنة.

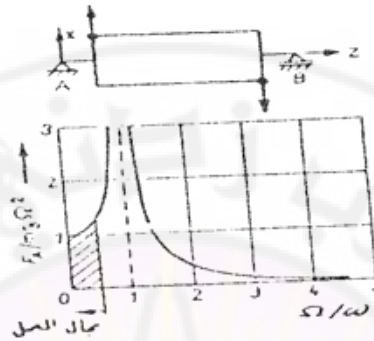


الشكل (5-12) آلة الموازنة ذات الإطار الكهربائي :

1) محرك الانتقال إلى جهد كهربائي، 2) مقاومة كهربائية، 3) جهاز قياس الجهد الكهربائي، 4) تناقص الجهد الكهربائي.

يتم في آلات الموازنة التي تحتوي على مساند صلبة قياس القوى المنقلة إلى المضاجع، الناشئة عن عدم الاتزان، ثم يتم تحديد مقادير ومواضع عدم الموازنة من معادلات قوى المضاجع (ردود الأفعال). يتم القياس في المنطقة ما تحت الحرجة، حيث يكون التواتر

الذاتي ω أكبر بكثير من التواتر الدائري للدوران Ω (يقع مجال العمل عند عدد الدورات 300 إلى 3000 دورة/ دقيقة). يبين الشكل (5-13) مجال العمل في هذه الآلات.



الشكل (5-13) مجال العمل في آلات الموازنة المحتوية على مساند صلبة

5-4-2- الموازنة الميدانية:

يتم استخدام هذه الطريقة في إحدى الحالات التالية:

1- تعذر استخدام آلة الموازنة بسبب عدم توفرها أو بسبب تعذر تركيب المحور الدوار على آلة الموازنة نظراً لكبر حجمه.

2- ضرورة موازنة المحور الدوار في ظروف خدمته الفعلية.

يتم إجراء عملية الموازنة في هذه الحالة باستخدام أجهزة قياس محمولة، ويحتاج استخدام هذه التجهيزات بشكل عام إلى خبرة تخصصية رفيعة في مجال قياس الاهتزازات، وذلك لأن الوسيلة الوحيدة لتلمس آثار عدم الموازنة في آلة دوارة في ظروف خدمتها الفعلية هي بمراقبة الاهتزازات المنقلة إلى أساسها. يعتمد مبدأ الموازنة هنا على تحليل نتائج قياس الاهتزازات في مخادع المساند وذلك بعد وضع حساسات خاصة على هذه المخادع. يمكن تطبيق هذه الموازنة في مستوي واحد أو في مستويين، يمكن الاطلاع على مراحل عملية الموازنة الميدانية في المراجع المتخصصة.

5-4- موازنة الكتل في آليات الوصل:

5-4-1 - الموازنة الكاملة للآليات:

تمّ في الفصل السابق إيجاد القوى المنتقلة إلى هيكل و أساس الآلات. يمكن حساب القوى المحصلة للهيكل بواسطة تسارع نقطة مركز النقل الكلي S للآلة حسب:

$$F_x^m = -\ddot{X}_s \sum_{i=2}^I m_i \quad (5.8)$$

$$F_y^m = -\ddot{y}_s \sum_{i=2}^I m_i \quad (5.9)$$

يتحرك مركز النقل الكلي للآلة بتسارع $(\ddot{x}_s, \ddot{y}_s)$ ، بينما قوة العطالة الكلية تؤثر في مركز النقل الكلي.

إنّ شرط الموازنة الكاملة للآلة هو أن تكون محصلة قوى عطالة حدودها لأي وضعية تأخذها الآلية مساوية للصفر:

$$F_x^{in} = 0 \quad ; \quad F_y^{in} = 0 \quad (5.10)$$

و عزوم هذه القوى يجب أن تكون أيضاً مساوية للصفر:

$$M(\vec{F}^{in}) = 0$$

بما أنّ الكتلة لا تساوي الصفر فيجب أن يكون التسارع مساوياً للصفر:

$$\ddot{X}_s = 0 \quad ; \quad \ddot{y}_s = 0 \quad (5.11)$$

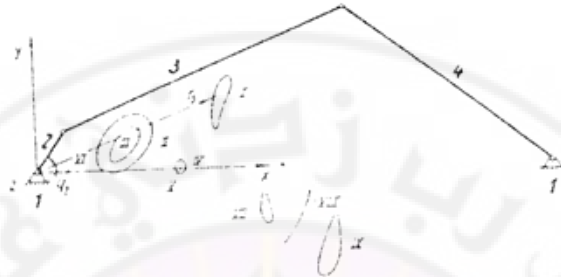
يتحقق هذا الشرط في حالتين: إما عندما تكون حركة مركز ثقل الآلية منتظمة وخطية أو عندما يكون مركز النقل الكلي للآلية في حالة سكون. من الواضح أنّ الشرط الأول لا يمكن أن تحقّقه الآلية، لأنّ حدودها تتحرك بشكل دوري ومركز النقل يتحرك وفق منحني مغلق، كما يبين الشكل (5-14).

يتم تنفيذ الموازنة الكلية من الناحية العملية بشكل نادر بسبب المساوي التالية:

1- تنشأ غالباً آليات ذات مقاييس لا يمكن تحقيقها تصميمياً.

2- يجب تغيير كتل حدود الآلية غالباً بشكل كبير.

3- على الرغم من موازنة القوى المحصلة للقوى. يمكن أن تزداد القوى الافرادية للمضاجع و للمفاصل و كذلك العزم المحصل لقوى العطالة.



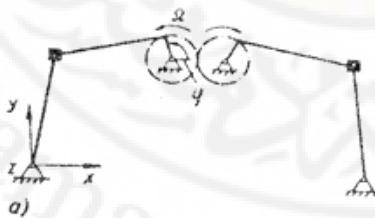
الشكل (5-14) مسارات نقطة مركز الثقل لمرفق متأرجح من أجل 9 حالات مختلفة

لكتل ولمواضع نقاط مراكز ثقل حدود الآلية المتحركة. ولكي يتم توازن الآلية يجب أن يكون مركز ثقلها ثابتاً.

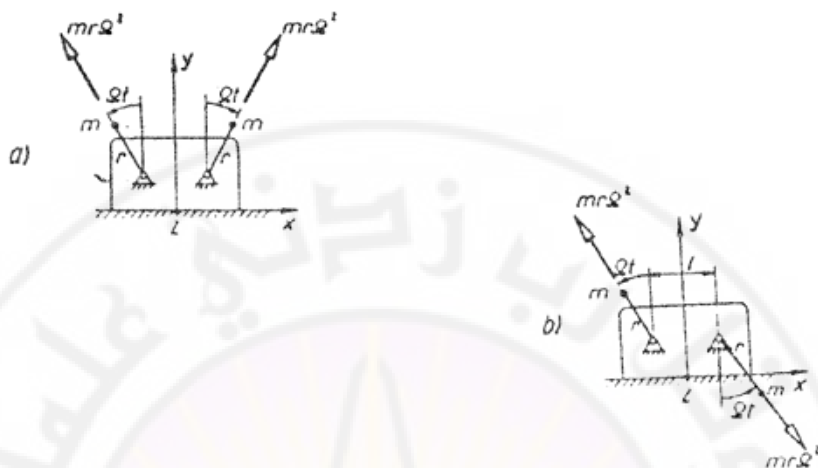
إلى جانب الموازنة الكلية للكتل التي تم ذكرها، يمكن من الناحية العملية التوصل إلى تحسين الوضع بواسطة الإجراءات التالية:

1- توليد حركة معاكسة مكافئة، أي الموازنة بواسطة قوى عطالة بالاتجاه المعاكس و لها القيمة نفسها لآلية أخرى، كما يبين الشكل (5-15) .

2- موازنة توابع توافقية محددة بمساعدة آليات الموازنة. يبين الشكل (5-16) آليات لتوليد قوة توافقية وعزم، بينما تبين الأشكال (5-17) و (5-18) إمكانات أخرى.



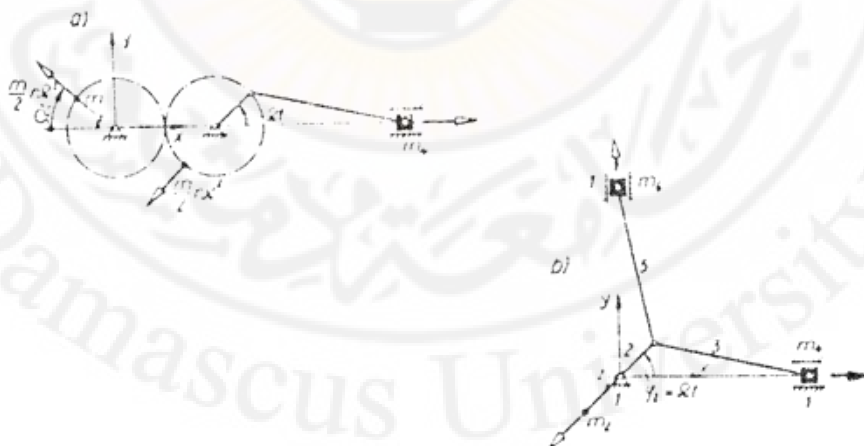
الشكل (5-15) إمكان موازنة الكتل بواسطة تركيب آلية تتحرك بشكل معاكس .



الشكل (5-16) آليات لتوليد توابع توافقية

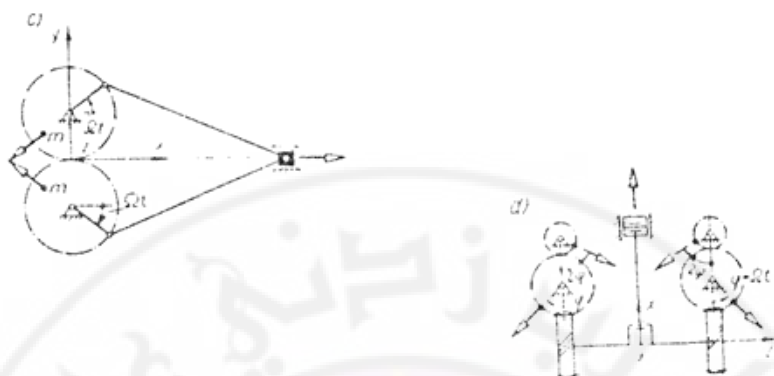
a) $F_x = 0; F_y = 2m_r \cdot \Omega^2 \cdot \cos \Omega t; M_z = 0$

b) $F_x = 0; F_y = 0; M_z = m_r \Omega^2 \sin \Omega t$



الشكل (5-17) إمكانات تصميمية لموازنة توابع توافقية إفرادية

(a) قوى و عزوم M_z (التابع التوافقي الأول)، (b) قوى (ذات الترتيب الأول)



الشكل (5-18) إمكانات تصميمية لموازنة توابع توافقية إفرادية

(c) قوى وعزوم M_z (التابع التوافقي الأول)، (d) قوى (ذات الترتيب الأول و الثاني) 3- في الآلات ذات الأسطوانات المتعددة بواسطة ترتيب أوزان مقابلة (معاكسة) وبواسطة زوايا مختلفة للمرافق وبواسطة إزاحة مستوي الآلية بالنسبة للمحور وبواسطة أنصاف أقطار مختلفة لأذرع المرافق وكتل مختلفة للمكابس.

5-4-2 موازنة الكتل في الآلية المرفقية الانسحابية (الشكل (5-19)):

تستعمل الآلية المرفقية الانسحابية في كثير من الآلات لتحويل الحركة الدائرية إلى حركة انسحابية وبالعكس، بحيث أخذت موازنة الكتل فيها أهمية كبيرة منذ زمن بعيد، حيث توجد إمكانات متعددة من أجل موازنة الكتل.



الشكل (5-19) الآلية المرفقية الانسحابية

لا تؤثر في الهيكل قوى محصلة إذا بقي مركز الثقل أثناء الحركة في حالة السكون. تبقى نقطة الثقل في حالة السكون (لا تظهر قوى عطالة محصلة على الهيكل)، إذا تحققت الشروط التالية :

$$m_2 \ddot{\xi}_2 + (m_3 + m_4) L_2 = 0 \quad (5-12)$$

$$m_3 \ddot{\xi}_3 + m_4 L_3 = 0 \quad (5-13)$$

تنتج من هذه المعادلات أبعاد نقطة مركز الثقل من مفاصل الدوران في حالة الموازنة الكاملة:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_2 + \frac{-m_3 + m_4}{m_2} L_2 \\ \ddot{\xi}_3 = \frac{-m_4}{m_3} L_3 \end{aligned} \quad (5.14)$$

وهي تكافئ الطلب بوضع مركز الثقل المشترك للكتل m_3 و m_4 في المفصل (2-3). في حالة تحقق المعادلة (5-13) فقط يتحرك مركز الثقل على مسار دائري و تتولد قوى تحريض توافقية. إذا وقعت نقطة مركز الثقل للكتلتين m_3 و m_4 في المفصل (2-3) يمكن إزاحتها بواسطة الكتلة المعاكسة m_2 إلى النقطة (2-1) بحيث لا تغير موضعها. لا تطبق الموازنة الكاملة للكتل كما تم شرحها من الناحية العملية إلا نادراً. تعدّ الموازنة الجزئية ذات أهمية أكبر لأنّ تحقيقها يتم بشكل أبسط.

تتألف القوى (F_x, F_y) و العزم من خلال قانونها الزمني من عدة توابع توافقية. تدعى المركبة التوافقية الأولى بقوة العطالة ذات الترتيب الأول. يتغير الحد الثاني في سلسلة (فورييه) بضعف التواتر و لذلك تدعى بقوة الكتلة ذات الترتيب الثاني.

تصبح قوة العطالة ذات الترتيب الأول للقوة F_x موازنة إذا تحقق الشرط (5-12)، أي إذا تم تثبيت كتلة موازنة فقط عند المرفق.

تكون كتلة الموازنة، حسب (5-14)، متواجدة عند الجهة المقابلة للمرفق. تتحقق هذه الموازنة من الناحية العملية تصميمياً بواسطة جزء دائري (مقطع من دائرة).

تكون قوة العطالة ذات الترتيب الأول ل F_y موازنة إذا تحقق الشرط :

$$m_2 \ddot{\xi}_{s_2} + m_3 L_2 \left(1 - \frac{\ddot{\xi}_{s_3}}{L_3} \right) = 0 \quad (5.15)$$

لا يمكن موازنة العزم M_2 بشكل كامل. ينشأ هذا العزم بسبب القوة النازمية التي يؤثر بها المكبس في مسنده الانزلاقي ويساوي في قيمته العزم المحرك.

تكون قوى العطالة ذات الترتيب الأعلى من الأول موازنة إذا تحققت المعادلة (5.13) تم تطبيق الإمكانات الأخرى للموازنة والمبينة في الأشكال (5-17) و (5-18) عملياً. يصطدم التحقيق العملي لهذه الإمكانات غالباً بالتكاليف الاقتصادية العالية جداً، يجب على المصمم في كل حالة اختيار الطريقة الملائمة وفيما إذا كانت التكاليف تتناسب مع الفائدة التي يمكن التوصل إليها.

5-4-3- شروط موازنة القوى التوافقية المختلفة في الآلات ذات الاسطوانات المتعددة :
تستخدم في مجال إنتاج المحركات و الضواغط غالباً آلات ذات اسطوانات متعددة حيث ترتبط عدة آليات انسحابية مرفقيه بواسطة محور مشترك. يمكن بواسطة اختيار ملائم للمواضع النسبية لمستويات الآليات والدوران النسبي لزوايا المرافق التوصل إلى موازنة متبادلة لبعض القوى التوافقية .

يجب التأكيد على أن موازنة الكتل تخفف فقط من القوى المنتقلة إلى القاعدة. يمكن بواسطة مثل هذه الموازنة أن تسوء حالة القوى على محور المرفق والحمولات الديناميكية على مضاجع بعض المفاصل الافراذية، بحيث ستحد من مقدرة الآلة على العمل. لذلك يجب عند تطبيق موازنة الكتل مراعاة التأثيرات الجانبية دائماً (مثلاً، مراعاة التأثير في التوترات الذاتية أيضاً).

سيفترض من أجل الاشتقاقات التالية أن محاور الاسطوانات و محور عمود المرفق تقع في مستوي واحد وهو المستوي (x, y) . يتم بهذا إدراك حالة المحرك التسلسلي (المحرك المستقيم) الذي يتألف من K اسطوانة.

سيتم إخراج المحرك (7) والمحرك النجمي، حيث تشكل اتجاهات المكابس زاوية معينة لبعضها بالنسبة لبعض، من التأملات التالية. سيفترض بالإضافة إلى ذلك بأن جميع الكتل الدوارة أي محور المرفق مع الأجزاء الدوارة لأذرع التوصيل موازنة بشكل كامل وبأن جميع

المكابس متماثلة (كتل متساوية و مقاييس هندسية متساوية) و لها فقط زوايا مختلفة للمرافق (الشكل (20-5)) سيرمز إلى الزاوية بين المرفق الأول ($j = 1$) و المرفق j بـ γ_j



الشكل (20-5) لاشتقاق شروط الموازنة في الآلات ذات الأسطوانات المتعددة
يمكن إعطاء قوى العطالة للكتل الترددية (المكبس و جزء ذراع التوصيل m_j) (الشكل (19-5)) على شكل سلسلة فورييه. يسري من أجل كل مكبس مفعول:

$$F_j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n(\Omega t + \gamma_j) + B_n \sin n(\Omega t + \gamma_j) \quad (5.16)$$

$$(j=1, \dots, k)$$

حيث ترمز n إلى ترتيب التابع التوافقي. إذا افترضنا أن محور المرفق يدور بسرعة زاوية ثابتة Ω فتكون زوايا المرفق الفردية.

$$\varphi_j = \Omega t + \gamma_j$$

يسري من أجل الاسطوانة الأولى مفعول $\varphi_j = 0$: تتحدد عوامل فورييه $(A_n; B_n)$ بواسطة الطرائق الرياضية المعروفة وهي غير مهمة من أجل الموازنة.

تنتج القوى و العزوم المحصلة الديناميكية التي تنتقل إلى الأساس بوجود K اسطوانة على الشكل:

$$F_y = \sum_{j=1}^k F_j \quad ; \quad M_x = \sum_{j=1}^k F_j z_j \quad (5.17)$$

بهذا يكون $\bar{r}_j$ هو بعد مستوي الآلية عن المستوي (y, x) لنظام الإحداثيات (قارن الشكل (20-5))

بتعويض المعادلة (5.16) في المعادلة (5.17) و باستعمال علاقات الجمع و بعض التحويلات نحصل على

$$F_y = \sum_j \sum_n \left[A_n (\cos n\Omega t \cos n\gamma_j - \sin n\Omega t \sin n\gamma_j) + B_n (\sin n\Omega t \cos n\gamma_j + \cos n\Omega t \sin n\gamma_j) \right] \quad (5.18)$$

$$F_y = \sum_n [(A_n \cos n\Omega t + B_n \sin n\Omega t) \sum_j \cos(n\gamma_j) + (-A_n \sin n\Omega t + B_n \cos n\Omega t) \sum_j \sin(n\gamma_j)] \quad (5.19)$$

ينتج من مقارنة العوامل أن القوة التوافقية ذات الترتيب n للقوة المحصلة لآلة ذات أسطوانات متعددة تكون موازنة بشكل كامل إذا تحققت المعادلتان التاليتان:

$$\sum_{j=1}^k \cos n\gamma_j = 0 \quad (5.20)$$

$$\sum_{j=1}^k \sin n\gamma_j = 0 \quad (5.21)$$

بشكل مطابق تكون التوابع التوافقية ذات الترتيب n للعزم M_x موازنة بشكل كامل إذا تحقق :

$$\sum_{j=1}^k z_j \cos n\gamma_j = 0 \quad (5.22)$$

$$\sum_{j=1}^k z_j \sin n\gamma_j = 0 \quad (5.23)$$

هذه هي أهم الشروط من أجل موازنة قوى العطالة ذات الترتيب n في الحالات ذات الأسطوانات المتعددة. من المثير للاهتمام أن كتل حدود الآلية وعدد الدورات والمقاييس الهندسية لا تدخل في هذه المعادلات.

توجد لحساب زوايا المرفق γ_j و الأبعاد r_j (وهي بوجود K آليات، $2k$ مجاهيل)، والتي يجب أن تكون معلومة من أجل الموازنة الكاملة، أربع معادلات مثلثية لكل ترتيب n .

تتبقى أيضاً عندما تتحقق هذه الشروط بشكل طبيعي قوى وعزوم معينة عندما لا تكون جميع الآليات متماثلة (فروق في الإنتاج).

5-4-4- الموازنة المثلى (الأفضل OPTIMUM)

تؤدي الصعوبات التي تم ذكرها إلى عدم تحقيق الموازنة الكاملة عملياً. تسمح الموازنة المثلى بمراعاة الحدود الموجودة دائماً وهي تستعمل الطرائق الرياضية للمفاضلة و تتطلب منشآت الحاسبات الالكترونية.

يمكن تغيير كتل و عزوم العطالة الكتلية لكل حد للآلية و كذلك إحداثيات. مراكز ثقل الحدود (ζ_{si}, η_{si}) عملياً فقط ضمن حدود معينة يعرفها المصمم.

يتم هذا التحديد بواسطة الحدود السفلى والعليا لما يسمى وسائط الكتل :

$$\begin{aligned} m_{imin} \leq m_i \leq m_{imax} \quad ; \quad J_{smin} \leq J_{si} \leq J_{smax} \\ \zeta_{smin} \leq \zeta_{si} \leq \zeta_{smax} \quad ; \quad \eta_{smin} \leq \eta_{si} \leq \eta_{smax} \end{aligned} \quad (5.24)$$

$i=1,3,\dots,I$

تشكل القوى المؤثرة في هيكل الآلة تابعاً لعدد الدورات وللمقاييس الهندسية للآلية ولوسائط الكتل التي تم ذكرها.

يتم احتواء وسائط الكتل التي تعد متغيرة في كل آلة في الشعاع :

$$x^T = (\dots, m_i, J_{si}, \zeta_{si}, \eta_{si}, \dots) \quad (5.25)$$

إذا درسنا آلية مستوية فقط يمكن التعبير عن شرط الموازنة المثلى للكتل رياضياً على الشكل التالي :

$$f(x) = W_1 \sum_j F_x^2(x, t_j) + W_2 \sum_j F_y^2(x, t_j) + W_3 \sum_j M_z^2(x, t_j) =$$

(5.26)

نهاية صغرى =

تشكل العوامل W_1, W_2, W_3

عوامل تقويم (تقدير) تعبر عن مدى تشديد المصمم على مطلب النهاية الصغرى لأحد مقادير القوى هذه وهي كلها موجبة.

إذا كان أحد عوامل التقويم مساوياً الصفر فهذا يعني أنه لا تتم عند المفاضلة مراعاة مقدار القوة، المتعلق به [لا يساهم الحد المتعلق بهذا العامل في بناء التابع $f(x)$]. أصبح تطبيق الموازنة المثلى معداً و مهيئاً من الناحية الرياضية و التقنية الحسابية بواسطة برامج حسابية بحيث ينحصر عمل المصمم في إعطاء حلول عملية يمكن تحقيقها من أجل وسائط الكتل و في اختبار هادف لعوامل التقويم.

مسائل تطبيقية:

م (5-1) تمت موازنة قوى العطالة في إحدى الآلات بواسطة إجراءات تصميمية . المطلوب الحكم على مدى فعالية موازنة الكتل عند تصغير عدد دورات الآلة إلى النصف في حالة الموازنة الكلية وفي حالة موازنة قوى العطالة ذات الترتيب الأول.

الحل:

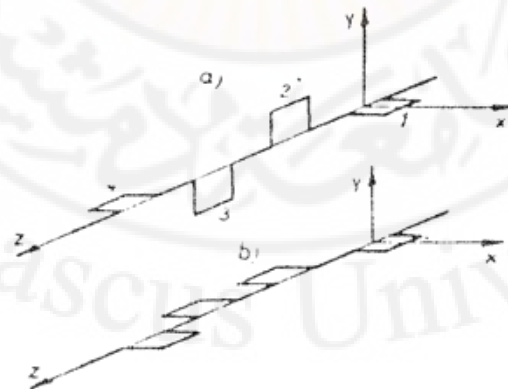
تكون موازنة الكتل في حالة الموازنة الكلية محققة عند جميع أعداد الدورات. تتغير عند موازنة القوى التوافقية الافراذية حالة الموازنة مع عدد الدورات. تصل قوة العطالة ذات الترتيب الثاني غير الموازنة، عند تصغير عدد الدورات إلى النصف، إلى تواتر تحريض القوة الموازنة في الأصل ذات الترتيب الأول و تتخفض سعتها إلى ربع القيمة الأصلية.

م (5-2) توجد لموازنة القوى التوافقية الافراذية لآلة ذات أربع اسطوانات المقادير التالية لزوايا المرفق والمطروحة للمناقشة (الشكل م 5-2))

الحالة الأولى : $\gamma_1 = 0^\circ ; \gamma_2 = 90^\circ ; \gamma_3 = 270^\circ ; \gamma_4 = 180^\circ$

الحالة الثانية : $\gamma_1 = 0^\circ ; \gamma_2 = 180^\circ ; \gamma_3 = 180^\circ ; \gamma_4 = 0^\circ$

المطلوب: تحديد ترتيب القوى والعزوم الموازنة في الحالتين (بعد الاسطوانات عن بعضها متساوٍ في الحالتين).



الشكل (م 5-2) (a) الحالة الأولى، (b) الحالة الثانية

الحل :

يمكن دون تحديد الحالة العامة وضع الزاوية $\gamma_1 = 0$. إذا وضع كذلك نظام الإحداثيات عند المرفق الأول يسري مفعول $z_1 = 0$. تصبح عندئذ الشروط العامة للموازنة حسب المعادلات (20-5) و حتى (23-5) من أجل آلة ذات أربع اسطوانات :

$$\left. \begin{aligned} 1 + \cos n\gamma_2 + \cos n\gamma_3 + \cos n\gamma_4 &= 0 \\ 0 + \sin n\gamma_2 + \sin n\gamma_3 + \sin n\gamma_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ القوى ذات الترتيب } n$$

$$\left. \begin{aligned} 0 + z_2 \cos n\gamma_2 + z_3 \cos n\gamma_3 + z_4 \cos n\gamma_4 &= 0 \\ 0 + z_2 \sin n\gamma_2 + z_3 \sin n\gamma_3 + z_4 \sin n\gamma_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ العزوم ذات الترتيب } n$$

يسري من أجل الحالة الأولى مع الزوايا المعطاة مفعول :

$n = 1 :$	$n=2:$
$1+0+0-1=0$	$1-1-1+1=0$
$0+1-1+0=0$	$0+0+0+0=0$
$0+0+0-z_4 \neq 0$	$0-z_2 - z_3 + z_4 = 0$
$0 + z_2 - z_3 + 0 \neq 0$	$0+0+0+0=0$

تكون إذا القوى ذات الترتيبين الأول والثاني والعزوم ذات الترتيب الثاني موازنة. تكون العزوم ذات الترتيب الأول بسبب عدم تحقيق الشروط $z_2 = z_3$ و $z_4 = 0$ غير موازنة. ينتج عند اختيار آخر للزوايا (الحالة الثانية)

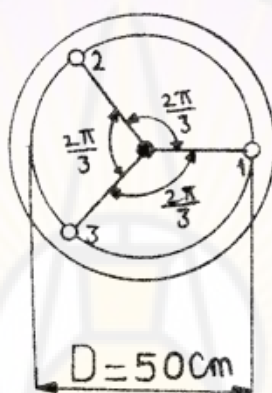
$n = 1 :$	$n=2:$
$1-1-1+1=0$	$1+1+1+1=0$
$0+0+0+0=0$	$0+0+0+0=0$
$0-z_2 - z_3 + z_4 = 0$	$0+z_2 + z_3 + z_4 \neq 0$
$0 + 0 + 0 + 0 = 0$	$0+0+0+0=0$

تكون في هذه الحالة القوى والعزوم ذات الترتيب الأول موازنة، بينما القوى والعزوم ذات الترتيب الثاني غير موازنة.

م5-3) قرص فولاذي رقيق ومتجانس، يحتوي على كتلة إضافية $m_3 = 100g$ ، وفيه ثقبان 1 و 2، كتلة المادة المزالة من كل منهما $m_1 = m_2 = m_3 = 100g$. يتوضع الثقبان والكتلة كما في الشكل (م 3-5)

المطلوب:

موازنة القرص في مستويه بكتلة m_k تقع على محيط الدائرة $D = 50cm$ وحساب قيمة هذه الكتلة. علماً أن السرعة الزاوية لدوران القرص هي $\omega = 100 \left(\frac{1}{s} \right)$



الشكل (م5-3) قرص فولاذي رقيق.

الحل :

إن القوى النابذة عن الكتلة المضافة m_3 و الكتل المزالة m_1 و m_2 هي قوى متساوية لأن $m_1 = m_2 = m_3 = m$ و هي :

$$F_1 = F_2 = F_3 = F = m \frac{D}{2} \omega^2$$

تكون مساقط القوة المحصلة F_R :

$$F_{Rx} = -F_1 + F_2 \cos 60^\circ - F_3 \cos 60^\circ = -F_1$$

$$F_{Ry} = -F_2 \sin 60^\circ - F_3 \sin 60^\circ = -2F_2 \sin 60^\circ = -\sqrt{3}F_2$$

و تكون القوة المحصلة :

$$F_R = \sqrt{F_R^2 + F_{R'}^2} = 2F = 2.0,1.0,25(100)^2$$

$$F_R = 500(\text{N})$$

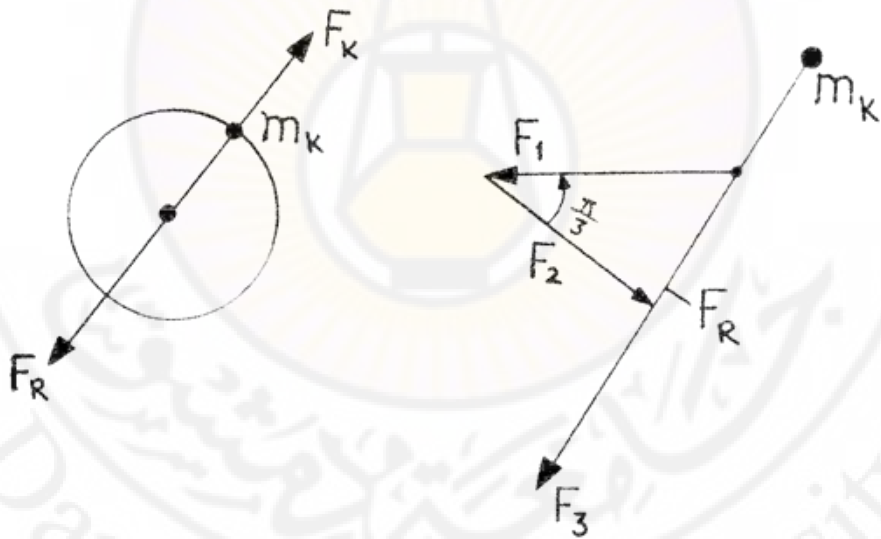
لموازنة القرص نضع كتلة تصحيح في الاتجاه المعاكس لـ F_R وعلى خط تأثيرها، بحيث تشكل قوة نابذة:

$$F_k = m_k \frac{D}{2} \omega^2 = F_R$$

ومنه نوجد مقدار الكتلة المضافة اللازمة لموازنة القرص في مستويته فتكون:

$$m_k = 2m = 200(\text{g})$$

يمكن الحصول على القوة F_R تخطيطياً برسم مضلع القوى النابذة الناتجة عن m_1 و m_2 و m_3 وذلك بمقياس رسم مناسب، كما هو موضح على الشكل المرافق.



لتحديد القوة F_R تخطيطياً

م (4-5) تقع الكتلة المزلة ($m_1 r_1$) والكتلة المضافة ($m_2 r_2$) في المستوي A (الزاوية بينهما π). المطلوب تحديد ($m_1 r_1$) و ($m_2 r_2$) الواقعتين في المستويين I و II و

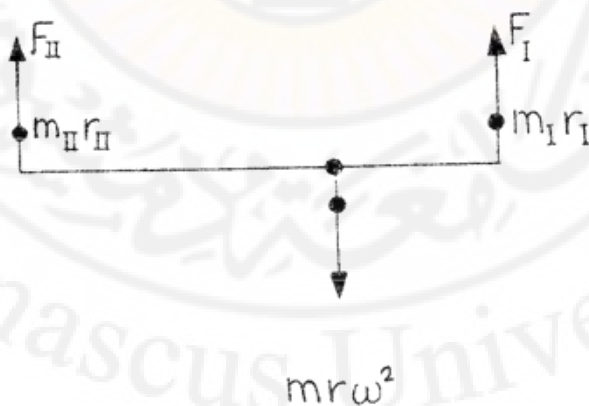
اللازمتين لموازنة عدم الاتزان في المستوي A. موازنة كاملة (موازنة ديناميكية)، مع تحديد
وضعية الكتل المضافة بالنسبة لمبدأ قياس الزوايا مع الرسم .
المعطيات :

$$m_2 r_2 = 15 \text{ (g.cm)} ; m_1 r_1 = 10 \text{ (g.cm)}$$

الشكل (م5-4) لإجراء موازنة ديناميكية

الحل :

نوجد أولاً القوة المحصلة للقوتين الناتجتين من الثقب $m_1 r_1$ والكتلة $m_2 r_2$ فتكون
المحصلة حسب الشكل المرافق:



و مقدارها :

$$F_R = (m_1 r_1 + m_2 r_2) \omega^2 = m_1 \omega^2$$

للموازنة نضيف كتلتين في المستويين I و II حسب الشكل المرافق بحيث تتشكل القوتان F_I و F_{II} :

$$F_I = m_I r_I \omega^2 \quad ; \quad F_{II} = m_{II} r_{II} \omega^2$$

لإيجاد قيمة $(m_I r_I)$ و $(m_{II} r_{II})$ نكتب معادلة العزوم حول I

$$F_I \frac{3\ell}{2} = F_R \ell$$

$$F_I = F_R \frac{2}{3} \Rightarrow m_I r_I \omega^2 \cdot \frac{3}{2} \ell = m r \omega^2 \cdot \ell$$

و بالتالي:

$$m_I r_I = 16,7 \text{ (g cm)}$$

بكتابة معادلة العزوم حول المحور I نجد:

$$F_{II} \frac{3\ell}{2} = F_R \frac{\ell}{2}$$

و بالتالي تكون:

$$m_{II} r_{II} = 8,3 \text{ (g cm)}$$

أما مواضع الكتل المضافة بالنسبة لمبدأ قياس الزوايا فهي :

$$\alpha_I = 0 \quad ; \quad \alpha_{II} = 0$$



الفصل السادس

مسائل عامة



م6-1 - المسألة الأولى:

من أجل آلة طباعة يمكن إعطاء النموذج الحسابي المبين في الشكل (م6-1)، من أجل هذا النموذج يطلب تحديد:

1- مخطط $\varphi' = f(\varphi)$

2- درجة عدم الانتظام للدولاب المعدل δ .

3- السرعة الزاوية الوسطية الحقيقية للمحرك.

يمكن إهمال مقاومات الاحتكاك و العمل.

المعطيات : أسطوانة الطباعة

$$J_D = 12,26 \text{ kgm}^2 ; r_D = 20 \text{ cm}$$

$$m_k = 365 \text{ kg}$$

$$J_1 = 8,83 \text{ kgm}^2 ; m_1 = 283 \text{ kg} ; r_1 = r_2 = 25 \text{ cm}$$

الشكل (م6-1) آلة طباعة:

(1) أسطوانة الطباعة، (2) عربة النقل، (3) الآلية 1، (4) الدولاب المعدل، (5) الآلية 2، (6) المحرك.

ملاحظة :

يمكن تقريب المنحني المميز للمحرك، المبين أدناه ، بواسطة مستقيم. من المفضل حل معادلة الحركة بواسطة طريقة الفروق.

الشكل (6-2) المنحني المميز للمحرك.

الحل :

تصبح معادلة الآلة الصلدة في حالة إرجاع النظام على الحركة الدورانية لكتلة بديلة مع زاوية الدوران φ

$$J_{\text{ers}} \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\text{ers}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M(\varphi, \dot{\varphi}, t)$$

حيث: J_{ers} - عزم العطالة المرجع (البديل)

λ - عدد حدود الآلية

$$J_{\text{ers}} = \sum_k J \lambda \left(\frac{d\psi_k}{d\varphi} \right)^2 + \sum_k m_k \left(\frac{dx_k}{d\varphi} \right)^2$$

بما أن عزوم العمل والاحتكاك ستهمل بالنسبة للعزم المحرك يصبح:

$$J_{\text{ers}} \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\text{ers}}}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_A$$

(بهذا يكون M_A هو عزم المحرك المرجع على الإحداثية φ)

المطلوب تحديد مخطط حركة الدولاب المعدل. بناءً على ذلك تكون الإحداثية المعممة معطاة بواسطة إحداثية حركة الدولاب المعدل φ . لحساب الكتلة البديلة المعممة سيتم إرجاع إحداثيات الحركة لكل كتل النظام على الإحداثية المعممة.

$$X = r(1 - \cos \varphi) + L \left(1 - \sqrt{L - \frac{r^2}{L^2} \sin^2 \varphi} \right)$$

بما أن عربة النقل: $a = \frac{x}{r_1} = \frac{r}{r_1} (1 - \cos \varphi)$

$$\frac{r}{L} \ll 1; X = r(1 - \cos \varphi)$$

$$y = a(r_1 + r_2) = \frac{r}{r_1} (r_1 + r_2) (1 - \cos \varphi);$$

$$B = \frac{y}{r_D} = \frac{r}{r_D} * \frac{r_1 + r_2}{r_1} (1 - \cos \varphi);$$

$$\varphi_1 = \frac{r_3}{r_4} \varphi; \varphi_2 = \frac{r_5}{r_6} \varphi_1 = \frac{r_5}{r_6} \frac{r_3}{r_4} \varphi$$

بهذا تصبح الكتلة البديلة المعممة:

$$J_{ers} = \sum_k J_k \left(\frac{d\psi_k}{d\varphi} \right)^2 + \sum_k m_k \left(\frac{dX_k}{d\varphi} \right)^2;$$

$$J_{ers} = J_1 \left(\frac{da}{d\varphi} \right)^2 + J_D \left(\frac{dB}{d\varphi} \right)^2 + J_s \left(\frac{d\varphi}{d\varphi} \right)^2 + J_2 \left(\frac{d\varphi_1}{d\varphi} \right)^2 +$$

$$+ J_M \left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi} \right)^2 + m_1 \left(\frac{dX}{d\varphi} \right)^2 + m_k \left(\frac{dy}{d\varphi} \right)^2,$$

$$J_{ers} = J_1 \left(\frac{r}{r_1} \sin \varphi \right)^2 + J_D \left(\frac{r}{r_D} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1} \sin \varphi \right)^2 +$$

$$+ J_s + J_2 \left(\frac{r_3}{r_4} \right)^2 + J_M \left(\frac{r_5}{r_6} \cdot \frac{r_3}{r_4} \right)^2 + m_1 (r \sin \varphi)^2 +$$

$$+ m_k \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 (r_1 + r_2)^2 \sin^2 \varphi$$

يمكن صياغة هذا التعبير على الشكل التالي :

$$J_{ers} = K_1 - K_2 \cos 2\varphi$$

بهذا يصبح:

$$\frac{dJ_{ers}}{d\varphi} = \left[m_1 r^2 + m_k \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 (r_1 + r_2)^2 + J_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 + J_D \left(\frac{r}{r_D} \right)^2 \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1} \right)^2 \right]$$

يعطي تعويض القيم العددية :

$$J_{ers} = 302 + 244 \sin^2 \varphi = 424 - 122 \cos 2\varphi \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$\frac{dJ_{ers}}{d\varphi} = 244 \sin 2\varphi \text{ [kgm}^2\text{]}$$

سيتم تقريب المنحني المميز للمحرك بواسطة مستقيم

$$M_M = a\dot{\varphi} + b$$

تعين الثوابت بواسطة النقاط التالية:

$$M_M(n = 14192 \text{ min}^{-1}) = 0$$

$$M_M(n = 1336 \text{ min}^{-1}) = 7,72 \text{ k p m}$$

$$\varphi_2 = \frac{r_5}{r_6} \frac{r_3}{r_4} \varphi \quad \text{بسبب}$$

يمكن كتابة ما يلي من أجل :

$$\varphi = \frac{r_6}{r_5} \frac{r_4}{r_3} \dot{\varphi}_2 = \frac{r_6}{r_5} \frac{r_4}{r_3} \frac{\pi n}{30} = c \frac{\pi n}{30} = \frac{r_6}{r_5} \frac{r_4}{r_3}$$

ينتج من أجل عزم المحرك بعد تعويض القيم الرقمية :

$$M_M = -101,2\dot{\varphi} + 679 \text{ [kgm}^2\text{s}^{-2}\text{]}$$

سيتم إرجاع عزم المحرك M_M على الإحداثية المعممة φ بمساعدة مبدأ العمل الافتراضي:

$$\delta_A = M_M \cdot \delta_{\varphi_2} = M_A \delta_{\varphi}$$

$$M_A = M_M \frac{d\varphi_2}{d\varphi} = M_M \frac{r_5}{r_6} \cdot \frac{r_3}{r_4} = \frac{a}{c} \dot{\varphi} + \frac{b}{c}$$

تصبح معادلات الحركة للآلة الصلدة مع العلاقات التي تم إيجادها :

$$(k_1 - k_2 \cos 2\varphi) \ddot{\varphi} + k_2 \sin 2\varphi \cdot \dot{\varphi}^2 = \frac{a}{c} \cdot \dot{\varphi} + \frac{b}{c}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{\left(\frac{a}{c} \cdot \dot{\varphi} + \frac{b}{c} \right) - k_2 \sin 2\varphi \dot{\varphi}^2}{k_1 - k_2 \cos 2\varphi}$$

سيجري حل هذه المعادلة بمساعدة طريقة الفروق:

$$\ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{\Delta\dot{\varphi}}{\Delta\varphi} \dot{\varphi} \approx \frac{\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_i}{\Delta\varphi} \dot{\varphi}_i$$

و منها يتبع من أجل المعادلة التي يجب حلها:

$$\dot{\varphi}_{i-1} = \dot{\varphi}_i + \frac{\left(\frac{a}{c} \dot{\varphi}_i + \frac{b}{c}\right) - k_2 \sin 2\varphi_i \cdot \dot{\varphi}_i^2}{k_1 - k_2 \cos 2\varphi_i} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\dot{\varphi}_i}$$

يعطي تعويض القيم الرقمية :

$$J_{ers} = 302 + 244 \sin^2 \varphi = 424 - 122 \cos 2\varphi [\text{kgm}^2]$$

$$\frac{dJ_{ers}}{d\varphi} = 244 \sin 2\varphi [\text{kgm}^2]$$

$$M_A = -2360\dot{\varphi} + 15800 [\text{kgm}^2\text{s}^{-2}]$$

بتعويض هذه القيم الرقمية في المعادلة التفاضلية ينتج :

$$\dot{\varphi}_{i+1} = \dot{\varphi}_i + \frac{(-2360\dot{\varphi}_i + 15800) - 122 \sin 2\varphi_i \cdot \dot{\varphi}_i^2}{424 - 122 \cos 2\varphi_i} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\dot{\varphi}_i}$$

تختار كقيمة ابتدائية $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}(\varphi) = 0$ السرعة الزاوية التابعة لعدد

$$\dot{\varphi}_0 = 6,28 \text{ s}^{-1} \quad n \times 1400 \text{ min}^{-1} \text{ الدورات}$$

$$\Delta\varphi = \pi/6 \text{ يبلغ عرض الخطوة}$$

يتم إنهاء الحساب بطريقة الفروق عندما تنشأ دورية في النتائج ، هذا يعني عندما يكون :

$$\dot{\varphi}(\varphi) = \dot{\varphi}(\varphi + k\pi)$$

يعطي الحساب الرقمي القيم المبينة في الجدول المرفق. هذه القيم ممثلة بيانياً في الشكل

(2-6)

من أجل $\dot{\varphi}$ نجد قيم النهايات التالية:

$$\varphi_{\max} = 7,9 \text{ ls}^{-1}$$

$$\varphi_{\min} = 5,57 \text{ s}^{-1}$$

و منها يمكن حساب درجة عدم الانتظام للدولاب المعدل:

$$\delta = 2 \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{\dot{\varphi}_{\max} + \dot{\varphi}_{\min}} = 0,347$$

1	φ_i	$J_0 [kgm^2]$	$\dot{\varphi}_i (s^{-1})$
0	$\pi / 6$	302	6,280
1	$\pi / 3$	363	6,554
2	$\pi / 2$	485	5,627
3	$\frac{2}{3} \pi$	546	5,471
4	$\frac{5}{6} \pi$	485	5,977
5	π	363	6,961
6	$\frac{7}{6} \pi$	302	7,892
7	$\frac{4}{3} \pi$	363	7,277
8	$\frac{3}{2} \pi$	485	5,894
9	$\frac{5}{3} \pi$	546	5,567
10	$\frac{11}{6} \pi$	485	6,026
11	2π	363	6,982
12	$\frac{13}{6} \pi$	302	7,901
13	$\frac{7}{3} \pi$	363	7,277
14	$\frac{5}{2} \pi$	485	5,895
15	$\frac{8}{3} \pi$	546	5,569
16	$\frac{17}{6} \pi$	485	6,024

17	3π	363	6,991
18	$\frac{19}{6}\pi$	302	7,913
19	$\frac{10}{3}\pi$	363	7,282
20	$\frac{7}{2}\pi$	485	5,900

تنتج السرعة الزاوية الوسطية الحقيقية للمحرك على الشكل

$$\dot{\phi}_{2m} = \frac{r_5}{r_6} \frac{r_3}{r_4} ; \dot{\phi}_m = \frac{\dot{\phi}_{max} + \dot{\phi}_{min}}{2}$$

القيم الرقمية :

$$\dot{\phi}_m = 6,74s^{-1}; \dot{\phi}_{2m} = 157s^{-1}$$

$$n_M = \frac{30\dot{\phi}_{2m}}{\pi} [min^{-1}]$$



الشكل (2-6) التمثيل البياني لقيم السرعة الزاوية

م2-6 المسألة الثانية (تحريك آلة نسيج) :

يبين الشكل (م2-6) نموذجاً لآلية وصل قرصية تستعمل في نوع معين لآلات النسيج. تتدرج المسننات 3 و 4 المستندة إلى الدليل الدوار 2 على القرص الشمسي 1 حيث تنقل الحركة إلى المسنن 5، يدفع الذراع المرتبط بشكل صلد مع هذا المسنن بنهايته الحد

6 على مستقيم ذهاباً و إياباً. تحدد مقاييس آلية الوصل القرصية بحيث يتحرك الحد6 بشكل توافقي حسب:

$$X_6 = 2L \cos \varphi_2$$

المعطيات :

سرعة تحريك الدليل $\Omega (\varphi_2 = \Omega t)$ ، أعداد الأسنان :

$$r_1; r_3 = r_4 \text{ ، أنصاف الأقطار } L \text{ ، } z_1; z_3 = z_4; z_5$$

عزم العطالة الكتلي للدليل حول محور الدوران : $J_{20} = J_{s2} + m_2 \xi_{s2}^2$

وسائط الكتل لحدود الآلية $m_3 = m_4, J_{s3} = J_{s4}, m_5; \xi_5; m_6$

المطلوب :

1- عزم العطالة الكتلي المرجع $J(\varphi_2)$

2- العزم المحرك M على الدليل عند $\varphi_2 = \Omega$

الحل :

1- من أجل الحل سيتم في البداية تحديد توابع الوضع من العلاقات الهندسية في الشكل (م6-2) وتشكيل مشتقاتها حسب الإحداثية المعممة $q = \varphi_2$ ، بما أن الدليل يدور حول نقطة الدوران O سيسحب بواسطة J_{20} وبذلك نتفادى معالجة حركة نقطة مركز الثقل (x_{s2}, J_{s2})

ينتج حسب المعادلة (10-2) و مع استعمال العلاقات التالية:

$$\sin \varphi_2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi_2); \cos^2 \varphi_2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\varphi_2)$$

عزم العطالة الكتلي المرجع المطلوب:

$$J(\varphi_2) = J_{20} + 2m_3(r_1 + r_3)^2 + 2J_{s3} \left(\frac{z_1 + z_3}{z_3} \right)^2 + m_5(L^2 + \xi_5^2) + J_{s5} + 2m_6L^2 - 2(m_5L\xi_5 + m_6L^2)\cos 2\varphi_2$$

2- يتم إيجاد العزم المحرك من معادلة الحركة (2.17):

المشتقات حسب φ_2	توابع الوضع
$\varphi'_2 = 1$	$\varphi_3 = \varphi_1 = \varphi_2 \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3}$
$\varphi'_3 = \gamma'_4 = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_3}$	$\varphi_5 = \pi - \gamma_2$
$\varphi'_5 = -1$	$x_{s3} = (r_1 + r_3) \cos(\varphi_2 - \Upsilon)$
$x'_{s3} = -(r_1 + r_3) \sin(\varphi_2 - \Upsilon)$	$y_{s3} = (r_1 + r_3) \sin(\varphi_2 - \Upsilon)$
$y'_{s3} = (r_1 + r_3) \cos(\varphi_2 - \Upsilon)$	$x_{s4} = (r_1 + r_3) \cos(\varphi_2 + \Upsilon)$
$x'_{s4} = -(r_1 + r_3) \sin(\varphi_2 + \Upsilon)$	$y_{s4} = (r_1 + r_3) \sin(\varphi_2 + \Upsilon)$
$y'_{s4} = (r_1 + r_3) \cos(\varphi_2 + \Upsilon)$	$x_{s5} = (1 + \xi_5) \cos \varphi_2$
$x'_{s5} = -(1 + \xi_5) \sin \varphi_2$	$y_{s5} = (1 - \xi_5) \sin \varphi_2$
$y'_{s5} = (1 - \xi_5) \cos \varphi_2$	$x_{s6} = 2\iota \cos \varphi_2$
$x'_{s6} = -2\iota \sin \varphi_2$	$y_{s6} = 0$

أما مشتق عزم العطالة الكتلي فهو:

$$J'(\varphi_2) = 4(m_s L \xi_s) + m_o L^2) \sin 2\varphi_2 ; \varphi_2 = \Omega$$

يكون بالتالي العزم المحرك

$$M = 2(m_s L \xi_s + m_o L^2) \Omega^2 \sin 2\Omega \cdot t$$

من هذه العلاقة نرى أن الكتل التي تتحرك بشكل غير منتظم هي وحدها فقط التي تحدد مقدار العزم المحرك وذلك إذا كان عدد الدورات ثابتاً.

يؤدي العزم المتغير بشكل توافقي إلى اهتراء الأسنان، حيث يظهر هذا الاهتراء موزعاً بشكل غير منتظم على محيط المسنن ويمكن أن يسبب هذا العزم المتغير زمنياً اهتزازات

داخل النظام المحرك. وتكون هذه الظواهر نموذجية في الآليات ذات نسب النقل غير المنتظمة.



الباب الثاني

الاهتزازات الميكانيكية

(Mechanical Vibrations)

الفصل السابع: مفهوم الحركة الاهتزازية للأنظمة الميكانيكية.

الفصل الثامن: اهتزازات الأنظمة الخطية ذات درجة طلاقة واحدة.

الفصل التاسع: اهتزازات الأنظمة الخطية ذات درجتين طلاقة.

الفصل العاشر: اهتزازات الانحناء.

الفصل الحادي عشر: اهتزازات الفتل في أنظمة نقل الحركة.

الفصل الثاني عشر: تثبيت الآلة الصلدة.



الفصل السابع
مفهوم الحركة الاهتزازية للأنظمة الميكانيكية



7-1- مفهوم العملية الاهتزازية :

الاهتزازات هي عمليات فيزيائية، ويسمى الاهتزاز بشكل عام الحركة الدورية، أي الحركة التي تتكرر خلال فترات متساوية من الزمن.

إن أغلب العمليات الملاحظة في الطبيعة وفي المجموعات الميكانيكية بشكل خاص تعتبر اهتزازية، وتنتمي إلى العمليات الاهتزازية ظواهر مختلفة و متفاوتة، مثلاً من اهتزاز شرايين الدماغ و خفقان القلب إلى تغيرات المناخ على الأرض ومن اهتزاز الحبال الصوتية إلى الهزات الأرضية.

تتحصر مهمتنا في دراسة اهتزازات الأنظمة الميكانيكية، حيث من الصعب تسمية مجال من مجالات التكنيك لا تأخذ فيه دراسة الاهتزازات الميكانيكية أهمية كبيرة: محاور وريش العنفات، أعمدة محركات الاحتراق الداخلي، السيارات، القطارات، السفن، الإنشاءات الهندسية، آلات التشغيل، الآلات الزراعية إلخ. وقد كانت الاهتزازات الميكانيكية سبباً رئيسياً لحوادث عديدة ولكوارث ضخمة. تزداد دراسة الاهتزازات أهمية مع زيادة سرعات الآلات وفي كثير من الحالات تعيق الاهتزازات استثمار الآلات بشكل جيد، بل وتتعدى ذلك مسببة تحطم وتعب بعض حدودها نتيجة للإجهادات المتراكمة.

تعالج نظرية الاهتزازات مسائل و طرق التخلص من الاهتزازات الضارة أو على الأقل الإقلال منها، بذلك فإن نظرية الاهتزازات الميكانيكية هي قاعدة علمية لحل عدد كبير من المسائل التقنية و التي لها تفسير عملي كبير .

7-2- تطبيق نظرية الاهتزازات :

لاحظ الإنسان أولاً وجود حركات اهتزازية فبدأ يفكر بطرق مراقبة هذه العمليات أو تقليدها، ثم وضعت الأسس النظرية التي تعكس حركتها وصممت الأجهزة الخاصة لقياس وتسجيل هذه الاهتزازات.

سعى بعدها الإنسان إلى تخفيف الأضرار الناجمة عن الاهتزازات وتقليل تأثيرها عليه وعلى الأجهزة والآلات، فوضعت نظريات عزل (Isolated) الاهتزازات. ومع تطور العلم

والمعرفة بدأ الإنسان بالاستفادة من الاهتزازات في قطاعات عديدة صناعية وإنتاجية وغيرها، و من التطور الحاصل في صناعة الآلات و الأجهزة والمعدات والاعتماد على مواد خاصة ذات مواصفات عالية من حيث المتانة وخفة الوزن وقد تطلبت الأبحاث ضرورة التأكد من تحمل أجزاء الآلات للاهتزازات الميكانيكية الناشئة من تأثير الحمولات الديناميكية وغيرها من القوى الداخلية أو الخارجية. تمّ التوصل أيضاً، بفضل استخدام أجهزة قياس الاهتزازات المتصلة مع أجهزة حواسيب متطورة لتحليل نتائج القياس، إلى الاختيار الأمثل لنقاط ارتكاز هذه المجموعات على قواعدها وتحقيق الأداء الأمثل لها تحت كافة ظروف التشغيل.

7-3- مراحل دراسة اهتزازات الأنظمة الميكانيكية

تظهر، عند دراسة المواضيع الميكانيكية المختلفة - الآلات والمنشآت الهندسية المتنوعة، ضرورة إنشاء عدد من المخططات التصحيحية التي تمثل هذه المواضيع والمنشآت. تملك الآلات والمنشآت الحقيقية خواصاً فيزيائية متنوعة تؤدي بعضها إلى ابتعاد أداء المجموعة الميكانيكية عن الفرضيات النظرية، مثلاً (الخلوصات في المفاصل، الاحتكاك ، الشكل المعقد لأجزاء الآلة).

من الضروري عند إجراء التحليل الرياضي و الحسابات التصحيحية وضع مخطط و اختيار عدد العوامل الواجب دراستها و التي لا تضم عادة جميع خواص المنشأة الحقيقية و لكنها تعبر عن الجوهر الأساسي للمنشأة. هكذا يظهر المخطط التصميمي الحسابي أو النموذج الرياضي، الذي يمكن بفضل التعبير عن المنشأة رياضياً و إجراء حساباتها النظرية.

تظهر ضرورة وضع النموذج الفيزيائي في :

أ- تصميم منشأة جديدة، حيث يكون من الضروري مسبقاً تعيين مواصفاتها نظرياً (للمجموعات المهتزة - التردد، المطال، مواصفات التواتر الزاوي وغيرها).

ب - دراسة إمكانية استجابة المنشأة للمعطيات العملية وذلك بعد الحصول على المنشأة عملياً و تجربتها ضمن شروط عملها. و يتم بعدها اختيار النموذج الذي يعكس بشكل أفضل من السابق خواصها النظرية الأساسية.

7-3-1 اختيار النموذج الفيزيائي عند تصميم المنشأة :

إن حساب تردد وأنماط الاهتزازات الحرة، تحليل الاستقرار الديناميكي، تعيين الاهتزازات القسرية أو غيرها من المتطلبات التصميمية لأية منشأة قيد التصميم، يبدأ دائماً باختيار النموذج الفيزيائي والتحديد المسبق للعوامل المؤثرة والطفيفة للتأثير على هذا النموذج مع إمكانية إهمال العوامل التي تؤثر بشكل طفيف على دقة النتائج، لأن وضع نموذج يعكس كافة خواص المنشأة الحقيقية مبدئياً غير ممكن. عند حل المسائل الديناميكية وبالأخص مسائل الاهتزازات يتم تمثيل الخواص الفيزيائية والقوى الداخلية والخارجية الأكبر تأثيراً على النموذج، ويحكم هذا التمثيل شروط عدة. تؤخذ مثلاً قوى مقاومة الحركة عادة متناسبة مع السرعة أو غير تابعة لها (قوى الاحتكاك الجاف). أما القوى الناشئة في العناصر المرنة لحالة الاهتزازات الصغيرة فتعتبر تابعة للإحداثيات من الدرجة الأولى. يتم تمثيل الموانع بخواصها الأساسية وهي إما أن تكون لزجة أو غير ذلك، قابلة أم غير قابلة للانضغاط يجب تمثيل خواص المرونة لبعض أجزاء من المجموعات المدروسة ، فمثلاً سكة الحديد، إطارات السيارة، أجنحة الطائرة، المضاجع الإنزلاقية وغيرها.

بعد تحديد ماهية القوى المؤثرة في النموذج والخواص الفيزيائية لأجزائه الأساسية قيد الدراسة ننتقل إلى تحديد عدد درجات الطلاقة والإحداثيات المعممة المقابلة لها والتي تعكس حركة النموذج في كل لحظة زمنية.

تعتبر دراسة النماذج الفيزيائية و تعيين عدد درجات الطلاقة والإحداثيات المقابلة لها مسألة صعبة أحياناً، لأننا نتعامل دائماً مع أنظمة تملك عدداً لا نهائياً من درجات الطلاقة. يمكن وضع عدد من النماذج الفيزيائية لنفس النظام، ويتعلق هذا بالشروط الابتدائية وبالذقة المطلوبة وبمواصفات القوى المؤثرة ونوعية البحث.

7-3-2 إيجاد النموذج الفيزيائي لمنشأة حقيقية :

نسمي البحث في إيجاد النموذج الفيزيائي لمنشأة حقيقية (عامله) بتشخيص (Diagnos) المنشأة، ودراسة أدائها وتحديد مقدار التطابق بين هذا النموذج والنماذج المعينة نظرياً (المعروفة). يعتبر نموذج المنشأة الحقيقية ضرورياً لعدة حالات:

أ- من المهم معرفة أداء النموذج في مجالات واسعة للترددات المحرصة، تعيين منطقة الطنين، تحديد المطالات، وذلك بمقدار ما هو موضوع للتجريب.

ب- يمكن أن تتصل بالمنشأة الحقيقية أجزاء وآليات مختلفة، لذا يجب دراسة تأثيرها على أداء النموذج لأنها تسبب في اهتزازات مختلطة يجب تحديدها مسبقاً.

يتم حل مسألة التشخيص على قاعدة التحليل الديناميكي لأداء المجموعة ضمن شروط تجريب خاصة أو في حالات تجريب عادية. تتعلق أغلب مسائل وطرق التشخيص بدراسة المجموعات التي يكون نموذجها معلوماً مسبقاً ولكن يتطلب فقط إيجاد قيمة بعض العوامل أو علاقات الارتباط بينها والمستخدم في هذا النموذج، وتستخدم التجارب للمجموعات الميكانيكية غالباً لتعيين ترددات الاهتزازات الحرة وعوامل الإخماد.

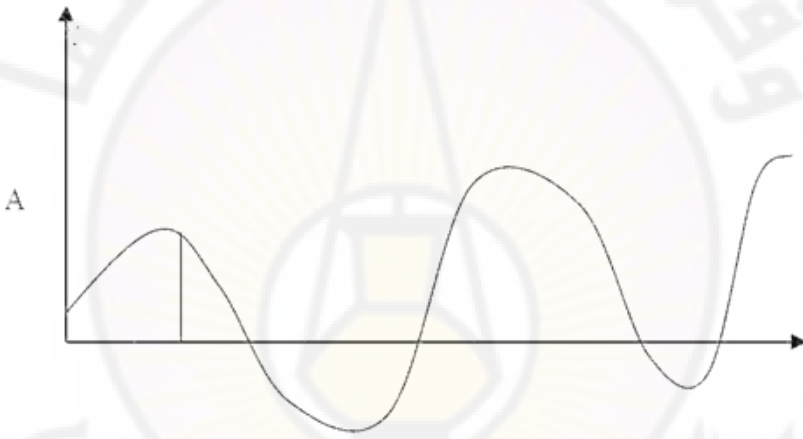
نبدأ بعد الانتهاء من وضع النموذج الفيزيائي وتحديد خواص الإحداثيات المستخدمة، بوضع النموذج الرياضي، وهو كتابة المعادلات الرياضية التي تعبر عن حالة ووضعية النموذج الفيزيائي في كل لحظة زمنية. وغالباً ما تكون هذه المعادلات على شكل معادلات تفاضلية وتكتب بالاستناد إلى قوانين نيوتن، دالامبير أو معادلة لاغرانج. يتم حل هذه المعادلات استناداً إلى الشروط الابتدائية للحركة وتخضع نتائج التحليل إلى تقييم وتحليل من قبل الباحث.

إن إجراء تحليل الاهتزازات غالباً ما يجري بهدف تحقيق شرط معين يهدف إلى السيطرة على مستوى اهتزاز معين أو الحد من القوى الديناميكية المنقولة إلى نقاط الاستناد أو معرفة اهتزاز راكب السيارة، الخ، فعلى ضوء النتائج الحاصلة يجري تعديل النموذج الفيزيائي.

4-7 مفاهيم أساسية:

إن أغلب أنواع الاهتزازات هي الاهتزازات الدورية، ويشكل الاهتزاز التوافقي أبسط الحالات الاهتزازية. يمكن وصف الاهتزاز التوافقي إما بواسطة تابع جيبى أو تجميعي (الشكل (1-7)).

أو



الشكل (1-7)

حيث:

- سعة أو مطال الاهتزاز.
 - الزمن. - السرعة الزاوية للدوران أو باختصار التواتر الدائري.
- زاوية فرق الطور الصفرية، وهي تتعلق باختيار نقطة الصفر في قياس الزمن ولذلك فهي غير محددة وغير مهمة من أجل الاهتزازات الإفرادية.
- تدعى الفترة الزمنية من أجل اهتزاز كامل بمدة الاهتزاز أو بمدة الدور (دور الاهتزاز) وبالتالي فإن دور الاهتزاز هو الفترة الزمنية التي تعيد الهزة نفسها خلالها ويرمز له بالرمز T وتقاس عادة بالثانية. أما القيمة المحددة لمقلوب الدور فتسمى تردد الاهتزاز

وتقاس بعدد الهزات في وحدة الزمن (الثانية الواحدة) ولها وحدة تسمى الهرتز، وهو

$$f = \frac{1}{T} \text{ .}$$

تدعى القيمة ω بالتردد الدائري و تقاس ب (rad/sec) وتسمى أيضاً بالتردد الذاتي وهو عدد الاهتزازات الحرة خلال دورة كاملة 2π ، وهولا يتعلق بالشروط الابتدائية بل يتعلق فقط بوسائط النظام (كتلة، مرونة، عزم، عطالة)، و لذلك يسمى بالتردد الذاتي.

يمكن تحديد العلاقة بين (ω, f, T) كما يلي: إن الدور الكلي الواحد للاهتزاز يتم بتغير القيمة (ωt) من الصفر وحتى 2π ونظراً لأن الجيب أو التجيب بعد ذلك يبدأ بالتكرار من جديد فإن $\omega t = 2\pi$ في نهاية الدور، والفترة الزمنية t في هذه الحالة تساوي الدور T أي $(t = T)$ و منه يكون $\omega T = 2\pi$ و منه

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} (\text{HZ}) \text{ و } T = \frac{2\pi}{\omega} (\text{sce})$$

تتصف الحركات الدورية بأنها تعيد نفسها بجميع تفاصيلها بعد فترة زمنية محددة (الدور). تعرف الصلادة (الجساءة) بأنها قدرة الجسم على مقاومة التشوه ويرمز للصلادة بمعامل الصلادة أو ثابت النابض (c) ، وهو قوة المرونة التي تسبب إزاحة قدرها وحدة القياس. وكلما زادت c كلما قل التشوه نتيجة تأثير القوة الخارجية و كلما قلت c كان الجسم أكثر مرونة.

يجدر الذكر بأننا سندرس فقط المجموعات الخطية وهي المجموعات التي تكون حدودها المرنة ذات مواصفات خطية، أي أن تشوه الحدود يتناسب طرذاً مع القوة المؤثرة، وكذلك فإن معادلات الحركة عبارة عن معادلات خطية.

نميز بين الاهتزازات الحرة والاهتزازات القسرية. إن الاهتزازات الحرة هي التي تحدث نتيجة تأثير القوى المرجعة قرب وضعية الاستقرار وذلك بإزاحة الشروط الابتدائية عن قيمها في وضعية السكون إزاحة أولية. أما الاهتزازات القسرية فهي اهتزازات المجموعات (ميكانيكية، كهربائية، وغيرها...) نتيجة تأثير قوى خارجية (تحريض ديناميكي، كينماتيكي).

الفصل الثامن
اهتزازات الأنظمة الخطية
ذات درجة طلاقة واحدة



8-1 مقدمة :

تؤثر، في الأنظمة الميكانيكية، على الكتل قوى ظاهرية تتعلق بالإحداثيات (بالطريق) و بالسرعة التي تنشأ في أغلب الأحيان عن الارتباطات المرنة بين الكتل و التي تؤثر بعكس اتجاه الحركة (قوى إرجاع). و بما أنه لا يوجد في الحقيقة جسم صلب فإن كل مجموعة نقاط مادية و كل اتحاد أجسام يشكل نظاماً للاهتزاز ولا يمكن اعتبار هذا النظام صلباً إلا تحت شروط معينة.

ويفضل للدخول في هذا المجال البدء في معالجة للأنظمة ذات درجة طلاقة واحدة ومن ثم للأنظمة ذات درجتين طلاقة مع مراعاة كون المعادلات التفاضلية الواصفة للحركة خطية وحاوية على عوامل (وسائط) ثابتة مع التنويه بأن هذه الشروط لا تنطبق دوماً على الأنظمة الحقيقية.

سنتناول في هذا الفصل وفي الفصول التالية الأنظمة الخطية فقط، وتعرف الأنظمة الخطية بأنها تلك الأنظمة التي تكون حدودها المرنة ذات مواصفات خطية، أي أن تشوه الحدود (قتل، انحناء، انتقال) يتناسب طردياً مع القوة المؤثرة، وكذلك فإن معادلات الحركة عبارة عن معادلات خطية. يبين الشكل (8-1) عدة أنظمة خطية ذات درجة طلاقة واحدة وأكثر.

Figure 1-8



الشكل (1-8) عدة أنظمة خطية ذات درجة طلاقة واحدة و أكثر

2-8 سبب اهتزاز الأنظمة الميكانيكية:

من المعروف أنَّ انحراف أي نظام ميكانيكي عن وضعية التوازن بسبب أو بأخر يؤدي إلى نشوء حركة اهتزازية للنظام حول هذه الوضعية (إذا كان النظام مستقرًا حول وضعية التوازن)، أي أنه للحصول على الحركة ينبغي إدخال طاقة إلى أنظمة الاهتزاز، ويمكن أن يحدث ذلك إما على شكل شروط ابتدائية (إزاحة ابتدائية أو سرعة ابتدائية مثلاً) لمرة واحدة أو بواسطة إدخال دائم للطاقة أثناء الحركة. نحصل في الحالة الأولى على الاهتزازات الحرة التي تتلاشى مع الزمن بسبب مقاومات الحركة، بينما يمكن عند إدخال الطاقة الدائم بواسطة قوى وحركات متعلقة بالزمن، أن تتشكل حركة دائمة للنظام حتى بوجود مقاومات للحركة وتدعى هذه العملية بالاهتزازات القسرية. و إذا كانت القوى المحرصة توابع للزمن فإن الحركات ستكون هي أيضاً كذلك. في إطار هذا المدخل إلى علم الاهتزازات سنقوم باستعمال التوابع الدورية و التوافقية فقط.



الشكل (2-8) أنظمة ميكانيكية ذات درجة طاقة واحدة

نلاحظ أنَّ العامل المشترك بين هذه الأنظمة هو، أنَّ كل نظام يملك وسيلة ما لتخزين الطاقة.

الوسيلة الأولى: هي الكتلة التي تخزن بحركتها طاقة حركية، حيث تعتبر الكتلة عادةً جسماً صلباً.

الوسيلة الثانية: هي تخزين الطاقة الكامنة التي يمكن أن تخزن بطريقتين:

1- طاقة الانفعال (Deformation) كما في النوابض (a,b,c)

2- طاقة الوضع (potential) ، النواس (d)

يحدث أثناء الاهتزازات تبادل بين نوعي الطاقة في الأنظمة الميكانيكية. وبالتالي لكي يحصل اهتزاز يجب أن تتوفر في النظام العناصر الرئيسية التالية:

* - كتلة (أو عزم عطالة) كمخزن للطاقة الحركية.

* - عنصر لتخزين الطاقة الكامنة كنابض أو ارتباط يؤمن طاقة وضع ماء، وغالباً ما يرافق هذه العناصر عنصر التخميد الضروري لتخفيف شدة الاهتزازات أو إلغائها.

3-8 الاهتزازات الحرة للأنظمة ذات درجة الطلاقة الواحدة:

1-3-8 الاهتزازات الحرة غير المتخامدة :

الأنظمة غير المتخامدة هي الأنظمة التي لا توجد فيها مقاومات للحركة (مهملة أو معدومة). لنبين كيف يمكن تشكيل المعادلات التفاضلية لعدة أنظمة اهتزازية حرة غير متخامدة.

أ- المعادلة التفاضلية لحركة النواس الرياضي (simple pendulum)

لنبحث في حركة الكتلة m المعلقة بخيط عديم الوزن طوله (l) (الشكل 3-8) إذا أزيحت الكتلة عن وضع التوازن وليكن إلى اليسار مثلاً بزاوية صغيرة ثم تركت بعد ذلك فإنها تقوم بحركة اهتزازية مع شيء من التسارع الناشئ نتيجة للتأثير المشترك لوزن الكتلة m ولقوة الشد في الخيط R . في الوضع الشاقولي تغير القوة p من اتجاهها إلى الاتجاه المضاد ولهذا تكون حركة الكتلة متسارعة حتى وضعية التوازن ومن ثم بعد هذه الوضعية تتحرك بتباطؤ حتى التوقف النهائي في الوضع الحدي الأيمن وتبدأ بعد ذلك الحركة في الاتجاه المعاكس.

إذا كانت الحركة تتم بدون مقاومة أي بإهمال الاحتكاك فإن الأوضاع الحدية اليمنى واليسرى تكون متناظرة بالنسبة لوضعية التوازن. وتسمى هذه الحركة بالاهتزازات الحرة أو الطبيعية (Free Vibrations). تكون القوة

p دائماً مماسية على مسار الحركة وتنتجه نحو وضع توازن الكتلة ولهذا فهي تسمى بالقوة المرجعة (Restoring Force)، أي تحاول أن ترجع الجسم إلى وضعية التوازن المستقر .

إذا كانت الزاوية φ صغيرة فإنه يمكن اعتبار أن $\sin \varphi = \frac{x}{\ell}$ $\square$ φ

الشكل (3-8) النواس الرياضي

يمكن الحصول على معادلة حركة الكتلة من معادلة لاغرنج أو من قانون الديناميك الأساسي أي :

$$m \ell \ddot{\varphi} = -mg \sin \varphi = -mg \varphi = -mg \frac{x}{\ell}$$

و بالتالي:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell} \varphi = 0 \quad (8 - 1)$$

حيث $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ التردد الدوري الذاتي للنظام

ب - المعادلة التفاضلية لنقل معلق بنابض الشكل (4-8):

الشكل (4-8) ثقل معلق بنابض

لنبحث في حركة كتلة m معلقة بنابض لولبي ثابت صلابته c وملزم أن يتحرك شاقولياً.

في وضعية التوازن يكون للنابض استطالة ابتدائية قدرها $\Delta \ell_0 = \frac{G}{c}$ ، إذا أزيح الثقل

عن وضعية التوازن المستقر بالمسافة x فإن الكتلة m تكون خاضعة لقوتين: قوة الثقل G

والقوة المرجعة للنابض $c(\Delta \ell_0 + x)$. يمكن كتابة المعادلة التفاضلية للحركة بالشكل

التالي :

$$m\ddot{x} = G - c(\Delta \ell_0 + x)$$

$$c\Delta \ell_0 = G \quad \text{و بما أن}$$

فإن :

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}x = 0 \quad (8 - 2)$$

حيث $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ التردد الذاتي الدوري للنظام.

ت - المعادلة التفاضلية لاهتزازات القضيب الشكل (5-8)

الشكل (5-8)

من السهل البرهان على أن اهتزازات القضيب يعبر عنها بمثل المعادلات السابقة. فإذا كان الانحناء الستاتيكي هو y و الانحناء الإضافي نتيجة لتأثير قوة ما هو Δy_0 فإن معادلة الحركة وفقاً لقانون الديناميك الأساسي تأخذ الشكل:

$$m\ddot{y} = G - c(\Delta y_0 + y)$$

مع مراعاة أن $c\Delta y_0 = G$ نحصل على:

$$\ddot{y} + \frac{c}{m}y = 0 \quad \text{و يكون} \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (8-3)$$

ث - المعادلة التفاضلية لنظام يعمل على الفتل الشكل (6-8) :

الشكل (6-8)

يبين الشكل قرص إسطواني له عزم عطالة I مثبت على محور مرن ثابتته c ، وهو عزم الفتل اللازم لفتل القرص بزاوية تساوي η rad ولندرس اهتزازات الفتل للقرص، حيث φ زاوية دوران القرص (انحراف القرص عن وضع التوازن أثناء الفتل). انطلاقاً من قانون

الديناميك الأساسي يمكننا كتابة لأجل كتلة تقوم بحركة دورانية : عزم الفتل = عزم
 $M_t = J\ddot{\varphi}$ العطالة $\times$ التسارع الزاوي.

حيث يؤثر على القرص عزم فتل واحد (بإهمال المقاومة والعزوم الخارجية) وهو عزم
 قوة المرونة و يساوي $(-c\varphi)$ ومنه

$$J\ddot{\varphi} = -c\varphi \Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{c}{J}\varphi = 0 \quad (8-4)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{J}} \quad \text{و تكون :}$$

يتضح من العلاقات (8-1) و (8-4) بأن تردد الاهتزازات لا يتعلق بالشروط
 الابتدائية للحركة بل بالعناصر الذاتية للنظام (الكتلة - الصلادة - طول النواس - السعة
 إلخ) ويتناسب طرذاً مع الصلادة وعكساً مع الكتلة ويمكن أحياناً استخدام
 قانون حفظ الطاقة. لحساب الترددات الذاتية للأنظمة المهتزة.

كما ويتضح من المعادلات (8-1) و (8-4) أن الشكل العام للمعادلة التفاضلية
 للاهتزازات الحرة غير المتخادمة هو :

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0 \quad (8-5)$$

وهي معادلة الحركة للاهتزازات الحرة غير المتخادمة حيث ω التردد الذاتي للنظام.
 q الإحداثية المعممة وقد تكون (انتقال $\times$ كتلة معلقة بنابض، زاوية دوران φ النواس)
 مع الشروط الابتدائية $\dot{q}_0 = \dot{q}_0$, $q = q_0$, $t = 0$

إن حل المعادلة التفاضلية (8-5) يمكن أن يتم بطرق متعددة نذكر منها طريقتين فقط.
الطريقة الأولى: يتم الانطلاق من مفهوم أن الكتلة تقوم بالاهتزازات، حيث يشكل الاهتزاز
 التوافقي أبسط قوانينه، وبما أن المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية فإن الحل المفترض
 يجب أن يحتوي على ثابتين يمكن تحديدهما من الشروط الابتدائية وبهذا نفترض الحل
 من الشكل:

$$q = A \cos(\omega t - \varphi)$$

بالتعويض في المعادلة (8-5) بعد إيجاد $\dot{q}$ و $\ddot{q}$ يكون

$$-A\omega^2 \cos(\omega t - \varphi) + \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi) = 0$$

وبالتالي هذا الافتراض يحقق معادلة الحركة، فإذا عوضنا الشروط الابتدائية:

$$t = 0, q = q_0, \dot{q} = \varphi_0$$

يكون:

$$q_0 = A \cos \varphi \quad ; \quad \varphi_0 = A \sin \varphi$$

و منه بواسطة تربيع و جمع كلا العلاقتين السابقتين:

$$\left(\frac{q_0}{A}\right)^2 + \left(\frac{\varphi_0}{A\omega}\right)^2 = 1 \quad ; \quad A = \sqrt{q_0^2 + \left(\frac{\varphi_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{\varphi_0}{q_0 \omega}$$

و يظهر الحل الذي نبحث عنه على الشكل التالي :

$$q = \sqrt{q_0^2 + \left(\frac{\varphi_0}{\omega}\right)^2} \cos\left(\omega t - \arctan \frac{\varphi_0}{q_0 \omega}\right)$$

و إذا حللنا هذا الاهتزاز إلى اهتزازين جزئيين توافقيين فإننا نحصل على:

$$q = q_0 \cos \omega t + \frac{\varphi_0}{\omega} \sin \omega t$$

الطريقة الثانية سيتم استعمال الطريقة العامة الشائعة في الرياضيات لحل المعادلات

التفاضلية الخطية من الدرجة n ذات الوسائط الثابتة وبهذا ننطلق من الفرض :

$$q = ae^{pt}$$

$$\dot{q} = pae^{pt} \quad ; \quad \ddot{q} = p^2 ae^{pt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية (5-8) تنتج المعادلة المميزة:

$$p^2 + \omega^2 = 0$$

$$p_1 = +i\omega \quad ; \quad p_2 = -i\omega \quad ; \quad i = \sqrt{-1}$$

بما أنَّ المعادلة التفاضلية (5-8) خطية فإنه يمكن تركيب الحل الكلي من النظام الأساسي مع إضافة ثابت تحقق الشروط الابتدائية، وبهذا يكون:

$$q = a_1 e^{i\omega t} + a_2 e^{-i\omega t},$$

$$\dot{q} = i\omega(a_1 e^{i\omega t} - a_2 e^{-i\omega t})$$

يتم حساب الثوابت a_1 و a_2 من الشروط الابتدائية :

$$t = 0; q = q_0 ; q_0 = a_1 + a_2$$

$$t = 0 ; \dot{q} = \dot{q}_0 = v_0 , v_0 = i\omega(a_1 - a_2)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(q_0 - i \frac{v_0}{\omega} \right) ; a_2 = \frac{1}{2} \left(q_0 + i \frac{v_0}{\omega} \right)$$

بالتعويض في $(\dot{q}, q)$ نجد:

$$\dot{q} = q_0 \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} - \frac{v_0}{\omega} \frac{i(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})}{2}$$

و حسب معادلة أويلر يسري مفعول:

$$\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} = \cos \omega t ; i \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2} = -\sin \omega t$$

$$q = q_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t : \text{ينتج}$$

يسري مفعول ما سبق وذكر فقط من أجل الأنظمة الخطية بدون تخامد. يتبين من المعادلة السابقة بأن الحركة التوافقية تتألف مع الإزاحة الابتدائية المعطاة والسرعة الابتدائية المعطاة من مركبتين توافقيتين بنفس التواتر وسعتها محددة من الشروط الابتدائية، ويجب التنويه إلى أن تحديد الإزاحة الابتدائية لوحدها لجزء $\cos$ السرعة الابتدائية لجزء $\sin$ لا يحدث فقط إلا في الاهتزازات غير المتخامدة.

8-3-2 الاهتزازات الحرة المتخامدة :

افترضنا سابقاً أثناء دراسة الحركة الاهتزازية الحرة عدم حصول ضياعات في الطاقة بسبب تأثير قوى المقاومة ، كقوى الاحتكاك أو مقاومة الهواء والوسط المحيط. وحصلنا بنتيجة ذلك على قيم ثابتة لسعة الحركة الاهتزازية مع مرور الزمن.

ولكن وكما تظهر التجارب تتناقص السعة مع مرور الزمن وتتخامد الحركة الاهتزازية تدريجياً بسبب صرف طاقة غير قابلة للإرجاع بشكل مستمر، أي أن الاحتياطي العام للقدرة يتناقص تدريجياً وبالتالي تتناقص سعة الاهتزازات. ولندرس أولاً خواص قوى الإخماد الأكثر انتشاراً في الأنظمة الميكانيكية.

أ-أنواع قوى الإخماد والمقاومة:

إن أولى أنواع قوى المقاومة لحركة الأنظمة الميكانيكية هي قوى الاحتكاك (Friction Force) التي تؤدي بعملها المعاكس دائماً للحركة إلى امتصاص الطاقة الميكانيكية. تنتمي إلى هذه القوى قوى الاحتكاك بين المستويات أو سطوح التماس، قوى مقاومة الوسط (وسط سائل أو غازي) الذي تحصل فيه الحركة الاهتزازية، قوى الاحتكاك الداخلي في معدن عناصر النظام وأخيراً القوى الناشئة عن تحميل أجهزة امتصاص الطاقة، المخمدات (Dampers). ومهما كانت طبيعة قوى الاحتكاك فإن اتجاه قوة المقاومة أو الإخماد يكون دائماً عكس سرعة الحركة، التي تحدد أيضاً قيمة المقاومة.

تتوضح خواص الإخماد في الأنظمة الميكانيكية ذات درجة الطلاقة الواحدة بمساعدة خصائص الاحتكاك، أي منحنيات العلاقة بين قوة المقاومة R والسرعة v . نبين على الشكل (7-8) عنصر بسيط للاحتكاك - مخمد لزج، بفرض أن مقاومة المخمد متناسبة طردياً مع سرعة المكبس ضمن الأسطوانة، تكون عندها مواصفات قوى الاحتكاك خطية، الشكل (7-8) b وتتناسب مع السرعة من المرتبة الأولى أي: $R = -\rho v$ حيث ρ عامل تناسب (عامل الإخماد) تؤثر في هذه الحالة على المخمد القوة $R = \rho v$.

يصادف التخامد اللزج في حالة أجسام تسير بسرعات معتدلة عبر سائل ويقود هذا النوع إلى قوة مقاومة متناسبة مع السرعة كما رأينا.

ويصادف هذا النوع أيضاً في الحركة الإنزلاقية لسطوح مزيتة، المخمدات الهيدروليكية، ماصات الاهتزاز والصدمات، الأجزاء المتحركة المغمورة بالزيت وبعض الأجهزة الكهربائية. تكون أحياناً علاقة R بالسرعة غير خطية من الشكل $R = \rho v^{m-1}$ الشكل (8-7-2).

الشكل (8-7)

تغير مواصفات الاحتكاك الجاف وفق منحنى متقطع الشكل (8-7-d) حيث لا تتبع قوى الاحتكاك السرعة. يبين الشكل (8-7-e) الشكل الحقيقي لتغير قوى الاحتكاك الجاف.

ب- الاحتكاك الداخلي :

نتيجة للتأثير الدوري لقوى المقاومة غير المرنة في الأنظمة الميكانيكية ، ينحرف منحنى القوة - الانتقال عن قانون هوك والعلاقة بين الإجهاد والانفعال لا تصفها علاقة خطية كما هو معروف، وإنما منحنيان يشكلان فيما بينهما عقدة كما هو مبين على الشكل (8-8):

الشكل (8-8)

إذا كانت قوة المرنية ρ تقابل الانتقال X وفق قانون هوك ، فإن كامل القوة ستكون أكبر أو أصغر من ρ وذلك تبعاً لاتجاه السرعة (إشارة السرعة). إن سبب نشوء هذه الظاهرة في الأنظمة الميكانيكية هو الاحتكاك الداخلي في المادة وبشكل أساسي الاحتكاك في الوصلات المثبتة بواسطة البراغي أو الخوابير وفي الوصلات المتداخلة ببعضها. وتتحدد قيمة هذا النوع من المقاومات بمساحة العقدة، حيث تمثل هذه المساحة الطاقة المفقودة خلال دورة واحدة من التحميل ورفع الحمولة على العنصر المدروس. وقد بينت التجارب العديدة التي أجريت على عناصر الآلات أن مساحة العقدة لا تتأثر بالسرعة في كثير من التصاميم. سوف ندرس فقط قوى الإخماد المتناسبة طردياً مع سرعة الحركة وهو ما يطلق عليه الاحتكاك اللزج أو المقاومة اللزجة، ويظهر هذا النوع من المقاومة فقط أثناء الاهتزازات القليلة ولمجالات معينة صغيرة.

1-2-3-8 الحركة الاهتزازية المتخامدة لمقاومة لزجة تتناسب طردياً مع السرعة:

لندرس النظام الميكانيكي الاهتزازي البسيط المؤلف من كتلة ونابض ومقاومة لزجة تتناسب طردياً مع السرعة تساوي ρX الشكل (8-9):

الشكل (8-9)

تأخذ عندها المعادلة التفاضلية لحركة النظام الشكل التالي :

$$m \ddot{x} = -c x - \rho \dot{x} \quad (6 - 8)$$

$$m \ddot{x} + \rho \dot{x} + c x = 0$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad \text{أو} \quad (7 - 8)$$

حيث: $\delta = \rho / 2m$ - معامل التخميد أو ثابت التلاشي كما سنسميه لاحقاً

$\omega^2 = \frac{c}{m}$ - مربع التردد الذاتي للنظام.

ويكون الشكل العام للمعادلة السابقة باستخدام الإحداثية المعممة هو :

$$\ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega^2 x = 0 \quad (8.8)$$

وهي معادلة تفاضلية خطية من الدرجة الثانية مع الشروط الابتدائية :

$$t=0, q=q_0, \dot{q}=\dot{q}_0$$

لحل المعادلة التفاضلية (8-8) ننتقل من الفرضية :

$$q = ae^{pt}$$

بالتعويض في المعادلة (8-8) تنتج المعادلة المميزة من الشكل :

$$p^2 + 2\delta p + \omega^2 = 0$$

جذور هذه المعادلة هي :

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega^2} \quad (8.9)$$

نلاحظ أن قيم الجذور تتعلق بقيم كل من δ و ω

يكون الحل العام للمعادلة (8-8) بإدخال ثوابت التكامل a_1, a_2

$$q = a_1 e^{p_1 t} + a_2 e^{p_2 t}$$

حيث a_1, a_2 ثوابت لا على التعيين.

بالتالي فإن:

$$q = e^{-\delta t} \left[a_1 e^{\sqrt{\delta^2 - \omega^2} t} + a_2 e^{-\sqrt{\delta^2 - \omega^2} t} \right] \quad (8-10)$$

يتألف حل هذه المعادلة من جزئين: الجزء الأول $e^{-\delta t}$ يتناهي بازدياد الزمن إلى الصفر، أي أنه يحدد تلاشي مقدار الاهتزاز المراح بواسطة الشروط الابتدائية، لذلك يرمز إلى δ بثابت التلاشي.

الحد بين قوسين يعطي شكل الحركة، وهذا الشكل يتعلق فيما إذا كان الجذر $\sqrt{\delta^2 - \omega^2}$ حلاً حقيقياً أو مركباً، وبما أن الجذر وحدة قياس فسيتم إدخال مقياس لير للتخامد (مقياس التخامد) أو اختصاراً التخامد D ، حيث:

$$D = \frac{\delta}{\omega} = \frac{\rho}{2m\omega} = \frac{\rho}{2\sqrt{mc}}$$

لا يمكن بالطبيعة استعمال التخامد D كعلاقة مميزة لعنصر التخامد، بل إنه يتعلق بثوابت (وسائط) النظام ككل، وإذا تم تحديده بشكل تجريبي على أحد الأنظمة فإن معرفة الثوابت الأخرى للنظام (m, c) ضرورية لإعطاء مقاومة (ثابت التخامد) ρ والذي يميز عنصر التخامد، وبالتالي:

$$\sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \omega \sqrt{\frac{\delta^2}{\omega^2} - 1} = \omega \sqrt{D^2 - 1}$$

وبناء عليه يتحدد شكل الحركة بواسطة الحالات الثلاثة التالية:

(8.11)

ويجب أن تتم معالجتها كل على حدة.

$D < 1$ حالة تخامد ضعيف (مقاومة قليلة)، وتعتبر حركة النظام حركة متخامدة، وتأخذ هذه الحالة الأهمية الكبرى.

$$\sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \omega \sqrt{D^2 - 1} = \omega \sqrt{(-1)(1 - D^2)} = i\omega \sqrt{1 - D^2}$$

نسمي $v = \omega \sqrt{1 - D^2}$ التواتر الذاتي للنظام المتخامد، ومنه: $iv = \sqrt{\delta^2 - \omega^2}$

$$p_1 = -\delta + iv$$

وتكون

$$p_2 = -\delta - iv$$

وبالتالي يكون:

$$q = e^{-\delta t} (a_1 e^{ivt} + a_2 e^{-ivt}) \quad (8-12)$$

وبالتالي:

$$\dot{q} = -\delta e^{-\delta t} (a_1 e^{ivt} + a_2 e^{-ivt}) + e^{-\delta t} (iva_1 e^{ivt} - iva_2 e^{-ivt})$$

ع الشروط الابتدائية:

$$t = 0 \rightarrow q_0 = v_0 = -\delta(a_1 + a_2) + iv(a_1 - a_2)$$

$$q_0 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 = q_0 - a_2$$

$$v_0 = -\delta(q_0 - a_2 + a_2) + iv(q_0 - 2a_2)$$

$$v_0 = -\delta q_0 + ivq_0 - 2iva_2 \Rightarrow$$

$$2iva_2 = -\delta q_0 + ivq_0 - v_0 \Rightarrow$$

$$a_2 = \frac{-\delta q_0}{2iv} + \frac{ivq_0}{2iv} - \frac{v_0}{2iv} \Rightarrow$$

$$a_2 = \frac{q_0}{2} + i \frac{(v_0 + \delta q_0)}{2v}$$

$$a_1 = \frac{q_0}{2} - i \frac{(v_0 + \delta q_0)}{2v}$$

نعوض a_1 و a_2 في (8-12) فينتج:

$$q = e^{-\delta t} \left[\left(\frac{q_0}{2} - i \frac{v_0 + \delta q_0}{2v} \right) e^{i\omega t} + \left(\frac{q_0}{2} + i \frac{v_0 + \delta q_0}{2v} \right) e^{-i\omega t} \right]$$

$$q = e^{-\delta t} \left[\frac{q_0}{2} \frac{(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})}{2} - \frac{v_0 + \delta q_0}{v} \cdot i \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2} \right]$$

بإدخال التوابع التوافقية:

$$\cos \omega t = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} ; \quad -\sin \omega t = i \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2}$$

$$q = e^{-\delta t} \left[q_0 \cos \omega t + \frac{v_0 + \delta q_0}{v} \sin \omega t \right] \quad \text{ومنه: (8-13)}$$

هذا التابع عبارة عن مجموع تابعين توافقين اهتزازيين ،ويمكن كتابته بواسطة جمع هذين التابعين اللذين لهما نفس التواتر .

$$q = \theta \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega t - \alpha) \quad (8-14)$$

حيث:

$$\theta = \sqrt{q_0^2 + \left(\frac{v_0 + \delta q_0}{v} \right)^2}$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{\delta}{v} + \frac{v_0}{v q_0} \right) \quad \text{و}$$

وهي تمثل اهتزازات متخامدة، المنحني المميز لها هو من الشكل التالي:

الشكل (8-10)

وكما يبدو من الشكل السابق فإن المنحني المغلق للاهتزازات عبارة عن منحني لوغاريتمي. إن دور الاهتزازات المتخامدة هو :

$$T = \frac{2\pi}{v} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1 - D^2}}$$

وهو لا يختلف إلا بشكل ضئيل عنه في النظام المتخامد. تؤثر في أنظمة الآلات غالباً تخامدات ضئيلة بحيث تكون $D < 0.2$ ، لذلك يمكن في أغلب الأحيان إهمال تأثير التخامد على تواتر الاهتزاز .

$$v = \omega \sqrt{1 - D^2}$$

كما هو مبين في الشكل (8-11)، والذي يمثل قطعة من محيط دائرة.

الشكل (8-11)

يبين الشكل (8-12) عملية الاهتزاز المتخامد من أجل تخامدات مختلفة.

الشكل (8-12)

- لحالة التخماد الشديد $D > 1$ أهمية ضئيلة جداً من الناحية العملية

أو التقنية. وهذا ينطبق أيضاً على الحالة الحدية $D = 1$

من دراسة تأثير قوى المقاومة التابعة للسرعة على الاهتزازات الحرة للنظام ذو درجة الطلاقة الواحدة يمكن استخلاص النتائج التالية:

1- تؤدي قوى المقاومة التي تقوم بعمل سالب إلى تناقص سعات الاهتزازات الحرة للأنظمة.

2- إن تأثير المقاومة القليلة ($D < 1$) على دور وتردد الاهتزازات الحرة غير ملحوظ كثيراً، غير أن مقاومة قليلة تؤدي إلى تخمد سريع لهذه الاهتزازات.

3- في حالة المقاومة الكبيرة ($D > 1$ و $D = 1$) يحدث تخمد شديد ولا تحدث أية حركة اهتزازية.

8-2-3-2 تحديد وسائط (ثوابت) النظام من الاهتزازات الحرة:

إن وسائط (ثوابت) النظام هي الكتلة، ثابت النابض، ثابت التخماد، حيث تظهر في الكثير من الأحيان وظيفة تحديد هذه الوسائط بشكل تجريبي. في الكثير من الأحيان يكون تحديد قيمة الكتلة بسيطاً، بينما يمكن تحديد ثابت النابض وثابت التخماد تجريبياً كما يلي: يتم الانطلاق من نقاط العودة على منحنى الاهتزاز المتخمد الشكل (8-10). مع ملاحظة أن هذه النقاط لا تقع على المنحنى المماسي. إن القيمة العظمى

q_k تظهر عند الزمن t_k حسب المعادلة (8.13) نجد :

$$q_k = e^{-\delta t_k} \theta \cdot \cos(v t_k - \alpha) \quad (8-14)$$

إن القيمة العظمى التالية q_{k+2} تظهر عند الزمن:

$$t_{k+2} = t_k + T = t_k + \frac{2\pi}{v}$$

وبالتالي :

$$q_{k-2} = e^{-\delta} \left(t_k + \frac{2\pi}{v} \right) \theta \cdot \cos(vt_k + 2\pi - \alpha)$$

مع مراعاة أن نسبة قيمتين أعظميتين متتاليتين تبقى ثابتة عبر كامل عملية الاهتزاز المتخامد (أي أن سعة كل اهتزازين متتالين تبقى ثابتة)، وبالتالي نجد:

$$\frac{q_k}{q_{k+2}} = e^{\delta} \frac{2\pi}{y}$$

وهي غير متعلقة بـ K وبهذا يمكن تحديد قيمة التخماد δ بأخذ لوغاريتم الطرفين فنحصل على:

$$\frac{2\pi\delta}{v} = \ln \left(\frac{q_k}{q_{k-2}} \right)$$

ويدعى لوغاريتم هذه النسبة بالديكرامنت اللوغاريتمي، ومنه نجد:

$$\theta = \ln \left(\frac{q_k}{q_{k-2}} \right) = 2 \ln \left| \frac{q_k}{q_{k-2}} \right|$$

وبما أن :

$$\frac{\delta}{\omega} = D, \quad \gamma = \omega \sqrt{1 - D^2}$$

ينتج:

$$\theta = 2\pi \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} ; \quad D = \frac{\theta}{\sqrt{4\pi^2 + \theta^2}}$$

وفي حال وجود تخامد ضئيل يكون : $\theta = 2\pi D$

من منحنى الاهتزاز المتخامد يمكن في البداية معرفة فيما إذا كان التخماد يتناسب طرذاً مع السرعة. ثم أن نسبة قيمتين أعظميتين متتاليتين تبقى ثابتة عبر كامل عملية الاهتزاز المتخامد، ومن ناحية أخرى يمكن إعطاء مقياس لير لتخامد النظام D مباشرة.

وبعدها لا بد من تحديد ثابت النابض، لذلك لا بد من قياس زمن الدور T وحسب المعادلة (8-14) نجد أن:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-D^2}} ; \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

باعتبار أن الكتلة m معروفة، يتم حساب ثابت النابض وفق ما يلي:

$$c = \frac{4\pi^2 m}{T^2(1-D^2)} = \frac{m}{T^2}(4\pi^2 + \theta^2) \quad (8-15)$$

لحساب ثابت التخماد $\rho = 2 m D \omega$

ومن المعادلات السابقة نجد:

$$\rho = \frac{2m\theta}{T}$$

3-2-3-8 أمثلة على الاهتزازات الحرة:

المثال 1:

من أجل ذراع التوصيل ذي الكتلة m والمبين بالشكل (8-13)، المطلوب تحديد وضعية مركز الثقل وعزم العطالة الكتلي بالنسبة لمحور ثقلي عمودي على المستوي (مستوي الرسم) تجريبياً.

الشكل (8-13)

لتحديد وسائط (ثوابت) الكتلة تجريبياً تجري في أغلب الأحيان تجربة النواس، يعلق ذراع التوصيل في إحدى عيون (فتحات) الذراع، مثلاً عند A على سكة حادة ويقاس زمن النواس (مدة الدور) .

من أجل تلك تعطى العلاقات التالية: معادلة الحركة

$$J_A \ddot{\varphi} + m g a \sin \varphi = 0$$

بافتراض زوايا دوران صغيرة جداً يمكن صياغة هذه المعادلة اللاخطية بشكل خطي ومع $\sin \varphi \approx \varphi$ ينتج:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mga}{J_A} \varphi = 0$$

$$\omega_A^2 = \frac{mga}{J_A} \quad \text{مع}$$

تساوي مدة الدور:

$$T_A = \frac{2\pi}{\omega_A} = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mga}}$$

تحتوي هذه العلاقة على المجهولين J_A , a .

من أجل الحصول على معادلة أخرى لتحديد المجهولين تعاد التجربة باستعمال نقطة تأرجح أخرى مثلاً B ونحصل على:

$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{J_B}{mgb}}$$

و يوجد الآن العلاقات التالية:

$$a + b = e, J_A = J_s + ma^2, J_B = J_s + mb^2$$

و منها ينتج:

$$b = e \frac{T_A^2 - \sqrt{\frac{4 p^2 e}{g}}}{T_A^2 + T_B^2 - 2 \sqrt{\frac{4 p^2 e}{g}}}$$

$$J_s = \frac{T_B^2}{4 p^2} m g b - m b^2$$

عند إجراء التجربة يجب الانتباه إلى ضرورة قياس زمن عشرة اهتزازات (أدوار) كاملة على الأقل لتحديد زمن الدور بشكل دقيق.

المثال 2:

من أجل نظامي اهتزازات الفتل المبيينين في الشكلين (14-8) و (15-8)، المطلوب حساب مدة الدور المعطيات: J , C_2 , C_1

الشكل (15-8)

الشكل (14-8)

الحل:

يبين الشكل (14-8) نابضين للفتل على التسلسل. عزوم الفتل التي ينقلها كلاهما متساوية. تتألف زاوية دوران القرص من زوايا الدوران الجزئية لكلا النابضين.

$$j = j_1 + j_2 \text{ مع}$$

$$j = \frac{M}{c_{\text{geq}}} \quad j_1 = \frac{M_1}{c_1} \quad j_2 = \frac{M_2}{c_2}$$

$$M = M_1 = M_2 \text{ و}$$

ينتج :

$$\frac{1}{c_{geq}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} , \quad c_{eq} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$$

و بهذا تصبح معادلة الحركة :

$$J \ddot{\theta} + c_{eq} \dot{\theta} = 0$$

و مدة الدور :

$$T = 2\pi \sqrt{J \frac{(c_1 + c_2)}{c_1 c_2}}$$

في الشكل (8-15) تقع الكتلة الدوارة بين النابضين. في حالة قطع الكتلة عن النابضين

تظهر عزوم القطع $M_1 = c_1 j$, $M_2 = c_2 j$ وتصبح معادلة الحركة

$$J \ddot{\theta} + (c_1 + c_2) \dot{\theta} = 0$$

و مدة الدور :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{(c_1 + c_2)}}$$

4-8 الاهتزازات القسرية للأنظمة ذات درجة طلاقة واحدة:

في معادلات الحركة التي عولجت حتى الآن لم يظهر الزمن بشكل صريح، يتحرك النظام الاهتزازي حسب تابع زمني تحدده وسائط (ثوابت) النظام والشروط البدائية. إذا تم تحديد حركة النظام بواسطة مؤثرات خارجية (قوى تحريض، حركة قاعدة الارتكاز) يمكن التحدث عن الاهتزازات القسرية. يظهر في هذه الحالة الزمن في معادلات الحركة بشكل صريح حيث تصبح المعادلات التفاضلية غير متجانسة.

كما سبق وذكر فإنه ستم معالجة معادلات للحركة ذات وسائط ثابتة وتوابع تحريضية دورية فقط.

دورية فقط.

8-4-1 حساب الحركة المستقرة بتحريض توافقي:

يمكن تحريض نظام اهتزازي ميكانيكي بواسطة قوى تؤثر على الكتلة أو بواسطة حركات قاعدة الارتكاز. من أجل النموذج الحسابي الشكل (8-16) الذي تؤثر فيه قوة تحريض ذات سعة ثابتة تنتج معادلة الحركة:

$$m\ddot{x} + p\dot{x} + cx = F_0 \sin \omega t \quad (8.16)$$

إذا نتجت قوة التحريض عن كتلة عدم ارتزان $m_u r_u$ تدور بالسرعة الزاوية ω يسري مفعول الشكل (8-17):

الشكل (8-16)

الشكل (8-17)

$$(m + m_u)\ddot{x} + p\dot{x} + cx = m_u r_u \omega^2 \sin \omega t \quad (8.17)$$

إذا نتجت القوة عن حركة نقطة ارتكاز النابض S الشكل (8-18) نجد مع

$$s = s_0 \sin \omega t$$

$$m\ddot{x} + p\dot{x} + c_1 x + c_2 (x - s) = 0 \quad (8.18)$$

$$m\ddot{x} + p\dot{x} + (c_1 + c_2)x = c_2 s_0 \sin \omega t$$

يمكن في حالة التحريض عن طريق قاعدة الارتكاز الشكل (8-19) استعمال الحركة المطلقة X وكذلك الحركة النسبية $y = x - s$ كإحداثية من أجل الحركة المطلقة ومع $s = s_0 \sin \omega t$ نجد:

$$m\ddot{x} + p(\dot{x} - \dot{s}) + c(x - s) = 0$$

$$m\ddot{x} + p\dot{x} + cx = p\omega s_0 \cos \omega t + cs_0 \sin \omega t \quad (8.19)$$

$$m \ddot{x} + \rho \dot{x} + cx = s_0 \sqrt{(c^2 + \rho^2 W^2)} \sin(Wt + \gamma)$$

$$\tan \gamma = \frac{2\delta W}{\omega^2} \quad (8.20)$$

الشكل (8-18)

الشكل (8-19)

من أجل الحركة النسبية نجد من المعادلة (8-19) ومع

$$m \ddot{y} + \rho \dot{y} + cy = m s_0 W^2 \sin Wt \quad (8.21)$$

يمكن صياغة معادلات الحركة هذه كلها بالشكل المعمم

$$m \ddot{q} + 2\delta \dot{q} + \omega^2 q = \bar{Q} \sin \Omega t \quad (8.22)$$

وهي معادلة تفاضلية خطية غير متجانسة. يتألف الحل من حل المعادلة المتجانسة ومن التكامل للجزء غير المتجانس ويسري مفعول:

$$q = q_1 + q_2 \quad (8.23)$$

حسب المعادلة (8-13) يكون حل المعادلة المتجانسة بافتراض تخامد ضئيل.

$$q_1 = e^{-\delta t} [a_1 \cos \omega t + a_2 \sin \omega t] \quad (8.24)$$

a_1, a_2 هي ثوابت التكامل التي يمكن تحديدها بواسطة الشروط الابتدائية. إلا أنه يجب إيجاد تكامل الجزء غير المتجانس أيضاً. سيتم إيجاد هذا التكامل عبر فرضية تحقق معادلة الحركة ولا تحتوي على ثوابت حرة. من أجل نظام اهتزاز غير متخامد $\delta = 0$ يمكن تعويض الفرضية $q = A \sin Wt$ في المعادلة (8-22) والحصول على معادلة لتحديد A وبالتالي تحقيق المعادلة التفاضلية. من أجل النظام المتخامد تظهر الحاجة

إلى حد ثاني في الفرضية لاستدراك أجزاء الـ $\cos$ التي تنتج عن حد التخميد. سيتم وضع

$$q_1 = A \cos Wt + B \sin Wt \quad (8.25)$$

بالتعويض في المعادلة (8-22) ينتج:

$$\begin{aligned} & -AW^2 \cos Wt - BW^2 \sin Wt - 2\delta W(A \sin Wt - B \cos Wt) + \\ & + \omega^2(A \cos Wt + B \sin Wt) = \bar{Q} \sin Wt \end{aligned} \quad (8.26)$$

مقارنة الأمثال تعطي المعادلات لتحديد B, A

$$\begin{aligned} A(\omega^2 - W^2) + 2\delta WB &= 0 \\ -2\delta WA + B(\omega^2 - W^2) &= \bar{Q} \end{aligned} \quad (8.27)$$

ومنها ينتج:

$$\begin{aligned} A &= - \frac{2\delta W}{\omega^2 - W^2} B \\ B &= \frac{\bar{Q}}{\omega^2 - \frac{W^2}{1 + \frac{4\delta^2 W^2}{\omega^2(\omega^2 - W^2)}}} \end{aligned} \quad (8.28)$$

من المفضل إدخال الاختصارات التالية:

$$D = \frac{\delta}{\omega}; \quad \eta = \frac{W}{\omega}; \quad \frac{\bar{Q}}{\omega^2} = q_{\text{stat}} \quad (8.29)$$

ومعها تصبح المعادلات (8-28):

$$A = - \frac{2D\eta}{1 - \eta^2} B; \quad B = q_{\text{stat}} \frac{(1 - \eta^2)}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2} \quad (8.30)$$

بضم الاهتزازين التوافقيين الجزئيين بتواترين متساويين سوياً نجد :

$$q_2 = A \cos Wt + B \sin Wt = C \sin(Wt + \gamma)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = q_{\text{stat}} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$$

$$\tan \gamma = \frac{A}{B} = - \frac{2D\eta}{1 - \eta^2}$$

ويصبح الحل الكامل للمعادلة المعممة (8-22) على الشكل التالي:

$$q = e^{-\delta t} (a_1 \cos vt + a_2 \sin vt) + q_{\text{stat}} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \sin(Wt - \varphi) \quad (8.31)$$

مع:

$$v = \omega \sqrt{1 - D^2} \quad ; \quad \tan \varphi = \frac{2D\eta}{1 - \eta^2} \quad (8.32)$$

يمكن أن يتم تحديد ثوابت التكامل a_1, a_2 بواسطة الشروط الابتدائية. يبين الشكل (8-8) مخطط تابع التحريض $\bar{Q} \sin Wt$ وإحداثيات الحركة q من أجل $D = 0.01; \eta = 0.2$ وإزاحة ابتدائية معطاة. يبين الشكل (8-21) نفس التابعين من أجل $D = 0.2; \eta = 5$

بمساعدة هذه الأشكال يمكن ببساطة قراءة ما يلي من المعادلة (8-31):

يبين الحل الكلي اهتزاز متخامد بالتواتر الدائري الذاتي والذي يدعى بالاهتزاز الذاتي وكذلك حركة مستقرة بالتواتر المحرض Ω . بسبب التخامد تتلاشى الحركة الذاتية حتى الصفر.

الشكل (8-20)

الشكل (8-21)

تجري هذه العملية بسبب الفرضية التي تتناسب طرذاً مع السعة بشكل مماسي. من أجل وظائف عملية يمكن التأكد بأن التلاشي يجري غالباً بسرعة، لأن الفرضية لا تنطبق مع الواقع تماماً، وخصوصاً عند وجود إزاحات صغيرة. تجري الحركة المستقرة بتواتر التحريض، يوجد بين الحركة والتحريض إزاحة فرق الطور.

تجري الحركة بعد التحريض بزاوية فرق الطور ϕ من أجل الحالة $\eta = 1$ تبلغ إزاحة فرق الطور $\phi = \frac{\pi}{2}$ بدون أن تتعلق بالتحامد D .

تحدد قيمة سعة الاهتزاز بواسطة قيمة التحريض وما يسمى بتابع التضخيم الذي يتعلق بالتحامد ونسبة التواتر. تكون الحالة المستقرة فقط التي تعطي بواسطة تكامل الجزء غير المتجانس مهمة في الكثير من الوظائف العملية.

من حل المعادلة المعممة يمكن اشتقاق الحلول المختلفة للمعادلات (8-16)، (8-17)، (8-18)، (8-19) و (8-20)

يبين الشكل (8-22) بشكل جماعي توابع التضخيم وإزاحات فرق الطور من أجل الحالات التي تم بحثها.

بالإضافة إلى حركة الكتلة تظهر الحاجة إلى القوة الديناميكية التي تنتقل إلى مكان التثبيت من أجل المسائل المتعلقة بتثبيت الآلات. يمكن حساب هذه القوة بالنسبة للنماذج المبينة في الأشكال (8-17) و (8-18)

$$K_{dyn} = cx + \rho \ddot{x} \quad (8.33)$$

فإذا اعتبرنا فقط الجزء المستقر من الحل ينتج

$$K_{dyn} = q_{stat} \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \left[\ddot{x} \sin(Wt - \phi) + \dot{W} \cos(Wt - \phi) \right] \quad (8.34)$$

اختصار الحدود الموجودة داخل القوس يؤدي إلى تغيير الجزء المعطى في المعادلة (8.20):

$$K_{dyn} = q_{stat} m \omega^2 \frac{\sqrt{1 + 4D^2\eta^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \sin(Wt + \gamma - \phi)$$

من أجل $\bar{Q} = \frac{F_0}{m}$ (الشكل 8-17) نجد:

$$K_{dyn} = F_0 V_2 \sin(Wt + \gamma - \phi) \quad (8.35)$$

من أجل $\bar{Q} = \frac{m_u r_u}{(m + m_u)} W^2$ (الشكل 8-14) يكون:

$$K_{dyn} = \frac{m_u r_u}{(m + m_u)} c V_4 \sin(Wt + \gamma - \phi) \quad (8.36)$$

تبين الأشكال (8-22)، (8-23)، (8-24)، (8-25) توابع التضخيم وزوايا فرق الطور حسب الجدول في :



الشكل (22-8)

الشكل (23-8)



الشكل (8-24)

الشكل (8-25)

8-4-2 أمثلة على الاهتزازات القسرية:

المثال 1:

بين الشكل (8-26) نظام اهتزازات فتل تتحرك إحدى كتله حسب تابع توافقي $j_1 = j \sin \omega t$. كم تبلغ قيمة سعة زاوية الاهتزاز في الحالة المستقرة؟ ما هي قيمة إجهادات الفتل المتغيرة الأعظمية التي تظهر في جزئي المحور؟
المعطيات:

$$m = 100 \text{ kg}, R = 20 \text{ cm}, \Omega = 50 \text{ s}^{-1}, \phi = 2^\circ, L = 50 \text{ cm}, d_1 = 3 \text{ cm}, d_2 = 2 \text{ cm}, G = 8 \times 10^4 \text{ Nm}^2$$

الحل :

تعطى ثوابت النوابض لجزئي المحور بالعلاقات:

$$c_1 = \frac{GI_{p1}}{L}, \quad c_2 = \frac{GI_{p2}}{L}, \quad I_p = \frac{\pi}{32} d^4$$

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = \frac{GI_{p2}}{L} \left(\frac{1}{1 + \frac{I_{p2}}{I_{p1}}} \right)$$

ثابت النابض الكلي يعطى بالعلاقة

الشكل (8-26)

$$J_2 = \frac{mR^2}{2} \quad \text{عزم عطالة القرص 2}$$

معادلة الحركة :

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + c(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \quad , \quad \ddot{\varphi}_2 + \frac{c}{J_2} \varphi_2 = \frac{c}{J_2} \hat{\varphi}_1 \sin \Omega t$$

معادلة الحركة تطابق المعادلة (8-20):

وحسب ذلك تصبح سعة زاوية الاهتزاز للقرص 2 من أجل النظام غير المتخامد (الشكل 8-23):

$$\hat{\varphi}_2 = \hat{\varphi}_1 v_2 \quad ; \quad v_2 = \hat{\varphi}_1 \frac{1}{1 - \eta^2} \quad ; \quad \eta = \frac{\Omega}{\omega} \quad ; \quad \omega^2 = \frac{c}{J_2}$$

يبلغ العزم الذي ينتقل في أجزاء المحور :

$$M = c(\varphi_2 - \varphi_1)$$

سعة العزم :

$$\hat{M} = c(\hat{\varphi}_2 - \hat{\varphi}_1) = c \hat{\varphi}_1 \frac{\eta^2}{1 - \eta^2}$$

تبلغ اجهادات الفتل الأعظمية:

$$\tau_1 = \frac{\hat{M} d_1}{2 I_{p1}} \quad , \quad \tau_2 = \frac{\hat{M} d_2}{2 I_{p2}}$$

الحسابات الرقمية :

$$I_{p2} = 1,57 \text{ cm}^4, \quad I_{p1} = 7,95 \text{ cm}^4, \quad J_2 = 2 \text{ kgm}^2$$

$$c = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 1,57}{50 \cdot 1,197} \text{ Ncm} \Rightarrow c = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Ncm} \quad ; \quad c = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^3}{2}} \text{ s}^{-1} = 32,4 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \eta = \frac{50}{32,4} = 1,54$$

التواتر الطبيعي أصغر من تواتر التحريض (منطقة الضبط المنخفض). تبلغ قيمة

فرق الطور $\varphi = 180^\circ$ ($D=0$) أي أن φ_2 تهتز بعكس φ_1 تماما

$$\frac{\hat{\varphi}_2}{\hat{\varphi}_1} = \frac{1}{1 - \eta^2} = -0,73 \quad \hat{\varphi}_1 = 0,0349$$

$$\hat{\varphi}_2 = -0,0255$$

وبهذا:

$$\hat{M} = c\hat{\phi}_1 \left(\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{\phi}_1} - 1 \right) = -2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,0349 \cdot 1,73 \text{ N cm}$$

$$\hat{M} = 12,7 \cdot 10^3 \text{ N cm}$$

من أجل ساعات اجهادات الفتل يسري مفعول:

$$\tau_1 = 2396 \text{ N cm}^{-2} ; \tau_2 = 8090 \text{ N cm}$$

من الشكل (8-23) يمكن التأكد من أن تأثير التخماد الضئيل والذي ينتج عن تخامد مادة النوابض عند نسبة التواتر الموجودة (منطقة الضبط المنخفض) مهمل.

المثال 2:

يجب تثبيت آلة كتلتها الكلية m_M على أرضية طابق. تعطي هذه الآلة بسبب وجود محور فيها كتلته m_R ومركز ثقله مزاج بالمقدار e_R قوى عطالة حرة. المطلوب التأكد

فيما إذا كانت ساعات الاهتزازات الناتجة عن الآلة تقع تحت القيمة المسموح بها $\hat{X}_{zul}$ من أجل تحديد الوسائط الديناميكية (المرونة والتخماد) لأرضية الطابق تم في الموضع الذي ستثبت فيه الآلة تركيب محرض لا مركزي فيه كتلة دوارة m_u مزاحة عن محور الدوران بالمقدار r_u ثم رسم منحنى الطنين المبين في الشكل (8-27). كتلة المحرض اللامركزية صغيرة بالنسبة للكتلة البديلة لأرضية الطابق.

$$\begin{cases} m_M = 2000 \text{ kg} \\ m_R = 500 \text{ kg} \\ e_R = 40 \text{ cm} \\ n_M = 750 \text{ min}^{-1} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{X}_{zul} = 50 \text{ cm} \\ \hat{X}_{D,e} = 75 \text{ cm} \\ \hat{X}_{D,\gamma} = 25 \text{ cm} \\ m_u r_u = 10 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ n_e = 1500 \text{ min}^{-1} \end{cases}$$

الحل:

يجب في البداية تحديد كتلة ونابضية وتخماد النظام البديل لأرضية الطابق. منحنى الطنين المقاس للحركة عند التحريض اللامركزي يكافئ تابع التضخيم V_3 الشكل (8-23). فإذا تم تمييز وسائط (القيم المميزة، ثوابت) أرضية الطابق بالمؤشر. فإنه يسري مفعول ما يلي فيما يتعلق بسعة اهتزاز أرضية الطابق.

$$\hat{x}_D = \frac{m_u r_u}{m_D} \frac{\eta^2 D}{\sqrt{(1 - \eta^2 D)^2 + 4D_D^2 \eta_D^2}} \quad (1)$$

الشكل (8-27)

بما أنه من المتوقع أن يكون التخماد ضئيلاً، يمكن الافتراض بأن السعة العظمى تقع عند $\eta_D = 1$ ومنه ينتج:

$$\begin{cases} \eta_D = 1: \hat{x}_{D,e} = \frac{m_u r_u}{m_D} \frac{1}{2D_D} ; \omega_D^2 = \frac{c_D}{m_D} ; \omega_D = \frac{\pi n_e}{30} \\ \eta_D \rightarrow \infty: \hat{x}_{D,z} = \frac{m_u r_u}{m_D} \end{cases} \quad (2)$$

من العلاقات (2) يمكن حساب وسائط (ثوابت) النموذج البديل لأرضية الطابق

$$\left(m_D = \frac{m_u r_u}{\hat{x}_{D,z}} ; 2D_D = \frac{\hat{x}_{D,z}}{\hat{x}_{D,e}} ; c_D = m_D \left(\frac{\pi n_e}{30} \right)^2 \right) \quad (3)$$

مع القيم الرقمية ينتج:

$$\left(m_D = 4000 \text{ kg} ; D = \frac{1}{6} = 0.17 ; c_D = 9.87 \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-1} \right)$$

لحساب النظام : أرضية الطابق-الآلة: توجد الوسائط التالية:

$$m = m_M + m_D = 6000 \text{ kg} \quad \text{الكتلة:}$$

$$c = c_D = 9.87 \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-1} \quad \text{النايخ:$$

التخماد: لا يمكن نقل التخماد D_0 لأنه متعلق بالنظام بينما يمكن نقل ثابت التخماد ρ مع

$$2D = \frac{\rho}{\sqrt{cm}}$$

يكون $\frac{2D}{2D} = \sqrt{\frac{c_D m_D}{c m}} \Rightarrow D = D_D \sqrt{\frac{m_D}{m}} = 0.14$
يسبب عدم الدقة في عملية تحديد التخماد فإن إعطاء الأرقام المحسوبة بكل دقة عديم الفائدة. بما أن التخماد ضئيل جدا يمكن حساب التواتر الدائري الذاتي للنظام حسب:

$$\omega^2 = \frac{c}{m} = 1.645 \cdot 10^4 \text{ s}^{-2}$$

وبهذا ينتج بالنسبة لنسبة التواتر (نسبة الضبط)

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} = 0.613$$

من أجل حساب سعة اهتزاز أرضية الطابق المستقرة يسري مفعول ما يلي :بناء على المعادلة (17-8) والشكل (8-22):

$$\hat{x} = \frac{m_R \ell_R}{m} v_3$$

من أجل القيم الرقمية المحسوبة والمعطاة ينتج:

$$\hat{x} = 1.94 \mu\text{m}$$

بهذا تقع سعة اهتزاز أرضية الطابق في حالة التشغيل المستقر تحت القيمة المسموح بها بمقدار كبير .

المثال 3:

في مجموعة تيار احتياطي يرتبط المحرك المكبسي مع المولد بواسطة واصل مرن . يعطي المحرك في حالة الحركة المستقرة عزم:

$$M = M_0 + M_1 \sin \Omega t + M_2 \sin 2\Omega t$$

بينما يؤثر على المولد عزم معاكس ثابت M_0 . النموذج الحسابي مبين في الشكل (8-28) .

ما هي قيمة العزم الديناميكي خارج منطقة الطنين والذي يجب أن ينقله الواصل؟
الحل: بما أننا لن نبحث في الاهتزازات داخل منطقة الطنين لذلك يمكن في التقريب الأول إجراء الحسابات بإهمال التخماد.

الشكل (8-28)

معادلات الحركة تصبح :

$$J_1 \ddot{\phi}_1 + c(\phi_1 - \phi_2) = M_0 + M_1 \sin \Omega t + M_2 \sin 2\Omega t$$

$$J_2 \ddot{\phi}_2 - c(\phi_1 - \phi_2) = -M_0$$

بما أننا نبحث عن العزم المرن في الواصل فإنه ينصح بإدخال الإزاحة النسبية $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ كإحداثية. بضرب المعادلة الأولى بـ J_2 والثانية بـ J_1 وجمعها معا ينتج:

$$\Delta\ddot{\phi} + \frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2} \Delta\phi = \frac{1}{J_1} M_1 \sin \Omega t + \frac{1}{J_1} M_2 \sin 2\Omega t + M_0 \frac{(J_1 + J_2)}{J_1 J_2} \quad (1)$$

وإذا وضعنا ما يلي:

$$\omega^2 = \frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2} ; a_0 = M_0 \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} = \frac{M_0 \omega^2}{c}$$

$$b_1 = \frac{1}{J_1} M_1 ; b_2 = \frac{1}{J_1} M_2 ; a_k = 0 ; \delta = 0 ; \eta = \frac{\omega}{\hat{\omega}} \quad (2)$$

وبهذا يصبح الحل المستقر :

$$\Delta\phi_d = \frac{M_0}{c} + \frac{M_1}{J_1 \omega^2 (1 - \eta^2)} \sin \Omega t + \frac{M_2}{J_1 \omega^2 (1 - 4\eta^2)} \sin 2\Omega t$$

إذا رمزنا إلى العزم المرن في الواصل بـ $M_E = c\Delta\phi$ وإلى نسبة العزوم $\mu = \frac{M_2}{M_1}$ ينتج:

$$\frac{M_E}{M_1} \frac{J_1 + J_2}{J_2} = \frac{1}{1 - \eta^2} \sin \Omega t + \mu \frac{1}{1 - (2\eta)^2} \sin 2\Omega t \quad (3)$$

يبين الشكل (29-8) القيمة العظمى لـ $\frac{M_E J_1 + J_2}{M_1 J_2}$ من أجل نسبة العزوم $\mu = 1$

يجب الانتباه إلى أن هذا المنحني لا ينتج عن جمع سعتي التابعين التوافقيين بل يتطلب تركيباً حقيقياً.

الشكل (29-8)

يمكن التحقق من أن الطنين يظهر من أجل $\eta = \frac{1}{2}$; $\eta = 1$ حيث تؤدي في النظام غير المتخامد إلى إزاحات لا متناهية في الكبر. في النظم المتخامدة بشكل ضئيل يوجد أيضاً توابع توافقية في منطقة الطنين تكون أكبر منها في المناطق الخارجة عنه. لذلك تظهر من الناحية العملية عند قياس اهتزازات الطنين في الكثير من الأحيان إشارات توافقية.

يوجد من أجل القيم الأخرى لـ η اهتزازات دورية، ويمكن عند الابتعاد عن مناطق الطنين في الكثير من الأحيان إهمال التخامد.



الفصل التاسع
اهتزازات الأنظمة الخطية
ذات درجتي طلاقة



تحتوي معالجة نظم الاهتزازات ذات درجتي طلاقة اثنتين على الأفكار الأساسية التي يسري مفعولها على النظم المركزة ذات درجة الطلاقة n ، بينما لا تظهر عند الأنظمة ذات درجتي طلاقة مشاكل حسابية فإنها يمكن أن تكون كبيرة عند درجة الطلاقة n لذا فإن معالجة الأنظمة ذات درجتي طلاقة مهمة من أجل الفهم الأساسي لاهتزازات النظم ذات درجات الطلاقة المتعددة.

وكما تم إيضاح ذلك سابقاً، فإنه يمكن إهمال تأثير التخماد كما يظهر في أغلب الحالات في الهندسة الميكانيكية على التواتر الذاتي. لذا سيتم عند معالجة الاهتزازات الحرة للأنظمة ذات درجتي طلاقة استعمال نماذج حسابية بدون تخماد. إلا أنه يجب التنويه إلى أن هذه الفرضية ليست ذات معنى لكل المسائل المطروحة. فإذا كان المطلوب مثلاً حساب عملية التلاشي لنظام أساس الآلة بعد تحميله بصدمة فلا يمكن في هذه الحالة الاستغناء عن التخماد.

9-1 معادلات الحركة وارتباطها:

سيتم في البداية صياغة معادلات الحركة من أجل أنظمة اهتزازات متعددة. من أجل سلسلة الاهتزازات المبينة في الشكل (9-1) يسري مفعول:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 x_2 - c_1 (x_1 - x_2) &= 0 \end{aligned} \quad (9.1)$$

أو:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{c_1}{m_1} x_1 - \frac{c_1}{m_1} x_2 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \frac{c_2 + c_1}{m_2} x_2 - \frac{c_1}{m_2} x_1 = 0 \end{cases} \quad (9.2)$$

من أجل نظام اهتزازات الغتل الشكل (9-2) يسري كذلك مفعول:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \frac{c_1}{J_1} \varphi_1 - \frac{c_1}{J_1} \varphi_2 = 0 \\ \ddot{\varphi}_2 + \frac{c_1 + c_2}{J_2} \varphi_2 - \frac{c_1}{J_2} \varphi_1 = 0 \end{cases} \quad (9.3)$$

الشكل (2-9)

الشكل (1-9)

يبين الشكل (3-9) نظام اهتزازات انحناء، مع كتل مركزة في نقاط وجانز انحناء معدوم الكتلة. سيتم الحصول على معادلات الحركة لهذا النظام من معادلات تغير الشكل (الانحناء). فإذا اعتبرنا أن هناك قوى تؤثر في أماكن تواجد الكتل وتتجه باتجاه الانحناء فيكون:

$$y_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 \quad (9.4)$$

$$y_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 \quad (9.5)$$

a_{ik} هي أعداد التأثير والتي يتم معالجتها في مقاومة المواد. تبلغ قيمة القوى الناتجة عن حركة الكتل عند أماكن الانحناء والتي تؤثر على الجانز:

$$F_1 = -m_1\ddot{y}_1 ; F_2 = -m_2\ddot{y}_2 \quad (9.6)$$

وبهذا تأخذ معادلة الحركة الشكل:

$$\begin{cases} a_{11}m_1\ddot{y}_1 + y_1 + a_{12}m_2\ddot{y}_2 = 0 \\ a_{22}m_2\ddot{y}_2 + y_2 + a_{21}m_1\ddot{y}_1 = 0 \end{cases} \quad (9.7)$$



الشكل (4-9)



الشكل (3-9)

يجب الانتباه إلى أن دراسة الحركة تتم حول وضعية الاتزان السكوني. تعدل قوى الثقالة بواسطة تغير الشكل الستاتيكي للجائز.

ستتم صياغة معادلات الحركة للنواس الرياضي المزدوج الشكل (4-9) باستعمال إحداثيات مختلفة يمكن الحصول عليها بواسطة معادلات لاغرانج ذات النوع الثاني. إذا استعملنا الزوايا المطلقة ϕ_1, ϕ_2 كإحداثيات فيكون ما يلي من أجل إزاحات صغيرة.

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)s_1^2\ddot{\phi}_1 + g(m_1 + m_2)s_1\phi_1 + m_2s_1s_2\ddot{\phi}_2 &= 0 \\ m_2s_1s_2\ddot{\phi}_1 + gm_2s_2\phi_2 + m_2s_2^2\ddot{\phi}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (9.8)$$

أو

$$\begin{aligned} \frac{s_1}{g}\ddot{\phi}_1 + \phi_1 + \frac{m_2s_2}{g(m_1 + m_2)}\ddot{\phi}_2 &= 0 \\ \frac{s_2}{g}\ddot{\phi}_2 + \phi_2 + \frac{s_1}{g}\ddot{\phi}_1 &= 0 \end{aligned} \quad (9.9)$$

فإذا عوضنا الزوايا النسبية Ψ_2, Ψ_1 كإحداثيات مع سريان مفعول:

$$\Psi_1 = \phi_1 : \Psi_2 = \phi_2 - \phi_1 \quad \text{ينتج:}$$

$$\begin{aligned} [(m_1 + m_2)s_1^2 + m_2s_1s_2]\ddot{\Psi}_1 + g(m_1 + m_2)s_1\Psi_1 + m_2s_1s_2\ddot{\Psi}_2 &= 0 \\ [m_2s_1s_2 + m_2s_2^2]\ddot{\Psi}_1 + gm_2s_2\Psi_1 + gm_2s_2\Psi_2 + m_2s_2^2\ddot{\Psi}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (9.10)$$

فإذا استعملنا، مع افتراض إزاحات صغيرة، الإزاحات الأفقية للكتل المركزة في نقاط ω_1, ω_2 كإحداثيات فإنه يسري مفعول ما يلي مع:

$$\omega_1 = s_1 \varphi_1; \omega_2 = s_1 \varphi_1 + s_2 \varphi_2$$

$$m_1 \ddot{\omega}_1 + \frac{g}{s_1} (m_1 + m_2) \omega_1 + m_2 \ddot{\omega}_2 = 0 \quad (9.11)$$

$$m_2 \ddot{\omega}_2 + \frac{m_2 g}{s_2} \omega_2 - \frac{m_2 g}{s_2} \omega_1 = 0 \quad (9.12)$$

بما أن المعادلات (9-8) وحتى (9-11) قد حولت بعد صياغتها إلى معادلات خطية للحركة فإنه لا يمكن الحصول على المعادلات (9-10) و (9-11) بواسطة تعويض العلاقات بين الإحداثيات في المعادلة (9-8).

لذلك يجب الانطلاق من خلال صياغة تابع لاغرانج بواسطة الإحداثيات المختلفة ومن ثم تحويل معادلات الحركة الحاصلة إلى معادلات خطية. يمكن صياغة معادلات الحركة المختلفة هذه بواسطة الأشكال العامة (المعممة) الثلاثة التالية. من أجل المعادلات (9-2) و (9-3) يمكن باستعمال الإحداثية المعممة q كتابة:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + a_{11} q_1 + a_{12} q_2 = 0 \\ \ddot{q}_2 + a_{22} q_2 + a_{21} q_1 = 0 \end{cases} \quad (9.13)$$

9-2 التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز للأنظمة المقيدة:

ترتبط أنظمة الاهتزازات المبنية في الأشكال (9-1) و (9-2) بواسطة نوابض بنقطة ثابتة. يتحقق النابض في نظام النواس المزدوج عبر عزم قوة الثقالة. تدعى هذه الأنظمة بالأنظمة المقيدة. سيتم حساب التواترات الذاتية من أجل شكل ذي ترابط للإزاحات حسب المعادلة (9-13) حيث أنه يمكن إرجاع جميع الأشكال الأخرى إلى هذا الشكل. سيتم الانطلاق من نظام المعادلات التفاضلية الخطية (9-13):

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + a_{11} q_1 + a_{12} q_2 = 0 \\ \ddot{q}_2 + a_{22} q_2 + a_{21} q_1 = 0 \end{cases}$$

ينتج الحل بشكل مشابه للنظام ذي درجة طلاقة واحدة بواسطة بناء النظام الأساسي مع الفرضية:

$$\begin{aligned} q_1 &= A_1 e^{j\omega t} \\ q_2 &= A_2 e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (9.14)$$

نجد من المعادلة (9.13):

$$\begin{aligned} -A_1 \omega^2 + a_{11} A_1 + a_{12} A_2 &= 0 \\ -A_2 \omega^2 + a_{22} A_2 + a_{21} A_1 &= 0 \end{aligned} \quad (9.15)$$

وهما معادلتان متجانستان من أجل المجهولين A_1, A_2 حسب قواعد كرامر فإن لهاتين المعادلتين فقط حلاً لا يساوي الصفر عندما يساوي معين المخرج الصفر وبهذا يجب أن يسري مفعول:

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \omega^2 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (9.16)$$

ومنه ينتج ما يسمى بمعادلة القيمة الذاتية:

$$\begin{aligned} (a_{11} - \omega^2)(a_{22} - \omega^2) - a_{12} a_{21} &= 0 \\ (\omega^2)^2 - \omega^2(a_{11} + a_{22}) + a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} &= 0 \end{aligned} \quad (9.17)$$

يكون حل هذه المعادلة المزدوجة من الدرجة الثانية:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(a_{11} + a_{22}) \mp \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}} \right] \quad (9.18)$$

ومنه تنتج ما يسمى بالقيم الذاتية التالية:

$$\omega_{11} = \omega_1; \omega_{12} = -\omega_1; \omega_{21} = \omega_2; \omega_{22} = -\omega_2 \quad (9.19)$$

يبني حل المعادلة (9-13) مع إضافة ثوابت التكامل من النظام الأساسي. ومنه ينتج:

$$q_1 = B_{11} e^{j\omega_1 t} + B_{12} e^{-j\omega_1 t} + B_{13} e^{j\omega_2 t} + B_{14} e^{-j\omega_2 t} \quad (9.20)$$

$$q_2 = B_{21} e^{j\omega_1 t} + B_{22} e^{-j\omega_1 t} + B_{23} e^{j\omega_2 t} + B_{24} e^{-j\omega_2 t} \quad (9.21)$$

يوجد في نظام المعادلات هذا ثمانية ثوابت تكامل مجهولة ولتحديدتها يوجد فقط أربعة شروط ابتدائية:

$$\begin{aligned} t=0 ; q_1 &= q_{10} ; \dot{q}_1 = v_{10} \\ q_2 &= q_{20} ; \dot{q}_2 = v_{20} \end{aligned} \quad (9.22)$$

يمكن إيجاد المعادلات الأربعة المتبقية من إحدى المعادلتين (9.15). بما أن المعادلة (9.15) محققة من أجل جميع القيم الذاتية يسري مفعول:

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \omega_1^2 &= \frac{B_{21}}{B_{11}} = \frac{B_{22}}{B_{12}} = \frac{a_{11} - \omega_1^2}{-a_{12}} = k_1 \\ \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \omega_2^2 &= \frac{B_{23}}{B_{13}} = \frac{B_{24}}{B_{14}} = \frac{a_{11} - \omega_2^2}{-a_{12}} = k_2 \end{aligned} \quad (9.23)$$

وقد كان من الممكن أيضاً استعمال المعادلة الثانية (9-15). وبهذا حسب الشروط الابتدائية الأربعة يسري مفعول:

$$\begin{aligned} q_1 &= B_{11}e^{j\omega_1 t} + B_{12}e^{-j\omega_1 t} + B_{13}e^{j\omega_2 t} + B_{14}e^{-j\omega_2 t} \\ q_2 &= k_1 [B_{11}e^{j\omega_1 t} + B_{12}e^{-j\omega_1 t}] + k_2 [B_{13}e^{j\omega_2 t} + B_{14}e^{-j\omega_2 t}] \end{aligned} \quad (9.24)$$

حتى يمكن إرجاع هذا الحل غير المألوف إلى الشكل المعروف للتوابع المثلثية نستعمل علاقات أولير:

$$\frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \cos \omega t \quad ; \quad i \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2} = -\sin \omega t$$

ونحصل على:

$$\begin{aligned} q_1 &= A_{11} \cos \omega_1 t + A_{12} \sin \omega_1 t + A_{13} \cos \omega_2 t + A_{14} \sin \omega_2 t \\ q_2 &= k_1 [A_{11} \cos \omega_1 t + A_{12} \sin \omega_1 t] + k_2 [A_{13} \cos \omega_2 t + A_{14} \sin \omega_2 t] \end{aligned} \quad (9.25)$$

ويمكن وضع:

$$\begin{aligned} A_{11} \cos \omega_1 t + A_{12} \sin \omega_1 t &= C_1 \sin(\omega_1 t + \gamma_1) \\ A_{13} \cos \omega_2 t + A_{14} \sin \omega_2 t &= C_2 \sin(\omega_2 t + \gamma_2) \end{aligned} \quad (9.26)$$

يتألف الحل (9-25) للنظام (9-13) من اهتزازين توافقيين بالتواترين ω_1, ω_2 (التواترات الذاتية). يمكن الحصول على التواترات الذاتية مباشرة من حسابات القيم الذاتية. بما أن النسبة ω_1/ω_2 ليست عدداً كسرياً بشكل عام تظهر من أجل شروط

ابتدائية عامة عند q_1 وكذلك q_2 حركة غير دورية. وهنا يظهر التساؤل التالي :
كم يجب أن تكون قيمة الإزاحات الابتدائية عند الكتل 1، 2 حتى يهتز النظام بتواتر ذاتي واحد، السرعات الابتدائية للكتلتين تساوي الصفر :

ينتج بملاحظة الاختصارات k_1, k_2 المعادلة (9-23) عن المعادلة (9-25) المعادلات التالية لتحقيق السرعات الابتدائية:

$$\begin{aligned} 0 &= \omega_1 A_{12} + \omega_2 A_{14} \\ 0 &= k_1 \omega_1 A_{12} + k_2 \omega_2 A_{14} \end{aligned} \quad (9.27)$$

بما أن المعادلات (9-27) لا تشكل مسألة قيم ذاتية فإن الحل التالي هو الحل الممكن الوحيد:

$$A_{12} = 0 ; A_{14} = 0$$

يرمز للإزاحات الابتدائية بـ q_{10}, q_{20} ومنه ينتج:

$$\begin{aligned} q_{10} &= A_{11} + A_{13} \\ q_{20} &= k_1 A_{11} + k_2 A_{13} \end{aligned} \quad (9.29)$$

حتى يهتز النظام بالتواتر الذاتي ω_1 فقط يجب أن $A_{13} = 0$ وبهذا يكون:

$$\frac{q_{20}}{q_{10}} = k_1 = \frac{a_{11} - \omega_1^2}{-a_{12}} \quad (9.30)$$

مع $A_{11} = 0$ تنتج الشروط الابتدائية التي من أجلها يهتز النظام بالتواتر الذاتي ω_2 فقط:

$$\frac{q_{20}}{q_{10}} = k_2 = \frac{a_{11} - \omega_2^2}{-a_{12}} \quad (9.31)$$

تدعى نسب الإزاحات هذه بشكل الاهتزاز التابع لأحد التواترات الذاتية.

تتجلى أهمية شكل الاهتزاز في تحديد التواترات الذاتية بشكل تقريبي وفي تحديد الإزاحات في منطقة الطنين للاهتزازات المحرصة وفي التأثير على الوسائط (الثوابت) لتغيير قيم التواترات الذاتية.

سيجري إظهار شكل الاهتزاز تصويرياً على مثال بسيط: من أجل نظام القتل المبين في الشكل (9-2) سيجري تحديد التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز من أجل النسب التالية:

$$\frac{J_1}{J_2} = \mu = 1 ; \quad \frac{c_1}{c_2} = \gamma = 2 ; \quad \frac{c_2}{J_2} = v^2$$

بمقارنة المعادلة (9-3) مع المعادلة (9-13) وإدخال الاختصارات ينتج:

$$a_{11} = v^2 \frac{\gamma}{\mu} ; \quad a_{22} = v^2 (1 + \gamma)$$

$$a_{12} a_{21} = v^2 \frac{\gamma^2}{\mu} ; \quad a_{12} = -v^2 \frac{\gamma}{\mu}$$

بهذا تصبح المعادلة (9-18):

$$\left(\frac{\omega_{1,2}}{v} \right) = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \gamma + \frac{\gamma}{\mu} \right) + \sqrt{\left(\frac{\gamma}{\mu} - 1 - \gamma \right)^2 + 4 \frac{\gamma^2}{\mu}} \right]$$

مع القيم الرقمية المعطاة نجد:

$$\left(\frac{\omega_{1,2}}{v} \right)^2 = \frac{1}{2} [5 \mp \sqrt{17}]$$

$$\omega_1^2 = 0,44v^2 \quad \omega_1 = 0,66v$$

$$\omega_2^2 = 4,56v^2 \quad \omega_2 = 2,14v$$

يحسب شكل الاهتزاز من المعادلة (9-23) من أجل التواتر الذاتي الأول ويدعى أيضاً الاهتزاز الأساسي، ينتج:

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{\omega_1} = \frac{a_{11} - \omega_1^2}{-a_{12}} = 0,78$$

من أجل التواتر الذاتي الثاني ويدعى أيضاً الاهتزاز الأعلى الأول ويكون:

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{\omega_1} = \frac{a_{11} - \omega_2^2}{-a_{12}} = -1,28$$

يظهر الشكل (5-9) رسماً فراغياً. لشكل الاهتزاز (الاهتزاز الأساسي) ورسمًا مستويًا وضعت فيه نسب الإزاحات كأطوال على النظام من أجل شكلي الاهتزاز. وبهذا يجب الانتباه إلى أن شكل الاهتزاز يعطي نسب الإزاحات على الكتل فقط، وهي في هذا المثال نسب زوايا دوران. توضع في أغلب الحالات $A_1 = 1$ حول مخطط شكل الاهتزاز بين الكتل، يمكن إيضاح ما يلي:

في نظم الفتل يكون العزم ثابتاً على طول النابض ذي الكتلة المكدومة وفي السلاسل الاهتزازية تكون القوة ثابتة على طول النابض ذي الكتلة المكدومة.

يحسب العزم بين مقطعين للمحور في نظم الفتل من المعادلة $M = c\Delta q$ وبما أن $M = \text{const}$ فيجب أن تكون $\Delta\varphi = \text{const}$ بهذا فإن شكل الاهتزاز سيكون مستقيماً له انكسارات في مواقع الكتل.

في نظم اهتزازات الانحناء يتغير شكل جانز الانحناء ذو الكتلة المكدومة حسب قوانين المنحني المرن. وبهذا يكون شكل الاهتزاز مستمراً ويحقق الشروط الحدية ونسب الإزاحات.

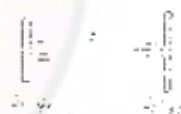
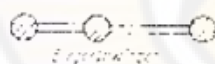
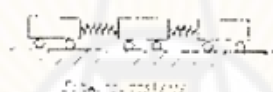


الشكل (5-9)

كما هو مبين في الشكل (5-9) يوجد من أجل شكل الاهتزاز الأول موقع واحد ومن أجل شكل الاهتزاز الثاني يوجد موقعان. تكون الإزاحات في المواقع المذكورة مساوية للصفر. تدعى هذه المواقع بعقد الاهتزازات وإذا وقعت إحدى الكتل في إحدى عقد الاهتزاز فإنها لا تؤثر على التواتر الذاتي التابع لشكل الاهتزاز. يدعى موقع الإزاحة الكبرى ببطن الاهتزاز.

3-9 التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز للأنظمة الحرة (غير المقيدة):

ستتم حسب الأسس المذكورة في الجزء السابق دراسة خصائص الأنظمة غير المقيدة والتي تدعى غالباً بالأنظمة الحرة. يبين الشكل (6-9) أمثلة مختلفة تتميز بعدم وجود ارتباط مرن مع نقطة ثابتة.



الشكل (7-9)

الشكل (6-9)

سيتم إظهار خصائص مثل هذه الأنظمة على نظام اهتزازات القتل الشكل (7-9) معادلات الحركة هي:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \end{aligned} \quad (9.31)$$

أو على شكل المعادلة:

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{c}{J_1} \varphi_1 - \frac{c}{J_1} \varphi_2 = 0$$

$$\ddot{\varphi}_2 + \frac{c}{J_2} \varphi_2 - \frac{c}{J_2} \varphi_1 = 0$$

ويكون:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -a_{12} = \frac{c}{J_1} \\ a_{22} &= -a_{21} = \frac{c}{J_2} \end{aligned} \quad (9.32)$$

وبهذا يتحول حل مسألة القيمة الذاتية المعادلة (9-18) إلى (9-33):

$$\omega_{0,1}^2 = \frac{1}{2} \left[(a_{11} + a_{22}) \mp \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2} \right]$$

يرمز إلى الجزء الأول بـ ω_0^2 لأنه يأخذ القيمة صفر حيث يسري مفعول:

$$\omega_0^2 = 0 ; \omega_{01} = 0 ; \omega_{02} = 0$$

$$\omega_1^2 = a_{11} + a_{22} = c \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}$$

$$\omega_{11} = \omega_1 ; \omega_{12} = -\omega_1$$

يظهر هنا بشكل يبين الحل (9-19) جذران متساويان $((\omega_{01}, \omega_{02}))$. من أجل هذه الحالة يصبح الحل العام:

$$\begin{aligned} q_1 &= e^{j\omega_0 t} (B_{11} + B_{12}t) + B_{13}e^{j\omega_1 t} + B_{14}e^{-j\omega_1 t} \\ q_2 &= e^{j\omega_0 t} k_0 (B_{11} + B_{12}t) + k_1 (B_{13}e^{j\omega_1 t} + B_{14}e^{-j\omega_1 t}) \end{aligned} \quad (9.34)$$

فإذا لاحظنا بأنه ينتج مع (9-32) بالنسبة لقيم شكل الاهتزاز من المعادلة (9-23):

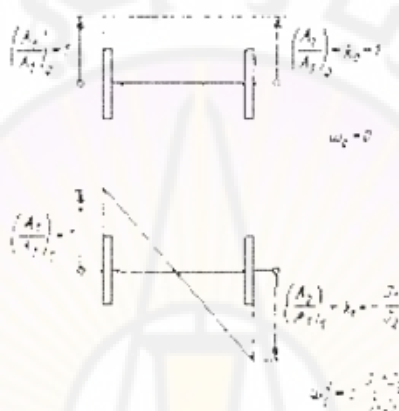
$$\omega_0^2 = 0 ; k_0 = 1$$

$$\omega_1^2 = c \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} ; k_1 = 1 + \frac{\omega_1^2}{a_{12}} = -\frac{J_1}{J_2}$$

فيصبح الحل العام :

$$\begin{aligned} q_1 &= A_{11} + A_{12}t + A_{13} \cos \omega_1 t + A_{14} \sin \omega_1 t \\ q_2 &= A_{11} + A_{12}t + k_1 (A_{13} \cos \omega_1 t + A_{14} \sin \omega_1 t) \end{aligned} \quad (9.35)$$

يمكن من المعادلة (9-35) التحقق من أن حركة النظام تتألف من جزء متساوي لكلا الكتلتين $((A_{11} + A_{12}t))$ ومن اهتزاز توافقي له نفس التواتر ولكن بسعات مختلفة. يمكن اعتبار الجزء الأول كحركة للنظام الصلب مع إزاحة ابتدائية A_{11} وسرعة زاوية A_{12} لكلا الكتلتين. وهذا يظهر في شكل الاهتزاز، (الشكل (9-8)). كلتا الكتلتين لهما من أجل $\omega_0 = 0$ نفس الدوران $A_1 = A_2$:



الشكل (9-8)

إلا أن هذا الدوران لا يشكل عملية اهتزازية، لذلك يرمز إلى السرعة الزاوية المعنية بـ Ω_0 . يمكن من الاهتزاز Ω_1 التحقق من أن له عقدة اهتزاز واحدة. يجب الإشارة إلى أن الحل الكامل للمعادلة (9-35) يصف عملية غير مستقرة لأن الإزاحات تتزايد باطراد مع مرور الزمن. إذا تمت معالجة هذا النظام بمساعدة أحد الحاسبات المقارنة يجب فصل جزء الحل غير المستقر. يمكن التوصل إلى ذلك بإدخال الإزاحة النسبية بين الكتلتين كإحداثية وبهذا يوجد في المثال درجة طلاقة مرنة واحدة ومن أجله يتم حساب تواتر ذاتي واحد كما هو مبين في الفصل السابق:

$$\omega^2 = c \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \quad \text{والذي يساوي} \quad \Omega_1^2$$

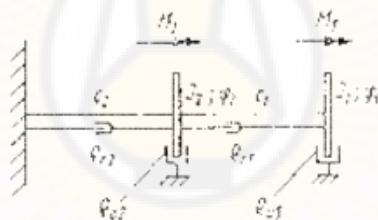
4-9 الاهتزازات القسرية للأنظمة ذات درجتين طلاقة :

1-4-9 معادلات الحركة وتواترات الطنين:

بينما يمكن عند حساب التواترات الذاتية في أكثر الحالات إهمال التخماد، فإن ذلك ممكن عند حساب سعات الاهتزازات القسرية بالقرب من الطنين، لذلك يجب توسيع النموذج الحسابي بواسطة حدود التخماد.

ضمن نطاق الاهتزازات الخطية سيتم استعمال فرضية التناسب الطردي مع السرعة كقانون للتخماد. يمكن اعتبار قوة التخماد متناسبة طرذاً مع السرعة النسبية بين كتلتين متجاورتين أو مع السرعة المطلقة للكتلة.

يبين الشكل (9-9) نموذجاً حسابياً لنظام اهتزازات قتل مقيد مع التخمادات المطلقة. $\ddot{x}_1$ و $\ddot{x}_2$ التخمادات النسبية r_1 ؛ تنشأ التخمادات النسبية عن تخادم المادة عند تغير شكل النوابض وهي صغيرة بالنسبة للتخمادات المطلقة.



الشكل (9-9)

للتخماد النسبي في الشكل (9-9) طبيعة التخماد المطلق بسبب نهاية المحور المثبتة حيث يعطى عزم التخماد بـ $\dot{x}_1 \dot{x}_2$ سنفترض بأن العزوم M_1 و M_2 هي عزوم دورية ذات تواتر أساسي متساوي يمكن تطويرها على شكل سلاسل فورييه حيث يسري مفعول:

$$M_1 = \sum_k \bar{M}_{1k} \cos k\Omega t + \sum_k \bar{\bar{M}}_{1k} \sin k\Omega t$$

$$M_2 = \sum_k \bar{M}_{2k} \cos k\Omega t + \sum_k \bar{\bar{M}}_{2k} \sin k\Omega t$$

ليس للجزء الثابت أي تأثير على مجرى عملية الاهتزاز ولذلك تم إهماله. كما تم توضيح ذلك في (9-2). من أجل نظام ذي درجة طلاقة واحدة فإنه يمكن حساب تأثيرات التوابع التوافقية لكل تابع بشكل منفرد ثم جمعها مع بعضها لأن النموذج الحسابي خطي. بهذه الفرضيات وبواسطة التحريض بجزء الـ $\cos$ ذي الدرجة k تنتج معادلات الحركة للنظام المبين .

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_1 \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_1 (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) + c_1 (\phi_1 - \phi_2) &= \bar{M}_{1k} \cos k\Omega t \\ J_2 \ddot{\phi}_2 + (\ddot{\phi}_2 \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2 \ddot{\phi}_2) \dot{\phi}_2 + c_2 \phi_2 - c_1 (\phi_1 - \phi_2) - \ddot{\phi}_1 (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) &= \bar{M}_{2k} \cos k\Omega t \end{aligned} \quad (9.35)$$

ريقة: كتابة المصفوفات تعطي هذه المعادلات بشكل عام:

وفيها تعني :

مصفوفة الكتل :

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{pmatrix}$$

مصفوفة التخميد:

$$\underline{D} = \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1 \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_1 \ddot{\phi}_2 & -\ddot{\phi}_1 \ddot{\phi}_2 \\ -\ddot{\phi}_1 \ddot{\phi}_2 & \ddot{\phi}_2 \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2 \ddot{\phi}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -r_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$$

مصفوفة الصلابة أو مصفوفة النوابض:

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{pmatrix}$$

شعاع التحريض :

$$\underline{Q}_k = \cos k\Omega t \begin{pmatrix} \bar{M}_{1k} \\ \bar{M}_{2k} \end{pmatrix}$$

بما أن نظام المعادلات خطي فإن الحل الكامل يتألف من حل نظام المعادلات المتجانس ومن الحل غير المتجانس. يهتما من أجل الحل المستقر فقط الحل غير المتجانس حيث أنه سيتم تخميد الاهتزازات الحرة الناتجة عن الشروط الابتدائية.

تواتر الحركة يساوي عندئذ تواتر التحريض. يوجد بسبب التخماد فرق طور بين التحريض والحركة، لذلك سنختار الفرضية:

$$\varphi_i = A_i \cos k\Omega t + B_i \sin k\Omega t$$

يتم تحديد الثوابت الأربعة بعد تعويض المعادلة السابقة في المعادلة (9-36) وإجراء مقارنة الأمثال. بما أن تخامد النظام ضعيف كما هو موجود غالباً في الهندسة الميكانيكية، فإن الإزاحات خارج منطقة الطنين لا تختلف إلا قليلاً عن الإزاحات التي تحدد بدون تخامد.

ولذلك يتم الحساب خارج منطقة الطنين بدون تخامد ويستعمل التخماد لتقدير ساعات الطنين. ولهذا السبب فإن معرفة مواضع الطنين مهمة. يحدث الطنين عندما يقع أحد التوترات الذاتية عند أحد التوترات التحريض ، فإذا احتوى النظام على n توترات طبيعية ω_m وعلى k توترات تحريضية فإنه يسري بالنسبة للطنين مفعول ما يلي :

$$\omega_m = k\Omega \quad (9.37)$$

يمكن توضيح هذه العلاقة بشكل أفضل بواسطة مخطط الطنين. يعطى في أغلب الحالات التواتر الأساسي Ω للتحريض بواسطة سرعة دوران الآلة. تحدد بواسطة مخطط الطنين عندئذ سرعات الدوران التي ينتظر عندها حدوث الطنين في مجال العمل. سيوضح ذلك بواسطة المثال التالي:

مثال:

من أجل محرك دراجة نارية ثنائي الشرط (نموذج ذو ثلاث كتل) تم تحديد ما يلي: التوترات الذاتية الدائرية:

$$\omega_1 = 2301s^{-1} \quad ; \quad \omega_2 = 5360s^{-1}$$

مجال عدد الدورات:

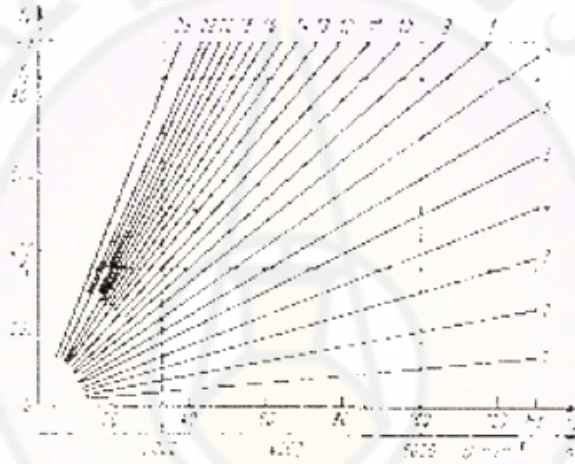
$$n_{min} = 2000 \text{ min}^{-1}$$

$$n_{max} = 6000 \text{ min}^{-1}$$

ما هو عدد مناطق الطنين الممكنة وما هو أخفض ترتيب طنين ؟

الحل:

يبين الشكل (9-10) مخطط الطنين. وفيه يوجد على المحور الشاقولي التوترات الذاتية f_e وعلى المحور الأفقي تواترات الدوران (عدد الدورات). تم في هذا المخطط رسم المستقيمات حسب المعادلة (9-37). تعطي نقاط تقاطع مستقيمات التوترات الذاتية الأفقية مع المستقيمات حسب المعادلة (9-36) عدد الدورات التي يمكن أن يحدث عندها الطنين.



الشكل (9-10)

ويمكن الاستنتاج بأنه يوجد مع التواتر الذاتي الأول 8 مناطق طنين (الترتيب 4 وحتى 11) ومع التواتر الذاتي الثاني 17 منطقة طنين في مجال عدد الدورات. سيتم في الجزء الثاني معالجة حساب الأنظمة المحرصة غير المتخادمة وتحديد معات الطنين. وسيتم الاستغناء عن الحل الكامل للنظام حسب المعادلة (9-35).

9-4-2 حساب إزاحات النظام غير المتخامد، نظام الامتصاص :

يبين الشكل (9-11) نظاماً ذو درجتي طلاقة، تؤثر على إحدى كتلتيه قوة تحريض. يمكن صياغة معادلات الحركة وفق الشكل التالي:



الشكل (9-11)

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 + c_2 (x_1 - x_2) = F_0 \sin \Omega t \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_2 (x_1 - x_2) = 0 \end{cases} \quad (9.38)$$

من أجل الحل المستقر نفرض الحل من الشكل:

$$\{x_1 = A_1 \sin \Omega t ; x_2 = A_2 \sin \Omega t\} \quad (9.39)$$

$$\lambda_1^2 = \frac{c_1}{m_1}; \lambda_2^2 = \frac{c_2}{m_2}; \gamma = \frac{c_2}{c_1}; x_{st} = \frac{F_0}{c_1}$$

يفتج من المعادلة (9-38) مع (9-39):

$$\begin{aligned} A_1 \left(1 + \gamma - \frac{\Omega^2}{\lambda_1^2} \right) - A_2 \gamma &= x_{st} \\ -A_1 + A_2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{\lambda_2^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (9.40)$$

ومنه نجد سعات الاهتزازات المستقرة :

$$\begin{cases} A_1 = \frac{x_{st} \left(1 - \frac{\Omega^2}{\lambda_2^2} \right)}{\left(1 + \gamma - \frac{\Omega^2}{\lambda_1^2} \right) \left(1 - \frac{\Omega^2}{\lambda_2^2} \right) - \gamma} \\ A_2 = \frac{x_{st}}{\left(1 + \gamma - \frac{\Omega^2}{\lambda_1^2} \right) \left(1 - \frac{\Omega^2}{\lambda_2^2} \right) - \gamma} \end{cases} \quad (9.41)$$

يمكن مع هذه النتيجة بيان ما يلي وذلك بوضع:

$$\left(1 - \frac{\Omega^2}{\lambda_2^2} \right) = 0 \quad ; \quad \Omega^2 = \lambda_2^2 = \frac{c_2}{m_2}$$

ينتج:

$$A_1 = 0 \quad ; \quad A_2 = -\frac{x_{st}}{\gamma} = -\frac{F_0}{c_2}$$

وهذا يعني أن ضبط النظام الإضافي (m_2, c_2) على تواتر التحريض يؤدي إلى جعل إزاحات الكتلة m_1 مساوية للصفر، بينما تأخذ إزاحات الكتلة m_2 قيمةً متناهية. بسبب الإشارة السالبة لـ A_2 فإن حركة m_2 ستتم بشكل معاكس لـ F ، تدعى هذه الظاهرة بظاهرة الامتصاص التي يمكن بواسطتها جعل حركة كتلة تؤثر عليها قوة مساوية للصفر. النظام $((m_2, c_2))$ هو نظام الامتصاص. يمكن كذلك من المعادلة (9-40) التحقق من أن كلتا السعتين ستأخذ قيمةً لا متناهية في الكبر عندما يصبح المخرج المشترك مساوياً للصفر. يشكل هذا المخرج معين المخرج للمعادلات (9-40) لو تم وضع الفرضية التالية لحساب التواترات الذاتية للنظام المتجانس للمعادلات (9-38)

$$x_1 = A_1 \cdot e^{i\omega t} \quad x_2 = A_2 \cdot e^{i\omega t}$$

يمكننا استخدام نفس معين المخرج مع ω عوضاً عن Ω لحساب التواترات الذاتية. فإذا وضعنا المخرج مساوياً للصفر سينتج من المعادلة التربيعية من الدرجة الثانية حلان من أجل Ω^2 يساويان التواترين الذاتيين ω_1^2 , ω_2^2 .

إذا تم استخدام نظام الامتصاص من أجل التأثير على نظام يهتز في منطقة الطنين أو بالقرب منها بحيث تبقى الكتلة ساكنة فإنه ستنشأ عوضاً عن منطقة الطنين الواحدة للنظام الأساسي منطقتان للنظام مع نظام الامتصاص المرتبط به، إحداهما تحت والأخرى فوق منطقة الطنين الأساسية. من أجل التطبيق العملي لنظام الامتصاص يجب الانتباه إلى أنه ينبغي المرور بمنطقة طنين قبل الوصول إلى منطقة العمل، كذلك يجب الانتباه إلى أن ظاهرة الامتصاص تتم فقط عند تواتر معين، لذلك فإن التغيرات في تواتر التحريض من أجل نظام مع امتصاص ذي تواتر ثابت هي ذات تأثير سلبي. في هذا النطاق لن يتم التطرق إلى نظم الامتصاص التي يتعلق تواترها بتواتر التحريض.

3-4-9 تقدير إزاحات الطنين للنظام المتخامد:

إذا اهتز النظام في الحالة المستقرة فإنه يجب أن ينشأ توازن بين الطاقة الداخلة بواسطة التحريض والطاقة المحولة بواسطة التخامد إلى حرارة، أي الطاقة الخارجة. يمكن بواسطة هذه الفكرة تقدير ساعات الاهتزازات المستقرة في الطنين. سيتم شرح ذلك على مثال نظام اهتزازات القتل (الشكل (9-12)).

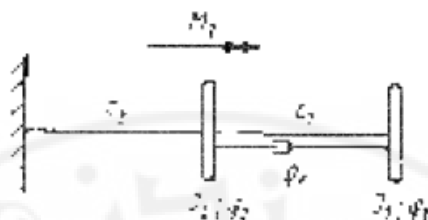
مثال:

من أجل نظام اهتزازات القتل المبين بالشكل (9-12) المطلوب حساب ساعات اهتزازات الكتل الدوارة عند الطنين في كلا التواترين الطبيعيين.

المعطيات

$$M_2 = \hat{M}_2 \sin \Omega t; \ddot{\theta}_r$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \mu = 1; \quad \frac{c_1}{c_2} = \gamma = 2; \quad \frac{c_2}{J_2} = v^2$$



الشكل (12-9)

الحل :

تم حساب التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز لهذا النظام في (2-1-9) وقد نتج:

$$\omega_1^2 = 0,44v^2 \Rightarrow \omega_1 = 0,66v$$

$$\omega_2^2 = 4,56v^2 \Rightarrow \omega_2 = 2,14v \quad (1)$$

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{\omega_1} = k_{21} = 0,78 ; \left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{\omega_2} = k_{22} = -1,28 \quad (2)$$

فإذا وضعنا معادلة الطاقة، ينتج :

$$W_{E,2} = \pi A_2 \hat{M}_2 ; W_{D,1} = -\pi \sigma_r (A_1 - A_2)^2 \Omega$$

$$\pi A_2 \hat{M}_2 = \pi \sigma_r A_1^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right)^2 \Omega \quad (3)$$



الفصل العاشر
اهتزازات الانحناء

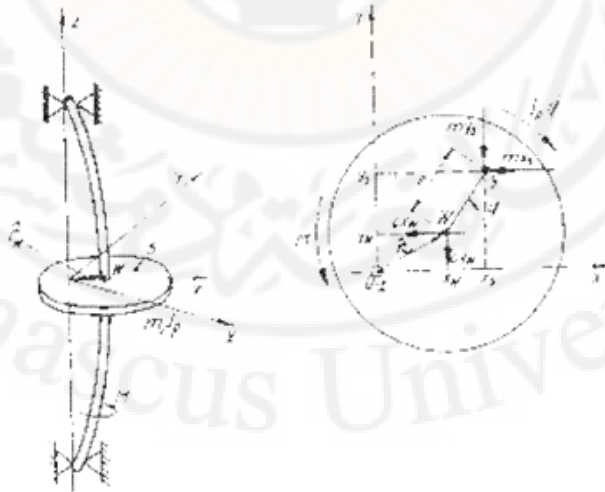


10-1 محور دوار متناظر مع تحريض كتلة عدم اتزان:

تبقى في المحاور الدوارة دائماً كتلة غير متزنة بسبب عدم إمكانية التوصل إلى موازنة تامة. سيتم هنا على محور دوار بسيط مع قرص إظهار تأثير تحريض كتلة عدم الاتزان. سنفترض للتبسيط بأن القرص يقع في وسط محور ذي صلابة انحناء ثابتة EI يستند على مضجعين ولا يميل، وبهذا تسقط تأثيرات مفعول الجير وسكوب.

يبين الشكل (10-1) القرص مزاحاً عن وضعية الاتزان السكوني في نظام الإحداثيات الثابت في الفراغ. يدور القرص بالسرعة الزاوية Ω . يرمز إلى مقدار الانحناء في النظام z . يقع مركز ثقل القرص خارج نقطة مركز المحور W (اللامركزية e) يؤثر على القرص عزم الفتل M . كتلة القرص هي m وعزم عطالته الكتلي حول محور الدوران هو J_D المحور ايزوتروبي (isotrop) أي أن ثابتي النابض C في اتجاه x وفي اتجاه y متساويان. كذلك نفترض بأن كتلة المحور معدومة. بسبب عدم وجود ميلان عند القرص فإننا لن نحتاج إلى ثوابت نوابض أخرى.

ينتج عن توازن القوى في مركز القرص الذي يدور في مستوى أفقي (قارن الشكل (10-1):



الشكل (10-1)

رموز المقادير الهندسية على محور مستند بشكل متناظر مع قرص :

$$m\ddot{x}_s + cx_o = 0 \quad (10.1)$$

$$m\ddot{y}_s + cy_o = 0 \quad (10.2)$$

من توازن العزوم حول محور مركز الثقل ينتج:

$$J_D\ddot{\phi} + cx_o\ell \sin \phi - cy_o\ell \cos \phi = M \quad (10.3)$$

بمراعاة الشروط القسرية (قارن الشكل (10-1))

$$x_o = x_s - \ell \cos \phi; y_o = y_s - \ell \sin \phi \quad (10.4)$$

تنتج منها معادلات الحركة:

$$m\ddot{x}_s + cx_s = c\ell \cos \phi \quad (10.5)$$

$$m\ddot{y}_s + cy_s = c\ell \sin \phi \quad (10.6)$$

$$J_D\ddot{\phi} - c\ell(y_s \cos \phi - x_s \sin \phi) = M \quad (10.7)$$

سيتم هنا معالجة الحركة المستقرة فقط بسرعة زاوية ثابتة $(\dot{\phi} = \Omega)$. فإذا افترضنا وجود تخامد داخل المحور والذي يؤدي إلى تلاشي الاهتزازات الحرة، عندئذ يمكن تحديد الحركات المستقرة من الحلول غير المتجانسة للمعادلات (10-5) و (10-6). من كلتا المعادلتين ينتج التواتر الذاتي

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (10.8)$$

بهذا فإن $f = mg/c$ هو مقدار الانحناء الستاتيكي، عند الكتلة، الناتج عن قوة مقدارها mg باتجاه الانحناء.

فإذا رمزنا إلى نسبة تواتر الدوران الدائري إلى التواتر الذاتي الدائري بـ $\eta = \Omega/\omega_1$ (نسبة الضبط) تصبح حلول المعادلات (10-5) و (10-6) مع: $\phi = \Omega t$

$$x_s = \frac{\ell \omega_1^2}{\omega_1^2 - \Omega^2} \cos \Omega t = \frac{\ell}{1 - \eta^2} \cos \Omega t = \hat{r}_s \cos \Omega t$$

$$y_s = \frac{\ell \omega_1^2}{\omega_1^2 - \Omega^2} \sin \Omega t = \frac{\ell}{1 - \eta^2} \sin \Omega t = \hat{r}_s \sin \Omega t \quad (10.9)$$

وينتج بالنسبة لعزم التحريك حسب المعادلة (10-7) من أجل:

$$\Omega \neq \omega_1 ; uM=0$$

من أجل $\Omega = \omega_1$ ($\eta=1$) يحدث الطنين وتزداد إزاحات الاهتزازات القسرية بشكل غير متناه. تكون سرعة الدوران هذه بالنسبة للمحور خطرة جدا. ولهذا يدعى:

$$\frac{n}{1/\text{min}} = \frac{30}{\pi} \omega_1 = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{f}} \approx \frac{300}{\sqrt{f/\text{cm}}} \quad (10.10)$$

بالعدد الحرج لدورات المحور.

تبين المعادلة (10-9) بأن نقطة مركز النقل تتحرك على محيط دائرة بالسرعة الزاوية Ω . يبلغ نصف قطر هذه الدائرة:

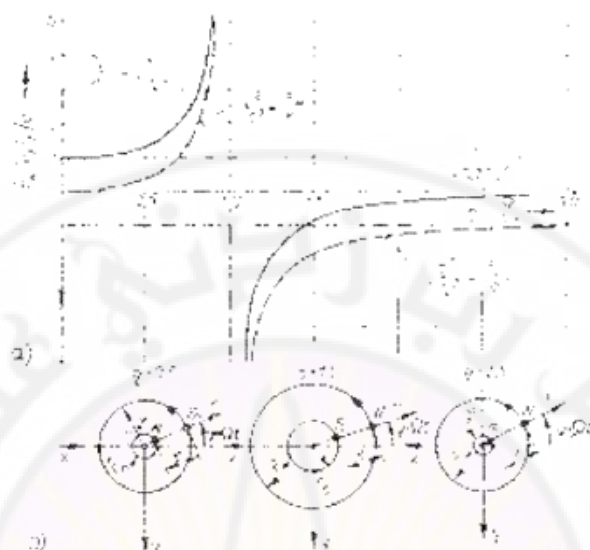
$$\hat{r}_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = \ell \omega_1^2 / (\omega_1^2 - \Omega^2) = \ell (1 - \eta^2) \quad (10.11)$$

تنتج حركة نقطة مركز القرص w من المعادلة (10-4) من المعادلة (10-9):

$$x_w = \hat{r}_w \cos \Omega t; y_w = \hat{r}_w \sin \Omega t; \hat{r}_w = (\eta^2 / (1 - \eta^2)) \quad (10.12)$$

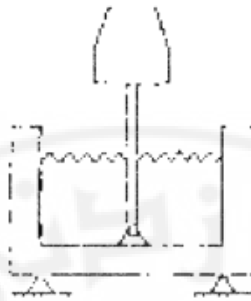
يعادل نصف القطر $\hat{r}_{10}$ الإزاحة في النظام الدوار للإحداثيات القطبية (r, φ) . ساعات حركات S, W مبيّنة في الشكل (10-2) مع مسارات هذه النقاط بدلالة نسبة الضبط η .

تقع النقاط S, W, O (خارج الطنين) على مستقيم، عندما لا يحتوي النموذج الحسابي على تخامد. يدور المحور الحالة المنحنية ويحمل ستاتيكيًا فقط. من المهم من أجل حسابات مقاومة المواد لهذه المحاور الدوارة عدم مراعاة تغير الانحناء.



الشكل (2-10)

(a) منحنيات الساعات، (b) مسارات النقاط S, W عند $\eta = 0,5 ; 1,5 ; 2,5$
 (a) ينتج من الشكل (2-10) بأن المحور يتمركز عند عدد كبير للدورات. في مجال عدد دورات فوق الحرج $\Omega \approx 0$ يدور القرص حول مركز ثقله. تستعمل هذه النتيجة في آلات الطرد المركزي (آلات الفصل) وآلات أخرى تكون فيها الموازنة مستحيلة بسبب الوضعية اللامركزية للمواد المعالجة (الشكل (3-10)) يضبط النظام في أغلب الحالات بواسطة مضاجع رقبية مرنة طرية بحيث يعمل في المجال فوق الحرج. يدور القرص عندئذ حول محور مركز ثقله وهذا يعني بأن نوابض المضاجع الرقبية ستزاح بتواتر الدوران بمقدار اللامركزية وستؤثر بقوة متناسبة على الهيكل. تكون هذه القوة في حالة وجود مضاجع رقبية طرية أصغر بكثير من قوة عدم الاتزان عند وجود مضاجع صلبة.



الشكل (3-10) آلة طرد مركزي

يجب عند كل نظام ذي ضبط منخفض ($\omega_1 < \Omega$) المرور بمنطقة الطنين $\Omega = \omega_1$ ، لذلك فإنه من المهم معرفة وضع النظام عند الطنين. من أجل $\Omega = \omega_1$; $\varphi = \omega_1 t$ سنضع للمعادلات (5-10) و (6-10) فرضية الحلول غير المتجانسة التالية:

$$x_s = \frac{1}{2} e \omega_1 t \sin \omega_1 t ; y_s = -\frac{1}{2} e \omega_1 t \cos \omega_1 t \quad (10-13)$$

بوضع المعادلة (10-13) في المعادلات (5-10) و (6-10) يمكن فحص صحة الفرضية. يبلغ قطر الإزاحة:

$$\hat{r}_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = e \omega_1 t / 2 \quad (10.14)$$

تزداد السعة في حالة الطنين بشكل خطي مع مرور الزمن. يمكن من هذه المعادلة حساب الزمن الأعظمي المسموح به t_a للمرور بالطنين إذا أعطيت الإزاحة المسموح بها r_a

$$t_a \leq 2r_a / e \omega_1 \quad (10.15)$$

حتى يمكن أثناء الطنين المحافظة على السرعة الزاوية $\dot{\varphi} = \Omega = \omega_1$ يجب أن يؤثر عزم يمكن إيجاده من المعادلة (7-10) بواسطة تعويض المعادلة (10-13):

$$M = \frac{1}{2} c e^2 \omega_1 t = \frac{1}{2} e^2 m \omega_1^3 t \quad (10.16)$$

بهذا يجب أن تكون سرعة العزم للمرور بالطنين:

$$M > \frac{1}{2} e^2 m \omega_1^3 \quad (10.17)$$

حتى يمكن للمحور بشكل عام أن يتسارع. بسبب التأثير التكعيبي لـ ω_1 فإن المرور بالطنين مع تواتر عال صعب جداً.

يمكن تلخيص المعلومات التي تم ذكرها في قواعد دي لافال: ((de laval(1845bis1913))

1- سرعة الدوران $\Omega = \omega_1 = \sqrt{c/m}$ هي سرعة حرجة. وهي تأخذ قيمة أكبر كلما كان المحور أكثر صلابة وكانت الكتلة صغيرة.

2- تقترب فوق ω_1 نقطة مركز الثقل S من محور الدوران وذلك على الرغم من وجود اللامركزية e. يحدث هنا تمركز ذاتي.

3- يبدأ مجال عدد الدورات الخطر الحقيقي قليلاً تحت ω_1 وينتهي قليلاً فوق ω_1 إذا كان المطلوب أن تبقى الإزاحة الأعظمية $\hat{r}_s < \hat{r}_a$ يجب تفادي المجال:

$$\frac{c}{m} \frac{\hat{r}_a}{e + \hat{r}_a} < \Omega^2 < \frac{c}{m} \frac{\hat{r}_a}{\hat{r}_a - e} \quad (10 - 18)$$

4- حتى يمكن العبور بالمحور عبر المنطقة الحرجة يجب زيادة عزم التحريك M بالقرب من ω_1 في الحالة الدنيا بالسرعة المعطاة بالمعادلة (10-17). تكون المحاور الموجودة عملياً أكثر تعقيداً من الحالة الخاصة التي تم بحثها بحيث لا يمكن وصف حالتها عند الاهتزازات القسرية بشكل واضح ومبسط. لا يظهر عندئذ تواتر ذاتي دائري واحد فقط بل يظهر بشكل عام طيف كامل $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ من التواترات الذاتية الدائرية أو من الأعداد الحرجة للدورات.

من المهم عند تصميم المحاور معرفة أماكن التواترات الذاتية لذلك فإن الإيضاحات التالية ستتطرق بشكل أساسي إلى تحديدها.

10-2: الأعداد الحرجة لدورات محور يحتوي على قرص مع مراعاة التأثير

الجيروسكوبي :

يختلف الوضع الاهتزازي لمحور دوار مبدئياً لجائز غير دوار بسبب تأثير العزوم الجيروسكوبية للأقراص الممتدة فراغياً عند عدد الدورات الكبير على الوضع الديناميكي. تنشأ العزوم الجيروسكوبية عندما تثبت الأقراص بشكل مائل على المحور أو عندما تميل الأقراص أثناء الاهتزاز حول محور x أو حول محور y (قارن الشكل (10-4)). لاشتقاق معادلات الحركة يفترض بأن القرص يدور حول المحور بسرعة زاوية ثابتة $\dot{\phi} = \Omega$ وينحني باتجاه x و y ويميل في نفس الوقت بالزاوية Ψ_x, Ψ_y . عندئذ تؤثر القوى والعزوم التالية من القرص على المحور (قارن الشكل (10-4)).

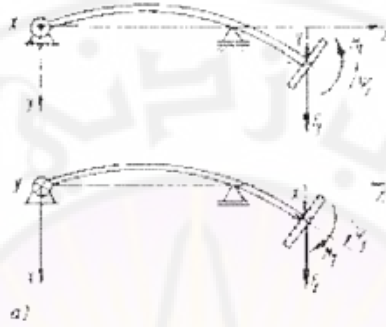
$$F_x = -m\ddot{x} ; F_y = -m\ddot{y} \quad (10.19)$$

$$M_x = -J_a \ddot{\psi}_x - J_p \Omega \dot{\psi}_y ; M_y = -J_a \ddot{\psi}_y + J_p \Omega \dot{\psi}_x \quad (10.20)$$

في هذه المعادلات J_p هي عزم العطالة الكتلي للقرص بالنسبة لمحور الدوران، J_a عزم العطالة الكتلي للقرص المتناظر دورانيا بالنسبة للمحور x وكذلك بالنسبة للمحور y . سنفترض بأن العلاقات بين مقادير القوى $(F_x; F_y; M_x; M_y)$ ومقادير تغير الشكل $(x; y; \psi_x; \psi_y)$ خطية (هذا محقق من أجل محاور كثيرة)

$$y = \alpha_y F_y - \gamma_y M_x ; x = \alpha_x F_x - \gamma_x M_y \quad (10.21)$$

$$\psi_x = -\delta_y F_y + \beta_y M_x ; \psi_y = \delta_x F_x + \beta_x M_y \quad (10.22)$$



الشكل (10-4) أ رموز مقادير القوى ومقادير تغير الشكل لمحور يحتوي على قرص الإحداثيات والرموز

يمكن إيضاح اختلاف الإشارات في كلا المستويين بأن الاتجاهات الموجبة للقوة وللعزم تقع في محور X الموجب وكذلك في محور Y الموجب (قارن الشكل (10-4-أ)).

The background of the page features a large, faint watermark of the Damascus University logo. The logo is circular, with the Arabic text "وقل رب زدني علما" (Qul Rabbi Zidni 'Alima) at the top and "جامعة دمشق" (University of Damascus) at the bottom. In the center is a stylized minaret with a sunburst radiating from its base. The English text "Damascus University" is also visible at the bottom of the watermark.

الفصل الحادي عشر
اهتزازات الفتل في أنظمة نقل الحركة



11-1 مقدمة

تعتبر حسابات اهتزازات الفتل للآلات المكبسية تاريخياً من أولى وظائف الاهتزازات الميكانيكية، حيث يتم دراسة مجمل منشأة نقل الحركة.

تنشأ بهذا نماذج حسابية ذات عدد كبير من درجات الطلاقة التي يمكن معالجتها فقط بمساعدة البرامج الحاسوبية. كذلك تأخذ اهتزازات الفتل في أنظمة نقل الحركة لأصناف أخرى من الآلات أهمية كبيرة. فمثلاً بسبب الزيادة المطردة لسرعة الطباعة وازدياد الاهتمام بنوعية جيدة للطباعة لا يمكن الاستغناء عن الحسابات الديناميكية لآلات الطباعة. يمكن بشكل عام التأكيد على ضرورة الاهتمام باهتزازات الفتل في جميع مجموعات الآلات التي تظهر فيها حركة دورانية.

إن المعالجة الرياضية لاهتزازات الفتل غير مرتبطة فيما إذا كان الأمر متعلقاً بآلات التشغيل أو بمطاحن الإسمنت أو بأنظمة نقل الحركة في السفن أو بالمحركات العادية. سنفترض في هذا الفصل نموذج حسابي خطي ذي وسائط ثابتة وذو كتل مركزة.

إذا افترضنا نموذجاً حسابياً فيه كتل مركزة ونوابض عديمة الكتلة فإنه يمكن إعطاء عدد من النماذج الأساسية بحيث يمكن إرجاع أنظمة الفتل المختلفة إليها. يبين الشكل (11-1) أمثلة على ذلك، ومنه ينتج :

النموذج A :

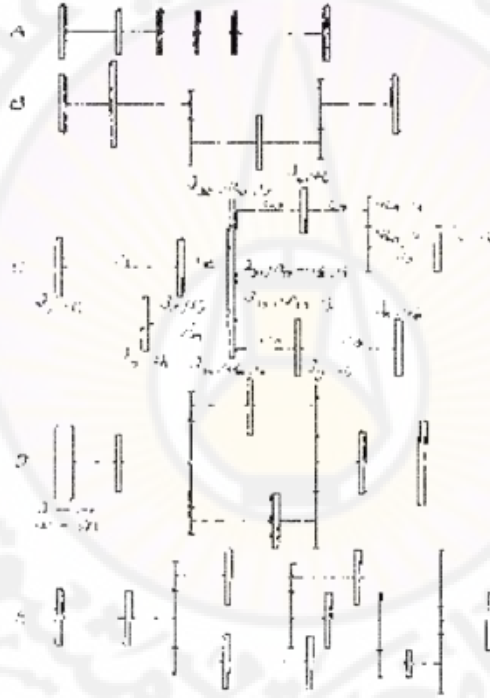
خط محوري مصقول. يسري مفعول هذا النموذج مثلاً من أجل محرك مكبسي مستقيم بدون اعتبار محاور التحريك الجانبية.

النموذج B :

خط محوري مع آلية لنقل الحركة. يسري مفعول هذا النموذج دائماً عندما لا يظهر تفرع للاستطاعة، وعندما يوجد على الآلية استناد صلب للعزوم. يمكن إرجاع هذا النموذج إلى النموذج A.

النموذج C :

نظام تحريك متفرع. يسري مفعول هذا النموذج طالما ظهرت فروع متعددة غير محدودة للاستطاعة دون أن تلتقي هذه الفروع مجدداً. وخير مثال على ذلك: نظام التحريك في السيارات مع آلية توزيع الحمل وتحريك للدواليب الأمامية والخلفية وكذلك نظام التحريك في السفن مع محاور متعددة للتحريك. عند معالجة هذا النموذج يمكن أخذ عزوم عطالة دواليب الآلية بعين الاعتبار أو إهمالها .



الشكل (1-11) النماذج الأساسية لأنظمة التحريك (نقل الحركة)

النموذج D :

نظام تحريك ذو عقدة. يسري مفعول هذا النموذج عندما يتبع بعد إحدى التفرعات النقاء مجدد على أحد خطوط المحاور. يوجد أمثلة على ذلك في المطابع وفي آليات الشد (التواتر) لفحص المستندات وفي آليات معادلة الحمل .

النموذج E:

نظام تحريك ذو عقدة مع اتصال عرضاني. الأهمية العملية لهذا النموذج ضئيلة بالنسبة للنماذج A,B,C. يظهر هذا النوع من أنظمة التحريك في تصاميم آلات الطباعة الخاصة. لا يلعب التخماد أي دور في هذا التصنيف للنماذج. يؤثر التخماد إما على الكتل مباشرة (تخماد مطلق) أو بين كتلتين (تخماد نسبي). تؤثر عزوم التحريض دائماً على الكتل.

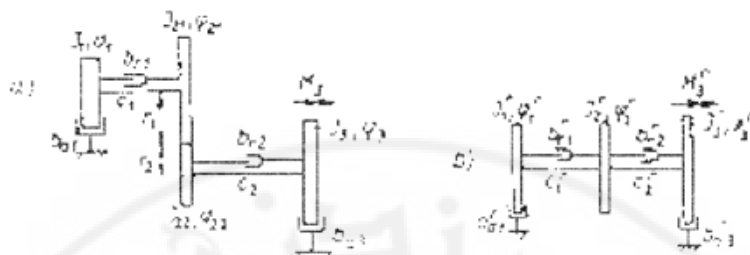
تظهر في أغلب الحالات النماذج الحرة التي لا يوجد لها أي اتصال بنقطة ثابتة (الشكل 11-1). تستعمل النماذج المقيدة عندما تكون إحدى الكتل كبيرة بشكل يمكننا من الافتراض بأن حركتها تجري وفق سرعة زاوية معطاة.

إذا كان النموذج الحسابي معطى تنشأ بالنسبة لحساب النموذج مجموعتان من الوظائف وهي حساب الاهتزازات الحرة وحساب الاهتزازات القسرية. سيتم في الأجزاء المطابقة لهذه الوظائف إعطاء معنى النتائج المكتسبة.

11-2: النموذج الحسابي المرجع على محور، المحور المرجع :

تظهر في أنظمة التحريك في حالات كثيرة آليات لنقل الحركة. تؤثر تغيرات عدد الدورات المرتبطة بهذه الآليات بشكل أساسي على مفعول وتأثيرات الكتل، وحتى يمكن تقدير الحالة الاهتزازية لأحد الأنظمة فإننا نحتاج إلى وجود إمكانية للمقارنة بين الصلايات والكتل المختلفة. ولهذا فإنه من المفضل في البداية إجراء عملية إرجاع للنظام الكلي على أحد المحاور.

يبين الشكل (a-2-11) النموذج الأساسي والشكل (b-2-11) النموذج المرجع لذلك يجب وضع علاقات إرجاع من أجل عزوم العطالة وصلات الفتل والتخمادات النسبية والمطلقة ($b_a; b_r$) وكذلك من أجل عزوم التحريض.



الشكل (11-2) إرجاع أنظمة اهتزازات الفتل a- النموذج الأساسي
b- النموذج المرجع.

يتم الإرجاع دائماً بواسطة علاقات العمل (الطاقة). بين إحداثيات النظام الأساسي وإحداثيات النظام المرجع يسري مفعول العلاقات التالية : إذا تم الإرجاع على المحور I وعلاوة على ذلك إذا كانت العزوم وزوايا الدوران موجبة في نفس الاتجاه.

$$\varphi_1^r = \varphi_1 ; \varphi_2^r = \varphi_{21} ; \varphi_{22} = -\varphi_{21}r_1 / r_2 \quad (11.1)$$

$$\varphi_3^r = -\varphi_3r_2 / r_1$$

لإرجاع عزوم العطالة. يجب أن تكون الطاقة الحركية لكل كتلة في النموذج الأساسي وفي النموذج المرجع متساوية وينتج:

$$J_1^r = J_1 ; J_2^r = J_{21} + J_{22} (r_1 / r_2)^2 ; J_3^r = J_3 (r_1 / r_2)^2 \quad (11.2)$$

يدخل في هذه العلاقات مربع نسبة النقل وعلاوة على ذلك يقع دليل المحور الذي يتم الإرجاع عليه في الصورة.

لإرجاع نوابض الفتل تستخدم الطاقة الكامنة. ويسري مفعول:

$$c_1^r \frac{(\varphi_1^r - \varphi_2^r)^2}{2} = c_1 \frac{(\varphi_1 - \varphi_{21})^2}{2} ; c_2^r \frac{(\varphi_2^r - \varphi_3^r)^2}{2} = c_2 \frac{(\varphi_{22} - \varphi_3)^2}{2}$$

واستناداً لما سبق نجد:

$$c_1^r = c_1 ; c_2^r = c_2 (r_1 / r_2)^2 \quad (11.3)$$

بناء على ذلك يسري من أجل إرجاع ثوابت نوابض الفتل نفس مفعول ما ذكر من أجل إرجاع عزوم العطالة. لإرجاع ثوابت التخماد يستخدم عمل عزم التخماد.

وبهذا نجد من أجل التخماد المطلق :

$$b_{a1}^r \dot{\phi}_1^r \phi_1^r = b_{a1} \dot{\phi}_1 \phi_1$$

$$b_{a3}^r \dot{\phi}_3^r \phi_3^r = b_{a3} \dot{\phi}_3 \phi_3$$

مع المعادلة (11-1) نجد :

$$b_{a1}^r = b_{a1}; b_{a3}^r (r_1 / r_2)^2 \quad (11.4)$$

يكون بشكل مشابه من أجل التخماد النسبي بنفس الطريقة التي يتم بواسطتها إرجاع ثوابت النوابض وعزوم العطالة.

- إرجاع عزوم التحريض:

يبقى عمل عزوم التحريض محافظاً على قيمته وبناء على ذلك يكون:

$$M_3^r \phi_3^r = M_3 \phi_3 ; M_3^r = -M_3 (r_1 / r_2) \quad (11.5)$$

تدخل عند إرجاع عزوم التحريض نسبة النقل بشكل خطي. تأخذ الإشارة أهمية خاصة عندما تؤثر أيضاً على خط المحور عزوم تحريض حيث يتأثر في هذه الحالة فرق الطور بين العزوم على كلا المحورين.

- المحور المرجع:

بعد إجراء عملية الإرجاع على أحد المحاور يمكن رسم المحور باستعمال الأطوال المرجعة. يمكن استعمال هذا المحور لتقدير أصغر تواتر ذاتي وشكل الاهتزاز التابع له ، كما أن هذا المحور يبسط عملية وضع معادلات الحركة.

المحور المرجع هو صورة للنموذج الحسابي المرجع على أحد المحاور بإدخال علاقات إرجاع خاصة للأطوال المرجعة ولعزوم العطالة المرجعة.

مثال: يعطى النموذج الأساسي المبين بالشكل (11-3) مع القيم التالية:

$$J_1 = 2J ; c'_1 = 3c$$

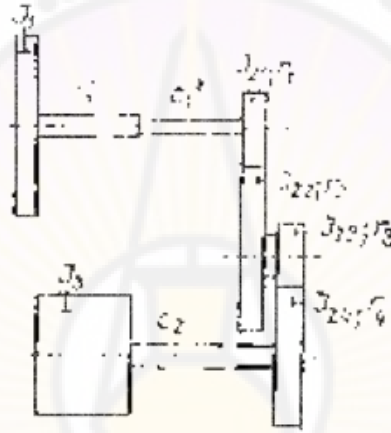
$$J_{21} = J ; c''_1 = c$$

$$J_{22} = 3J ; c_2 = 0$$

$$J_{23} = 2J ; r_1 / r_2 = 1 / 2$$

$$J_{24} = 3J ; r_3 / r_4 = 1 / 3$$

$$J_3 = 12J$$



الشكل (3-11) النموذج الأساسي

للمثال: المطلوب هو المحور المرجع.

الحل:

سيتم الإرجاع على المحور حسب الشكل (2-11). ثابت النابض يكافئ c'_1 ; c''_1 بحيث

$$c_1 = c'_1 c''_1 / (c'_1 + c''_1) = 3c / 4$$

من أجل إرجاع قيم النوابض نجد:

$$c_1^r = c_1 = 3c / 4 ; c_2^r = c_2 (r_1 / r_2)^2 (r_3 / r_4)^2 = c / 36$$

من أجل إرجاع عزوم العطالة ينتج:

$$J_1^r = J_1 = 2J$$

$$J_2^r = J_{21} + (J_{22} + J_{23})(r_1 / r_2)^2 + J_{24}(r_1 / r_2)^2 (r_3 / r_4)^2$$

$$J_2^r = 7J / 3$$

$$J_3^r = J_3 (r_1 / r_2)^2 (r_3 / r_4)^2 = J / 3$$

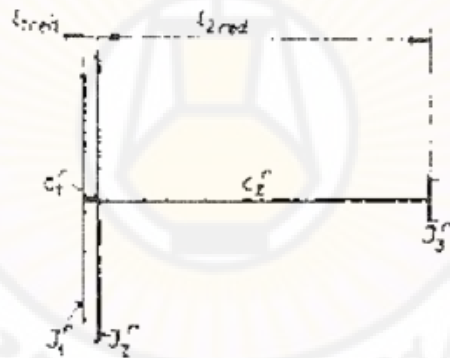
نحتاج من أجل رسم المحور المرجع إلى الأطوال المرجعة وينتج:

$$c_1^r / c_2^r = l_{2red} / l_{1red} = 27$$

من أجل عزوم العطالة ينتج:

$$J_1^r / J_3^r = 6 ; J_2^r / J_3^r = 7$$

الشكل (4-11) يبين المحور المرجع. سيتم عند تقدير التوترات الذاتية الرجوع إلى هذا المثال:



الشكل (4-11) المحور المرجع للمثال.

11-3- الاهتزازات الحرة لأنظمة القتل الخطية ذات الكتل المركزة :

11-3-1- تمهيد (المسائل المطروحة):

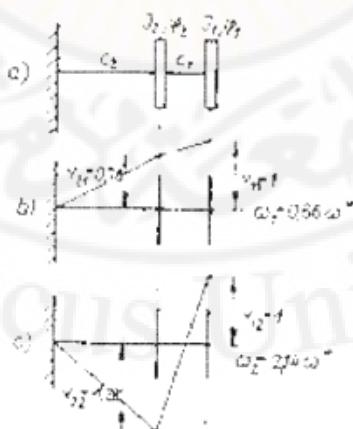
يتعلق السؤال المهم الذي يجب الإجابة عليه قبل البحث الديناميكي في الآلة بتصنيف المشكلة: إما في مجموعة الآلة الصلدة أو في مجموعة الأنظمة الاهتزازية. نحتاج من أجل ذلك إلى التوترات الذاتية التي يجب مقارنتها مع توترات التحريض. بما أن التخماد

في أنظمة الآلات ضئيل لذا يمكن حساب التواترات الذاتية بإهمال التخماد، ولهذا نحتاج فقط إلى معطيات تتعلق بالصلابات وبالكتل الدوارة للنموذج الحسابي. نحصل كنتيجة للحسابات في نفس الوقت على أشكال الاهتزاز الذاتية أيضاً لتقدير الاهتزازات القسرية وحالة النظام تحت شروط ابتدائية معطاة كما يحصل مثلاً في حالات وصل المحاور مع بعضها.

11-3-2 النموذج البسيط :

من أجل وصف الحالة الاهتزازية لنماذج حسابية ذات n درجات طلاقة . يكفي اهتزازات القتل تأمل نموذج بسيط ذي درجتين طلاقة. تمت دراسة هذا النموذج بشكل تفصيلي في الفصل التاسع. لذلك سيتم هنا فقط تقديم النتائج والحصول على استنتاجات عامة حول التواترات الذاتية وأشكال الاهتزاز الذاتية .

نميز في نظم التحريك بين النماذج المقيدة والنماذج الحرة. تستعمل النماذج المقيدة عندما يكون على الأقل أحد النوابض مثبتاً في إحدى نهايتيه، أي أنه لا يمكن أن يظهر الدوران الحر للنظام الصلب (المفترض) (حركة الجسم الصلب) . أو عندما يكون على الأقل أحد النوابض مرتبطاً بكتلة دوارة ذات حركة معطاة . تعتبر عندها نماذج القتل ذات التحريض الحركي نماذج مقيدة. كذلك يعطي نظام التحريك الكلي للسيارة عندما لا تنزلق الدواليب نمودجا مقيداً. يبين الشكل (11-5-a) نمودجا مقيداً ذو درجتين طلاقة.



الشكل (11-5) نمودج مقيد ذو درجتين طلاقة وأشكال الاهتزاز الذاتية للمثال.

تستعمل النماذج الحرة عندما يكون دوران النظام الصلب (المفترض) ممكناً، مثلاً محرك مكبسي عند الدوران بدون حمل أو النظام الكلي لتحريك السفينة.

ويمكن ذلك بأن يوصل النظام (محرك مكبسي) بواسطة نابض طري جداً (فاصل واصل) مع النظام الكلي. تكون عندئذ التواترات الذاتية لنموذج المحرك أعلى بكثير من التواترات الذاتية للنموذج الكلي في هذه الحالة يتم الفصل في أغلب الأحيان عند النابض ويستعمل نموذج حر. يبين الشكل (11-6-a) نموذجاً ذو درجتَي طلاقة. تصبح معادلات الحركة من أجل النموذج المقيد:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) + c_2 \varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (11.6)$$

أو بأسلوب كتابة المصفوفات

$$\begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (11.7)$$

يُعطى حل نظام المعادلات التفاضلية الخطي المتجانس بـ:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t + A_3 \cos \omega_2 t + A_4 \sin \omega_2 t \\ \varphi_2 &= v_{21} (A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t) + v_{22} (A_3 \cos \omega_2 t + A_4 \sin \omega_2 t) \end{aligned} \quad (11.8)$$

مع

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c_1 + c_2}{J_2} + \frac{c_1}{J_1} \right) \mp \sqrt{\left(\frac{c_1 + c_2}{J_2} + \frac{c_1}{J_1} \right)^2 - \frac{4c_1 c_2}{J_1 J_2}} \right] \quad (11.9)$$

$$v_{21} = 1 - \omega_1^2 \frac{J_1}{c_1} ; \quad v_{22} = 1 - \omega_2^2 \frac{J_1}{c_1} \quad (11.10)$$

تنتج ثوابت التكامل $A_1; A_2; A_3; A_4$ من الشروط البدائية (الإزاحات $\varphi_1; \varphi_2$ والسرعات الزاوية $\dot{\varphi}_1; \dot{\varphi}_2$ عند الزمن $t = 0$) بهذا يمكن التحقق من :

تتألف حركة كل من الكتلتين الدوارتين من اهتزازين توافقيين بالتواترين ω_1, ω_2 إذا اهتز النموذج بتواتر ذاتي واحد فقط حيث يمكن التوصل إلى ذلك بواسطة شروط ابتدائية معينة فإنه يوجد نسبة ساعات ثابتة. تدعى هذه النسبة بشكل الاهتزاز الذاتي المطابق للتواتر الذاتي وينتج :

$$\varphi_1 = \hat{\varphi}_1 \sin \omega_1 t ; \varphi_2 = \hat{\varphi}_2 \sin \omega_1 t \quad \text{من أجل } \omega_1$$

$$\varphi_1 = \hat{\varphi}_1 \sin \omega_2 t ; \varphi_2 = \hat{\varphi}_2 \sin \omega_2 t \quad \text{من أجل } \omega_2$$

من أجل نسب الإزاحات

$$(\hat{\varphi}_2 / \hat{\varphi}_1)_{\omega_1} = v_{21} ; (\hat{\varphi}_2 / \hat{\varphi}_1)_{\omega_2} = v_{22} \quad (11.11)$$

من المعادلة (9-11) نحصل مع

$$J_1 / J_2 = \mu ; c_1 / c_2 = \gamma ; c_2 / J_2 = \omega^{*2}$$

$$\left(\frac{\omega_{1,2}}{\omega^*} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \gamma + \frac{\gamma}{\mu} \right) \mp \sqrt{\left(1 + \gamma + \frac{\gamma}{\mu} \right)^2 - \frac{4\gamma}{\mu}} \right] \quad (11.12)$$

من أجل $\gamma = 2$, $\mu = 1$ ينتج :

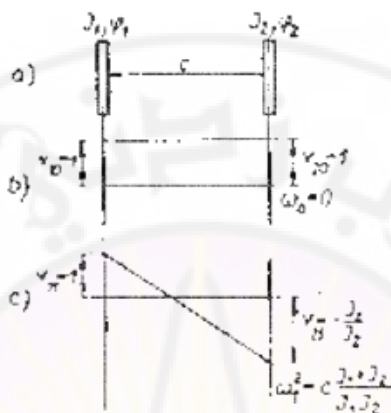
$$\left(\frac{\omega_{1,2}}{\omega^*} \right)^2 = \frac{1}{2} (5 \mp \sqrt{17}) ; \omega_1^2 = 0,438 \omega^{*2} ; \omega_1 = 0,66 \omega^* \\ \omega_2^2 = 4,562 \omega^{*2} ; \omega_2 = 2,14 \omega^* \quad (11.13)$$

$$\left(\frac{\hat{\varphi}_2}{\hat{\varphi}_1} \right)_{\omega_1} = v_{21} = 1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega^*} \right)^2 \frac{\mu}{\gamma} ; \left(\frac{\hat{\varphi}_2}{\hat{\varphi}_1} \right)_{\omega_2} = v_{22} = 1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega^*} \right)^2 \frac{\mu}{\gamma}$$

$$v_{21} = 0,781 ; v_{22} = -1,281$$

تبين الأشكال (b- 6-11) و (C-6-11) أشكال الاهتزاز الذاتية، بما أن للعزم المرن في النابض (عديم الكتلة) ذي ثابت النابض C_k القيمة الثابتة محلياً فإن شكل الاهتزاز سيكون عبارة عن سلسلة مستقيمات $M_k = c_k (\varphi_k - \varphi_{k+1})$

تتكسر عند الكتل. يتوافق عدد الاهتزاز مع مكان التواتر الذاتي التابع له في طيف التواترات. تأخذ زاوية الإزاحة في عقدة الاهتزاز القيمة صفر.



الشكل (11-6) نموذج حر ذو درجتَي طاقة وأشكال الاهتزاز الذاتية للمثال

تصبح معادلات الحركة للنموذج الحر (الشكل (11-6))

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\phi}_1 + c(\phi_1 - \phi_2) &= 0 \\ J_2 \ddot{\phi}_2 - c(\phi_1 - \phi_2) &= 0 \end{aligned} \quad (11.14)$$

أو بأسلوب كتابة المصفوفات:

$$\begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & -c \\ -c & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11.15)$$

تنتج كحلول التواترات الذاتية الدائرية من معين المخرج

$$\omega_{0,1}^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c}{J_1} + \frac{c}{J_2} \right) \mp \sqrt{\left(\frac{c}{J_1} + \frac{c}{J_2} \right)^2} \right] \quad (11.16)$$

$$\omega_0 = 0; \omega_1^2 = c \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \quad (11.17)$$

تأخذ الحركات المتعلقة بالشروط البدائية الشكل:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= A_1 + A_2 t + A_3 \cos \omega_1 t + A_4 \sin \omega_1 t \\ \varphi_2 &= v_{20}(A_1 + A_2 t) + v_{21}(A_3 \cos \omega_1 t + A_4 \sin \omega_1 t) \quad (11.18)\end{aligned}$$

ينتج :

$$\begin{aligned}v_{20} &= 1 - \frac{\omega_0^2 J_1}{c} = 1 \\ v_{21} &= 1 - \frac{\omega_1^2 J_1}{c} = \frac{J_1}{J_2} \quad (11.19)\end{aligned}$$

بهذا يمكن من أجل النماذج الحرة التحقق من :

تواتر ذاتي واحد يساوي دائماً الصفر، شكل الاهتزاز التابع له يطابق دوران الجسم الصلب (11-6-b). بما أن هذا الدوران لا يشكل حالة اهتزازية فقد تمت الإشارة إلى التواتر الدائري بـ ω_0 يحتوي شكل الاهتزاز التابع للتواتر الذاتي الدائري ω_1 على عقدة واحدة (11/26) بما أنه لا تؤثر على النموذج الحر عزوم تثبيت يجب أن يسري مفعول:

$$\begin{aligned}J_1 \ddot{\varphi}_1 + J_2 \ddot{\varphi}_2 &= 0 \\ \ddot{\varphi}_1 \left(J_1 + J_2 \frac{\ddot{\varphi}_2}{\ddot{\varphi}_1} \right) &= 0 \\ (J_1 + J_2 v_{21}) &= 0 ; v_{21} = -\frac{J_1}{J_2} \quad (11.20)\end{aligned}$$

تطابق هذه النتيجة المعادلة (11-19).

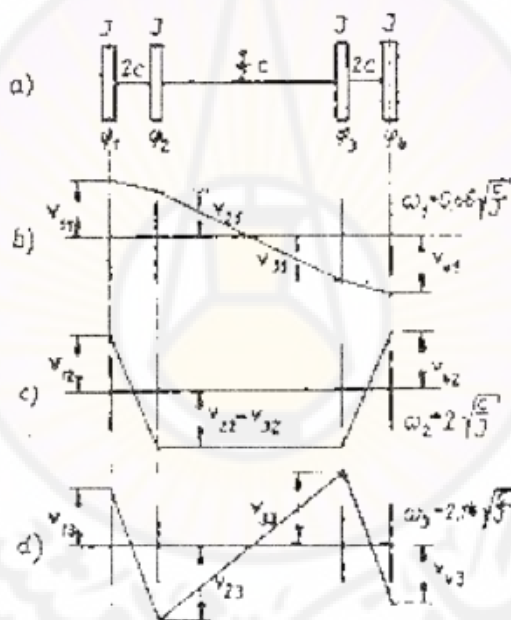
يجب كذلك التنبه إلى أن حركة النموذج الحر غير مستقرة .من المعادلة (11-18) يمكن التأكد بأن زوايا الدوران تزداد بشكل دائم مع مرور الزمن.

إذا نقلنا النتائج التي حصلنا عليها من أجل النموذج المبسط على نموذج اهتزازات قتل ذي كتل مركزة وذي // درجات طلاقة ينتج التالي:

إذا انطلقنا من المحور المرجع الذي تم فيه احتواء مراحل آليات نقل الحركة فإن عدد الكتل الدوارة في نموذج اهتزازات القتل يطابق عدد درجات الطلاقة . يمتلك نظام مقيد ذو

// درجات طلاقة // تواترات طبيعية بينما يمتلك نظام حر ذو // درجات طلاقة 1- // تواترات طبيعية مختلفة عن الصفر. علاوة على ذلك يحتمل وجود عدة تواترات ذاتية متساوية في القيمة وخاصة في النماذج ذات التفرعات.

في النماذج الحرة يساوي أصغر تواتر ذاتي دائماً دوران النموذج الصلب. يوجد لكل تواتر ذاتي شكل اهتزاز ذاتي. تعطي أشكال الاهتزاز الذاتية نسب السعات المنسوبة إلى إزاحة الكتلة الدوارة 1 عندما يهتز النموذج بالتواتر الطبيعي التابع لأحد الأشكال فقط. يعطي عدد العقد بشكل مباشر ترتيب (درجة) التواتر الذاتي التابع له.



الشكل (7-11) أشكال الاهتزاز الذاتية لنموذج حر ذي أربعة درجات طلاقة

يبين الشكل (7-11) المحور المرجع لنموذج حر ذو أربعة درجات طلاقة مع أشكال الاهتزاز الذاتية.

تكون الإزاحة في عقدة الاهتزاز مساوية للصفر. يمكن بمراعاة العلاقة بين التواتر الذاتي وشكل الاهتزاز الذاتي تقدير التوترات الذاتية التي تعطى من أجلها وضعيات عقد الاهتزاز.

تستعمل طريقة التقدير خصوصاً بالنسبة للنماذج المتناظرة.

سنستخدم كمثال النموذج من الشكل (11-7) يمتلك شكل الاهتزاز الأول المختلف عن الصفر عقدة واحدة تقع بسبب التناظر في المنتصف. يمكن اعتبار النموذج عند العقدة مثبتاً. بذلك ينتج نموذج مقيد ذو درجتي طلاقة بحيث يكون أصغر تواتر ذاتي له مساوياً للتواتر الذاتي الدائري ω_1 . بما أن النموذج البديل يطابق النموذج المقيد الذي تم حسابه من قبل ينتج:

$$\omega_1 = 0,66\sqrt{\frac{c}{J}} ; \left(\frac{\hat{\phi}_1}{\hat{\phi}_1} \right)_{\omega_1} = v_{11} = 1 ; \left(\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{\phi}_1} \right)_{\omega_1} = v_{21} = 0,78$$

$$\left(\frac{\hat{\phi}_3}{\hat{\phi}_1} \right)_{\omega_1} = v_{31} = -0,78 ; \left(\frac{\hat{\phi}_4}{\hat{\phi}_1} \right)_{\omega_1} = v_{41} = -1$$

من أجل شكل الاهتزاز المطابق للتواتر الذاتي الدائري ω_2 يوجد عقدتان. نسب الإزاحات للكتل الدوارة 2 و 3 متساوية بسبب تناظر شكل الاهتزاز. هذا يعني بأن النابض الواقع بين هاتين الكتلتين لا ينقل أي عزم. ينقسم بهذا النموذج إلى نموذجين حزين متساويين.

تقع العقدة في المنتصف ويسري مفعول:

$$\omega_2 = 2\sqrt{c/J} ; v_{12} = 1 ; v_{22} = -1$$

$$v_{32} = -1 ; v_{42} = 1$$

تقع من أجل التواتر الذاتي ω_3 إحدى العقد في منتصف النظام الكلي حيث ينشأ هناك مكان للتثبيت. يمكن إيجاد العقدتين المتناظرتين والتواتر الذاتي الدائري كالتواتر الذاتي الدائري الثاني للنموذج الجزئي المقيد:

$$\omega_3 = 2,14\sqrt{c/J} ; v_{13} = 1 ; v_{23} = -1,28 ; v_{33} = 1,28 ; v_{43} = -1$$

11-4: الاهتزازات القسرية لأنظمة اهتزازات الفتل ذات الكتل المركزة :

11-4-1 التحريض الدوري:

توصف الاهتزازات القسرية بواسطة معادلات تفاضلية ذات وسائط ثابتة حيث يظهر في هذه المعادلات التفاضلية تابع زمني (الزمن هو المتحول) يدعى بتابع التحريض. تعطى من أجل مجموعة كبيرة من أنظمة التحريك توابع تحريض دورية . تنتسب إلى هذه المجموعة المحركات المكبسية التي تحرض بواسطة قوى الغاز وقوى العطالة والمضخات المكبسية والمكابس وكذلك تحت شروط معينة أنظمة تحريك ذات آليات يأخذ فيها التحريض الحركي الدوري دوراً كبيراً.

يلعب بالإضافة إلى هذه العزوم التحريضية التي تؤثر من الخارج التحريض بواسطة صدمات الأسنان في الآليات دوراً كبيراً. تضر الاهتزازات ذات التواترات العالية والتي تظهر بسبب هذه الصدمات جزئياً بجودة الوظيفة (مثلاً في آلات الطباعة) وتؤدي إلى ظهور حمولات إضافية في الأسنان. تكون توابع التحريض عند عمليات الإقلاع والفرملة غير دورية. يأخذ التحريض في هذه العمليات شكل الحالات العابرة. من المفضل عند معالجة اهتزازات الفتل مع تحريض دوري العمل حسب الخطوات التالية:

بعد تحديد وسائط النموذج وصياغة التحريض على شكل سلاسل فوريه يتم تحديد تواترات الطنين بمساعدة مخطط الطنين. بعد ذلك يتم بواسطة مقارنة الطاقة العمل على تقدير السعات في الطنين. فإذا تطلب الأمر إجراء حسابات دقيقة، تطبق مصفوفات النقل. باستعمال هذه الطريقة تصبح الحسابات غير مقيدة بتواترات الطنين. يتم إجراء الحسابات بالطرق المختلفة من أجل كل تابع توافقي للتحريض على حدة. يكون جمع النتائج ممكناً إذا أجريت الحسابات بطرق تعطي حلولاً خارج منطقة الطنين أيضاً.

11-4-2 مخطط الطنين:

يمكن تحليل كل تحريض بواسطة سلسلة فوريه إلى مجموع حدود توافقية. يوجد من أجل التوابع غير المعطاة تحليلياً، مثلاً مخطط ضغط الغاز المحدد بطريقة القياس،

برامج حسابية تحدد ثوابت سلسلة فورييه من قيم القياس. بهذا نحصل على عزم التحريض على الشكل:

$$M(t) = M_{st} + \sum_{x=1}^m \bar{M}_x \cos x\Omega t + \sum_{x=1}^m \bar{\bar{M}}_x \sin x\Omega t \quad (11.21)$$

أو

$$M(t) = M_{st} + \sum_{x=1}^m \hat{M}_x \sin(x\Omega t + \gamma_x) \quad (11.22)$$

أو

$$\hat{M} = \sqrt{\bar{M}_x^2 + \bar{\bar{M}}_x^2}; \quad \tan \gamma_x = \bar{\bar{M}}_x / \bar{M}_x \quad (11.23)$$

يمثل M_{st} في المعادلة (11-22) العزم الستاتيكي والذي يستخدم كعزم فعال أو كعزم عمل. يسبب هذا العزم إجهداً مسبقاً في نظام التحريك الكلي يؤدي هذا إلى تفادي الظواهر اللاخطية الناتجة عن الخلوصات بحيث يظهر في أغلب الحالات نموذج خطي. يشكل التواتر الدائري Ω التواتر الأساسي للتابع الدوري. يتم في الأنظمة الميكانيكية غالباً اشتقاق التواتر الأساسي من عدد الدورات. يجري في المحركات المكبسية رباعية الشوط التواتر الأساسي لدورة عمل عبر دورتين لمحور المرفق. فإذا نسبنا على الرغم من ذلك التواتر إلى عدد الدورات تظهر أعداد ترتيبية كسرية. فبينما تتألف في الحالة العادية الأعداد الترتيبية X من أعداد كاملة فقط $x = 1; 2; 3; \dots$ يوجد عندئذٍ $x = 0.5; 1; 1.5; 2; \dots$ يظهر الطنين عندما يتطابق أحد التواترات الدائرية للتحريض $x\Omega$ مع أحد التواترات الدائرية الذاتية ω_k أي عندما يسري مفعول:

$$\omega_k = x\Omega \quad (11.24)$$

فإذا نسبنا Ω إلى عدد الدورات تصبح أعداد الدورات التالية أعداد دورات طنينية.

$$\omega_k / x; \quad n = 30\omega_k / \pi x l / \min \quad \text{für } \omega l / s \quad (11.25)$$

يمكن تمثيل هذه العلاقة بشكل واضح في مخطط الطنين. توضح في هذا المخطط التواترات الذاتية (أو التواترات الدائرية) على المحور الشاقولي وأعداد الدورات على المحور

الأفقي. تقطع عندئذ المستقيمات الترتيبية التواترات الذاتية عند أعداد الدورات الحرجة (الطنينية). يكون هذا التمثيل ذو منفعة طائلة عندما تكون التواترات الذاتية متعلقة بعدد الدورات كما يظهر مثلاً في شفرات العنفات. سيتم إيضاح ذلك بواسطة المثال التالي. تم من أجل محرك دراجة نارية ثنائي الشوط (نموذج حر ذو ثلاث درجات طلاقة) تحديد التواترات الدائرية الذاتية.

$$\omega_1 = 2301 \text{ l/s}$$

$$\omega_2 = 5360 \text{ l/s}$$

يعمل المحرك في مجال عدد الدورات

$$n_{\min} = 2000 \text{ l/min} \text{ bis } n_{\max} = 6000 \text{ l/min}$$

المطلوب تحديد عدد نقاط الطنين الممكنة وترتيب أدنى نقطة طنين.

يبين الشكل (8-11) مخطط الطنين:

الشكل (8-11) مخطط الطنين لمحرك دراجة نارية

يمكن من هذا المخطط التحقق من إمكانية وجود ثمانية نقاط طنين من أجل التواتر الذاتي الأول (الترتيب 4 وحتى 11) وسبعة عشر نقطة طنين من أجل التواتر الذاتي الثاني (الترتيب 9 وحتى 25). بما أن ساعات التحريض للترتيبات الافرادية تنخفض بازدياد عدد الترتيب يؤدي الطنين ذو الترتيب العالي إلى إزاحات صغيرة. على الرغم من ذلك يمكن إثبات وجود الطنين ذو الترتيب العالي بواسطة القياسات.



الفصل الثاني عشر
تثبيت الآلة الصلاة



12-1: المسائل المطروحة:

تأخذ المسائل المتعلقة بتثبيت الآلة الصلدة أهمية كبيرة بالنسبة لصانع الآلة ولمخطط المشروع ولمستثمر الآلة، لذلك تعتبر مسألة تثبيت الآلات من أهم وظائف الاهتزازات الميكانيكية.

يكون مرناً كل مكان للتثبيت سواء كان أرض (أساس) البناء أو أرضية طابقية أو هيكل حامل. وبالتالي ينتج مع الآلة المثبتة نظام اهتزازات لا بد من معرفة خواصه الديناميكية..

سيتم في هذا الفصل معالجة تثبيت الآلة الصلدة فقط .

هذا يعني أنه لا توجد تأثيرات متبادلة بين الاهتزازات داخل الآلة واهتزازات الأساس. تتألف مسألة الأساسات في البداية من البرهان على تثبيت مسموح به للآلة والذي يتم بدون إجراءات العزل. إذا كانت إجراءات العزل ضرورية يمكن التحدث عن عزل الاهتزازات الإيجابي والسلبي. يتم عند عزل الاهتزازات الإيجابي حماية مكان التثبيت من القوى الديناميكية الصادرة عن الآلة. يجري عند الاهتزازات السلبي إبعاد حركات مكان التثبيت عن الآلة (أو مثلاً عن جهاز القياس). يؤثر في النموذج الحسابي في الحالة الأولى تحريض القوى وفي الحالة الثانية تحريض الحركة.

يحدث تحريض اهتزازات الأساس في حالة العزل الإيجابي إما بشكل دوري أو شكل صدمات. تنشأ التحريضات الدورية بسبب وجود كتل متحركة غير موازنة (قوى العطالة الحرة). يجب أخذ عزوم التحريك والعزوم الأخرى بعين الاعتبار عندما لا يتم تثبيت المحرك والآلة على قاعدة مشتركة. لذلك يتم في أغلب الحالات اعتماد عدد دورات الآلة كأساس في الدراسة. يظهر التحريض بالصددمات في المكابس والمقصات وآلات البلمص. تهدف كل دراسة لتأسيس الآلة إلى الحد من القوى الديناميكية المنتقلة إلى مكان التثبيت وفي نفس الوقت إلى ضبط حركة الآلة ضمن مقادير معينة.

يكتسب عزل الاهتزازات السلبي أهمية كبرى بالنظر لاستخدام أجهزة حساسة جداً للتحكم والتوجيه والقياس في مجال الهندسة الميكانيكية. كذلك تنتسب مسألة رفع راحة القيادة من

أجل خدمة الآلات الزراعية وآلات البناء إلى مجمل وظائف عزل الاهتزازات السلبي. تقود مع ذلك معادلات الحركة للنماذج المطبقة إلى نفس النتائج التي تظهر عند تحريض القوى، يمكن إذا مناقشة النتائج بشكل مشترك. لذلك ستم في البداية معالجة الأسس الديناميكية لتأسيس الآلات ثم استخراج النتائج النهائية منها من أجل تنفيذ الأساسات أو القواعد.

12-2 الأسس الديناميكية لتأسيس الآلات عند التحريض الدوري:

12-2-1 نماذج مبسطة مع تحريض دوري:

تمت الإشارة إلى أن لكل مكان للتثبيت تأثير مرن. فإذا انطلقنا من آلة صلدة مثبتة بشكل مرن ينتج بهذا نموذج حسابي ذو ستة درجات طلاقة. مع ذلك يكفي من أجل إيضاح المسائل المبدئية لعزل الاهتزازات الايجابي والسلبي تحت تحريض دوري (تحريض القوة أو تحريض الحركة) نموذج حسابي ذو درجة طلاقة واحدة بينما تتطلب معالجة عزل الاهتزازات تحت تحريض الصدمات نموذجاً مبسطاً مؤلفاً من كتلتين لكل منهما درجة طلاقة واحدة.

تتوافق في هذه النماذج الوسائط وهي الكتلة m وثابت النابض c (سيتم الانطلاق من منحنى مميز خطي للنابض) وثابت التخميد b بشكل مختلف مع النظام. يتم من أجل الحكم على حمل أرض البناء أو على حمل أرضية الطابق عند التثبيت المباشر البحث عن مقادير الحركة. بهذا يكون مقدار الانتقال (الطريق) الاهتزازي مقياساً لحمل البناء وتكون سرعة الاهتزاز مقياساً لحمل الآلة ويكون تسارع الاهتزاز مقياساً لحمل أساس (أرضية) البناء. عند وضع طبقة فاصلة مرنة بين الآلة ومكان التثبيت بحيث تكون صلابتها صغيرة بالنسبة لصلابة مكان التثبيت تهمنا كذلك القوة المؤثرة على الأرض والتي تستخدم من أجل الحكم على الحمل. يمكن تحقيق الطبقات الفاصلة المرنة بواسطة نوابض إفرادية (نوابض فولاذية، نوابض مطاطية) أو بواسطة طبقة عازلة.

تمثل القوى الدورية بواسطة سلاسل فورييه. بما أن النموذج الحسابي خطي يمكن مراعاة كل تابع توافقي بشكل إفرادي.

يمكن التمييز بين فرضيتين للقوة:

الفرضية الأولى :

$$F = \hat{F} \sin \Omega t \quad (12-1)$$

تطبق عندما تدور الآلة بعدد دورات ثابت حيث تكون بهذا قوى عدم الاتزان (قوى العطالة) ثابتة.

كذلك يسري مفعول هذه الفرضية مثلاً من أجل العزوم المؤثرة على القاعدة بواسطة المحرك ومن أجل قوى خارجية أخرى.

الفرضية الثانية :

$$F = m_u r_u \Omega^2 \sin \Omega t \quad (12-2)$$

تستعمل من أجل الآلات التي تغير عدد دوراتها بشكل مستمر في مجال معين مثلاً من أجل محركات السيارات .

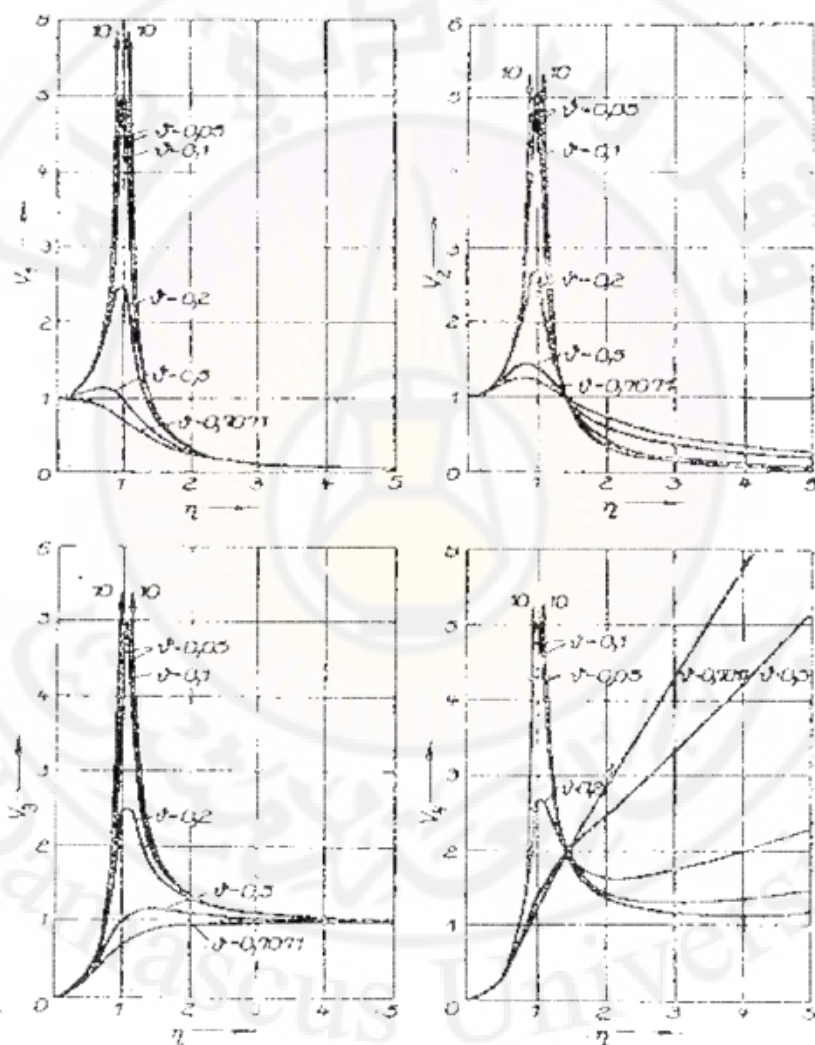
هذه الفرضية ملائمة أيضاً لمطابقة عدد دورات آلة معينة على قاعدة موجودة. بهذا يكون $m_u r_u$ هو مقدار عدم الاتزان والذي يحدد من أجل الأجزاء الدوارة الموازنة بواسطة كتلة الجزء الدوار وبعد الكتلة المتبقي.

يمكن التحقق من أن الإزاحات تصبح في المجال $\eta = 1$ أي بالقرب من الطنين كبيرة جداً. لذلك يجب العمل إما في مجال الضبط المنخفض أو في مجال الضبط العالي.

من أجل $\eta \ll 1$ (مجال الضبط العالي) تنتهي الإزاحات إلى الواحد. يمكن التوصل إلى ذلك بواسطة نابض صلب وإلغاء كتلة القاعدة. عند التثبيت المباشر على أرض البناء يجب أن يتوفر سطح ارتكاز كبير. في حالة التثبيت المباشر على أرضية الطابق يمكن التوصل إلى $\eta \ll 1$ بواسطة زيادة صلابة الأرضية.

يمكن الحصول على أصغر سعة للاهتزاز في مجال الضبط المنخفض عند وجود كتلة كبيرة. لتكبير كتلة الآلة توضع هذه الآلة من أجل ذلك على قاعدة ذات كتلة أكبر بعدة

مرات. يتم مع ذلك في أغلب الحالات تجاوز حدود التحميل الستاتيكي لمكان التثبيت (مثلاً، أرضية الطابق). هذا يقود إلى الحاجة لفصل وظيفة التحميل عن وظيفة النابض حيث يمكن التوصل إلى ذلك عن طريق طبقات فاصلة مرنة (نوابض إفرادية أو طبقة عازلة) بين القاعدة ومكان التثبيت.



الشكل (1-12) توابع التضخيم لنظام ذو درجة طلاقة واحدة.

فإذا افترضنا أن صلابة هذه الطبقات صغيرة بالنسبة لصلابة مكان التثبيت، يتم البحث عن القوة المؤثرة على مكان التثبيت.

تتناسب هذه القوة بشكل مباشر طردياً مع تابع التضخيم V_2 . يمكن من الشكل (1-12) التحقق من أن أصغر قوة ديناميكية تؤثر على الأرض تظهر عند تخامد صغير. لذلك يجب التوصل إلى نابضية ذات تخامد ضئيل وخصوصاً عند قيم صغيرة η في مجال الضبط المنخفض ($\eta \approx 3$). تعطي لذلك النوابض الافردية و خصوصاً النوابض الحلزونية أو طبقات من النوابض الأفضلية على طبقات العزل. إذا كان المطلوب عزل الاهتزازات ذات التواترات العالية كالاhtزازات الصوتية للجسم فإن قيم η التابعة لها ستكون غالباً كبيرة بحيث لا يصبح للتخامد أي معنى أو تأثير. من أجل تحريض القوة مع سعة تتعلق بالتواتر :

$$Q = m_{\parallel} r_{\parallel} \Omega^2$$

ينتج ما يلي :

يصل تابع التضخيم V_3 من أجل التثبيت في مجال الضبط المنخفض إلى القيمة $V_3 = 1$. يمكن تجاوز هذه القيمة نحو الأسفل عند التثبيت في مجال الضبط العالي

$$\eta < \sqrt{1/2} \cong 0 \quad \text{من أجل}$$

تقع بين المجالين قيم كبيرة لـ V_3 ترتفع بشكل كبير بالقرب من الطنين ($\eta = 1$). من

أجل تأسيس الآلة يمكن استخدام المجالين $0 < \eta < \sqrt{1/2}$; $\eta > 3$ فقط. إذا كانت

$$V_3 = 1 \quad \text{يسري من أجل سعة الحركة مفعول قانون مركز الثقل } \hat{X}m = m_{\parallel} r_{\parallel}$$

البداية محاولة العمل في مجال الضبط العالي. يكون هذا مع ذلك صعباً عندما تحتوي

قوة التحريض على نوابع توافقية متعددة ومتعلقة بعدد الدورات كما يحدث مثلاً في

المحركات المكبسية حيث يجب استعمال أعلى تابع توافقي من أجل الضبط العالي.

لا يمكن التوصل إلى ذلك في السيارة ولذلك يتم اختيار طبقات فاصلة مرنة على شكل

نوابض إفرادية. من أجل ذلك تكون القوة الديناميكية المؤثرة على مكان التثبيت مقياساً

للعزل. تتعلق هذه القوة بتابع التضخيم V_4 . من الشكل (1-12) يمكن التحقق من

التأثير الكبير للتخامد في حالة التثبيت في مجال الضبط المنخفض. وهذا هو أحد الأسباب الذي يؤدي إلى ارتفاع مستوى الضجيج لمحرك السيارة بارتفاع عدد الدورات. إن المناقشة السابقة سارية المفعول فقط من أجل الحالة المستقرة. لذلك لا يمكن بواسطة هذه المعادلات الإجابة على الأسئلة المتعلقة بالمرور عبر الطنين وكذلك يجب ضمان وجود تخامد معين لإزالة التشويش الذي يظهر عند الإقلاع. ظهرت عند معالجة جميع حالات عزل الاهتزازات الايجابي والسلبي بشكل واضح أهمية التثبيت في مجال الضبط المنخفض. من أجل التنفيذ العملي يجب مع ذلك التنويه إلى وجوب تأمين حرية الحركة لكتلة القاعدة. يجب مع ذلك التنويه إلى وجوب تأمين حرية الحركة لكتلة القاعدة. يجب أن تكون خطوط الأنابيب والتوصيلات الأخرى إما قابلة للحركة أو أن تدخل في حسابات قيم النوابض. يجب في كل الحالات الانتباه إلى ظهور حمولات كبيرة في التوصيلات الصلبة عند المرور في منطقة الطنين .

نتيجة: سيتم في النهاية تقديم مثال نموذجي من أجل الأسئلة المطروحة عند تأسيس الآلات.

مثال:

يجب تثبيت منشار ذي نصلة في مجال الضبط المنخفض. تنشأ بسبب الحركة الترددية

للنصلة القوة $F = \hat{F} \sin \Omega t$ يدور المنشار بعدد الدورات n كم يجب أن تبلغ

قيمة كتلة القاعدة والمنشار وما هي قيمة ثابت النابض حتى تصل إلى أرض البناء فقط 5% من قيمة قوة التحريض وحتى لا تصبح سعة اهتزاز القاعدة أكبر من $\hat{x}$ ؟
المعطيات:

$$\hat{F} = 16 \cdot 10^4 \text{ N} ; n = 600 \text{ L/min}$$

$$\hat{F}_B = 0.05 \hat{F} ; \hat{x} = 1 \text{ mm}$$

سيتم الانطلاق من تثبيت خال من التخماد حيث أنه ليس للتخماد خارج منطقة الطنين أي تأثير ملحوظ. يوجد كأساس من أجل الحسابات النموذج مع تحريض القوى. يهمل التخماد خارج منطقة الطنين .

بما أنه يجب تخفيض القوة المؤثرة على الأرض، يجب اختيار مجال الضبط المنخفض. سترعى زاوية فرق الطور بين قوة التحريض والإزاحة بواسطة الإشارة السلبية للقوة المؤثرة على الأرض.

12-2-2 التوترات الذاتية ومسائل الارتباط لكتلة القاعدة مع ستة درجات طلاقة:

تمتلك كل آلة صلدة مثبتة بشكل مرن ست درجات طلاقة، إذا اعتبرنا أن العناصر المرنة عديمة الكتلة. يتحقق هذا أيضاً من أجل تثبيت كتلة القاعدة الصلدة على عناصر نابضية.

يوجد من أجل نموذج حسابي ذي ستة درجات طلاقة ستة توترات ذاتية. إذا كان المطلوب العمل في مجال الضبط المنخفض، يجب أن نضمن أن يكون أعلى تواتر ذاتي أصغر من أدنى تواتر للتحريض. في مجال الضبط المختلط يجب التوصل إلى أبعاد التوترات الذاتية بشكل كاف عن توترات التحريض. في مجال الضبط العالي يجب أن يقع أدنى تواتر ذاتي فوق طيف (مجال) توترات التحريض.

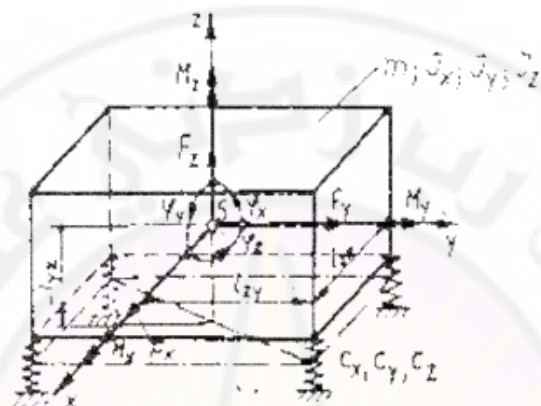
ومنه ينتج بأنه يجب حساب كل التوترات الذاتية الستة. يبين الشكل (12-2) النموذج الحسابي. سيتم الانطلاق من الفرضيات التالية:

1- يقع مركز الإحداثيات في مركز ثقل النظام الصلدة الموجود في وضعية الاتزان السكوني. يتألف النظام الصلدة من الآلة الصلدة ومن كتلة القاعدة (يسمى إلى النظام الصلدة للاختصار بكتلة القاعدة).

2- تطابق الإحداثيات $X; Y; Z$ وضعية المحاور الأساسية للعطالة على كتلة القاعدة الساكنة. تصف زاوية الميل φ_k الدوران حول المحور $k = X; Y; Z$

3- تكون جميع القوى والعزوم المعطاة إلى الخارج مرجعة على نظام الإحداثيات هذا وهي تؤثر كتحرير.

- 4- في حالة حساب الاهتزازات القسرية. يتم ذلك من أجل كل تابع توافقي على حدى.
- 5- لكل نابض معدوم الكتلة ثابت نابض في اتجاهات الإحداثيات الثلاثة.



الشكل (2-12)

النموذج الحسابي للآلة الصلدة المثبتة بشكل مرن (كتلة القاعدة)

- 6- تكون وسائط الكتلة المعطاة بجانب وضعية مركز النقل هي الكتلة m وعزوم العطالة الأساسية $J_x; J_y; J_z$
- 7- يهمل التخماد. للتخامد تأثير ضئيل على التوترات الذاتية بحيث يمكن إهماله. سيتم حسب الفرضيات تفادي الطنين، لذلك فإن التخماد ليس ضرورياً لحساب الاهتزازات القسرية.

8- سنفترض أن ساعات الحركة صغيرة.

9- سيهمل تأثير قوة النقل على الحركة الاهتزازية.

10- تكون معادلات الحركة خطية.

3-12 تنفيذ القواعد المحرصة بشكل دوري:

1-3-12 أشكال تنفيذ القواعد ذات الكتل المركزة:

يمكن التمييز بشكل أساسي بين ثلاث مجموعات فيما يتعلق بتنفيذ القواعد ذات الكتل المركزة. تشكل المجموعة الأولى القواعد المثبتة بشكل مباشر على أرض البناء.

يجب أن تكون كتلة القاعدة صغيرة حتى نحصل مع ذلك على نابض صلب للأرض (قارن 3-1-3-3) نحتاج إلى سطح ارتكاز كبير. لذلك يحدد شكل القاعدة في الدرجة الأولى بوساطة سطح الارتكاز اللازم وصلابة القاعدة المطلوبة. تنتسب إلى المجموعة الثانية الآلات التي تثبت بدون قاعدة خاصة فوق عناصر نابضة. علاوة على ذلك يجب تحقيق شروط مختلفة. تحدد قيمة سعة التحريض المسموح بها بحيث لا تتجاوز سعة اهتزاز كتلة الآلة المثبتة التي تعمل في مجال الضبط المنخفض قيمة السعة المسموح بها. يجب أن يكون تواتر التحريض كبيراً بحيث يكون التثبيت المستقر في مجال الضبط المنخفض ممكناً. بالإضافة إلى ذلك يجب أن يكون هيكل الآلة صلباً بحيث لا ينشأ تشويش في وظيفة الآلة بسبب التثبيت عند نقاط معينة على نابض فردية. أمثلة على ذلك هي تثبيت محركات السيارات على الهيكل عبر ثلاثة أو أربعة عناصر نابضية فردية وتثبيت آلات التشغيل السريعة وتثبيت آلات التهوية. تكون هذه الآلات في أغلب الأحيان ذات سرعة دوران كبيرة وقوى تحريض صغيرة. تحتاج المجموعة الثالثة بجانب كتلة الآلة إلى القاعدة. هذا النوع من التثبيت ملائم من أجل تواترات تحريض منخفضة وقوى تحريض كبيرة.

المراجع العربية والأجنبية

1- المراجع العربية:

- 1- بيطار، معن: ديناميك الآلات، جامعة تشرين، 2003-2004.
- 2- الحوراني، معن عثمان: ديناميك الآلات، جامعة حلب، 1981.
- 3- خنيسي، محمد، معن بيطار: الاهتزازات الميكانيكية، جامعة تشرين، 1996-1997.
- 4- الشحادة، عبدو، وعد عمران: ديناميك الآلات، جامعة دمشق، 1996-1997.
- 5- الشحادة، عبدو: الاهتزازات الميكانيكية، جامعة دمشق، 1996-1997.
- 6- الشرجي، محمد رشيد: ديناميك الآلات والاهتزازات، جامعة دمشق، 1987-1988.
- 7- عبد الواحد، محمد نجيب: ديناميك الآلات، جامعة حلب، 1981.
- 8- عبيد، سيمون، اسكندر عجمة: نظرية الآلات، جامعة دمشق، 1988-1989.

2- المراجع الأجنبية:

- 1-Goldner, H; Holzweissig, F: Leitfaden der technischen Mechanik, 6 Auflage. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1987
- 2-Holzweissig, F; Dresig, H: Lehrbuch der Maschinendynamik, 1. Auflage Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1980
- 3-Harris, C.M.; CH.E.: Shock and Vibration Handbook. New York: Mc Graw-Hill Book Company 1961
- 4-Nestorides, E.J.: A Handbook of Torsional. Combridge: University press 1958
- 5- Dizioglu, B.: Getriebelehre – Dynamik. Berlin : VEB Verlag Technik 1969
- 6-Tondi, A.: Some Problems Of Rotor Dynamics. Prag 1965
- 7-Nordson, F.L.: Dynamics Of Rotors. Berlin /Heidelberg/ New York: Springer- Verlag 1975
- 8-Gantmacher, F.: Lectures in analytical mechanics. Moskow :Mir 1970
- 9-Muszynska, A.: On Rotor Dynamics. Zagadnienia Dragan Nieliniowych (1972)
- 10-Dynamics of Manipulation Robots. M.vukobratovic, V.potkonjak. Springer-verlag Berlin Heidelberg Newyork 1982.

دليل الرموز

a,b	distance, length	مسافة ، طول
c		ثابت النابض
d	diameter, length	قطر ، طول
D	diameter	قطر
e	distance	مسافة بعد
f	frequency	تردد
F	force	قوة
F_{21}		قوة تأثير الحد 2 على الحد 1
F^{in}	inertia Force	قوة العطالة
F_R	resultant Force	القوة المحصلة
g	Acceleration of gravity	تسارع الجاذبية
j	Moment of Inertia	عزم العطالة
K_E		عامل الشكل
l,L	length	طول
m	mass	كتلة
M	Moment	عزم
		عزم المحرك
		عزم مقاومة العمل
M_t	Torsional Moment	عزم الفتل
n	Number	عدد
n	Number of revolutions per minute	عدد الدورات في الدقيقة

N	normal component of reaction	مركبة رد الفعل النافذي
p	pressure	الضغط
q		إحداثية معممة
r	radius	نصف قطر
S	center of Gravity	مركز الثقل
t	time	الزمن
T	Kinetic Energy	الطاقة الحركية
t	period	الدور (مدة زمنية)
v	velocity	السرعة
W	work	العمل
x	displacement	إزاحة
$\dot{X}$	(derivative of x with respect) velocity	السرعة
$\ddot{X}$	acceleration	التسارع
x,y,z	axes of coordinates (Cartesian coordinates)	محاور الإحداثيات
α,β,γ	angles	زوايا
ψ	angle	زاوية
δ	coefficient of fluctuationof speed	درجة عدم الانتظام (معامل تراوح السرعة)
ω	angular velocity (rad/s)	السرعة الزاوية
ρ	mass density	الكثافة
ε	Angular acceleration(rad/s ²)	التسارع الزاوي
ξ	Displacement , distance	إزاحة، بعد

φ	Angle of rotation	زاوية دوران
$\dot{\varphi}$	Angular velocity	السرعة الزاوية
$\ddot{\varphi}$	Angular acceleration	التسارع الزاوي
π	3.1416	
Δ	displacement	إزاحة، فرق
Σ	Sum of quantities	مجموع الكميات



دليل المصطلحات العلمية

(انكليزي - عربي)

A

Abcissa	إحداثي أفقي
Absolute	مطلق
Acceleration	تسارع
Active	فعال
Amplitude	سعة، مطال
-vibrations	سعة الاهتزازات
Analysis	تحليل
Analytical	تحليلي
-method	طريقة تحليلية
Angle	زاوية
-of friction	زاوية الاحتكاك
Angular	زاوي
-acceleration	تسارع زاوي
-displacement	إزاحة زاوية
-position	وضع زاوي
-velocity	سرعة زاوية
Annular	حلقي
Annulus	حلقة، طرق
Anticlockwise diration	عكس اتجاه عقارب الساعة
Apparatus	جهاز
Approximation	تقريب
Arc	قوس

Arm	ذراع
Arrangement	ترتيب
Assemllly	مجموعة، تجميع
Assumption	افتراض
Asymmetry	لا تماثل، تناظر
Automatic	آلي، أوتوماتيكي
Areage	معدل، متوسط
-Velocity	سرعة وسطية
Axial	محوري
Axis	محور
-of rotation	محور الدوران
-of symmetry	محور التناظر
Axle	محور الدوالب
B	
Balance	ميزان، موازن
Balancing	موازنة
Bearing	محمل
Body	جسم
Brake	مكبح
Braking	فرملة، كبح
C	
Cam	كامة
Center	مركز
-of gravity	مركز الثقل
-of rotaion	مركز الدوران

Centrifugal	نابذ، طارد من المركز
-force	قوة نابذة
Centripetal	جاذب، جاذب نحو المركز
Chain	سلسلة
Characteristic	ميزة مميز
Circular	دائري
-motion	حركة دائرية
-Path	مسار دائري
Clearance	خلوص
Clockwise direction	باتجاه عقارب الساعة
Coefficient	معامل، عامل
-of speed	معامل تراوح الساعة
Component	مركبة
Compression	ضغط، انضغاط
Computer	حاسب آلي
Connecting rod	ذراع توصيل
Connetion	توصيل، ربط
Conservation of energy	انخفاض القدرة
Conserative	محافظ
-Force Field	حقل قوى محافظ
Constant	ثابت
Constrained motion	حركة مقيدة
Contact	تماس
Continuous	مستمر

Control	تحكم
Coordinate	إحداثي
-axes	محاور الإحداثيات
-system	جملّة الإحداثيات
Cosine motion	حركة تجيبية
Coupler	وصلة قارنة
Coupling	وصلة قارنة
Crank	مرفق
Crankshaft	عمود المرفق
Critical	حدي، حرج
Curve	منحني
Cutting	قطع
Cycle	دورة
Cylinder	أسطوانة
D	
Damping	تخميد، تخميد
-factor	معامل التخميد
Deceleration	تباطؤ
Definition	تعريف
Deflection	انحناء
Degree	درجة
-of accuracy	درجة الدقة
-of freedom	درجة الطلاقة
-of motion	درجة الحركة
Design	تصميم

Determinat	محدد، معين
Deviation	انحراف
Diagram	مخطط
Diameter	قطر
Difference	فرق
Differential	تفاضلي
-equation	معادلة تفاضلية
-mechanism	آلية تفاضلية
Differentiaion	مفاضلة، تفاضل
Direct	مباشر
Direction	اتجاه
-of force	اتجاه القوة
-of motion	اتجاه الحركة
-of rotation	اتجاه الدوران
Disc	قرص
Displacement	إزاحة
Disslpative force	قرص التخميد
Distance	مسافة، بُعد
Distortion	تشوه، تشويه
Drive, Driving	قيادة، إدارة
-axle	محور تدوير
-belt	سير نقل الحركة
-Element	حد قائد
-Force	قوة محرك (محركة)

-ratio	نسبة النقل
-shaft	عمود إدارة
Driven	مقود، مدار
-element	حد مقود
-gear	مسنن مقود
Driver	قائد
Dynamic	ديناميكي
-analysis	تحليل ديناميكي
-balance	انتران ديناميكي
-coefficient	المعامل الديناميكي
-equilibrium	توازن ديناميكي
-load	حمل ديناميكي
-vibration	المخمّد الديناميكي للاهتزازات
	علم الديناميك
	E
	لا مركزي، مختلف المركز
	لا مركزية
	فعال
-Force	قوة فعالة
-Torque	عزم فعال
	مردود
-of amachine	مردود الآلة
	جهد
	مرونة
	عنصر

	قطع ناقص
	تجريبي
	طاقة، قدرة
-input	طاقة مبذولة
-output	طاقة ناتجة
-transfer	تحول الطاقة
Engine	محرك
-frame	هيكل المحرك
-power	استطاعة المحرك
-shaft	عمود المحرك
-speed	سرعة المحرك
Equation	معادلة
-of equilibrium	معادلة التوازن
-of motion	معادلة الحركة
Equilibrium	توازن
-conditions	شروط التوازن
-of forces	توازن القوى
-of moments	توازن العزوم
-state	حالة التوازن أو الاتزان
Equivalent	مكافئ
-dynamical systems	مجموعة متكافئة ديناميكياً
-mechanism	آلية مكافئة
-weight	وزن مكافئ
Error	خطأ

Experiment	تجربة، اختيار
Expression	عبارة، تعبير
External	خارجي
-force	قوة خارجية
F	
Factor	عامل
Feed	تغذية
-back	تغذية عكسية (مرتدة)
Field	حقل
-of force	حقل القوة
Fluctuation	تراوح تذبذب
-of speed	تراوح السرعة
Flywheel	حدافة، دولاب معدل
Follower	تابع
Force	قوة
-of friction	قوة الاحتكاك
-of gravity	قوة الجاذبية
-polygon	مضلع القوى
Forced	قسري
Form	شكل، صيغة
Four-bar mechanism	آلية رباعية الوصلات
Frame	هيكل، إطار
Frequency	تواتر، تردد
Function	دالة (تابع)
Functional	وظيفي

Fundament	أساس
Fundamental	أساسي

G

Gear	مسنن
-box	علبة السرعة
Generator	مولد كهربائي
Governor	منظم
Graphical	تخطيطي
Gravity	جاذبية
Gudgeon pin	اصبع المكبس
Guide	دليل، موجه

H

Harmonic	توافقي
-analysis	تحليل توافقي
-curve	منحني الحركة التوافقية
-frequency	تردد توافقي
Hertz	هرتز
Hinge	مفصل
Hooke law	قانون هوك
Hydraulic	هيدروليكي
-press	مكبس هيدروليكي
Hysteresis	تأخر (تخلف) مرن

I

Identical	مماثل، متطابق
Incompressible	غير قابل للانضغاط
Index	دليل، مؤشر

Inertia	عطالة
-Force	قوة العطالة
-torque	عزم قوة العطالة
Initial	إبتدائي، أولي
Instrument	جهاز قياس
Integration	تكامل، مكاملة
Intermittent	منقطع، متناوب
Internal	داخلي
-combustion engine	محرك احتراق داخلي
J	
Joint	مفصل، توصيلة
J bearing	محمل مقعد العمود، محمل قطري انزلاقي
K	
Knatic	حركي
-analysis	تحليل حركي
-pair	إزدواج حركي
Knatics	علم الحركة
Knatic energy	طاقة حركية
Katics	علم التحريك
L	
e	مخرطة
lar	خطي
-motion	حركة خطية
C	وصلة، حلقة
Tranger s equations	معادلة لاغرانج

M

Machine	آلة
-foundation	قاعدة تثبيت الآلة
-tool	آلة تشغيل
Mass	كتلة
Maximum value	قيمة عظمى
Mechanism	تركيبية آلية، آلية
Minimum value	قيمة دنيا
Mode of vibrations	شكل الاهتزازات
Model	نموذج
Module	موديول، وحدة قياس
Moment	عزم
-of inertia	عزم العطالة
Momentum	كمية الحركة
Motion	حركة
Motor	محرك

N

Negative	سالب
Noise	ضجيج
No-load	لا حمل، بدون حمل
Nominal	إسمي
Normal	ناظمي - متعامد
-plane	مستوى عمودي (عمودي)

O

Operation	عملية
Optimum	أفضل، أمثل

Oscillation	نوسان، تذبذب، تارجح
Oscillograph	جهاز رسم التذبذبات
P	
Pair	إزدواج، زوج
Parallel	موازي
Parameter	باراستر (مقدار متغير القيمة)
Path	مسار، منحنى
-of motion	مسار الحركة
Period	دور، زمن دورة
-vibrations	دور الاهتزازات
Periodical	دوري
Premissible	مسموح به
Phase	طور
Piston	مكبس
Plane	مستوي
-mechanism	آلية مستوية
-motion	حركة مستوية
Position	وضع، موضع
Positive	موجب
Potential energy	طاقة كامنة
Power	طاقة، قدرة استطاعة
Precision	دقة، ضبط
Press	مكبس، آلة كبس
Primary	إبتدائي، أولي
Principal	رئيسي

Principle	مبدأ
Projection	إسقاط
Proportional	مناسبي، متناسب
Pomp	مضخة
Q	
Quadratic	تربيعي
-equation	معادلة من الدرجة الثانية
Quality	نوعية، جودة
Quick	سريع
-return motion	حركة سريعة الارتداد
R	
Radial	نصف قطري باتجاه القطر أو المركز
Radhus	نصف القطر
Reaction	رد فعل
Real	حقيقي
Reciprocatilng	ترددي
-motion	حركة ترددية
Regulation	تنظيم، ضبط
Relative	نسبي
-error	خطأ نسبي
Resistance	مقاومة
Restoring torque	عزم إرجاع
Resultant	محصلة، ناتج
-force	قوة محصلة (القوة المرجعة)
-torque	عزم محصل

Revolutive	دورة، دوران
-s per minute (r.p.m)	عدة دورات بالدقيقة
Rigid	صلب (جاسيء)
-body	جسم صلب (جاسيء)
-frame	هيكل ثابت
Rolling	تدحرج
-pair	إزدواج تدحرجي
Rope	حبل
Rotation	دوران
Rotor	الجزء الدوار في آلية
	S
Selection	انتقاء، اختيار
Series	سلسلة، متتالية
Shaft	عمود إدارة
Shaper	مقشطة
Simple harmonic motion	حركة توافقية بسيطة
Simultaneous	أني، متزامن
Sine motion	حركة جيبيه
Slider	منزلة
-crank mechanism	آلية المنزلة والمرفق
Sliding	انزلاقي
-pair	إزدواج انزلاقي
Speed	سرعة
Spring	نابض
-rate	عامل صلابة النابض

Stability	استقرار
Stable	مستقر
Standard	عيارى
Static	استاتي - ساكن - استاتيكي
-analysis	تحليل استاتيكي
-equilibrium	توازن استاتيكي
-load	حمل استاتيكي
Statics	علم التوازن (السكون)
Stiffness factor	معامل الصلادة
Stop	إيقاف، توقف
Straight	مستقيم
Stress	إجهاد
Structure	هيكل، منشأ
Synthesis	إنشاء، تركيب
System	نظام، جملة، مجموعة
Tangent	مماس
Tangtion	شد
Tretical	نظري
Time	زمن
Tique	عزم
Tsional vibrations	اهتزازات القتل
Tnsfer	تحويل
Tsmission	نقل، آلية نقل الحركة
-of motion	نقل الحركة

-ratio	نسبة النقل
-shaft	عمود نقل الحركة
Turning	دوران
-moment	عزم الدوران
-pair	ازدواج دوراني
Typical	نموذجي
Tyre	عجلة، اطار
Unconstrained	غير مقيد
Uniform	منتظم
Unit	وحدة
Unstable	غير مستقر
Variation	تغير، اختلاف
Velocity	سرعة
Vibration	اهتزاز
Vibration Node	عقدة الاهتزاز
Viscous Resistance	مقاومة لزجة
Wear	تآكل
Weight	وزن
Wheel	دولاب، عجلة
Work	عمل

المدققون العلميون

- د. محمد رشيد الشريجي

- د. حسين تينة

- د. علي خلوف

المدقق اللغوي: د. هيفاء سبيناتي

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات الجامعية

جامعة دمشق
Damascus University

