



الجمهورية العربية السورية
وزارة التعليم العالي
جامعة دمشق
كلية العلوم
قسم الفيزياء

دراسة تحليلية وحاسوبية لنماذج كونية تضخمية متنوعة

أطروحة أعدت لنيل درجة الدكتوراه في الفيزياء

إعداد الطالب
محمود عبده الحلاق

إشراف

الأستاذ الدكتور

نضال شمعون

المعهد العالي للبحوث التطبيقية والتكنولوجيا

الأستاذ الدكتور

مصطفى صائم الدهر

قسم الفيزياء - جامعة دمشق والمعهد العالي
لبحوث الليزر و تطبيقاته

المحتويات

4	الجزء التمهيدي الإطار العام
5	المقدمة
5	الإشكاليات البحثية
6	أهمية البحث
7	التساؤلات
7	هدف البحث
8	منهج البحث وأدواته
8	مكونات البحث
10	الجزء الأول أدبيات البحث
11	1 دراسة نظرية: مفاهيم نظرية
11	1.1 مقدمة:
12	2.1 المراحل الحرجة لتطور الكون
12	1.2.1 مرحلة التضخم الكوني
13	2.2.1 آليات التضخم:
16	3.1 التحديات الراهنة للنموذج الكوني القياسي
19	4.1 نظريات الثقالة المعدلة $f(R, \phi)$
20	5.1 الأرصاد الكونية
22	2 التضخم الكوني: دراسة مرجعية
22	1.2 ميكانيكا التضخم الكوني الدافئ
23	1.1.2 التضخم الدافئ و تقريب التدحرج البطيء
26	2.1.2 طيف الاضطرابات الكونية
31	2.2 التضخم الكوني البارد
32	1.2.2 معادلات الحركة لحقل التضخم
34	2.2.2 تقريب التدحرج البطيء
35	3.2.2 الاضطرابات الكونية
39	3 الثقالة المعدلة $F(R, \phi)$ و التضخم الكوني
41	1.3 معادلات الحقل لجاذبية $F(R, \phi)$ ضمن صياغة بالاتيني:
44	2.3 التضخم أحادي الحقل
44	1.2.3 النهاية $2\alpha X \ll (1 + f(\phi))$

53	3.3 تطبيقات كونية للثقالة $F(R, \phi)$
----	--

56 الجزء الثاني منهج البحث و إجراءاته

57	4 الكمون الأسّي بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن ميكانيكية التضخم البارد
59	1.4 تفسير فيزيائي للكمون الأسّي
59	1.1.4 بكنشتاين و تغيير ثابت القرن الشديد
60	2.4 نموذج تضخمي مستوحى من تغيير ثابت القرن الشديد
62	3.4 تحليل النموذج
64	1.3.4 معادلات الاضطراب
69	4.4 النموذج التضخمي بترابط لا أصغري مع الثقالة:
77	5 التضخم بكمون أسّي ضمن ثقالة معدلة وفق ميكانيكا التضخم البارد
77	1.5 المقدمة
78	2.5 دراسة تحليلية
81	3.5 النموذج ضمن النهاية $\alpha \gg 1$
84	4.5 الشكل الهضبي للنهاية $\alpha \gg 1$:
86	5.5 التضخم الحركي بتدرج ثابت عند النهاية $\alpha \ll 1$:
90	6 التضخم الطبيعي ضمن سيناريو التضخم البارد
90	1.6 المقدمة
92	2.6 التضخم الطبيعي بترابط أصغري مع الثقالة ضمن خلفية ثقالية نسبية
92	1.2.6 التدرج البطيء
93	2.2.6 مقارنة النتائج النظرية مع البيانات التجريبية
95	3.6 التضخم الطبيعي بترابط لأصغري
96	1.3.6 التضخم الطبيعي ضمن النهاية $(1 - \xi\phi^2) \ll 2\alpha X$
104	2.3.6 التضخم الطبيعي باعتبار النهاية: $\alpha \gg 1$
109	3.3.6 التضخم الطبيعي ذو التدرج الثابت
111	4.6 التضخم الطبيعي بترابط لأصغري دوري مع الثقالة
114	7 التضخم الطبيعي الدافئ
114	1.7 التضخم الدافئ بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن جملة جوردان:
117	2.7 التضخم الدافئ ضمن جملة آينشتاين:
120	3.7 طيف الطاقة:
125	4.7 التضخم الطبيعي الدافئ
126	5.7 المقارنة مع الرصودات التجريبية من أجل نهاية التشتت الشديد:
128	6.7 المقارنة من الرصودات التجريبية من أجل نهاية التشتت الضعيف:
130	7.7 النموذج بتشتت تابع لدرجة الحرارة من الدرجة الثالثة:
134	8 التضخم ذي القوى الدافئ
134	1.8 المقدمة
135	2.8 التضخم الدافئ باختصار:
136	1.2.8 التدرج البطيء وفق ميكانيكا التضخم الدافئ

137	طيف الاضطرابات	2.2.8
140	دراسة التضخم ذي القوى ضمن ميكانيكا التضخم الدافئ	3.8
140	التضخم ذي القوى ضمن نهاية التشتت الضعيف	1.3.8
147	9 التضخم الإقتراني الدافئ	
147	المقدمة	1.9
148	مراجعة الصياغة الإقترانية للنقالة:	2.9
149	حالة الترابط الأصغري	1.2.9
152	حالة الترابط للأصغري مع النقالة:	2.2.9
153	تدفئة التضخم الإقتراني	3.9
153	معادلات الحركة:	1.3.9
155	تقريب التدحرج البطيء:	2.3.9
160	طيف الاضطرابات	3.3.9
164	دراسة حالة: التضخم شبيه هيجز	4.9
167	الحالة الأولى: $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$	1.4.9
171	الحالة الثانية: حالة شبيه صياغة باللاتيني	2.4.9
177	الحالة الثالثة: $\Upsilon = \Upsilon_0$	3.4.9
178	التضخم الدافئ المعياري مقابل التضخم الدافئ الإقتراني:	5.9
178	نهاية التشتت الضعيف:	1.5.9
180	نهاية التشتت الشديد	2.5.9
183	المعادلات العامة التفصيلية للمرصودات	1.
184	تمثيل المرصودات بدلالة الحقل χ	2.
184	نهاية التشتت الشديد	1.2.
184	نهاية التشتت الضعيف	2.2.

قائمة الأشكال

- 1.1 التصنيف الهيكلي لآليات التضخم الكوني 14
- 2.1 توزيع مكونات الكون حسب نموذج Λ CDM. تشكل المادة المظلمة 27% والطاقة المظلمة 68% من إجمالي كثافة الطاقة الكونية. المصدر: [1] 18
- 1.4 يوضح الشكل نتائج النموذج ضمن نتائج Planck 2018 بشكل منفصل و مندمج مع نتائج الرصدات الأخرى. يتضمن الشكل كلا النهايتين المقابلتين للترابط اللاأصغري الشديد و الضعيف بدلالة الوسيط ξ و اللتان تظهران عدم توافق واضح مع الرصدات بميل $r/(1-n_s)$ يساوي 8 في حالة الصياغة المترية و 6 في حالة الصياغة البالاتينية. تمثل النقاط الخضراء للصياغة البالاتينية في حين توافق النقاط الزرقاء للصياغة المترية بوجود ترابط لأصغري مع الثقالة، في حين تظهر النقاط الحمراء و الموافقة للثقالة $f(R)$ كنقاط مقبولة تجريبيا و تحقق التوافق مع الرصدات الحديثة. 76
- 1.5 يوضح الشكل نتائج النموذج ضمن نتائج Planck 2018 بشكل منفصل و مندمج مع نتائج الرصدات الأخرى. يتضمن الشكل كلا النهايتين المقابلتين للترابط اللاأصغري الشديد و الضعيف بدلالة الوسيط ξ و اللتان تظهران عدم توافق واضح مع الرصدات بميل $r/(1-n_s)$ يساوي 8 في حالة الصياغة المترية و 6 في حالة الصياغة البالاتينية. تمثل النقاط الخضراء للصياغة البالاتينية في حين توافق النقاط الزرقاء للصياغة المترية بوجود ترابط لأصغري مع الثقالة، في حين تظهر النقاط الحمراء و الموافقة للثقالة $f(R)$ كنقاط مقبولة تجريبيا و تحقق التوافق مع الرصدات الحديثة. 81
- 2.5 النموذج التضخمي الحركي بكمون أسي مستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد بالشكل $(g^{st}(x) = g_0^{st}\phi(x))$ ، و ذلك ضمن ثقالة ممتدة بالشكل: $f(R)$ و بترابط لأصغري مع الثقالة $-\xi R\phi^2$. تقابل النقاط الزرقاء للنهاية حيث $\alpha \gg 1$ حيث فرضنا قيمة $\xi = 1$. توافق النقاط الحمراء للنهاية $\alpha \gg 1$ و $\alpha \bar{U} \gg 1$ حيث $\xi \neq 0$. تقابل النقاط الخضراء للنهاية $\alpha \ll 1$ مع $\xi = 0$ و قيم معدومة لوسيط التدحرج الثابت β في حين تقابل النقاط الزهرية لذات النهاية $\alpha \ll 1$ و بوسيط $\xi = 0$ معدوم أيضا و إنما بوسيط تدحرج ثابت β غير معدوم. تقابل النقاط الصفراء إلى نتائج النموذج ضمن سيناريو التضخم الدافئ و ثقالة من الشكل ، في حين أن النقاط السماوية تقابل للسيناريو التضخمي دون إعتبار الثقالة $f(R)$. جميع النقاط المقبولة توافق ل $\ell > 1$ 84
- 3.5 الشكل الهضبي للكمون عند النهاية (35.5). يقابل الجزء (B) من هذا الشكل ل $\xi = 0$ و التقاطع مع النتائج التجريبية يتحقق من أجل $\ell < 1$. في الجزء 86
- 1.6 الشكل الأيمن يمثل النسبة بين الكمون V و مقياس الكتلة من الدرجة الرابعة بدلالة الحقل السلمي الأصلي ϕ ضمن صياغة بالاتيني للثقالة. الشكل الأيمن يمثل ذات النسبة إنما للكمون $W(\varphi)$ بدلالة الحقل معاد المقياس φ 97
- 2.6 يمثل الشكل لتغيرات الحقل φ بدلالة الحقل ϕ من أجل $f = 16$ و $M = 0.7$ (مع اختيار الميل الموجب للعلاقة $\frac{d\phi}{d\varphi} = \sqrt{Z}$. تشير الألوان المختلفة إلى قيم مختلفة للتوابت ξ و α 98

- 3.6 وسائط التدحرج البطيء ε و η من أجل قيم مختلفة لكل من ξ و α 100
- 4.6 الشكل الأيسر (4.a) يمثل تنبؤات النموذج بترابط لأصغري مع الثقالة النسبوية $\alpha = 0$. جميع الخطوط المنقطة تقابل $N = 60$. الشكل الأيمن (4.b) يمثل النتائج المتحصل عليها عند اضافة الثقالة الممدة من أجل $\alpha = 0.1$ 101
- 5.6 منحني يمثل كلا من r و n_s من أجل ترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة ممدة αR^2 . يقابل كل خط من الخطوط المنحنية لقيمة مثبة للوسيط α . تم رصد عدد تضخمات أسية N من 50 يسارا إلى 70 عند الحدود اليمنى 103
- 6.6 المنحنيات الممثلة لكل n_s و r في حالة ترابط لا أصغري مع الثقالة. يمثل الشكل الأيسر لقيمة سالبة $\xi = -1 \times 10^{-3}$ في حين يقابل الشكل الأيمن لقيمة موجبة $\xi = +5 \times 10^{-3}$ 104
- 7.6 التضخم الحركي بدلالة الكمون الطبيعي ضمن ثقالة $F(R)$ معدلة من الشكل: αR^2 بترابط لا أصغري مع الثقالة من خلال الحد $\xi R \phi^2$ 108
- 8.6 كونتورات المرصودات n_s و r من أجل ترابط لا أصغري دوري مع الثقالة من الشكل 8.6 . تم اعتماد $f = 140, V_0 = 10^3$ ضمن ثقالة ممدة من الشكل αR^2 . يأخذ ثابت الترابط λ القيم 1000 و 1200 بينما يتم مسح عدة قيم للوسيط α . تم مسح قيم الحقل السلمي ϕ_* عند قطع الأفق ضمن المجال [265, 280]. تم إيجاد عدد التضخمات الأسية N ضمن المجال [66, 72]. 113
- 1.7 النتائج النظرية للتضخم الطبيعي الدافئ بترابط لا أصغري تربيعي مع الثقالة ضمن نهاية التشنت الشديد. بأخذ كتلة بلانك مساوية الواحد، تم اعتماد القيم التالية: $(\Gamma_0 = 7000, f = 5 \times 10^{-6}, V_0 = 5)$. توافق النقاط السوداء لـ $\xi = -20$ و $\phi_* \in [3 \times 10^{-4}, 0.0015]$ والتي تقابل لعدد تضخمات أسية $[14.8, 30.4] \in$. توافق النقاط الحمراء لـ $\xi = -40$ و تقابل لـ $[9.3, 26.4] \in$. في كلا الحالتين تظهر Q من رتبة 10^3 127
- 2.7 تنبؤات نموذج التضخم الطبيعي الدافئ بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن نهاية التشنت الشديد. تم اعتماد القيم $(\Gamma_0 = 1000, f = 100, V_0 = 1 \times 10^{-6})$ من أجل النقاط الحمر فإن $\lambda = 5 \times 10^6$ ، $\phi_* \in [1 \times 10^{-4}, 1.5 \times 10^{-4}]$ و التي تقابل لـ $N_e \in [24.5, 29.3]$. النقاط السوداء توافق $\lambda = 56 \times 10^6$ و $\phi_* \in [1 \times 10^{-4}, 1.8 \times 10^{-4}]$ تقابل هذه النقاط لـ $N_e \in [22.6, 29.3]$. أخيرا توافق النقاط الزهرية لـ $\lambda = 8 \times 10^6$ و $\phi_* \in [1 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-4}]$ و التي تقابل لعدد تضخمات أسية $N_e \in [19.9, 21.6]$. تأخذ Q في جميع الحالات القيمة 6×10^3 128
- 3.7 تنبؤات نموذج التضخم الطبيعي بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن نهاية التشنت الضعيف. تمثل النقاط الحمراء لحالة الترابط اللاأصغري التربيعي ، في حين توافق النقاط السوداء للترابط اللاأصغري الدوري. للحالتين تم اعتماد الوسائط بالشكل $\Gamma_0 = 7.14 \times 10^{-7}, f = 2, V_0 = 2.25 \times 10^{-15}$. قمنا بتثبيت $\phi_* = 2$ من أجل الترابط التربيعي و $\phi_* = 6.9$ من أجل الترابط الدوري، كما تم المسح من أجل الوسيط ξ على المجال $[1.99, 2.00]$. في حين تم مسح الوسيط λ على المجال $[1.04, 1.06]$. تقع كل من n_s و r ضمن المجال $n_s \in [0.95, 0.97]$ ، $r \in [0.015, 0.016]$ من أجل الترابط اللادوري، في حين تقع ذات المرصودات من أجل الترابط الدوري ضمن المجالات $n_s \in [0.95, 0.97]$ ، $r \in [0.0385, 0.0386]$. ظهر عدد التضخمات الأسية بقيم منخفضة جدا، حيث $N_e \approx 0.96$ من أجل الترابط التربيعي و $N_e \approx 0.27$ من أجل الترابط الدوري. يأخذ معامل التشنت Q الدرجة 10^{-4} من أجل كلا الحالتين. 129

- 4.7 حالة التشتت التكبيعي بالنسبة لدرجة الحرارة من أجل كل من الترابط الدوري و اللادوري على التوالي. يظهر الشكل اتساقا مع البيانات التجريبية من أجل كل من n_s, r . بالإضافة للسابق يحقق الترابط التربيعي توافقا للمرصودات (A_s, N_e) في حين يحقق الترابط الدوري لعدد تضخمات أسية N_e و لرتبة طيف الطاقة A_s 133
- 1.8 يوضح الشكل الدليل الطيفي n_s بدلالة m . يشير الخط الأخضر إلى الحالة $\Gamma = \Gamma_0$ مع اعتبار $\phi_* = 163, \Gamma_0 = 1 \times 10^{-8}$. يشير الخط الأزرق للحالة $\Gamma = \Gamma_0 T$ مع اعتبار $\phi_* = 178, \Gamma_0 = 2 \times 10^{-4}$ وأخيرا يشير الخط الأحمر إلى الحالة $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ مع $\phi_* = 200, \Gamma_0 = 79 \times 10^3$ 142
- 2.8 تمثيل كل من n_s و r في حالة التشتت الضعيف. تشير الخطوط المتصلة إلى النتائج النظرية للنموذج الموافق للمعادلة 36.8. الخط المتصل الأسود يقابل للحالة $\Gamma = \Gamma_0$ مع $\phi_* = 163$ و $\Gamma_0 = 1 \times 10^{-8}$. الخط الأحمر الصلب يمثل $\Gamma = \Gamma_0 T$ مع $\phi_* = 178$ و $\Gamma_0 = 2 \times 10^{-4}$ وأخيرا فإن الخطوط الصفراء المتصلة تشير إلى $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ مع $\phi_* = 200$ و $m = 1 \times 10^2$. من جهة أخرى فإن الخطوط المقطعة تمثل المرصودات المتحصل عليها من الكمون من أجل نفس حالات Γ بشكل مقابل لذات ألوان الخطوط المتصلة، مع معامل اضطراب $\zeta = -1 \times 10^{-7}$ ($\zeta = -1.5 \times 10^{-6}$) من أجل الخطوط المقطعة الصفراء والسوداء. 143
- 1.9 (الجزء الأيسر) يمثل الكمون U كتابع للحقل χ ، في حين يمثل الجزء اليمين الكمون V كتابع للحقل ϕ . تم رسم المنحنيات من أجل وسائط $\xi = 3.7 \times 10^{-3}$ ، $\Upsilon_0 = 4 \times 10^4$ ، $\lambda = 2.3 \times 10^{-13}$ ، $\alpha = 75$ and $V_0 = 9.0 \times 10^{-9}$ 165
- 2.9 الحقل χ كتابع للحقل ϕ مع $\xi = 3.7 \times 10^{-3}$ 166
- 3.9 المرصودات r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد في حالة $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$. تقابل النقاط الحمراء إلى الوسائط المعطاة بالمعادلة (83.9). في حين تتمثل الوسائط المقابلة للنقاط السوداء بالمعادلة (84.9). أخيرا فإن فضاء النقاط الصفراء يعطى بالمعادلة (85.9). 170
- 4.9 يوضح الشكل تأثير كل من ξ و λ و V_0 و ϕ و Υ_0 على كل من المرصودات ns و r و بالتوازي مع تأثيرهم على الكميات T و H و $Z.Q$ 172
- 5.9 يمثل الشكل كل من n_s و r ضمن نهاية التشتت الضعيف. يوضح الجدول (5.9) فضاء البارامترات لكل حالة من الحالات الموضحة في الشكل. 173
- 6.9 تمثيل كل من r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد وفق الحالة 2. تقابل النقاط الحمراء لفضاء وسائط مثبت بالشكل $\Upsilon_0 = 6 \times 10^6$ ، $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ ، $\alpha = 75$ ، $V_0 = 1 \times 10^{-12}$ ، $\phi = 1.2$. يتماثل فضاء البارامترات للنقاط السوداء مع تلك الحمراء فيما عدا الوسيط $\xi = 6 \times 10^5$. تقع قيم نسبة التآرجحات السلمية إلى التنسورية r ضمن المجال $[4.31 - 0.081] \times 10^{-30}$. فضاء الوسائط للنقاط الصفراء يوافق للقيم. فضاء الوسائط للخطوط المقطعة الصفراء والبنية يتشابه مع ذلك الموافق للسوداء باستثناء $\phi = 1.2$ 175
- 7.9 تمثيل r و n_s ضمن نهاية التشتت الضعيف وفق الحالة. توافق النقاط السوداء للوسائط المثبتة $\Upsilon_0 = 1.9 \times 10^3$ ، $\lambda = 4.40 \times 10^{-5}$ ، $\alpha = 75$ ، $V_0 = 1.0 \times 10^{-5}$ ، $\phi = 12.0$. الوسائط المثبتة والموافقة للخط المقطع البنفسجي تتشابه مع تلك السوداء فيما عدا $\Upsilon_0 = 3.0 \times 10^4$ ، $\xi = 1.9 \times 10^3$. تتمثل قيم الوسائط للخط الأحمر بالقيم $\Upsilon_0 = 2.4 \times 10^4$ ، $\lambda = 3.4 \times 10^{-5}$ ، $V_0 = 1 \times 10^{-6}$ ، $\xi = 1.9 \times 10^3$. الوسائط المثبتة للخطوط المقطعة الصفراء و البنية مشابهة لتلك السوداء. 176

- 8.9 المنحنيات الموضحة لقيم r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد وفق الحالة 3 . توافق النقاط الحمراء تقابل لوسائط مثبتة $\lambda = 1 \times 10^{-3}$ و $V_0 = 1 \times 10^{-12}$ و $\xi = 1 \times 10^{-4}$ و $\phi = 0.08$. الوسائط للنقاط السوداء مشابهة للنقاط الحمراء مع $\Upsilon_0 = 8.0 \times 10^{-3}$. وسائط النقاط الصفراء توافق $\Upsilon_0 = 8.0 \times 10^{-3}$ و $\lambda = 1.0 \times 10^{-3}$ و $\xi = 2.6 \times 10^{-4}$. وسائط النقاط النفسجية تشابه لتلك الصفراء مع $\phi = 0.01$ 178
- 9.9 ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسّي بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة 189

قائمة الجداول

13	المراحل الرئيسية لتطور الكون في النموذج القياسي	1.1
15	مقارنة مفصلة بين آليتي التضخم البارد والدافئ	2.1
17	مقارنة التحديات الرئيسية للنموذج Λ CDM	3.1
103	بعض النقاط المعلمة لتضويح التأثير الإيجابي لدراسة النموذج ضمن النهاية الأولى للثقالة المعدلة قيد الاعتبار	1.6
141	dissipative weak the in model warm the of characteristics specific Main potential. exponential with regime	1.8
144	نقاط مرجعية في حالة التشنت الضعيف من أجل حالات مختلفة لمعامل التشنت Γ , مع $\phi_* = 163$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0$, $\phi_* = 178$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T$ and $\phi_* = 200$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T^3$	2.8
145	معاملات التضخم الدافئ ضمن نهاية الشنت الضعيف $Q \ll 1$ والتي تقود إلى قيم متوافقة مع القيم الرصدية، في الحالات الثلاث لمعامل التشنت Γ . تشير النقاط الحمراء إلى الحد الذي يتوقف عنده التشنت الضعيف ($Q = 1$)	3.8
151	مقارنة ما بين الكميات المفتاحية الأساسية ضمن الصياغات المترية، صياغة باللاتيني و الصياغة الإقرانية. تمثل هنا ψ حقول المادة، $ g $ تشير إلى محدد التنسور المترى $g_{\mu\nu}$ و $ K $ تمثل محدد التنسور $K_{\mu\nu}$	1.9
156	مقارنة بين الكميات الأساسية ضمن الصياغات المترية و البالاتينية و الإقرانية في حالة الترابط اللأصغري مع الثقالة. تم التعبير عن الترابط اللأصغري مع الثقالة في الصياغة المترية من خلال الحد $f(\phi)R$ و في الصياغة البالاتينية من خلال الحد $f(\phi)\mathcal{R}$ و أخيرا ميز الترابط اللأصغري ضمن الصياغة الإقرانية من خلال الحد $f(\phi)\mathcal{R}_{\mu\nu}$	2.9
166	يوضح الشكل القيود المفترضة عند معالجة سيناريو التضخم الدافئ. ضمن النهاية الشديدة $Z.Q$ و $\omega \gg 1$ ، في حين أنهما و ضمن النهاية الضعيفة أصغر من الواحد. بالنسبة لقيم كل من r و ns تم اعتماد القيم المتحصل عليها رصديا وفق [1]	3.9
170	النقاط المعلمة في حالة التشنت الشديد من أجل الحالة $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$. توضح العلاقة (83.9) قيم الوسائط للنقطة الأولى مع $\xi = 6 \times 10^5$. من أجل النقطة الثانية، تم تثبيت معامل التشنت $\Upsilon_0 = 5 \times 10^6$ في حين يمكن الحصول على باقي الوسائط من العلاقة (84.9). وسائط النقطة الثالثة تعطى من خلال العلاقة (85.9) مع $\phi = 4.0$. أخيرا، توضح العلاقة (83.9) قيم الوسائط الموافقة للنقطة الرابعة $\xi = 20.0 \times 10^5$	4.9
171	فضاء الوسائط ضمن نهاية التشنت الضعيف، و التي توضح المرصودات n_s و r و A_s بالإضافة إلى الكميات T و H و $Z.Q$	5.9
180	النسبة $\frac{r_A}{r_S}$ و $\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$ ضمن نهاية التشنت الشديد	6.9
181	النسبة $\frac{r_A}{r_S}$ و $\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$ ضمن نهاية التشنت الضعيف.	7.9

8.9	ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسّي بترباط لا أصغري
188	مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة
9.9	ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسّي بترباط لا أصغري
189	مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة

الملخص

قمنا في هذا البحث باعتماد تمديدات و تعديلات ثقالية لدراسة نماذج تضخمة متنوعة. تركزت الدراسة من الناحية الثقالية على اتجاهين: افتراض ترابط لا أصغري ما بين المادة ممثلة بحقل الانفلاتون السلمي المسؤول عن التضخم الكوني والثقالة ممثلة بسلمية ريتشي (تنسور ريتشي في حالة الصياغة الإقترائية للثقالة). بالإضافة إلى الترابط اللاأصغري تم اعتماد تمديدات ثقالية على النظرية من حيث اضافة حدود ذات درجات أعلى بالنسبة لسلمية ريتشي. تمثل الاتجاه الثقالي الثاني باعتماد صياغات مختلفة للثقالة. ما تم اعتماده في هذا البحث تمثل في ثلاث صياغات مختلفة و هي الصياغة المترية و صياغة بالاتيني و الصياغة الإقترائية للثقالة. شكلت هذه الافتراضات الخلفية الثقالية التي تمت ضمنها دراسة النماذج التضخمية المتنوعة. تمت دراسة مجموعة من النماذج التضخمية ذات مصادر متنوعة: 1- نماذج ذات خلفية جيسمية و ضمن هذا التصنيف تمت معالجة نموذج تضخمي بكمون شبيه هيجز و نموذج التضخم الطبيعي. 2- نماذج تضخمية ناجمة عن نظريات تغير الثوابت الكونية و تم اعتماد دراسة نموذج تضخمي ناجم عن تغيرات ثابت القرن الشديد. 3- نماذج تضخمية ذات خلفية ديناميكية و في هذا المجال تم تحليل نموذج التضخم القوى و تمت دارسته ضمن مكيانيكية التضخم الدافئ ليتبين حل جميع مشاكل النماذج التي كان يعاني منها ضمن اطار النظرية النسبية العامة. تمت مقارنة النتائج النظرية لجميع النماذج بالبيانات الرصدية الحديثة متمثلة بشكل أساسي بنتائج رصدات PLANCK 2018. لقد أظهرت الدراسة نجاحا في ايجاد توافق بين البيانات النظرية و الرصدات التجريبية للنماذج المعتمدة. بالإضافة إلى الدراسات السابقة فإننا تمكنا من حل بعض المشاكل النظرية لبعض النماذج كنموذج التضخم ذي القوى. أخيرا فقد قدم هذا العمل دراسة بحثية لمسار تضخمي جديد سمي بالتضخم الدافئ الإقترائية و التي تتلخص بدراسة ميكانيكا التضخم الدافئ ضمن اطار الجاذبية الإقترائية وهي دراسة أصيلة لم يتم التطرق لها من قبل و التي يتأمل أن تصبح مرجعا لدراسة النماذج التضخمية المتعددة.

الكلمات المفتاحية:

التضخم الكوني (Cosmological Inflation)، ثقالة معدلة (Modified Gravity)، الصياغة الاقترانية للثقالة (Palatini Formalism of Gravity)، صياغة بالاتيني للثقالة (Affine Formalism of Gravity)، التضخم الدافئ Cold Inflation، التضخم البارد Warm Inflation

الاختصارات

الاختصار	المصطلح العلمي
NMC	الترباط اللاأصغري مع الثقالة
NMC _p	الترباط اللاأصغري مع الثقالة ضمن صياغة بالاتيني
NMC _t	الترباط اللاأصغري مع الثقالة ضمن صياغة المترية
NI	التضخم الطبيعي

المصطلح العلمي

المصطلح العلمي	المقابل الانكليزي
تنسور ريتشي	Ricci Tensor
سلمية ريتشي	Ricci Scalar
التنسور المتري	Metric Tensor
المشتق الصامد	Covariant Derivative
الحجم اللامتغير	Invariant volume
تنسور الانحناء	Curvature tensor
الصياغة المتريية للثقالة	Metric Formalism of gravity
صياغة باللاتيني للثقالة	Palatine Formalism of gravity
الصياغة الاقترانية للثقالة	Affine Formalism of gravity
الترباط الأصغري مع الثقالة	Non-Minimal Coupling to gravity
الترباط الأصغري مع الثقالة	Minimal coupling to gravity
سيناريو التضخم الدافئ	Warm Inflationary scenario
حد التشتت	Dissipation term

الجزء التمهيدي

الإطار العام

المقدمة

تعد النماذج التضخمية للكون أحد المفاتيح الأساسية لإنقاذ نموذج الانفجار العظيم الحار المستخدم لتفسير نشأة الكون. ذلك أن الحقبة التضخمية للكون توفر حلاً لمشكلات عدة يعاني منها نموذج الانفجار العظيم كمشكلة الاستواء ومشكلة الأفق ومشكلة أحاديات القطب المغناطيسية.

من جهة أخرى، تتعدد النماذج التضخمية الواصفة للحقبة المتسارعة الأولية من عمر الكون البدائي. ينجم هذا التنوع في النماذج التضخمية نظراً إلى مصدر التضخم الكوني، والذي يتمثل في الغالب بحقول سلمية تهيمن على المادة عند بداية الكون والتي تسبب ضغطاً سالباً للكون يؤدي بدوره إلى تمدد متسارع للكون بدلاً من التمدد المتباطئ الموصوف ضمن نموذج الانفجار العظيم.

تتأتى هذه الحقول السلمية من نظريات أكثر أساسية ضمن فيزياء الجسيمات الأولية كالنموذج المعياري ونظريات التوحيد الكبيرة ونظريات التناظر الفائق.

فيما عدا الحقول السلمية فإن محاولات أخرى تجلت بالاستعانة بنظريات تناولت تغير الثابت الكونية كمصدر للتضخم الكوني. كالنموذج المستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد.

من جهة أخرى فإن القوة الوحيدة المهيمنة على الكون عند بدايته تتمثل بالجاذبية والتي توصف بأبسط صورها من خلال النظرية النسبية العامة بصياغتها المترية.

لقد دخلت تعديلات وتحديثات عديدة على البنية الرياضية للنظرية النسبية العامة مع المحافظة على بنيته الفيزيائية الأساسية من حيث الترابط ما بين انحناء الزمكان والمادة في الكون.

أحد الأسباب الأساسية في هذه التعديلات والتمديدات الثقالية جاء لتفسير التمدد المتسارع الحالي للكون والمكتشف حديثاً نسبياً، الأمر الذي دعا الفيزيائيين إلى إعادة النظر في اعتبارات النظرية النسبية العامة والتي تؤدي عند تطبيقها على الكون وفق مقاييس كبيرة إلى تمدد متباطئ للكون بدلاً من تمدده المتسارع المكتشف أخيراً.

إن التعديلات على الخلفية الثقالية الواصفة للكون على المقاييس الكبيرة أوجب دراسة التضخم الكوني ضمن هذه الخلفيات الكونية.

تتناول هذه الدراسة معالجة نماذج فيزيائية متنوعة ذات مصادر متنوعة بدورها وذلك ضمن خلفيات ثقالية ممددة وضمن صياغات ثقالية متنوعة.

ركزت هذه الدراسة على دراسة نماذج ذات مصادر أساسية ثلاثة، متمثلة أولاً بالحقول السلمية و قد تم ضمن هذا السياق دراسة كل من نموذج تضخم شبيه هيجز و نموذج التضخم الطبيعي، ثانيا ركزت الدراسة على تغيرات الثوابت الكونية كمصدر للتضخم الكوني و تم التركيز على نموذج تضخمي مستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد و اقترح نموذج مبدئي لتضخم كوني ناجم عن تغير شحنة أحاديات القطب المغناطيسية عند بداية الكون، أخيرا فقد تم الاهتمام بالنماذج التضخمية ذات المصدر الديناميكي من خلال دراسة التضخم ذي القوى.

أيضا فقد ركزت الدراسة على ميكانيكيتين متميزتين للتضخم الكوني، تعرف الميكانيكية الأولى بميكانيكية التضخم البارد بينما تعرف الميكانيكية الثانية بميكانيكية التضخم الدافئ. ففي حين يضمحل حقل التضخم الكوني بالكامل ضمن الميكانيكية الأولى و يدخل الكون في مرحلة من البرودة الفائقة يعقبها اهتزازات للحقل السلمي عند نهاية الكمون الصغرى ما يؤدي إلى إعادة تسخين للكون، فإن حقل التضخم يضمحل بشكل مستمر ضمن الميكانيكية الدافئة للتضخم الكوني، الأمر الذي يؤدي إلى إنتاج مستمر للإشعاع الكوني متزامنا مع الطور التضخمي للكون. أخيرا فقد تمت دراسة النماذج أنفة الذكر المتنوعة ضمن تمديدات للثقالة تمثلت بافتراض ترابط لأصغري مع الثقالة من جهة و بافتراض حدود ذات درجات ثقالية أعلى ممثلة بسلمية ريتشي.

تمت دراسة هذه التمديدات ضمن ثلاث صيغ أساسية للثقالة، الصياغة المترية و صياغة بالاتيني و أخيرا الصياغة الإقترانية للثقالة.

الإشكاليات البحثية

- العديد من النماذج التضخمية ذات الخلفيات الجسيمية القوية نظريا، عجزت عن موائمة البيانات الرصدية الحديثة ضمن اطار النظرية النسبية العامة.
- لا بد من دراسة النماذج التضخمية المتنوعة ضمن الخلفيات الثقالية المقترحة لدراسة التمدد المتسارع المتأخر للكون فالثقالة يجب أن تكون هي ذاتها المهيمنة على سيرورة الكون على مدار تطوره.

أهمية البحث

إنقاذ نماذج تضخمية رصينة و أساسية فشلت من التوافق مع النتائج الرصدية الاخيرة ل Planck 2018 و ذلك من خلال دراستها ضمن تمديدات ثقالية جديدة. من النماذج المهمة والتي تم اعادة توافقها مع البيانات الرصدية:

- نموذج تضخم شبيه هيجز المنبثق عن النموذج المعياري للجسيمات الأولية.

- نموذج التضخم الطبيعي و الناجم عن كسر التناظر الآني

• نموذج تضخمي ناجم عن تغيرات ثابت القرن الشديد

• نموذج التضخم ذي القوى ذي الخلفية الديناميكية.

من جهة أخرى فإن اعتماد تمديد للثقالة لتفسير التمدد الحالي للكون يفرض دراسة التضخم الكوني ضمن هذه التعديلات سواء وافق النموذج التضخمي البيانات الرصدية ضمن هذا التمديد أم لا. بمعنى آخر, يمكن أن تمثل التعديلات الثقالية أداة اضافية لمناقشة جودة النماذج التضخمية المتنوعة واقضاء أو اعتماد البعض منها.

حدود البحث

• عدم تضمين فعل الاشعاع في عنصر الحجم اللامتغير ضمن الصياغة الاقترانية و الاكتفاء بتضمين فعل الحقل السلمي.

• دراسة نموذج شبيه بتضخم هيغز دون التطرق إلى وسائط حقل هيغز الحقيقية و معاملة هذه الوسائط كوسائط حرة دون التقيد بمخرجات المصادم الهادروني الكبير.

التساؤلات

- هل تختلف النتائج النظرية للنماذج التضخمية باختلاف الخلفية الثقالية المعتمدة؟
- هل توفر الخلفيات الثقالية الممددة للثقالة حلا لمشكلات بعض النماذج التضخمية كمشكلة الخروج من الحقبة التضخمية للتضخم ذي القوى؟

هدف البحث

- تحليل مقارن بين نماذج تضخمية مختلفة ذات مصادر متنوعة للتضخم الكوني.
- المقارنة مع الرصودات التجريبية متمثلة بأحدثها (PLANCK 2018).
- بناء نماذج تضخمية رصينة (صالحة لوصف التضخم الكوني باختلاف مصادر الحقول السلمية) متوافقة مع الرصودات التجريبية الحديثة مع امكانية موائمة قيود تجريبية مستقبلية أكثر صرامة.

منهج البحث وأدواته

المنهج المتبع في هذا البحث هو منهج تحليلي و حاسوبي وسيتم وفقاً للمراحل التالية:

1. البناء النظري للنموذج التضخمي قيد الدراسة و إعتباره ضمن خلفيات ثقالية ممددة و ضمن ميكانيكتي التضخم البارد و التضخم الدافئ.
2. التحليل النظري للنموذج و استنتاج العبارات التحليلية للكميات الكونية القابلة للرصد.
3. مسح فضاء الوسائط للنموذج المعتمد و المقارنة مع النتائج الرصدية متمثلة بشكل أساسي بنتائج

Planck 2018

4. مقارنة النماذج و مميزاتها و البحث عن تحسينات لها في حال عجزها عن موافقة بعض القيود التجريبية.

مكونات البحث

قُسمت الأطروحة إلى الأجزاء الرئيسية التالية:

- **الجزء التمهيدي (الإطار العام)** والذي اشتمل على المقدمة والإشكالية البحثية والتساؤلات والهدف والأهمية ومناهج البحث وأدواته ومكونات البحث.
- **الجزء الأول (أدبيات البحث)** والذي تضمن ثلاثة فصول في الإطار النظري: الأول يشمل لمفاهيم عامة ترتبط بالعمل في حين يتناول الفصل الثاني الحديث عن ميكانيكيات التضخم الكوني الدافئ و البارد و أهم الدراسات المرجعية المتعلقة بالآليتين الباردة والدافئة للتضخم. يتناول الفصل الثالث **الثقالة المعدلة** التعديلات الثقالية المعتبرة مؤخراً على الثقالة والتركيز على الدراسات المرجعية المرتبطة بالتعديلات المعتبرة ضمن الدراسة. كما تناول الفصل الحديث عن دراسات كونية ما عدا التضخم ضمن هذه التعديلات الثقالية.
- **الجزء الثاني (منهج البحث وإجراءاته)** يتكون من أربع فصول حيث تناول الفصل الرابع و الخامس (**تضخم بكمون أسي**) تحليل نموذج تضخمي متسوحى من تغير ثابت القرن الشديد، و ذلك باعتبار آليتي التضخم البارد والدافئ و التمديدات الثقالية المدروسة ضمن العمل. كما تناول الفصل لاقتراح نموذج مبدئي لتضخم مشابه بكمون أسي ناجم عن تغيرات شحنة أحاديات القطب المغناطيسية عند بداية الكون. ركز الفصل السادس والسابع على (**التضخم الطبيعي**) على دراسة التضخم الطبيعي ضمن آليتي التضخم البارد و التضخم الدافئ و ذلك باعتبار الترابط اللاأسغري مع الثقالة من جهة و اعتبار تمديدات للثقالة

بحدود ثقالية أعلى من جهة أخرى. تمت الدراسة ضمن كل من صياغتي باللاتيني و الصياغة المترية للثقالة.

يتناول الفصل الثامن دراسة التضخم ذي القوى ضمن اطار سيناريو التضخم الدافئ، حيث تمت معالجة النموذج لأول مرة ضمن اطار التضخم الدافئ و تمت دراسة الكميات الرصدية من جهة و إيجاد حلول لمشاكل يعاني منها النموذج ضمن سيناريو التضخم البارد، من حيث عدم وجود نهاية للحقبة التضخمية من جهة و توفير عدد تضخمات أسية كافية لحل مشاكل الانفجار العظيم من جهة أخرى.

أخيرا و ضمن الفصل التاسع تمت تقدم الصياغة الإقترانية للثقالة كمرجعية ثقالية لدراسة التضخم الدافئ. قدم الفصل معالجة تحليلية تفصيلية للنموذج، لتكون مرجعا لدراسة نماذج جسيمية ضمن هذه الخلفية، كما تمت دراسة التضخم شبيه هيجز ضمن هذه المرجعية و ابدى النموذج نجاحا في التوافق مع الأرصاد الحديثة.

- **الخاتمة** تتضمن تلخيصاً للنتائج التي تم الحصول عليها في هذا البحث بالإضافة إلى التوصيات للاستكمال نقاط أخرى من البحث، وأخيراً تم إدراج قائمة بالمراجع التي تم الاستشهاد بها في هذا البحث.

الجزء الأول

أدبيات البحث

الفصل الأول

دراسة نظرية: مفاهيم نظرية

1.1 مقدمة:

يمثل النموذج الكوني القياسي Λ CDM [2] الإطار النظري السائد في علم الكونيات الحديث، حيث يُقدّم التفسير الأكثر اتساقاً ودقةً لمسيرة تطور الكون منذ اللحظات الأولى بعد الانفجار العظيم وحتى وضعه الراهن. يستند هذا النموذج إلى ثلاثة أركان رصدية أساسية تُشكّل أدلةً دامغةً على صحته:

1. توسع الكون (Hubble Expansion): الذي استدلّ عليه من انزياح الطيف الضوئي للمجرات نحو الأحمر [3].

2. إشعاع الخلفية الكونية الميكروي (CMB): وهو الإشعاع الأحفوري الذي يعود إلى عصر إعادة الاتحاد [4].

3. وفرة العناصر الخفيفة: تُعد وفرة العناصر الخفيفة الناتجة عن الاصطناع النووي البدائي (Big Bang Nucleosynthesis)، مثل الهيدروجين، الهيليوم، والليثيوم، من الأدلة القوية على صحة نموذج الانفجار العظيم، حيث تتطابق نسبها المرصودة في الكون إلى حد كبير مع التنبؤات النظرية، باستثناء بعض التباين في نسبة الليثيوم. [5].

تشير أحدث القياسات الكونية، وخاصة تلك الصادرة عن مهمة Planck الفضائية [1]، إلى أن عمر الكون يُقدّر بـ 13.787 ± 0.020 مليار سنة. بدأ الكون من حالة بالغة الكثافة ($\rho \sim 10^{94} \text{g/cm}^3$) والحرارة

($T \sim 10^{32} \text{K}$)، حيث كانت القوى الأساسية الأربع موحدة في قوة واحدة، ثم مرّ عبر سلسلة من التحولات الطورية الحرجة التي شكّلت البنية الكونية الحالية.

2.1 المراحل الحرجة لتطور الكون

مر الكون منذ لحظاته الأولى بعد الانفجار العظيم بسلسلة من التحولات الأساسية التي شكلته بنيته الحالية. يلخص الجدول 1.1 هذه المراحل وفق النموذج الكوني القياسي (ΛCDM) ، وفيما يلي شرح موجز لها:

بدأ التاريخ الكوني بعصر بلانك (أقل من 10^{-43} ثانية) حيث توحدت جميع القوى الأساسية في حالة كمومية غامضة عند طاقة فائقة تبلغ 10^{19} جيجا إلكترون فولت [6]. تلا ذلك عصر التوحيد الكبير (10^{-43} إلى 10^{-36} ثانية) حيث انفصلت القوة النووية القوية عن القوى الأخرى عند طاقة 10^{16} جيجا إلكترون فولت [7].

ثم حدثت أهم مرحلة تحولية: التضخم الكوني (10^{-36} إلى 10^{-32} ثانية) حيث توسع الكون أسياً بمقدار e^{60-70} ضعفاً خلال فترة وجيزة عند طاقة 10^{15} جيجا إلكترون فولت [6]، مما جعله متجانساً ومسطحاً. بعد التضخم مباشرة، بدأت مرحلة إعادة التسخين (10^{-32} إلى 10^{-12} ثانية) حيث تحولت طاقة الحقل التضخمي إلى جسيمات أولية عند 10^{13} جيجا إلكترون فولت مع الإشارة إلى أن جميع المعلومات السابقة تتمثل بالنطاقات المقبولة و لا تمثل قيم دقيقة نهائية إذ أنها تعتمد على النموذج التضخمي قيد الدراسة [1].

بعد تبريد الكون، حدث التخليق النووي للأنوية الخفيفة (20-3 دقيقة) عند طاقة ضمن نطاق 1 ميغا إلكترون فولت حيث تكوّن الديوتيريوم والهيليوم والليثيوم [8]. أخيراً، بعد 380,000 سنة عند طاقة 0.3 إلكترون فولت، حدثت إعادة الاتحاد حيث التقت الإلكترونات بالأنوية مشكلة ذرات محايدة، مما سمح للفوتونات بالتححر كإشعاع الخلفية الكونية الميكروي (CMB) الذي نرصده اليوم [9].

1.2.1 مرحلة التضخم الكوني

تُعد هذه المرحلة (10^{-36} – 10^{-32} ث) من أكثر المراحل إثارةً للاهتمام، حيث توسع الكون بشكل أسي بمعدل غير مسبوق (زاد حجمه بعامل 10^{26} على الأقل). حلّت هذه الفكرة ثلاث إشكاليات جوهرية في النموذج التقليدي:

• مشكلة الأفق: كيف تمتلك المناطق غير المتصلة سببياً نفس الخصائص الفيزيائية؟

• مشكلة التسطّيح: لماذا يبدو الكون مسطحاً هندسياً ($|\Omega_k| < 0.005$)؟

• مشكلة الأحاديات المغناطيسية: لماذا لم يُرصد أي من هذه الجسيمات الثقيلة؟

المرحلة	الزمن	الطاقة المميزة	العمليات الفيزيائية
عصر بلانك	$s < 10^{-43}$	$\text{GeV } 10^{19}$	توحيد كافة القوى الأساسية
التوحيد الكبير	$s \ 10^{-43} - 10^{-36}$	$\text{GeV } 10^{16}$	انفصال القوة النووية القوية
التضخم الكوني	$s \ 10^{-36} - 10^{-32}$	$\text{GeV } 10^{15}$	توسع أسي بمقدار e^{60-70}
إعادة التسخين	$s \ 10^{-32} - 10^{-12}$	$\text{GeV } 10^{13}$	تحول طاقة التضخم إلى جسيمات
التخليق النووي	min 20 - min 3	MeV 1	تكوّن الأنوية الخفيفة
إعادة الاتحاد	year 380,000	eV 0.3	تشكل الذرات المحايدة، تحرر الـ CMB

جدول 1.1: المراحل الرئيسية لتطور الكون في النموذج القياسي

يُوصف التضخم رياضياً بحقل سلمي ϕ (حقل التضخم) يخضع للمعادلتين:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (\text{معادلة كلاين-غوردون}) \quad (1.1)$$

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad (\text{معادلة فريدمان}) \quad (2.1)$$

حيث $M_p = (8\pi G)^{-1/2}$ كتلة بلانك المختزلة، و $V(\phi)$ كمون التضخم.

2.2.1 آليات التضخم:

يقدم الشكل 1.1 تصنيفاً منهجياً لنماذج التضخم الكوني الرئيسية التي تشكل حجر الزاوية في النموذج القياسي لعلم الكونيات. تختلف هذه النماذج في آلياتها الأساسية وظروف الطاقة التي تحكم المرحلة التضخمية، مع الحفاظ على التنبؤات الأساسية المتعلقة بمسطحية الكون وتجانس الخلفية الكونية الميكروية [10].

التضخم البارد يُمثل النموذج الكلاسيكي حيث يتفاعل حقل التضخم (inflaton) بشكل ضعيف مع الحقول الأخرى (محتملة الوجود ضمن النموذج الجسيمي المعتمد لاتخاذ أحد حقوله كحقل الانفلاتون، فيعتبر عندها

تفاعل حقل الانفلاتون ضعيفاً مع بقية الحقول و يهمل ذلك التفاعل)، مما يحافظ على الكون في حالة إنتروبية منخفضة (شبه حرجة) خلال التوسع الأسّي [11]. تحدث عملية إعادة التسخين بعد انتهاء التضخم عبر اضمحلال حقل التضخم وإنتاج الجسيمات الأولية. يتميز هذا النموذج بقدرته على توليد التقلبات الكمومية التي تشكل بذور البنى الكونية اللاحقة [12].

التضخم الدافئ في هذا النموذج الثوري، يحدث تفاعل قوي بين حقل التضخم والحقول الأخرى¹ خلال المرحلة التضخمية نفسها، مما يؤدي إلى توليد إشعاع مستمر يمنع الكون من البرودة الشديدة [13]. يقدم هذا النموذج حلولاً لمشكلات إعادة التسخين ويوفر آليات بديلة لتوليد التقلبات [14]. تشير الدراسات الحديثة إلى توافقه مع قيود [1] حول معاملات عدم الاستقطاب في CMB.

النماذج الهجينة تجمع بين ميزات النموذجين السابقين وتتضمن آليات متطورة:

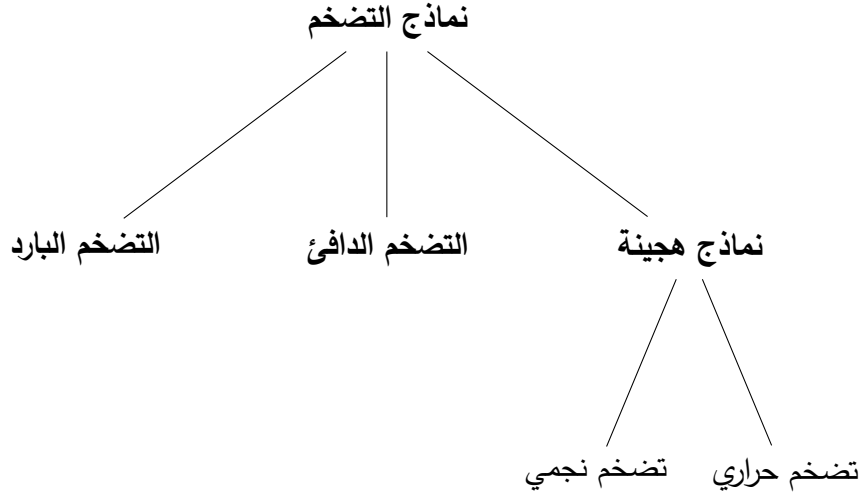
- **التضخم النجمي**: يستند إلى نماذج الجاذبية المعدلة $f(R)$ ، حيث يحقق النموذج $R + \alpha R^2$ تنبؤات دقيقة تتوافق مع بيانات بلانك [15]. يتميز بتوقع صغير لموتر عدم الاستقطاب ($r \approx 0.003$) يتطابق مع الملاحظات الحديثة [16].

- **التضخم الحراري**: يحدث عند مقاييس طاقة منخفضة ($\sim \text{TeV}$) لحل مشكلات الاستقرار في نظريات الجسيمات ما وراء النموذج القياسي [17]. يقدم آليات لحل مشكلة الكيرالية في نظريات التناظر الفائق [18].

يوضح هذا التصنيف التطور المفاهيمي في نمذجة التضخم، حيث تشكل النماذج الهجينة الجيل الثالث من نماذج التضخم التي تجمع بين عناصر الديناميكا الحرارية وميكانيكا الحقول الكمومية في هندسات الزمكان المنحنية [19].

يقدم الجدول 2.1 تحليلاً متقدماً للاختلافات الجوهرية بين نموذجي التضخم الرئيسيين: البارد والدافئ. يعتمد التضخم البارد [20] على افتراض عزل حقل التضخم (inflaton) عن الحقول المادية الأخرى، مما يؤدي إلى معادلة حركة بسيطة يسيطر عليها الحد $3H\dot{\phi}$ والذي يمكن النظر له كعطالة هابلية ناجمة عن وسيط هبل و كمون التضخم $V(\phi)$.

في المقابل، يقدم التضخم الدافئ [21] نموذجاً أكثر ديناميكية يتميز بوجود حد تبديد Υ يعكس التفاعل المستمر بين حقل التضخم والمجالات الأخرى خلال المرحلة التضخمية نفسها. هذا التفاعل يؤدي إلى ظروف حرارية¹ تختلف هذه الحقول باختلاف النموذج الجسيمي المعتمد لتفسير التضخم الكوني و سيتم اعتماد نموذج محدد منها ضمن الفصل



شكل 1.1: التصنيف الهيكلي لآليات التضخم الكوني

فريدة ($T > H$) تمنع البرودة الشديدة للكون وتسمح بعملية إعادة تسخين مستمرة [22]. تظهر هذه الاختلافات الأساسية في الخصائص الديناميكية الحرارية، حيث تظل الكثافة الإشعاعية ρ_r مهمة في النموذج البارد بينما تصبح قابلة للمقارنة مع كثافة حقل التضخم ρ_ϕ في النموذج الدافئ. على الرغم من المزايا النظرية لكل نموذج، تواجه كلا الآليتين تحديات جوهرية تتعلق بالضبط الدقيق للبارامترات في حالة التضخم البارد [23]، وتوقعات حساب التقلبات الكمية في حالة التضخم الدافئ [24].

3.1 التحديات الراهنة للنموذج الكوني القياسي

يواجه النموذج الكوني القياسي Λ CDM تحديات جوهرية تُثير أسئلة عميقة حول اكتماله. تقدم هذه التحديات فرصاً لتطوير فيزياء جديدة تتجاوز النموذج الحالي. نستعرض هنا أهم التحديات مع تحليل مختصر:

توتر هبل Hubble Tension

يتمثل هذا التحدي بالتناقض المستمر بين قياسات ثابت هابل H_0 من الكون المبكر (CMB) والقياسات المحلية (المتغيرات القيفاوية، المستعرات العظمى). ضمن مستوى الثقة 5σ حيث في أحدث القياسات [25]:

• القياسات المحلية : 73.04 ± 1.04 Km/s/Mpc [25] SH0ES 2023

• قياسات CMB : 67.4 ± 0.5 Km/s/Mpc [1] Planck 2018

التفسيرات المقترحة:

المعيار	التضخم البارد	التضخم الدافئ
الافتراض الأساسي	تفاعل حقل التضخم مهم مع الحقول الأخرى	تفاعل مستمر بين حقل التضخم والحقول المادية
معادلة الحركة	$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$	$\ddot{\phi} + (3H + \Upsilon)\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$
المصطلح الإضافي	لا يوجد	Υ : معامل التبدد (Dissipation)
الظروف الحرارية	$T \ll H$ (بارد)	$T > H$ (دافئ)
الكثافة الإشعاعية	$\rho_r \ll \rho_\phi$	$\rho_r \sim \rho_\phi$
عملية إعادة التسخين	بعد نهاية التضخم مباشرة	مستمرة خلال التضخم
المزايا النظرية	بساطة النموذج	تجنب مشكلة "بعد التضخم" (post-inflation)
التحديات	مشكلة الضبط الدقيق للكمون	تعقيد حساب التقلبات الكمية
المرجع الأساسي	[20]	[21]

جدول 2.1: مقارنة مفصلة بين آليتي التضخم البارد والدافئ

1. فيزياء جديدة في الكون المبكر: إشعاع مظلم إضافي [26]

2. طاقة مظلمة ديناميكية: حقل كوينتيسنس (Quintessence) [27]

3. تعديلات في الجاذبية: نماذج $f(R)$ [28]

مشكلة المصادفة الكونية (Cosmic Coincidence Problem)

لماذا تهيمن الطاقة المظلمة اليوم بالضبط ($z \sim 0.3$) بينما كانت مهملة في معظم تاريخ الكون؟

الحلول المقترحة:

• نماذج الطاقة المظلمة المرتبطة بالمادة [29]

• نظريات الجاذبية المعدلة [30]

مشكلة المكونات المظلمة

تشكل المكونات غير المرئية (المادة المظلمة والطاقة المظلمة) معضلة أساسية في علم الكونيات المعاصر، حيث

تشكلان معاً حوالي 95% من محتوى الكون، بينما المادة الباريونية المرئية لا تتجاوز 5%. يوضح الشكل 2.1

التحدي	الأهمية الإحصائية	الاستقرار الزمني	التأثير النظري	المشاريع المستقبلية
مشكلة معامل هابل	5.3σ	متزايد	عالي	Euclid، JWST، Roman
مشكلة S_8	$2 - 3\sigma$	مستقر	متوسط	Euclid LSST،
مشكلة الليثيوم	7σ	مستمرة منذ 30 سنة	متوسط	التلسكوبات فائقة الدقة
مشكلات المقاييس الصغيرة	نوعي	مستمرة	عالي	FIRE، محاكاة IllustrisTNG
المصادفة الكونية	فلسفي	دائم	أساسي	نظريات الجاذبية الكمية

جدول 3.1: مقارنة التحديات الرئيسية للنموذج Λ CDM

توزيع مكونات الكون والتي تتمثل بالتالي:

المادة المظلمة (27%) تشير المادة المظلمة إلى مكون غير مرئي يُستدل عليه من خلال آثاره الجاذبية على:

- **منحنيات دوران المجرات:** سرعات النجوم في الأطراف الخارجية للمجرات أعلى مما تتوقعه النسبية العامة، مما يتطلب وجود هالة مظلمة [31]

- **عدسات الجاذبية:** انحناء الضوء حول العناقيد المجرية يتطلب كتلة أكبر من المرئي بمرات 5-10 [32]

- **تكون البنى الكونية:** تشكل المجرات والعناقيد يتطلب بذوراً من المادة المظلمة الباردة [33]

التحدي الرئيسي: رغم عقود من البحث، لم يتم الكشف المباشر عن جسيمات المادة المظلمة مثل WIMPs أو الأكسيونات في تجارب:

- الكشف المباشر: تجارب تحت الأرض LUX-ZEPLIN XENONnT [34]

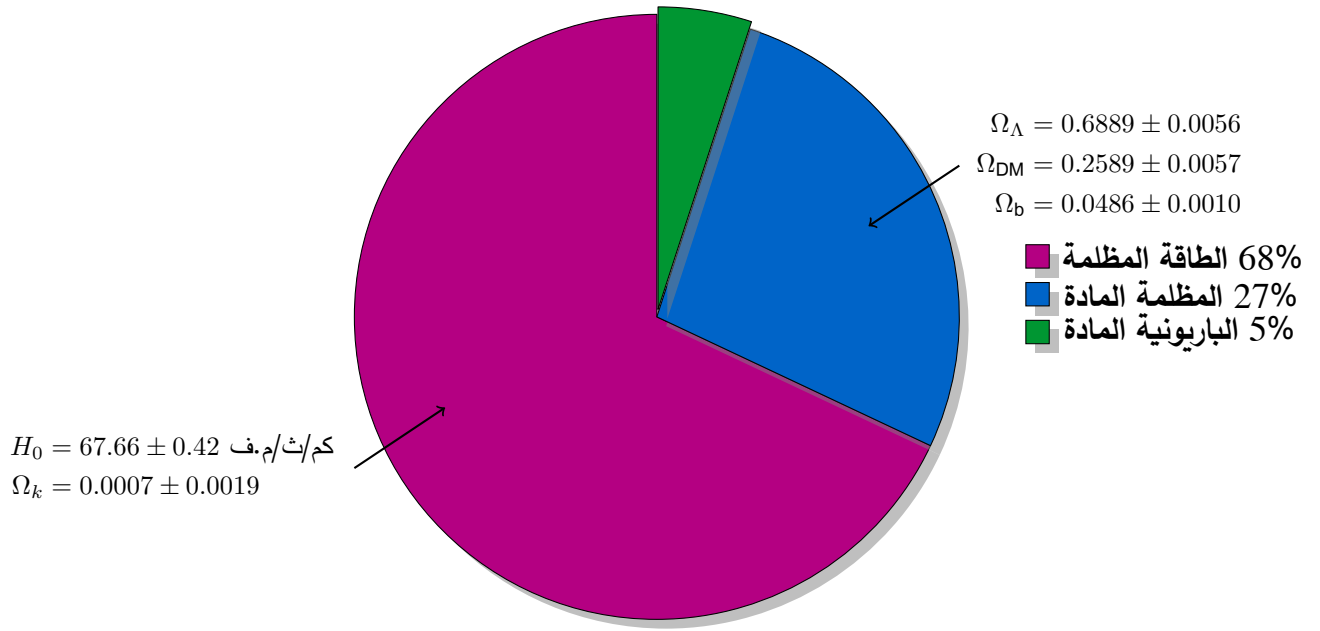
- الكشف غير المباشر: تلسكوبات أشعة جاما Fermi-LAT [35]

- الإنتاج في المسرعات: تجارب LHC [36]

التفسيرات البديلة تشمل تعديلات في قوانين الجاذبية مثل MOND [37] ونظريات الجاذبية المعدلة [38].

الطاقة المظلمة (68%) الطاقة المظلمة هي القوة الدافعة لتسارع تمدد الكون، واكتشفت من خلال رصد المستعرات العظمى البعيدة [39]. التحديات الرئيسية:

الكون مكونات توزيع



[1] بلانك بيانات حسب Λ CDM نموذج المصدر:

شكل 2.1: توزيع مكونات الكون حسب نموذج Λ CDM. تشكل المادة المظلمة 27% والطاقة المظلمة 68% من إجمالي كثافة الطاقة الكونية. المصدر: [1]

• **التناقض الكبير:** ويتمثل بالاختلاف الكبير بين القيمة المرصودة لكثافة الطاقة $\rho_{\Lambda} \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4$ عن التوقع النظري المتحصل عليه من نظرية الحقل الكمي $\rho_{\Lambda} \sim 10^{71} \text{ GeV}^4$ بفارق 118 مرتبة مقدارية [40]

• **مشكلة الضبط الدقيق:** قيمة الطاقة المظلمة مضبوطة بدقة غير طبيعية ($1 : 10^{120}$) [41]

تتمثل النماذج التفسيرية بالآتي:

• الثابت الكوني Λ والذي يمثل أبسط النماذج المقترحة و لكنه يواجه مشكلات نظرية [42]

• الطاقة الشبيهة بالجوهرة (Quintessence) والتي تتمثل بافتراض حقل قياسي ديناميكي [43]

• هندسات زمكانية معدلة: من أمثلة نماذج $f(R)$ [44] ونظريات الجاذبية العليا [30]

القياسات الحديثة من مرصد DESI [45] تشير إلى تباين محتمل في طبيعة الطاقة المظلمة مع الزمن الكوني.

الآثار الفلسفية

تشير المشكلات آنفة الذكر أسئلة فلسفية عميقة نذكر منها:

- حدود المعرفة البشرية: هل 95% من الكون غير قابلة للكشف المباشر؟ [46]
 - مبدأ الأنثروبوية: هل قيم الثوابت الفيزيائية "مضبوطة" لظهور الحياة؟ [47]
 - الحاجة لنظرية أكثر اكتمالاً: دمج الجاذبية الكمية مع الكونيات [48]
- تشير التطورات الحديثة إلى أن حل هذه المعضلات قد يتطلب تغييراً جذرياً في فهمنا للزمان والمادة

4.1 نظريات الثقالة المعدلة $f(R, \phi)$

كما لاحظنا عند الحديث عن تحديات النموذج المعياري الكوني، فقد برزت نظريات الثقالة المعدلة كإستجابة محتملة لهذه التحديات في اطار محاولة حلها [49, 50]. تُعد نظريات $f(R, \phi)$ من أكثر النماذج الواعدة [51, 52]:

الدوافع الأساسية

- تفسير التسارع الكوني دون حاجة للطاقة المظلمة [53, 54, 55]
- توحيد التضخم المبكر مع تسارع تمدد الكون المتأخر [56, 57]
- تقديم جسر بين النسبية العامة ونظريات الجاذبية الكمية [58, 59]
- بالإضافة إلى ما تم ذكره من دوافع أساسية لنظريات الثقالة المعدلة، فالتعرض لنماذج ثقالة معدلة لتفسير ظواهر كونية حالية يدفع من حيث المبدأ إلى تطبيق هذه التعديلات على كامل التاريخ الكوني بما فيه البدايات الكونية متمثلة بالتضخم الكوني.
- لقد أظهر تطبيق نماذج الثقالة المعدلة اسهامات واعدة ضمن مجال التضخم الكوني من حيث إعادة احياء نماذج تضخمية أساسية تم استبعادها رصدياً عند دراستها ضمن خلفية ثقالية متمثلة بالنسبية العامة.
- و هذا ما سيتم توضيحه والتطرق إليه في أكثر من مثال ضمن هذه الأطروحة.

الصياغة الرياضية سيتم التركيز ضمن هذا العمل على نظريات الثقالة المعدلة المتمثلة بشكل أساسي باللاغرانجي التالي: [54, 49, 51]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi G} f(R, \phi) + \mathcal{L}_M - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (3.1)$$

حيث:

• $f(R, \phi)$: دالة رياضية عامة تجمع بين الانحناء R والحقل القياسي ϕ

• $\mathcal{L}_M$: لاغرانجي المادة

• $V(\phi)$: كمون الحقل القياسي

سنعرض في الفصول العملية القادمة لنماذج محددة من الثقالة المعدلة و دراسة نماذج تضخمية معينة بهدف إعادة اختبارها. ستتم دراسة مجموعة من النماذج التضخمية التي تم استبعادها عند دراستها ضمن خلفية ثقالية كلاسيكية متمثلة بالنظرية النسبية العامة، و تبيان إعادة احياء هذه النماذج من خلال ايجاد تقاطعات ما بين التنبؤات النظرية لهذه النماذج و الأرصاد الكونية المتأتية الأخيرة متمثلة بشكل أساسية بنتائج 2018 Planck.

5.1 الأرصاد الكونية

كما و سبق أن نوهنا فإن الآلية المتبعة في اختبار صلاحية النماذج و التضخمية هي المقارنة مع الأرصاد الكونية والمتمثلة بشكل أساسي بنتائج 2018 planck نورد في هذه الفقرة استعراضا سريعا لتاريخ الأرصاد الكونية عامة ومسبار planck خاصة.

تم اكتشاف الخلفية الكونية الميكروية (CMB) في عام 1965 [60, 61] ، ومنذ أن تم التأكد من أصلها الكوني، أصبحت حجر الأساس في رؤيتنا الكونية للعالم.

يُعد طيف الخلفية الكونية الميكروية أفضل طيف جسم أسود تم قياسه في الطبيعة [62] ، كما أن غياب التشوهات الطيفية فرض قيودًا صارمة للغاية على كمية الطاقة التي كان من الممكن حقنها في الكون في فترات لاحقة للانزياح الأحمر $Z = 2 \times 10^6$ [63, 64] وتُقيّد هذه القيود خصائص الجسيمات المتحللة أو المتفانية، والثقوب السوداء البدائية، والعيوب الطوبولوجية، والحقول المغناطيسية البدائية، وغيرها من الظواهر الفيزيائية الغريبة. ومع ذلك، فإن التأثير الأكبر للخلفية الكونية الميكروية يكمن في التباينات الدقيقة في شدتها واستقطابها من نقطة إلى أخرى في السماء، والمعروفة باسم التباينات في الخلفية الكونية الميكروية CMB anisotropies .

تم الكشف عن التباينات في الخلفية الكونية الميكروية لأول مرة بواسطة القمر الصناعي "مستكشف الخلفية الكونية" (COBE) [65] ، وقد وُفِّرت هذه التباينات اختبارات قوية ومتعددة للنموذج الكوني القياسي.

لقد رَسَخَ الكشف الذي أجرته بعثة COBE نموذج عدم الاستقرار الجاذبي ضمن إطار المادة المظلمة الباردة [66] . كما أن التجارب الأرضية وتلك المحمولة على المناطيد [67, 68, 69] أثبتت أن الكون لا يتمتع بانحناء مكاني كبير [70, 71]

أظهرت بعثة "مسبار التباين الميكروي ويلكينسون" (WMAP) أن التذبذبات في الخلفية الكونية الميكروية هي في الغالب تذبذبات كظومة adiabatic fluctuations [72] وذلك من خلال تحليل طور القمم واستقطاب الإشعاع. كما قَدِّمَت قيودًا دقيقة ومتزامنة على العديد من معلمات النموذج الكوني [73]، وهو إرث علمي واصلته بعثة "بلانك" وعمِّقته بشكل كبير.

كانت بعثة "بلانك" الجيل الثالث من المهمات الفضائية المخصصة لقياس التباينات في الخلفية الكونية الميكروية . وقد حققت نجاحًا تقنيًا بالغًا، حيث عملت في بيئة تشغيلية صعبة دون انقطاع، ولمدة تجاوزت بثلاثة أضعاف المدة المخططة أصلاً، مع أداء فاق التوقعات. وتُعد قياسات بلانك الحالية هي الأفضل فيما يتعلق بطيف التباينات على المقاييس الأكثر أهمية في علم الكون.

تُعرض بعض المحطات الرئيسية في بعثة "بلانك" في الجدول رقم 1. وقد نُشر مجموعة من 13 ورقة بحثية قبل إطلاق البعثة في عدد خاص من مجلة Astronomy and Astrophysics [74]. ولمراجعة شاملة للعمليات العلمية التي قامت بها بعثة بلانك، يُرجى الرجوع إلى [75] وقد تم إصدار أول مجموعة من البيانات العلمية، وهي "الكتالوج المُدمج للمصادر المبكرة" [76] ، في يناير من عام 2011. كما نُشرت مجموعة من 26 ورقة بحثية تتعلق بالمقدمات الفلكية في عدد خاص آخر من مجلة Astrophysics and Astronomy [77].

تم الإعلان عن أولى النتائج الكونية من بعثة "بلانك" في عام 2013، وذلك استنادًا بشكل رئيسي إلى خرائط درجة الحرارة الكاملة للسماء التي تم الحصول عليها خلال مدة المهمة الاسمية البالغة 15.5 شهرًا، وقد تم توفير منتجات البيانات تحت اسم "PR1" عبر أرشيف بلانك للتراث العلمي. (PLA2) نُشرت هذه النتائج الكونية ضمن سلسلة من الأوراق البحثية إلى جانب دراسات إضافية حول معالجة البيانات والفيزياء الفلكية في عام 2014 [75]. أما أولى نتائج المهمة الكاملة، والتي تضمنت بيانات استقطاب جزئية، فقد قُدمت في عام 2015؛ ولمراجعة شاملة يُرجى الرجوع إلى [78] (2016). كما تم إصدار الملاحظات الأولية الكاملة المرتبة زمنيًا للعامة في فبراير 2015، وذلك ضمن الإصدار الثاني من بيانات بلانك، ("PR2") إلى جانب خرائط السماء حسب التردد والمكونات، ومشتقات علمية عالية المستوى مرتبطة بها.

في عام 2018، أصدرت مجموعة بلانك النهائية من الأوراق البحثية، وذلك بالتزامن مع إطلاق البيانات النهائية للمهمة. ("PR3") وقَدِّمَت هذه السلسلة مراجعة شاملة لمهمة بلانك والمساهمات العديدة التي قَدِّمَتها في تعزيز

فهنا لعلم الكون، أي أنها تمثل الإرث الكوني الذي تركته بعثة بلانك.

الفصل الثاني

التضخم الكوني: دراسة مرجعية

كما و سبق أن ذكرنا في الفصل الأول فإن التمدد المتسارع ضمن المراحل الأولى من عمر الكون تم ضمن ميكانيكات تضخمية متعددة، متمثلة بالتضخم الدافئ و التضخم البارد والتضخم الهجين. ضمن هذا العمل سنركز على آليتين من الآليات الثلاثة متمثلة بالتضخم الكوني الدافئ والبارد. نقدم في هذا الفصل دراسة مرجعية للمعادلات الأساسية لكل من الآليتين ضمن خلفية ثقالية كلاسيكية متمثلة بالنظرية النسبية العامة.

1.2 ميكانيكا التضخم الكوني الدافئ

يعتبر التضخم الدافئ أحد أكثر السيناريوهات التضخمية جاذبية من حيث التمكن من بناء ديناميكية تضخمية للكمون ضمن نظرية الحقل الكمومية. تم افتراض هذا السيناريو من قبل بيريرا Berera عام 1995 [79, 80, 81]. تتمحور فكرة التضخم الدافئ حول إدراك أن التضخم الكوني عبارة عن مسألة متعددة الحقول جوهريا، إذ أن جزء طاقة الخلاء التي تقود التضخم الكوني ستتحوّل نهاية إلى حقول إشعاعية خلال مرحلة إعادة التسخين عند نهاية التضخم الكوني.

ضمن التضخم الدافئ فإن عملية التشتت للحقل السلمي إلى إشعاع تحدث خلال الفترة التضخمية ذاتها على العكس من التضخم البارد، حيث يحدث التشتت ضمن عملية منفصلة عن التضخم الكوني تعرف بمرحلة إعادة التسخين.

أحد أهم المنافع وراء التضخم الدافئ هو الحصول على مرحلة إعادة التسخين بشكل سلسل عندما يبدأ الحمام

الإشعاعي بالهيمنة على طاقة الخلاء [82, 83, 84].

بالإضافة للسابق يحسن التضخم الدافئ من اللاتجانسات اللاغوسية nongaussianity و يتنبأ بشكل وحيد لل bispectrum الأمر الذي يمثل أمرا يتفرد به التضخم الدافئ عن التضخم البارد [85]. نظرا إلى أن تشتت طاقة الخلاء متمثلة بطاقة حقل الإنفلاتون تحدث ضمن مرحلة التضخم الكوني وفقا لسيناريو التضخم الدافئ فإن حد تشتت إضافي يظهر ضمن معادلة كلاين غوردون بالإضافة إلى حد التشتت المقابل لوسيط هابل. تبعا لهذا و على الرغم من هيمنة طاقة الحقل السلمي خلال الفترة التضخمية إلا أن انتقالا سلسا لمرحلة هيمنة الإشعاع تحدث ضمن السيناريو الدافئ.

1.1.2 التضخم الدافئ و تقريب التدرج البطيء

من أهم ما يميز نموذج التضخم الدافئ هو التشتت المباشر للحقل السلمي إلى حقل إشعاع خلال الفترة التضخمية ذاتها. تتمثل هذه الميكانيكية من خلال حد التبديد $\Gamma\dot{\phi}$ في معادلة التبديد للحقل السلمي. سننتبع هاهنا مناقشات الأعمال [86] و [87] بحيث أن طاقة الإشعاع تعطى من خلال:

$$\rho_r = \alpha T^4, \quad \text{with} \quad \alpha = \frac{\pi^2}{30} g_*(T), \quad (1.2)$$

حيث: $g_*(T)$ عبارة عن عدد درجات الحرية النسبية للإشعاع عند درجة حرارة T . سنعتبر قيمة الوسيط $g_*(T) = 228.75$ و التي تقابل إلى عدد درجات الحرية النسبوية ضمن النموذج المعياري للتناظر الفائق الأصغري و ذلك عند درجة حرارة T أعلى من تلك المقابلة للانتقال الكهروضعيف electroweak phase transition.

يتحقق التضخم الدافئ عند هيمنة التآرجحات الحرارية على التآرجحات الكمومية [86, 87] حيث:

$$H(T) < T, \quad (2.2)$$

حيث H عبارة عن وسيط هبل للتمدد الكوني عند درجة الحرارة T . تعرف الشدة الفعالة لتحول حقل الانفلاتون إلى إشعاع من خلال النسبة:

$$Q = \frac{\Gamma}{3H}, \quad (3.2)$$

تعرّف النهاية $Q \ll 1$ بنهاية التشتت الضعيف و بالمقابل فإن النهاية $Q \gg 1$ تعرّف بنهاية التشتت الشديد. سيتم اعتماد دراسة التضخم الدافئ ضمن كلا هاتين النهايتين خلال الفصول التالية.

كما هو المعتاد يتم تمثيل حقل التضخم الكوني من خلال حقل سلمي $\phi = \phi(x)$ يتحرك على كمون $U = U(\phi)$.

تعطى معادلة الحركة لتحويلات الحقل السلمي ضمن خلفية روبرتسون وولكر فريدمان بالعلاقة [88]:

$$\ddot{\phi} + (3H + \Gamma)\dot{\phi} + U_{\phi} = 0, \quad (4.2)$$

حيث تشير النقطة إلى المشتق بالنسبة للزمن الكوني t و بالمقابل يشير الدليل السفلي للكمون إلى المشتق بالنسبة للحقل: $U_{\phi} = \partial U / \partial \phi$.

للحفاظ على مبدأ مصونية الطاقة الكلية فإنه ينبغي على كثافة طاقة الإشعاع أن تحقق العلاقة:

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = \Gamma\dot{\phi}^2, \quad (5.2)$$

يشير الحد في الطرف الأيمن للمعادلة (5.2) إلى تحويلات حقل التضخم إلى إشعاع. نقرأ معادلة فريدمان الآن بالشكل:

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{\text{Pl}}^2} = \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + U + \rho_r \right), \quad (6.2)$$

حيث $M_{\text{Pl}} = 2.435 \times 10^{18} \text{ GeV}$ عبارة عن كتلة بلانك المختزلة و الحد ضمن الأقواس يمثل كثافة الطاقة الكلية للجملة الفيزيائية.

كما هي الحال ضمن نماذج التضخم البارد فإن التضخم الكوني يأخذ مكانا عندما يكون الكمون U مستويا تقريبا والطاقة الكامنة لهذا الحقل تهيم على كافة أشكال الطاقة الأخرى، الأمر الذي يحقق قيمة شبه ثابتة لوسيط هبل. خلال هذه الفترة والتي تعرف بمرحلة التدحرج البطيء للحقل التضخمي، فإن المشتقات من درجات أعلى ضمن المعادلة (4.2) و المعادلة (5.2) تصبح مهمة.

$$\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}, \quad \text{و} \quad \dot{\rho}_r \ll H\rho_r. \quad (7.2)$$

باعتبار هذا السيناريو، تأخذ المعادلات (4.2) و (5.2) و (6.2) الشكل:

$$\dot{\phi} \simeq -\frac{U_{\phi}}{3H + \Gamma}, \quad (8.2)$$

$$\rho_r \simeq \frac{3Q}{4} \dot{\phi}^2, \quad (9.2)$$

$$H^2 \simeq \frac{1}{3M_{\text{Pl}}^2} U, \quad (10.2)$$

يرمز "≈" إلى أن الكميات تم اعتمادها ضمن تقريب التدحرج البطيء.

تشير المعادلة (10.2) إلى أن كمونا مستويا U سيساهم في انتاج وسيط هبل H ثابت تقريبا.

يمكن توسيط مرحلة التدحرج البطيء من خلال الوسائط ϵ و η و β التي تعرف من خلال العلاقات :

$$\epsilon = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} \left(\frac{U_{\phi}}{U} \right)^2 \quad (11.2)$$

$$\eta = M_{\text{Pl}}^2 \frac{U_{\phi\phi}}{U} \quad (12.2)$$

$$\beta = M_{\text{Pl}}^2 \left(\frac{\Gamma_{\phi} U_{\phi}}{\Gamma U} \right). \quad (13.2)$$

من تعريف الوسيط β في المعادلة (13.2) يمكن أن نرى أن:

$$\frac{\dot{\Gamma}}{H\Gamma} \simeq -\frac{\beta}{1+Q}. \quad (14.2)$$

للتأكد من تحقق الشروط في المعادلة (7.2) ، سنقوم بداية بمفاضلة المعادلة (8.2) و المعادلة (9.2) و

(10.2) لنحصل على:

$$\frac{\dot{H}}{H^2} \simeq -\frac{\epsilon}{1+Q}, \quad (15.2)$$

$$\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \simeq -\frac{1}{1+Q} \left(\eta - \beta + \frac{\beta - \epsilon}{1+Q} \right), \quad (16.2)$$

$$\frac{\dot{\rho}_r}{H\rho_r} \simeq -\frac{1}{1+Q} \left(2\eta - \beta - \epsilon + 2\frac{\beta - \epsilon}{1+Q} \right). \quad (17.2)$$

بالنظر في المعادلات أعلاه يتبين أن الشروط في المعادلة (7.2) تتحقق من خلال [89, 90, 91, 92, 93] :

$$\epsilon \ll 1 + Q \quad (18.2)$$

$$|\eta| \ll 1 + Q \quad (19.2)$$

$$|\beta| \ll 1 + Q \quad (20.2)$$

إن المعادلات (18.2, 19.2, 20.2) عبارة عن تعميم لشروط التدحرج البطيء ضمن التضخم البارد و ذلك أنها تأخذ بعين الاعتبار معامل التخماد Q . فمن أجل $1 \ll Q$ يهمل حد التخماد و تعود شروط التدحرج البطيء إلى تلك التي تتقابل مع التضخم البارد.

يمكن الحصول على العلاقة المباشرة ما بين درجة الحرارة T و الكمون U خلال فترة التدحرج البطيء من خلال إدخال تعريف كثافة الإشعاع ρ_r من المعادلة (1.2) ضمن المعادلة (9.2) و استخدام عبارة $\dot{\phi}$ و H^2 من المعادلات (8.2) و (10.2) لنحصل على:

$$T \simeq \sqrt[4]{\frac{U}{2\alpha} \frac{Q_k}{(1+Q_k)^2} \frac{M_{Pl}^2}{2} \left(\frac{U_\phi}{U}\right)^2} = \sqrt[4]{\frac{U}{2\alpha} \frac{Q_k}{(1+Q_k)^2}} \epsilon_k, \quad (21.2)$$

حيث قمنا في المعادلة الأخيرة بإدخال ϵ_k بفضل المعادلة (11.2) .

2.1.2 طيف الإضطرابات الكونية

طيف الطاقة للإضطرابات السلمية:

تشير النماذج التضخمية إلى أن التذبذبات التيسورية والسلمية ضمن الفترة التضخمية تتحول إلى تأرجحات في كثافة الطاقة عند تجميدها لحظة قطع الأفق.

مثل هذه التأرجحات في كثافة الطاقة تترك بصمتها في أشعة الخلفية الميكروية و على البنى الكونية الكبيرة [94, 95, 96, 97, 98]

. سنراجع هاهنا العلاقات الأساسية التي تصف الكميات القابلة للرصد نتيجة مثل هذه التأرجحات متمثلة بالدليل

الطيفي و نسبة التآرجحات التسورية إلى السلمية.

يعطى طيف طاقة التآرجحات في الكثافة و المتولد خلال الفترة التضخمية [99, 100, 101] بالعلاقة:

$$\Delta_{\mathcal{R}}^2(k) \equiv \frac{k^3 P_{\mathcal{R}}(k)}{2\pi^2} = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s(k)-1}, \quad (22.2)$$

والذي يعتمد بشكل كبير على الطول الموجي k تبعا للدليل الطيفي.

نستخدم هاهنا الترميز المتبع في العمل [1] من حيث $A_s = \Delta_{\mathcal{R}}^2(k_0)$ عند مقاس مرجعي k_0 .

تبعا لنتائج مهمة بلانك PLANCK mission تساوي شدة طيف تآرجحات الإنحاء من أجل عدد موجي مثبت $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ للقيمة:

$$A_s = (2.215^{+0.032}_{-0.079}) \times 10^{-9}. \quad (23.2)$$

و ذلك عند مستوى الثقة 68% [102].

سجلت نتائج WMAP collaboration [102] السابقة لنتائج بلانك قيمة مشابهة لشدة الطيف:

$$A_s = (2.445 \pm 0.096) \times 10^{-9}$$

و ذلك عند: $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$.

تم تخمين الطرف الأيمن من المعادلة (22.2) عندما يتجاوز طول أمواج التآرجحات لنصف قطر هبل خلال التضخم الكوني، والطرف الأيسر يقابل لنفس طول الموجة عند عودة الدخول للأفق.

استخدمنا في المعادلة (22.2) ترميزا موافقا للمرجع [102] من أجل تآرجحات كثافة الطاقة.

تعطى المعادلة التي تصف التذبذبات الكمومية [86, 103, 104, 92, 105, 106, 107] بالشكل:

$$\delta\ddot{\phi}_q + (3H + \Gamma) \delta\dot{\phi}_q + \left(\frac{q^2}{a^2} + U_{\phi\phi} \right) \delta\phi_q = \sqrt{2\Gamma T} a^{-3/2} \xi_q. \quad (24.2)$$

¹ أخيرا، يعطى طيف الطاقة [106, 108] بالعلاقة:

$$A_s = \left(\frac{H_k^4}{4\pi^2 \dot{\phi}_k^2} \right) (1 + 2\nu_k + \omega_k), \quad (25.2)$$

¹ تشير q إلى تمثيل الحقل السلمي ضمن فضاء الاندفاع

يقابل الحد في القوس الأول من المعادلة (25.2) لطيف الطاقة للتضخم البارد، في حين ينجم كل من ω_k و ν_k بسبب التصحيحات الناجمة عن تحولات حقل التضخم الكوني إلى إشعاع، بحيث:

$$\omega_k = \left(\frac{T}{H}\right) \frac{2\sqrt{3}\pi Q_k}{\sqrt{3+4\pi Q_k}}. \quad (26.2)$$

تبعاً للسابق يمكن الحصول على طيف التضخم للسيناريو البارد عندما: $\nu_k \rightarrow 0$ و $\omega_k \rightarrow 0$.
بالمقابل و بالنظر إلى المعادلة (26.2) حيث أن: $T \gg H$ تهيم التذبذبات الحرارية على التذبذبات الكمومية ضمن التضخم الدافئ.
باعتبار نهايتي التضخم الدافئ يمكن أن نكتب:

$$\omega_k \sim \begin{cases} T \sqrt{\frac{\pi\Gamma}{H^3}}, & \text{for } Q_k \gg 1, \\ \frac{2\pi\Gamma T}{3H^2}, & \text{for } Q_k \ll 1. \end{cases} \quad (27.2)$$

حيث تشير العبارة الأولى ضمن المعادلة (27.2) إلى السلوك ضمن نهاية التشتت الشديد [89, 90] في حين تقابل العبارة الثانية للسلوك عند التشتت الضعيف للتضخم الدافئ [86].

الدليل الطيفي للتأرجحات السلمية

يعرف الدليل الطيفي من خلال العلاقة (22.2) بالشكل:

$$n_s - 1 \equiv \left. \frac{d \ln \Delta_{\mathcal{R}}^2(k)}{d \ln k} \right|_{k=k_0}. \quad (28.2)$$

يأخذ الدليل الطيفي وفقاً لقياسات مهمة بلانك القيمة [16]:

$$n_s = 0.9655 \pm 0.0062. \quad (29.2)$$

و ذلك من أجل $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ ضمن مستويات الثقة $68\%CL$.
يتم حساب الدليل نظرياً بأخذ المشتق اللوغاريتمي للمعادلة (25.2) بالنسبة لـ $\ln k$ كما هو معطى بالمعادلة (28.2).

من أجل $1 \ll \nu_k$ حيث انتاج جسيمات التضخم غير فعال، نحصل على [90, 89, 109] :

$$1 - n_s = 4 \frac{\dot{H}}{H^2} - 2 \frac{\ddot{\phi}}{H_k \dot{\phi}} - \frac{\dot{\omega}_k}{H(1 + \omega_k)}. \quad (30.2)$$

بأخذ مشتق الوسيط ω_k نحصل على:

$$\frac{\dot{\omega}_k}{H \omega_k} = \frac{1}{4} \frac{\dot{\rho}_r}{H \rho_r} - \frac{\dot{H}}{H^2} + \frac{3 + 2\pi Q_k}{3 + 4\pi Q_k} \frac{\dot{Q}_k}{H Q_k} = \frac{1}{4} \frac{\dot{\rho}_r}{H \rho_r} - \frac{\dot{H}}{H^2} + \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{2(3 + 4\pi Q_k)} \right] \frac{\dot{Q}_k}{H Q_k},$$

باستخدام عبارات المشتق في المعادلات (15.2) و (17.2) بالإضافة إلى المعادلة ،

$$\frac{\dot{Q}_k}{H Q_k} = \frac{\dot{\Gamma}}{H \Gamma} - \frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{1}{1 + Q_k} (\beta_k - \epsilon_k), \quad (31.2)$$

من أجل $\dot{\omega}_k$ نحصل على العبارة:

$$\dot{\omega}_k \simeq -\frac{H \omega_k}{1 + Q_k} \left[\frac{2\eta_k + \beta_k - 7\epsilon_k}{4} + \frac{6 + (3 + 4\pi) Q_k}{(1 + Q_k)(3 + 4\pi Q_k)} (\beta_k - \epsilon_k) \right].$$

أخيرا، يعطى الدليل الطيفي بالعلاقة:

$$(32.2)$$

$$n_s - 1 \simeq \frac{1}{1 + Q_k} \left[-4\epsilon_k + 2 \left(\eta_k - \beta_k + \frac{\beta_k - \epsilon_k}{1 + Q_k} \right) - \frac{\omega_k}{1 + \omega_k} \left(\frac{2\eta_k + \beta_k - 7\epsilon_k}{4} + \frac{6 + (3 + 4\pi) Q_k}{(1 + Q_k)(3 + 4\pi Q_k)} (\beta_k - \epsilon_k) \right) \right].$$

يتحقق التضخم البارد عندما $Q_k \rightarrow 0$ و $T \ll H$ أو $\omega_k \ll 1$. ضمن هذه النهاية نحصل على العلاقات

$$n_s - 1 = -6\epsilon_k + 2\eta_k \text{ المعروفة.}$$

من أجل $T > H$ ضمن التضخم الدافئ فإن هناك سيناريوهين متميزين يمكن دراستهم: من أجل التشتت الشديد

حيث $Q_k \gg 1$ فإن الحدود داخل الأقواس التربيعية و المحتوية على $1/(1 + Q_k)$ يمكن أن تهمل، بحيث أن

المعادلة (32.2) تأخذ الشكل:

$$n_s - 1 \simeq \frac{1}{Q_k} \left[-4\epsilon_k + 2 (\eta_k - \beta_k) - \frac{\omega_k}{1 + \omega_k} \left(\frac{2\eta_k + \beta_k - 7\epsilon_k}{4} \right) \right]. \quad (33.2)$$

حيث $Q_k \gg 1$ ، أيضا بفرض أن $\omega_k \gg 1$ نحصل على :

$$n_s - 1 \simeq \frac{1}{Q_k} \left(-\frac{9}{4}\epsilon_k + \frac{3}{2}\eta_k - \frac{9}{4}\beta_k \right), \quad \text{for } Q_k \gg 1. \quad (34.2)$$

تتطابق النتيجة الأخيرة مع ما تم الحصول عليه في [90] .

من أجل حد التشتت الضعيف $Q_k \ll 1$ ، فإن المعادلة (32.2) تأخذ شكلا مبسطا:

$$n_s - 1 \simeq -6\epsilon_k + 2\eta_k + \frac{\omega_k}{1+\omega_k} \left(\frac{15\epsilon_k - 2\eta_k - 9\beta_k}{4} \right). \quad (35.2)$$

بأخذ شرط اضافي $\omega_k \ll 1$ نحصل على :

$$n_s - 1 \simeq -6\epsilon_k + 2\eta_k + 2\pi \frac{\Gamma T}{3H^2} \left(\frac{15\epsilon_k - 2\eta_k - 9\beta_k}{4} \right), \quad \text{for } Q_k \ll 1. \quad (36.2)$$

طيف الطاقة للتأرجحات التنسورية

من أجل التذبذبات التنسورية، فإن طيف الطاقة المقابل لها يأخذ الشكل:

$$\Delta_{\mathcal{T}}^2(k) = \Delta_{\mathcal{T}}^2(k_0) \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_{\mathcal{T}}}, \quad (37.2)$$

حيث: $n_{\mathcal{T}} = -2\epsilon_k$ عبارة عن الدليل الطيفي المقابل و طيف الطاقة المقابل عند مقاس k_0 هو:

$$\Delta_{\mathcal{T}}^2(k_0) = \frac{2 H^2}{\pi^2 M_{\text{Pl}}^2}. \quad (38.2)$$

لا تعيد التجارب $\Delta_{\mathcal{T}}^2(k_0)$ و إنما تزودنا بنهاية عليا لنسبة التأرجحات التنسورية إلى السلمية الناجمة خلال التضخم الكوني بالشكل:

$$r \equiv \frac{\Delta_{\mathcal{T}}^2(k_0)}{A_s} = \frac{2 H^2}{\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 A_s}. \quad (39.2)$$

تشير آخر القياسات الناجمة عن التحليل لنتائج BICEP2/Keck Array و PLANCK data [110], [111] إلى تقييد النسبة r عند $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ بـ:

$$r \lesssim 0.12, \quad \text{at 95\% CL.} \quad (40.2)$$

بضم التعريف (39.2) مع الحد الأعلى لـ r معبرا عنه من خلال المعادلة (40.2) و طيف الطاقة A_s نحصل على حد أعلى لوسيط هبل عند نهاية التضخم الكوني [112] بالشكل:

$$H \lesssim M_{\text{Pl}} \sqrt{\frac{0.12 \pi^2}{2} A_s} = 1.8 \times 10^{13} \text{ GeV.} \quad (41.2)$$

باستخدام عبارة A_s في المعادلة (25.2) نحصل على (39.2) بالشكل:

$$r = \frac{8\dot{\phi}_k^2}{H^2 M_{\text{Pl}}^2} \frac{1}{1 + 2\nu_k + \omega_k} \simeq \frac{8M_{\text{Pl}}^2 (U_\phi/U)^2}{(1 + Q_k)^2 (1 + 2\nu_k + \omega_k)} = \frac{16\epsilon_k}{(1 + Q_k)^2 (1 + 2\nu_k + \omega_k)}, \quad (42.2)$$

حيث استخدمنا في المساواة الثانية المعادلة (8.2) و في المساواة الأخيرة استخدمنا العلاقة (15.2).
في حالة التضخم البارد فإن $Q_k = \nu_k = 0$ وبهذا يمكن أن نغطي الشرط المعروف في حالة التضخم البارد
• $r = 16\epsilon_k$

2.2 التضخم الكوني البارد

على النقيض من التضخم الدافئ فإن الإضمحلال الطاقى للحقل التضخمي يحصل عقب انتهاء الفترة التضخمية ضمن فترة تعرف بإعادة التسخين.

تبعاً لذلك توصف الحقبة التضخمية من خلال الجزء الثقالي و الجزء المادي متمثلاً بالحقل السلمي فقط، ولا وجود للإشعاع ضمن هذه الفترة

و يغيب حد الإضمحلال من معادلات الحركة تبعاً لذلك كما سيتبين لاحقاً.

بشكل مشابه للتضخم الدافئ تؤمن الحقول السلمية التي تصف جسيمات سلمية بسبين معدوم، ضغطاً سالباً يؤدي إلى التمدد المتسارع الكوني.

تعطى كثافة الطاقة لحقل سلمي متجانس $\phi \equiv \phi(t)$ بالعلاقة:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (43.2)$$

و يعطى الضغط بالعلاقة:

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (44.2)$$

و هذا ما سنعمل على استنتاجه و دراسة معادلات الحركة للحق السلمي في الفقرة التالية.

1.2.2 معادلات الحركة لحقل التضخم

يعطى اللاگرانجي لحقل سلمي بالطريقة الاعتيادية

$$L_{scalar} = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) \quad (45.2)$$

حيث يمثل الحد الاول من الاگرانجي كثافة الطاقة الحركية لحقل السلمي، بينما يمثل الحد الثاني كثافة الطاقة الكامنة لهذا الحقل.

كما هو معلوم من ميكانيكا لاگرانج، يعطى تنسور الطاقة الاندفاع بالعلاقة:

$$T_{\mu\nu} = -2\frac{\partial L_{scalar}}{\partial g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}L_{scalar} \quad (46.2)$$

و بالتالي من أجل حقل سلمي ϕ نجد:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\left[\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + V(\phi)\right] \quad (47.2)$$

تعطى كثافة الطاقة من خلال العلاقة:

$$\rho \equiv T^{00} \quad (48.2)$$

بينما يعطى الضغط على اعتبار الحقل السلمي كمائع مثالي متناحي بالعلاقة:

$$T_{ij} = P\delta_{ij} \quad (49.2)$$

بالاستفادة من العلاقتين الاخيرتين بإمكاننا أن نجد العلاقات المعيرة عن كل من كثافة الطاقة والضغط للحقل السلمي بالشكل:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (50.2)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (51.2)$$

لاستنتاج معادلات الحركة للحقل السلمي سنعوّض العلاقتين (50.2) و (51.2) في معادلتى فريدمان و معادلة الاستمرارية على التوالي لنجد:

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} [V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2] \quad (52.2)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{dV}{d\phi} \quad (53.2)$$

تظهر المعادلة الأخيرة تشابها واضحا مع معادلة الحركة لكرة تتدحرج على جدار إناء كبير نحو قاع الإناء والذي يمثل القيمة الصغرى للطاقة و موضع الكرة يقابل قيمة الحقل السلمي. يمثل الحد الثاني من العلاقة الأخيرة حد احتكاك أو لزوجة.

تمثل هذه الحالة حالة وضع سائل لزج في الإناء، فلزوجة هذا الإناء تتوقف على طاقة الحقل، إذ كلما ازداد ارتفاع الكرة في الإناء غلط قوام السائل، و من ثم فإذا كان الحقل كبيرا جدا في البداية فإن الطاقة تنخفض ببطء.

2.2.2 تقريب التدرج البطيء

بشكل مشابه للتضخم الدافئ يمثل تقريب التدرج البطيء التقنية الأساسية لدى دراسة التضخم الكوني. و يتمثل بفرض هيمنة الطاقة الكامنة على الطاقة الحركية للحقل السلمي و هذا ما يشابه تدرجا بطيئا للكرة ضمن السائل في الإناء.

و يتمثل هذا التقريب بالشرط:

$$\dot{\phi} \ll V(\phi) \quad (54.2)$$

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \quad (55.2)$$

تقابل العلاقتين الأخيرتين للعلاقتين (7.2) لتصبح معادلات الحركة للحقل السلمي ضمن تقريب التدرج البطيء بالشكل:

$$H^2 \simeq \frac{1}{3M_{pl}^2} V(\phi) \quad (56.2)$$

$$3H\dot{\phi} \simeq -\frac{dV}{d\phi} \quad (57.2)$$

تشير $\simeq$ إلى أن الكميات مقدرة ضمن تقريب التدرج البطيء.

تقابل العلاقتين (56.2) و (57.2) للعلاقتين (10.2) و (8.2) ضمن آلية التضخم الدافئ.

يكافئ تحقيق تقريب التدرج البطيء تحقق الشرطين:

$$\epsilon(\phi) \ll 1, |\eta(\phi)| \ll 1 \quad (58.2)$$

حيث كل من ϵ و η عبارة عن وسائط التدرج البطيء و الذي تم تعريفهما من قبل liddle و lyth بالعلاقات:

$$\epsilon(\phi) = \frac{M_{pl}^2}{2} \left(\frac{\dot{V}}{V} \right)^2 \quad (59.2)$$

$$\eta(\phi) = M_{pl}^2 \frac{\ddot{V}}{\dot{V}} \quad (60.2)$$

نلاحظ التشابه بين المعادلتين (59.2) و (60.2) مع المعادلتين (11.2) و (12.2) ضمن سيناريو التضخم الدافئ مع غياب الحد $(1 + Q)$ ضمن شروط التدرج البطيء المتمثلة بالعلاقة (58.2) نظرا لغياب اضمحلال حقل التضخم ضمن الفترة التضخمية وفق آلية التضخم البارد. أيضا نلاحظ عدم ظهور مقابل للوسيط (13.2) ضمن آلية التضخم البارد و ذلك أن هذا الوسيط ناجم بشكل كامل عن اضمحلال الحقل السلمي إلى حقول اشعاعية ضمن الفترة التضخمية.

3.2.2 الاضطرابات الكونية

تمثل التآرجحات الكونية أساسا مهما في الكونيات الحديثة، فهي التي تعطي الآلية لتفسير تشكل المجرات والتجمعات المادية على الرغم من المط الهائل الذي يحدث التضخم الكوني، و الذي يؤدي إلى تجانس و تناسخ كونيين "يصعب بالتسليم بهما وحدهما الوصول إلى الكون كما نرى تجمعاته المادية اليوم". تم العمل على فكرة التآرجحات الكمومية و بشكل مستقل و ضمن مجالات مختلفة من قبل كل من starobinsky و Guth و Hawking .

ذهب الأول starobinsky للحديث عن التآرجحات الكمومية في فضاء منكوفسكي، والتي تقابل إلى خلق و فناء أني لجسيمات افتراضية في الفضاء معتمدا على مبدأ الارتباب لهايزنبرغ. أما هوكينغ فقد تحدث عن هذا التشكل قرب أفق الحدث لثقب أسود، حيث يقع احد الجسيمات الافتراضية في شرك أفق الثقب الاسود تاركا الجسيم الآخر ليفلت بعيدا في الفضاء كاشعاع حراري يعرف باشعاع هوكينغ. تحدث آلية مشابهة لحالة هوكينغ في حالة التضخم الكوني كما بين Guth . و لكن في حالة التضخم الكوني فإن التوسع السريع جدا للكون يسبب ارتداد زوجي الجسيمين الافتراضيين عن بعضهما البعض بفضل المط الهائل للزمان لينفصل الجسيمات عن بعضها إلى مناطق غير متصلة سببيا، و بالتالي ليس بالامكان أن يجدا بعضهما البعض، و بهذا تصبح التآرجحات الكمومية ذات نمط كلاسيكي للحقل. تتمثل استراتيجية دراسة الاضطراب

لمقدار فيزيائي $X(t, x)$ [المقدار يمثل المترية $g_{\mu\nu}$ أو حقل المادة $T_{\mu\nu}$ أو حقل سلمي ϕ إلخ....] إلى خلفية متجانسة غير مضطربة $\bar{X}(t)$ تعتمد على الزمن فقط و قسم مضطرب مكانيا $\delta X(t, x)$ بحيث:

$$\delta X(t, x) \equiv X(t, x) - \bar{X}(t) \quad (61.2)$$

إضرابات حقل التضخم

سنعالج الآن تأرجحات حقل سلمي ϕ يمثل حقل التضخم، يوصف من خلال معادلة الحركة التالية:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \nabla^2\phi + \frac{dV_{eff}}{d\phi} = 0 \quad (62.2)$$

سنهمل هاهنا تأرجحات الزمان-المكان المتولدة من خلال لاتجانسات الحقل، و ذلك أن مثل هذه التأرجحات

تظهر ضمن فترة التضخم كتصحيات صغيرة يمكن اهمالها.

تشير النقطة إلى الاشتقاق بالنسبة للزمن بينما $\nabla^2 = a^{-2} \sum \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$.

يتضمن الكمون الفعال $V_{eff}(\phi)$ أي تفاعلات للحقل ϕ مع نفسه أو مع حقول سلمية أخرى، بالإضافة إلى التفاعل مع انحناء الزمان-المكان من خلال الترابط اللأصغري مع الثقالة و ذلك من خلال ادخال الحد $-\xi R\phi^2$ حيث R هاهنا عبارة عن سلمية ريتشي و ξ عبارة عن ثابت الترابط اللأصغري.

يمكن أيضا أخذ الآثار الكمومية بعين الاعتبار ضمن الكمون $V_{eff}(\phi)$ ككمون فعال يتضمن تصحيحات كمومية حلقة loop corrections و التي تعتمد على النموذج قيد التناول، كتصحيات واينبرغ-كولمان.

سنقسم الحقل السلمي إلى جزئين يتمثل الأول بجزء غير مضطرب متجانس $\phi(t)$ ، و جزء آخر يمثل الاضطراب $\delta\phi(x, t)$:

$$\phi(x, t) = \phi(t) + \delta\phi(x, t) \quad (63.2)$$

لنأخذ الآن اضطراب معادلة الحركة للحقل السلمي ϕ بشكل خطي لنجد:

$$(\delta\ddot{\phi}) + 3H(\delta\dot{\phi}) - \nabla^2\delta\phi + m^2\delta\phi = 0 \quad (64.2)$$

حيث $m^2(t) = \dot{V}$. لنأخذ مركبة فورييه للحقل السلمي بالشكل:

$$\delta\phi(x, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} e^{ikx} \delta\phi_k(t) \quad (65.2)$$

حيث k و x عبارة عن الاندفاع والمسافة المتحركين، بينما يعطى كل من الاندفاع والمسافة الفيزيائيين بـ

$$x_{phys} = a(t)x \text{ و } k_{phy} = k/a(t)$$

تصبح معادلة الحركة بالشكل:

$$(\delta\ddot{\phi}_k) + 3H(\delta\dot{\phi}_k) - \left(\frac{k}{a}\right)^2 \delta\phi_k + \frac{1}{2}m^2\delta\phi_k = 0 \quad (66.2)$$

يهمل الحد الأخير خلال بضعة أزمنة من أزمنة هبل بعد تجاوز الأفق horizon exit حيث نجد من شرط التدرج البطيء $M_{pl}^2 \dot{V} \ll V$ والذي يكافئ الشرط $m^2 \ll H^2$ ، أي أننا نتعامل في هذه الحالة مع حقل عديم الكتلة. إلا أن إهمال الحد الأخير لا يصبح بعد الخروج من الأفق حيث يتزايد الحد aH مع تزايد $a \propto \exp(Ht)$.

تغدو معادلة الحركة المضطربة على اعتبار حقل الانفلاتون عديم الكتلة:

$$(\delta\ddot{\phi}) + 3H(\delta\dot{\phi}) - \left(\frac{k}{a}\right)^2 \delta\phi = 0 \quad (67.2)$$

يتم مط النمط الكمومي quantum mode للطول الموجي عند التمدد المتسارع للكون

$$\lambda \propto a \propto e^{Ht}$$

بينما يبقى مقياس الأفق ثابتا تقريبا.

$$d_H \simeq H^{-1} \simeq const$$

و بالتالي مع التوسع المتسارع التضخمي للكون تتزاح الأطوال الموجية لتأرجحات الخلاء نحو الأحمر بسرعة، لتصبح أطولها الموجية أكبر من مقياس الأفق للزمان، و يتجمد النمط كما سنرى لاحقا كتأرجحات كلاسيكية.

بشكل مكافئ للتضخم الدافئ، يأخذ الدليل الطيفي العلاقة :

$$n_s - 1 \simeq -6\epsilon_k + 2\eta_k \quad (68.2)$$

في حين تأخذ نسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية الشكل:

$$r = 16\epsilon_k \quad (69.2)$$

. تمثل هذه المعالجة المرجعية استعراضا للمعادلات الأساسية ضمن خلفية ثقالية موصوفة من خلال النظرية النسبية العامة.

سنبين ضمن الفصول القادمة حقيقة أن نماذج تضخمية بحقول سلمية مستوحاة من فيزياء الجسيمات الأولية من أمثال التضخم الطبيعي و تضخم هيغز فشلت في تحقيق توافقات مع الرصدات الكونية عند دراستها ضمن خلفية ثقالية نسبية، في حين أن الإستعانة بنماذج الثقالة المعدلة تتقذ هذه النماذج و تؤدي إلى توافقات مع النتائج الرصدية.

الفصل الثالث

الثقالة المعدلة $F(R, \phi)$ و التضخم الكوني

المقدمة:

نقوم في هذا الفصل بمراجعة النتائج التحليلية الأساسية الناجمة عن دراسة التضخم أحادي الحقل ضمن جاذبية معدلة من الشكل $F(R, \phi)$ و ذلك ضمن صياغة بالاتيبي للثقالة. يشتمل الفصل على دراسة نموذج تضخمي أحادي الحقل بكمون $V(\phi)$ و حد طاقة حركية قانوني من الشكل $X = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi$ و ذلك ضمن جاذبية من الدرجة الثانية لسلمية ريتشي ضمن الصياغة البالاتينية. تشتمل الدراسة أيضا افتراض وجود ترابط لا أصغري ما بين الحقل السلمي التضخمي و الخلفية الثقالية بالشكل $f(\phi)R$ ، و سنناقش ثلاثة نهايات مختلفة للنموذج الثقالي و التي ستؤدي إلى سيناريوهات تضخمية مختلفة. تعتبر النماذج التضخمية من الشكل $F(R)$ من أكثر النماذج شيوعا في الوقت الحالي كبديل عن النظرية النسبية العامة. لعله من المثير للإهتمام أن نعلم أن البحث عن مثل هذه التعديلات على نسبية آينشتاين بدأت بعد حوالي تسع سنوات فقط من انتشار النظرية النسبية العامة ضمن الوسط العلمي، و ذلك من خلال أعمال ويل و إدينغتون [113]. كان الحافز الأساسي وراء مثل هذه المحاولات هو الفضول العلمي للإجابة عما يمكن أن ينجم عند اعتبار أشكال أكثر تعقيدا للثقالة عما افترضته النظرية النسبية العامة. ففي حين يظهر فعل هليبرت-آينشتاين الممثل للثقالة ضمن النظرية النسبية العامة محتويا على تنسور ريتشي فقط بالشكل:

$$S_{EH} = \int \sqrt{-g} d^4x \left[\frac{1}{2} R \right] \quad (1.3)$$

فإن تابعا لسلمية ريتشي يظهر في نماذج $F(R)$ بالشكل:

$$S_f = \int \sqrt{-g} d^4x \left[\frac{1}{2} F(R) \right] \quad (2.3)$$

بالطبع فإن عدم وجود حافز نظري أو تجريبي وراء اعتماد تعقيدات على النظرية النسبية العامة و خصوصا مع النجاحات التي حققتها النظرية في تلك الفترة أدى إلى تضائل الإهتمام بالنموذج.

عاد الإهتمام بنماذج $F(R)$ مع بداية عام 1960 بعد أن تبين أن النظرية النسبية العامة غير قابلة للاستظام renormalizable و بالتالي لا يمكن تكميمها. إذ بين كل من Utiyama و DeWitt عام 1962 أن إعادة استظام النظرية النسبية العامة عند one-loop تتطلب استكمال فعل هيلبرت-آينشتاين بحدود ذات درجات أعلى بالنسبة للإنحناء الزمكاني ممثلا بسلمية ريتشي [114].

لاحقا، بين Stelle أن الفعل الثقالي بحدود ذات درجات ثقالية أعلى هو بالفعل قابلة لإعادة الاستظام [115]. بينت دراسات أكثر حداثة أنه باعتماد تصحيحات كمومية على الثقالة أو اعتماد نظرية الأوتار فإن فعل الطاقة الفعال عند طاقات منخفضة يتطلب حدودا ذات درجات أعلى بالنسبة للثقالة [116, 58, 117].

زادت الإقتراحات السابقة من إهتمام المجتمع العلمي بالنظريات الثقالية بدرجات أعلى، إلا أن جميع الدراسات كانت منصبة إلى التركيز على الأنظمة ذات الطاقات الشديدة جدا، و التي تشمل على بدايات الكون أو بالقرب من أفق الحدث للثقب الأسود و هو ما يمكن أن نلاحظه بالفعل من خلال دراسات تتعلق بتفسير هندسي للتضخم الكوني [118] و محاولات تجنب متفردة الثقب الأسود [117, 119, 120].

إن مثل هذه الدراسات كان بعيدة عن افتراض أي تأثيرات ثقالية على مستوى الطاقات المنخفضة، كالكون الحالي مثلا. و لعل ما دعا إلى مثل هذا التوجه هو النجاح الباهر الذي حققته النظرية النسبية العامة على مستوى الطاقات المنخفضة، و هذا ما يقودنا إلى الحافز الحديث "إن صح التعبير" وراء العمل بتمديدات للنظرية النسبية العامة من الشكل $F(R)$.

لقد قادت الرصودات الحديثة للمستعرات الفائقة من النوع إلى التيقن التجريبي من أن الكون يعاني من تمدد متسارع $\ddot{a} < 0$ و هو يخالف ما تنتبأ به النظرية النسبية العامة، حيث تنتبأ الأخيرة بتمدد متباطئ للكون عند الطاقات المنخفضة. إن هذا التمدد المتسارع يختلف عن التمدد المتسارع البدائي عند بداية الكون والمعروف بالتضخم الكوني، إذ لا بد من تمدد متباطئ يعقب التمدد التخضمي و هو أمر تتطلبه وفرة العناصر و إنتاج النوى.

تمثلت أولى المحاولات لتفسير مثل هذا التمدد المتسارع من خلال نموذج Λ CDM و الذي يفترض أن الكون في الفترة الحالية يتضمن 20% من المادة المظلمة بالإضافة إلى 4% من المادة الإعتيادية و أما المتبقي من الطاقة

الكونية 76% فيعرف بالطاقة المظلمة و التي تتمثل بالثابت الكوني ضمن النموذج. على كل حال فإن افتراض الثابت الكوني لم يخل من المشاكل، إذ تتعارض قيمة هذا الثابت المحسوبة تجريبيا من خلال التمدد المتسارع للكون مع قيمة الخلاء المحسوبة باعتبار نظرية الحقل الكمومية [121, 122]. بالإضافة إلى ذلك فإن افتراض الثابت الكوني الغير ديناميكي هو أقرب للموائمة التجريبية مع الرصودات منه إلى نظرية فيزيائية ذات حافز قوي.

من البدائل الديناميكية للثابت الكوني نجد نماذج ال quintessence و التي تفترض حلقا سلميا يمكن أن يقود التمدد المتسارع الحالي للكوني [123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130]، إلا أن مثل هذه النماذج تفقر للحافز الفيزيائي القوي و خصوصا أن مثل هذه الحقول المفترضة لتمثيل الطاقة المظلمة لم يسبق و أن تم الكشف عنها .

أما البديل الثاني و هو من المشرحات المهمة لتفسير التمدد المتسارع الحالي للكون فيتمثل بتعديلات على النظرية النسبية العامة كالتعديلات $F(R)$ محور هذا الفصل. بالطبع إن افتراض تعديل على النظرية النسبية العامة لا يجب أن يقتصر على الوقت الحالي و إنما يجب أن يكون قابل للتطبيق على طول فترة عمر الكون، و لذا فإننا في هذا الفصل سنعمد إلى دراسة نماذج $F(R, \phi)$ عند المراحل الأولى من تشكل الكون متمثلة بالتضخم الكوني.

1.3 معادلات الحقل لجاذبية $F(R, \phi)$ ضمن صياغة بالاتيني:

سنقوم في هذه الفقرة باشتقاق معادلات الحقل بخلفية كلاسيكية و ذلك من أجل جاذبية ممتدة من الشكل $F(R, \phi)$ و ذلك ضمن صياغة بالاتيني.

يعطى الفعل العام الذي يصف تضخما أحادي الحقل ضمن جاذبية $F(R, \phi)$ بالعلاقة:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} \left\{ F(R, \phi) - g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2V(\phi) \right\} \quad (3.3)$$

حيث g عبارة عن محدد التنسور المتري و $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ عبارة عن سملية ريتشي و $V(\phi)$ يمثل كمون الحقل السلمي ϕ .

بهدف تخصيص الدراسة سنعمد التابع $F(R, \phi)$ بالشكل:

$$F(R, \phi) \equiv (1 + f(\phi))R + \alpha R^2 \quad (4.3)$$

حيث التابع $f(\phi)$ يمثل الترابط اللاأصغري ما بين حقل الانفلاتون و الثقالة ممثلة بسلمية ريتشي. سنترك التابع $f(\phi)$ بشكله العام في الوقت الحالي حيث ستتم دراسة حالات متعددة لهذا التابع ضمن الفصول القادمة عند دراسة كمونات مختلفة للحقل السلمي.

كما و سبق أن نوهنا فإن دراستنا ستتم ضمن صياغة باللاتيني حيث تظهر رموز كريستوفل (الصلات) مستقلة عن التنسور المتري على خلاف الصياغة المتريّة للثقالة. على كل حال، يوضح الملحق A مقارنة ما بين أهم الفروقات ما بين الصياغتين.

من الشائع إعادة كتابة الفعل السابق بشكل مكافئ لنظرية برانس-ديكي حيث يختزل حد الجاذبية من خلال تعريف درجة حرية جديدة ψ بحيث تترايط لأصغريا مع الثقالة. للقيام بهذا سنعرف درجة حرية سلمية ψ بحيث نعيد كتابة الجزء الثقالي من الفعل (3.3) بالشكل :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} \left\{ f(\phi)R + \{F(\psi) + F'(\psi)(R - \psi)\} - g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2V(\phi) \right\} \quad (5.3)$$

حيث ψ عبارة عن حقل جوهري Auxiliary ليس له حد طاقة حركية. بأخذ تغيرات الفعل (5.3) بالنسبة للحقل ψ نجد $\psi = R$ بشرط أن: F'' . بتعويض هذه النتيجة ضمن الفعل (5.3) يمكننا إعادة الحصول على الفعل (3.3) . سنقوم الآن بإعادة تعريف الحقل السلمي ψ من خلال تعريف حقل سلمي جديد χ بالشكل:

$$\chi = F'(\psi) \quad (6.3)$$

عندئذ سيأخذ الفعل (5.3) الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} \left\{ (\chi + f(\phi))R - 2W(\chi) - g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2V(\phi) \right\} \quad (7.3)$$

حيث كمون الحقل χ يعطى بالعلاقة:

$$W(\chi) = \frac{1}{2} \{ \psi(\chi)\chi - F[\psi(\chi)] \} \quad (8.3)$$

كما نلاحظ من الفعل (7.3) يظهر الحقل χ دون حد طاقة حركية وعليه تختزل معادلات حركته إلى قيود جبرية على النموذج كما سنرى لاحقا بوضوح، و بالتالي فإن الفعل (7.3) يصف حقلا سلميا أحاديا بترابط لا أصغري

مع الثقالة.

ما سنقوم به الآن بعد النجاح بكتابة النموذج بصيغته الجديدة هو إجراء التحويلات الكونفورمية و التي من خلالها يمكن العودة إلى الشكل المعياري للنظرية النسبية العامة بترابط أصغري ما بين الحقل السلمي والمنتزية الجديدة. تتمثل التحويلات الكونفورمية بالعلاقة:

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \Omega^2 g_{\mu\nu} = (\chi + f(\phi))g_{\mu\nu} \quad (9.3)$$

ليأخذ الفعل الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2} \left\{ R - \frac{1}{\chi + f(\phi)} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2\hat{V}(\phi, \chi) \right\} \quad (10.3)$$

يعطى الكمون $\hat{V}(\phi, \chi)$ بالعلاقة:

$$\hat{V}(\phi, \chi) \equiv \frac{V(\phi) + W(\chi)}{[\chi + f(\phi)]^2} \quad (11.3)$$

باعتقاد $F(R) = R + \alpha R^2$ بحيث α عبارة عن ثابت، و بالاستفادة من العلاقات، يمكن أن نجد الكمون $\hat{V}(\phi, \chi)$ ممثلاً بالعلاقة:

$$\hat{V}(\phi, \chi) = \frac{1}{[\chi + f(\phi)]^2} \left[V(\phi) + \frac{(\chi - 1)^2}{8\alpha} \right] \quad (12.3)$$

بأخذ تغيرات (10.3) بالنسبة للحقل χ يمكن الحصول على معادلة قيد على الحقل بالشكل:

$$\chi = \frac{1 + f(\phi) + 8\alpha V(\phi) + 2\alpha f(\phi) \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi}{1 + f(\phi) - 2\alpha \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi} \quad (13.3)$$

بالإمكان الآن تعويض علاقة χ في الكمون (12.3) بحيث نتمكن من كتابة الكمون بدلالة الحقل ϕ و مشتقاته $\partial^\mu \phi \partial_\mu \phi$.

بتعويض الكمون (12.3) ضمن الفعل (10.3) يمكن كتابة الفعل بالشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} R + \sum_{j=1}^{j=2} G_j(\phi) X^j + \frac{V}{M_j(\phi) V^{j-1}} \right\} \quad (14.3)$$

بحيث:

$$(15.3)$$

$$G_j(\phi) = \frac{(2\alpha)^{j-1}(1+f(\phi))^{2-j}}{(1+f(\phi))^2 + (8\alpha V)}, \quad M_j = (1+f(\phi))^{2j-4} + (8\alpha)^{j-1}, \quad X = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi$$

2.3 التضخم أحادي الحقل

تهدف هذه الفقرة إلى دراسة ثلاث نهايات مختلفة للنموذج الثقالي قيد الدراسة متمثلاً بالفعل (7.3) بالشكل: $2\alpha X \ll (1+f(\phi))$ و $\alpha \gg 1$ و $\alpha \ll 1$. سيتم إعتقاد سيناريوهات متنوعة للتضخم الكوني تبعا للنهايات المدروسة، حيث ستتم دراسة التضخم ذي التدرج البطيء slow-roll inflation , التضخم الحركي K-inflation التضخم ذي التدرج الثابت Constant-roll inflation من أجل النهايات الثلاث آنفة الذكر على الترتيب.

1.2.3 النهاية $2\alpha X \ll (1+f(\phi))$

سيؤول الفعل (7.3) إلى الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2}R + \frac{[1+f(\phi)]}{[1+f(\phi)]^2 + 8\alpha V} X + \frac{V}{[1+f(\phi)]^2 + 8\alpha V} \right\} \quad (16.3)$$

نلاحظ من الفعل أعلاه إلى أن النظرية تحولت إلى نظرية ضمن ثقالة معيارية بفعل هليبرت-آينشتاين و بكمون فعال $V_{eff} = \frac{V}{[1+f(\phi)]^2 + 8\alpha V}$ و إنما بحد طاقة حركية غير قانوني $\frac{[1+f(\phi)]}{[1+f(\phi)]^2 + 8\alpha V} g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi$. على كل حال فإنه بالإمكان إعادة كتابة الفعل الأخير بشكل حقل سلمي قانوني من خلال إعادة مقاس الحقل السلمي ϕ بالشكل:

$$\left(\frac{d\phi}{d\varphi} \right)^2 = \frac{[1+f(\phi)]^2 + 8\alpha V}{[1+f(\phi)]} \quad (17.3)$$

بالتعويض في الفعل (16.3) نحصل على فعل يصف نموذجاً تضخيمياً ضمن ثقالة معيارية نسبوية بالشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2}R + g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + V_{eff}(\phi(\varphi)) \right\} \quad (18.3)$$

من المهم أن نبقى بأذهننا أن المعالجة تتم ضمن جملة آينشتاين و ليس ضمن الجملة الفيزيائية الأصلية و التي تعرف بجملة جوردان.

إن كتابة النموذج بالشكل (18.3) يمكننا من استخدام العلاقات المعيارية لثقالة آينشتاين بالإضافة إلى العلاقات المعبرة عن الكميات الأساسية للنموذج التضخمي قيد الدراسة.

معادلات فريدمان و تقريب التدحرج البطيء

تعطى معادلة فريدمان الأساسية ضمن هذا التقريب بالعلاقة:

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (19.3)$$

في حين تعطى معادلة الاستمرارية للحقل السلمي بالشكل:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV_{eff}(\phi)}{d\phi} = 0 \quad (20.3)$$

كما و سبق أن نوهنا فإن النموذج التضخمي الموافق لهذه النهاية سيدرس ضمن سيناريو التدحرج البطيء حيث:

$$\dot{\phi}^2 \ll 2V_{eff}(\phi) \quad (21.3)$$

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \quad (22.3)$$

تعرف معاملات التدحرج البطيء بالعلاقات:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{V'_{eff}}{V_{eff}} \right)^2 \quad (23.3)$$

$$\eta = \frac{V''_{eff}}{V_{eff}} \quad (24.3)$$

حيث تشير الفتحة إلى المشتق بالنسبة للحقل السلمي ϕ .

طيف الطاقة والمرصودات

يعطى طيف الطاقة Power Spectrum الممثل للنمط السلمي للتأرجحات بالشكل:

$$\Delta_s^2(k) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{H^2}{M_{pl}^2} \frac{1}{\varepsilon} \Big|_{k=aH} \quad (25.3)$$

من جهة أخرى يعطى طيف الطاقة الممثل للنمط التتسوري للتأرجحات بالشكل:

$$\Delta_t^2(k) = \frac{2}{\pi^2} \frac{H^2}{M_{pl}^2} \Big|_{k=aH} \quad (26.3)$$

تعطى المرصودات قيد الاهتمام في هذه الرسالة و المتمثلة بالدليل الطيفي n_s والنسبة r بالعلاقات:

$$n_s - 1 = \frac{d \ln \Delta_s^2}{d \ln k} = 6\varepsilon - 2\eta \quad (27.3)$$

$$r = \frac{\Delta_t^2}{\Delta_s^2} = 16\varepsilon \quad (28.3)$$

و ذلك عند قيم الحقل السلمي الموافقة لقطع الأفق عند العدد الموجي $k = aH$.

أخيرا يعطى عدد التضخمات الأسية N بالعلاقة:

$$N = \int_{\phi_{end}}^{\phi_*} \frac{V d\phi}{V_\phi} \quad (29.3)$$

النهاية: $\alpha \gg 1$

يأخذ الفعل (7.3) ضمن هذه النهاية الشكل:

$$S_{limII} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} R + \frac{2\alpha}{(1 + f(\phi))^2 + 8\alpha V} \right\} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi)^2 - V_{eff}(\phi) \quad (30.3)$$

نعرف حقلا جديدا φ بالشكل:

$$\frac{d\varphi}{d\phi} = \left[\frac{2\alpha}{(1 + f(\phi))^2 + 8\alpha V} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (31.3)$$

يأخذ الفعل الشكل القانوني:

$$S_{limII} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} R + (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi)^2 - V_{eff}(\varphi(\phi)) \right\} \quad (32.3)$$

معادلات فريدمان و تقريب التدرج البطيء

تعطى معادلات فريدمان ضمن هذه النهاية بالعلاقة:

$$3H^2 = \frac{3}{4} \dot{\phi}^4 + V_{eff}(\phi) \quad (33.3)$$

في حين تعطى معادلة الاستمرارية للحقل السلمي بالشكل:

$$3\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{dV_{eff}(\varphi)}{d\varphi} \dot{\varphi}^{-2} = 0 \quad (34.3)$$

تعطى معاملات التدرج البطيء بالعلاقات:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} 3^{\frac{1}{3}} \frac{((V_{eff})_\varphi)^{\frac{4}{3}}}{V_{eff}^{\frac{5}{3}}} \quad (35.3)$$

$$\eta = 3^{\frac{1}{3}} \frac{((V_{eff})_{\varphi\varphi})}{((V_{eff} \cdot V_{eff})_\varphi)^{\frac{2}{3}}} \quad (36.3)$$

تأخذ المرصودات الآن العلاقات:

$$n_s - 1 = \frac{1}{3} (4\eta - 16\varepsilon) \quad (37.3)$$

$$r = \frac{16}{3}\varepsilon \quad (38.3)$$

النهاية: $\alpha \ll 1$

ضمن هذه النهاية يأخذ الفعل (7.3) شكل تضخم حركي k -Inflation model . على كل حال وعلى خلاف من النهاية $\alpha \gg 1$ فإننا سنعتبر هاهنا سيناريو التضخم بتدريج ثابت. ضمن النهاية الحالية يأخذ الفعل الشكل التالي:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} f(R, \phi, X) \right], \quad (39.3)$$

حيث $f(R, \phi, X)$ تمثل :

$$f(R, \phi, X) = \frac{R}{\kappa^2} - 2\alpha X - 2V(\phi) + \gamma X^2. \quad (40.3)$$

حيث $X = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi$ و $V(\phi)$ عبارة عن الكمون السلمي. من أجل خلفية روبرتسون وولكر تعطى معادلات الحركة بالشكل:

$$3H^2 = \frac{1}{F} (X f_{,X} + \frac{RF - f}{2} - 3H\dot{F}), \quad (41.3)$$

$$-2\dot{H} - 3H^2 = \frac{1}{F} \left(-\frac{RF - f}{2} + \ddot{F} + 2H\dot{F} \right), \quad (42.3)$$

$$\frac{1}{a^3} (a^3 \dot{\phi} f_{,X})' + f_{,\phi} = 0, \quad (43.3)$$

حيث النقطة تشير إلى المشتق بالنسبة للزمن الكوني، و $F = \frac{\partial f}{\partial R}$. باستخدام الشكل التابعي للتابع $f(R, \phi, X)$ (40.3) تكتب معادلات الحقل الثقالية بالشكل:

$$\frac{3H^2}{\kappa^2} = -\alpha X + \frac{3\gamma X^2}{4} + V(\phi), \quad (44.3)$$

$$-\frac{2\dot{H} + 3H^2}{\kappa^2} = -\alpha X - V(\phi) + \frac{\gamma X^2}{2}, \quad (45.3)$$

$$3H\dot{\phi}(-2\alpha - \gamma\dot{\phi}^2) - 2\gamma\dot{\phi}^2\ddot{\phi} - (2\alpha + \gamma\dot{\phi}^2)\ddot{\phi} + 2V'(\phi) = 0, \quad (46.3)$$

تعطى معاملات التدرج البطيء الآن بالعلاقات:

$$\epsilon_1 = \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \epsilon_2 = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}, \quad \epsilon_3 = \frac{\dot{F}}{2HF}, \quad \epsilon_4 = \frac{\dot{E}}{2HE}, \quad (47.3)$$

حيث E في هذه الحالة:

$$E = -\frac{F}{2X} (Xf_{,X} + 2X^2f_{,XX}). \quad (48.3)$$

يمكن أن نلاحظ أن معاملات التدرج البطيء تأخذ شكلا مختلفا عن تلك المستخدمة ضمن النموذج التضخمي الاعتيادي.

على كل حال فإننا سنفرض كون اثنين من هذه الوسائط فقط هما اللتان تحققان شرط التدرج البطيء $\epsilon_1 = \frac{\dot{H}}{H^2}$ و ϵ_4 بحيث: $\epsilon_1, \epsilon_4 \ll 1$, أيضا سنفترض أن $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$. من الجدير بالذكر أن افتراض شرط التدرج البطيء على الوسيط ϵ_1 ضروري للتأكد من تحقق نهاية التضخم الكوني و عند كسر شرط التدرج بالوصول للقيمة $O(1)$. بالإضافة للسابق فإنه و ضمن سيناريو التدرج الثابت فإن يتم افتراضا كون:

$$\ddot{\phi} = \beta H \dot{\phi}, \quad (49.3)$$

حيث β عبارة عن وسيط عديم الأبعاد من رتبة الواحد. و من هنا تأتي تسمية السيناريو بالتدرج الثابت. من أجل خلفية روبرتسون وولكر و باعتبار التجانس والتناحي للكون يأخذ حد الطاقة الحركية الشكل: $X = -\frac{\dot{\phi}^2}{2}$ بالتعويض في المعادلات (44.3) و (45.3) و (46.3) بالترافق مع شرط التدرج الثابت (49.3) فإن معادلات الحركة الثقالية تأخذ الشكل:

$$\frac{3H^2}{\kappa^2} = \frac{\alpha}{2}\dot{\phi}^2 + 3\gamma\frac{\dot{\phi}^4}{8} + V(\phi), \quad (50.3)$$

$$-\frac{2\dot{H} + 3H^2}{\kappa^2} = \frac{\alpha}{2}\dot{\phi}^2 + \gamma\frac{\dot{\phi}^4}{8} - V(\phi), \quad (51.3)$$

$$-2\alpha H\dot{\phi}(3 + \beta) - 3H\gamma\dot{\phi}^3(\beta + 1) - 2V'(\phi) = 0. \quad (52.3)$$

بأخذ الشرط $\frac{\dot{\phi}^2}{2} \ll V(\phi)$ بعين الاعتبار

تغدو معادلات الحركة أكثر بساطة بالشكل:

$$\frac{3H^2}{\kappa^2} \simeq V(\phi), \quad (53.3)$$

$$\dot{H} \simeq -\kappa^2 \left(\frac{\alpha}{4}\dot{\phi}^2 + \gamma\frac{\dot{\phi}^4}{16} \right). \quad (54.3)$$

من المعادلة (52.3) من الواضح أن مساهمة التضخم الحركي

تتمثل الحد $\dot{\phi}^3 \sim$. لنناقش هاهنا عدد من المشاهدات بخصوص المعادلة (52.3) . من الواضح ان المعادلة من الدرجة الثالثة بالنسبة لـ $\dot{\phi}$, وعليه فإنها تملك ثلاثة حلول، اثنين منهما عقديان وبالتالي فمن الممكن تجاهلهما فيزيائيا، في حين سنركز على الحل الحقيقي كما سنبين لاحقا. من الملاحظات المهمة أيضا هو أنه عند أخذ النهايات $\beta \rightarrow 0$ و $\gamma \rightarrow 0$ في المعادلة (52.3) نحصل على

$$-3\alpha H\dot{\phi} - V'(\phi) = 0, \quad (55.3)$$

والتي تمثل شرط تدحرج بطيء .

على كل حال فإنه عند حل المعادلة (52.3) جبريا، فإن النهايات $\beta \rightarrow 0$ و $\gamma \rightarrow 0$ لا يمكن أن تأخذ ضمن الحلول وبالتالي لا يمكن الحصول على حلول التدحرج البطيء من حلول المعادلة (52.3) بأخذ النهايات $\beta \rightarrow 0$ و $\gamma \rightarrow 0$. يمكن فهم هذا رياضيا بسهولة: فالمعادلة (52.3) تصف منحنيًا بانحناء غير معدوم بدلالة التابع $\dot{\phi}$ ، لذا فإن جذور المعادلة (52.3) تمثل نقاطا حيث يتلاقى المنحني هذا مع المحور $\dot{\phi}$. إن حلول التدحرج البطء تمثل مستقيما، بدلا من منحني ذو انحناء غير معدوم ضمن المستوي. يمكن رؤية هذا بشكل بالنظر في

المعادلة :

$$\gamma + \beta x^3 + \alpha x = 0, \quad (56.3)$$

حيث α و β و γ عبارة عن وسائط حقيقية. تمثل المعادلة أعلاه ثلاثة حلول، اثنان منهما عقديان والثالث حقيقي و يعطى بالشكل:

$$x = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt{\beta^3(4\alpha^3 + 27\beta\gamma^2)} - 9\beta^2\gamma} \left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\beta} - \frac{2\sqrt[3]{3}\alpha}{(\sqrt{3}\sqrt{\beta^3(4\alpha^3 + 27\beta\gamma^2)} - 9\beta^2\gamma)^{2/3}} \right)}{6^{2/3}}. \quad (57.3)$$

كما يمكن أن نرى فإنه ليس بالإمكان أخذ النهاية $\beta \rightarrow 0$ إذ سيؤدي هذا إلى الحصول على المالا نهاية، و لكن يمكن أخذ هذه النهاية من أجل المعادلة الجبرية (56.3) والتي تؤدي إلى $\gamma + \alpha x = 0$. لنعد الآن إلى المعادلة الجبرية (52.3) و التي يعطي حلها :

$$\dot{\phi} \simeq \frac{6\alpha(\beta + 1)(\beta + 3)\gamma\kappa^2 V(\phi) - (81\Delta(\phi) + 9\sqrt{S(\phi)})^{2/3}}{3 \cdot 3^{5/6}(\beta + 1)\gamma\kappa\sqrt{V(\phi)}\sqrt[3]{81\Delta(\phi) + 9\sqrt{S(\phi)}}}, \quad (58.3)$$

الآن بتعويض المعادلة (49.3) في مرافق المعادلة (53.3) نحصل على :

$$\ddot{\phi} = \beta\kappa\sqrt{\frac{V(\phi)}{3}} \left(\frac{6\alpha(\beta + 1)(\beta + 3)\gamma\kappa^2 V(\phi) - (81\Delta(\phi) + 9\sqrt{S(\phi)})^{2/3}}{3 \cdot 3^{5/6}(\beta + 1)\gamma\kappa\sqrt{V(\phi)}\sqrt[3]{81\Delta(\phi) + 9\sqrt{S(\phi)}}} \right), \quad (59.3)$$

حيث كل من $S(\phi)$ و $\Delta(\phi)$ ضمن المعادلات (58.3) و (59.3) تعرفان بالعلاقات:

$$S(\phi) = (\beta + 1)^3 \gamma^3 \kappa^4 V(\phi)^2 \left(81(\beta + 1)\gamma V'(\phi)^2 + \frac{8}{3}\alpha^3(\beta + 3)^3 \kappa^2 V(\phi) \right), \quad (60.3)$$

$$\Delta(\phi) = (\beta + 1)^2 \gamma^2 \kappa^2 V(\phi) V'(\phi). \quad (61.3)$$

من المهم أيضا تعريف سرعة الأمواج والتي تمثل مميزا مهما لدى دراسة انتشار الاضطرابات لدى دراسة

المرصودات التجريبية و خصوصا نسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية:

$$c_A^2 = \frac{f_{,X}}{f_{,X} + 2Xf_{,XX}}, \quad (62.3)$$

تعطى الآن معاملات التدحرج البطيء بدلالة متغيرات النموذج و ذلك عند قطع الأفق من أجل قيم للحقل السلمي بعد القيام ببعض العمليات الحسابية المباشرة و ضمن المعادلات (47.3), (48.3), (53.3), (54.3) نحصل على:

$$\epsilon_1(\phi) = -\frac{3\left(\frac{\alpha}{4}\dot{\phi}^2 + \gamma\frac{\phi^4}{16}\right)\kappa^2}{V(\phi)}, \quad (63.3)$$

$$\epsilon_2(\phi) = \beta,$$

$$\epsilon_3(\phi) = 0,$$

$$\epsilon_4(\phi) = \frac{3\sqrt{3}\gamma\dot{\phi}\ddot{\phi}}{\kappa\sqrt{V(\phi)}(2\alpha + 3\gamma\dot{\phi}^2)},$$

حيث : $\dot{\phi}$ و $\ddot{\phi}$ عبارة عن توابع للحقل السلمي ϕ كما توضح المعادلات (58.3) و (59.3) . تبعا لهذا يعطى الدليل الطيفي بالعلاقة:

$$n_s = 1 + 2\frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4}{1 + \epsilon_1}, \quad (64.3)$$

في حين تعطى نسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية بالعلاقات:

$$r = 4\left(\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(3/2 + \epsilon_2)2^{\epsilon_2}}c_A^{3/2+\epsilon_2}\frac{\sqrt{3}\dot{\phi}\sqrt{(2\alpha + 3\gamma\dot{\phi}^2)}}{\sqrt{2V(\phi)}}\right)^2 \quad (65.3)$$

3.3 تطبيقات كونية للثقالة $F(R, \phi)$

نقدم في هذه الفقرة دراسة مرجعية مختصرة لتطبيقات مختلفة للثقالة المعدلة قيد الإعتبار و بتوابع متنوعة لـ $F(R, \phi)$ ¹.

نبتدأ هذه الفقرة بالحديث عن العمل [48] حيث قام المؤلفون بدراسة ظهور سلوك إرتدادي للكون Bouncing Behavior ، بمعنى إعتقاد النموذج الإرتدادي للكون بدلا عن الكون التضخمي. تمثلت هذه الحلول من خلال معادلة الحالة للكون والتي يمكن أن تمر خلال منحنى فانتومي من خلال divider phantom . قدم النموذج أيضا فضاءا للوسائط بإمكانه تحقيق اختبارين مستقلين بنجاح: الإنزياح نحو الأحمر الكوني drift redshift cosmological و كذلك إختبار النتائج المتعلقة بالمستعرات الفائقة من النوع Ia . تمت الدراسة باعتماد ثقالة معدلة بالشكل:

$$F(R, \phi) = \sum_{n=0}^{n=\infty} P_n(\phi) R^n \quad (66.3)$$

تمت دراسة النموذج ضمن حالتين من حيث إعتبار R حتى الدرجة الثانية ضمن الحالة الأولى و إعتبار النشر حتى الدرجة الثالثة لـ R ضمن الحالة الثانية بحيث:

$$P_0(\phi) = \exp \beta \phi, P_1(\phi) = \phi^\alpha, P_2(\phi) = \ln(\phi), P_3 = \sin(\phi) \quad (67.3)$$

قام الباحثون ضمن العمل [49] بدراسة النجوم المدمجة stars Compact ضمن الثقالة المعدلة قيد الدراسة. بشكل خاص فقد تم إختيار ثلاثة من النجوم المدمجة ممثلة بـ: SAX J1808-3658 و Her X1 و 40182030 بحيث تمت الدراسة ضمن ثقالة معدلة يأخذ فيها التابع $F(R, \phi)$ الشكل:

$$F(R, \phi) = \phi(R + \alpha R^2) \quad (68.3)$$

بدراسة كثافة الطاقة بدلالة المسافة القطرية لكل من هذه النجوم، تم الحصول على نتائج متسقة من حيث أن الكثافة تنتهي للصفر عند الإبتعاد عن المركز. من جهة أخرى و لدى دراسة الضغط القطري Radial pressure من أجل Her X1 فتم إيجاد تناقصه و لكن بسلوك يختلف عن SAX J1808-3658 و 40182030 . من الجيد أن نشير إلى وجود بعض الحرية في إختيار شكل هذه التوابع، ضمن ضوابط التطابق مع نتائج النظرية النسبية العامة

عند دراسة الحقول الضعيفة لتفسير الظواهر الكونية الفلكية مثلا

النتائج المثيرة للإهتمام للنموذج، أنه و لدى الابتعاد عن مركز النجم فإن الضغط يغدو سالبا و الذي يمكن أن يعطي أثرا مشابها للطاقة المظلمة من حيث توليد تمدد متسارع للكون. بمعنى آخر، يمكن لهذا النموذج أن يقدم بديلا عن الطاقة المظلمة.

قدم المؤلفون ضمن العمل [50] مقترحا مثيرا للإهتمام من حيث إمكانية تفسير منحنيات الدوران للمجرات بافتراض ثقالة معدلة من الشكل $F(R, \phi)$. بمعنى آخر قدم البحث إمكانية تفسير نتائج الرصد التجريبي للمجرات و التخلي عن فكرة المادة المظلمة. و عليه و بدلا من افتراض نماذج لمادة مظلمة غير محددة الهوية يتقترح النموذج إعادة النظر في النظرية النسبية العامة و تمديداتها.

قدم العمل [51] دراسة لإضطرابات الكثافة للخلفية الميكروية، حيث تم اشتقاق المعادلات الديناميكية من أجل الأنماط التتسورية و السلمية و ذلك من أجل ثقالة معدلة متغيرة حيث تأخذ الثقالة الشكل:

$$F(R, \phi) = R + \alpha \left(\frac{R}{\mu} \right)^\phi \quad (69.3)$$

تم استنتاج القيم العددية لكل من المرصودات n_s و r لهذا النموذج. أبدى النموذج تطابقا جيدا مع النتائج التجريبية و لكن من أجل مقاس طاقة أقل من مقاس طاقة التوحيد GUT حيث يأخذ مقاس الطاقة الرتبة 10^{14}Gev . على الرغم من نجاح النموذج بتحقيق القيود التجريبية إلا أنه لم يتمكن من تقديم تفسير فيزيائي لمقاس الطاقة المتحصل عليه.

تمت دراسة التمدد المتسارع الحالي للكون و إمكانية تفسير مثل هذا التسارع باعتماد ثقالة معدلة من الشكل $F(R, \phi, X)$ حيث $X = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$ عبارة عن الطاقة الحركية للحقل السلمي. يحتوي النموذج على طيف واسع من نماذج الطاقة المظلمة و نماذج الثقالة المعدلة. على كل حال فإنه تم إعتماد إعادة بناء التابع Reconstruction technique من خلال اعتماد طريقة إعادة البناء ، من حيث الانطلاق من اعتبارات ديناميكية للتمدد الحالي للكون والبحث عن التابع الذي يمكن أن يثق مثل ها السلوك.

تم تطبيق معادلات الحركة للثقالة المعدلة من أجل دراسة حلول الثقوب الدودية و ذلك بإعتبار حقل سلمي ذو طاقة حركية سالبة من النوع Phantom scalar field بكمون تفاعل ذاتي. بحل معادلات الحركة للحقل تم ايجاد حلول موافقة للثقوب الدودية دون الحاجة إلى تحديد شكل التابع $F(R)$ بشكل دقيق. تمثلت الخاصة الأساسية للنموذج بسبب أن وجود حقل الفانتوم يؤثر على الإنحناء السلمي و مقاس الحلق Throat للثقب الدودي و مع ازدياد شدة الحقل نحصل على ثقب دودي بنصف قطر أكبر للحلق و الذي بدوره ينقص الإنحناء في محيط الحلق vicinity of the throat .

أخيرا، تمت دراسة نظريات $f(R)$ بوجود المادة الإعتيادية و حقل سلمي يترابط لا أصغريا مع الثقالة بالشكل:

حيث $F(R, \phi) = f(R) + \frac{1}{2}\xi\phi^2 R$ تم اشتقاق حلول دقيقة للنقوب السوداء و دراسة الحلول الترموديناميكية لها. حيث تم حساب درجة الحرارة والأنتروبية الناجمتين عن الترابط الأصغري ما بين الحقل السلمي والانحناء السلمي. تم اعتماد شكل التابع

$$f(R) = R - 2\alpha\sqrt{R} \quad (70.3)$$

بحيث α حيث عبارة عن وسيط أبعاد إعادة أبعاد مقلوب الطول. بالإضافة للسابق فقد تم إعتقاد الثابت الكوني بحيث:

$$f(R) = R - 2\Lambda - 2\alpha\sqrt{R - 2\Lambda} \quad (71.3)$$

أدت الدراسة إلى نتائج متسقة نظريا.

الجزء الثاني

منهج البحث و إجراءاته

الفصل الرابع

الكمون الأسّي بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن ميكانيكية التضخم البارد

المقدمة:

نقوم في هذا الفصل بدراسة الكمون الأسّي¹ ضمن نماذج الثقالة المعدلة المعتمدة والتي تم التمهيد لها ضمن الفصل الثالث.

كانت بداية الالتفات إلى الكمونات الأسية مع العمل [131]. من الجدير بالذكر أنه و على خلاف النماذج المستوحاة من فيزياء الجسيمات الأولية، فإن النموذج التضخمي بكمون أسّي تم إستيعاؤه انطلاقاً من إعتبارات ديناميكية. ففي حين يأخذ التمدد الكوني ضمن النماذج التضخمية المعيارية تابعة أسية بالنسبة للزمن $a \propto \exp(t)$ ، تسائل الباحثون [131] عن طبيعة الكمون التي من الممكن أن تؤدي إلى تمدد ذي قوى بالشكل $a \propto t^m$ بحيث $m > 1$ وذلك بهدف تحقيق الحقبة التضخمية $\ddot{a} > 0$ ، ليجد الباحثون باستخدام المعادلة $a \propto t^m$ وسيط هبل بالشكل:

$$H = \frac{m}{t} \quad (1.4)$$

¹تم نشر نتائج هذا الفصل ضمن العمل

عندئذ و بالعودة إلى معادلات فريدمان ضمن تقريب التدرج البطيء حيث :

$$3H^2 = V \quad (2.4)$$

$$\dot{a} = -\frac{V}{3H} \quad (3.4)$$

يظهر الكمون بشكل تابعة أسية بالنسبة للحقل السلمي بالشكل:

$$V(\phi) = V_0 \exp -c\phi \quad (4.4)$$

على كل حال فإن الكمون الأسّي يعاني من مشكلة عدم تأمين مخرج من الحقبة التضخمية، إذ تأخذ معاملات التدرج البطيء قيما ثابتة بالشكل:

$$\varepsilon = \frac{1}{m} \quad (5.4)$$

$$\eta = \frac{1}{m} \quad (6.4)$$

حيث تتساوى قيم كل من ε و η في هذه الحالة، الأمر الذي يعني من أجل $\varepsilon, \eta < 1$ تضخما أبديا لا نهاية له و هو ما يتعارض مع الرصودات الحالية بشكل واضح بالإضافة إلى استحالة الوصول إلى البنية الحالية للكون في حال اعتبار التمدد المتسارع الحالي للكون هو استمرار للحقبة التضخمية (و إنما بمعدل أقل تسارعا) دون المرور بمرحلة التمدد المتباطئ للكون التي أعقبت الحقبة التضخمية، و هو ما يتعارض مع حقبة هيمنة المادة والإشعاع الضرورية لتفسير البنى الكونية الحالية.

تمت بعض المحاولات لحل مثل الإشكالية [132] . على كل حال، فإننا و في الفصل الأخير سنقدم مخرجا جيدا للتضخم الكوني بكمون أسّي بافتراض تصحيح اضطرابي.

1.4 تفسير فيزيائي للكمون الأسّي

كما أن ذكرنا في الفقرة السابقة فإن منشأ الكمون الأسّي هو ديناميكي بحت، دون وجود جذور أكثر أساسية ضمن نظرية الحقول الكمومية أو غيرها. في هذه الفقرة نقدم منشأ فيزيائياً طبيعياً للكمون الأسّي و الذي سنبين أنه ينجم عند اعتماد نموذج بكنشتاين لتغيرات ثابت القرن الشديد.

1.1.4 بكنشتاين و تغير ثابت القرن الشديد

قام الباحثون في العمل [133] بتعميم نموذج بكنشتاين ليشمل نظرية الكروموديناميك الكمومي و ذلك من خلال افتراض التغير الزمني لثابت القرن الشديد [134]. نقطة البداية هي لاغرانجي الـ QCD مع إضافة الحد L_ϵ المقابل لتغير ثابت القرن الشديد:

$$L_{QCD} = L_\epsilon + L_g + L_m$$

$$= L_\epsilon - \frac{1}{2} \text{Tr} (G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}) + \sum_f \bar{\psi}^{(f)} (i\gamma^\mu \partial_\mu - M_f + g_0 \epsilon(x) A_\mu \gamma^\mu) \psi^{(f)} \quad (7.4)$$

حيث:

$$G^{\mu\nu} = G_a^{\mu\nu} t^a$$

$$A^\mu = A_a^\mu t^a$$

$$[t^a, t^b] = if^{abc} t^c$$

M_f عبارة عن الكتلة الكواركية النكهة f (f-flavor quark mass).

بإتباع نموذج بكنشتاين تم تعريف حقل سلمي كلاسيكي عديم الأبعاد $\epsilon(x)$ بحيث أن: $g(x) = g_0 \epsilon(x)$ حيث g_0 عبارة عن ثابت.

بشكلٍ مشابهٍ لحالة النظرية الكهرومغناطيسية فقد تم تعريف اللاغرانجي المعبر عن تغيرات الوسيط ϵ بالعلاقة [134]:

$$L_\epsilon = -\frac{1}{2} \frac{\hbar c}{l^2} \frac{\epsilon_\mu \epsilon^\mu}{\epsilon^2} \quad (8.4)$$

من جهة أخرى و عند معالجة تنسور الحقل الغليوني $G_{\mu\nu}$ تم ايجاد كثافة طاقة ناجمة عنه بالشكل:

$$\rho_G = c \langle G^2 \rangle \epsilon^2 \quad (9.4)$$

حيث $\langle G^2 \rangle$ عبارة عن قيمة التوقع لكثافة طاقة الخلاء.

تبعاً لهذا و بافتراض هيمنة الطاقة الناجمة عن الحقل الغليوني بين كل من al at N.chamoun [135] أنّ الحقل ϵ يؤديّ خلال البرهة الأولى من عمر الكون دور حقل الإنفلاتون في النماذج التّضخّميّة التّقليديّة، بكمون من الشكل

$$V(\phi) = \frac{1}{4\epsilon^2} < \tilde{G}^2 >_T \quad (10.4)$$

و نظراً لأن حد الطاقة الحركية (8.4) غير قانوني فإنه بالامكان العودة إلى الشكل القانوني من خلال اجراء تحويل للحقل ϵ لحقل χ بالشكل

$$\frac{1}{2} \frac{\hbar c}{l^2} \frac{\epsilon_\mu \epsilon^\mu}{\epsilon^2} = \frac{1}{2} \chi_\mu \chi^\mu \quad (11.4)$$

وبالتالي:

$$\epsilon = e^{\ell \chi} \quad (12.4)$$

عندها يأخذ الكمون بدلالة الحقل السلمي الجديد χ الشكل الأسّي

$$V(\chi) = V_0 e^{-\beta \chi} \quad (13.4)$$

. حيث V_0 و β و c عبارة عن ثوابت مرتبطة بالنموذج سنتطرق إلى تفاصيلها لاحقاً.

2.4 نموذج تضخميّ مستوحى من تغيّر ثابت القرن الشّدِيد

نعالج في هذه الفقرة نموذجاً تضخيمياً مستوحى من تغيّر ثابت القرن الشّدِيد، و سنتبع التحليل النظامي للنموذج دون العودة إلى تحويلات الحقل التي تم افتراضها في الفقرة السابقة، بحيث تتم المعالجة وفقاً للطريقة

النظامية للاضطرابات الناجمة عن الفترة التضخمية. و للقيام بهذا سنعود إلى اللاغرانجي الأصلي المعروف لل QCD والذي سنكتبه الآن بالشكل:

$$L = -\frac{1}{4}G_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a + (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) - \frac{1}{2l^2}\frac{\epsilon_{,\mu}\epsilon^{,\mu}}{\epsilon^2} \quad (14.4)$$

بداية سنعرف تحويلات لتسهيل الحسابات و ذلك من خلال إعادة تعريف الكُمون المعياري و تتسور الحقل بالشكل:

$$\tilde{A}^{a\mu} = gA^{a\mu} \quad (15.4)$$

$$\tilde{G}^{a\mu\nu} = gG^{a\mu\nu} \quad (16.4)$$

حيث :

$$\tilde{G}^{\mu\nu} \equiv \tilde{G}^{a\mu\nu}t^a, \tilde{A}^\mu \equiv \tilde{A}^{a\mu}t^a \quad (17.4)$$

لنجد بأن الاعتماد الصريح على ثابت الترابط g يختفي في تعريف الحقل الغليوني الجديد. حيث يعطى بالعلاقة:

$$\tilde{G}^{\mu\nu} = \partial\tilde{A}^\nu - \partial\tilde{A}^\mu - i[\tilde{A}^\mu, \tilde{A}^\nu] \quad (18.4)$$

و يكتب اللاغرانجي في هذه الحالة بالشكل:

$$L = -\frac{1}{4\epsilon^2}\tilde{G}_a^{\mu\nu}\tilde{G}_{\mu\nu}^a + (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) - \frac{1}{2l^2}\frac{\epsilon_{,\mu}\epsilon^{,\mu}}{\epsilon^2} \quad (19.4)$$

بحيث أن الاشتقاق الصامد في هذه الحالة:

$$D_\mu = \partial - i\tilde{A}_\mu \quad (20.4)$$

و بالتالي يظهر الاعتماد الصريح على الوسيط ϵ بالإضافة لحد الطاقة الحركية الاخير في الحد الحركي المعياري الأول من خلال التقسيم على ϵ^2 .

تبقى معادلات الحركة ذاتها عند اجراء تغيرات بالنسبة لـ $[\phi, A_\mu, \epsilon]$ و هي تكافئ للتغيرات بالنسبة لـ $[\phi, \tilde{A}_\mu, \epsilon]$ سنهمل مساهمة المادة الفيرميونية خلال فترة التضخم، بينما ينبغي علينا أخذ المساهمة الحرارية الوسطية $\langle \tilde{G}^2 \rangle_T$ التي تدعى بالكثافة الغليونية الحرارية thermal gloun condensate وذلك من أجل مربع شدة الحقل الغليوني، حيث نفترض هيمنة القسم المعياري من نظرية الكروموديناميك خلال فترة التضخم. يعطى اللاگرانجي ضمن هذا الاعتبار بالعلاقة:

$$L = +\frac{1}{2l^2} \frac{\epsilon_{,\mu} \epsilon^{,\mu}}{\epsilon^2} - \frac{1}{4\epsilon^2} \langle \tilde{G}^2 \rangle_T \quad (21.4)$$

سنفترض أن قيمة $\langle \tilde{G}^2 \rangle_T$ ثابتة تقريبا خلال فترة التضخم.

3.4 تحليل النموذج

نقطة البداية ضمن هذه الفقرة هي الفعل رباعي الأبعاد

$$S = S_{EH} + S_\phi \quad (22.4)$$

حيث S_ϕ عبارة عن فعل يمثل التغير الزمني لثابت القرن الشديد و يعطى بالعلاقة [136]:

$$S_\phi \equiv \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ -\frac{1}{2} f(\phi) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right\} \quad (23.4)$$

حيث: $f(\phi) = \frac{1}{\ell^2 \phi^2}$ و $V(\phi) = \frac{V_0}{\phi^2}$. بحيث ℓ عبارة عن ثابت الطول لبكنشتاين. أخيرا فإن $g(x) = g_0 \phi(x)$ يمثل شدة حقل الغليونات عند درجة حرارة التضخم الكوني، بينما S_{EH} يمثل فعل هليبرت-آينشتاين الاعتيادي بوحدة كتلة بلانك.

$$S_{EH} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{R}{2} \right\} \quad (24.4)$$

حيث R عبارة عن سلمية ريتشي.

من المهم أن نشير هاهنا إلى أن الكمون $V_0 = \frac{\langle G^2 \rangle_T}{4}$ لم يتم ادخاله بشكل افتراضي و إنما انبثق من نظرية فيزيائية أكثر أساسية تتمثل بتغيرات ثابت القرن الشديد. سنعمد هاهنا إلى دراسة النموذج التضخمي قيد الدراسة باستخدام الطريقة النظامية من حيث الانطلاق من المعادلة الأساسية للحقل بدلا من طريقة الكمونات [137].

معادلات الخلفية ووسائط التدحرج البطيء

بتغيير الفعل (3.4) بالنسبة لمترية روبرتسون-وولكر-فريدمان $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, a^2(t), a^2(t), a^2(t))$ ، نحصل على معادلات آينشتاين ممثلة بالعلاقات:

$$G_{\mu\nu} = \mathcal{L}_\phi g_{\mu\nu} + f(\phi) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \quad (25.4)$$

حيث $G_{\mu\nu}$ عبارة عن تنسور آينشتاين.

بافتراض أن الكون متجانس و متناحي باعتبار $\phi = \phi(t)$ نجد معادلات فريدمان المعدلة باعتبار المركبات (00) و المركبات (11) لمعادلة آينشتاين (25.4) بالشكل:

$$3H^2 - \frac{1}{2}f(\phi)\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0 \quad (26.4)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 + \frac{1}{2}f(\phi)\dot{\phi}^2 - V(\phi) = 0 \quad (27.4)$$

بينما تعطى معادلة الحركة للحقل ϕ بالشكل:

$$f(\phi)\ddot{\phi} + 3Hf(\phi)\dot{\phi} + \frac{1}{2}f_{,\phi}\dot{\phi}^2 + V_{,\phi} = 0 \quad (28.4)$$

حيث: $V(f)_{,\phi} = \frac{dV(f)}{d\phi}$

أنطلاقاً من المعادلة (26.4) بإمكاننا اشتقاق وسائط التدحرج البطيء والتي تأخذ الشكل:

$$\varepsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{\frac{1}{2}f(\phi)\dot{\phi}^2}{H^2}, \quad \delta \equiv \frac{d \ln \varepsilon}{dN} = \frac{d \ln \varepsilon}{H dt} = \frac{\dot{\varepsilon}}{H\varepsilon} = \frac{f_{,\phi}\dot{\phi}}{Hf} + \frac{2\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} - \frac{2\dot{H}}{H^2} \quad (29.4)$$

حيث يتغير ثابت هابل ببطء، بحيث يتحقق الشرط $\varepsilon \ll 1$ ضمن زمن كاف لإنتاج عدد تضخمات أسية ضمن المجال $N \sim 40 - 60$ و ذلك بهدف مشكلة الأفق و مشكلة الاستواء للانفجار العظيم. باستخدام وسائط التدحرج البطيء يمكن تبسيط معادلات الحركة بالشكل:

$$H^2 \approx \frac{V(\phi)}{3} \quad (30.4)$$

$$3Hf(\phi)\dot{\phi} \approx -V_{,\phi} \quad (31.4)$$

$$N \equiv \int_{a_i}^{a_f} d \ln a = \frac{1}{2\ell^2} \ln \phi|_{\phi_i}^{\phi_f} \quad , \quad \varepsilon \approx 2\ell^2, \delta \approx 0 \quad (32.4)$$

1.3.4 معادلات الإضطراب

تعطى المترية المضطربة للكون بالعلاقة العامة:

$$ds^2 = -(1 + \lambda)dt^2 + 2B_i dx^i dt + a^2[(1 - 2\psi)\delta_{ij} + E_{ij}]dx^i dx^j \quad (33.4)$$

حيث: $B_i \equiv \partial_i \beta - S_i$ مع $\partial^i S_i = 0$ و $h_{ij} \equiv 2\partial_i \partial_j E + 2\partial_{(i} F_{j)} + h_{ij}$ مع $\partial^i F_i = 0$ و $h^i_i = 0$.

الإضطرابات السلمية:

لنعتبر بداية الاضطرابات السلمية للمترية حول خلفية FRW ، عندئذ فإن العلاقة (33.4) تأخذ الشكل:

$$ds^2 = -(1 + \lambda)dt^2 + a^2(1 - 2\psi)dx_i dx^i + 2\partial_i \beta dx^i dt + 2a^2 \partial_i \partial_j E dx^i dx^j \quad (34.4)$$

من الإعتيادي و بهدف تسهيل المعالجة التحليلية اعتماد شكل [138] Arnowitt-Desser-Misner (ADM) لخط العالم بالشكل:

$$ds^2 = -(N^2 - \gamma^{ij} N_i N_j)dt^2 + 2N_i dx^i dt + \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad (35.4)$$

حيث γ_{ij} عبارة عن المترية على سطح فوقى ثابت constant- γ hypersurface ، N عبارة عن شعاع lapse و N_i عبارة عن شعاع shift .

سنثبت المعيار وفقاً لمعيار الحقل المنتظم والذي يقود إلى:

$$\gamma_{ij} = a^2(t) \exp(2\mathfrak{R})\delta_{ij}, \quad (36.4)$$

حيث $\mathfrak{R}$ عبارة عن اضطراب الانحناء .

من أجل الاضطرابات الخطية يمكن أن نجد:

$$ds^2 = -(1 + 2\Phi)dt^2 + 2\partial_i \tilde{B} dt dx^i + a^2(t)(1 + 2\mathfrak{R})dx^i dx_i \quad (37.4)$$

حيث أنه و عند هذا المجال يتحقق لدينا: $\lambda = 2\Phi, \psi = -\mathfrak{R}, \beta = \tilde{B}$.

الآن، و من خلال نشر الفعل من الدرجة الثانية بالنسبة لمتغيرات الاضطراب، يمكن أن نجد:

$$\begin{aligned} \delta S = \int dt d^3x \left[-3a^3 \dot{\mathfrak{R}}^2 + 2a \mathfrak{R} \partial^2 \tilde{B} - 2aH\Phi \partial^2 \tilde{B} - 2a\Phi \partial^2 \mathfrak{R} \right. \\ \left. + 6a^3 H\Phi \dot{\mathfrak{R}} - 3a^3 H^2 \Phi^2 + \frac{a^3 f(\phi) \dot{\phi}^2}{2} \Phi^2 + a \partial_i \mathfrak{R} \partial_i \mathfrak{R} \right], \end{aligned} \quad (38.4)$$

إن مثل هذا يسمح لنا بأشتقاق معادلات الفعل بالنسبة للحقل Φ والمتغير الاضطرابي $\tilde{B}$ و ذلك من خلال أخذ معادلات الحركة لكل من هذين المتغيرين :

$$\Phi = \frac{1}{H} \dot{\mathfrak{R}} \quad , \quad \partial^2 \tilde{B} = \frac{a^2}{2H^2} f(\phi) \dot{\phi}^2 \dot{\mathfrak{R}} - \frac{1}{H} \partial^2 \mathfrak{R}, \quad (39.4)$$

الآن و باعادة التعويض في المعادلة (38.4) يمكن الحصول على معادلة الحركة لـ $\mathfrak{R}$ بالشكل:

$$\frac{d}{dt}(a^3 \varepsilon \dot{\mathfrak{R}}) - a \varepsilon \partial^2 \mathfrak{R} = 0 \quad (40.4)$$

حيث: $\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$ عبارة عن وسيط التدحرج البطيء .

لنعرف الآن الحقل $\mathfrak{R}$ بدلالة متغيرات موخانوف Mukhanov variables بهدف الحصول على فعل قانوني، بحيث يمكننا أن نضع $\nu = Z\mathfrak{R}$ حيث $Z = a\sqrt{2\varepsilon}$. من خلال التكامل بالتجزئة، نصل إلى فعل موخانوف ساساكي Mukhanov-Sasaki action [139] والذي يصف حقلا سلميا قانونيا مستنظما بكتلة تابعة للزمن $\frac{Z''}{Z}$ حيث تشير الفتحة إلى المشتق بالنسبة للزمن الكونفورمي $dt = ad\eta$. تبعا لهذا يمكننا ايجاد معادلة الحركة للمتغير ν ضمن فضاء الاندفاع بالشكل:

$$\nu_k'' + (k^2 - \frac{Z''}{Z})\nu_k = 0 \quad (41.4)$$

تختزل العبارة $\frac{Z'''}{Z}$ ضمن نهاية فضاء شبه ديستر limit quasi-de-Sitter حيث ε تتغير ببطء، إلى الشكل: $\frac{2}{\eta^2}$. من خلال تقييد حلول المعادلة (41.4) بتلك الموافقة للتواتر الموجب، والذي يوافق لفضاء standard Bunch-Davis vacuum [140] المعياري ضمن مقياس هبل، يمكن إيجاد حلول معادلة النمط (41.4) بالشكل:

$$\nu_k = \frac{\exp(-ik\eta)}{\sqrt{2k}} \left(1 - \frac{i}{k\eta}\right) \quad (42.4)$$

لنقم الآن بتكميم الاضطرابات السلمية الكونية من خلال صورة هايزنبرغ، حيث الحقل ν و كمونه المرافق π يمثلان من خلال المؤثرات $\hat{\nu}$ و $\hat{\pi}$ بالترافق مع علاقات التبادل الزمني. يمثل الآن كل نمط من أنماط فورييه من خلال مؤثرات الرفع والخفض بالشكل:

$$\hat{\nu}_k = \nu_k(\eta)\hat{a}_k + \nu_k^*\hat{a}_{-k}^\dagger, \hat{\nu}(\eta, x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} [\nu_k(\eta)\hat{a}_k + \nu_k^*\hat{a}_{-k}^\dagger] \exp(ikx) \quad (43.4)$$

حيث علاقات التبادل تعطى من خلال:

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(k - k') \quad , \quad [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}] = [\hat{a}_k^\dagger, \hat{a}_{k'}^\dagger] = 0 \quad (44.4)$$

يعطى تابع الترابط two-point correlation function بعد قطع أفق الحدث لهابل بشكل قيمة التوقع

$$\text{للخلاء: } \langle 0 | \nu_k(\eta) \nu_{k'}(\eta) | 0 \rangle < 0 \text{ عند } \eta = \eta_i \equiv \eta(t_i) = -\frac{1}{Ha_i} \text{ يعرف طيف الطاقة بالشكل:}$$

$$\langle 0 | \hat{\nu}_k(\eta_i) \hat{\nu}_{k'}(\eta_i) | 0 \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \Delta_\nu^2(k) (2\pi)^3 \delta^3(k + k') \quad (45.4)$$

باستخدام حول المعادلة (42.4) يمكن الحصول عند مقاسات تتجاوز الأفق superhorizon scales بحيث:

$$\left(\frac{1}{k}\right) \gg \frac{1}{aH} \text{ مع } \eta \sim \frac{-1}{Ha} \text{ و بالتالي: } |k\eta| = \frac{k}{aH} \ll 1 \text{ على:}$$

$$\Delta_\nu^2(k) = \frac{1}{4\pi^2 \eta^2} \approx \frac{H^2 a^2}{4\pi^2}, \quad (46.4)$$

و عليه فإن طيف الطاقة لـ $\mathcal{R}$ عند قطع الأفق $k = aH$ يعطى بالعلاقة:

$$\Delta_{\mathcal{R}}^2(k) = \Delta_{\nu}^2(k)/Z^2 = \frac{H^2}{8\pi^2\varepsilon}. \quad (47.4)$$

باستخدام $(d \ln k = d \ln(aH) \sim H dt)$ و $(d \ln \Delta_{\mathcal{R}}^2 = 2dH/H - d\varepsilon/\varepsilon)$ ، يمكن استنتاج الدليل الطيفي لـ $\mathcal{R}$ بالعلاقة:

$$n_s - 1 = \frac{d \ln \Delta_{\mathcal{R}}^2}{d \ln k} \Big|_{k=aH} = \frac{2\dot{H}}{H^2} - \frac{\dot{\varepsilon}}{H\varepsilon} = -2\varepsilon - \delta \approx -4\ell^2. \quad (48.4)$$

الإضطرابات التنسورية

بشكل مشابه لحالة التأرجحات السلمية، تنشأ التأرجحات التنسورية عند تجمد التذبذبات الكمومية عند قطع أفق الحدث.

باعتداد خلفية FRW المستوية بعد إضافة الإضطرابات التنسورية ممثلة بالكمية h ، نحصل على المترية التالية:

$$ds^2 = [-dt^2 + a^2(t)(\delta_{ij} + 2h_{ij})dx^i dx^j] \quad (49.4)$$

حيث $g^{ij}h_{ij} = h_i^i = 0$.

بنشر فعل هيلبرت-آينشتاين نحصل على فعل من الدرجة الثانية بالنسبة لأنماط التأرجحات التنسورية بالشكل:

$$S_T = \int dt d^3x \frac{a}{4} [a^2 \dot{h}_{ij}^2 - (\partial_k h_{ij})^2] \quad (50.4)$$

بتطبيق شروط التناظر و انعدام الأثر Tracless على وسيط الإضطرابات h_{ij} تختزل جميع أشكال الإضطرابات الوهمية و نحصل على درجتى حرية e_+ و $e_{\times}$ ترتبطان بالإستقطاب التنسوري واللذان تمثلان الإضطرابات الفيزيائية.

سنعرف نشر فورييه بالشكل [141]:

$$h_{ij} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Sigma_{s=+,\times} \phi_{ij}^s(k) h_k^s(\eta) \exp ikx \quad (51.4)$$

$$\phi_{ij}^s \phi_{ij}^{s'} = 2\delta_{ss'} \text{ و } k^i \phi_{ij} = \phi_{ii} = 0 \text{ حيث}$$

سنعرف أيضا المتحول $\mu_k^s = Z_T h; Z_T = a/\sqrt{2}$ بهدف الحصول على فعل قانوني بالشكل:

$$S = \sum_{s=+, \times} \frac{1}{2} \int d^3 k d\eta [(\mu_k^{s'})^2 - (k^2 - \frac{Z''}{Z})(\mu_k^s)^2] \quad (52.4)$$

تعطى معادلة النمط للاضطرابات التنسورية بالشكل:

$$\mu_k^{s''} + (k^2 - \frac{Z''}{Z})\mu_k^s = 0 \quad (53.4)$$

يتم تكميم النمط μ_k بشكل مشابه لتكميم أنمط الاضطرابات السلمية و يعطى طيف القوى عند قطع الأفق و حدوث تجمد التذبذبات الكمومية بالعلاقة:

$$\Delta_h^2(k) = \frac{2H^2}{\pi^2}. \quad (54.4)$$

سنعرف الدليل الطيفي للاضطرابات التنسورية n_T بالعلاقة:

$$n_T \equiv \frac{d \ln \Delta_h^2}{d \ln k} \approx -2\varepsilon = -4\ell^2 \quad (55.4)$$

النسبة r بدلالة الدليل الطيفي n_s :

يتم تخمين و تقدير كل من الدليل الطيفي n_s و النسبة r خلال أزمنة معتبرة قبل نهاية التضخم الكوني بحيث $\varepsilon \ll 1$ عندما يكون كل $\Delta_h^2(k)$ و $\Delta_{\mathcal{R}}^2(k)$ ثابت تقريباً. تبعاً لهذا تعطى المرصودات n_S و r بالعلاقات :

$$r \equiv \frac{\Delta_h^2(k)}{\Delta_{\mathcal{R}}^2(k)} = 16\varepsilon = 32\ell^2 \quad (56.4)$$

بالتالي، من المعادلة (48.4) و (56.4) يمكن استنتاج العلاقات بشكل مباشر بالشكل:

$$r = 8(1 - n_s) \quad (57.4)$$

في الحقيقة فإن العبارة السابقة تطابق لحالة الكمون الأسّي ، و هو ما حصلنا عليه من خلال تمثيل الفعل (4.23) بدلالة الحقل χ والذي يمتلك حدا حركيا قانونيا حيث:

$$\chi = \frac{\ln(\phi)}{\ell} \Rightarrow V(\chi) \propto e^{-2\ell\chi}. \quad (58.4)$$

الآن و بتطبيق العلاقات المعروفة بدلالة الكمون من أجل وسائط التدحرج البطيء:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad \delta = 2 \left[\left(\frac{V'}{V} \right)^2 - \frac{V''}{V} \right], \quad (59.4)$$

نحصل تماما على النتائج ذاتها المتحصل عليها من خلال الطريقة النظامية. قمنا برسم نتائج النموذج في الشكل (1.4) و ذلك من أجل $\ell \in [0.1, 0.2]$. يمكننا أن نرى بوضوح بأن النموذج التضخمي لا يمكن أن يتقاطع مع البيانات و الروصديات الاخيرة من أجل أطوال أكبر من طول بلانك.

4.4 النموذج التضخمي بترابط لا أصغري مع الثقالة:

بهدف البحث عن تسحيينات للنموذج بعد فشله بتحقيق تقاطعات مع النتائج الرصدية فإننا سنقوم في هذه الفقرة بتفحص النموذج بوجود ترابط لا أصغري مع الثقالة من خلال الفعل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{R}{2} - \frac{1}{2} f(\phi) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) - \frac{1}{2} \xi R \phi^2 \right\} \quad (60.4)$$

حيث ξ عبارة عن ثابت ترابط يعبر عن الترابط ما بين الثقالة ممثلة بـ R والحقل السلمي ϕ ممثلا لتغيرات ثابت الترابط الشديد. ستنم الدراسة باعتبار صياغتين للثقالة، الصياغة المترية والصياغة البالاتينية. من الجدير بالتأكيد إلى انه وعلى خلاف من حالة الترابط الأصغري مع الثقالة فإن كلا الصياغتين تختلفان و تؤديان إلى نتائج مختلفة عند دراسة النماذج التضخمية بترابطات مباشرة ما بين الحقل التضخمي و الإنحناء الثقالي، و هو ما ستؤكد هذه الدراسة باعتبار النموذج قيد الاعتبار.

تعطى معادلات الحقل لأينشايين بالعلاقات:

الصياغة المترية:

$$G_{\mu\nu}(1 - \xi\phi^2) = g_{\mu\nu} \left\{ \left(-\frac{1}{2} f + 2\xi \right) (\partial\phi)^2 - V \right\} + (f - 2\xi) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2\xi \phi (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) \phi \quad (61.4)$$

صياغة باللاتيني:

$$G_{\mu\nu}(1 - \xi\phi^2) = g_{\mu\nu} \left\{ -\frac{1}{2}f(\partial\phi)^2 - V \right\} + f\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi \quad (62.4)$$

حيث مجددا $G_{\mu\nu}$ عبارة عن تنسور آينشتاين و $\square\phi \equiv g^{\rho\sigma}\nabla_\rho\nabla_\sigma\phi$ مع $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda\partial_\lambda\phi$ حيث $\nabla_\mu\nabla_\nu\phi = \partial_\mu\partial_\nu\phi - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda\partial_\lambda\phi$ تشير إلى رموز كريستوفل.

بافتراض كون متجانس و متناحي من خلال $\phi = \phi(t)$ لدينا:

$$\square\phi = -\ddot{\phi} - 3H\dot{\phi} \quad (63.4)$$

مجددا يمكن إيجاد معادلات فريدمان المعممة من خلال إعتبار المركبات 00 و 11 للمعادلات (61.4) و (4.4) بحيث نحصل على :

الصياغة المترية:

$$3(1 - \xi\phi^2)H^2 = \frac{1}{2}f\dot{\phi}^2 + V + 6\xi H\phi\dot{\phi} \quad , \quad (1 - \xi\phi^2)\dot{H} + \frac{1}{4}f\dot{\phi}^2 = \xi(\dot{\phi}^2 - H\phi\dot{\phi} + \phi\ddot{\phi}) \quad (64.4)$$

الصياغة البالاتينية:

$$3(1 - \xi\phi^2)H^2 = \frac{1}{2}f\dot{\phi}^2 + V \quad , \quad (1 - \xi\phi^2)\dot{H} + \frac{1}{4}f\dot{\phi}^2 = 0 \quad (65.4)$$

بالإضافة إلى السابق، فإن الصلات Γ تحدد ديناميكا ضمن صياغة باللاتيني. على كل حال فإنه و ضمن الجاذبية الصافية Pure gravity تأخذ Γ شكل صلة ليفي-سيفيتا Levi-Civita connection [142]. تتجم الفروقات بين الصياغة المترية والبالاتينية من الجزء المادي للفعل الواصف للنموذج و تنعكس على معادلات الحركة لكل من الخلفية والاضطرابات الكونية.

بالنسبة لمعادلات الحركة للحقل السلمي ϕ فإنها تأخذ الشكل ذاته ضمن كلا الصياغتين:

$$f(\phi)\ddot{\phi} + 3Hf(\phi)\dot{\phi} + \frac{1}{2}f_{,\phi}\dot{\phi}^2 + V_{,\phi} + \xi R\phi = 0. \quad (66.4)$$

بإمكاننا اتباع الاجراءات ذاتها للطريقة النظامية (3.4) بهدف ايجاد الكميات القابلة للرصد. أما بالنسبة للعلاقات المرتبطة بالكُمون فإنه من غير الممكن استخدامها مباشرة نظرا إلى وجود حدود إضافية تمثل الترابط مع الثقالة $\xi R\phi^2$.

على كل حال، فإن من الممكن العودة إلى الشكل المعياري لمعادلات الحركة من خلال الانتقال من جملة جوردان إلى جملة آينشتاين التي يظهر فيها الحقل بترابط أصغري مجددا و إنما بكُمون معدل فعال. بالنسبة للاختلافات ما بين الصياغة المترية و الصياغة البالاتينية ضمن الطريقة المعتمدة على الكمونات تنجم من الاختلافات في تعريف الحقل السلمي معاد المقاس و ليس بسبب الاختلاف في شكل الكُمون إذ يظهر الكُمون ذاته من أجل كلتا الصياغتين.

لتوضيح هذا، لنبدأ من جملة جوردان:

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1 - \xi\phi^2}{2} R - \frac{1}{2} f(\partial\phi)^2 - V \right] \quad (67.4)$$

يعطى تحويل التنسور المتري كونفورميا بالشكل:

$$g_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu} \quad : \quad \Omega^2 = 1 - \xi\phi^2, \quad (68.4)$$

باتباع التحويل الكونفورمي أعلاه نحصل على الفعل ممثلا ضمن جملة آينشتاين. مجددا فإن تغيير المترية تؤدي إلى فروقات ما بين الصياغتين المترية والبالاتينية و ذلك بسبب أن سلمية ريتشي R تتغير بشكل مختلف الآن ما بين كلا الصياغتين و هذا ما يجب الانتباه له جيدا على ضوء أن كلاهما توصفان بذات الفعل ضمن جملة آينشتاين [143]:

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\tilde{R}}{2} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - U(\chi) \right] \quad (69.4)$$

يعطى الكُمون الفعال ضمن كلا الصياغتين بالشكل:

$$U(\chi) = \frac{V(\phi)}{\Omega^2} = \frac{V(\phi)}{1 - \xi\phi^2} \quad (70.4)$$

إلا أن الحقل السلمي المعاد المقاس χ يختلف بين كلا الصياغتين بشكل جوهري بالشكل:

الصياغة المترية:

$$Z^{-1} \equiv \left(\frac{\partial \chi}{\partial \phi} \right)^2 = \frac{\Omega^2 + 6\xi \ell^2 \phi^4}{\ell^2 \phi^2 \Omega^4} \quad (71.4)$$

صياغة باللاتيني:

$$Z^{-1} \equiv \frac{1}{\ell^2 \phi^2 \Omega^2} \quad (72.4)$$

يظهر الآن الحقل χ مترابطاً أصغرياً مع سلمية رتيشي المحولة $\tilde{R}$ و يظهر فعل الانفلاتون بترابط أصغري مع الثقالة و حد حركي قانوني، و عليه يمكن تطبيق العلاقات (59.4) :

$$n_s = 1 - 6\varepsilon + 2\eta, \quad r = 16\varepsilon, \quad (73.4)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[\frac{dU}{d\chi} \right]^2, \quad \eta = \frac{\frac{d^2 U}{d\chi^2}}{U} = 2\varepsilon - \frac{\delta}{2} \quad (74.4)$$

لنلاحظ هاهنا أنه على خلاف من الصياغة المترية (4.4) يمكن اجراء التكامل العكسي (4.4) ضمن الصياغة الباللاتينية والحصول على

$$\chi^{\text{Pal}} = -\frac{\tanh^{-1} \sqrt{1 - \xi \phi^2}}{\ell} \Rightarrow U^{\text{Pal}}(\chi) = V_0 \xi \coth^4(\ell \chi) \quad (75.4)$$

بالتالي فإنه و ضمن الصياغة الباللاتينية، يمكن رسم الكُمون القانوني و اختبار ما اذا كان مستويًا أم لا. بشكل عام يمكن التعبير عن وسائط التدحرج البطيء ε و η بدلالة الحقل الأصلي بالشكل:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[\frac{dV}{d\phi} + V \frac{4\xi \phi}{1 - \xi \phi^2} \right]^2 \frac{Z}{V^2} \quad (76.4)$$

تعطي كلا من الطريقتين النظامية والطريقة المعتمدة على الكمونات العلاقات التالية بدلالة المتغير $y = \xi \phi^2$ بالشكل:

الصياغة المترية:

$$n_s = \frac{(1-y)^2 + 12\ell^4 y^2 (2 + 8y - 15y^2) + 4\ell^2 (-1 + 12y - 20y^2 + 9y^3)}{(1-y + 6\ell^2 y^2)^2} \quad (77.4)$$

$$r = \frac{32\ell^2 (1-3y)^2}{1-y + 6\ell^2 y^2} \quad (78.4)$$

الصياغة البالاتينية:

$$n_s = \frac{1-y - 4\ell^2 (1-11y + 12y^2)}{1-y} \quad (79.4)$$

$$r = \frac{32\ell^2 (1-3y)^2}{1-y} \quad (80.4)$$

لنتذكر هاهنا أن ϕ تشير إلى الحقل عند قطع الأفق. في الحقيقة بالإمكان إستنتاج علاقة مباشرة ما بين المرصودات n_s و r و تبيان أن النموذج لا يمكن أن يتقاطع مع النتائج التجريبية مباشرة. من أجل نشر ℓ حول L ، حيث L عبارة عن قيمة قريبة إلى ℓ و ذلك بهدف إهمال الحدود من رتب $O(\ell - L)$ ، نحصل على :

الصياغة المترية:

$$1 - n_s = \frac{4L^2 (1 - 12y + 23y^2 - 6L^2 y^2 - 12y^3 - 24L^2 y^3 + 54L^2 y^4)}{(1-y + 6y^2 L^2)^2} + O(\ell - L) \quad (81.4)$$

$$r = \frac{32L^2 (1-3y)^2}{1-y + 6L^2 y^2} + O(\ell - L) \quad (82.4)$$

الصياغة البالاتينية:

$$1 - n_s = \frac{4L^2 (1 - 11y + 12y^2)}{1-y} + O(\ell - L) \quad (83.4)$$

$$r = \frac{32L^2(1-3y)^2}{1-y} + O(\ell - L) \quad (84.4)$$

يمكننا أن نلاحظ بشكل مباشر أن L ليس صغيرة كفاية، لذا فإننا بحاجة لأن تكون $y \sim 1/3$ كي نتمكن من تحقيق r قريبة من القيم التجريبية. إلا أن مثل هذا يؤدي إلى $(-8L^2)(\times \frac{1}{(1+L^2)}) < 0$ إلى $1 - n_s \sim (-8L^2)(\times \frac{1}{(1+L^2)}) < 0$ صياغة باللاتيني (المترية) و هو ما يجعل النموذج مستبعد تجريبيا. وبالتالي فإننا بحاجة إلى مقاسات طول صغيرة $\ell \ll 1$.

على الرغم من أن تفسير مثل هذه الأطوال صعب المنال ضمن نظرية الحقل الكمومية، فإن السؤال ما إذا كانت L_{pl} هي الطول الأصغر المقبول فيزيائيا يظهر في بعض النظريات الفيزيائية والتي تشير إلى إمكانية وجود أطوال أصغر من طول بلانك، و خصوصا عند دراسة الثقوب السوداء، و يمكن أيضا للمرء أن يجادل حول مثل الأطوال ضمن نظرية الأوتار الفائقة والثقالة الكمومية الحلقية.

على كل حال فإن اعتبار أطوال ℓ صغيرة يضع شروطا على السرعة الابتدائية للحقل السلمي $\dot{\phi}$ انظر المعادلة (29.4) والتي تفرض وجود تنعيم فائق fine tuning للحفاظ على $\varepsilon = \frac{\dot{\phi}^2}{\ell^2 \phi^2 H^2}$ صغيرة. يمكن تطبيق ذات المناقشة على المعادلة (39.4) والتي تفرض أن يكون التركيب $f\dot{\phi}^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{\ell^2 \phi^2}$ صغيرا. من جهة أخرى، حتى و عند التخلي عن شرط بكنشتاين من حيث عدم إحتواء النموذج على مقاسات طول أصغر من طول بلانك، فإن النموذج ما يزال غير متاح تجريبيا. فمن أجل $\ell \ll 1$ نحصل على :

$$\frac{r}{1-n_s} = \frac{8(1-3y)^2}{1-11y+12y^2} \text{ ``Palatini'' } (+O(\ell^2) \text{ ``Metric''}) \quad (85.4)$$

و تأخذ النسبة r من أجل النهاية $\ell \ll 1$ و $|y| \gg 1$ العلاقة:

$$r = 6(1-n_s) + O(\ell^2, \frac{1}{y}) \quad (86.4)$$

بإمكاننا أن نرى مباشرة أن المنحنيات المعبرة عن النتائج النظرية للنموذج مرفوضة تجريبيا، حيث يظهر المستقيم المعبر عن العلاقة بين n_s و r بميل (-8) ضمن جملة آينشتاين و بميل (-6) ضمن صياغة باللاتيني و كلاهما لا يمكن أن يتقاطع مع النتائج التجريبية كما يوضح الشكل: (9.9) إن التقاطع مع البيانات التجريبية يتطلب ميلا بالشكل: $r/(a-n_s) < 4$. يوضح الشكل 9.9 الناجم عن مسح الوسائط ضمن المجالات:

الصياغة البالاتينية:

$$\ell \in [0.01, 0.1], \phi \in [0.1, 1.0], \xi \in [-10.5, -9.5]; \quad (87.4)$$

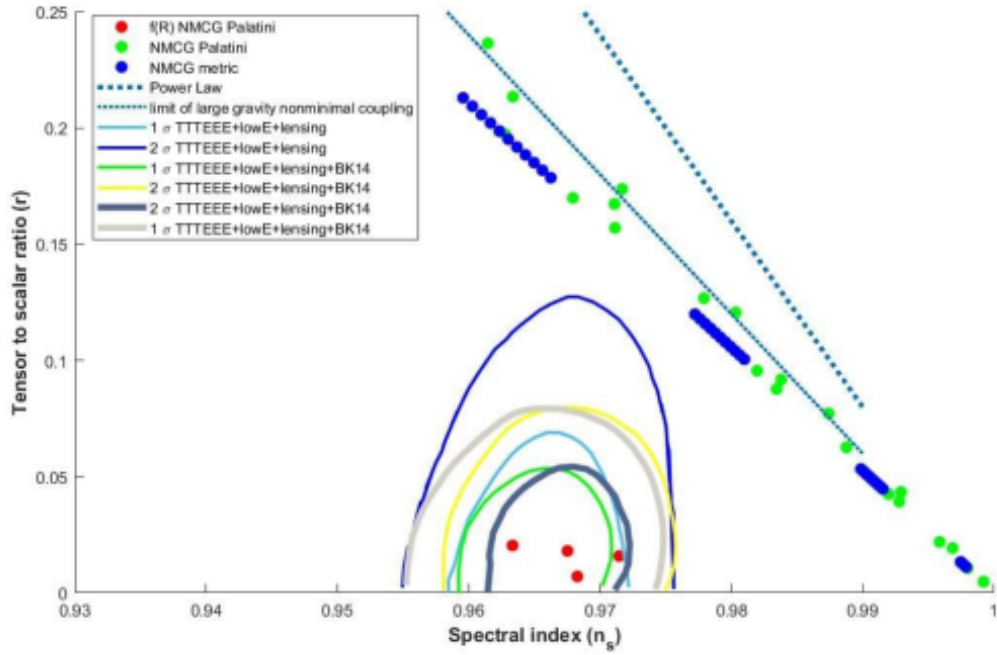
الصياغة المترية:

$$\ell \in [0.01, 0.1], \phi = [0.9, 1.0], \xi = [-0.6, -0.5]; \quad (88.4)$$

حيث تظهر نتائج النموذج ضمن صياغة بالاتيني "النقاط الخضراء" و الصياغة المترية "النقاط الزرقاء" ضمن المناطق المحظورة تجريبيا.

أخيرا، فإن النتيجة التي من الممكن للمرء أن يستنتجها و يستفيد منها من الدراسة الحالية حتى الآن هو أن إجراء الدراسة ضمن صياغة بالالتي ي يحسن النتائج أكثر منها ضمن الصياغة المترية.

كخطوة إضافية لمحاولة إنقاذ النموذج قيد الدراسة و رده إلى نقاط التقاطع مع النتائج التجريبية فإننا سنعمم الدراسة إلى حالة ثقالة معدلة من الشكل $f(R)$.



شكل 1.4: يوضح الشكل نتائج النموذج ضمن نتائج Planck 2018 بشكل منفصل و مندمج مع نتائج الرصدات الأخرى. يتضمن الشكل كلا النهايتين المقابلتين للترابط للأصغري الشديد و الضعيف بدلالة الوسيط ξ و اللتان تظهران عدم توافق واضح مع الرصدات بميل $r/(1-n_s)$ يساوي 8 في حالة الصياغة المترية و 6 في حالة الصياغة البالاتينية. تمثل النقاط الخضراء للصياغة البالاتينية في حين توافق النقاط الزرقاء للصياغة المترية بوجود ترابط لأصغري مع الثقالة، في حين تظهر النقاط الحمراء و الموافقة للثقالة $f(R)$ كنقاط مقبولة تجريبيا و تحقق التوافق مع الرصدات الحديثة.

الفصل الخامس

التضخم بكمون أسي ضمن ثقالة معدلة وفق ميكانيكا التضخم البارد

1.5 المقدمة

نقوم في هذا الفصل بمتابعة دراسة نموذج تضخمي بكمون أسي مستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد و ذلك ضمن ثقالة ممتدة $F(R, \phi)$ ¹ . و حيث أن دراسة الترابط اللاأصغري مع الثقالة بينت أنه الدراسة ضمن صياغة بالالنتي أدت إلى نتائج أفضل منها ضمن الصياغة المترية فإننا سنركز الدراسة هاهنا ضمن صياغة بالالنتي. سنبدأ بامتصاص المكون $F(R)$ بتعريف درجة حرية سلمية جديدة ψ و الهدف من هذا كما سنرى لاحقاً هو تحويل الفعل إلى شكل مكافئ لنظرية برانس ديكي. عند الانتقال لشكل مكافئ لبرانس ديكي يصبح بإمكاننا استخدام التحويلات الكونفورمية و الانتقال إلى نموذج بترابط لا أصغري مع الثقالة بهدف التمكن من استخدام الطريقة المعتمدة على الكمونات لدراسة الكميات القابلة للرصد كالدليل الطيفي و نسبة التآرجحات التتسورية إلى السلمية.

¹ تم نشر نتائج هذا الفصل في العمل

2.5 دراسة تحليلية

لنبدأ بالفعل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} F(R) + \frac{1}{2} G(h) R - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h - V(h) \right] \quad (1.5)$$

حيث:

$$\phi = \exp(\ell h), V(h) = V_0 \exp(-2\ell h), G(h) = -\xi \exp(2\ell h), F(R) = R + \alpha R^2 \quad (2.5)$$

ضمن هذه الدراسة سنتبع الأعمال [144, 145] من حيث افتراض حقل جوهري ψ ليغدو الفعل بالشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} G(h) R + \frac{1}{2} \{F(\psi) + F'(\psi)(R - \psi)\} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h - V(h) \right] \quad (3.5)$$

تعطي معادلة الحركة للحقل ψ العلاقة $R = \psi$ طالما أن $F''(\psi) \neq 0$.

بإجراء تغيير متحول $\psi \rightarrow \varphi$ بالشكل: $(\varphi = F'(\psi) = 1 + 2\alpha\psi)$ نحصل على:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \{\varphi + G(h)\} R - \frac{1}{2} \{\psi\varphi - F(\psi(\varphi))\} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h - V(h) \right] \quad (4.5)$$

بتحويل المترية كونفورميا بالشكل:

$$g_{\alpha\beta} \rightarrow \Upsilon^2 g_{\alpha\beta} = \tilde{g}_{\alpha\beta} \quad : \quad \Upsilon^2 = \varphi + G(h) \quad (5.5)$$

نحصل عندها ضمن الصياغة المترية على العلاقة [146]:

$$S^{\text{Metric}} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{1}{2} \tilde{R} - \frac{3}{4} \frac{\tilde{g}^{\mu\nu}}{(\varphi + G(h))^2} \nabla_\mu (\varphi + G(h)) \nabla_\nu (\varphi + G(h)) - \frac{1}{2} \frac{1}{\varphi + G(h)} \tilde{g}^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h - \tilde{V}(h, \varphi) \right] \quad (6.5)$$

$$\tilde{V}(h, \varphi) = \frac{V(h) + W(\varphi)}{(\varphi + G(h))^2} \quad (7.5)$$

حيث:

$$W(\varphi) = \frac{1}{2} [\psi\varphi - F(\psi(\varphi))] \quad (8.5)$$

يمكننا أن نرى انه في حالة الصياغة المترية فقد حصلنا على حد طاقة حركية من أجل $(\varphi + G(h))$ و الحقل φ هو حقل ديناميكي ضمن الصياغة المترية، بمعنى أن معادلة الحركة له لا يمكن أن تحل جبريا. الآن و بهدف التبسيط و انطلاقا من أفضلية النتائج التي حصلنا عليها ضمن صياغة بالاتيني في حالة الترابط اللأصغري سنتابع العمل ضمنها. بالعمل ضمن صياغة بالاتيني نحصل على:

$$S^{\text{Palatini}} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{1}{2} \tilde{R} - \frac{1}{2} \frac{1}{\varphi + G(h)} \tilde{g}^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h - \tilde{V}(h, \varphi) \right] \quad (9.5)$$

حيث يعطى الكمون $\tilde{V}(h, \varphi)$ من خلال العلاقة (7.5). بالنظر إلى المعادلة (9.5) يظهر الحقل φ دون حد طاقة حركية و بالتالي يظهر كدرجة حرية جديدة ليس إلا، و عليه يمكن حل معادلته جبريا لتعطي:

$$\varphi = \frac{1 + G(h) + 8\alpha V(h) + 2\alpha G(h)(\partial h)^2}{1 + G(h) - 2\alpha(\partial h)^2} \quad (10.5)$$

بتعويض العلاقة (10.5) في العلاقة (9.5)، نحصل (بعد اسقاط الدليل السفلي للوضوح) على :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{(1 + G(h))(1 + 8\alpha \bar{U})} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha h \partial_\beta h + \frac{\alpha}{2} \frac{1}{(1 + G(h))^2 (1 + 8\alpha \bar{U})} (\partial^\alpha h \partial_\alpha h)^2 - \frac{\bar{U}}{1 + 8\alpha \bar{U}} \right] \quad (11.5)$$

حيث:

$$\bar{U} = \frac{V(h)}{(1 + G(h))^2} = \frac{V_0 \exp(-2\ell h)}{(1 - \xi \exp(2\ell h))^2}. \quad (12.5)$$

بإعادة تعريف الحقل بالشكل $(h \rightarrow \chi)$ و ذلك بهدف الحصول على حد طاقة حركية قانوني بالشكل:

$$\frac{dh}{d\chi} = \pm \sqrt{(1 + G(h))(1 + 8\alpha\bar{U})} \quad (13.5)$$

نجد نهايةً الفعل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \chi \partial_\beta \chi + \frac{\alpha}{2} (1 + 8\alpha\bar{U}) (\partial^\alpha \chi \partial_\alpha \chi)^2 - U \right] \quad (14.5)$$

حيث:

$$U = \frac{\bar{U}}{(1 + 8\alpha\bar{U})} \quad (15.5)$$

يمكن أن نرى بوضوح أن أثر الحد αR^2 انعكس هاهنا بطريقتين: فمن جهة ساعد هذا الحد على الحصول على كمون مستوي U . في الحقيقة، بغض النظر عن شكل الكمون، يمكننا أن نرى أن مساهمة αR^2 تمثلت بتقسيم الكمون إلى قسمين بحيث أن الكمون الفعال ينظر أكثر استواءاً من خلال القسم $(U \sim (8\alpha)^{-1})$. من جهة أخرى، يقود الحد αR^2 إلى ظهور حد طاقة حركية من الدرجة الثانية $(\partial^\alpha \chi \partial_\alpha \chi)^2$. عند هذه المرحلة بإمكاننا تطبيق الطريقة النظامية للحصول على المعالجة الإضطرابية للنموذج التضخمي و ذلك من خلال إدخال الإضطراب على المترية $(g^{\mu\nu} \rightarrow g^{\mu\nu} + \delta g^{\mu\nu})$. من الجدير بالذكر أن تطبيق طريقة الكمونات يفشل هاهنا باعتبار الشكل العام للفعل و ذلك بسبب حدود الطاقة الحركية من الدرجة الثانية. على كل حال من أجل قيم صغيرة للثابت α يمكن إهمال حدود الطاقة الحركية. و بالتالي و ضمن هذه الحالة، يمكن تطبيق طريقة الكمونات باستخدام U على أنه الكمون الفعال و الحصول على:

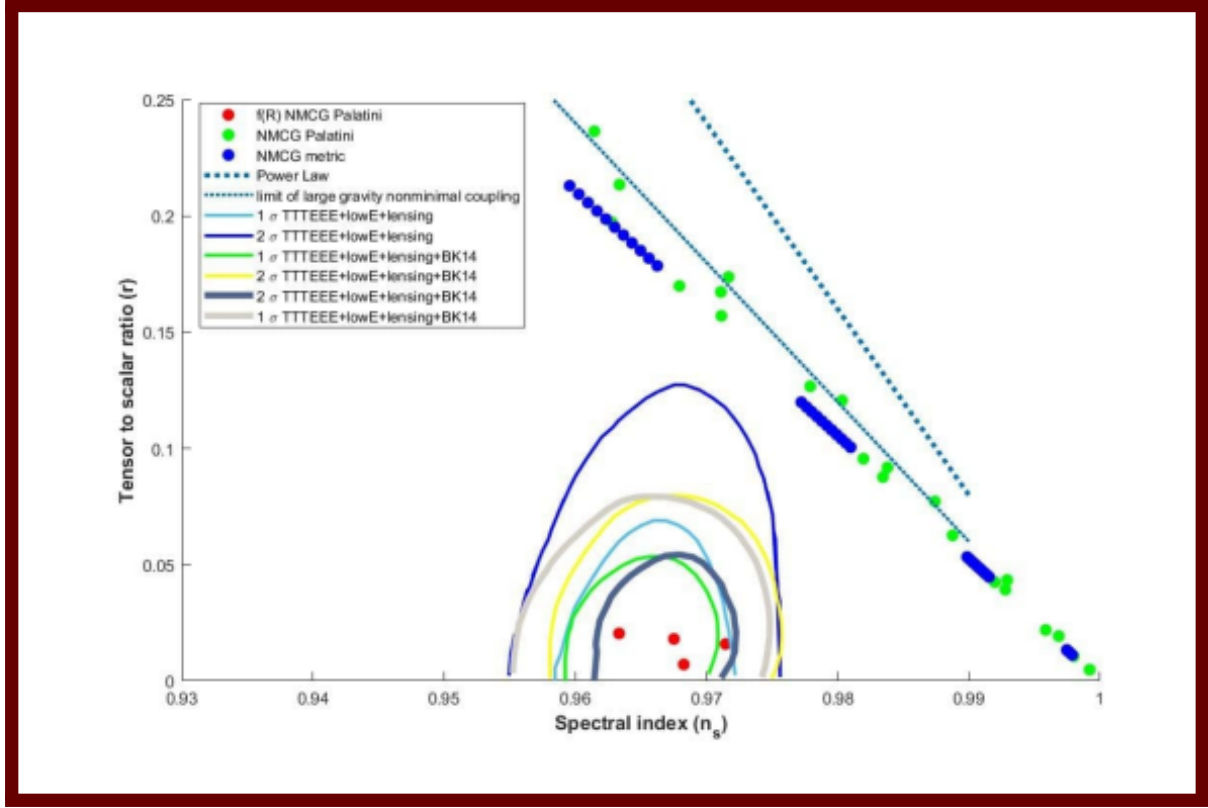
$$1 - n_s = \frac{4\ell^2(1 - 11y + 12y^2)}{1 - y}, \quad r = \frac{32\ell^2 y(1 - 3y)^2(1 - y)}{y + 8\beta - 2y^2 + y^3} \quad (16.5)$$

يمكن أن نلاحظ أن n_s هي ذاتها تماماً كما في حالة الترابط الأصغري مع الثقالة، في حين أن r تظهر مختلفة هاهنا. على الرغم من أن α يجب أن تكون صغيرة إلا أننا ما زلنا نملك درجة حرية متمثلة بـ $\beta = \alpha \xi V_0$. بإمكاننا الآن أن نأخذ ℓ كبيرة طالما أن بإمكاننا تعديل y بحيث تكون حول (0.1) أو (0.8) (واللتان تمثلان جذور المعادلة $1 - 11y + 12y^2 = 0$).

باختيار β لتكون كبيرة بحيث نجعل r و $\frac{r}{1-n_s}$ صغيرتان، يمكن الحصول على $0 < 1 - n_s < 1, 0 < r < 1$

بهذا يصبح النموذج متاحا و متوافقا مع النتائج التجريبية. يوضح الشكل 9.9 وجود نقاط مقبولة للنموذج و الملونة باللون الأحمر من أجل مجالات المسح التالية:

$$\ell \in [1, 1.5], y = \xi \phi^2 \in [0.10, 0.115], \beta = \alpha \xi V_0 \in [5, 25]. \quad (17.5)$$



شكل 1.5: يوضح الشكل نتائج النموذج ضمن نتائج Planck 2018 بشكل منفصل و مندمج مع نتائج الرصدات الأخرى. يتضمن الشكل كلا النهائيتين المقابليتين للترابط للأصغري الشديد و الضعيف بدلالة الوسيط ξ و اللتان تظهران عدم توافق واضح مع الرصدات بميل $r/(1-n_s)$ يساوي 8 في حالة الصياغة المترية و 6 في حالة الصياغة البالاتينية. تمثل النقاط الخضراء للصياغة البالاتينية في حين توافق النقاط الزرقاء للصياغة المترية بوجود ترابط لأصغري مع الثقالة، في حين تظهر النقاط الحمراء و الموافقة للثقالة $f(R)$ كنقاط مقبولة تجريبيا و تحقق التوافق مع الرصدات الحديثة.

3.5 النموذج ضمن النهاية $\alpha \gg 1$

باعتبار النهاية

$$1 \ll \alpha(1 + 8\alpha\bar{U})(\partial^\alpha \chi \partial_\alpha \chi) \quad (18.5)$$

يظهر نموذج التضخم الحركي بالشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} + \frac{\alpha}{2} (1 + 8\alpha \bar{U}) (\partial^\alpha \chi \partial_\alpha \chi)^2 - U \right] \quad (19.5)$$

بتعريف حقل معياري φ بالشكل:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} = \left[2\alpha (1 + 8\alpha \bar{U}) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (20.5)$$

يمكننا الحصول على الشكل المعياري للتضخم الحركي:

$$\mathcal{L} = \frac{R}{2} + p(\varphi, X) \quad : \quad p(\varphi, X) = X^2 - U(\varphi), X = \frac{1}{2} \partial^\alpha \varphi \partial_\alpha \varphi \quad (21.5)$$

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} + \left(\frac{1}{2} \partial^\alpha \varphi \partial_\alpha \varphi \right)^2 - U \right] \quad (22.5)$$

يعطى الدليل الطيفي ونسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية بالعلاقات [?]:

$$n_s - 1 = \frac{1}{3} (4\eta - 16\epsilon) \quad , \quad r = 16c_s \epsilon \quad (23.5)$$

حيث:

$$\epsilon = \frac{1}{2} 3^{\frac{1}{5}} \frac{(U, \varphi)^{\frac{4}{3}}}{U^{\frac{5}{3}}} \quad , \quad \eta = 3^{\frac{1}{5}} \frac{(U, \varphi), \varphi}{U^{\frac{2}{3}} (U, \varphi)^{\frac{2}{3}}} \quad (24.5)$$

$$c_s^2 = \frac{p_{,X}}{2X(p_{,X}),X + p_{,X}} = \frac{1}{3} \quad (25.5)$$

تشير الفتحة (.) إلى المشتق بالنسبة للحقل السلمي φ .

على كل حال ينبغي أن نلاحظ مجدداً أنه و لإجراء المشتقات بالنسبة للحقل المعياري φ فإنه يجب مفاضلة

U بالنسبة للحقل h والذي يعرف من خلال المعادلة (15.5) و باستخدام المعادلة (13.5) و المعادلة (20.5)

نحصل على :

$$\frac{dh}{d\varphi} = \left(\frac{(1 - \xi e^{2\ell h})^2 + 8\alpha V_0 e^{-2\ell h}}{2\alpha} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (26.5)$$

$$U_{,\varphi} = \frac{dU}{dh} \frac{dh}{d\varphi}, \quad (27.5)$$

$$(U_{,\varphi})_{,\varphi} = \frac{d^2 U}{dh^2} \left(\frac{dh}{d\varphi} \right)^2 + U_{,h} \frac{dh}{d\varphi} \frac{d}{dh} \left(\frac{dh}{d\varphi} \right) \quad (28.5)$$

تتمثل الوسائط المدخلة بـ (V_0, ℓ, α, ξ) بالإضافة إلى القيم الابتدائية للحقل السلمي الفيزيائي الأصلي h . يمكننا أن نبين تحليليا أن النموذج قادر على موائمة النتائج التجريبية ضمن بعض مناطق فضاء الوسائط. في الحقيقة يمكن الحصول على العلاقة التحليلية التالية:

$$1 - n_s = \frac{4\ell^{4/3} (3\xi e^{4\ell h} (44\alpha V_0 \xi - 7) + e^{2\ell h} (2 - 112\alpha V_0 \xi) + 12\alpha V_0 + 21\xi^4 e^{10\ell h} - 59\xi^3 e^{8\ell h} + 57\xi^2 e^{6\ell h})}{\sqrt[3]{\alpha} \sqrt[3]{V_0} ((3 - 3\xi e^{2\ell h}) (3\xi e^{2\ell h} - 1))^2} \frac{2/3 (8\alpha V_0 + \xi^2 e^{6\ell h} - 2\xi e^{4\ell h} + e^{2\ell h})^{2/3}}{\ell^{4/3} (12 - 112y + 132y^2)} \quad (29.5)$$

$$y \equiv \xi e^{2\ell h} \quad \frac{\ell^{4/3} (12 - 112y + 132y^2)}{((3 - 3\xi e^{2\ell h}) (3\xi e^{2\ell h} - 1))^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\alpha V_0}\right) \quad (30.5)$$

$$\xi \equiv 0 \quad \frac{8\ell^{4/3} (6\alpha V_0 + e^{2\ell h})}{3^{2/3} \sqrt[3]{\alpha} \sqrt[3]{V_0} (8\alpha V_0 + e^{2\ell h})^{2/3}} \quad (31.5)$$

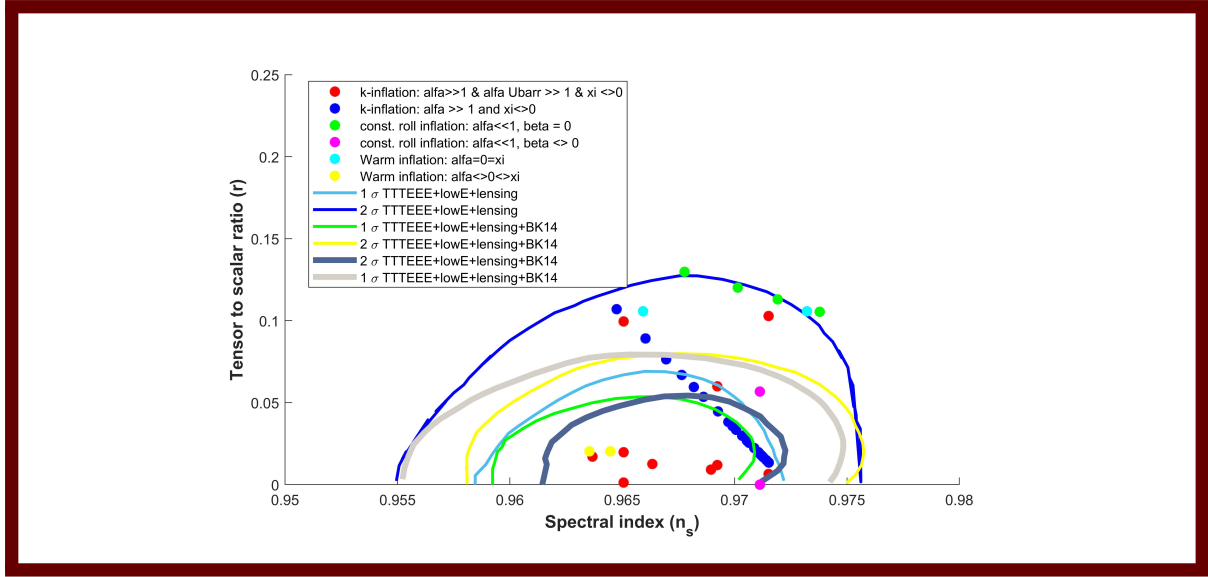
$$r = \frac{16\ell^{4/3} e^{2\ell h} (1 - \xi e^{2\ell h})^{4/3} (3\xi e^{2\ell h} - 1)^{4/3}}{\sqrt[6]{3} \sqrt[3]{\alpha} \sqrt[3]{V_0} (8\alpha V_0 + \xi^2 e^{6\ell h} - 2\xi e^{4\ell h} + e^{2\ell h})^{2/3}} \quad (32.5)$$

$$\xi \equiv 0 \quad \frac{16\ell^{4/3} e^{2\ell h}}{\sqrt[6]{3} \sqrt[3]{\alpha} \sqrt[3]{V_0} (8\alpha V_0 + e^{2\ell h})^{2/3}} \quad (33.5)$$

الآن، و بفرض قيد بكنشتاين من حيث أن $\ell > 1$ ، يمكننا أن نرى أنه من أجل $(\xi = 0)$ لا يمكننا موائمة البيانات التجريبية من حيث أن $(0 < r < 1$ و $0 < 1 - n_s < 1)$.

من جهة أخرى فإنه ضمن النهاية $(\alpha V_0 > 1)$ يمكن تعدي الوسيط $(y = \xi e^{2\ell h})$ حول الجذر $(0.125792, 0.722693)$ للمعادلة $(12 - 112 + 132y^2)$ بحيث نحصل على توافق مع البيانات. في الحقيقة، الجذران للمعادلة السابقة أصغر من الواحد كما نلاحظ، أي أن قيمة h عند بداية التضخم الكوني كانت سالبة. وهذا يعني فيزيائيا أن قيمة ثابت الترابط الشديد g^{st} عند بداية الكون كانت أصغر من قيمته الحالية $(\phi < 1)$. يوضح الشكل (9.9) بعض النقاط المقبولة تجريبيا والملونة باللون الأزرق من أجل مجالات المسح التالية:

$$\ell \in [1, 3], \alpha \in [10, 20], e^{2\ell h} \in [0.723031, 0.723035], V_0 \in [0.5, 2], \xi = 1. \quad (34.5)$$



شكل 2.5: النموذج التضخمي الحركي بكمون أسي مستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد بالشكل $(g^{st}(x) = g_0^{st}\phi(x))$ ، و ذلك ضمن ثقالة ممتدة بالشكل: $f(R)$ و بترابط لأصغري مع الثقالة $-\xi R\phi^2$. تقابل النقاط الزرقاء للنهائية حيث $\alpha \gg 1$ حيث فرضنا قيمة $\xi = 1$. توافق النقاط الحمراء للنهائية $\alpha \gg 1$ و $\alpha \bar{U} \gg 1$ حيث $\alpha \neq 0$. تقابل النقاط الخضراء للنهائية $\alpha \ll 1$ مع $\xi = 0$ و قيم معدومة لوسيط التدحرج الثابت β في حين تقابل النقاط الزهرية لذات النهاية $\alpha \ll 1$ و بوسيط $\xi = 0$ معدوم أيضا و إنما بوسيط تدحرج ثابت β غير معدوم. تقابل النقاط الصفراء إلى نتائج النموذج ضمن سيناريو التضخم الدافئ و ثقالة من الشكل ، في حين أن النقاط السماوية تقابل للسيناريو التضخمي دون إعتبار الثقالة $f(R)$ جميع النقاط المقبولة توافق ل $\ell > 1$.

4.5 الشكل الهضبي للنهائية $\alpha \gg 1$:

من المعادلة (15.5) يمكننا أن نلاحظ أنه ضمن النهاية

$$1 \ll 8\alpha\bar{U} \Leftrightarrow (1 - \xi e^{2\ell h})^2 e^{2\ell h} \ll 8\alpha V_0 \quad (35.5)$$

فإن الكمون الفعال، يظهر بشكل هضبة $(U(h) \sim \frac{1}{8\alpha})$. هدفنا في هذه الفقرة هو دراسة هذا الكمون الهضبي بدلالة الحقل القانوني φ و الذي يمثل الحقل المتدحرج ببطء على طول الكمون الفعال. في الحقيقة، فإن الأفضل لدراسة الكمون $U(h)$ المعطى من خلال العلاقة (15.5) ، إيجاد العلاقة التحليلية للكمون بدلالة الحقل القانوني φ . على كل حال فإن مثل هذا الإجراء غير ممكن بصورة عامة، إذ ليس بالإمكان إجراء التكامل تحليليا و حتى في حال التمكن من مثل التكامل، يبقى إيجاد التابع العكسي ل h بدلالة φ امرا

عسيرا.

$$\varphi = (2\alpha)^{1/4} \int \frac{dh}{[(1 - \xi e^{2\ell h})^2 + 8\alpha V_0 e^{2\ell h}]^{1/4}} \quad (36.5)$$

حتى في حالة الترابط الأصغري حيث $(\xi = 0)$ و حيث أنه من حيث المبدأ بالإمكان إجراء التكامل أعلاه، فإن العبارة الناجمة تحتوي توابع بأسطح فوقية و هي توابع غير عكسية. على كل حال يمكننا إيجاد التكامل تحليليا عند النهاية (35.5) و الحصول على:

$$e^{\ell h} = \frac{\sqrt{V_0}}{2} (\ell \varphi)^2 \quad (37.5)$$

تبعاً لهذا يعطى الكمون الفعال $U(\varphi)$ بدلالة الحقل ϕ بالعلاقة :

$$U(\varphi) = \left[8\alpha + \frac{\ell^4 \varphi^4}{4} \left(1 - \xi \frac{V_0}{4} \ell^4 \varphi^4 \right)^2 \right]^{-1} \quad (38.5)$$

قمنا برسم الكمون الفعال في الجزء A من الشكل (2.7) و أوجدنا قيمته الصغرى المحلية عند $\varphi_0 = \sqrt[4]{4/(V_0 \xi)} \ell^{-1}$. يمكننا أن نرى أن المعادلة المعبرة عن النهاية (35.5) تكافئ لـ:

$$\ell^2 \varphi^2 |1 - (\varphi/\varphi_0)^4| \ll \sqrt{32\alpha} \quad (39.5)$$

بالتالي، يمكننا أن نرى بوضوح من الشكل أنه طالما أن الحقل يتدرج ببطء على طول الهضبة انطلاقاً من $\varphi = 0$ فإنه لن يلاقي النهاية الصغرى و شرط التدرج البطيء محقق والحلول التضخمية متسقة. في الجزء B من الشكل 2.7 قمنا برسم ذات الهضبة و إنما من أجل حالة الترابط الأصغري. على كل حال فإنه في مثل هذه الحالة لا يمكن ملاقاته النتائج الرصدية إلا في حالة $\ell > 1$. من الجدير بالذكر، أنه بالإمكان مكاملة المرصودات (n_s, r) باستخدام الكمون الفعال ضمن النهاية (38.5) و باستخدام التركيبة $(z = \xi V_0 \varphi^4 \ell^4)$ نجد:

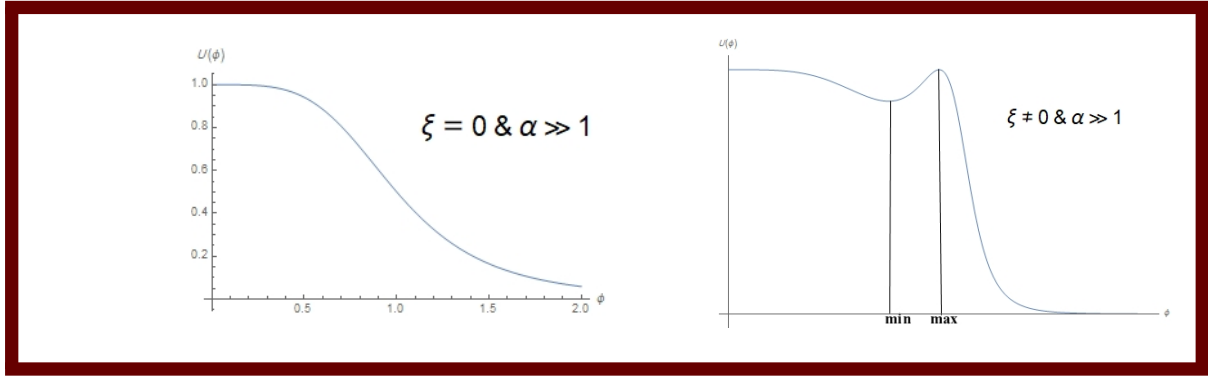
$$1 - n_s = \ell^{4/3} 3^{-2/3} \frac{48 - 112z + 33z^2}{(8 - 8z + 3z^2/2)^{2/3}} \quad (40.5)$$

$$r = 2^{2/3} 3^{-1/6} 8 \ell^{16/3} \varphi^4 \frac{(16 - 16z + 3z^2)^{4/3}}{512\alpha + \ell^4 \varphi^4 (-4 + z)^2} \quad (41.5)$$

يمكننا أن نلاحظ هاهنا أنه من أجل $\xi = 0$, لا يمكن مقابلة الشرط $0 < 1 - n_s \sim (12/\sqrt[3]{9})\ell^{4/3} < 1$, بينما من أجل $\ell > 1$. بينما من أجل $4/33(14 \pm \sqrt{97})$ و $z \sim 4/33$, يمكن تحقيق الشرط $0 < 1 - n_s < 1$.

تمثل النقاط الحمراء في الشكل (9.9) النقاط المقبولة و المولدة من أجل فضاء بارامترات بالشكل:

$$z \in [0.48, 0.52], \ell \in [1, 2], \varphi \in [1, 20], \alpha \in [400, 500]. \quad (42.5)$$



شكل 3.5: الشكل الهضبي للكمون عند النهاية (35.5). يقابل الجزء (B) من هذا الشكل $\xi = 0$ و التقاطع مع النتائج التجريبية يتحقق من أجل $\ell < 1$. في الجزء

5.5 التضخم الحركي بتدريج ثابت عند النهاية $\alpha \ll 1$:

سنعتمد الآن النهاية حيث: $\alpha \ll 1$ و سنعمل على الدرجة الأولى بالنسبة α . سنعتبر نموذجاً محدداً من التضخم الحركي والذي يعرف بالتضخم ذو التدريج الثابت حيث أن أحد معاملات التدريج البطيء (ϵ_2) والتي ترتبط بالمشق الثاني للكمون تأخذ قيمة ثابتة مساوية β . باتباع المرجع [147] ، يأخذ نموذجنا الفعل التالي:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} / 2 f(R, \chi, X) \quad (43.5)$$

حيث:

$$X = \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi = \frac{\dot{\chi}^2}{2} , \quad f(R, \chi, X) = (R - 2X + 4\alpha X^2 - 2U) \quad (44.5)$$

تعرف معاملات التدحرج البطيء بالشكل:

$$\epsilon_1 \equiv \frac{\dot{H}}{H^2}, \epsilon_2 = \beta \equiv \frac{\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}}, \quad \epsilon_3 \equiv \frac{\dot{F}}{2HF} = 0, \epsilon_4 \equiv \frac{\dot{E}}{2HE} \quad (45.5)$$

حيث:

$$F = f_{,R} = 1, \quad E \equiv -\frac{F}{2X}(Xf_{,X} + 2X^2f_{,XX}) = 1 - 12\alpha X \quad (46.5)$$

عند قطع الأفق لدينا:

$$\epsilon_1 = -\frac{3\dot{\chi}^2 + \alpha\dot{\chi}^4}{4U(\chi)}, \quad \epsilon_4 = \frac{6\sqrt{3}\alpha\dot{\chi}\ddot{\chi}}{\sqrt{U}(1 + 6\alpha\dot{\chi}^2)} \quad (47.5)$$

مع حلول حقيقة للحقل بالشكل:

$$\dot{\chi} = \frac{6(\beta + 1)(\beta + 3)4\alpha U - (81\Delta + 9\sqrt{S})^{2/3}}{3^{11/6}(\beta + 1)4\alpha\sqrt{U}(81\Delta + 9\sqrt{S})^{1/3}}, \quad \ddot{\chi} = \beta\sqrt{\frac{U}{3}} \quad (48.5)$$

$$S = (\beta + 1)^3(4\alpha)^3U^2 \left[81(\beta + 1)4\alpha U_{,\chi}^2 + \frac{8}{3}(\beta + 3)^3U \right], \quad \Delta = 16(\beta + 1)^2\alpha^2U_{,\chi} \quad (49.5)$$

تعرف معاملات الطيف من خلال العلاقات:

$$n_s = 1 + 2\frac{2\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4}{1 + \epsilon_1} = 1 + 2\frac{2\epsilon_1 - \beta - \epsilon_4}{1 + \epsilon_1} \quad (50.5)$$

$$r = 4 \left[\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(3/2 + \epsilon_2)2^{\epsilon_2}} c_A^{3/2+\epsilon_2} \frac{\sqrt{3}\dot{\chi}\sqrt{1 + 6\alpha\dot{\chi}^2}}{\sqrt{U}} \right]^2 \quad (51.5)$$

$$c_A^2 = \frac{f_{,X}}{f_{,X} + 2Xf_{,XX}} = \frac{-1 + 2\alpha\dot{\chi}^2}{-1 + 6\alpha\dot{\chi}^2} \quad (52.5)$$

تتمثل الوسائط المدخلة بـ (α, ξ, V_0) و (ℓ, h) والتي تعرف χ و كذلك β من رتبة الواحد . على كل حال فإننا

بحاجة لاستخدام عبارة الحقل $U_{,\chi}$ باستخدام العلاقات (53.5) و (15.5) .

$$U_{,\chi} = \frac{dU}{dh} \frac{dh}{d\chi}, \quad \frac{dh}{d\chi} = \pm \sqrt{1 - \xi e^{2\ell h} + \frac{8\alpha V_0 e^{-2\ell h}}{1 - \xi e^{2\ell h}}} \quad (53.5)$$

حتى في حالة الترابط الأصغري ($\xi = 0$) حيث يمكننا الحصول على العبارة التحليلية لـ χ بدلالة h

$$\chi = \int \frac{dh}{\sqrt{1 + 8\alpha V_0 e^{-2\ell h}}} = \frac{e^{-\ell h} \sqrt{8\alpha V_0 + e^{2\ell h}} \log(e^{\ell h} + \sqrt{8\alpha V_0 + e^{2\ell h}})}{\ell \sqrt{1 + 8\alpha V_0 e^{-2\ell h}}} \quad (54.5)$$

فإنه من غير الممكن الحصول على التابع العكسي للحصول على

$$. U(\chi)$$

صلاحية النموذج التضخمي الحركي بتدريج ثابت عند النهاية $\alpha \ll$

1:

نبين الآن وجود نقاط مقبولة تجريبيا عند دراسة النموذج ضمن النهاية المعتبرة و باتخاذ سيناريو التدريج الثابت لوصول التطور الكوني أثناء الفترة التضخمية. للقيام بهذا فإننا بحاجة للبحث عن استراتيجية لتقليل عدد الوسائط المدخلة، حيث أن هدفنا هاهنا هو اثبات أن النموذج صالح ضمن هذه النهاية. لنأخذ بداية حالة الترابط الأصغري حيث ($\xi = 0$) ضمن النهاية ($\alpha \ll 1$) والتي تقود إلى:

$$\chi \simeq h, \bar{U} = V \simeq U, U_{,\chi} \sim \ell U \quad (55.5)$$

. الآن بافتراض أن وسيط التدريج البطيء الثابت $\epsilon_2 = \beta$ صغير جدا، عندئذ بإمكاننا إسقاط الحدود $\bar{\chi}$ و بالتالي فإن يمكن إهمال ϵ_4 . كإستراتيجية ناجحة لمقابلة النتائج التجريبية مع اعتبار ($\alpha \ll 1, \ell > 1$) سنقوم بالمسح على فضاء وسائط جزئي احادي البعد بالشكل:

$$\alpha = \Lambda^{-n}, \ell = \Lambda^m, V_0 = \Lambda, \chi \sim h = \ell^{-1} = \Lambda^{-m} \quad (56.5)$$

مع ($n, m > 0$). نلاحظ أن $e^{\ell h}$ هي من رتبة $\mathcal{O}(1)$ ، عندئذ نحصل على قيم كبيرة لـ Λ .

$$\dot{\chi} = \frac{\mathcal{O}(\Lambda^{1-n}) - \left(\mathcal{O}(\Lambda^{-2n+m+2}) + \mathcal{O}(\Lambda^{1-3n/2}) \sqrt{\mathcal{O}(\Lambda^{2+2m-n}) + \mathcal{O}(\Lambda)} \right)^{2/3}}{\mathcal{O}(\Lambda^{1/2-n}) \left(\mathcal{O}(\Lambda^{2+m-2n}) + \mathcal{O}(\Lambda^{1-3n/2}) \sqrt{\mathcal{O}(\Lambda^{2+2m-n}) + \mathcal{O}(\Lambda)} \right)^{1/3}} \quad (57.5)$$

بالتالي و بهدف الحصول على القيم التالية صغيرة:

$$1 - n_s \approx -\frac{4\epsilon_1}{1 + \epsilon_1}, \quad \epsilon_1 = -\frac{3}{4} \frac{\dot{\chi}^2 + \alpha \dot{\chi}^4}{U}, \quad r \approx \frac{12\dot{\chi}^2}{U} \quad (58.5)$$

فإننا بحاجة إلى فرض القيود:

$$0 < n < 1, \quad 0 < m < \frac{1 - n}{4} \quad (59.5)$$

قمنا بتفحص صلاحية النموذج عددياً من أجل قيم معدومة و غير معدومة للوسيط β . بأخذ الاختيارات الست التالية، فإن النقاط المتحصل عليها تقابل للوسائط المعدومة (غير المعدومة) في الشكل 9.9 والممثلة بالنقاط الخضراء (الزهرية) والتي تقابل البيانات بالشكل:

$$\beta = 0, \Lambda = 10^6, n = 0.5, m = 0.1 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.0280827, 0.112981) \quad (60.5)$$

$$\beta = 0, \Lambda = 10^{5.8}, n = 0.5, m = 0.1 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.032229, 0.12977), \quad (61.5)$$

$$\beta = 0, \Lambda = 10^{6.1}, n = 0.5, m = 0.1 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.0262134, 0.10542), \quad (62.5)$$

$$\beta = 0, \Lambda = 10^{4.44}, n = 0.6, m = 0.001 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.0298586, 0.120145) \quad (63.5)$$

$$\beta = 1, \Lambda = 10^{4.44}, n = 0.6, m = 0.1 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.0288759, 0.0566994) \quad (64.5)$$

$$\beta = 10, \Lambda = 3 \times 10^4, n = 0.6, m = 0.1 \Rightarrow (1 - n_s, r) = (0.0288759, 0) \quad (65.5)$$

و هذا ما يثبت فعالية و صلاحية النموذج ضمن الاعتبارات المذكورة.

الفصل السادس

التضخم الطبيعي ضمن سيناريو التضخم البارد

1.6 المقدمة

¹ يعتبر التضخم الطبيعي [148] من أولى النماذج التي بينت إمكانية إنبثاق التضخم الكوني من فيزياء الجسيمات الأولية بشكل طبيعي، و ذلك من خلال الجسيمات شبيهة بوزونات نامبو-غولدستون pseudo-Nambu-Goldstone bosons واسعة الانتشار ضمن فيزياء الجسيمات الأولية والتي تظهر ما إن يحدث كسر آني لتناظر دقيق.

تكمّن الفكرة الأساسية خلف التضخم الكوني باستخدام الأكسيون ليزودنا بتفسير طبيعي للكمون المستوي المتطلب للتضخم الكوني.

يتطلب التضخم الكوني كمونات مستوية لدرجة كبيرة من أجل تحقيق تدحرج بطيء للحقل السلمي بشكل يحقق الحقبة التضخمية في الكون الموغل في القدم.

من جهة أخرى ينبغي على الكمون أن يكون عريضاً كفاية بحيث يحقق عدد تضخمات أسية كافية لحل مشكلة الاستواء، في حين يتقيد ارتفاع الكمون بحدود لا يمكن تجاوزها تلافياً للإنتاج المبالغ فيه في اضطرابات الكثافة. إن تحقيق الشروط السابقة من حيث الارتفاع والعرض للكمون صعب المنال في فيزياء الجسيمات الأولية حيث يأخذ كل من الارتفاع والعرض عادة نفس الرتبة. فعلى سبيل المثال: من أجل الكمون ذو القوة الرابعة بالنسبة

¹تم نشر نتائج هذا الفصل ضمن العمل

Natural Inflation with non minimal coupling to gravity in R^2 gravity under the Palatini formalism, M. AlHallak ,N. Chamoun,, M.S. Eldaher ,Published in: JCAP 10 (2022), 001.

للكمون $V(\phi) = \lambda\phi^4$ فإن التضخم الكوني يتطلب $\lambda \simeq 10^{-12}$ ، في حين تقود التصحيحات الحلقية الكمومية corrections loop الناجمة عن ترابط الحقل السلمي مع حقول أخرى إلى قيمة $\lambda \simeq O(1)$. إن مثل هذا التعيين الدقيق fine tuning للوسيط λ تم حله ضمن نموذج التضخم الطبيعي حيث يحتمي الكمون من مثل هذه التصحيحات الكمومية من خلال تناظر الإزاحة shift symmetry لبوزونات نامبو-غولدستون.

في الحقيقة و من أجل تناظر مثالي عالمي فإن بوزونات غولدستون لا يمكنها قيادة التضخم الكوني بسبب أن هذه البوزونات ضعيفة التفاعل بشدة very weakly interacting . فعلى سبيل المثال يأخذ ثابت الترابط الذاتي للأكسيون ضمن نماذج الأكسيون الغير مرئي invisible axion و ذلك عند مقاس طاقة موافق لـ peccie- Quinn القيمة $\lambda \simeq (\Lambda_{QCD}/f_{PQ})^4 \simeq 10^{-64}$. على كل حال فإن افتراض كسر تناظر آني لتناظر محلي يمكن أن يحل هذه المشكلة و يتم اتخاذ جسيمات شبيهة ببوزونات نامبو غولدستون على أنها حقل الإنفلاتون .

على الرغم من امتلاك نموذج التضخم الطبيعي (NI) للخصائص المثيرة للاهتمام آنفة الذكر، إلا أن الشكل ذي الكمون الجببي (cosine potential) منه غير مفضل وفقاً للقيود الرصدية الحالية، حيث تُستبعد صلاحيته بمستوى ثقة يتجاوز 95% بناءً على بيانات بلانك 2018 المتعلقة بنسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية و الدليل الطيفي [9, 149] . ومع ذلك، فقد أظهرت دراسة أحدث أجرتها تجربة BICEP/KeckXIII في عام 2018 (BK18) [150] حدوداً أكثر صرامة على قيمة r ، ولذلك قمنا بإدراج بيانات الرصد من بلانك 2018 (TTEETE) ، و BK18 ، بالإضافة إلى تجارب أخرى (lowElensing) ، سواء بشكل منفصل أو مدمج، ضمن تحليلنا.

علاوة على ذلك، يمكن لهذا الصنف من النماذج أن يصف حقل إنفلاتون مرتبطاً بشكل غير تقليدي بالجاذبية، من خلال اقتران من الشكل $\xi R\phi^2$. ينتج الاقتران غير التقليدي بالجاذبية (Non-Minimal Coupling - NMC) عموماً عند رتبة الحلقة الواحدة (one-loop order) في النظرية التفاعلية للحقل القشري، حتى وإن كان غائباً على مستوى الشجرة (tree level) [151] .

في الواقع، يُسمح في الفعل بجميع الحدود من الشكل $R_{ij}R^{ij}$ أو ما شابهها من المقادير السلمية التوافقية (covariant scalars) التي تنعدم في فضاء مسطح، طالما أنها لا تحتوي على مشتقات. ومع ذلك، فإن إهمال الحدود المشتقة واعتماد عدد محدود من مخططات الحلقات يفرض شكلاً متعدد الحدود لحد NMC. وإذا فُرض تناظر CP على الفعل، فإن القوى الظاهرة في الحقل يجب أن تكون زوجية. ولتبسيط التحليل، قمنا أولاً بإدراج الحد التربيعي الوحيد R^2 من البعد الرابع، (dim-4) ودرسنا تبعاته بشكل مفصل. ثم لاحقاً، في القسم الأخير، تناولنا أيضاً شكلاً دورياً من NMC يحترم تناظر الإزاحة في كمون نموذج التضخم الطبيعي (NI).

يلعب الاقتران غير التقليدي دوراً مهماً في نموذج تضخم هيغز (Higgs Inflation) [152, 153, 154] ، وكذلك في مشكلة استقرار هيغز (Higgs Stability) [155, 156] . من ناحية أخرى، فإن القيود الرصدية

الحالية على NMC لا تزال فضفاضة نسبياً؛ فعلى سبيل المثال، تشير نتائج مصادم الهادرونات الكبير (LHC) إلى حد يبلغ تقريباً 10^{15} eV [157]

2.6 التضخم الطبيعي بترابط أصغري مع الثقالة ضمن خلفية ثقالية نسبية

سنعمل في هذه الفقرة على دراسة التضخم الطبيعي ممثلاً بالكمون:

$$V(\phi) = M^4(1 \pm \cos[1 + \phi/f]) \quad (1.6)$$

حيث تتم الدراسة ضمن خلفية ثقالية ممثلة من خلال نسبية آينشتاين. سيتم التركيز على مرصودات تجريبية ممثلة بالدليل الطيفي n_s و نسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية r . بالإضافة لما سبق ستتم مناقشة عدد التضخمات الأسية اللازمة لحل مشكلة الاستواء.

1.2.6 التدرج البطيء

تعرف معادلات فريدمان بالإضافة إلى معادلة الحركة للأكسيون بالشكل المعياري من خلال العلاقات:

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (2.6)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0 \quad (3.6)$$

تعطى وسائط التدرج البطيء من أجل الكمون (1.6) بالعلاقات:

$$\varepsilon_V \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{V_\phi}{V} \right)^2 = \frac{\sin^2 \left(\frac{\phi}{f} \right)}{2f^2 \left(\cos \left(\frac{\phi}{f} \right) + 1 \right)^2} \quad (4.6)$$

$$\eta_V \equiv \left(\frac{V_{\phi\phi}}{V} \right) = - \frac{\cos\left(\frac{\phi}{f}\right)}{f^2 \left(\cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + 1 \right)} \quad (5.6)$$

تبعاً لما سبق، يعطى الدليل الطيفي بالعلاقة:

$$n_s - 1 = 6\varepsilon_V - 2\eta_V = 1 - \frac{\left(\cos\left(\frac{\phi}{f}\right) - 3 \right) \sec^2\left(\frac{\phi}{2f}\right)}{2f^2} \quad (6.6)$$

بينما تعطى نسبة التآرجات التسورية إلى السلمية بالعلاقة:

$$r = 16\varepsilon_V = \frac{8 \sin^2\left(\frac{\phi}{f}\right)}{f^2 \left(\cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + 1 \right)^2} \quad (7.6)$$

و يعطى عدد التضخمات الأسية بالشكل:

$$N = \int_{\phi_{end}}^{\phi_*} \frac{V}{V_{\phi}} = -2f^2 \left(\log\left(\tan\left(\frac{\phi}{2f}\right)\right) + \log\left(\cos\left(\frac{\phi}{2f}\right)\right) \right) \Big|_{\phi_{end}}^{\phi_*} \quad (8.6)$$

2.2.6 مقارنة النتائج النظرية مع البيانات التجريبية

نقدم مقارنة احصائية للنتائج المتحصل عليها من النموذج الطبيعي قيد الدراسة و النتائج المتحصل عليها من الرصودات التجريبية ممثلاً بنتائج بلانك و التجارب التي تم توضيحها خلال الفصل الأول من هذه الأطروحة. تعتمد هذه الدراسة بشكل أساسي على نتائج البحث [158].

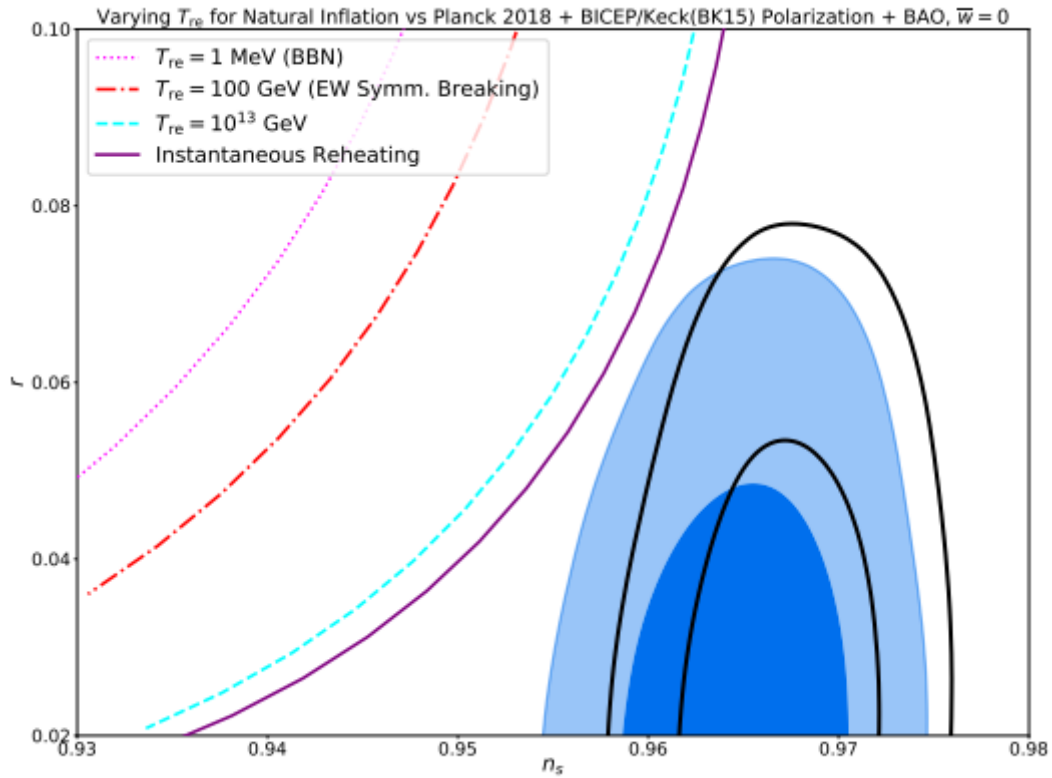
عند اعتبار السيناريو المعياري للتضخم الكوني من حيث بدأ مرحلة إعادة التسخين للكون بمجرد انتهاء التضخم الكوني و التي تتلوها مباشرة مرحلة هيمنة الإشعاع على الكون بحيث تأخذ معادلة الحالة الشكل: $\omega = 0$ ، فإن نموذج التضخم الطبيعي يظهر عدم توافق واضحاً مع النتائج التجريبية كما يوضح الشكل (1) .

قمنا ضمن الشكل (1) بإعادة توليد النتائج النظرية للنموذج و تمت المقارنة مع النتائج التجريبية الأكثر حداثة والمعتمدة ضمن هذه الأطروحة.

على كل حال و على الرغم من استبعاد النموذج لدى المقارنة مع النتائج الرصدية، فقد جادل المؤلفون بإمكانية حدوث تفاعلات أخرى غير اضمحلال الحقل السلمي خلال مرحلة إعادة التسخين و التي من شأنها أن تخلق حالات تتحقق عندها معادلة حالة بالشكل $\omega > 1/3$. فمثلاً: وجد الباحثون [158] بأنه من أجل $\omega = 1$ فإن التضخم

الكوني يتوافق مع نتائج الرصدات ضمن مجال الثقة 95% من أجل درجة إعادة تسخين $T_{re} < 10^{13} \text{ GeV}$ و تتقاطع النتائج النظرية من أجل مستويات ثقة 68% عند تمديد فترة ω حتى مقاس الطاقة الضعيفة 100 GeV . بشكل مشابه عند اعتبار $\omega \simeq 0.38$ فإن المنحنيات $n_s - r$ تدخل ضمن مستويات الثقة 95% ، و من أجل $\omega \simeq 0.75$ تصل المنحنيات إلى 68% كما يوضح الشكل والشكل.

على كل حال فإن مثل هذا التمديد لإعادة التسخين إلى أزمنة متأخرة و خصوصا مع افتراض $\omega > 1/3$ يتطلب فحصا متأنيا، حيث أن كثافة الأمواج الثقالية تتضخم خلال هذه الفترة و هذا ما يمكن بدوره أن يفرض قيودا جدا محكمة على الأمواج الثقالية للخلفية الكونية خلال فترة BBN .



قمنا في الشكل 2 باعادة تمثيل النتائج و مقارنتها مع نتائج الدراسة التنبؤية لقيم المرصودات. يمكن أن نلاحظ بوضوح أن النموذج مستبعد تماما ضمن اطار الدراسة الحديثة حتى عند إعتبار التمديدات المعتمدة ضمن المرجع .

3.6 التضخم الطبيعي بترباط لأصغري مع الثقالة من الشكل

$$f(\phi) = -\xi\phi^2 \quad \text{ضمن خلفية ثقالية } R + \alpha R^2$$

نهتم في هذه الفقرة بدراسة التضخم الطبيعي بكمون جيبي (1.6) بترباط لا أصغري مع الثقالة من الشكل:

$$f(\phi) = -\xi\phi^2 \quad (9.6)$$

ستتم جميع المعالجات ضمن صياغة باللاتيني للثقالة و ليس الصياغة المترية، كما ستتم معالجة النموذج باعتماد النهايات الثلاث الموضحة في الفصل الثاني.

يأخذ الفعل النهائي المكافئ للفعل ضمن الفصل الثاني بدلالة الحقل السلمي ϕ الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2}R + g_1(\phi)X + g_2X^2 + W(\phi) \right\} \quad (10.6)$$

حيث:

$$g_1(\phi) \equiv \frac{(1 - \xi\phi^2)}{(1 - \xi\phi^2)^2 + 8\alpha M^4(1 + \cos[\phi/f])} \quad (11.6)$$

$$g_2(\phi) \equiv \frac{2\alpha}{(1 - \xi\phi^2)^2 + 8\alpha M^4(1 + \cos[\phi/f])} \quad (12.6)$$

$$W(\phi) \equiv \frac{M^4(1 + \cos[\phi/f])}{(1 - \xi\phi^2)^2 + 8\alpha M^4(1 + \cos[\phi/f])} \quad (13.6)$$

من الفعل الأخير تتجلى مساهمة الحد R^2 بتحويل النموذج إلى نموذج بحقل سلمي وحيد و إنما غير قانوني حيث يظهر حد الطاقة الحركية بالشكل $G(X, \phi) = g_1(\phi)X + g_2X^2$ و بكمون فعال $W(\phi)$. سنقوم في الفقرات التالية بدراسة السيناريو التضخمي ضمن كل من النهايات المعتمدة في الفصل الثاني.

1.3.6 التضخم الطبيعي ضمن النهاية $(1 - \xi\phi^2)$ $2\alpha X \ll$

كما و سبق أن نوهنا فإن السيناريو التضخمي المعتمد ضمن هذه النهاية هو التضخم ذو التدحرج البطيء، حيث تهيمن الطاقة الكامنة للحقل السلمي على الطاقة الحركية و التي يتم اهمالها فضلا عن حدود الطاقة الحركية بمراتب أعلى.

يعطى الحقل السلمي φ المعاد مقاسه بدلالة الحقل السلمي الفيزيائي ϕ ضمن الحالة الحالية بالعلاقة:

$$Z \equiv \left(\frac{d\phi}{d\varphi}\right)^2 = \frac{(1 - \xi\phi)^2 + 8\alpha M^4[1 + \cos(\phi/f)]}{(1 - \xi\phi^2)} \quad (14.6)$$

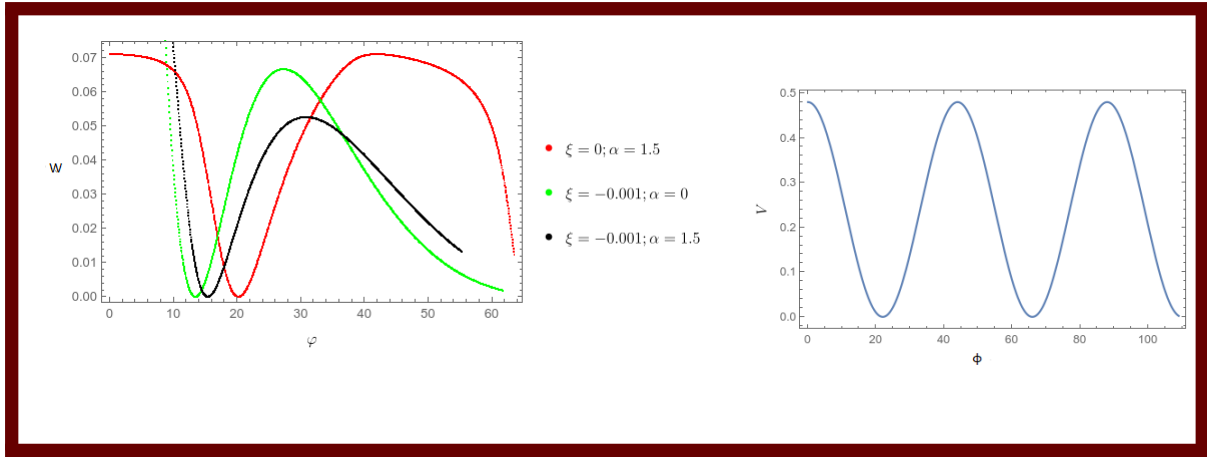
بهدف الحصول على فهم أفضل لخواص الكمون W ضمن جملة آينشتاين فقد قمنا برسمه كتابع للحقل القانوني

ϕ في الشكل (1.6) من أجل $f = 16$ و $M \sim M_{GUT}$.

يظهر الشكل ثلاث حالات للكمون: المنحني الأخضر يوافق لترابط لا أصغري بثابت ترابط $\xi = -0.01$ و بخلفية ثقالية نسبية $\alpha = 0$. يظهر تأثير الترابط الأصغري من خلال زيادة استواء الكمون بالاضافة إلى مساهمته كمحمد للكمون حيث نلاحظ انخفاض ارتفاع الكمون كتابع للحقل.

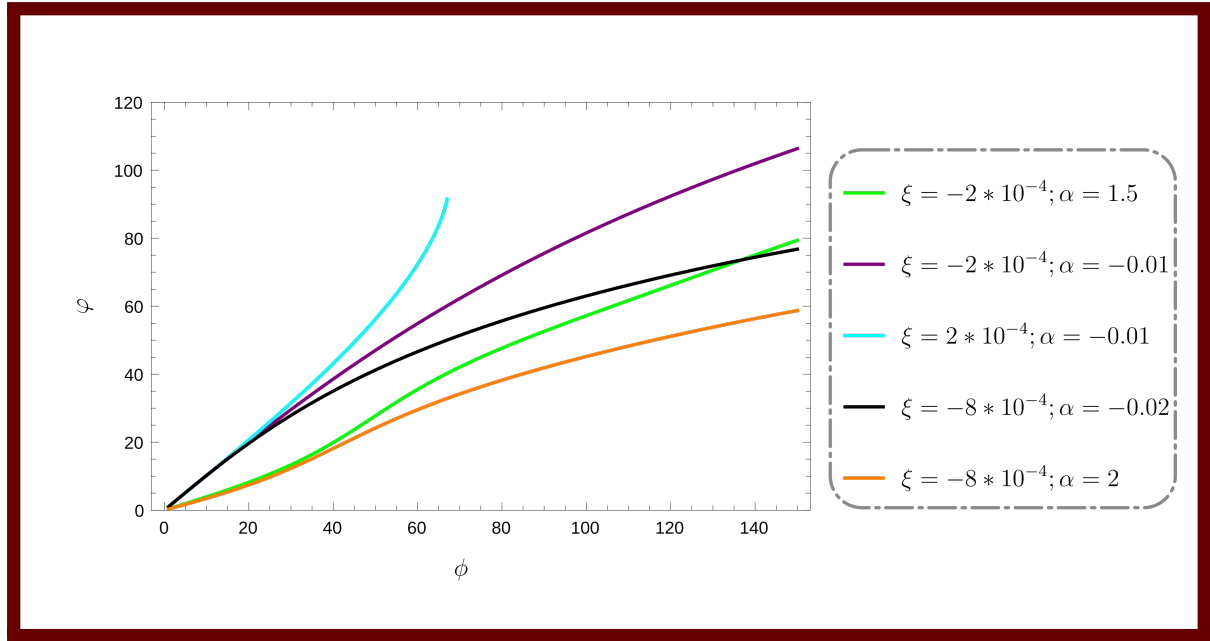
الحالة الثانية تتمثل بالمنحني الأحمر و الذي يمثل الكمون بترابط اصغري مع الثقالة $\xi = 0$ و إنما بثقالة ممتدة حيث $\alpha = 1.5$. يظهر التأثير الاساسي من خلال انتاج كمون مستو متناسب مع $W \sim \frac{1}{8\alpha}$ من اجل قيم غير مهمله للكمون الدوري V .

أخيرا يشير المنحني الأسود إلى الحالة العامة من حيث تحقق الترابط للأصغري مع الثقالة جنبا إلى جنباً مع اعتماد الثقالة الممتدة.



شكل 1.6: الشكل الأيمن يمثل النسبة بين الكمون V ومقاس الكتلة من الدرجة الرابعة بدلالة الحقل السلمي الأصلي ϕ ضمن صياغة بالاتياني للثقالة. الشكل الأيمن يمثل ذات النسبة إنما للكمون $W(\phi)$ بدلالة الحقل معاد المقاس ϕ .

بالنسبة للعلاقة ما بين الحقلين ϕ و φ فإنه من غير الممكن دوماً من حيث المبدأ إجراء التكامل للحصول على علاقة من الشكل $\varphi(\phi)$. في الحقيقة حتى و في حال التمكن من إجراء مثل هذا التكامل تحليلياً فإن الحصول على العلاقة العكسية $\phi(\varphi)$ غير محقق دوماً، وهو ما يقابل لحالتنا المدروسة هاهنا. على كل حال فإننا قمنا بإيجاد العلاقة بين الحقلين عددياً و تم تمثيلها في الشكل (2.6)، مع العلم أننا اعتمدنا الإشارة الموجبة للجزر التربيعي للعلاقة (14.6)، و عليه يظهر الحقل φ كتابع متنامي بالنسبة للحقل ϕ و بميل موجب عند كل نقطة من نقاط المنحني.



شكل 2.6: يمثل الشكل لتغيرات الحقل φ بدلالة الحقل ϕ من أجل $f = 16$ و $M = 0.7$ (مع اختيار الميل الموجب للعلاقة $\frac{d\phi}{d\varphi} = \sqrt{Z}$). تشير الألوان المختلفة إلى قيم مختلفة للثوابت ξ و α .

بالنظر إلى الشكل (??) نلاحظ أن الكمون يعكس إمكانية تحقيق إثنيين من السيناريوهات التضخمية: سيناريو التضخم الكوني بحقول كبيرة و سيناريو التضخم الكوني بحقول صغيرة.

من أجل السيناريو الأول، يتدرج الحقل السلمي ϕ أو φ من يمين الكمون إلى يساره من أجل $\phi > \frac{1}{\sqrt{|\xi|}}$ أي من قيم أكبر للحقل السلمي أثناء التضخم الكوني إلى قيم أصغر عند نهاية التضخم الكوني. في حين يتحقق سيناريو التضخم بحقول صغيرة من أجل تدرج الحقل السلمي من يسار الكمون إلى يمينه من أجل: $\phi < \frac{1}{\sqrt{|\xi|}}$. بمعنى آخر، يتوافق التضخم الكوني مع قيم أصغر للحقل منها عند نهاية التضخم.

سنعتمد خلال دارستنا سيناريو الحقل الصغير، بحيث يتدرج الحقل من اليسار إلى اليمين حيث يصل الكمون إلى نهايته الصغرى ($\frac{dW}{d\varphi} = \sqrt{Z} \frac{dW}{d\phi}$) عند الحقل $\phi = \frac{1}{\sqrt{|\xi|}}$ من أجل $\xi > 0$ ، و ينتهي التضخم الكوني من أجل إهتزازات للكمون بالقرب من النهاية الصغرى.

تقريب التدرج البطيء

نظرا لكون الجزء الثقالي ضمن النهاية المعتمدة يوافق فعل هليبرت-آينشتاين المعياري للنظرية النسبية العامة، و حيث أن الجزء المادي المتمثل بحقل التضخم الكوني يأخذ شكل حقل سلمي قانوني، فإنه بالإمكان استخدام

العلاقات المعيارية للتدرج البطيء بحيث:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{W_\varphi}{W} \right)^2, \quad \eta = \frac{W_{\varphi\varphi}}{W} \quad (15.6)$$

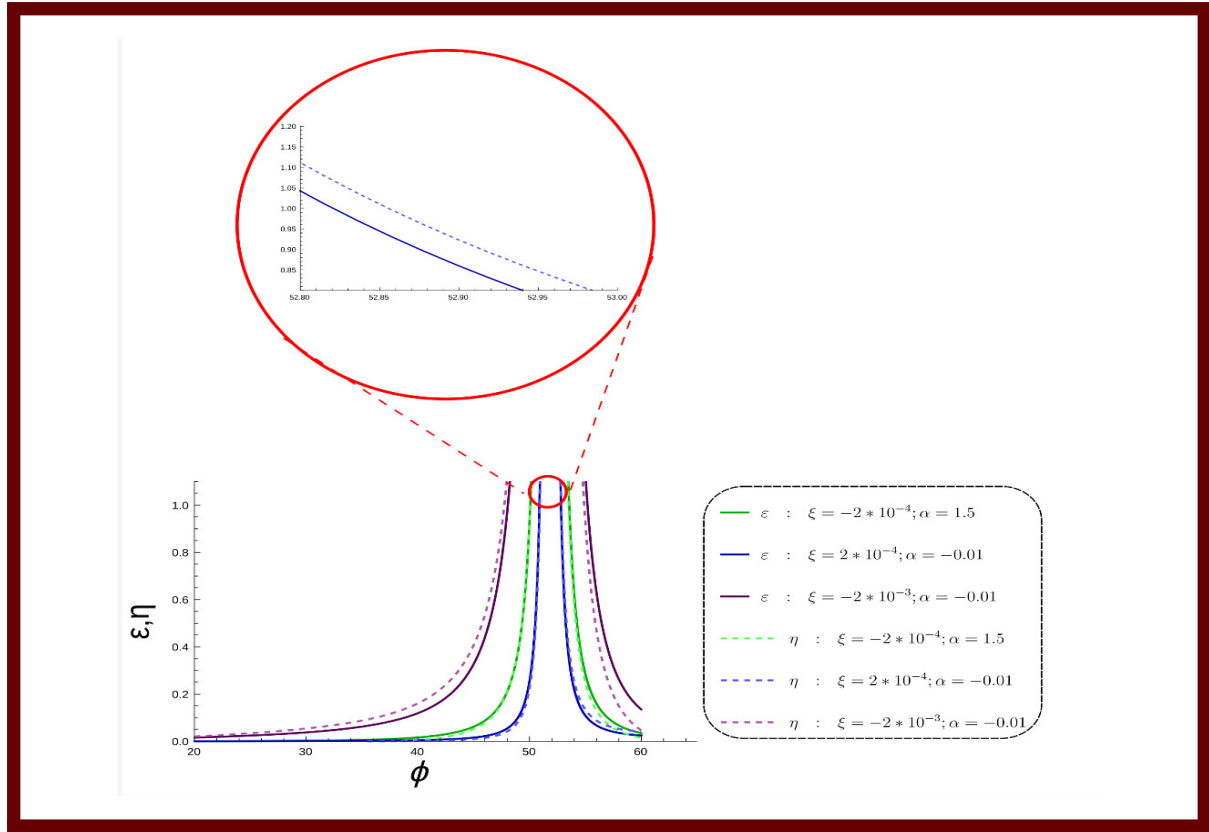
إن الكمون $W(\varphi(\phi))$ تابع للحقل φ و حيث أنه من غير الممكن الحصول على علاقة تحليلية لـ $\varphi(\phi)$ ، فإنه من الأكثر سهولة التعامل مع وسطاء التدرج البطيء ε, η من خلال اعتماد المشتقات بالنسبة للحقل ϕ بدلا من الحقل φ عندئذ تأخذ معاملات التدرج البطيء العلاقات:

$$\varepsilon = \frac{Z}{2(1 + 8\alpha\hat{V})} \left(\frac{\hat{V}_\phi}{\hat{V}} \right)^2 \quad (16.6)$$

$$\eta = \frac{Z}{(1 + 8\alpha\hat{V})} \left(\frac{\hat{V}_{\phi\phi}}{\hat{V}} \right) + \frac{Z_\phi}{2(1 + 8\alpha\hat{V})} \left(\frac{\hat{V}_\phi}{\hat{V}} \right) - \frac{16\alpha Z\hat{V}}{(1 + 8\alpha\hat{V})^2} \left(\frac{\hat{V}_\phi}{\hat{V}} \right)^2 \quad (17.6)$$

بهدف المقارنة تم رسم كل من و سيطي التدرج البطيء ε و η بدلالة الحقل السلمي ϕ و نظرا إلى إعتدال سيناريو الحقل الصغير فإن الوسيط الذي يصل للواحد أولا يوافق نهاية التضخم الكوني، و يتم إعتدال قيمة الحقل الموافقة على أنها قيمة الحقل عند نهاية التضخم الكوني.

يظهر من الشكل (3.6) أن ε هو من يحقق الشرط أولا. على كل حال، من الواضح بالنظر إلى الشكل (3.6) أن سلوك كل من الوسيطين متشابه لدرجة كبيرة بحيث تغدو الفروقات ما بين ϕ_{end} الموافق لـ $\varepsilon = 1$ أو $\eta = 1$ مهمة عمليا. إلا أننا اتبعنا الأجراء الإعتيادي من حيث تقصي الوسيط الذي يخرق شرط التدرج البطيء أولا. على الرغم من وجود علاقات تحليلية لعبارات التدرج البطيء، فإنه من غير السهل حل هذه البارامترات للحصول على قيم الحقل السلمي ϕ_* الموافقة لقيمة الحقل عند قطع الأفق والتي ينبغي أن تحقق المرصودات ν_s و r . لذا و بدلا من الحل التحليلي فإننا عمدنا إلى إيجاد ϕ_{end} عدديا من خلال تحديد $\varepsilon, \eta = 1$ و من ثم قمنا بتثبيت قيم $N = \int_{t_i}^{t_e} H dt = -8\pi G \int_{\varphi_i}^{\varphi_e} \frac{W}{W_\varphi} d\varphi = -8\pi G \int_{\phi_i}^{\phi_e} \frac{W}{ZW_\phi} d\phi$ ضمن المجال $N \in [50, 80]$ للحصول على قيم ϕ_* مع التأكد من أن المرصودات n_s و r تقع ضمن مجال البيانات التجريبية. يوضح الشكل [NA] المخطط التنفيذي للمعالجة الحاسوبية.



شكل 3.6: وسائط التدرج البطيء ε و η من أجل قيم مختلفة لكل من ξ و α

المقارنة مع النتائج التجريبية

بهدف المقارنة والتقصي الدقيق لنتائج دراسة التضخم الطبيعي ضمن النموذج الثقالي المعدل قيد الدراسة، قمنا بإعادة توليد نتائج المرجع [159] في الشكل (4.6) و الذي يمثل تنبؤات نموذج التضخم الطبيعي ممثلة بالدليل الطيفي n_s و نسبة التآرجحات التيسورية إلى السلمية r و ذلك بوجود ترابط لأصغري بين الأكسيون ممثلاً للانفلاتون والجاذبية ممثلة من خلال سلمية ريتشي R .

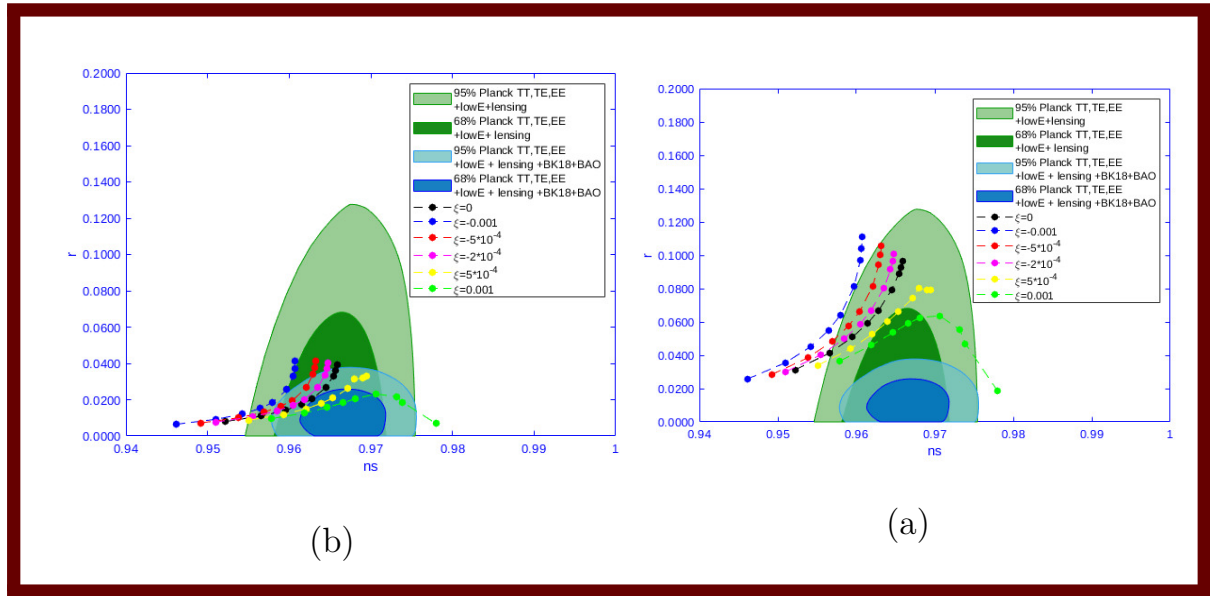
توافق جميع المنحنيات الموضحة في الشكل لعدد تضخمات أسية $N = 60$ مع $\alpha = 0$. من أجل كل منحنى من المنحنيات تم مسح الوسيط f ضمن المجال $f \in [1.5 - 10]$. كما تم تثبيت قيم الوسيط ξ من أجل كل خط من الخطوط المنقطعة بحيث تم اعتماد قيم ξ ضمن المجال $+0.001$ من أجل الخط الأخضر، حتى -0.001 من أجل الخط الأزرق.

بالنظر إلى الشكل [3.6]، نلاحظ أنه بازدياد قيم ξ تتزاح المنحنيات باتجاه قيم أكبر بالنسبة n_s . عند قيم صغيرة نسبياً للوسيط f و من أجل $\xi < 0$ فإن الخطوط تصل إلى مستوى الثقة 95% للتجارب Planck TT-TE-EE+LowE+lensing. على كل حال، ولدى إضافة نتائج BK15 نلاحظ انعدام التقاطع لهذه

المنحنيات مع البيانات التجريبية.

نلاحظ أيضا أنه بازدياد قيم الوسيط $|\xi|$ فإن المنحنيات المقابلة لها تبدأ بالابتعاد عن مستوى الثقة 68% لنتائج Planck TT-TE-EE+LowE+lensing أكثر فأكثر. من جهة أخرى و من أجل $\xi > 0$ فإنه مع تزايد ξ فإن قيم n_s تندفع نحو قيم أكبر ولكن لا تزال بعيدة المنال عن مستوى الثقة 68%. على كل حال تبلغ المنحنيات مستوى الثقة 68% عند ترقية مساهمة BK15.

تبعاً لما سبق يمكن أن نستنتج أنه و من أجل ترابط لأصغري للنموذج مع الثقالة فإنه من الصعب موائمة النتائج النظرية للنموذج مع البيانات التجريبية، و كل ما يمكن تحقيقه هو نوع من التوافق الضعيف ضمن مستويات الثقة 68% عند حذف مساهمة BK15. أما عند تضمينها فإن عدم التوافق يزداد و تبتعد النتائج للنموذج حتى عن امكانية التوافق مع مستوى الثقة 95%.



شكل 4.6: الشكل الأيسر (4.a) يمثل تنبؤات النموذج بترابط لأصغري مع الثقالة النسبوية $\alpha = 0$. جميع الخطوط المنقطة تقابل $N = 60$. الشكل الأيمن (4.b) يمثل النتائج المتحصل عليها عند اضافة الثقالة المدة من أجل $\alpha = 0.1$.

يظهر تأثير الحد αR^2 موضحاً في الشكل (6.6). تم مسح نفس المناطق السابقة بالنسبة للوسائط f و ξ و إنما الآن بقيمة غير معدومة للوسيط α بحيث $\alpha = 0.1$. يظهر التأثير الاساسي للوسيط α متمثلاً بشكل أساسي على نسبة التآرجحات التتسورية إلى السلمية، حيث تتناقص قيم r عند تزايد قيم α .

تبعاً لهذا فإن المنحنيات التي كانت مستبعدة من مستوى الثقة 95% عن اعتماد حالة $\alpha = 0$ أصبحت الآن متضمنة ضمن مستويات الثقة الأكثر دقة 68% بالإضافة إلى مستويات الثقة 95%. بالإضافة إلى ذلك، فإن طيفاً عريضاً من فضاء البارامترات f و ξ المستبعد عند اعتماد الترابط الأصغري، أصبحت الآن مناسبة لموائمة

النموذج مع البيانات التجريبية، على الأقل ضمن مستوى الثقة 95% . أيضا يمكننا أن نلاحظ أنه عند إضافة القيود الإضافية المتحصل عليها من خلال BK15 ، فإن يمكن تحقيقه التقابل مع البيانات من أجل $\alpha \neq 0$ ضمن كل من مستويي الثقة 95% و 68% من أجل $\xi < 0$ و من أجل $\xi > 0$ فقط عند 68% . كطريقة أفضل لفهم تأثير إضافة حد الترابط اللاأصغري مع الثقالة ضمن ثقالة ممتدة بالشكل αR^2 ، قمنا بإعادة توليد نتائج العمل [160] و التي توافق إلى حالة جاذبية بترابط أصغري مع الثقالة كما يوضح الشكل (4.6) . نلاحظ من الشكل، أنه عند تثبيت قيم كل من M و f فإن تغيرات الوسيط α تنعكس فقط على نسبة التآرجات التنسورية إلى السلمية r .

يوضح الشكل تناقص قيم r مع ازدياد قيم α بشكل يتوافق مع ما وجدناه سابقا. إن مثل هذا السلوك من شأنه أن يعطى النموذج قدرة فائقة على موائمة النتائج التجريبية. فحقيقة أن الوسيط ξ يؤثر بشكل أساسي على الدليل الطيفي n_s في حين يتمثل تأثير α على r يعطى النموذج نوع من القدرة على تبئير النتائج النظرية للنموذج بحيث تتقاطع مع الرصدات التجريبية للمرصودات. يوضح الشكل (6.6) هذا السلوك بجلاء، حيث تتزاح المنحنيات نحو قيم أكبر بالنسبة للدليل الطيفي مع زيادة قيم الوسيط ξ . بالمقابل عند زيادة قيم الوسيط α فإن قيم r تتزاح نحو قيم أصغر .

تختصر المعادلتين التاليتين التأثير الأساسي للتعديل الثقالي على النموذج التضخمي قيد الدراسة.

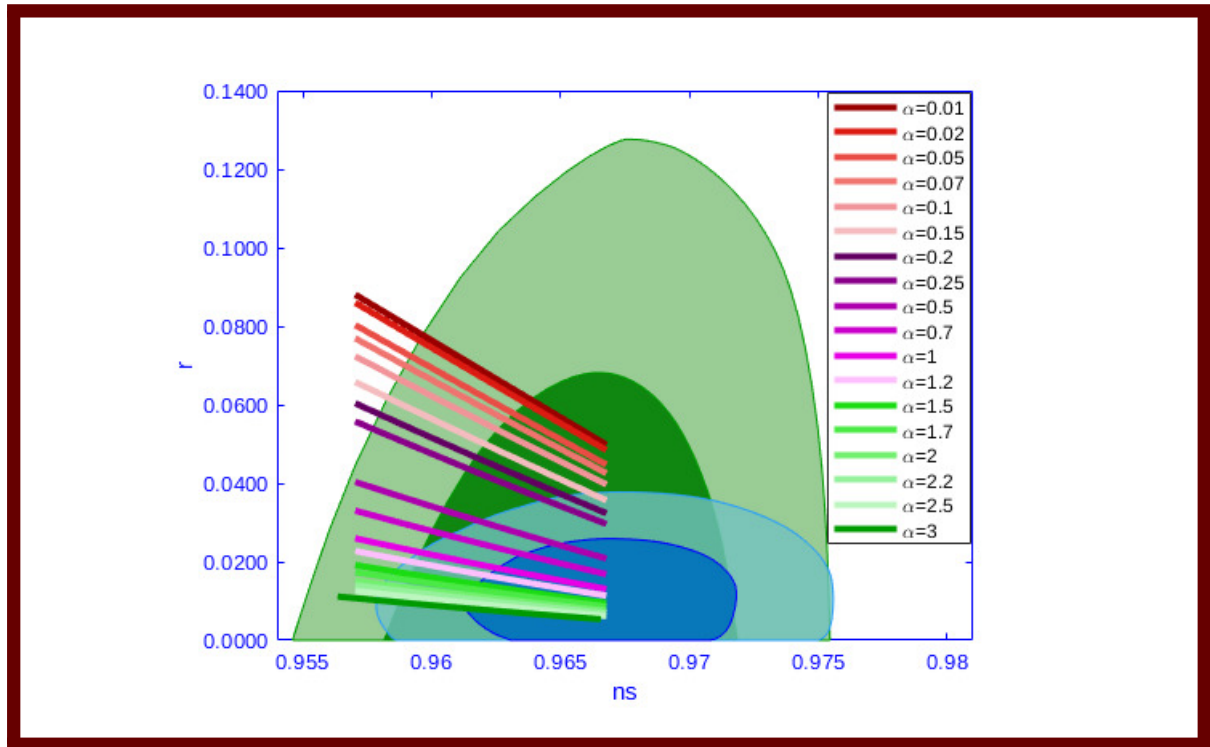
$$\xi \nearrow \Rightarrow n_s \nearrow \quad (18.6)$$

$$\alpha \nearrow \Rightarrow r \searrow \quad (19.6)$$

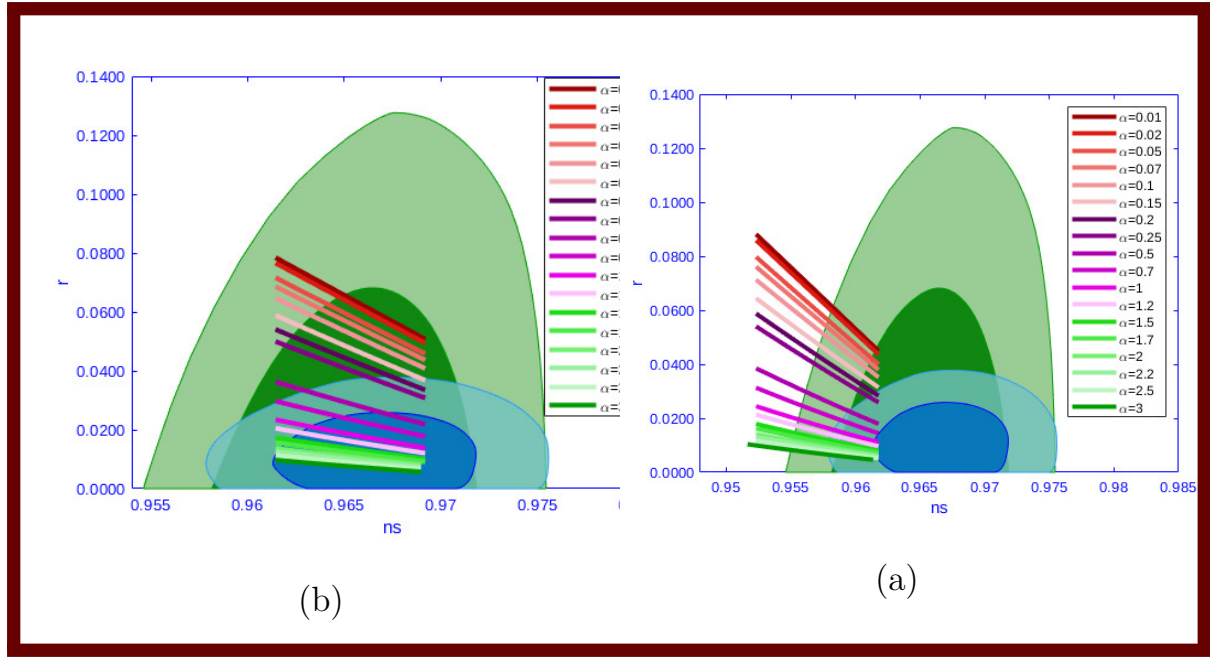
بهدف التوضيح العددي، قمنا بإدراج الجدول (5.6) والذي يشتمل على نقاط محددة للمدخلات والمخرجات التضخمية بهدف الحصول على رؤية أكثر وضوحا للنتائج الاستثنائية الناجمة عن هذا التعديل الثقالي.

Statuses	r	n_s	ξ	α	N	f
Excluded	0.0313	0.9522	0	0.00	60	5.0
TT+TE+EE+LowE+lensing 2σ	0.0365	0.9579	1×10^{-3}	0.00	60	5.0
Excluded	0.0881	0.9570	0	0.01	50	7.0
TT+TE+EE+LowE+lensing 2σ	0.0784	0.9614	5×10^{-4}	0.01	50	7.0
TT+TE+EE+LowE+lensing 2σ	0.1056	0.9632	-5×10^{-4}	0.00	60	10
TT+TE+EE+LowE+lensing 1σ	0.0595	0.9632	-5×10^{-4}	0.10	60	10

جدول 1.6: بعض النقاط المعلمة لتضويح التأثير الإيجابي لدراسة النموذج ضمن النهاية الأولى للثقالة المعدلة قيد الاعتبار



شكل 5.6: منحني يمثل كلا من r و n_s من أجل ترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة ممددة αR^2 . يقابل كل خط من الخطوط المنحنية لقيمة مثبتة للوسيط α . تم رصد عدد تضخمات أسية N من 50 يسارا إلى 70 عند الحدود اليمنى.



شكل 6.6: المنحنيات الممثلة لكل n_s و r في حالة ترابط لا أصغري مع الثقالة. يمثل الشكل الأيسر لقيمة سالبة $\xi = -1 \times 10^{-3}$ في حين يقابل الشكل الأيمن لقيمة موجبة $\xi = +5 \times 10^{-3}$ بينما تم تثبيت جميع قيم الوسائط الأخرى بشكل مطابق للشكل 5.6.

2.3.6 التضخم الطبيعي باعتبار النهاية: $\alpha \gg 1$

ستتم معالجة السيناريو التضخمي ضمن هذه الفقرة باعتبار حد الطاقة التربيعية و عليه فإن النموذج سيعامل معامل التضخم الحركي .

باعتبار النهاية $\alpha \gg 1$ فإننا نفترض ضمنا هيمنة حد الطاقة الحركية من الدرجة الثانية X^2 على الحد الخطي X . بمعنى آخر فإننا نعتبر التقريب:

$$1 \ll \frac{2\alpha X}{(1 - \xi\phi^2)} \quad (20.6)$$

نتيجة للتقريب المعتمد (20.6) يأخذ اللاگرانجي الشكل:

$$L = \frac{R}{2} + P(\phi)X^2 + W(\phi) \quad (21.6)$$

$$P(\phi) = \frac{2\alpha}{(1-\xi\phi^2)^2(1+8\alpha\hat{V})} \quad \text{حيث}$$

بإعادة تعريف حقل سلمي جديد بالشكل:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\phi} = P^{1/4}(\phi), \quad (22.6)$$

يأخذ النموذج الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2}R + \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \right)^2 - W \right\} \quad (23.6)$$

و تعطى معادلات فريدمان من أجل هذه الحالة بالشكل [161] :

$$3H^2 = \frac{3}{4}\dot{\varphi}^4 + W(\varphi) \quad (24.6)$$

في حين تعطى معادلة الحركة للحقل السلمي بالعلاقة:

$$3\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + W_\varphi \dot{\varphi}^{-2} = 0 \quad (25.6)$$

يعطى كل من الدليل الطيفي n_s و النسبة r بالعلاقات:

$$r = \frac{16}{3}\varepsilon \quad (26.6)$$

$$n_s - 1 = \frac{1}{3}(4\eta - 16\varepsilon) \quad (27.6)$$

حيث:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} 3^{\frac{1}{3}} \frac{(W_\varphi)^{\frac{4}{3}}}{W^{\frac{5}{3}}} \quad (28.6)$$

$$\eta = 3^{\frac{1}{3}} \frac{(W_{\varphi\varphi})}{(W \cdot W_\varphi)^{\frac{2}{3}}} \quad (29.6)$$

كما و سبق أن نوهنا فإنه بالإمكان اعتبار جميع العلاقات بالنسبة للحقل السلمي ϕ بحيث :

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\right)^2 = Z \equiv \left(\frac{(1 - \xi\phi^2)^2 + 8\alpha V}{2\alpha}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (30.6)$$

إن العلاقات التحليلية التفصيلية لكل من n_s و r طويلة و معقدة للكتابة، لذا و بهدف تبسيط عرضها تحليليا فإننا سنكتب العلاقات الموافقة للترابط الأصغري مع الإشارة إلى جميع خطوات المسح العددي تمت باعتماد العبارات التفصيلية.

$$n_s - 1 = \frac{4 \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} \cos^2 \left(\frac{\phi}{2f}\right) \left(3\alpha M^4 \cos \left(\frac{2\phi}{f}\right) + (1 - 8\alpha M^4) \cos \left(\frac{\phi}{f}\right) - 11\alpha M^4 - 2\right)}{\sqrt[3]{\alpha} f^{4/3} \sqrt[3]{M^4} \sin \frac{2}{3} \left(\frac{\phi}{f}\right) \left(\cos \left(\frac{\phi}{f}\right) + 1\right)^{5/3} \left(8\alpha M^4 \cos \left(\frac{\phi}{f}\right) + 8\alpha M^4 + 1\right)^{2/3}} \quad (31.6)$$

$$r = \frac{4 \sin \frac{4}{3} \left(\frac{\phi}{f}\right)}{\sqrt[6]{3} \sqrt[3]{\alpha} f^{4/3} \sqrt[3]{M^4} \left(\cos \left(\frac{\phi}{f}\right) + 1\right)^{5/3} \left(4\alpha M^4 \cos \left(\frac{\phi}{f}\right) + 4\alpha M^4 + \frac{1}{2}\right)^{2/3}} \quad (32.6)$$

التوافق مع الرصدات التجريبية

يوضح الشكل (7.6) بعض النقاط المقبولة و المتوافقة مع الرصدات التجريبية من أجل قيم كبيرة للوسيط α . من المهم أن نشير هاهنا إلى أننا اتبعنا سبيلا مختلفا خلال المسح العددي عما تم اعتماده ضمن سيناريو التدرج البطيء . فبينما قمنا بتثبيت عدد التضخمات الأسية ضمن اطار التدرج البطيء و من ثم اخترنا قيم الحقل السلمي الموافق لعدد التضخمات فيما إذا كان يحقق قيما مقبولة للمرصدات n_s و r عند قطع الأفق أم لا، فإننا هاهنا قمنا بالأمر بطريقة معاكسة.

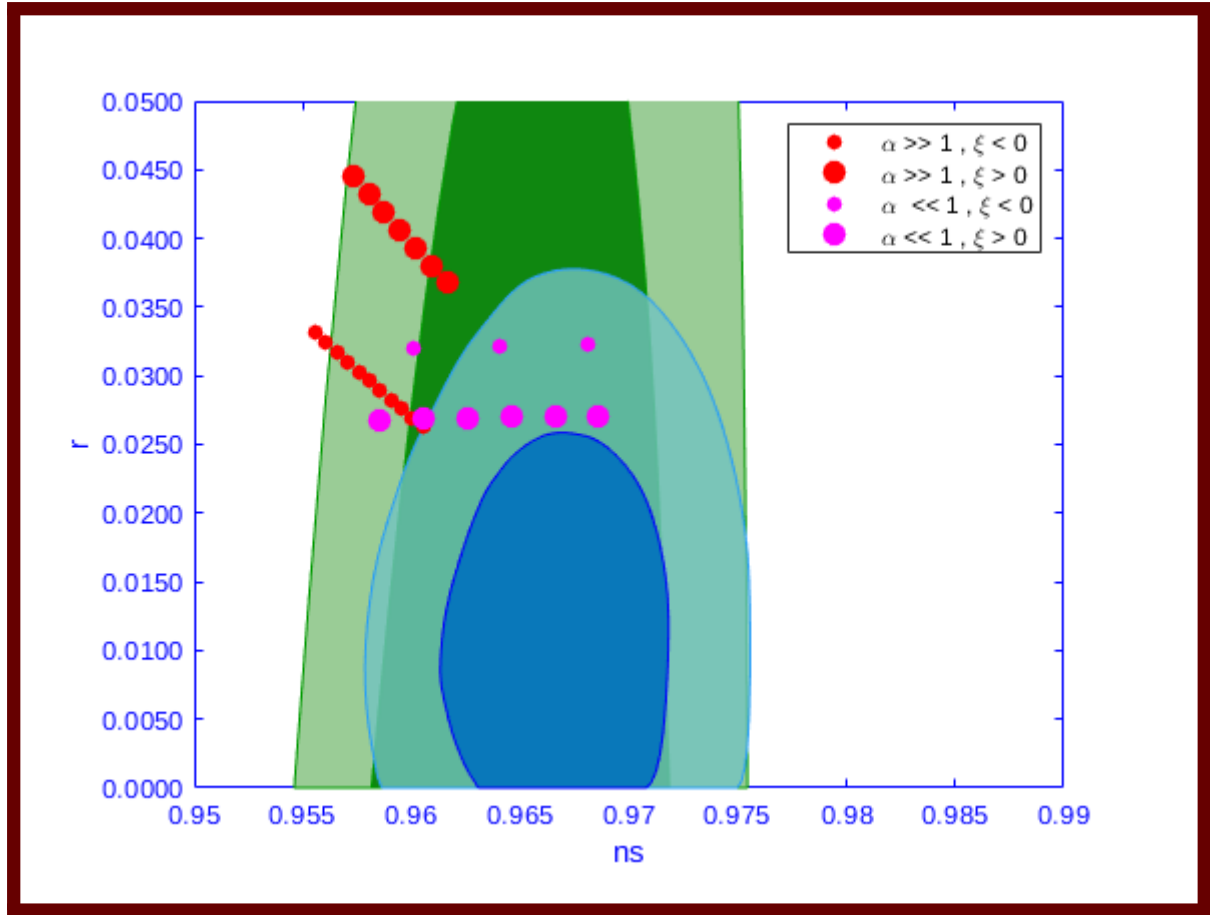
ضمن سيناريو التدرج الحركي، قمنا باستنتاج قيمة الحقل السلمي ϕ_* المحقق لقيم مقبولة للمرصدات n_s و r و من ثم تم اختبار ما إذا كان هذا الحقل يمكن أن يحقق عدد تضخمات أسية ضمن المجال [50 – 80] أم لا . تمثل الدوائر الحمراء الصغيرة القيم السالبة للوسيط ξ في حين تشير الدوائر الحمراء الكبيرة إلى القيم الموجبة . قمنا بتثبيت الوسائط $f = 45, \phi_* = 65$ من أجل جميع الحالات.

من أجل القيم السالبة للوسيط ξ تم تثبيت ($\alpha = 200, M^4 = 10^{-3}$) و من ثم قمنا بمسح الوسيط ξ ضمن

المجال $[-0.15, -0.05]$ و حصلنا على قيم N مقبولة، بحيث أن القيم أقصى اليمين الواقعة ضمن الكونتورات التجريبية توافق $N = 81$ أما النقاط أقصى اليسار خارج الكونتورات التجريبية فهي توافق $N = 72$.

بالمقابل و من أجل القيم الموجبة للوسيط ξ فقد أخذنا $(\alpha = 250, M^4 = 2 \times 10^{-3})$ و تم مسح الوسيط ضمن المجال $[+9 \times 10^{-6}, 15 \times 10^{-6}]$ و حصلنا على قيم لعدد التضخمات الأسية ضمن المجال $[71, 79]$.

لاحظنا أن تزايد قيم الوسيط α ينتج قيما أصغر من أجل r و هو ما يتوافق مع حالة التدحرج البطيء، على أنه و في هذه الحالة فإنه و من أجل $\alpha > O(10^3)$ فإن النتائج تتقارب لدرجة كبيرة بحيث تصبح متطابقة و يغدو تأثير ازدياد α مهملا. أيضا لاحظنا أن النموذج يبدي حساسية عالية لقيم f حيث أن قيمة أصغر للوسيط f تؤدي إلى انزياحات ملحوظة بالنسبة لقيم الوسيط n_s .



شكل 7.6: التضخم الحركي بدلالة الكمون الطبيعي ضمن ثقالة $F(R)$ معدلة من الشكل: αR^2 بترباط لا أصغري مع الثقالة من خلال الحد $\xi R\phi^2$. من أجل التضخم الحركي الموافق لـ $\alpha \gg 1$ (الدوائر الحمراء) قمنا باستخدام $(\phi_* = 65, f = 45)$. تقابل الدوائر الصغيرة لـ $(\alpha = 200, M^4 = 10^{-3})$ و $\xi \in [-0.15, -0.05]$ بينما $(\alpha = 250, M^4 = 2 \times 10^{-3})$ و $\xi \in [9 \times 10^{-6}, 15 \times 10^{-6}]$ من أجل الدوائر الكبيرة. يقع عدد التضخمات الأسية المتحصل عليه ضمن المجال [72, 81] من اليسار إلى اليمين و ذلك من أجل الدوائر الصغيرة و ضمن المجال [71, 79] من اليسار إلى اليمين من أجل الدوائر الكبيرة. بالنسبة للتضخم ذي التدرج الثابت، قمنا باعتبار القيم $(\alpha = 10^{-5}, f = 9, M^4 = 11)$ و تم مسح الوسيط β ضمن المجال $([0.010, 0.019])$ من أجل الدوائر ذات اللون الزهري، مع $\phi_* = 72, \xi = -6 \times 10^{-4}$ من أجل جميع النقاط الصغيرة و $(\xi = 10^{-4}, \phi_* = 78)$ من أجل النقاط الكبيرة. حصلنا على $N \sim 66.4$ على $N \sim 61.4$ من أجل النقاط الصغيرة (الكبيرة) ذات اللون الزهري. تم مقارنة النتائج مع نتائج الرصدات لـ $Planck \& BK2018$ بشكل منفصل و بشكل مرتبط.

3.3.6 التضخم الطبيعي ذو التدرج الثابت

تحليل النموذج

نناقش في هذه الفقرة التضخم الطبيعي ضمن سيناريو التدرج الثابت و ذلك باعتبار النهاية $\alpha \ll 1$. يأخذ الفعل الواصف للنموذج ضمن النهاية المعتبرة الشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} R + \mathcal{G}(Y, W) \right\} \quad (33.6)$$

حيث قمنا باعتماد تغير متحول للحقل السلمي بشكل مشابه لحالة التدرج البطيء (14.6) حيث $\mathcal{G}(Y, W) =$

$$Y = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \text{ و } 2\alpha Y^2 - Y - W(\varphi)$$

تعطى معادلات الحقل المقابلة للفعل أعلاه بالعلاقات:

$$6H^2 = \dot{\varphi}^2 + 3\alpha \dot{\varphi}^4 + 2W(\varphi) \quad (34.6)$$

$$\dot{H} = -\frac{\dot{\varphi}^2}{2} - \alpha \dot{\varphi}^4 \quad (35.6)$$

$$12H\alpha(-\beta-1)\dot{\varphi}^3 + 2H(-\beta-3)\dot{\varphi} - 2W_\varphi = 0 \quad (36.6)$$

حيث: $\beta = \frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}}$ تؤخذ على أنها ثابتة ضمن سيناريو التدرج الثابت.

بحل المعادلة (36.6) يمكن الحصول على حل حقيقي لـ $\dot{\varphi}$ بالشكل:

$$\dot{\varphi} = \left\{ q(\varphi) + [q(\varphi)^2 + p(\varphi)^3]^{1/2} \right\}^{1/3} + \left\{ q(\varphi) - [q(\varphi)^2 + p(\varphi)^3]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (37.6)$$

حيث:

$$q = +\frac{W_\varphi}{4\alpha H(1+\beta)}, p = \frac{3+\beta}{18\alpha(1+\beta)} \quad (38.6)$$

تعطى معاملات التدرج بالعلاقة:

$$\varepsilon = -\frac{3\dot{\varphi}^2}{4W(\varphi)}(1 + \alpha\dot{\varphi}^2) \quad (39.6)$$

$$\beta = \frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} \quad (40.6)$$

$$\gamma = \frac{6\alpha\beta\dot{\varphi}^2}{1 + 6\alpha\dot{\varphi}^2} \quad (41.6)$$

على خلاف من سيناريو التدرج البطيء والذي يتطلب كون البارامترات $(\varepsilon, \eta < 1)$ فإنه و ضمن سيناريو التدرج الثابت فإن المتطلب الأساسي هو تحقق $(\varepsilon < 1)$. في حين يتمثل التدرج الثابت من خلال افتراض ثبات الوسيط β معرفا بالعلاقة (40.6) .

يعطى الدليل الطيفي والنسبة r من خلال العلاقات [147] :

$$n_s = 1 + 2\frac{2\varepsilon - \beta - \gamma}{1 + \varepsilon} \quad (42.6)$$

$$r = EC_A^{3+\beta} \left(\frac{(1 + 6\alpha\dot{\varphi}^2)\dot{\varphi}^2}{W(\varphi)} \right) \quad (43.6)$$

حيث:

$$E = \left(\frac{\sqrt{6}\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{3}{2} + \beta)2^\beta} \right)^2, \quad C_A = \frac{1 - 2\dot{\varphi}^2}{1 - 6\dot{\varphi}^2} \quad (44.6)$$

بهدف تقدير المرصودات، و على ضوء عدم التمكن من الحصول على علاقة تحليلية للحقل ϕ بدلالة الحقل φ ، لذا فإننا سنستمر مع العلاقة $W(\phi)$ و نتعبر الحقل ϕ كوسيط ادخال بدلا من الحقل φ . باستخدام العلاقة (14.6) بحيث يمكننا استنتاج W_φ من W_ϕ و باستخدام التقريب $H \sim \frac{W}{3}$ يمكننا ايجاد العلاقة لـ $\dot{\varphi}$ باستخدام العلاقات (37.6) و (38.6) الضرورية لحساب $(\varepsilon, \xi, n_s, r)$.

الدراسة الإحصائية و المقارنة مع النتائج التجريبية

يظهر النموذج التضخمي ضمن النهاية $\alpha \ll 1$ كتضخم مقاد من قبل الحدود الحركية من خلال التابع $\mathcal{G}(Y, \varphi) = \alpha Y^2 - Y - W(\varphi)$. على كل حال، وعلى خلاف من الحالة $\alpha \gg 1$ و التي تمت دراستها ضمن نموذج k-inflation فإنه تم تحليل التضخم ثابت التدرج من خلال اعتباره تضخما حركيا بوسيط تدرج β يبقى ثابتا. الوسائط المدخلة ضمن هذا السيناريو هي $(f, M, \alpha, \xi, \beta, \phi_*)$ و المخرجات هي $(N$ و $n_s, r)$. ضمن هذا النموذج و كما يوضح المخطط التفصيلي للعمل، فإنه تم المسح على قيم مختلفة للوسيط β . يوضح الشكل (7.6) القيم المعتمدة أثناء المسح العددي. تقابل النقاط ذات اللون الزهري الصغيرة (الكبيرة) للقيم المقبولة بالنسبة للمرصودات (n_s, r) ، والتي تقابل إلى قيم سالبة (موجبة) لوسيط الترابط اللاأصغري. قمنا بتثبيت الوسائط $(\alpha = 10^{-5}, f = 9, M^4 = 11)$ و مسح الوسيط β ضمن المجال $[0.010, 0.019]$ ، حيث تقابل القيم الأخفض (الأعلى) للنقاط أقصى اليسار (أقصى اليمين) للنقاط ذات اللون الزهري. من أجل جميع النقاط تم تثبيت $(\xi = -6 \times 10^{-4}, \phi_* = 72)$ من أجل النقاط الصغيرة و $(\xi = 10^{-4}, \phi_* = 78)$ من أجل النقاط الكبيرة. بالنسبة لعدد التضخمات الأسية فقد حصلنا على $N \in [66.4, 66.5]$ من أجل النقاط الصغيرة و $N \in [61.3, 61.5]$ من أجل النقاط الكبيرة. لاحظنا أن النموذج يبدي حساسية عالية جدا للمدخلات ξ و β .

4.6 التضخم الطبيعي بترابط لأصغري دوري مع الثقالة

تعالج هذه الفقرة ترابطا لأصغريا دوريا ما بين الثقالة و الحقل السلمي ممثلا بالأكسيون ضمن نموذج التضخم الطبيعي. تم افتراض هذا النوع من الترابطات ضمن العمل [162] بحيث يحترم الترابط الأصغري لتناظر الإنزياح $(\phi \rightarrow \phi + 2\pi f)$ الذي يمتلكه كمون الأكسيون. يعطى الترابط ضمن هذه الحالة بالعلاقة:

$$F(\phi) = \lambda \left(\cos \left(\frac{\phi}{f} \right) + 1 \right) \quad (45.6)$$

$$F(\phi) = \lambda \left(\cos \left(\frac{\phi}{f} \right) + 1 \right) \quad (46.6)$$

تمت دراسة هذا النوع من الترابطات ضمن الصياغة المترية و باعتبار $\alpha = 0$. أظهرت الدراسة [162] أن نتائج النموذج تقع ضمن مستويات الثقة 95% للتجارب Planck 2018+BAO+BK14 . قام المؤلفون ضمن العمل [163] بدراسة الترابط اللاصغري الدوري ضمن ثقالة من النوع αR^2 و ذلك ضمن الصياغة المترية أيضا،

بالإضافة إلى ذلك قدم المؤلفون تفسيراً محتملاً لمثل هذه الترابطات على المستوى المجهرى.

إعتمدنا ضمن العمل الحالي على صياغة باللاتيني بدلا من الصياغة المترية و وجدنا:

$$n_s = \frac{\text{Num}}{4f^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2f}\right) \left(\lambda \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + \lambda + 1\right)} : \quad (47.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Num} = & \left(f^2(4\lambda + 2) + 7\lambda^2 + 2\right) \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + \lambda \left(f^2 + 4\lambda + 1\right) \cos\left(\frac{2\phi}{f}\right) \\ & + 3f^2\lambda + 2f^2 + \lambda^2 \cos\left(\frac{3\phi}{f}\right) + 4\lambda^2 - \lambda - 6 \end{aligned}$$

$$r = \frac{16 \tan^2\left(\frac{\phi}{2f}\right) \left(\lambda \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + \lambda - 1\right)^2 \left(\lambda \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + \lambda + 1\right)}{f^2 \left(4(4\alpha V_0 + \lambda^2 + \lambda) \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) + 16\alpha V_0 + \lambda^2 \cos\left(\frac{2\phi}{f}\right) + 3\lambda^2 + 4\lambda + 2\right)} \quad (48.6)$$

$$N = \frac{f^2 \left[2 \log\left(\tan\left(\frac{\phi}{2f}\right)\right) - \log\left(\tan^2\left(\frac{\phi}{2f}\right) - 2\lambda + 1\right)\right]}{2\lambda - 1} \quad (49.6)$$

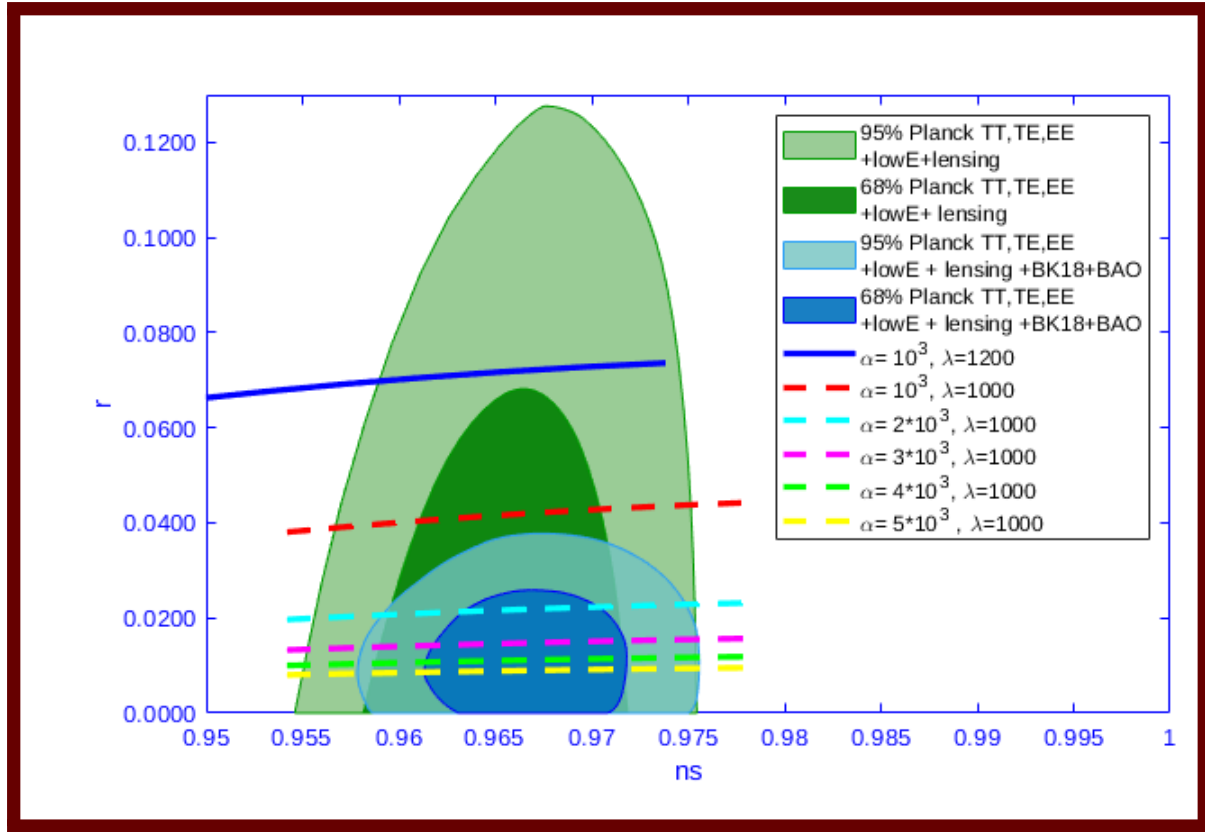
يمكننا أن نلاحظ من الشكل (8.6) أن النموذج يبدي قدرة على موائمة النتائج الرصدية لكل من n_s و r بعدد تضخمات أسية كاف. في الحقيقة وجدنا أن تأثير الترابط اللاأصغري الدوري مشابه لحالة الترابط اللاأصغري المدروس في الفقرة [2].

أظهر النموذج أن تزايد الوسيط (α) يؤدي إلى تناقص قيم r دون تأثير ملحوظ على الدليل الطيفي، في حين أن تزايد المعامل λ في المعادلة (46.6) و ξ في المعادلة (9.6) يؤديان إلى تناقص قيم n_s ، و لكن الآن مع وجود تأثير على قيم r (انظر إلى الخط المستمر الأزرق المقابل ل $\lambda = 1200, \alpha = 10^3$ والخط المقطع الأحمر المقابل ل $\lambda = 1000\alpha = 10^3$ حيث ينزاح الخط السابق نحو اليسار بقيم أعلى من الخط اللاحق) .

إن مثل هذا السلوك يسمح لنا مجددا بتبئير النتائج النظرية للنموذج بحيث تقع ضمن مستويات الثقة المقبولة لكل من المرصودات (n_s, r) . لاحقا قمنا بالتحقق من أن عدد التضخمات الأسية يتوافق مع المجالات المقبولة و يقع ضمن المجال: [65, 72] .

كنقطة معلمة بهدف التوضيح العددي، نذكر أنه عند تثبيت $(f = 140, V = 10^3, \lambda = 1000, \alpha =$

$$n_s = 0.9677 \text{ و } \phi_{\text{end}} = 437, N = 69, r = 0.0220 \text{ وجدنا: } 2000, \phi_* = 265)$$



شكل 8.6: كونتورات المرصودات n_s و r من أجل ترابط لأصغري دوري مع الثقالة من الشكل 8.6 . تم اعتماد $f = 140, V_0 = 10^3$ ضمن ثقالة ممددة من الشكل αR^2 . يأخذ ثابت الترابط λ القيم 1000 و 1200 بينما يتم مسح عدة قيم للوسيط α . تم مسح قيم الحقل السلمي ϕ_* عند قطع الأفق ضمن المجال [265, 280] . تم إيجاد عدد التضخمات الأسية N ضمن المجال [66, 72] .

الفصل السابع

التضخم الطبيعي الدافئ

1.7 التضخم الدافئ بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن جملة جوردان:

لنبدأ باعتبار الفعل العام المحلي لحقل سلمي مترابط مع كل من الإشعاع والثقالة ضمن جملة جوردان بالشكل ¹:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} \Omega^2(\phi) R + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_\gamma + \mathcal{L}_{Int} \right\}. \quad (1.7)$$

حيث g عبارة عن محدد التنسور المتري $g_{\mu\nu}$ و $\mathcal{L}_\gamma$ عبارة عن لاغرانجي كثافة حقل الإشعاع و $\mathcal{L}_{Int}$ يمثل التفاعل ما بين الإشعاع والحقل السلمي ϕ والذي تتمثل كثافة الاغرانجي له كجقل سلمي قانوني وحيد بالعلاقة:

$$\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \Delta_\mu \phi \Delta_\nu \phi - V(\phi), \quad (2.7)$$

حيث $V(\phi)$ عبارة عن كمون حقل الإنفلاتون، بينما $\Omega^2(\phi)$ تمثل الترابط اللاأصغري ما بين الحقل السلمي ϕ و الجاذبية ممثلة بفعل هليبرت آينشتاين الاعتيادي.

بإمكاننا اعتبار لاغرانجي الإشعاع الكهروطيسي هاهنا، إلا أننا سنترك الإشعاع ممثلاً بكثافة الطاقة والضغط بشكل

¹تم نشر نتائج هذا الفصل ضمن العمل - On Warm Natural Inflation and Planck 2018 Constraints, Mahmoud AlHallak (Unlisted, SY), Khalil Kalid Al Said, Nidal Chamoun, Moustafa Sayem El-Daher

عام و نستخدم علاقتهم المعروفة مع درجة الحرارة.

بأخذ تغيرات الفعل بالنسبة للمتريّة و تمثيل تنسور الطاقة-الاندفاع لكل من الحقل السلمي والإشعاع كمائع مثالي ممثلاً بكثافة الطاقة ρ و الضغط p نحصل على معادلات الحركة التالية:

$$\dot{\rho}^\phi + 3H(\rho^\phi + p^\phi) + \frac{1}{2}(\Omega^2)'_\phi \dot{\phi} R + \dot{\rho}^\gamma + 4H\rho^\gamma = 0, \quad (3.7)$$

مع $(\Omega^2)'_\phi$ والتي تعني المشتق بالنسبة للحقل ϕ .

من المهم أن نشير إلى بعض الملاحظات المهمة هاهنا: بداية فإن كلا الحدين الذين يتضمنان ثابت هبل "والمعروف بأنه يرتبط بكثافة الطاقة الكلية من خلال معادلة فريدمان" يمثلان ترابطاً مباشراً ما بين الإشعاع وحقل الانفلاتون على العكس من الترابط غير المباشر من خلال الجاذبية، والذي يربط جميع الحقول مع بعضها البعض. ثانياً، فإن $\mathcal{L}_{int}$ تساهم بترابط مباشر إضافي. على كل حال فإننا سنفتراض بأن مساهمة مثل هذا الترابط مهمة بالنسبة لكثافة الطاقة الكلية بحيث:

$$\rho^{tot} = \rho^\phi + \rho^\gamma \quad (4.7)$$

بالنسبة للاغرانجي التفاعل $\mathcal{L}_{int}$ فإنه يوجد بعض الأدبيات التي تتعامل مع تفسير هذا الحد على المستوى الجسيمي، إلا أننا هاهنا لن ندخل ضمن هذه التفاصيل و إنما سنكتفي بالفرض الأساسي المستخدم في العمل الأصلي للتضخم الكوني والمتمثل بافتراض أن مساهمة التفاعل ضمن معادلات الحركة تتمثل بـ $\Gamma\dot{\phi}^2$ ، و التي يمكن إيجاد حافز نظري قوي لها ضمن نماذج معينة في فيزياء الجسيمات.

من الجدير بالذكر بأن Γ تنجم عن النموذج المجهرى الواصف للتفاعل ما بين الحقل ϕ و الجسيمات الأخرى، حيث يفترض من الناحية العامة أن يتربط الحقل ϕ مع الجسيمات الثقيلة و الذي بدوره يمكن أن يقدر إضمحلال هذه الحقول إلى حقول أخف، و بالتالي يولد حد تبديد [164].

أحد الطرق المتبعة للحديث عن حد التفاعل أيضاً ضمن أدبيات التضخم الدافئ هي اعتبار ϕ على أنه بوزونات غولدستون والتي تتربط مباشرة مع الإشعاع الخفيف. إلا أن مثل هذه البوزونات تكون محمية من التصحيحات الحرارية الكبيرة بسبب التناظر المفروض على النموذج [165]. تم دراسة النماذج ذات التناظر الفائق في [166]

والتي تقود على حد تبديد من الشكل $\Gamma \propto \frac{T^m}{\phi^{m-1}}$.

إذا كمختصر للمناقشة أعلاه، فإننا سنفترض نموذج مجهرياً يقود من الناحية الظاهرية إلى حد بالشكل:

$$\dot{\rho}^\gamma + 4H\rho^\gamma = \Gamma\dot{\phi}^2 \quad (5.7)$$

حيث من المعادلة (3.7) لدينا:

$$\dot{\rho}^\phi + 3H(\rho^\phi + p^\phi) + \frac{1}{2}(\Omega^2)'_\phi \dot{\phi} R = -\Gamma\dot{\phi}^2 \quad (6.7)$$

يستخدم المعادلة:

$$\rho^\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V, \quad p^\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V \quad (7.7)$$

نحصل على :

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi}V'_\phi + \frac{1}{2}(\Omega^2)'_\phi R = -\Gamma\dot{\phi} \quad (8.7)$$

في الحقيقة و على الرغم من أن حد الاحتكاك $\Gamma\dot{\phi}$ يصف ظاهرياً انحلال الحقل ϕ إلا أنه ليس بكاف لوصف انتقال الطاقة المتشتتة من قبل الحقل ϕ بعيداً عن مرحلة التوازن، إلا أنه و على كل حال مناسب لوصف تشتت الطاقة من قبل الحقل ϕ إلى الإشعاع الحراري [167]. لن ندخل في تفاصيل طبيعة الجسيمات الناجمة من جراء تحلل الحقل [167] وإنما سنقربهم باعتبارهم إشعاعاً حرارياً بحيث أن طاقة الحقل ϕ ما تزال هي المهيمنة على الطاقة الكلية، بينما تهيمن التأرجحات الحرارية على التآرجحات الكلية و تحي مساهمة التآرجحات الكمومية للحقل السلمي.

يمكننا أن نلاحظ أن المعادلة (3.7) تعبر عن انحفاظ الطاقة الكلية، بحيث يتم إهمال مساهمة $\mathcal{L}_{int}$ و التي يتم تضمينه ضمن المعادلات (5.7) و (6.7) على افتراض أنه يؤثر بشكل منفرد على كل من ρ^γ و ρ^ϕ من خلال حدود التشتت.

في الحقيقة هناك عدد كبير من الاحتماليات التي تصف حد التشتت، إلا أننا سنركز الدراسة ضمن هذا الفصل على الحالة حيث يعتمد حد التشتت خطياً على درجة الحرارة $(\Gamma = \Gamma_0 T)$ ، و سنلجأ لاحقاً بسبب بعض المشاكل التي سنواجهها ضمن هذه الحالة إلى دراسة التبعية من الدرجة الثالثة لدرجة الحرارة $(\Gamma = \Gamma_0 T^3)$.

خلال التضخم الدافئ لدينا $H \gg T$ و بسبب تفاعل حقل الانفلاتون مع المادة ممثلة بالإشعاع فإن هناك حماماً

مستمرًا من الجسيمات التي يتم إنتاجها خلال مرحلة التدرج البطيء للتضخم الكوني، والتي تنقل الكون من مرحلة هيمنة حقل الانفلتون إلى مرحلة هيمنة الإشعاع بشكل سلسل دون الحاجة إلى مرحلة إعادة التسخين التي تجري مناقشتها عادة ضمن إطار التضخم البارد.

كما و سبق أن ذكرنا تهيمن التآرجحات الحرارية على التآرجحات الكمومية حتى و إن كانت ρ^γ مهمة مقارنة بـ ρ^ϕ الامر الذي ينعكس من خلال المعامل:

$$Q = \frac{\Gamma}{3H} = \frac{\Gamma_0 T}{3H}, \quad (9.7)$$

2.7 التضخم الدافئ ضمن جملة آينشتاين:

من المعتاد الانتقال من جملة جوردان إلى جملة آينشتاين، حيث أن الجزء الثقالي للفعل يأخذ شكل فعل هيلبرت آينشتاين و يخفي نتيجة لذلك الترابط اللاصغري مع الثقالة.

نتيجة لذلك، نغدو قادرين ضمن جملة آينشتاين على التعامل مع المعادلات الأساسية للنظرية النسبية العامة ومعادلات الحركة للنماذج التضخمية.

تعرف التحويلات الكونفورمية بالشكل:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2(\phi) g_{\mu\nu} \Rightarrow \sqrt{-\tilde{g}} = \Omega^4 \sqrt{-g} \quad (10.7)$$

و التي تقود على فعل يعبر عنه ضمن جملة آينشتاين بالشكل:

$$S = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{R} - \frac{1}{2} \frac{1 + 6(\Omega')^2}{\Omega^2} \tilde{g}^{\mu\nu} \tilde{\nabla}_\mu \phi \tilde{\nabla}_\nu \phi - \frac{V(\phi)}{\Omega^4} \right\} + \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \tilde{\mathcal{L}}_\gamma + \dots \quad (11.7)$$

من أجل حقل الإشعاع، و حيث أن المكون المقابل له ضمن الفعل لا متغير تحت إعادة المقاس للمترية نتيجة التحويلات الكونفورمية، فإنه و من المعادلة (10.7) يمكن أن نجد بأن كثافة الاغرانجي تقسم على Ω^4 و Ω^2 و تظهر بالشكل:

$$T_{\mu\nu}^\gamma = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_\gamma)}{\delta g^{\mu\nu}} \rightarrow \tilde{T}_{\mu\nu}^\gamma = \frac{-2}{\sqrt{-\tilde{g}}} \frac{\delta(\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{\mathcal{L}}_\gamma)}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} = \frac{T_{\mu\nu}^\gamma}{\Omega^2}, \quad (12.7)$$

و بالتالي يمكن أن نستنتج بأن فرضية المائع المثالي للإشعاع تبقى متاحة ضمن جملة آينشتاين بكثافة طاقة

• $(p_\gamma = \frac{p_\gamma}{\Omega^4})$ و ضغط $(\rho_\gamma = \frac{\rho_\gamma}{\Omega^4})$
 يأخذ تعريف درجة الحرارة الشكل:

$$\rho_{(\gamma)}^\gamma = C_\gamma T_{(\gamma)}^{\gamma 4} : C_\gamma = \frac{\pi^2 g_*}{30}, \quad (13.7)$$

حيث تشير g_* إلى عدد أنماط الجسيمات عديمة الكتلة الناجمة. يمكننا أن نلاحظ أن مقياس الحرارة يختلف بـ $1/\Omega$ عند المضي من جملة جوردان إلى جملة آينشتاين.

$$T \xrightarrow{\text{Jordan} \rightarrow \text{Einstein}} T/\Omega \quad (14.7)$$

بالنسبة لحقل التضخم والجاذبية، يمكن أن نرى أنه و ضمن جملة آينشتاين فإن الجاذبية تظهر صافية دون حدود الترابط بينما يظهر الحقل السلمي بحد طاقة حركية غير قانوني و الذي يمكن أن يعاد إلى الشكل القانوني من خلال إعادة تعريف الحقل بآخر جديد χ بالشكل:

$$\left(\frac{d\phi}{d\chi}\right)^2 \equiv \frac{1}{Z^2} = \frac{\Omega^2}{1 + 6(\Omega'_\phi)^2} = \frac{2\Omega^4}{2\Omega^2 + 3((\Omega^2)'_\phi)^2}, \quad (15.7)$$

لذا نحصل الآن على (بإسقاط المدة من الكميات و إبقاء أذهاننا متيقظة إلى أن جميع التعاملات تتم ضمن جملة آينشتاين)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \chi \nabla_\nu \chi - U(\chi) \right\} + S_\gamma + S_{Int}, \quad (16.7)$$

حيث:

$$U(\chi) = \frac{V(\phi(\chi))}{\Omega^4} \quad (17.7)$$

باعتداد مترية روبرتسون-وولكر فريدمان تعطى كثافة الطاقة ρ_χ و الاندفاع p_χ للحقل السلمي بالشكل:

$$\rho_\chi = \frac{1}{2} \dot{\chi}^2 + U(\chi) \quad , \quad p_\chi = \frac{1}{2} \dot{\chi}^2 - U(\chi) \quad (18.7)$$

تعطى معادلة فريدمان بالعلاقة:

$$H^2 = \frac{1}{3}\rho_{tot} = \frac{1}{3}(\rho_\chi + \rho_\gamma). \quad (19.7)$$

بالنسبة للاغرانجي التفاعل $\mathcal{L}_{int}$ و حيث أن مساهمة هذا الحد تتمثل بالطرف الأيمن للمعادلة (8.7)، و الذي يشابه الحد المحتوي على وسيط هبل ضمن الطرف الأيسر، فإننا سنركز على منطق التضخم البارد لاستنتاج كيفية تحول هذا الحد من جملة جوردان إلى جملة آينشتاين. لنلاحظ إلى أنه و على خلاف الدراسة المعيارية مثل [168] حيث تم تعريف حد التخماد ضمن جملة آينشتاين، فإننا هاهنا سنعمد تعريف حد التخماد ضمن جملة جودان الأصلية و من ثم ننظر في تحويلات هذا الحد ضمن جملة آينشتاين. على كل حال فإننا سنبين بأنه و من أجل التابعة الخطية لوسيط التخماد بالنسبة لدرجة الحرارة يبقى حدد التشتت لا متغيرا إزاء التحويلات الكونفورمية. إلا أن هذه الحالة لا تنطبق عند اعتماد حالة أكثر عمومية. بداية، فإن وسيط تحويلات وسيط هبل تحتوي على حد لا متجانس [169]

$$H \xrightarrow{\text{Jordan} \rightarrow \text{Einstein}} H/\Omega + \frac{\log \Omega}{\Omega}; \quad (20.7)$$

الآن بالنظر على المعادلة (14.7) و اهمال الحد الامتجانس اللوغاريتمي لـ Ω يمكن نرى أن $\frac{T}{H}$ هي لا متغيرة كونفورميا، و مثل المعامل Q (41.9) فإنها أيضا لامتغيرة. يعاني الحقل السلمي من توليد تدرج بطيء للتضخم ضمن جملة آينشتاين، حيث تم افتراض ثبات كل من H و T ، لذا بإمكان المرء أن يفترض Q كثابت ضمن جملة آينشتاين وبالتالي أيضا ضمن جملة جوردان. تعطى معادلات الحركة للحقل السلمي بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن جملة جوردان و باعتبار سيناريو التضخم البارد من خلال معادلات أولر لاغرانج بالشكل:

$$\ddot{\psi}_J + 3H_J\dot{\psi}_J + (V_J)'_{\psi_J} + \frac{1}{2}(\Omega^2)'_{\psi_J}R = 0 \quad (21.7)$$

بالمقابل تأخذ معادلات الحركة ضمن جملة آينشتاين الشكل:

$$\ddot{\psi}_E + 3H_E\dot{\psi}_E + (V_E)'_{\psi_E} = 0 \quad (22.7)$$

باستخدام المعادلة (41.9) ضمن المعادلة (8.7) نحصل على معادلة مشابهة و لكن مع استبدال $(3H_J)$ بـ

$(3(1+Q)H_J)$ ، حيث Q تقريبا ثابتة.

بإعادة كتابة Q ضمن جملة آينشتاين، نحصل على

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + U'_{\chi} = -\Gamma\dot{\chi} = -\Gamma_0 T\dot{\chi} \quad (23.7)$$

النتيجة الأساسية من وراء كل هذه المناقشة هو أننا و تحت افتراضات معينة بإمكاننا استخدام Γ_0 معرفة بشكل

أصلي ضمن جملة جوردان و ذلك من أجل تابعة خطية لدرجة الحرارة.

انطلاقا من معادلة انحفاظ الطاقة، نحصل على:

$$\dot{\rho}_{\gamma} + 3H(\rho_{\gamma} + p_{\gamma}) = \dot{\rho}_{\gamma} + 4H\rho_{\gamma} = +\Gamma\dot{\chi}^2 \quad (24.7)$$

أخيرا، تعطى المعادلات الأساسية للتضخم الدافئ ضمن تقريب التدرج البطيء حيث: $(\dot{\chi}^2 \ll U, \ddot{\chi} \ll U)$

بالعلاقات: $(\dot{\chi}, \dot{\rho}_{\gamma} \ll \rho_{\gamma})$

$$H^2 \approx U/3 \quad , \quad \dot{H} \approx -\frac{1}{2}(1+Q)\dot{\chi}^2, \quad (25.7)$$

$$\rho_{\gamma} \approx \frac{3}{4}Q\dot{\chi}^2 \quad , \quad \dot{\chi} \approx -\frac{U'_{\chi}}{3H(1+Q)}. \quad (26.7)$$

باستخدام العلاقة (13.7) نحصل على :

$$T = \left(\frac{1}{4C_{\gamma}} \frac{Q}{(1+Q)^2} \frac{(U'_{\chi})^2}{U} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (27.7)$$

3.7 طيف الطاقة:

تعرف وسائط التدرج البطيء بالعلاقات:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{U'_{\chi}}{U} \right)^2 = Z^2 \epsilon^{\phi}, \quad (28.7)$$

$$\eta = \frac{U''_{\chi\chi}}{U} = Z^2 \eta^{\phi} + Z Z'_{\phi} \sqrt{2\epsilon^{\phi}}, \quad (29.7)$$

$$\beta = \frac{\Gamma'_{\chi} U'_{\chi}}{\Gamma U} = Z^2 \beta^{\phi}, \quad (30.7)$$

حيث ϵ^ϕ و η^ϕ و β^ϕ تقابل للوسائط معرفة بدلالة المشتقات للحقل السلمي ϕ .
يتحقق التدحرج البطيء ضمن سيناريو التضخم الدافئ من أجل:

$$\epsilon, \eta, \beta \ll 1 + Q \quad (31.7)$$

يعطى طيف الطاقة للتأرجحات السلمية المولدة خلال التضخم الكوني بالعلاقة [168] :

$$\Delta_R(k) = A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s(k)-1} = P_0(k/k_*) \mathcal{F}(k/k_*) : \quad (32.7)$$

$$P_0(k/k_*) = \left(\frac{H_*^2}{2\pi\dot{\chi}_k} \right)^2, \quad \mathcal{F}(k/k_*) = (1 + 2\nu_k + \omega_k) G(Q_*) : \quad (33.7)$$

$$\nu_k = \frac{1}{e^{\frac{H}{T}} - 1}, \quad \omega_k = \frac{T}{H} \frac{2\sqrt{3}\pi Q_k}{\sqrt{3 + 4\pi Q_k}}, \quad (34.7)$$

$$A_s = \Delta_R(k_*) = \left(\frac{H_*^2}{2\pi\dot{\chi}_{k_*}} \right)^2 (1 + 2\nu_{k_*} + \omega_{k_*}) G(Q_*), \quad (35.7)$$

حيث A_s عبارة عن سعة تأرجحات الخلفية الميكروية عند مقياس k_* .
يظهر التابع G بسبب الترابط ما بين الحقل السلمي التضخمي وتأرجحات الإشعاع و يعطى عددياً من أجل
التابعة الخطية لمعامل التشتت بالعلاقة:

$$G(Q) = 1 + 0.335Q^{1.364} + 0.0815Q^{2.315}. \quad (36.7)$$

تم قياس طيف التأرجحات للانحناء من قبل PLANCK (WMAP) عند مستوى الثقة 68% من أجل عدد
موجي مثبت $k_* = 0.05(0.002)\text{Mpc}^{-1}$ بالشكل [171, 170] :

$$A_s \in [2.136, 2.247] \times 10^{-9} \quad (37.7)$$

و عليه ينبغي على النموذج قيد الدراسة إعادة إنتاج هذه القيود التجريبية أو على الأقل إعادة إنتاج رتبته 10^{-9} .
يمكن العودة إلى سيناريو التضخم البارد عندما تتناهى مساهمة بوز آينشتاين (ν_k) لكل من T و ω_k إلى الصفر:

$$(\nu_k \rightarrow 0 \ \& \ \omega_k \rightarrow 0) \Rightarrow \text{cold inflation} \quad (38.7)$$

يعطى الدليل الطيفي بالعلاقة:

$$n_s - 1 = \left. \frac{d \log \Delta_R(k)}{d \log k} \right|_{k=k_*} = \frac{1}{H} \frac{d \log \Delta_R(k)}{dt} = \frac{1}{H \Delta_R} \frac{d \Delta_R}{dt} \quad (39.7)$$

بينما يعطى النسبة r بالعلاقة:

$$r = \frac{\Delta_T(k)}{\Delta_R} = \frac{2H^2}{\pi^2 \Delta_R} = \frac{16\epsilon}{(1+Q)^2} \mathcal{F}^{-1} \quad (40.7)$$

سنقوم بدراسة نهايتين متميزتين للتشتت:

• التشتت الشديد $Q \gg 1$: باستخدام العلاقة (27.7) نجد:

$$T = \left(\frac{Z^2 (U'_\phi)^2}{4HC_\gamma \Gamma_0} \right)^{1/5} \quad (41.7)$$

لدينا من المعادلة (34.7) :

$$\omega_k = T \sqrt{\frac{\pi \Gamma}{H^3}} = \frac{T}{H} \sqrt{3\pi Q} \quad (42.7)$$

من أجل $T \gg H$ يتحقق : $\omega_k \ll \frac{T}{H} \approx 1 + \nu_k$, لنجد:

$$\Delta_R = \Delta R_s G : \Delta R_s = \frac{\sqrt{3}TH}{8\sqrt{\pi}} \epsilon^2 Q^{\frac{5}{2}} \quad (43.7)$$

و بالتالي نحصل على:

$$n_s - 1 = \frac{1}{H \Delta R_s} \frac{d \Delta R_s}{dt} + \frac{\dot{Q}}{H} \frac{G'_Q}{G} \quad (44.7)$$

يعطي الحد الأول بعد حسابات مباشرة و لكن مطولة العلاقة [?]:

$$\frac{1}{H \Delta R_s} \frac{d \Delta R_s}{dt} = \frac{1}{Q} \left(-\frac{9}{4} \epsilon + \frac{3}{2} \eta - \frac{9}{4} \beta \right) \quad (45.7)$$

بينما نحصل من اجل الحد الثاني على:

$$\frac{\dot{Q}}{H} \frac{G'_Q}{G} = \frac{2.315}{Q} (\epsilon - \beta) \quad (46.7)$$

حيث قمنا باستخدام:

$$\frac{\dot{Q}}{HQ} = \frac{\dot{\Gamma}}{H\Gamma} - \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{-1}{1+Q} (\beta - \epsilon) \quad (47.7)$$

و بالتالي نحصل على:

$$n_s - 1 = \frac{1}{Q} \left(-\frac{9}{4}\epsilon + \frac{3}{2}\eta - \frac{9}{4}\beta + 2.3\epsilon - 2.3\beta \right) \quad (48.7)$$

لنلاحظ أنه من أجل n_s فإن درجة الحرارة T تدخل ضمن العبارة $Q = \frac{\Gamma_0 T}{3H}$. بالإضافة لهذا فإن T تلعب دورا مهما في تحديد نهاية التضخم الكوني ϕ_f و ذلك عند مناقشة نهاية التضخم من خلال الوسائط (ϵ, η, β) عندما تساوي $1 + Q = 1 + \frac{\Gamma_0 T}{3H}$ و النظر في أي منها يخرق هذا الشرط أولا. إن تحديد ϕ_f يمكن المرء من حساب عدد التضخمات الاسية بالشكل:

$$N_e \equiv \log \frac{a_{\text{end}}}{a_k} = \int_t^{t_f} H dt = \int_{\chi_k}^{\chi_f} H \frac{d\chi}{\dot{\chi}} \approx \int_{\chi_f}^{\chi_k} \frac{U}{U'_\chi} (1 + Q) d\chi = \int_{\phi_f}^{\phi_k} \frac{U}{U'_\phi} (1 + Q) Z^2 d\phi \quad (49.7)$$

لنعمد الزمن الابتدائي الموافق لبداية التضخم الكوني على أنه الزمن المقابل لقطع الافق عندما تتجمد التأرجحات الكمومية، و تنتقل إلى الإضطرابات الكلاسيكية الموافقة لطيف الطاقة القابل للرصد. بالنسبة لنسبة التآرجحات التسورية إلى السلمية فإنها تعطى بالعلاقة:

$$r = \frac{H}{T} \frac{16\epsilon}{Q^{5/2}} G^{-1} = \frac{H}{T} \frac{16\epsilon}{0.0185 Q^{4.815}} \quad (50.7)$$

• **التشتت الضعيف** $Q \ll 1$ باستخدام العلاقة (27.7) يمكن أن نبين أن:

$$T = \left(\frac{Z^2 (U'_\phi)^2 \Gamma_0}{36 C_\gamma H^3} \right)^{1/3} \quad (51.7)$$

من المعادلة (34.7) لدينا

$$\omega_k = \frac{2\pi\Gamma T}{3H^2} = \frac{2\pi TQ}{H} \quad (52.7)$$

بالتالي باستخدام $\omega_k \approx \frac{T}{H} \gg 1 + \nu_k$, يمكن أن نجد:

$$\Delta_R = \Delta R_w G : \Delta R_w = \frac{4TH}{\pi} \epsilon^2 \quad (53.7)$$

و بالتالي نحصل على:

$$n_s - 1 = \frac{1}{H\Delta R_w} \frac{d\Delta R_w}{dt} + \frac{\dot{Q}}{H} \frac{G'_Q}{G} \quad (54.7)$$

يعطي الحد الأول بعد حسابات طويلة العلاقة [21]:

$$\frac{1}{H\Delta R_w} \frac{d\Delta R_w}{dt} = 1 - 6\epsilon + 2\eta + \frac{\omega_k}{1 + \omega_k} \left(\frac{15\epsilon - 2\eta - 9\beta}{4} \right) \quad (55.7)$$

والتي تعطي تحت الشرط:

$$\omega_k = \frac{2\pi TQ}{H} \ll 1, \quad (56.7)$$

الجواب:

$$\frac{1}{H\Delta R_w} \frac{d\Delta R_w}{dt} = 1 - 6\epsilon + 2\eta + \frac{2\pi\Gamma_0 T^2}{3H^2} \left(\frac{15\epsilon - 2\eta - 9\beta}{4} \right) \quad (57.7)$$

بالنسبة للحد الثاني نحصل باستخدام المعادلة (47.7) على:

$$\frac{\dot{Q}}{H} \frac{G'_Q}{G} = 0.456Q^{1.364}(\epsilon - \beta) \quad (58.7)$$

و بالتالي نجد:

$$n_s - 1 = 1 - 6\epsilon + 2\eta + \frac{2\pi\Gamma_0 T^2}{12H^2}(15\epsilon - 2\eta - 9\beta) + 0.456Q^{1.364}(\epsilon - \beta) \quad (59.7)$$

بالنسبة لنسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية نجد باستخدام $G \approx 1$, العلاقة التالية:

$$r = \frac{16\epsilon}{(1+Q)^2} \mathcal{F}^{-1} = \frac{8H\epsilon}{T} = \frac{8HZ^2\epsilon^\phi}{T} \quad (60.7)$$

4.7 التضخم الطبيعي الدافئ

يأخذ كمون التضخم الطبيعي الشكل الجيبي:

$$V = V_0 \left(1 + \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) \right) \quad (61.7)$$

حيث V_0 عبارة عن مقياس الطاقة و f تمثل مقياس كسر التناظر للنموذج. سنعتبر ضمن هذه الدراسة شكلين اثنين من الترابط اللاأصغري مع الثقالة:

• الترابط اللاأصغري التربيقي:

$$\Omega^2(\phi) = 1 + \xi\phi^2 \quad (62.7)$$

يمثل هذا الحد الدرجة الاولى من الحدود المسموحة من قبل الفعل والمولدة من خلال الحلقات ضمن نظرية التفاعل. ξ عبارة عن وسيط حر يمثل الترابط اللاأصغري مع الثقالة، و الذي يعطي دلالة عن شدة الترابط اللاأصغري مع الثقالة.

• الترابط اللاأصغري الدوري:

$$\Omega^2(\phi) = 1 + \lambda \left(1 + \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) \right) \quad (63.7)$$

كما هو واضح فإن الترابط هاهنا يأخذ شكل الكمون الأصلي و يمكن تبرير مثل هذا السلوك على المستوى الجزيئي.

من المعلوم ان التضخم الطبيعي ضمن سيناريو التضخم البارد بترابط لا أصغري مع الثقالة غير كاف لموائمة النموذج مع البيانات التجريبية. على كل حال و ضمن العمل [63] فقد بينا أن التضخم الطبيعي البارد مع ترابط لا أصغري مع الثقالة و ضمن ثقالة معدلة $F(R)$ يمكن أن يتوافق مع البيانات التجريبية وبشكل فعال. ضمن العمل الحالي فإننا سنعود لحالة الترابط للأصغري مع ثقالة موصوفة بفعل هيلبرت-آينشتاين و لكن ضمن سيناريو التضخم الدافئ. سنرى بأن قيدين من القيود الثلاث للتضخم الكوني يمكن أن تتحقق ضمن هذا السيناريو. ستعتمد استراتيجية المسح العددي على القيام بمسح عددي مكثف لفضاء الوسائط ممثلاً بـ $\phi_*, \Gamma_0, f, V_0, \xi$ or λ و مكاملة نقاط معينة تقابل كلا من n_s و r و ϕ_f . بالنسبة للمخرج الأخير فهو يقابل قيمة الحقل التي يتحقق من أجلها أن احد وسطاء التدرج البطيء تساوي $(1 + Q)$. إن حساب الحقل عند كسر أحد وسطاء التدرج البطيء للشرط التضخمي يمكننا من حساب عدد التضخمات الأسية الضروري لحل مشاكل الانفجار العظيم. بالنسبة لعدد درجات الحرية النسبوية للإشعاع فإننا سنأخذه مساوياً $g_*(T) = 228.75$ وبالتالي $C_\gamma = 75.2557$.

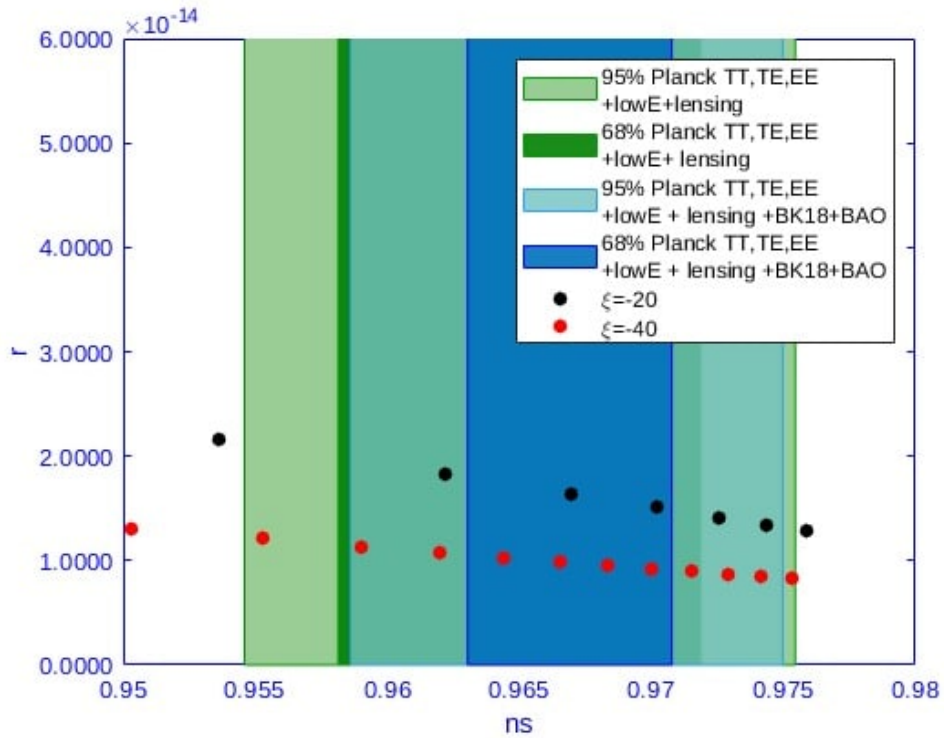
5.7 المقارنة مع الرصدات التجريبية من أجل نهاية التشتت الشديد:

قمنا بالمسح المكثف لفضاء الوسائط الحرة و من أجل كل نقطة قمنا بحساب كل من (n_s, r) و N_e في الحقيقة لم نتمكن من ايجاد توافق للرصدات (n_s, r) ضمن مجال الثقة 95% للتجارب Planck (TT, EE, TE), BK18 و (lowE, lensing) مجتمعة أو منفصلة و بعدد تضخمات اسية أدنى $N_e \geq 40$ كاف لحل مشاكل الانفجار العظيم.

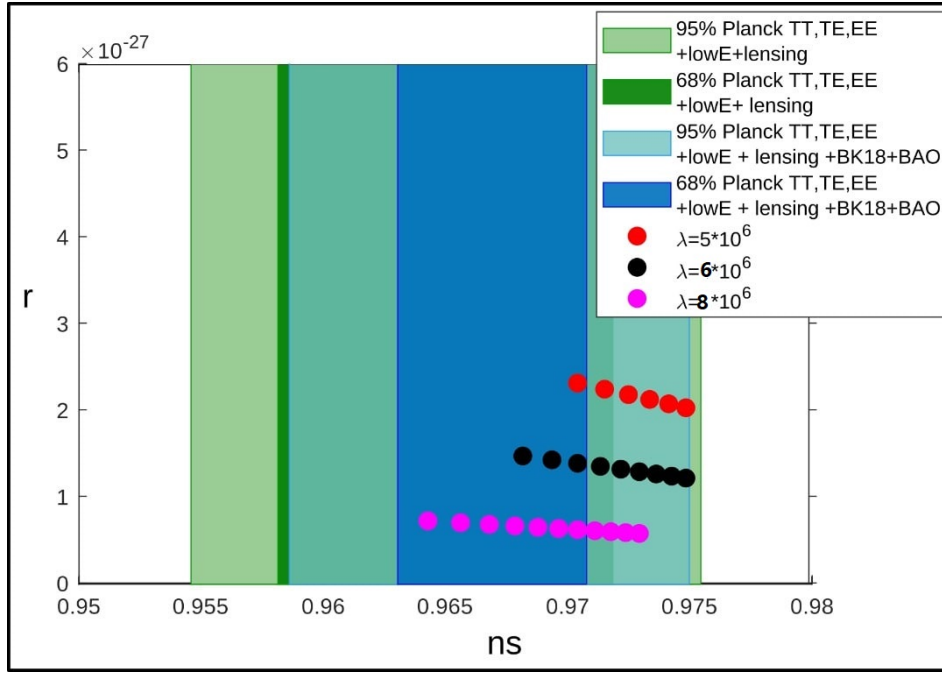
على كل حال بالامكان تحقيق $(N_e = 40, r)$ و لكن (n_s) ستكون أكبر من القيم المسموح لها.

• الترابط للأصغري التريبيعي: يوضح الشكل (9.9) نتائج المسح العددي على فضاء الوسائط في حالة التشتت الشديد للتضخم الدافئ بترابط لا أصغري تريبيعي. في الحقيقة تمكنا من موائمة الرصدات (n_s, r) و لكن بعدد تضخمات اسية N_e ضئيل. تقابل النقاط الملونة إلى اثنين من الاختيارات للوسيط $-20, -40, \xi$.

بالنظر إلى عدد التضخمات الأسية، فقد وجدنا $(N_e = 40)$ من أجل $(\xi = -20)$ و بتثبيت قيم الوسائط (Γ_0, f, V_0) و المسح على الوسيط ϕ_* فقد وجدنا بالنسبة للنقطة $(\phi_* = 0.0029)$ عدد التضخمات الاسية المطلوب و بنسبة تأرجحات تنسورية إلى سلمية توافق التجارب حيث $r = 1.03 \times 10^{-14}$ و بوسيط تشتت شديد Q حيث 1.3×10^3 . إلا أن قيمة الدليل الطيفي n_s المقابلة لهذه الحالة تجاوزت الكونوتورات التجريبية حيث $(n_s = 0.98)$.



شكل 1.7: النتائج النظرية للتضخم الطبيعي الدافئ بترابط لا أصغري تربيعي مع الثقالة ضمن نهاية التشتت الشديد. بأخذ كتلة بلانك مساوية الواحد، تم إعتداد القيم التالية: ($\Gamma_0 = 7000, f = 5, V_0 = 5 \times 10^{-6}$). توافق النقاط السوداء لـ $\xi = -20$ والتي تقابل لعدد تضخمات أسية $\phi_* \in [3 \times 10^{-4}, 0.0015]$ و $\xi = -40$ تقابل لـ $\in [9.3, 26.4]$. في كلا الحالتين تظهر Q من رتبة 10^3 .



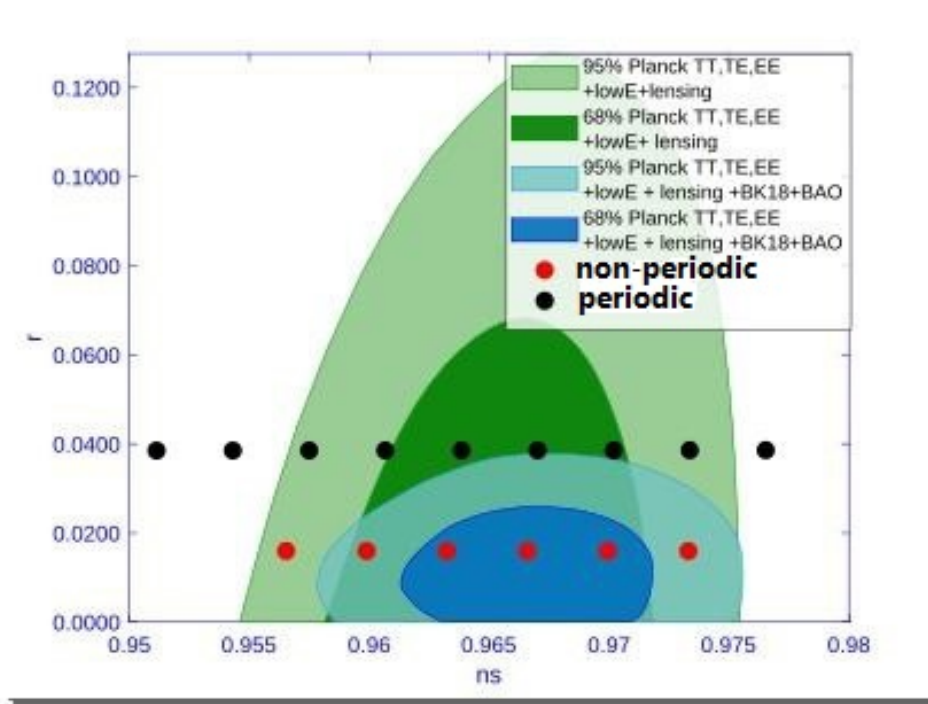
شكل 2.7: تنبؤات نموذج التضخم الطبيعي الدافئ بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن نهاية التشتت الشديد. تم اعتماد القيم ($\Gamma_0 = 1000, f = 100, V_0 = 1 \times 10^{-6}$) من أجل النقاط الحمر فإن $\lambda = 5 \times 10^6$ ، $\lambda = 56 \times 10^6$ النقاط السوداء توافق $N_e \in [24.5, 29.3]$. $\phi_* \in [1 \times 10^{-4}, 1.5 \times 10^{-4}]$ والتي تقابل $N_e \in [22.6, 29.3]$ أخيرا توافق النقاط الزهرية $N_e \in [19.9, 21.6]$. تأخذ Q في جميع الحالات القيمة 6×10^3 .

• الترابط للأصغري الدوري: يوضح الشكل 2.7 نتائج المسح على فضاء الوسائط في حالة التشتت الشديد من أجل تضخم دافئ بترابط لأصغري دوري مع الثقالة. بشكل مشابه لحالة الترابط التربيعي فإنه تم التمكن من موائمة نتائج (n_s, r) و لكن بعدد تضخمات أسية قليل.

تقابل النقاط ذات الألوان المختلفة إلى ثلاث اختيارات مختلفة للوسيط λ بحيث $\lambda (\times 10^{-6}) = 5, 6, 8$. مجددا يمكن الحصول على عدد تضخمات اسية ($N_e = 40$) مع $(\lambda = 5 \times 10^{-6})$ و القيم (Γ_0, f, V_0) كما في السابق عند المسح على قيم ϕ_* : فمثلا من أجل $(\phi_* = 5 \times 10^{-4})$ فإننا نجد عدد التضخمات المطلوب ($N_e = 40.14$) مع $r = 4.2 \times 10^{-20}$ و $Q = 1.3 \times 10^4$ و لكن يقع الدليل الطيفي خارج اطار الكونترات التجريبية.

6.7 المقارنة من الرصدات التجريبية من أجل نهاية التشتت الضعيف:

كما في حالة النهاية الشديدة فقد قمنا في حالة التشتت الضعيف بمسح مكثف على فضاء الوسائط و من اجل كل نقطة فقد كاملنا (n_s, r) و N_e . بشكل مشابه لحالة التشتت الشديد لم نتمكن من الحصول على



شكل 3.7: تنبؤات نموذج التضخم الطبيعي بترابط لأصغري مع الثقالة ضمن نهاية التشتت الضعيف. تمثل النقاط الحمراء لحالة الترابط للأصغري التربيعي ، في حين توافق النقاط السوداء للترابط للأصغري الدوري. للحالتين تم اعتماد الوسائط بالشكل $\Gamma_0 = 7.14 \times 10^{-7}$, $f = 2$, $V_0 = 2.25 \times 10^{-15}$. قمنا بتثبيت $\phi_* = 2$ من أجل الترابط التربيعي و $\phi_* = 6.9$ من أجل الترابط الدوري، كما تم المسح من أجل الوسيط ξ على المجال $\xi \in [1.99, 2.00]$ في حين تم مسح الوسيط λ على المجال $\lambda \in [1.04, 1.06]$. تقع كل من n_s و r ضمن المجال $n_s \in [0.95, 0.97]$ ، $r \in [0.015, 0.016]$ من أجل الترابط اللادوري، في حين تقع ذات المرصودات من أجل الترابط الدوري ضمن المجالات $n_s \in [0.95, 0.97]$ ، $r \in [0.0385, 0.0386]$. ظهر عدد التضخمات الأسية بقيمة منخفضة جداً، حيث $N_e \approx 0.96$ من أجل الترابط التربيعي و $N_e \approx 0.27$ من أجل الترابط الدوري. يأخذ معامل التشتت Q الدرجة 10^{-4} من أجل كلا الحالتين.

نتائج متوافقة بالنسبة للوسائط (n_s) و r . إلا أنه و على خلاف من حالة التشتت الشديد فإننا لم نتمكن من الحصول على قيم كبيرة ل $(N_e = 40)$ حتى عند التخلي عن أحد المرصودات الأخرى. يوضح الشكل (3.7) بعض نتائج المسح الذي قمنا به. في كلا الحالتين من الترابط الدوري واللا دوري مع الثقالة، فقد أخذنا $\Gamma_0 = 7.14 \times 10^{-7}$, $f = 2$, $V_0 = 2.25 \times 10^{-15}$. مع تثبيت الحقل و وسائط الترابط عند قطع الافق. كما يوضح الشكل فإنه يمكن موائمة المرصودات (n_s, r) و لكن عدد التضخمات الاسية ضئيل جداً.

7.7 النموذج بتشتت تابع لدرجة الحرارة من الدرجة الثالثة:

بهدف حل مشكلة عدد التضخمات الأسية N_e "الغير كاف"، فقد قمنا بمراوغة ناجحة من خلال اعتبار معامل التشتت تابعا لدرجة الحرارة من الدرجة الثالثة ($\Gamma = \Gamma_0 T^3$) .

كما نوهنا سابقا فإن بعض النماذج الجسيمية يمكن أن تنتبأ بمثل هذه التابعية بالنسبة لدرجة الحرارة. من الجدير بالذكر هاهنا إلا أننا لن نفترض هذا الشكل ضمن جملة جوردان و إنما سنعمد إلى العمل المباشر ضمن جملة آينشتاين.

إن العلاقات التحليلية للمرصودات n_s و N_e و r طويلة جدا لعرضها بشكل تحليلي هنا. على كل حال و ضمن نهاية التشتت الشديد و من أجل تابعية لدرجة الحرارة من الدرجة الثالثة يمكن تقريب سعة التآرجحات للخلفية الميكروية A_s [21] بالشكل :

$$A_s = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{9}{2\pi^2 C_\gamma} \right)^{1/4} \left(\frac{Q^3 U}{\epsilon_k} \right)^{3/4} G(Q) \quad (64.7)$$

على خلاف مع الحالة الخطية (36.7) يعطى التابع G بالعلاقة [21] :

$$G(Q) = 1 + 4.981Q^{1.946} + 0.127Q^{4.330}. \quad (65.7)$$

قمنا بالمسح العددي على فضاء وسائط مكون من خمسة وسائط، $(f, V_0, \Gamma_0, \phi_*)$ و $\xi(\lambda)$ وذلك باعتبار الترابط التربيعي (و الدوري) مع الثقالة.

من اجل كل نقطة من نقاط الفضاء قمنا بحساب ϕ_{end} المقابل لنهاية التضخم الكوني بسبب كسر شرط التدرج البطيء من قبل احد وسائط التدرج. ثم قمنا بحساب (n_s, r, A_s) للتأكد من التقابل مع البيانات التجريبية مع عدد كاف من التضخمات الاسية. و أخيرا قمنا بحساب كل من (Q, T, H) للتأكد من أنها توافق الشروط المفروضة عند القيام بالدراسة التحليلية ($Q \gg 1$) و ($T/H > 1$) . و قد وجدنا التالي:

• الترابط الأصغري التربيعي: بالمسح على المجال ($\xi \in [19, 22]$) مع اعتماد:

$$\phi_* = 0.063, f = 5, \Gamma_0 = 3 \times 10^{-9}, V_0 = 2 \times 10^{-21}, \quad (66.7)$$

تم إيجاد نقاط مقبولة و محققة للقيود الرصدية ضمن المجالات:

$$\begin{aligned}\phi_{end} &\in [8.10, 8.34], A_s \in [2.085, 2.128] \times 10^{-9}, \\ n_s &\in [0.9433, 0.9864], r \in [1.86, 1.93] \times 10^{-13}, \\ N_e &\in [73.47, 73.50], Q \in [28.48, 28.73], \\ T &\in [9.8818, 9.8895] \times 10^{-7}, H \in [3.3582, 3.3954] \times 10^{-11}\end{aligned}\quad (67.7)$$

تم ملاحظة تزايد كل من N_e, A_s, Q مع تزايد ξ و بالمقابل تتناقص الكميات $(\phi_{end}, n_s, r, T, H)$ مع تزايد قيمة ξ .

• الترابط اللاصغري الدوري: بالمسح على المجال $(\lambda \in [25, 73])$ مع إعتدال:

$$\phi_* = 9, f = 5, \Gamma_0 = 10^{10}, V_0 = 1 \times 10^{-18}, \quad (68.7)$$

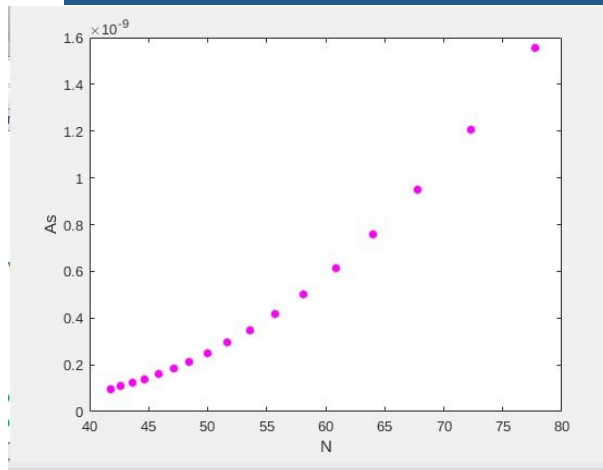
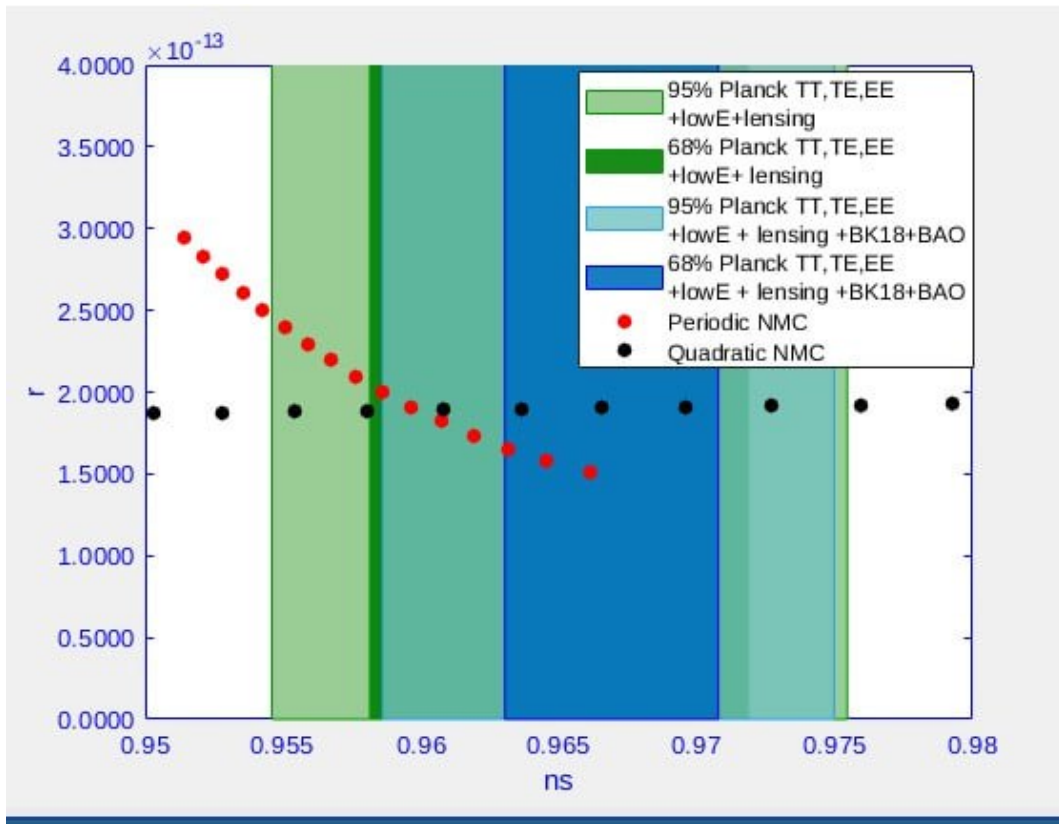
وجدنا قيمة محققة للقيود ضمن المجالات:

$$\begin{aligned}\phi_{end} &\in [0.1267, 0.3601], A_s \in [0.095, 1.5] \times 10^{-9}, \\ n_s &\in [0.9519, 0.9691], r \in [1.4, 2.86] \times 10^{-13}, \\ N_e &\in [41, 77], Q \in [20.47, 23.72], \\ T &\in [3.7, 5.6] \times 10^{-7}, H \in [0.884, 2.49] \times 10^{-11}\end{aligned}\quad (69.7)$$

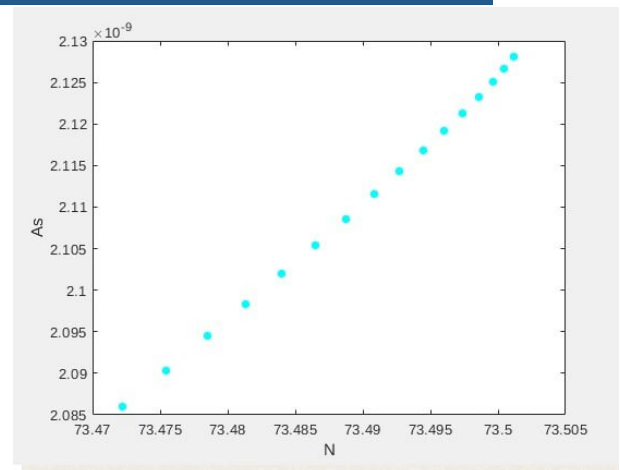
ضمن هذه الحالة تمت ملاحظة تزايد قيم كل من ϕ_{end}, r مع تزايد قيم الوسيط λ و بالمقابل تتناقص قيم الكميات (n_s, N_e, A_s, Q, T, H) مع تزايد قيمة الوسيط λ .

من الجدير بالذكر أن قيودا واهنة مفروضة على وسيط هبل ضمن الفترة التضخمية و الذي يخضع لقيود ضمن المجال $[10^{-24}, 10^{14}] \text{ GeV}$ أو $[10^{-43}, 10^{-5}]$ بواحدات بلانك [172] و هذه القيود محققة ضمن كلا حالتي الترابط اللاصغري. يظهر الشكل 4.7 نقاط معلمة مقبولة تجريبيا بالإضافة إلى تمثيل سعة الطيف A_s بدلالة عدد التضخمات الأسية ضمن كل من حالتي الترابط اللاصغري الدورية واللا دورية. يمكننا أن نلاحظ أن قيم (N_e) محققة ضمن الحالة التربيعية. من ناحية أخرى فقد تم الحصول على القيم الدقيقة لـ A_s في حالة

الترابط الدوري ، إلا أن مثل هذا الوصول تحقق من أجل عدد تضخمات أسية كبير. في الحقيقة لن نعتبر أن القيم الكبيرة لعدد التضخمات الأسية $N_e > 80$ كمؤشر فشل للحالة، إذ أن هناك العديد من النماذج التضخمية التي تجادل من أجل مثل هذه القيم العالية لعدد التضخمات الكلية [173].



(b)



(a)

شكل 4.7: حالة التشتت التكميقي بالنسبة لدرجة الحرارة من أجل كل من الترابط الدوري و اللادوري على التوالي. يظهر الشكل اتساقا مع البيانات التجريبية من أجل كل من n_s, r . بالإضافة للسابق يحقق الترابط التربيعي توافقا للمرصودات (A_s, N_e) في حين يحقق الترابط الدوري لعدد تضخمات أسية N_e و لرتبة طيف الطاقة A_s .

الفصل الثامن

التضخم ذي القوى الدافئ

1.8 المقدمة

يتم تناول السيناريوهات التضخمية من منظورين مختلفين¹. في المقاربة الأولى، يتم اختيار كمون الحقل السلمي، والذي يُعد عنصراً محورياً في بناء نموذج التضخم. وتُعرف هذه الطريقة باسم "المقاربة المحفزة بالكمون". ووفقاً لهذه المقاربة، تُصنّف النماذج التضخمية بناءً على كمونات الحقول السلمي الخاصة بها. على النقيض من ذلك، يمكن إعادة بناء الكمون V انطلاقاً من ديناميكيات التوسع الكوني، والتي تُحدد من خلال عامل المقياس $a(t)$. وتُعرف هذه الطريقة باسم "المقاربة المحفزة ديناميكياً"، حيث تُصنّف النماذج التضخمية وفقاً لقوانين التوسع الخاصة بالكون. في هذا الفصل، ندرس مثلاً على المقاربة الثانية، وهو نموذج التضخم وفق قانون القوة (Power-law inflation) كما ورد في المرجع [174]، حيث يعتمد عامل المقياس على الزمن وفق العلاقة $a = a_0 t^m$. وقد تناولت العديد من الدراسات هذا النوع من التوسع في سياق التضخم البارد [175, 176, 177, 178, 179]. إلا أن هذا النموذج واجه مشكلتين رئيسيتين: أولاً، نسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية r تتجاوز الحدود التي حددتها بيانات بلانك، مما يؤدي إلى استبعاده. ثانياً، يفنقر النموذج إلى آلية خروج طبيعية من مرحلة التضخم، نظراً لثبات معاملات الانحدار البطيء. وقد سعت عدة دراسات إلى تحسين نتائج النموذج ضمن إطار التضخم البارد [180, 181]. كما تناولت بعض الأبحاث [182, 183] إمكانية وجود تأثيرات حرارية ناتجة عن اللزوجة، بفعل اقترانات بين حقل التضخم وجسيمات أخرى، حيث تظهر

¹ تم نشر نتائج هذا الفصل ضمن العمل , M. Alhallak , Salvaging power-law inflation through warming,

مصطلحات التبدد بشكل صريح في معادلات التضخم، معبرةً عن تحلل حقل التضخم إلى إشعاع، وهو ما يُعد سمةً من سمات التضخم الدافئ. وقد تم مؤخراً دراسة التضخم الدافئ بكمون أسي في سياق نظرية الأوتار (landscape/swampland)، كما في المرجعين [184, 185] يهدف هذا الفصل إلى تقديم مناقشة عامة لنموذج التضخم وفق قانون القوة ضمن سياق التضخم الدافئ. وعليه، سنقوم بدراسة التوسع الكوني المبكر وفق هذا النموذج، مع الأخذ بعين الاعتبار عدة أشكال لمعاملات التبدد، وتحليل سلوك الحقول السلمية في حدود التشبث الضعيف والقوي. علاوة على ذلك، ومن أجل إيجاد آلية خروج سلسلة من مرحلة التضخم، نقترح إدخال اضطراب خطي على عامل المقياس وفق قانون القوة، ونبيّن أن تأثيره على الكمون، وإن كان ضئيلاً، إلا أنه يُعد مؤشراً على إمكانية الخروج الناجح من الحقبة التضخمية. كما نُظهر أن هذا التعديل الاضطرابي، عند تطبيقه ضمن نموذج التضخم البارد وفق قانون القوة، يمكن أن يُسهم أيضاً في تحسينه.

2.8 التضخم الدافئ باختصار:

سنراجع بشكل سريع لأهم نتائج التضخم الدافئ ضمن هذه الفقرة

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R = \Gamma\dot{\phi}^2 \quad (1.8)$$

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + P_\phi) = -\Gamma\dot{\phi}^2 \quad (2.8)$$

تعطى كثافة الطاقة ρ_ϕ و الضغط P_ϕ في الشكل القانوني بالعلاقة:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), P_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (3.8)$$

من جهة أخرى تعطى كثافة الطاقة للإشعاع ρ_R و الضغط P_R بالعلاقات:

$$\rho_R = \alpha T^4, P_R = \rho_R/3 \quad (4.8)$$

تعطى معادلات فريدمان في هذه الحالة المقابلة لترابط أصغري ما بين الحقل السلمي والثقالة بالعلاقات:

$$3H^2 = \rho_{tot} = \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \rho_R\right) \quad (5.8)$$

سنعامل ضمن جملة وحدات تعتبر فيها كتلة بلانك مساوية للواحد.

1.2.8 التدرج البطيء وفق ميكانيكا التضخم الدافئ

بافتراض هيمنة الطاقة الكامنة على جميع أشكال الطاقة الأخرى يعطى تقريب التدرج البطيء بالعلاقات:

$$\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}, \quad \dot{\rho}_R \ll H\rho_R, \quad \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (6.8)$$

كنتيجة لذلك نقرأ العلاقات: (1.8Eqs), (2.8) و (5.8) بالشكل:

$$\rho_R \simeq \frac{3}{4}Q\dot{\phi}^2 \quad (7.8)$$

$$\dot{\phi} \simeq -\frac{V_\phi}{3H(1+Q)} \quad (8.8)$$

$$3H^2 \simeq V \quad (9.8)$$

حيث:

$$Q \equiv \frac{\Gamma}{3H} \quad (10.8)$$

.

تظهر وسائط التدرج البطيء بالشكل:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{V_\phi}{V}\right)^2, \eta \equiv \frac{V_{\phi\phi}}{V}, \beta \equiv \frac{\Gamma_\phi V_\phi}{\Gamma V} \quad (11.8)$$

بمقابل التضخم البارد تظهر القيود على وسائط التدرج البطيء بالشكل:

$$\frac{\varepsilon}{(1+Q)} \ll 1, \frac{\eta}{(1+Q)} \ll 1, \frac{\beta}{(1+Q)} \ll 1. \quad (12.8)$$

2.2.8 طيف الاضطرابات

يعطى طيف الطاقة للتضخم الدافئ عند قطع الأفق بالعلاقة: [186] ,

$$\Delta_R^2 = A_s (1 + 2n_* + \omega_*) G(Q) : A_s = \frac{V_*(1 + Q_*)^2}{24\pi^2 \epsilon_*} \quad (13.8)$$

حيث تشير * إلى أن هذه الوسائط مقدرة عن قطع الأفق. أيضا $n = (\exp H/T - 1)^{-1}$ عبارة عن التابع الاحصائي لبوز آينشتاين، $\omega = \frac{T}{H} \frac{2\sqrt{3}\pi Q}{\sqrt{3+4\pi Q}}$ و A_s تمثل طيف الطاقة لتأرجحات الخلفية الميكروية. يصف $G(Q)$ نمو تأرجحات التضخم الكوني بسبب الترابط مع الاشعاع. خلال هذه الدراسة سنعتبر ثلاثة حالات لوسيط الاضمحلال $(\Gamma(T))$ ، بحيث يعطى التابع $G(Q)$ لكل حالة بالشكل [?] :

الحالة الأولى: التشتت الثابت

$$G(Q) = 1, \text{ for } \Gamma = \Gamma_0 = \text{constant}, \quad (14.8)$$

الحالة الثانية: التابعة الخطية لدرجة الحرارة

$$G(Q) = 1 + 0.335Q^{1.364} + 0.0185Q^{2.315}, \text{ for } \Gamma = \Gamma_0 T, \quad (15.8)$$

الحالة الثالثة: تابعة التشتت من الدرجة الثالثة لدرجة الحرارة

$$G(Q) = 1 + 4.981Q^{1.946} + 0.127Q^{4.330}, \text{ for } \Gamma = \Gamma_0 T^3. \quad (16.8)$$

يمكن ايجاد العلاقة العامة لدرجة الحرارة T من خلال دمج المعادلات (62.9) و (7.8) و (8.8) و (9.8) ضمن تقريب التدحرج البطيء.

$$T = \left(\frac{V}{2\alpha} \frac{Q_*}{(1 + Q_*)^2 \epsilon_*} \right)^{1/4} \quad (17.8)$$

يعطى الدليل الطيفي بالعلاقة:

$$n_s = \lim_{k \rightarrow k_*} \frac{d \ln \Delta_R^2(k/k_*)}{d \ln(k/k_*)} \quad (18.8)$$

تعطى نسبة التآرجحات r بالشكل:

$$r = \frac{\Delta_T^2}{\Delta_R^2} \quad (19.8)$$

حيث Δ_T^2 عبارة عن سعة طيف الطاقة للتآرجحات التتسوري

$$\Delta_T^2 = 2H^2/\pi^2 \quad (20.8)$$

نهاية الاضمحلال الضعيف

نراجع في هذه الفقرة للعلاقات الأساسية للمرصودات n_s و r ضمن نهاية التشتت الضعيف $Q \ll 1$. من المهم الإشارة إلى وجود اختلافات بين علاقات n_s و r بالإضافة إلى درجة الحرارة تبعا لشكل $\Gamma(T)$. نلخص هذه العلاقات الأساسية في المعادلات التالية:

$$T = \left(\frac{V_\phi^2 \Gamma_0}{36\alpha H^3} \right)^x \quad (21.8)$$

$$n_s - 1 = (-6\varepsilon + 2\eta) + \frac{2\pi\Gamma T}{12H^2}(15\varepsilon - 2\eta) + yQ^z(\varepsilon - \beta) \quad (22.8)$$

$$r = \frac{H}{2T} 16\varepsilon \quad (23.8)$$

حيث

من أجل $\Gamma = \Gamma_0$

$$x = \frac{1}{4}, \quad y = 0, \quad z = 0 \quad (24.8)$$

من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T$

$$x = \frac{1}{3}, \quad y = 0.456, \quad z = 1.364 \quad (25.8)$$

من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T^3$

$$x = 1, \quad y = 9.69, \quad z = 1.946 \quad (26.8)$$

نهاية التشتت الشديد

بشكل مشابه و ضمن ناية التشتت الشديد حيث $Q \gg 1$ يمكن ايجاد العلاقات التالية:

$$T = \left(\frac{V_\phi^2}{4\alpha\Gamma_0 H} \right)^x \quad (27.8)$$

$$n_s - 1 = \frac{1}{Q} \left(-\frac{9}{4}\varepsilon + \frac{3}{2}\eta - \frac{9}{4}\beta \right) - \frac{y}{Q}(\beta - \varepsilon) \quad (28.8)$$

$$r = \frac{H}{T} \left(\frac{16\varepsilon}{\sqrt{3\pi}(zQ^w)Q^{5/2}} \right) \quad (29.8)$$

حيث:

من أجل $\Gamma = \Gamma_0$

$$x = \frac{1}{4}, \quad y = 0.0, \quad z = 1, \quad w = 0 \quad (30.8)$$

من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T$

$$x = \frac{1}{5}, \quad y = 2.3, \quad z = 0.0185, \quad w = 2.315 \quad (31.8)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 T^3 \text{ من أجل}$$

$$x = \frac{1}{7}, \quad y = 4.33, \quad z = 0.127, \quad w = 4.330 \quad (32.8)$$

3.8 دراسة التضخم ذي القوى ضمن ميكانيكا التضخم الدافئ

سيتناول هذا القسم نموذج التضخم ذي القوى ضمن سياق التضخم الدافئ. يتميز هذا النموذج بمعامل هابل

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \text{ والمعطى بالعلاقة:}$$

$$H = \frac{m}{t} \quad (33.8)$$

حيث إن الشرط $m \geq 1$ ضروري لتحقيق طور تضخمي متسارع. باستخدام المعادلتين (9.8) و (33.8)، نحصل على:

$$V = \frac{3m^2}{t^2} \quad (34.8)$$

كما أُشير سابقاً، سنأخذ بعين الاعتبار حالتي التبدد: الحالة الضعيفة حيث $Q \ll 1$ ، والحالة القوية حيث $Q \gg 1$. يتمثل هدفنا في تحديد الكمون المسؤول عن هذا النوع من التوسع التضخمي، ومن ثم حساب الكميات الرصدية الأساسية، والمتمثلة بنسبة التآرجحات التنسورية إلى السلمية r ، ومؤشر المطيافية n_s ، وذلك بغرض المقارنة مع النتائج التجريبية الصادرة عن بعثتي Planck و BK18.

1.3.8 التضخم ذي القوى ضمن نهاية التشتت الضعيف

نبدأ بتحديد تابع الكمون الذي يفرض تضخماً كونياً وفق قانون القوة كما في المعادلة (33.8). بإدخال المعادلة (34.8) ضمن تكامل المعادلة (8.8) ، وتحت شرط التبدد الضعيف، نحصل على:

$$\phi = \sqrt{2}\sqrt{m} \log(t) \quad (35.8)$$

وبالتالي، يمكن التعبير عن الجهد V بدلالة الحقل ϕ كما يلي:

$$V = V_0 e^{-\frac{\sqrt{2}\phi}{\sqrt{m}}} \quad (36.8)$$

حيث إن $V_0 = 3m^2$. إن الكمون الموضح في المعادلة (36.8) مطابق لحالة التضخم البارد، وذلك بشكل رئيسي بسبب شرط التبدد الضعيف الذي فيه $\Gamma \ll H$. يمكن اشتقاق هذا الكمون الأسّي في عدة سياقات فيزيائية، مثل التغير الزمني في ثوابت الاقتران، أو في حالات وجود اقتران غير تقليدي مع الجاذبية أو نماذج الجاذبية المعدلة. ومع ذلك، فإن الكميات الرصدية مثل n_s و r المستخرجة من هذا الكمون ضمن إطار التضخم الدافئ تختلف بشكل كبير عن تلك الناتجة في ظروف التضخم البارد. يلخص الجدول الصيغ الأساسية للكميات الرصدية n_s و r ، بالإضافة إلى الكميات المميزة لنموذج التضخم الدافئ وفق قانون القوة، مثل Q ، و T ، و H ، وذلك وفقاً للمعادلات. من خلال فحص الجدول (1.8)، يمكننا أن نلاحظ أن النتائج تختلف عن سيناريو التضخم

$\Gamma = \Gamma_0 T^3$	$\Gamma = \Gamma_0 T$	$\Gamma = \Gamma_0$	
$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{m}$	$\frac{1}{m}$	ε
$\frac{2}{m}$	$\frac{2}{m}$	$\frac{2}{m}$	η
$\frac{3}{m}$	$\frac{1}{3m}$	0	β
$\frac{\Gamma_0^4}{24\alpha^3 m} e^{-\frac{\sqrt{2}\phi}{\sqrt{m}}}$	$\frac{\Gamma_0^{4/3}}{3\sqrt[3]{2\alpha m}} e^{\frac{\sqrt{2}\phi}{3\sqrt{m}}}$	$\frac{\Gamma_0}{3m} e^{\frac{\phi}{\sqrt{2m}}}$	Q
$\frac{\Gamma_0}{2\alpha} e^{-\frac{\phi}{\sqrt{2}\sqrt{m}}}$	$\frac{\sqrt[3]{\Gamma_0}}{\sqrt[3]{2\alpha}} e^{-\frac{\phi}{3\sqrt{2m}}}$	$\frac{\sqrt[4]{\Gamma_0}}{\sqrt[4]{2\alpha}} e^{-\frac{\phi}{4\sqrt{2m}}}$	T
$-\frac{0.039\Gamma_0^{7.78}}{\alpha^{5.83}m^{2.94}} e^{-\frac{2.75\phi}{\sqrt{m}}} + \frac{0.52\Gamma_0^5}{\alpha^4 m^3} e^{-\frac{1.41\phi}{\sqrt{m}}} - \frac{2}{m}$	$\frac{2.63\Gamma_0^{5/3}}{\alpha^{0.66}m^3} e^{\frac{0.94\phi}{\sqrt{m}}} + \frac{0.049\Gamma_0^{1.81}}{\alpha^{0.45}m^{2.36}} e^{\frac{0.64\phi}{\sqrt{m}}} - \frac{2}{m}$	$\frac{11\pi\Gamma_0^{5/4}}{6\sqrt[4]{2\alpha}m^3} e^{\frac{7\phi}{4\sqrt{2m}}} - \frac{2}{m}$	$n_s - 1$
$\frac{16\alpha}{\Gamma_0}$	$\frac{8\sqrt[3]{2\alpha}}{\sqrt[3]{\Gamma_0}} e^{-\frac{\sqrt{2}\phi}{3\sqrt{m}}}$	$\frac{8\sqrt[4]{2\alpha}}{\sqrt[4]{\Gamma_0}} e^{-\frac{3\phi}{4\sqrt{2m}}}$	r

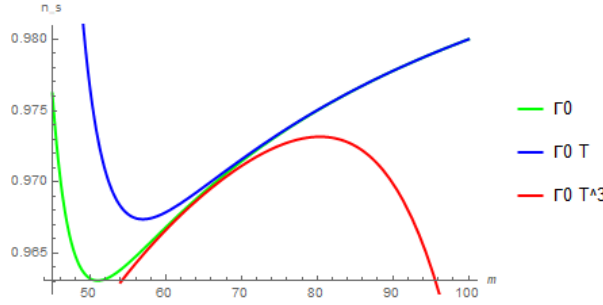
جدول 1.8: Main characteristics of the warm model in the weakly dissipative regime. potential. exponential with regime

البارد، حيث يتم تحديد الكميات الرصدية n_s و r بواسطة المعادلات التالية:

$$n_s - 1 = \frac{-2}{m} \quad (37.8)$$

$$r = \frac{16}{m} \quad (38.8)$$

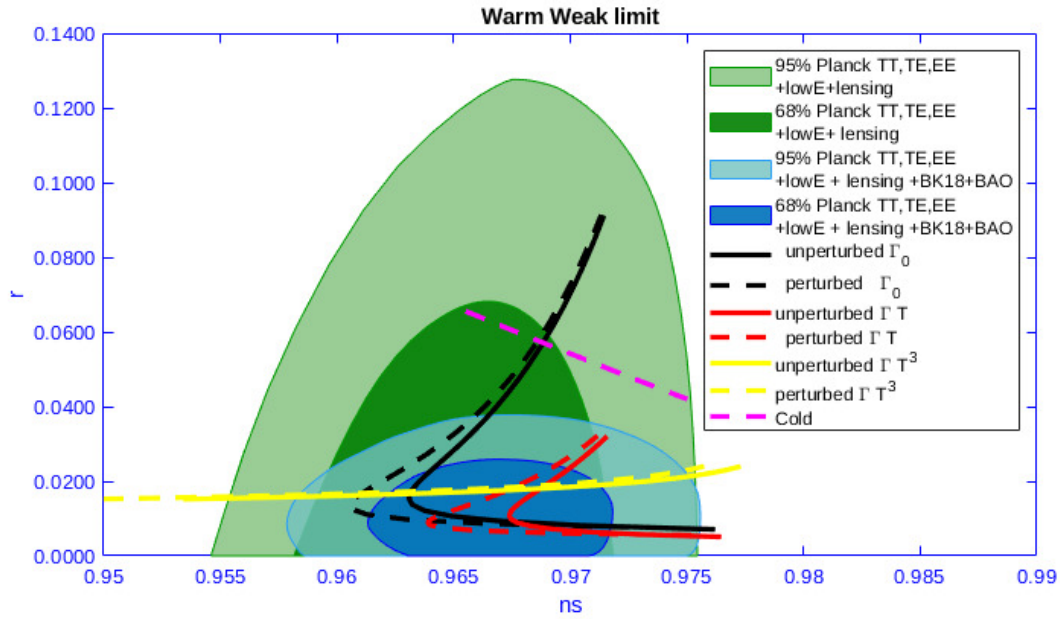
من الواضح أنه، وعلى خلاف حالة التضخم البارد، فإن الكميات الرصدية قد تؤدي إلى نتائج متنوعة ومختلفة،



شكل 1.8: يوضح الشكل الدليل الطيفي n_s بدلالة m . يشير الخط الأخضر إلى الحالة $\Gamma = \Gamma_0$ مع اعتبار $\Gamma_0 = 1 \times 10^{-8}$, $\phi_* = 163$. يشير الخط الأزرق للحالة $\Gamma = \Gamma_0 T$ مع اعتبار $\Gamma_0 = 2 \times 10^{-4}$, $\phi_* = 178$ وأخيرا يشير الخط الأحمر إلى الحالة $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ مع $\Gamma_0 = 79 \times 10^3$, $\phi_* = 200$.

وذلك وفقاً لصيغة Γ باعتبارها تابعة لدرجة الحرارة T (كما هو الحال في دراستنا)، أو باعتبارها تابعة للحقل ϕ (في حالات أخرى) كذلك.

تُظهر المقارنة بين الحالات الثلاث: $\Gamma = \Gamma_0$ ، $\Gamma = \Gamma_0 T$ ، و $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ ، أنه عند اعتماد الحالة الثالثة، فإن النسبة r تصبح — عند تثبيت القيمة α — مستقلة عن الحقل السلمي ϕ ، وتعتمد فقط على المعامل Γ_0 ، وذلك بخلاف الحالتين الأخريين حيث تعتمد r على جميع معاملات النموذج. من جهة أخرى، فإن الدليل الطيفي n_s يمتلك قيمة دنيا في كل من حالتي $\Gamma = \Gamma_0$ و $\Gamma = \Gamma_0 T$ ، بينما يمتلك قيمة عظمى في حالة $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ ، كما هو موضح في الشكل (1.8) الذي يعرض سلوك مؤشر المطيافية ضمن المجال $m \in [45, 100]$. نظرة سريعة على الجدول (1.8) تكشف أن معاملات التباطؤ (slow-roll parameters) مستقلة عن الحقل السلمي ϕ . وبالتالي، فإن نموذج التضخم الدافئ وفق قانون القوة يشبه نظيره البارد من حيث كونه لا يمتلك نهاية طبيعية للحقبة التضخمية. في الشكل (2.8)، نقارن النتائج الرصدية للنموذج مع تلك الخاصة ببعثة $PlanckTTTTEE + LowE + lensing$ ، وكذلك مع بيانات BK18، ونلاحظ وجود توافق ملحوظ يتمثل في أن تنبؤات النموذج تقع ضمن منطقة الثقة بنسبة 68% (CL) للبيانات المجمعة من $PlanckTTTTEE + LowE + lensing$ BK18. يعرض الجدول (2.8) نقاطاً مرجعية محددة (Γ_0, m, ϕ_*) تُنتج قيماً مقبولة للكميات الرصدية (n_s و r)، إلى جانب القيم المقابلة لبعض الكميات المميزة للنموذج (Q)، و T ، و H)، وذلك بهدف إثبات أن جميع شروط التضخم الدافئ قد تم تحقيقها. ثمة نقاط مهمة يجب التوقف عندها هنا. أولاً، وعلى خلاف السيناريو البارد، فإن الشكل الأسّي للكمون الوارد في المعادلة (36.8) لن يبقى دائماً هو الكمون الذي يتحرك عليه الحقل التضخمي (inflaton) وذلك لأنه تم اشتقاقه بافتراض الحد الضعيف ($Q \ll 1$). الإشكالية هنا تكمن في أن Q هو كمية ديناميكية تتطور مع الزمن، كما يتضح من الجدول-الشكل (1.8). بدءاً من قيمة صغيرة حيث $Q \ll 1$ ، يميل الحقل التضخمي إلى النمو أثناء انحداره على سطح الكمون لكن بعد ذلك يتطور Q بسرعة ليصبح أكبر (أصغر) بشكل أسّي في الحالتين الأولى والثانية (الحالة الثالثة) من



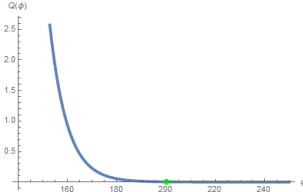
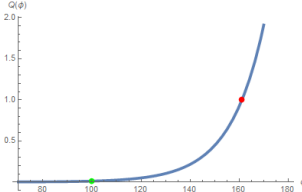
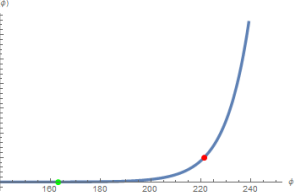
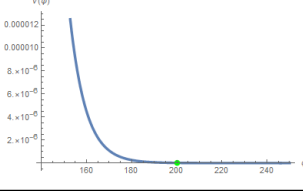
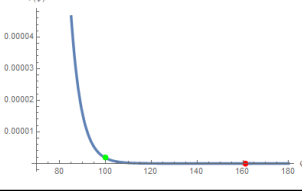
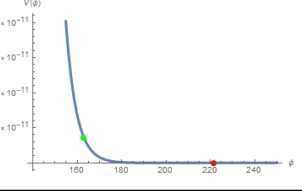
شكل 2.8: تمثيل كل من n_s و r في حالة التشتت الضعيف. تشير الخطوط المتصلة إلى النتائج النظرية للنموذج الموافق للمعادلة 36.8. الخط المتصل الأسود يقابل للحالة $\Gamma = \Gamma_0$ مع $\Gamma_0 = 1 \times 10^{-8}$ و $\phi_* = 178$ و $m \in [45 - 70]$. الخط الأحمر الصلب يمثل $\Gamma = \Gamma_0 T$ مع $\Gamma_0 = 2 \times 10^{-4}$ و $\phi_* = 163$ و $m \in [50 - 70]$. أخيراً فإن الخطوط الصفراء المتصلة تشير إلى $\Gamma = \Gamma_0 T^3$ مع $m = 1 \times 10^2$ و $\phi_* = 200$ و $\Gamma_0 \in [50 - 79] \times 10^3$. من جهة أخرى فإن الخطوط المقطعة تمثل المرصودات المتحصل عليها من الكمون من أجل نفس حالات Γ بشكل مقابل لذات ألوان الخطوط المتصلة، مع معامل اضطراب $\zeta = -1 \times 10^{-7}$ ($\zeta = -1.5 \times 10^{-6}$) من أجل الخطوط المقطعة الصفراء والسوداء.

$\Gamma = \Gamma_0 T^3$			$\Gamma = \Gamma_0 T$			$\Gamma = \Gamma_0$			
P_3	P_2	P_1	P_3	P_2	P_1	P_3	P_2	P_1	
100	100	100	70.0	60.0	50.0	70.0	60.0	50.0	m
70.0×10^9	60.0×10^9	50.0×10^9	200	200	200	0.010	0.010	0.010	$\Gamma_0 (\times 10^{-6})$
96.5	97.3	97.7	97.1	96.7	97.6	97.1	96.7	96.3	$n_s (\times 10^{-2})$
1.71	2.00	2.40	3.20	1.43	0.510	9.12	3.98	1.37	$r (\times 10^{-2})$
123	66.6	32.1	2.38	6.19	20.9	0.458	1.61	7.99	$Q (\times 10^{-4})$
72.1	72.1	72.1	20.5	5.26	0.930	72.8	20.7	4.16	$H (\times 10^{-6})$
33.7	28.8	24.0	7.31	4.89	2.92	9.12	6.92	4.85	$T (\times 10^{-5})$
4.67	4.00	3.33	3.56	9.29	31.3	1.25	3.34	11.6	T/H

جدول 2.8: نقاط مرجعية في حالة التشتت الضعيف من أجل حالات مختلفة لمعامل التشتت Γ , مع $\phi_* = 163$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0$, $\phi_* = 178$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T$ and $\phi_* = 200$ من أجل $\Gamma = \Gamma_0 T^3$.

معامل التبديد الثابت أو المعتمد خطيًا على درجة الحرارة T (المعتمد تكعيبيًا على T) وبالتالي، فإن الشكل الأسّي للجهد يبقى صالحًا فقط في الحالة الثالثة لجميع قيم الحقل التضخمي. ولتوضيح الفكرة، أخذنا القيم المذكورة في الجدول-الشكل (3.8) للحالات الثلاث لمعامل التبديد Γ ، وقمنا بتوضيح الأشكال المقابلة لكل من Q و V . في هذه الرسوم، تشير النقطة الخضراء إلى لحظة عبور الأفق، وهي النقطة التي تُعَيَّن عندها الكميات الرصدية وتُثبت توافقها مع القياسات، بينما تشير النقطة الحمراء إلى حد منطقة التشتت الضعيف، أي عند $(Q = 1)$ ، والتي تُظهر بداية فقدان صلاحية افتراض التبديد الضعيف. وبالتالي، فإن الجزء من المنحنى الأسّي الذي يصف التشتت الضعيف يكون محدودًا بالنقطة الحمراء، ويجب التحقق من الاتساق عند إدخال سيناريو نهاية التضخم كما سيتم في القسم التالي، بحيث تبقى نهاية التضخم، بافتراض التشتت الضعيف، ضمن هذا الجزء دون الوصول إلى النقطة الحمراء المقابلة. ثانيًا، إن اختيار النقاط المرجعية (benchmarks) ليس شاملًا أو حصريًا. في الواقع، فإن فضاء المعاملات الذي يستوعب القيود الرصدية ليس محدودًا بشكل كبير، ولا توجد حاجة للجوء إلى الضبط الدقيق (fine tuning) من أجل تحقيق القيود المفروضة على (n_s, r) . يمكن البدء تحليليًا بتوسيع المعادلات على شكل متسلسلة في قوى ϕ_* ، وسنلاحظ أن Γ_0 يظهر مرفوعًا إلى قوة موجبة في مقام الحد الرائد لمعامل r ، مما يعني أن تحقيق الشرط $(r \ll 1)$ يتطلب قيمًا كبيرة لـ Γ_0 . إلا أن هذه القيم الكبيرة لـ Γ_0 لا يمكنها أن تحقق الشرط المفروض على n_s

(انظر إلى تعبيرَي r و n_s في الجدول 1.8) عندما تكون ϕ_* صغيرة. لذلك، يتم البحث عن قيم كبيرة ϕ_* ، وبمجرد العثور على قيمة مقبولة، يمكن تحسين البحث حولها، مع تعديل المعاملات الأخرى وفقًا لذلك. وعند إجراء عملية المسح، نجد أن هناك منطقة غير مهمة في فضاء المعاملات تستوعب القيود الظاهرية (phenomenological constraints). ثالثًا، إن كون Q كمية ديناميكية لا يغيّر من النتيجة القائلة بأن

$\Gamma_0 T^3$	$\Gamma_0 T$	Γ_0	$\Gamma =$
$m = 100, \alpha = 75, \Gamma_0 = 5 \times 10^4$	$m = 42, \alpha = 75, \Gamma_0 = 10^{-2}$	$m = 45, \alpha = 75, \Gamma_0 = 10^{-8}$	Parameters
			Q
			V
$(200, 3 \times 10^{-3}, 1.6 \times 10^{-8})$	$(99.8, 11 \times 10^{-3}, 1.8 \times 10^{-6})$	$(163, 2 \times 10^{-3}, 7 \times 10^{-12})$	(Φ_*, Q, V) Green
$(0.977, 0.024)$	$(0.958, 0.109)$	$(0.976, 0.007)$	(n_s, r) Observables
$\#$	$(161, 1, 2.8 \times 10^{-12})$	$(221, 1, 3 \times 10^{-17})$	(Φ_*, Q, V) Red

جدول 3.8: معاملات التضخم الدافئ ضمن نهاية الشتت الضعيف $Q \ll 1$ والتي تقود إلى قيم متوافقة مع القيم الرصدية، في الحالات الثلاث لمعامل التشتت Γ . تشير النقاط الحمراء إلى الحد الذي يتوقف عنده التشتت الضعيف ($Q = 1$).

التضخم في هذا النموذج لا يمتلك نهاية طبيعية، وذلك لأن المعاملات (ϵ, η, β) ثابتة، كما أن شروط التباطؤ الموضحة في المعادلة (8.12) تبقى محققة طالما أنها كانت كذلك عند عبور الأفق. في هذا العمل، تم دراسة التضخم وفق قانون القوة ضمن إطار التضخم الدافئ، حيث تم اعتماد ثلاث صور لمعامل التبدد: ثابت، خطي في درجة الحرارة، وتكعيبي في درجة الحرارة، وذلك في حالتي التبدد الضعيف والقوي. في النظام الضعيف، وُجد أن الجهد المسؤول عن التوسع هو كمون أسي كما في التضخم البارد، إلا أن النموذج الدافئ يعطي قيمًا لمؤشري الطيف (n_s, r) تتوافق إلى حد كبير مع القيود الرصدية، على عكس النموذج البارد الذي ينتج قيمة كبيرة لـ r تجعله غير قابل للتطبيق. ومع ذلك، فإن النظام الضعيف لا يوفر نهاية طبيعية للتضخم، وتُظهر ديناميكيات نسبة التبدد Q أن جزءًا فقط من الجهد يتوافق مع هذا النظام، باستثناء الحالة التكعيبية التي يتوافق فيها الكمون بالكامل. أما في حالة التشتت القوي، فقد تبين أن الجهد يأخذ أشكالًا تحليلية مختلفة حسب اعتماد معامل التبدد على درجة الحرارة، وتم استبعاد حالتي التبدد الثابت والخطي بسبب تجاوز مؤشر الطيف للقيمة المقبولة، في حين أظهرت الحالة التكعيبية توافقًا ممتازًا مع البيانات. ومع ذلك، فإن هذا النظام أيضًا لا يوفر نهاية طبيعية للتضخم، حيث تبقى معاملات التباطؤ ثابتة. لاحقًا، تم اقتراح تعديل بسيط في معامل هابل لتحقيق خروج سلس، وطُبّق هذا التعديل على النظام الضعيف نظرًا لإمكانية الحصول على تعبيرات تحليلية للكمون، الذي أصبح مكونًا من ثلاثة حدود، أحدها يمثل ثابتًا كونيًا في حد الحقل الكبير. وقد حافظت القيم الطيفية المعدلة على توافقها مع البيانات، وأتاح هذا التعديل نهاية متسقة للتضخم في حالتي التبدد الثابت والخطي، مع إنتاج عدد كافٍ من الطيات لحل

مشكلة التسطّيح. أما في الحالة التكميبيية، فلم يتم التوصل إلى نهاية متسقة ضمن الجزء المتوافق من الجهد. وأخيرًا، عند تطبيق نفس التعديل على نموذج التضخم البارد، تم التوصل إلى مؤشر واعد نحو تحسين النموذج وتحقيق خروج سلس مقارنة بالحالة غير المعدّلة.

الفصل التاسع

التضخم الإقتراني الدافئ

1.9 المقدمة

¹ على الرغم من الإنجازات التي حققتها النسبية العامة من خلال صيغتها المعتمدة على المترية، فقد ظلت التساؤلات قائمة حول فرادتها وحدودها كنظرية للجاذبية. بدأت أولى المحاولات لبحث هذه الحدود بعد أربع سنوات فقط من طرح النظرية، حين شرع فايل (Weyl) في دراسة إمكانية تعديل النظرية لتشمل ثوابت توافقية من الرتبة العليا (higher-order invariants) [113].

من اللافت أن نعلم أن ألبرت أينشتاين كان من أوائل من بدأوا في فحص الفرضيات الكامنة ضمن النظرية. فقد قدّم مفهوم الوصلات الأفينية (affine connections) المستقلة عن المترية، وطبق لاحقاً مبدأ (principle of variation) على كلّ منهما. وقد أصبح هذا النهج يُعرف لاحقاً بصياغة بالاتيني للجاذبية (Palatini formalism) [187, 188].

لقد تبين أن صيغتي المترية وبالاتيني متكافئتان في حالة الترابط الأصغري (minimal coupling) بين المادة والجاذبية [189]. إلا أن تعديل نظرية الجاذبية، مثل إدخال ترابط لا أصغري مع الثقالة أو تضمين حدود من الرتبة العليا لانحناء الزمكان، يُظهر اختلافات جوهرية بين الصيغتين [190, 191].

على الرغم من أن الوصلات في صيغة بالاتيني تبدو مستقلة عن تنسور المترية، إلا أن النظرية ككل لا يمكن اعتبارها اقترانية بالكامل؛ وذلك لأن الحجم الثابت (invariant volume) لا يزال يُبنى باستخدام الجذر التربيعي

¹ تم نشر نتائج هذا الفصل ضمن العمل -Warm affine inflation, Mahmoud AlHallak DOI: 10.1088/1475-

لمحدد التنسور المتري، كما أن فعل المادة (matter) (action) يعتمد فقط على تنسور المتريّة دون أن يتأثر بالوصلة الإقترانية.

تم اقتراح صيغة اقترانية بحتة للجاذبية في المرجع [192]. حيث يُظهر النموذج فعلاً ثابتاً (invariant) (action) خالياً من المتريّة، إذ تدخل مشتقات الحقول (الجزء الحركي) في الديناميكا إلى جانب تنسور الانحناء، وكلاهما يظهر داخل محدد عنصر الحجم اللامتغير. وبدلاً من أن تُضاف الأجزاء غير المشتقة من الحقول (الكُمونات) إلى الجزء الحركي، فإنها تُقسّم عليه [193, 192, 194].

يقارن الجدول (1.9) بين الكميات الأساسية ضمن الصياغة المتريّة و صياغة بالاتيني و الصياغة الاقترانية. وبشكل مشابه لصيغة بالاتيني، تظهر التكافؤات بين الصيغ الاقترانية والمتريّة عند حالات الترابط الأصغري بين المادة والثقالة.

من الجدير بالذكر أن نتائج مهمة تبرز عند النظر في حالات الترابط اللاأصغري بين المادة والجاذبية. لقد تم تطبيق الصيغة الاقترانية للجاذبية في سياقات كونية متعددة [195, 196, 194, 197, 198] ، مع إيلاء اهتمام خاص لسيناريو التضخم البارد [199, 200, 201, 202, 203]. يُعد التضخم الدافئ بديلاً راسخاً للتضخم التقليدي (البارد) [80, 79] ، حيث يتضمن اقتراحاً حراريّاً بين حقل التضخم والإشعاع .

لقد تم استخدام كلّ من صيغتي المتريّة وباللاتيني لدراسة التضخم الدافئ مع نماذج مختلفة من جهود التضخم [204, 205, 206, 207, 208]. ومع ذلك، لم تُجرَ أي دراسات حول التضخم الدافئ في إطار نظرية الجاذبية الأفيينية. ويُعد أحد الأهداف الرئيسية لهذا العمل هو دراسة سيناريوهات التضخم الدافئ ضمن الصيغة الأفيينية للجاذبية، وتوفير أساس لفحص نماذج متنوعة مستوحاة من فيزياء الجسيمات، مثل النموذج المقترح في [204] ، أو نظريات أخرى كما في [205].

2.9 مراجعة الصياغة الإقترانية للثقالة:

سنراجع في هذه الفقرة الصياغة الاقترانية للثقالة في حالة الترابط الأصغري مع الثقالة و سنبين التكافؤ ما بين هذه الصياغة و الصياغة المتريّة في حالة الترابط الأصغري. في الفقرة التالية سنناقش حالة الترابط اللاأصغري مع الثقالة مبينين الاختلافات ما بين الصياغتين ليتم لاحقاً الشروع في الهدف الاساسي ما هذه المرحلة و هي اقتراح نموذج تضخمي جديد دافئ ضمن الصياغة الاقترانية للثقالة.

1.2.9 حالة الترابط الأصغري

سنبدأ بحالة الترابط الأصغري ما بين الجاذبية والمادة كنقطة بداية مستخدمين الفعل :

$$S_{AG} = \int d^4x \sqrt{\tilde{K}_{\mu\nu}} \quad (1.9)$$

حيث : $\sqrt{\tilde{K}_{\mu\nu}}$ تمثل عنصر الحجم اللامتغير ضمن الصياغة الاقترانية للثقالة مع ²:

$$K_{\mu\nu} = \mathfrak{R}_{\mu\nu} - \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi \quad \text{and} \quad \tilde{K}_{\mu\nu} = \frac{K_{\mu\nu}}{V^2(\phi)} \quad (2.9)$$

$\mathfrak{R}_{\mu\nu}(\Gamma)$ عبارة عن تنسور ريتشي مبنيا من الصلات الاقترانية Γ بشكل مستقل عن المترية، على خلاف من الصياغة المترية للثقالة حيث يبني تنسور ريتشي $R_{\mu\nu}$ من خلال التنسور المتري $R_{\mu\nu}(\partial^2 g)$. $V(\phi)$ عبارة عن كمون الحقل السلمي ϕ . كما نلاحظ من المعادلتين (2.9) و (1.9) فإن الإنحناء الزمكاني يرتبط ارتباطا وثيقا بصلات الزمكان الاقترانية.

من المهم ضمن هذا السياق أن نلاحظ التشابه مع صياغة باللاتيني، حيث يبني تنسور ريتشي أيضا من الصلات الاقترانية. إلا أنه على العكس من صياغة باللاتين فإن الثقالة هاهنا تبني بشكل كامل صاف من خلال الصلة الاقترانية Γ حيث يظهر عنصر الحقل اللامتغير مستقلا عن المترية أيضا، في حين يبني عنصر الحجم اللامتغير من محدد التنسور المتري ضمن صياغة باللاتيني.

من المهم أن نشير أيضا إلى أن الفعل أعلاه يتطلب كمونا غير معدوم لتجنب الحصول على متفردة ضمن الفعل. على كل حال من أجل $\phi_{min} = cons \neq 0$, $V(\phi_{min}) \neq 0$ فإن اضافة ثابت كوني للنظرية أمر لابد منه. بأخذ تغيرات الفعل (1.9) بالنسبة للصلة الاقترانية نحصل على معادلات الحقل للنظرية الثقالية قيد الاعتبار .

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{\tilde{K}_{\mu\nu}} (K^{-1})^{\mu\nu} \delta \mathfrak{R}_{\mu\nu} \quad (3.9)$$

يمكن أن نوضح أن تغيرات تنسور ريتشي $\mathfrak{R}_{\mu\nu}$ بالنسبة للصلة الاقترانية تظهر بالشكل:

$$\delta \mathfrak{R}_{\mu\nu} = \nabla_\alpha \delta \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \nabla_\nu \delta \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha \quad (4.9)$$

²حيث استخدمنا $M_{pl} = 1$.

باستخدام التكامل بالتجزئة يمكن عزل المتغيرات بحيث:

$$\delta S = \int d^4x \left[\delta_\alpha^\nu \nabla_\beta (\sqrt{\|K_{\mu\nu}\|} (K^{-1})^{\mu\beta}) - \nabla_\alpha (\sqrt{\|K_{\mu\nu}\|} (K^{-1})^{\mu\nu}) \right] \delta \Gamma_{\mu\nu}^\alpha = 0 \quad (5.9)$$

حيث δ_α^ν عبارة عن دلتا كرونكر، و التي استخدمت هنا للمساعدة على فصل الأدلة $\delta \Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ و توسيطهم factorize حيث أن $\delta \Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ متناظرة بالنسبة للأدلة μ و ν ، فإن هذا يؤدي إلى انعدام الجزء المتناظر داخل الجزء التربيعي، أي

$$\frac{1}{2} \delta_\alpha^\nu \nabla_\beta (\sqrt{K_{\mu\nu}} (K^{-1})^{\mu\beta}) + \frac{1}{2} \delta_\alpha^\mu \nabla_\beta (\sqrt{K_{\mu\nu}} (K^{-1})^{\nu\beta}) - \nabla_\alpha (\sqrt{K_{\mu\nu}} (K^{-1})^{\mu\nu}) = 0 \quad (6.9)$$

إن كون المعادلة الأخيرة (6.9) فاعلة من أجل صلات اقترانية عشوائية ، فإن

$$\nabla_\alpha (\sqrt{\|K_{\mu\nu}\|} (K^{-1})^{\mu\nu}) = 0 \quad (7.9)$$

كما أن:

$$\nabla_\alpha ((K^{-1})^{\mu\nu}) = 0 \quad (8.9)$$

يمكن أن نستنتج من المعادلة الأخيرة بأن الصلات الاقترانية المتحصل عليها بشكل عشوائي و لكن متناظر تختزل إلى صلات ليفي سيفيتا بدلالة المترية $\tilde{g}_{\mu\nu}$. بكلمات أخرى، يظهر هذا التنسور كحل للمعادلة من خلال وضع:

$$\frac{\sqrt{\|K_{\mu\nu}\|}}{V(\phi)} (K^{-1})^{\alpha\beta} = \sqrt{\|\tilde{g}_{\mu\nu}\|} (\tilde{g}^{-1})^{\alpha\beta} \quad (9.9)$$

الأمر الذي يقود إلى:

$$K_{\mu\nu} = V(\phi) \tilde{g}_{\mu\nu} \quad (10.9)$$

$$\nabla_\alpha (\tilde{g}_{\mu\nu}) = 0 \quad (11.9)$$

Affine	Palatini	Metric	
$\mathfrak{R}_{\mu\nu}(\Gamma)$	$\mathfrak{R}_{\mu\nu}(\Gamma)$	$R_{\mu\nu}(\partial^2 g)$	Tensor Ricci
$d^4x \sqrt{\ K\ }$	$d^4x \sqrt{\ g\ }$	$d^4x \sqrt{\ g\ }$	Element Volume Invariant
$\ K(\Gamma, \psi)\ $ in included	$S_M(\psi, g_{\mu\nu})$	$S_M(\psi, g_{\mu\nu})$	Action Matter

جدول 1.9: مقارنة ما بين الكميات المفتاحية الأساسية ضمن الصياغات المترية، صياغة بالاتيني و الصياغة الإقترانية. تمثل هنا ψ حقول المادة، $\|g\|$ تشير إلى محدد التنسور المتري $g_{\mu\nu}$ و $\|K\|$ تمثل محدد التنسور $K_{\mu\nu}$.

باستخدام المعادلات (2.9) و (10.9) يكن أن نجد تنسور ريتشي بالشكل:

$$\mathfrak{R}_{\mu\nu} = \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi + V(\phi) \tilde{g}_{\mu\nu} \quad (12.9)$$

و سلمية ريتشي بالشكل:

$$\mathfrak{R} = \tilde{g}^{\mu\nu} \mathfrak{R}_{\mu\nu} = \nabla^\alpha \phi \nabla_\alpha \phi + 4V(\phi) \quad (13.9)$$

تظهر معادلات آينشتاين الآن بالشكل:

$$\mathfrak{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{\mu\nu} \mathfrak{R} = \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - \frac{1}{2} \tilde{g}_{\mu\nu} \nabla^\alpha \phi \nabla_\alpha \phi - V(\phi) \tilde{g}_{\mu\nu} \quad (14.9)$$

باعتبار المعادلة الأخيرة يمكننا أن نستنتج أن الصياغة الاقترانية للثقالة متكافئة مع الصياغة المترية للنظرية النسبية العامة المعيارية في حالة الترابط الأصغري مع الثقالة.

2.2.9 حالة الترابط اللاأصغري مع الثقالة:

نعالج في هذه الفقرة حالة الترابط اللاأصغري ما بين حقول المادة ممثلة بحقل سلمي ϕ و الجاذبية ممثلة بتتسور ريتشي $\mathcal{R}_{\mu\nu}$. يأخذ الفعل الشكل:

$$S_{AG} = \int d^4x \sqrt{\frac{\|f(\phi)\mathcal{R}_{\mu\nu}(\Gamma) - \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi\|}{V^2(\phi)}} \quad (15.9)$$

يظهر حد الترابط اللاأصغري الموضح في المعادلة (15.9) بشكل عام من نظرية التفاعل الحلقي ضمن نظريات الفيزياء الجسيمية [206] . يدخل ضمن مفهوم الترابط اللاأصغري مع الثقالة جميع الحدود من الشكل $(R^i\phi^j, R^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi, \dots)$ ، والتي تتميز بالاتغير السلمي و تنعدم عند الزمكان المستوي . إلا اننا و من باب البساطة و الاستاق مع باقي فصول الاطروحة، سندرس حالة الترابط اللاأصغري بحد ذي قوى منا الدرجة الثانية بالنسبة لسلمية ريتشي

كنتيجة للمعادلة (15.9) تأخذ المعادلة (7.9) الشكل:

$$\nabla_\alpha \left\{ F(\phi) \sqrt{\|f(\phi)\mathcal{R}_{\mu\nu} - \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi\|} (f(\phi)\mathcal{R}^{\mu\nu} - \partial^\mu\phi\partial^\nu\phi) \right\} = 0 \quad (16.9)$$

حيث $F(\phi) \equiv \frac{f(\phi)}{V(\phi)}$

تعطى معادلات آينشتاين الآن بالعلاقة:

$$f(\phi)G_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\phi\partial^\alpha\phi - g_{\mu\nu}F(\phi) \quad (17.9)$$

بإعادة ترتيب المعادلة الأخيرة نحصل على :

$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^\phi + T_{\mu\nu}^{AG} \quad (18.9)$$

حيث:

$$T_{\mu\nu}^\phi = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\phi\partial^\alpha\phi - g_{\mu\nu}V(\phi) \quad (19.9)$$

$$T_{\mu\nu}^{AG} = (f(\phi) - 1) [g_{\mu\nu} F^{-1}(\phi) - G_{\mu\nu}] \quad (20.9)$$

يظهر جليا في المعادلة الأخيرة انعدام الكمية الأخيرة في حالة $f(\phi) = 1$ و التي تمثل الترابط الأصغري مع الثقالة.

3.9 تدفئة التضخم الإقتراني

سنعمل في هذه الفقرة على دراسة ميكانيكا التضخم الدافئ ضمن خلفية ثقالية إقترانية.

1.3.9 معادلات الحركة:

كما و سبق ان تم الإشارة اليه مرارا في فقرات سابقة فإن المميز الاساسي للتضخم الدافئ هو انتاج الاشعاع بشكل مستمر ضمن الفترة التضخمية.
لنبدأ بالفعل العام :

$$S = S_{AG} + S_{rad} + S_{Int} \quad (21.9)$$

حيث S_{AG} عبارة عن الفعل (15.9) و S_{rad} عبارة عن فعل الاشعاع الناجم خلال الفترة التضخمية S_{Int} تمثل التفاعل ما بين حقل التضخم و حقل الاشعاع. نفترض انتقال الطاقة ما بين الحقل السلمي و الاشعاع من خلال الحد:

$$J_{\mu} = \Upsilon u^{\nu} \nabla_{\nu} \phi \nabla_{\mu} \phi \quad (22.9)$$

حيث u^{ν} عبارة عن شعاع السرعة الرباعي $(1, 0, 0, 0)$ و Υ عبارة عن معامل الاضمحلال و الذي يكون بشكل عام تابعا لكل من الحقل السلمي و درجة الحرارة.
تعطى معادلة الاستمرارية بالنسبة للحقل السلمي و الاشعاع بالعلاقات:

$$\nabla^{\mu} T_{\mu\nu}^{rad} = J_{\nu} \quad (23.9)$$

$$\nabla^\mu (T_{\mu\nu}^\phi + T_{\mu\nu}^{AG}) = -J_\nu \quad (24.9)$$

أحد الميزات المهمة في الصياغة الإقترانية للثقالة هو التمكن من إعادة حالة الترابط الأصغري للثقالة دون الحاجة للتحويلات الكونوفرمية المستخدمة في الصياغتين المترية و البالاتينية. حيث يمكن إعادة تعريف النموذج بترابط لأصغري مع الثقالة من خلال إعادة تعريف الحقل فقط بالشكل:

$$\frac{d\chi}{d\phi} = \frac{1}{\sqrt{f(\phi)}} \quad (25.9)$$

يأخذ الفعل (15.9) الآن الشكل:

$$S_{AG} = \int d^4x \sqrt{\frac{\|\Re_{\mu\nu}(\Gamma) - \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi\|}{U^2(\chi)}} \quad (26.9)$$

حيث :

$$U(\chi(\phi)) \equiv \frac{V(\phi)}{f^2(\phi)} \quad (27.9)$$

كنتيجة لعدم وجود تحويلات كونفورمية تعرف الصياغة الإقترانية للثقالة من خلال جملة وحيدة (جملة جوردان) على الخلاف من الصياغة المترية و البالاتينية و اللتان تعرفان من خلال جملتي جوردان و آينشتاين. بالنسبة للافتراض المعرف بالعلاقة (22.9) فإن معادلة الحركة ستأخذ الآن الشكل:

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^\chi = -\bar{Z} J_\nu(\chi) \quad (28.9)$$

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{rad} = -\bar{Z} J_\nu(\chi) \quad (29.9)$$

حيث: $\bar{Z} = f(\phi)$

من الجيد أن نشير إلى أنه و في صياغة بالاتيني فإن حدود الاضمحلال تتناسب مباشرة مع الحقل χ بالشكل $J_\mu = \Upsilon u^\nu \nabla_\nu \chi \nabla_\mu \chi$ [207]. و بالتالي في المعادلات (28.9) و (29.9)، فإن الحد Z يساوي إلى الواحد. على كل حال فإنه و ضمن هذا العمل سنستمر وفقا للافتراض (22.9) من خلال اعتبار اضمحلال الحقل

الفيزيائي ϕ و ليس الحقل المعاد مقاسه χ . تعطى معادلات فريدمان بالعلاقات:

$$H^2 = \frac{1}{3}(\rho_\chi + \rho_{rad}) \quad (30.9)$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2}(\rho_\chi + \rho_{rad} + P_\chi + P_{rad}) \quad (31.9)$$

حيث:

$$\rho_\chi = \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 + U(\chi) \quad (32.9)$$

$$P_\chi = \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 - U(\chi) \quad (33.9)$$

و H عبارة عن وسيط هبل.

تعطى معادلات الحركة الآن للاشعاع و حقول التضخم بالعلاقات التالية:

$$\dot{\rho}_{rad} + 4H\rho_{rad} = -\Upsilon_Z\dot{\chi}^2 \quad (34.9)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + U_\chi = -\Upsilon_Z\dot{\chi} \quad (35.9)$$

كخطوة اولى فهم تأثير الصياغة الاقترانية للثقالة على النماذج التضخمية عرضنا الجدول [35.9] . حيث تمت مقارنة بين المقادير معادة المقاس الاقترانية مع تلك في الصياغتين المترية و البالاتينية.

2.3.9 تقريب التدحرج البطيء:

يعطى تقريب التدحرج البطيء بالعلاقات:

$$\ddot{\chi} \ll H\dot{\chi}, \dot{\rho}_\gamma \ll H\rho_\gamma \quad (36.9)$$

Affine	Palatini	Metric		
$f(\phi)$	$f(\phi)$	$\frac{f(\phi)}{1+6\sqrt{f(\phi)'}}$	$\left(\frac{d\phi}{d\chi}\right)^2$	field Scalar Re-scaled
$\frac{V(\phi(\chi))}{f(\phi(\chi))^2}$	$\frac{V(\phi(\chi))}{f(\phi(\chi))^2}$	$\frac{V(\phi(\chi))}{f(\phi(\chi))^2}$	$U(\chi)$	Potential Res-caled
$f(\phi)\Upsilon_0 T^3$	$\Upsilon_0 T^3$	$\Upsilon_0 T^3$	Υ	Parameter Dissipation

جدول 2.9: مقارنة بين الكميات الأساسية ضمن الصياغات المترية و البالاتينية و الاقترانية في حالة الترابط اللاأصغري مع الثقالة. تم التعبير عن الترابط اللاأصغري مع الثقالة في الصياغة المترية من خلال الحد $f(\phi)R$ و في الصياغة البالاتينية من خلال الحد $f(\phi)\mathcal{R}$ و أخيراً ميز الترابط اللاأصغري ضمن الصياغة الاقترانية من خلال الحد $f(\phi)\mathcal{R}_{\mu\nu}$.

يستخدم هذا التقريب لحل المعادلات التخضمية الممثلة (30.9) و (31.9) و (34.9) و (35.9). عند تطبيق تقريب التدحرج البطيء على المعادلات التامة فإن الحدود ذات الدرجات العالية تحذف لصغرها النسبي. تقرأ المعادلات : (30.9) و (31.9) و (34.9) و (35.9) بالشكل:

$$H^2 \simeq \frac{1}{3}U \quad (37.9)$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2}(1+\mathcal{Z}Q)\dot{\chi}^2 \quad (38.9)$$

$$\rho_\gamma \simeq \frac{3}{4}\mathcal{Z}Q\dot{\chi}^2 \quad (39.9)$$

$$\dot{\chi} = -\frac{U_\chi}{3H(1+\mathcal{Z}Q)} \quad (40.9)$$

where,

$$Q = \frac{\Upsilon}{3H} \quad (41.9)$$

يمثل الوسيط Q الشدة النسبية للتخامد الحراري مقارنة بالتخامد الناجم عن التمدد الكوني. مقارنة بالتضخم البارد فإن التضخم الدافئ يمتلك قيمة كبيرة نسبياً للوسيط Q في حين يتم إهمال هذا الوسيط كلياً في سيناريو التضخم البارد. للحصول على معاملات حركية ذات تدحرج بطيء، سنتبع الاجراء المعياري من حيث الانطلاق من معاملات مستقلة عن النموذج للوصول إلى تلك المتعلقة بالنموذج قيد الدراسة.

(a) بهدف تحقيق التمدد شبه الأسّي للكون فإن الوسيط الأول المستقل يعرف بالعلاقة: $-\frac{\dot{H}}{H^2} \ll 1$ باستخدام المعادلة (37.9) و المعادلة (38.9) يمكن أن نجد :

$$-\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{\varepsilon}{(1+\mathcal{Z}Q)} \ll 1 \quad (42.9)$$

حيث

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{U_x}{U} \right)^2 \quad (43.9)$$

عبارة عن اول وسيط تابع للنموذج.

إن الشرط (42.9) يفرض

$$\varepsilon \ll (1+\mathcal{Z}Q) \quad (44.9)$$

إن هذا الشرط مختلف قليلاً عن الشرط المعروف ضمن نموذج التضخم الدافئ المعياري حيث يقرأ الشرط عادة بالشكل $\varepsilon \ll (1+Q)$.

(b) الوسيط الثاني المهم لتحقيق عدد تضخمات اسية كاف للفترة التضخمية يعطى بالعلاقة $|\frac{\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}}| \ll 1$. باستخدام العلاقات (37.9) و (38.9) و (40.9) يمكن أن نجد :

$$\frac{\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}} = -\frac{U_{xx}}{U(1+\mathcal{Z}Q)} - \frac{\dot{H}}{H^2(1+\mathcal{Z}Q)} + \frac{\mathcal{Z}QU_x\Upsilon_x}{U\Upsilon(1+\mathcal{Z}Q)^2} + \frac{\mathcal{Z}QU_x\mathcal{Z}_x}{U\mathcal{Z}(1+\mathcal{Z}Q)^2} \quad (45.9)$$

يعرف الحد الأول من المعادلة eq (45.9) وسيط التدحرج البطيء الثاني:

$$\eta \equiv \frac{U_{xx}}{U} \quad (46.9)$$

مع القيد:

$$\frac{|\eta|}{(1+\bar{Z}Q)} \ll 1 \quad (47.9)$$

يرتبط الحد الثاني من المعادلة (45.9) بوسيط التدحرج الأول ε (42.9) بينما يرتبط الحد الثالث والرابع بالوسيطين الأخيرين والذين سيتم تعريفهما في الخطوة التالية.

(c) على ضوء الانتاج شبه المستقر للاشعاع (36.9) يمكن أن نعرف الوسيط الثالث من خلال اخذ تفاضل المعادلة (39.9)

$$\frac{\dot{\rho}_\gamma}{H\rho_\gamma} = -\frac{\Upsilon_\chi U_\chi}{\Upsilon U(1+\bar{Z}Q)} - \frac{\bar{Z}_\chi U_\chi}{\bar{Z}U(1+\bar{Z}Q)} - \frac{\dot{H}}{H^2} + \frac{2\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}} \ll 1 \quad (48.9)$$

إن تحقيق الشرط (48.9) يتطلب كون الحد الأول والثاني $\ll 1$. عندئذ تعرف الوسطاء الثالث و الرابع بالشكل:

$$\sigma \equiv \frac{\bar{Z}_\chi U_\chi}{\bar{Z}U} \quad (49.9)$$

و

$$\beta \equiv \frac{\Upsilon_\chi U_\chi}{\Upsilon U} \quad (50.9)$$

كنتيجة لذلك فإن (45.9) تكتب بالشكل:

$$\frac{\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}} = -\frac{\eta}{(1+\bar{Z}Q)} + \frac{\varepsilon}{(1+\bar{Z}Q)^2} + \frac{\bar{Z}Q\beta}{(1+\bar{Z}Q)^2} + \frac{\bar{Z}Q\sigma}{(1+\bar{Z}Q)^2} \quad (51.9)$$

يمكن أن نعبر عن الحد الثالث في المعادلة (51.9) بالشكل: $\frac{\beta}{(1+\bar{Z}Q)} - \frac{\beta}{(1+\bar{Z}Q)^2}$. على الرغم من أن الشرط $\frac{\ddot{\chi}}{H\dot{\chi}} \ll 1$ يتطلب أن يكون ناتج الطرح اصغر من الواحد، إلا أننا سنفترض:

$$\frac{|\beta|}{(1+\bar{Z}Q)} \ll 1 \quad (52.9)$$

و ذلك بحيث يوافق الشرط (48.9).

باتباع المناقشة بالنسبة للحد الرابع للمعادلة eq (51.9) نجد القيد:

$$\frac{|\sigma|}{(1 + \bar{Z}Q)} \ll 1 \quad (53.9)$$

يمكن تعريف نفس الكميات بشكل نظامي بدلالة الحقل ϕ و لكنها في هذه الحالة لن تأخذ معنى فيزيائيا. على كل حال، فإنه من الأسهل تعريف هذه الوسائط من خلال العلاقات:

$$\varepsilon = \bar{Z}\varepsilon_\phi \quad (54.9)$$

$$\eta = \bar{Z}\eta_\phi + \text{sgn}(U')\bar{Z}^2\sqrt{\frac{\varepsilon_\phi}{2}} \quad (55.9)$$

$$\beta = \bar{Z}\beta_\phi \quad (56.9)$$

$$\sigma = \bar{Z}\sigma_\phi \quad (57.9)$$

تشير الفتحة إلى $d/d\phi$.

يمكن كتابة المعادلات في حالتنا بدلالة الحقل المعاد مقاسه χ مع الإشارة إلى الحالة ليست دوما كذلك. ذلك أن ايجاد التكامل للمعادلة (25.9) ضروري للحصول على العلاقات التحليلة بدلالة الحقل $\chi(\phi)$ ، و بالتالي يمكن كتابة المعادلات بدلالة الحقل χ كما في (81.9). مع الإشارة إلى أن هذه الحالة ليس قابلة للتحقيق دوما وإنما هي قيد النموذج قيد الدراسة.

لهذا السبب سنحافظ على المعادلات بدلالة الحقل $\chi(\phi)$ باستخدام الوسائط (54.9) و (55.9) و (56.9) و (57.9).

3.3.9 طيف الاضطرابات

يعرف طيف اضطرابات الكثافة خلال التضخم الكوني من خلال العلاقة : [208]

$$\Delta_R^2(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right) \quad (58.9)$$

حيث $\Delta_R^2(k)$ تمثل المساهمة اللامتغيرة الكلية لطيف الاضطرابات و ذلك عند طول موجي k في حين أن $A_s = \Delta_R^2(k_0)$ عند مقياس k_0 . يعبر عن الكمية A_s نظريا بالعلاقة:

$$A_s = \left(\frac{H}{\dot{\chi}} \langle \delta\chi \rangle \right)^2 \quad (59.9)$$

حيث $\dot{\chi}$ تعطى من خلال العلاقة (40.9) .

تعطى العلاقة التي تصف تطورات تذبذبات الحقل السلمي ضمن فضاء فورييه $\langle \chi \rangle_q$

بالعلاقة: [208 ,82]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 3H(1 + \mathcal{Z}Q) \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{q^2}{a^2} + U_{\chi\chi} \right) \right) \delta\chi_q = \sqrt{2\mathcal{Z}\Upsilon T} a^{-3/2} \Xi_q \quad (60.9)$$

تمثل Ξ في هذه الحالة مصدر الضجيج الغاوسي والتي تصف تأثير التذبذبات الحرارية.

كنتيجة للمعادلة (59.9) و المعادلة (60.9) , فإن طيف الطاقة للتضخم الدافئ عند قطع الأفق يعبر عنه: [79,

80 ,82 ,209 ,186 ,210]

$$A_s = \frac{U_*(1 + \mathcal{Z}Q_*)^2}{24\pi^2 \varepsilon_*} (1 + 2n_* + \omega_*) \quad (61.9)$$

حيث: $n = (\exp H/T - 1)^{-1}$ عبارة عن تابع بوز آينشتاين الاحصائي , $\omega = \frac{T}{H} \frac{2\sqrt{3}\pi\mathcal{Z}Q}{\sqrt{3+4\pi\mathcal{Z}Q}}$, و * تشير إلى الوسائط عن قطع الأفق.

يمكن استنتاج العلاقة العامة لدرجة الحرارة T من خلال ضم المعادلتين (37.9) و (39.9) مع المعادلة (40.9)

باعتبار تقريب التدحرج البطيء بالتزامن مع المعادلات:

$$\rho_R = \alpha T^4, P_R = \rho_R/3 \quad (62.9)$$

بالشكل:

$$T = \left(\frac{U}{2\alpha} \frac{\bar{Z}Q_*}{(1 + \bar{Z}Q_*)^2} \varepsilon_* \right)^{1/4} \quad (63.9)$$

مع $\alpha = \pi^2/30g(T)$.

يعطى الدليل الطيفي بدلالة n_s بالعلاقة:

$$n_s = \lim_{k \rightarrow k_*} \frac{d \ln \Delta_R^2(k/k_*)}{d \ln(k/k_*)} \quad (64.9)$$

تعرف نسبة r التآرجحات التنسورية إلى السلمية بالعلاقة:

$$r = \frac{\Delta_T^2}{\Delta_R^2} \quad (65.9)$$

حيث Δ_T^2 : عبارة عن طيف الطاقة للتآرجحات التنسورية.

$$\Delta_T^2 = 2H^2/\pi^2 \quad (66.9)$$

سنناقش في الخطوة التالية نهاية الإضمحلال الشديد و الإضمحلال الضعيف.

Υ . بصورة عامة فإن Υ يتبع لكل من درجة الحرارة و الحقل السلمي . على كل حال، فإنه و لدى التعامل مع وسيط الإضمحلال ضمن فترة اعادة التسخين التي تعقب حقبة التضخم البارد فإن الوسيط Υ يعامل معاملة وسيط حر [211] .

أما بالنسبة للتحليل الدقيق لتابعية هذا الوسيط فإنها تنتمي من فيزياء الجسيمات الأولية [212, 213, 209]

سنعتبر في هذه الدراسة ميكانيكية محددة لانتاج الاشعاع تعرف بتسخين سفاليرون [214, 215, 216] . إن هذه الآلية معرفة تماما في فيزياء الجسيمات الأولية و تم ادرجها مؤخرا في دراسة التضخم الدافئ [217] . باتباع [217] , يعتبر حقل التضخم منبعا للاشعاع من خلال ترابطه مع حقول نظرية Yang-Mills

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{a\phi}{16\pi f} \text{Tr}[G_{\mu\nu}\tilde{G}^{\mu\nu}], \quad (67.9)$$

$$\tilde{G}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta} \text{ و } a = \frac{g_{YM}^2}{4\pi}$$

حيث $a = \frac{g_{YM}^2}{4\pi}$ بعد اعتبار آلية السفاليرون:

$$\frac{a}{16\pi} \langle \text{Tr}[G_{\mu\nu}\tilde{G}^{\mu\nu}] \rangle \approx \frac{\Gamma}{2T} \frac{\dot{\phi}}{f}, \quad (68.9)$$

حيث تعرف Γ بمعدل السفاليرون.

تؤدي المعادلة (68.9) إلى تابعة للوسيط

$$\gamma = \Gamma/(2Tf^2) .$$

جادل المؤلفون في المرجع [218] بأن:

$$\Gamma \propto a^5 T^4 \quad (69.9)$$

$$\Upsilon(T) \approx \frac{a^5}{f^2} T^3 \text{ يمكن أن نجد } (69.9) \text{ و } (68.9)$$

في الفقرات التالية سنعتبر التابع العام ل Υ بالشكل:

$$\Upsilon(T) = \Upsilon_0 T^3 \quad (70.9)$$

.

نهاية الاضمحلال الضعيف:

تميز نهاية الاضمحلال الضعيف من خلال $Z.Q \ll 1$. تعطى معادلات درجة الحرارة و الدليل الطيفي و نسبة

التأرجحات تبعا لذلك باستخدام المعادلات (63.9) و (64.9)

و (65.9) و (70.9) بالعلاقات:

$$T = \left(\frac{U_\phi^2 Z^2 \Upsilon_0}{36\alpha H^3} \right) \quad (71.9)$$

(72.9)

$$n_s - 1 = Z(-6\varepsilon_\phi + 2\eta_\phi + \text{sgn}(U')\sqrt{2}\frac{Z}{Z}\sqrt{\varepsilon_\phi}) + \frac{2\pi Z^4 \Upsilon_0 Q}{4\alpha} \varepsilon_\phi (15\varepsilon_\phi - 2\eta_\phi - \text{sgn}(U')\sqrt{2}\frac{Z}{Z}\sqrt{\varepsilon_\phi} - 9\beta_\phi - 9\sigma_\phi)$$

$$r = \frac{ZH}{2T} 16\varepsilon_\phi \quad (73.9)$$

$$As = \frac{9H^5 T}{2\pi^2 Z U_\phi^2} \quad (74.9)$$

تشير العلاقة (72.9)

يتطلب التحليل الدقيق للنموذج تحديد معامل الاضمحلال إلى وجود اختلاف ما بين حالتي التضخم البارد و التضخم الدافئ بما يتعلق بالدليل الطيفي n_s . على كل حال فإن الاختلاف يأخذ أثرا عيانيا فقط في حالة $Z^2 \Upsilon_0 \gg 1$. فيما عدا ذلك فإن هذا الاختلاف مهمل و القيم العددية للدليل الطيفي تتشابه في كل من الميكانيكيتين.

بالنسبة لنسبة التآرجحات فإن الكمية $\frac{H}{2T}$ تتميز بكونها < 1 دوما ضمن حقبة التضخم الدافئ حيث $T > H$. و بالتالي فإنه من المتوقع الحصول على قيم لنسبة التآرجحات r ضمن سيناريو التضخم الدافئ أصغر منها ضمن التضخم البارد.

نهاية الاضمحلال الشديد:

يتميز الاضمحلال الشديد بكون $Z.Q \gg 1$, بمتابعة المناقشة السابقة ذاتها يمكن التوصل إلى العلاقات:

$$T = \left(\frac{U_\phi^2}{4\alpha \Upsilon_0 H} \right)^{1/7} \quad (75.9)$$

$$n_s - 1 = \frac{1}{Q} \left(-\frac{9}{4}\varepsilon_\phi + \frac{3}{2}\eta_\phi + \frac{3}{2}\text{sgn}(U')\frac{Z}{Z}\sqrt{\frac{\varepsilon_\phi}{2}} \right) - \frac{9}{4}\beta_\phi - \frac{9}{4}\sigma_\phi \quad (76.9)$$

$$r = \frac{H}{T} \left(\frac{16\varepsilon_\phi}{\sqrt{3\pi} Z^{3/2} Q^{5/2}} \right) \quad (77.9)$$

$$A_s = \frac{9H^3 T Z^{3/2} Q^{5/2}}{4\pi^{3/2} U_\phi^2} \quad (78.9)$$

4.9 دراسة حالة: التضخم شبيه هيجز

ندرس في هذه الفقرة حالة خاصة ممثلة بالكمون من الدرجة الرابعة و هو كمون شبيه بكمون هيجز إلا أننا هاهنا لن نعتبر وسائط هيجز المتحصل عليها من المصادم الهادروني الكبير. ستشمل الدراسة كلا من نهايتي الاضمحلال الشديد والاضمحلال الضعيف.

بالإضافة إلى دراسة كمون شبيه هيجز فإن الهدف من هذا البحث هو التزويد بدراسة عامة و خلفية مرجعية لدراسة نماذج تضخمية عامة.

لنعتبر الكمون:

$$V(\phi) = V_0 + \lambda\phi^4 \quad (79.9)$$

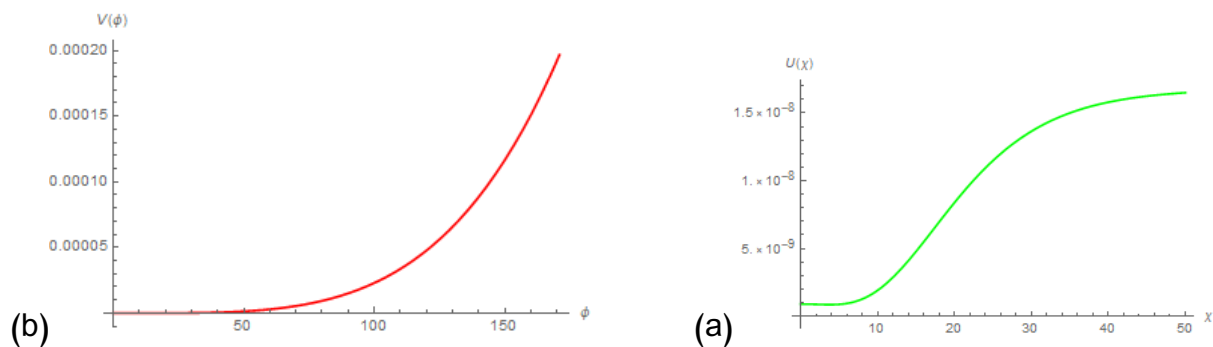
كما ناقشنا سابقا فإن حل المعادلة (1.9) عند $\phi = 0$ يؤدي إلى متفردة. لذا و لتلافي هذه المتفردة إننا سنضيف ثابتا كونيا V_0 إلى حد الكمون ذي القوة المربعة بالنسبة للكمون في المعادلة (79.9). أكثر من ذلك، فإننا سنعتبر الترابط اللأصغري مع الثقالة من خلال التابع (80.9) بالشكل:

$$f(\phi) = 1 + \xi\phi^2 \quad (80.9)$$

تعطى العلاقات التحليلية بين الحقلين ϕ و χ بحل المعادلة (25.9) بالشكل:

$$\phi = \frac{\sinh(\chi\sqrt{\xi})}{\sqrt{\xi}} \quad (81.9)$$

و عليه فإنه بإمكاننا التعبير عن الكميات القابلة للرصد بدلالة الحقل ϕ أو χ . على كل حال فإننا سنعتمد العلاقات بدلالة الحقل ϕ الأمر الذي يوفر مرجعية عامة لدراسة النماذج التضخمية، أما اعتماد المعادلات بدلالة



شكل 1.9: (الجزء الأيسر) يمثل الكمون U كتابع للحقل χ ، في حين يمثل الجزء اليمين الكمون V كتابع للحقل ϕ . تم رسم المنحنيات من أجل وسائط $\lambda = 2.3 \times 10^{-13}$, $\Upsilon_0 = 4 \times 10^4$, $\xi = 3.7 \times 10^{-3}$, $V_0 = 9.0 \times 10^{-9}$ and $\alpha = 75$.

الحقل المعاد مقاسه لن يكون ممكنا في جميع النماذج كما و سيف ان بينا سابقا.

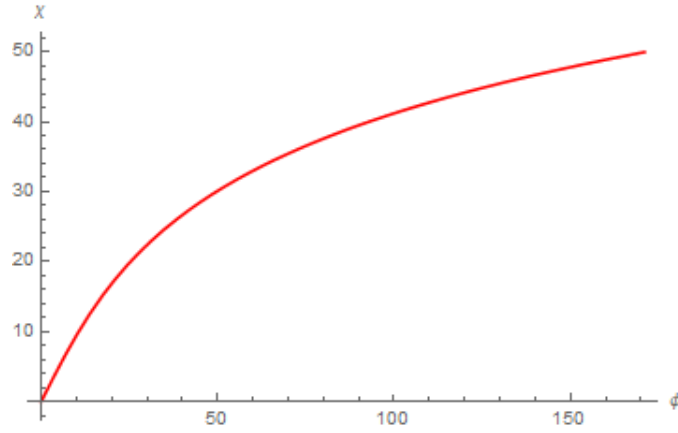
بكل الأحوال، يعطى الكمون (79.9) بدلالة الحقل χ

$$U(\chi) = \frac{V_0 + \frac{\lambda \sinh^4(\chi\sqrt{\xi})}{\xi^2}}{(1 + \sinh(\chi\sqrt{\xi}))^2} \quad (82.9)$$

يوضح الشكل (1.9) الكمون U و الكمون V كنوع من المقارنة ما بين الكمونين. بالنظر إلى الشكل يمكننا أن نلاحظ أن نوع التضخم المدروس في هذه الحالة هو نموذج التضخم الكبير حيث أن قيمة الحقل عند نهاية التضخم أقل منها عند قطع الأفق، و يتدحرج حقل التضخم من اليمين لليسار. فيما عدا ذلك فإنه من المهم أن نعتبر ما إذا الحقل χ متزايدا أم متناقصا بدلالة الحقل ϕ . يوضح الشكل (2.9) العلاقة ما بين الحقل χ و الحقل ϕ و الذي يظهر منه جليا أن الحقل χ متزايدا بدلالة الحقل ϕ و عليه فإنه من الآمن المتابعة ضمن ذات تقريب التضخم بحقل شديد. في الخطوة التالية سندرس المرصودات n_s و r و A_s بالاضافة إلى عدد التضخمات الاسية المهمة لحل مشكلة الاستواء.

يوضح الجدول (3.9) القيود الأساسية الواجب مراعاتها على طول الدارسة و مسح وسائط النموذج.

بالشكل:



شكل 2.9: الحقل χ كتابع للحقل ϕ مع $\xi = 3.7 \times 10^{-3}$.

Crossing Horizon			
$\omega(\phi_*) \ll / \gg 1$	$Z(\phi_*) \cdot Q(\phi_*) \ll / \gg 1$	$r_* < 0.056$	$n_{s*} = 0.9649 \pm 0.0042$
$\varepsilon_*, \eta_*, \beta_* \text{ and } \sigma_* < (1 + Z \cdot Q)_*$		$A_{s*} = 2.196^{+0.051}_{-0.060}$	$T_* > H_*$
Inflation of End By			
$T_{end} > H_{end}$	$\omega(\phi_{end}) \ll / \gg 1$	$Z(\phi_{end}) \cdot Q(\phi_{end}) \ll / \gg 1$	
$\varepsilon_{end}, \eta_{end}, \beta_{end} \text{ or } \sigma_{end} = (1 + Z \cdot Q)_{end}$			$N \in [40 - 60]$

جدول 3.9: يوضح الشكل القيود المتفرضة عند معالجة سيناريو التضخم الدافئ. ضمن النهاية الشديدة $Z \cdot Q$ و $\omega \gg 1$ ، في حين أنهما و ضمن النهاية الضعيفة أصغر من الواحد. بالنسبة لقيم كل من r و n_s تم اعتماد القيم المتحصل عليها رصديا وفق [1]

1.4.9 الحالة الأولى: $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$

حالة الإضمحلال الشديد:

تم مسح فضاء الوسائط بشكل مكثف. نتيجة لعدد الوسائط الكبير فإنه تم البحث على نقاط مقبولة مقارنة من النتائج الرصدية و من ثم تم تثبيت بعض الوسائط و المسح بالنسبة لوسائط أخرى. البداية كانت مع الوسيط ξ ، حيث قمنا بالمشح ضمن المجال $10^5 \times [6 - 20]$ مع تثبيت باقي الوسائط على القيم

$$\Upsilon_0 = 4 \times 10^6, \lambda = 1 \times 10^{-7}, V_0 = 1 \times 10^{-12}, \text{ and } \phi = 5.9. \quad (83.9)$$

يوضح الشكل (3.9) أن تزايد الوسيط ξ يؤدي إلى تناقص كل من الدليل الطيفي n_s و نسبة التآرجحات r حيث تقع قيم الدليل الطيفي المتحل عليها ضمن المجال $[0.973 - 0.966]$ بمقابل المجال $10^{-13} \times [22.7 - 6.72]$ بالنسبة لنسبة التآرجحات. يمكننا أن نلاحظ من الشكل (3.9) أن النتائج المتحصل عليها تقع ضمن مستويات الثقة 68% و 95% من أجل التجارب Planck TT,TE,EE+LowE+lensing+BK18+BAO . بالإضافة للسابق تقع قيم طيف الانحناء ضمن المجال $10^{-9} \times [8.28 - 2.51]$ و التي تتضمن القيم المرصودة تجريبيا الموضحة ضمن الجدول (3.9) .

تقع قيم وسيط هابل ضمن المجال $10^{-10} \times [0.913 - 3.04]$ ، في حين تقع قيم درجات الحرارة عند قطع الأفق ضمن المجال $10^{-8} \times [3.96 - 1.39]$. من الواضح أن الشرط $T > H$ محقق. تم رصد تطورات كل من درجة الحرارة و وسيط هبل على طول الفترة التضخمية بهدف التأكد من المحافظة على هذا القيد طوال التضخم الكوني فوجدنا مثلا عند نهاية التضخم الكوني $T_{ned}/H_{end} \in [85.2 - 12.9 \times 10^2]$. عند حساب عدد التضخمات الأسية، وجدنا 39, 40 $N \approx$ تقابل لقيم 6×10^5 و 7×10^5 ξ . من جهة أخرى فإن التكامل فشل في الحصول على قيم دقيقة لعدد التضخمات من أجل $7 \times 10^5 > \xi$.

تقع قيم الكمية $Z * Q$ ضمن المجال $1 > [5.68 - 2.70]$. لا تمثل هذه الكمية بكل الأحوال قيد قويا على التضخم الوني و إنما هي ضرورية من حيث تحقق $Z * Q \gg 1$ كشرط للإضمحلال الشديد. إن هذه الكمية كمية ديناميكية تتطور خلال التطور الكوني فقد تم رصد تزايد لهذه الكمية خلال فترة التضخم الكوني و تقع القيمة عند نهاية التضخم الكوني ضمن المجال $[59.1 - 89.9]$ ، باستثناء أول نقطتين من مجال الوسيط ξ حيث $Z * Q < 1$.

بهدف التحقق من دقة الحسابات، فقد تمت إعادة حساب المرصودات باستخدام الكميات التفصيلية الموضحة في

الملحق. يوضح الجدول (4.9) القيم المحددة من العلاقات التفصيلية مقارنة مع العلاقات التقريبية. أخيرا فقد تم اعتماد العبارات التفصيلية لتوليد جميع المنحنيات الموضحة في الشكل (3.9). بشكل مشابه، تمت دراسة تأثير الوسيط Υ_0 على النموذج، حيث تم مسح قيمه ضمن المجال $[1 - 5] \times 10^5$ مع بقاء الوسائط الأخرى مثبتة على القيم

$$\xi = 6 \times 10^5, \lambda = 1 \times 10^{-7}, V_0 = 1 \times 10^{-12}, \text{ and } \phi = 5.9. \quad (84.9)$$

يوضح المنحني الأسود في الشكل

(3.9) إلى أن تزايد قيم Υ_0 يقابل إلى تزايد في قيم n_s ضمن المجال $[0.956 - 0.976]$ و على العكس من ذلك يقابل تناقصا لقيم r ضمن المجال $[6.10 - 1.78] \times 10^{-12}$. بالنسبة لقيم طيف الطاقة إن قيمه تعتمد بشكل مباشر على الوسيط Υ_0 وتقع ضمن المجال $[3.07 - 10.5] \times 10^{-9}$.

يقع عدد التضخمات الاسية ضمن المجال $[21.7 - 44.1]$

بهدف التحقق من تحقيق الشرط $T > H$ تم رصد قيم كل من T و H حيث وجدت ضمن المجال $H \in [3.0429 - 10^{-10}]$ و $T \in [4.55 - 3.835] \times 10^{-8}$ بالإضافة إلى ذلك فإن $T_{end}/H_{end} \in [126 - 79.7]$ يظهر المسح تابعة ضعيفة لوسيط هبل على الوسيط $Upsilon_{00}$.

أخيرا فإن $Z * Q$ تقع ضمن المجال $[3.24 - 6.45]$ ولكن و على العكس من حالة مسح ξ فإن $(Z * Q)_{end} < 1$ من باب التأكيد فإن جميع عمليات المسح تمت أيضا باستخدام العلاقات التفصيلية. بمسح حقل التضخم ضمن المجال $[4 - 5.6]$ مع بقاء باقي الوسائط مثبتة وفق القيم

$$\xi = 6 \times 10^5, \lambda = 1 \times 10^{-7}, \text{ and } V_0 = 1 \times 10^{-12} \quad (85.9)$$

تم الحصول على المشاهدات التالية:

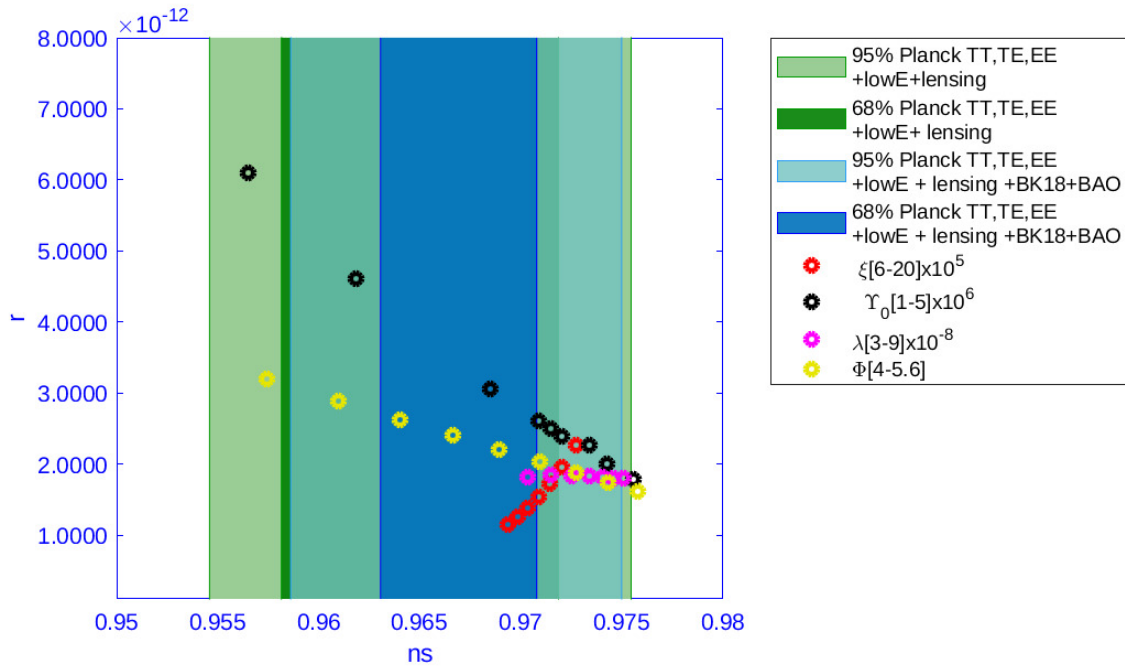
- يتزايد الدليل الطيفي n_s ضمن المجال $[0.957 - 0.9757]$
- تناقص قيم نسبة التآرجحات r ضمن المجال $[3.19 - 1.62] \times 10^{-12}$
- تظهر سعة التآرجحات السلمية A_s تزيادا ضمن المجال $[5.88 - 11.5] \times 10^{-9}$

- يقع عدد التضخمات الأسية ضمن المجال $[22.3 - 43.7]$
- الشرط $T > H$ محقق بحيث تقع T/H ضمن المجال $[158.1 - 127.6]$ عند قطع الأفق. بالمقابل فإن $T_{end}/H_{end} = 75.5$ عند نهاية التضخم الكوني.
- أخيرا و بالنسبة لمقاس الطاقة λ فقد تم المسح ضمن المجال $\lambda \in [3 - 9] \times 10^{-7}$ و تم ايجاد التالي:
- يتزايد الدليل الطيفي n_s ضمن المجال $n_s \in [0.970 - 0.975]$.
- تتناقص نسبة التآرجحات r ضمن المجال $r \in [1.82 - 1.79] \times 10^{-12}$.
- سعة التآرجحات A_s تتزايد ضمن المجال $[3.09 - 9.42] \times 10^{-9}$.
- عدد التضخمات الأسية N قابل للتعريف فقط ضمن المجال $\lambda = (0.8, 0.9) \times 10^{-7}$ بحيث تقع القيم ضمن المجال $N = (43.6, 45.6)$.
- الشرط $T > H$ محقق، حيث تقع القيم ضمن المجال $[146.9 - 129.0]$ عند قطع الأفق.
- الكمية $Z * Q$ تقع ضمن المجال $[3.07 - 6.2]$ في حين أنه عند نهاية التضخم الكوني تقع $(ZQ)_{end}$ ضمن المجال $(122.7, 109.0)$.

نهاية التشتت الضعيف:

تم انجاز تحليل مشابه لحالة نهاية التشتت الشديد. مثل التحليل لهذه النهاية تحديا أكبر من سابقتها لتحقيق التطابق مع جميع القیوم و البيانات الرصدية. يمثل الشكل (4.9) فحصا لتأثير الوسائط منفردة على المجال العام للمرصودات و بتفحص الشكل يمكننا أن نجد أنه يعطي صورة جيدة للتقاطعات مع البيانات الرصدية. تمثل التحدي الأكبر ضمن هذه النهاية إلى أن معظم التقاطعات مع البيانات الرصدية توافقت مع معطيات لا يمكن الوصول معها إلى نهاية للتضخم الكوني.

حتى عند تحقيق نهاية للتضخم الكوني فإن عدد ضئيلا من التضخمات الأسية تم تحقيقه. فعلى سبيل المثال من أجل الوسائط $\gamma_0 = 5.0 \times 10^3$ و $\lambda = 5.0 \times 10^{-5}$ و $V_0 = 1.0 \times 10^{-6}$ و $\phi = 10.0$ تم الحصول على عدد تضخمات أسية N بقيمة 20.73. توافقت هذه الحالة لمرصودات $n_s = 0.9596$ و $r = 1.16 \times 10^{-6}$ و سعة طيف طاقة $A_s = 8.05 \times 10^{-7}$. بالنسبة لدرجة الحرارة و وسيط هبل وجدنا أنهما من نفس الرتبة حيث $T = 2.20 \times 10^{-6}$ و $H = 2.15 \times 10^{-6}$. أيضا فإنه عند تتبع تطور هذه الكميات



شكل 3.9: المرصودات r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد في حالة $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$. تقابل النقاط الحمراء إلى الوسائط المعطاة بالمعادلة (83.9). في حين تتمثل الوسائط المقابلة للنقاط السوداء بالمعادلة (84.9). أخيرا فإن فضاء النقاط الصفراء يعطى بالمعادلة (85.9).

P4	P3	P2	P1	
0.966464	0.957443	0.975564	0.972	n_s
0.948071	0.95046	0.9721	0.9683	$n_s(Strong)$
6.7155×10^{-12}	2.266×10^{-12}	3.19×10^{-12}	2.266×10^{-12}	r
1.707×10^{-12}	5.119×10^{-12}	2.947×10^{-12}	3.926×10^{-12}	$r(Strong)$
1.385×10^{-8}	4.811×10^{-8}	3.835×10^{-8}	3.959×10^{-8}	T
9.12871×10^{-11}	3.0429×10^{-10}	3.043×10^{-10}	3.043×10^{-10}	H
2.51461×10^{-9}	5.87821×10^{-9}	10.52×10^{-9}	8.282×10^{-9}	A_s
NA	22.25	44.127	39.68	N
2.70366	7.02	6.453	5.68	$Z * Q$
1.17754×10^{-7}	2.296×10^{-8}	2.426×10^{-8}	2.593×10^{-8}	T_{end}
9.12872×10^{-11}	3.0429×10^{-10}	3.043×10^{-10}	3.0429×10^{-10}	H_{end}

جدول 4.9: النقاط المعلمة في حالة التشتت الشديد من أجل الحالة $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$. توضح العلاقة (83.9) قيم الوسائط للنقطة الأولى مع $\xi = 6 \times 10^5$. من أجل النقطة الثانية، تم تثبيت معامل التشتت $\Upsilon_0 = 5 \times 10^6$ في حين يمكن الحصول على باقي الوسائط من العلاقة (84.9). وسائط النقطة الثالثة تعطى من خلال العلاقة (85.9) مع $\phi = 4.0$. أخيرا، توضح العلاقة (83.9) قيم الوسائط الموافقة للنقطة الرابعة مع $\xi = 20.0 \times 10^5$.

$\lambda = 25.0 * 10^{-14}, \Upsilon_0 = 20.0 * 10^3$ $\phi = 10.0, V_0 = 8.0 * 10^{-10}$ $\xi = [50 - 75] * 10^{-4}$	$\lambda = 25.0 * 10^{-14}, \xi = 50 * 10^{-4}$ $\phi = 10.0, V_0 = 8.0 * 10^{-10}$ $\Upsilon_0 = [6 - 22] * 10^3$	$\lambda = 23.0 * 10^{-14}, \Upsilon_0 = 4.0 * 10^4$ $\xi = 37 * 10^{-4}, V_0 = 9.0 * 10^{-10}$ $\phi = [8.5 - 9]$	
[0.9550 - 0.9764]	[0.958 - 0.953]	[0.9809 - 0.9476]	n_s
[0.0397 - 0.0340]	[0.127 - 0.0361]	[0.0234 - 0.0227]	r
$[9.55 - 6.70] * 10^{-5}$	$[2.87 - 1.05] * 10^{-5}$	$[1.29 - 1.52] * 10^{-4}$	T
$[2.21 - 1.89] * 10^{-5}$	$2.21 * 10^{-5}$	$[2.09 - 2.18] * 10^{-5}$	H
$[3.94 - 1.85] * 10^{-4}$	$[3.19 * 10^{-6} - 5.76 * 10^{-4}]$	$[1.73 - 2.79] * 10^{-3}$	$Z.Q$
$[2.49 - 2.14] * 10^{-9}$	$[7.79 - 2.74] * 10^{-9}$	$[3.773 - 4.240] * 10^{-9}$	A_s

جدول 5.9: فضاء الوسائط ضمن نهاية التشتت الضعيف، و التي توضح المرصودات n_s و r و A_s بالإضافة إلى الكميات T و H و $Z.Q$.

الدينامكية فقد تبين أنه $T < H$ عند نهاية التضخم . عند تعديل قيمة λ لتصبح $4.4 * 10^{-5}$ مع تثبيت قيم الوسائط الأخرى ، تزايد عدد التضخمات الأسية إلى $N = 25$. على كل حال و قد بقي التحدي قائماً عند المسح بالنسبة لباقي الوسائط.

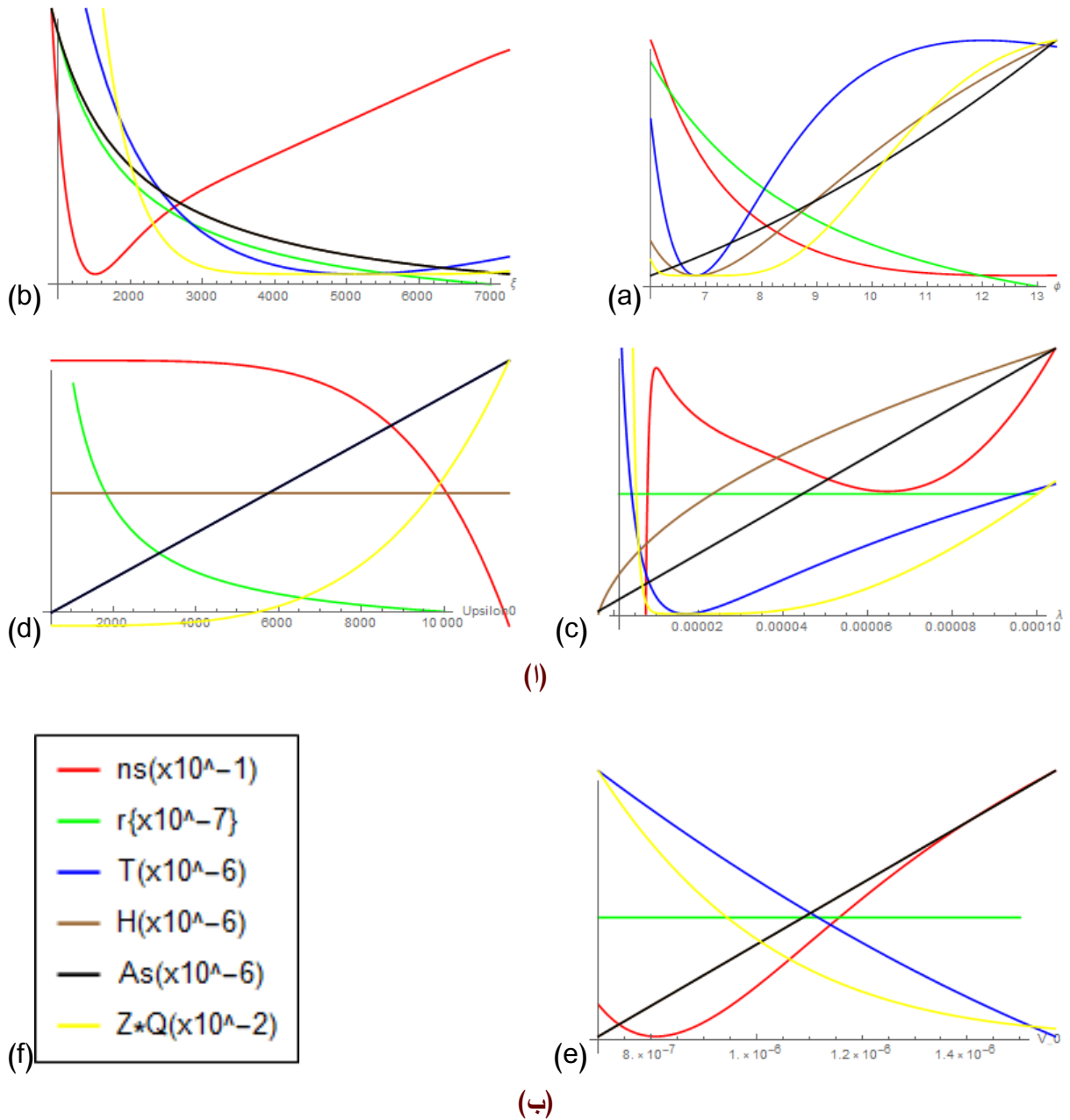
تم ابراز قيم مجالات الوسائط n_s و r و A_s بالتوازي مع الكميات المهمة T و H و $Z.Q$ في الجدول (5.9) .
تم تمثل المرصودات n_s و r ومقارنتها مع البيانات التجريبية ل planck في الشكل (5.9)

2.4.9 الحالة الثانية: حالة شبيه صياغة باللاتيني

في بعض الأدبيات تم اعتماد وسيط الاضمحلال متناسبا مباشرة مع الحقل معاد المقاس χ بالشكل $J_\mu = \Upsilon u^\nu \nabla_\nu \chi \nabla_\mu \chi$ كما في [207] . باستخدام هذه الفرضية ذاتها فإن الصياغة الاقترانية للثقالة تؤدي إلى ذات النتائج المتحصل عليها من الصياغة باللاتينية مع اختلاف المنشأ الفيزيائي لكل منهما. و حيث أنه لا توجد دراسات لتضخم شبيه هيغز ضمن صياغة باللاتيني و بمعامل اضمحلال من الدرجة الثالثة بالنسبة لدرجة الحرارة $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$ فإننا قمنا بهذه الدراسة في هذا الجزء من العمل.

سنقوم في هذه الفقرة بدراسة الحالة و التركيز على الدليل الطيفي ونسبة التآرجحات و المقارنة مع النتائج في الفقرة السابقة.

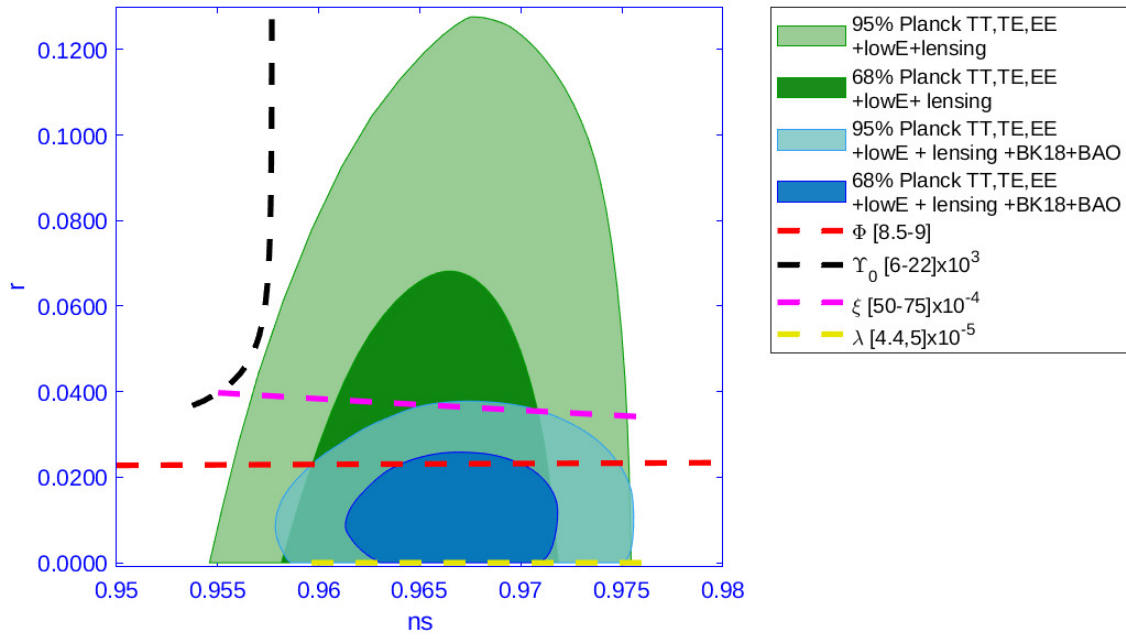
بالإضافة للسابق فإن هذه المقارنة ستسلط الضوء على تأثير الوسيط $\mathcal{Z}$ على النموذج التضخمي.



شكل 4.9: يوضح الشكل تأثير كل من ξ و λ و V_0 و ϕ و Υ_0 على كل من المرصودات ns و r و As بالتوازي مع تأثيرهم على الكميات T و H و $Z.Q$

نهاية التشتت الشديد:

النتيجة الأولى لافتراض الاضمحلال بدلالة الحقل معاد المقاس بشكل مباشر هو انعدام وسيط التدرج $\sigma = 0$. بالإضافة إلى ذلك فإن تصحيحات مهمة يمكن ادخالها على طيف الطاقة و الدليل الطيفي بالإضافة إلى نسبة



شكل 5.9: يمثل الشكل كل من n_s و r ضمن نهاية التشتت الضعيف. يوضح الجدول (5.9) فضاء البارامترات لكل حالة من الحالات الموضحة في الشكل.

التأرجحات وفقاً للمرجع [186].

$$\Delta_R^2 = \frac{U_*(1+Q_*)^2}{24\pi^2 Z \epsilon_{\phi*}} (1 + 2n_* + \omega_*) G(Q_*) \quad (86.9)$$

حيث:

$$G(Q) = 1 + 4.981Q^{1.946} + 0.127Q^{4.330} \quad (87.9)$$

كنتيجة لذلك:

$$n_s - 1 = \frac{1}{Q} \left(-\frac{9}{4}\epsilon + \frac{3}{2}\eta - \frac{9}{4}\beta \right) - \frac{4.33}{Q} (\beta - \epsilon) \quad (88.9)$$

$$r = \frac{H}{T} \left(\frac{16\epsilon}{\sqrt{3\pi}(0.127Q^{4.330})Q^{5/2}} \right) \quad (89.9)$$

$G(Q)$ تابع يوجد عدديا من أجل $\Upsilon = \Upsilon_0 T^3$. يظهر الوسيط Υ في المعادلات (34.9) و (35.9) بشكل وسيط فعال من الشكل $\Upsilon_{eff}(\phi, T) = \bar{Z}(\phi) \Upsilon_0 T^3$. بسبب هذا لم يتم اعتبار التصحيح $G(Q)$ ضمن الحالة السابقة، و بدلا من ذلك تم الاعتماد على العلاقات العامة ل $\Upsilon(\phi, T)$ كما في [210] .

يشرح الشكل (6.9) الدليل الطيفي n_s و نسبة التآرجحات r المتحصل عليها ضمن نهاية التشتت الشديد. باستخدام Υ_0 كوسيط للمسح تم تثبيت باقي الوسائط على القيم $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ و $V_0 = 1 \times 10^{-12}$ و $\phi = 1.2$ و $\xi = 6 \times 10^5$ كما في الحالة الأولى . بالمقارنة مع الحالة الأولى فإن التقاطعات مع الكونتورات الرصدية حصلت من اجل قيم Υ_0 من رتبة 10^{15} و التي يظهر كبرها بشكل ملاحظ مقارنة مع الحالة السابقة حيث $\Upsilon_{0II}/\Upsilon_{0I} \simeq 10^9$. فيما عدا ذلك فإن الدليل الطيفي يتزايد مع Υ_0 بينما تتناقص نسبة التآرجحات بشكل مشابه للحالة الأولى السابقة.

عند المسح بالنسبة للوسيط ξ ثبتنا جميع الوسائط الأخرى بشكل مشابه للحالة الأولى مع $\Upsilon_0 = 6 \times 10^6$. لنجد أن التقاطعات مع الرصودات حديث من أجل $\xi_{II} \sim 10^{-2}$ و التي تظهر صغيرة جدا مقارنة مع الحالة الأولى حيث $\xi_I \sim 10^5$.

يظهر المسح بالنسبة للوسيط λ سلوكا مشابها للحالة الأولى من حيث تزايد n_s مع λ و تناقص r . أخيرا فإن المسح بالنسبة ل ϕ أظهر سلوكا مخالفا للحالة الأولى ، حيث يظهر تزايد قيم n_s و r في الحالة الثانية، في حين تتناقص قيم r في الحالة الأولى.

نهاية التشتت الضعيف:

تهمل التصحيحات $G(Q)$ ضمن نهاية التشتت الضعيف حيث $Q \ll 1$. فيما عدا ذلك فإنه ما تزال هناك اختلافات عن الحالة الأولى و التي تظهر جليا بسبب الوسيط $\bar{Z}$.

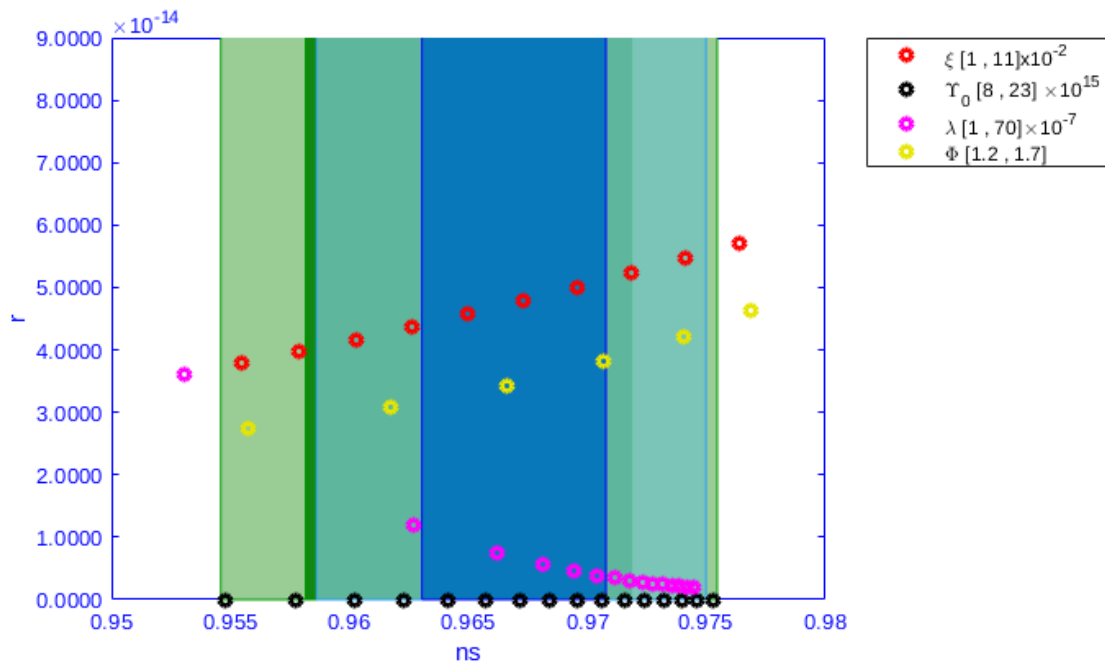
تعطى العلاقات بالنسبة للدليل الطيفي و نسبة التآرجحات الآن بالشكل:

(90.9)

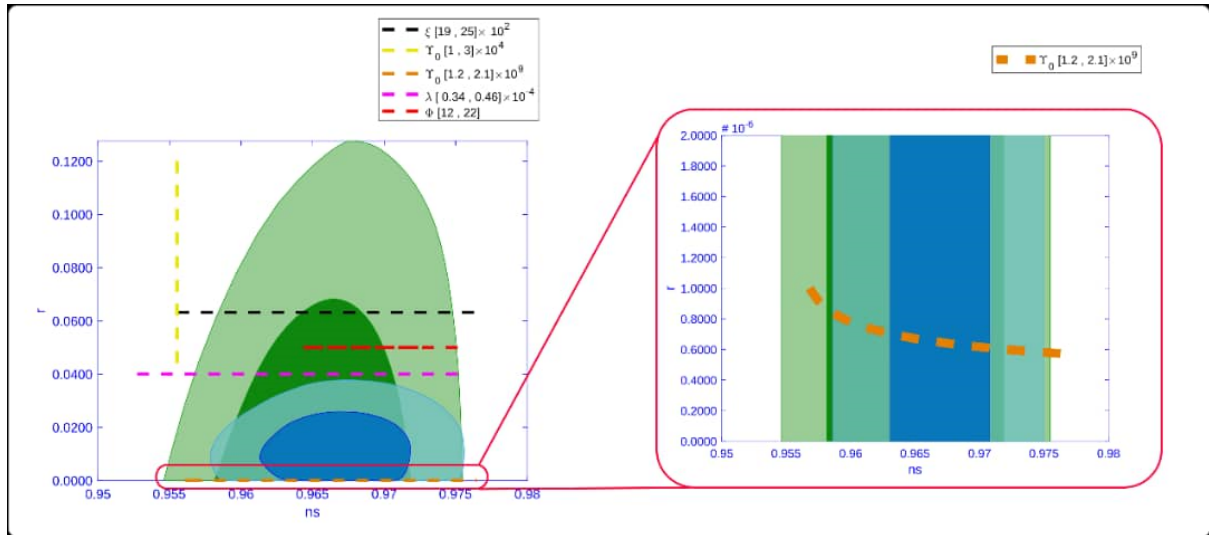
$$n_s - 1 = \bar{Z}(-6\varepsilon_\phi + 2\eta_\phi + \text{sgn}(U')\sqrt{2}\frac{\bar{Z}'}{\bar{Z}}\sqrt{\varepsilon_\phi}) + \frac{\pi\bar{Z}^2\Upsilon_0 Q}{4\alpha}\varepsilon_\phi(15\varepsilon_\phi - 2\eta_\phi - \text{sgn}(U')\sqrt{2}\frac{\bar{Z}'}{\bar{Z}}\sqrt{\varepsilon_\phi} - 9\beta_\phi)$$

$$r = \frac{\bar{Z}H}{2T}16\varepsilon_\phi = \frac{16\alpha}{\Upsilon_0} \quad (91.9)$$

من الواضح من العلاقة (91.9) أن نسبة التآرجحات r تابعة للوسيط Υ_0 فقط و مستقلة عن الوسائط الأخرى. للمسح بالنسبة ل Υ_0 قمنا بتثبيت جميع قيم الوسائط الأخرى على نفس القيم ما بين الحالتين الأولى والثانية .



شكل 6.9: تمثيل كل من r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد وفق الحالة 2 . تقابل النقاط الحمراء لفضاء وسائط مثبت بالشكل $\Upsilon_0 = 6 \times 10^6$ ، $\lambda = 1 \times 10^{-7}$ ، $\alpha = 75$ ، $V_0 = 1 \times 10^{-12}$ ، $\phi = 1.2$. يتمثل فضاء البارامترات للنقاط السوداء مع تلك الحمراء فيما عدا الوسيط $\xi = 6 \times 10^5$. تقع قيم نسبة التآرجحات السلمية إلى التنسورية r ضمن المجال $[4.31 - 0.081] \times 10^{-30}$. فضاء الوسائط للنقاط الصفراء يوافق للقيم . فضاء الوسائط للخطوط المقطعة الصفراء والبنية يتشابه مع ذلك الموافق للسوداء باستثناء $\phi = 1.2$.



شكل 7.9: تمثيل r و n_s ضمن نهاية التشتت الضعيف وفق الحالة . توافق النقاط السوداء للوسائط المثبتة $\phi = 12.0$ ، $V_0 = 1.0 \times 10^{-5}$ ، $\alpha = 75$ ، $\lambda = 4.40 \times 10^{-5}$ ، $\gamma_0 = 1.9 \times 10^3$ والموافقة للخط المقطع البنفسجي تتشابه مع تلك السوداء فيما عدا $\xi = 1.9 \times 10^3$ ، $\gamma_0 = 3.0 \times 10^4$. تتمثل قيم الوسائط للخط الأحمر بالقيم $\xi = 1.9 \times 10^3$ ، $V_0 = 1 \times 10^{-6}$ ، $\lambda = 3.4 \times 10^{-5}$ ، $\gamma_0 = 2.4 \times 10^4$ الوسائط المثبتة للخطوط المقطعة الصفراء و البنية مشابهة لتلك السوداء .

وجدنا أنه لتحقيق نفس رتبة قيم نسبة التآرجحات ما بين الحالة الاولى والثانية فإن قيم γ_0 يجب أن تكون كبيرة جدا نسبيا بحيث $\gamma_{0II} \sim 10^9$ بمقابل الحالة الاولى حيث $\gamma_{0I} \sim 10^3$. كنتيجة لذلك يمكن الاستنتاج بأن الأثر الرئيسي للوسيط $\mathcal{Z}$ تمثل في تقليل معدل الاضمحلال للحقل السلمي المتطلب لتحقيق قيم مقبولة لنسبة التآرجحات. أن هذا السلوك ذاته يمكن رصده أيضا في حالة التشتت الشديد و لكن بوضوح أقل و ذلك بسبب المساهمة الإضافية المتأتية من التابع $G(Q)$. يوضح الشكل (7.9) بأن تثبتت قيم γ_0 على القيم الموافقة للحالة $\gamma_{0I} \sim 10^3$ يؤدي إلى قيم أكبر للنسبة $\mathcal{Z}$ بما يتوافق مع استنتاجنا حول تأثير

تظهر تابعة ضعيفة للدليل الطيفي على الوسيط γ_0 في الشكل (7.9) ، بحيث يظهر الدليل الطيفي كما لو أنه مستقل عن n_s عندما تكون قيم r كبيرة. بتكبير الشكل (7.9) يمكن أن ترصد التابعة الضعيفة للدليل الطيفي في حالة القيم الصغيرة لنسبة التآرجحات، حيث يظهر تزايد قيم الدليل الطيفي مع γ_0 في حين تتناقص قيم r . تتراوح قيم γ_0 ضمن المجال 1.00×10^9 to 2.10×10^9 بالنسبة للمنطقة المكبرة.

كملاحظة أخيرة فإن المسح بالنسبة لباقي الوسائط يظهر تشابها مع الحالة 1 حيث تتناقص قيم

مع كل من ϕ و

λ و تتزايد مع

ξ .

3.4.9 الحالة الثالثة: $\Upsilon = \Upsilon_0$

سنستعرض في هذه الفقرة مثالا خاصا نوضح من خلاله بشكل صريح كيف يمكن للصياغة الإقترانية أن تتقذ بعض النماذج التضخمية المرفوضة تماما ضمن الصياغة المترية. لهذا السبيل سنعتبر الكمون المأربع بوسيط اضمحلال ثابت $\Upsilon = \Upsilon_0$ و ذلك ضمن نهاية الاضمحلال الشديد. في العمل ، وضحنا أن التضخم ذي القوى $a \propto t^m$ ينجم من مثل هذا التضخم ضمن نهاية التشتت الشديد. إن هذا الحالة بكل الأحوال تمتلك دليلا طيفيا ثابتا $n_s = 1$ مستقل عن الوسائط، الأمر الذي يعني بوضوح فشل النموذج ضمن الصياغة المترية بغض النظر عن فضاء الوسائط المستخدم. كما تم ايضاحه ضمن العمل يعطى الدليل الطيفي n_s و درجة الحرارة و نسبة التآرجحات r باستخدام العلاقات (76.9) و (77.9) بالشكل:

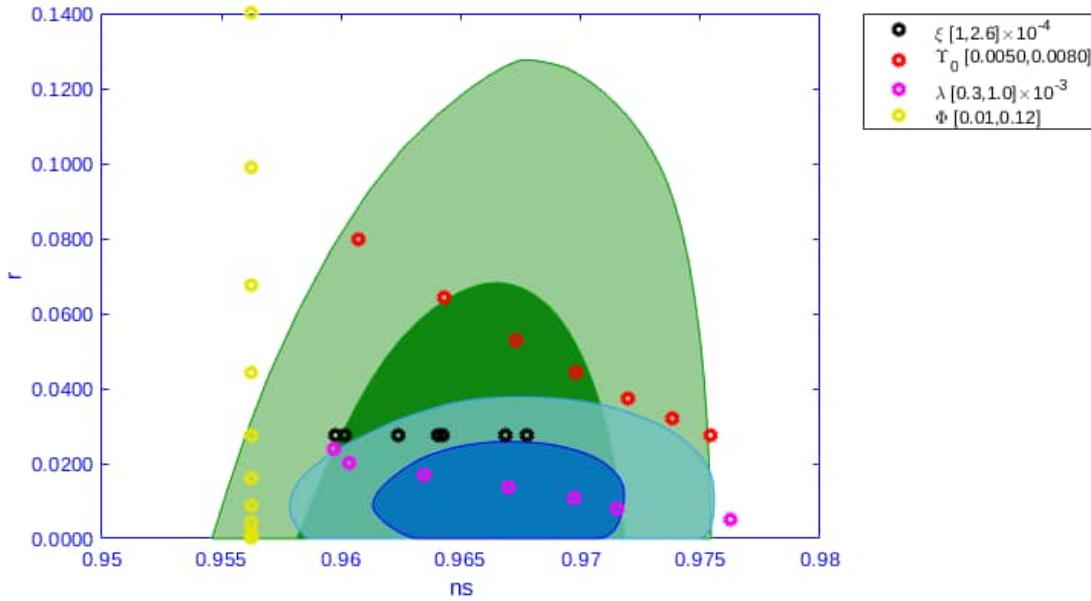
$$T = \left(\frac{U_\phi^2}{4\alpha\Upsilon_0 H} \right)^{1/4} \quad (92.9)$$

$$n_s - 1 = - \frac{6\sqrt{3} \left(\frac{\lambda\phi^4 + V_0}{(\phi^2\xi + 1)^2} \right)^{3/2} \left(5\lambda^2\phi^8\xi - \lambda\phi^2V_0(7\phi^4\xi^2 + 3) + V_0^2\xi(1 - 4\phi^2\xi) \right)}{\Upsilon_0(\lambda\phi^4 + V_0)^3} \quad (93.9)$$

$$r = \frac{64\sqrt{2}\sqrt[8]{3}\sqrt[4]{\alpha} \left(\frac{\phi(\lambda\phi^2 - V_0\xi)}{(\phi^2\xi + 1)^3} \right)^{3/2}}{\sqrt{\pi}\Upsilon_0^{9/4}(\phi^2\xi + 1)^{5/4}\sqrt[8]{\lambda\phi^4 + V_0}} \quad (94.9)$$

يوضح الشكل (8.9) ، تأثير الصياغة الإقترانية على الدليل الطيفي و نسبة التآرجحات كتابع لوسائط متعددة مع نقاط ناجحة مع الكونتورات التجريبية.

يوضح الشكل اعتمادا ضعيفا للدليل الطيفي على الحقل السلمي ϕ مقارنة بنسبة التآرجحات. تبعا لذلك يمكن القول بأنه من أجل هذه الحالة الخاصة من الاضمحلال فإن الصياغة الإقترانية للثقالة أنقذت التضخم بكمون مأربع. يمكن للمرء تبعا لهذا أن يتوقع تأثيرا مهما للصياغة الإقترانية يمكن أن تتقذ نماذج أخرى ذات أهمية في علم الكون.



شكل 8.9: المنحنيات الموضحة لقيم r و n_s ضمن نهاية التشتت الشديد وفق الحالة 3 . توافق النقاط الحمراء تقابل لوسائط مثبتة $\lambda = 1 \times 10^{-3}$ و $V_0 = 1 \times 10^{-12}$ و $\xi = 1 \times 10^{-4}$ و $\phi = 0.08$. الوسائط للنقاط السوداء مشابهة للنقاط الحمراء مع $\Upsilon_0 = 8.0 \times 10^{-3}$. وسائط النقاط الصفراء توافق $\Upsilon_0 = 8.0 \times 10^{-3}$ و $\lambda = 1.0 \times 10^{-3}$ و $\xi = 2.6 \times 10^{-4}$. وسائط النقاط النفسجية تشابه لتلك الصفراء مع $\phi = 0.01$.

5.9 التضخم الدافئ المعياري مقابل التضخم الدافئ الإقتراني:

سنركز في هذه الفقرة على المقارنة ما بين المرصودات r و A_s الناجمة عن التضخم الكوني ضمن كل من الصياغتين المترية و الإقترانية. تم تطوير أداة مقارنة بين الحالتين اعتماداً على النسبتين r_A/r_S و $(A_s)_A/(A_s)_S$. لا يمكن بناء مثل هذه المقارنة المستقلة بسبب اعتماد النسبة $(n_s)_A/(n_s)_S$ على الكمون.

1.5.9 نهاية التشتت الضعيف:

بمقابل العلاقات (73.9) و (74.9) ضمن الصياغة الإقترانية فإن علاقات r و A_s ضمن صياغة آينشتاين المعيارية بالعلاقات:

$$r_S = \left(\frac{H}{2T} 16\varepsilon_\phi \right)_S \quad (95.9)$$

$$(A_s)_S = \left(\frac{9H^5 T}{2\pi Z V_\phi^2} \right)_S \quad (96.9)$$

تشير

إلى الكميات مقدرة ضمن جاذبية آينشتاين المعيارية.

بتقييد التحليل ضمن النهاية حيث $Z_\phi/Z \ll V_\phi/V$ فإن النسب تظهر بالشكل $r_A/r_S \simeq f_r(Z)$ و $(A_s)_A/(A_s)_S \simeq f_2(Z)$

مستقلة عن الكمون الواصف للنموذج قيد الدراسة.

في حالة التشتت الضعيف يمكن ان نجد:

$$\frac{r_A}{r_S} \simeq Z \left(\frac{H_A}{H_S} \right) \left(\frac{T_S}{T_A} \right) \simeq Z \quad (97.9)$$

من جهة أخرى

$$\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S} \simeq Z^3 \left(\frac{H_A}{H_S} \right)^5 \left(\frac{T_A}{T_S} \right) \simeq Z^{-1} \quad (98.9)$$

حيث:

$$\frac{T_A}{T_S} \simeq Z \quad (99.9)$$

$$\frac{H_A}{H_S} \simeq Z^{-1} \quad (100.9)$$

بهدف تبيان تأثير الصياغة الإقترانية و احترام النهاية المفروضة أعلاه، اخترنا قيما صغيرة لـ Z . يوضح الجدول

(6.9) الفرق بين قيم r و A_s من أجل وسائط متشابهة ضمن كلا الحالتين . حتى مع قيم صغيرة بالنسبة لـ Z

فإن فرقا واضحا يظهر بين صياغتي الثقالة. حيث : $r_A > r_s$ بينما $(A_s)_A < (A_s)_S$.

$\mathcal{Z}_5 = 1.50$	$\mathcal{Z}_4 = 1.40$	$\mathcal{Z}_3 = 1.30$	$\mathcal{Z}_2 = 1.20$	$\mathcal{Z}_1 = 1.10$	
1.50	1.40	1.30	1.20	1.10	$\frac{r_A}{r_S}$
0.66	0.71	0.77	0.83	0.91	$\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$

جدول 6.9: النسبة $\frac{r_A}{r_S}$ و $\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$ ضمن نهاية التشتت الشديد .

2.5.9 نهاية التشتت الشديد

بشكل مشابه يمكن القيام بمسح لحالة التشتت الشديد،

$$r_S = \left(\frac{H}{T} \right)_S \left(\frac{16\varepsilon_\phi}{\sqrt{3\pi}Q^{5/2}} \right)_S \quad (101.9)$$

$$(A_s)_S = \left(\frac{9H^3 T Q^{5/2}}{4\pi^{3/2} V_\phi^2} \right)_S \quad (102.9)$$

النسبة $\frac{r_A}{r_S}$ تعطى الآن بالشكل:

$$\frac{r_A}{r_S} \simeq \mathcal{Z}^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{H_A}{H_S} \right) \left(\frac{T_S}{T_A} \right) \left(\frac{Q_S}{Q_A} \right)^{\frac{5}{2}} \simeq \mathcal{Z}^{-\frac{19}{14}} \quad (103.9)$$

من جهة أخرى:

$$\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S} \simeq \mathcal{Z}^{\frac{11}{2}} \left(\frac{H_A}{H_S} \right)^3 \left(\frac{Q_A}{Q_S} \right)^{\frac{5}{2}} \simeq \mathcal{Z}^{-\frac{+19}{14}} \quad (104.9)$$

حيث و ضمن نهاية التشتت الشديد:

$$\frac{T_A}{T_S} \simeq \mathcal{Z}^{-\frac{3}{7}} \quad (105.9)$$

$\bar{Z}_5 = 1.50$	$\bar{Z}_4 = 1.40$	$\bar{Z}_3 = 1.30$	$\bar{Z}_2 = 1.20$	$\bar{Z}_1 = 1.10$	
0.58	0.63	0.70	0.78	0.64	$\frac{r_A}{r_S}$
1.73	1.58	1.43	1.28	1.14	$\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$

جدول 7.9: النسبة $\frac{r_A}{r_S}$ و $\frac{(A_s)_A}{(A_s)_S}$ ضمن نهاية التشتت الضعيف.

$$\frac{Q_A}{Q_S} \simeq \bar{Z}^{-\frac{2}{7}} \quad (106.9)$$

على العكس من نهاية التشتت الضعيف، يشير الجدول

إلى كون $r_A < r_S$ في حين $(A_s)_A > (A_s)_S$.

الملاحق

1. المعادلات العامة التفصيلية للمرصودات

يلخص هذا الملحق المعادلات التفصيلية لبعض الكميات الفيزيائية الأساسية المستخدمة ضمن البحث: n_s, r, A_s and

يظهر الدليل الطيفي بالشكل: n_s

$$n_s - 1 = \frac{1}{(1 + Z.Q)} \left\{ -\frac{\omega}{1 + \omega} \left(\frac{1}{4}(\beta + 2\eta + 2\sigma - 7\varepsilon) + \frac{((3 + 4\pi)Z.Q + 6)(\beta + \sigma - \varepsilon)}{(1 + Z.Q)(3 + 4\pi Z.Q)} \right) + 2 \left(\frac{\beta + \sigma - \varepsilon}{(1 + Z.Q)} - \beta + \eta - \sigma \right) - 4\varepsilon \right\} \quad (107)$$

حيث:

$$\omega = \frac{T(2\sqrt{3}\pi QZ)}{H\sqrt{4\pi QZ + 3}} \quad (108)$$

تعطى نسبة التآرجحات بالعلاقة:

$$r = \frac{16\varepsilon}{(2\nu + \omega + 1)(1 + Z.Q)^2} \quad (109)$$

where:

$$\nu = \frac{1}{\exp\left(\frac{H}{T}\right) - 1} \quad (110)$$

طيف التآرجحات السلمية :

$$A_s = \frac{H^4(2\nu + \omega + 1)}{4\pi^2\dot{\chi}^2} \quad (111)$$

2. تمثيل المرصودات بدلالة الحقل χ

يمثل هذا المحلق تلخيصا للمعادلات T و n_s و r بدلالة الحقل معاد المقاس χ ضمن نهايتي التشتت الضعيف والشديد.

1.2. نهاية التشتت الشديد

$$T = \left(\frac{U_\chi^2}{4\alpha Z \Upsilon_0 H} \right)^{1/7} \quad (112)$$

$$n_s - 1 = \frac{1}{ZQ} \left(-\frac{9}{4}\varepsilon + \frac{3}{2}\eta - \frac{9}{4}\beta - \frac{9}{4}\sigma \right) \quad (113)$$

$$r = \frac{H}{T} \left(\frac{16\varepsilon}{\sqrt{3\pi}(ZQ)^{5/2}} \right) \quad (114)$$

حيث ε و η و σ و β تعطى من خلال المعادلات (43.9) و (46.9) و (49.9) و (50.9)

2.2. نهاية التشتت الضعيف

$$T = \left(\frac{U_\chi^2 Z \Upsilon_0}{36\alpha H^3} \right) \quad (115)$$

$$n_s - 1 = (-6\varepsilon + 2\eta + \frac{\pi Z \Upsilon T}{6H^2} (15\varepsilon - 2\eta - 9\beta - 9\sigma)) \quad (116)$$

$$r = \frac{H}{2T} 16\varepsilon \quad (117)$$

الخاتمة

تمت دراسة نموذج التضخم المستوحى من تغيرات القرن الشديد و تبين الآتي:

- لم يتمكن النموذج من التقاطع مع البيانات الرصدية عند دراسته بافتراض ترابط لا أصغري ما بين حقل الانفلاتون و الجاذبية و ذلك ضمن كل من الصياغتين المترية و البالاتينية.
- باعتبار تمديدات ثقالية اضافية متمثلة بحدود ذات درجات أعلى بالنسبة لسلمية رتيشي تمكن النموذج من التقاطع مع البيانات الرصدية إلا أنه ما زال يعاني من عدم وجود مخرج للحقبة التضخمية للعودة إلى التمدد المتباطئ للكون.
- حقق النموذج تقاطعا جيدا مع البيانات التجريبية باعتبار نموذج التضخم الدافئ مع توفر مخرج من الطور التضخمي للطور المتباطئ و لكن بعدد تضخمات أسية صغيرة نسبيا.
- تمت دراسة نموذج التضخم الطبيعي و تبين الآتي: ضمن الصياغة المترية و باعتبار كل من الترابط اللاأصغري و الحدود الثقالية الأعلى و أبدا النموذج توافقا مثاليا مع النتائج التجريبية في بعض النهايات المعتمدة للنموذج.
- عند دراسة النموذج ضمن ميكانيكية التضخم الدافئ تبين عجز النموذج عن التوافق مع البيانات التجريبية عند اعتماد الترابط اللاأصغري مع الثقالة فقط و بوسيط اضمحلال يتناسب مع الدرجة الأولى لدرجة الحرارة. بالمقابل فإن اعتماد تابعة لوسيط الاضمحلال من الدرجة الثالثة أبدى النموذج تطابقا جيدا مع البيانات التجريبية.
- تمت دراسة نموذج التضخم ذي القوى ضمن ميكانيكية التضخم الدافئ و نظرا لأصالة الدراسة و عدم التطرق لمثلها في الأدبيات فقد ابتدأت الدراسة باعتبار الصياغة المترية و بترابط أصغري مع الثقالة. و تم التوصل إلى الآتي:

- تمكن النموذج من التقاطع مع البيانات التجريبية باعتبار اضطراب بسيط على وسيط هبل تمكن النموذج من توفير مخرج من الحقبة التضخمية للنموذج و هو ما كان يعاني منه النموذج الأصلي و تعدى المخرج لميكانيكية التضخم البارد فضلا عن التضخم الدافئ.

- أخيرا تم تقديم إطار عمل مرجعي جديد لدراسة النماذج التضخمية ضمن ميكانيكية التضخم الدافئ من خلال اعتبار الصياغة المقترنة للجاذبية و تمت دراسة نموذج تضخمي شبيه هيجز ضمن هذه المرجعية و تبين نجاح النموذج بالتقاطع مع البيانات الرصدية.

نستعرض ختاماً ملخصاً للنتائج التي تم الحصول عليها ضمن هذا العمل:

بالنظر في الجدول ، نلاحظ فشل النموذج التضخمي بكمون أسي على موافقة البيانات الرصدية حتى عند اعتماد الترابط للأصغري ما بين الحقل السلمي و الثقالة، سواء ضمن الصياغة المترية للثقالة أم الصياغة البالاتينية. نفس النتيجة تم الحصول عليها عند اعتماد تمديد للثقالة من الشكل αR^2 ضمن صياغة بالاتيني حيث اقتصرت الدراسة عليها دون الصياغة المترية.

من الملاحظ من الجدول الحصول على توافقات مع البيانات التجريبية بالنسبة للدليل الطيفي ونسبة التآرجحات عند اعتماد الترابط للأصغري بالاضافة إلى الحد

إلا أن النموذج يعاني باعتماد هذه الحالة من عدم وجود نهاية للحقبة التضخمية.

تمت جميع الدراسات السابقة كما يوضح الجدول ضمن آلية التضخم البارد، و عند اعتماد آلية التضخم الدافئ بترابط أصغري حلت المشاكل و تم تحقيق نهاية للحقبة التضخمية إلا أن عدد التضخمات الاسية كان صغيراً و غير كاف.

اشكاليات النموذج	تجاذبات النموذج		ميكانيكية التضخم المعتمدة	الصياغة المعتمدة للثقالة	نهايات معتبرة على التعديلات	التعديلات الثقالية
	r	ns				
عدم توافق مع الرصدات	×	×	التضخم البارد	المتريّة	_____	افتراض ترابط لا أصغري مع الثقالة
عدم توافق مع الرصدات	×	×	التضخم البارد	بالاكتيلي	_____	افتراض ترابط لا أصغري مع الثقالة
عدم توافق مع الرصدات	×	×	التضخم البارد	بالاكتيلي	_____	إضافة حد αR^2
عدم وجود نهاية للتضخم	✓	✓	التضخم البارد من النوع K-inflation	بالاكتيلي	$\alpha \gg 1$	ترابط مع αR^2
عدم وجود نهاية للتضخم	✓	✓	تضخم بارد من النوع Constant roll inflation	بالاكتيلي	$\alpha \ll 1$	alpha ترابط مع R^2
عدد تضخمات أسية صغير	✓	✓	التضخم الدافئ	المتريّة	_____	_____

النتائج العملية:

النموذج:

التضخم المستوحى من تغيرات ثابت القرن الشديد

الكمون:

$$V = V_0 e^{l\varphi}$$

جدول 8.9: ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسى بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة

يوضح الجدول التالي، حالة التضخم الطبيعي باعتماد ميكانيكية التضخم الدافئ و بوجود ترابط لا أصغري مع الثقالة بشكلين دوري مشابه لدورية الكمون و لا دوري من الدرجة الثانية بالنسبة للحقل السلمي. عانى النموذج عند اعتماد معامل اضمحلال من الدرجة الأولى بالنسبة لدرجة الحرارة من صعوبة في تحقيق جميع القيود مع البيانات التجريبية، فالتوافق مع البيانات الرصدية إدى إلى عدد تضخمات أسية صغير. بالمقابل فإن تحقيق عدد تضخمات كاف إدى إلى قيم كبيرة غير مقبولة بالنسبة للدليل الطيفي. لحل هذه الاشكالية تم اعتماد تابعة من الدرجة الثالثة بالنسبة لدرجة الحرارة و تمت الدراسة ضمن نهاية التشتت الشديد، الأمر الذي أدى توافق ممتاز مع البيانات الرصدية بالاضافة إلى تحقيق عدد تضخمات أسية كاف.

اشكاليات النموذج	المقارنة مع البيانات				معدل الاضمحلال المعتمد	معامل الاضمحلال	نوع الترابط
	ns	r	N	As			
عدم توافق تام مع الرصدات	✓	✓	<<	—	اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T$	لا دوري
	كبيرة	✓	40	—	اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T$	دوري
عدم توافق تام مع الرصدات	✓	✓	<<	—	اضمحلال ضعيف	$\Gamma = \Gamma_0 T$	لا دوري
	كبيرة	✓	40	—	اضمحلال ضعيف	$\Gamma = \Gamma_0 T$	دوري
عدم توافق تام مع الرصدات	✓	✓	<<	—	اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T^2$	لا دوري
	لم تتمكن من تحقيق N مقبولة				اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T^2$	دوري
توافق تام مع البيانات الرصدية	✓	✓	✓	✓	اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T^2$	لا دوري
توافق تام مع البيانات الرصدية	✓	✓	✓	✓	اضمحلال شديد	$\Gamma = \Gamma_0 T^2$	دوري

النتائج العملية:

النموذج:

التضخم الطبيعي الدافئ بوجود

ترابط لا أصغري مع الثقالة.

الصياغة المترية

شكل الكمون:

$$V = V_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\varphi}{f} \right) \right)$$

جدول 9.9: ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسّي بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة

يوضح الجدول ، النتائج المتحصل عليها عند دراسة التضخم الطبيعي بترابط لا أصغري مع الثقالة بالإضافة إلى اضافة حد تمديد من الدرجة الثانية بالنسبة لسلمية ريتشي. أبدى النموذج في هذه الحالة توافق مثاليا مع البيانات التجريبية و تجاوزه في بعض الحالات إلى امكانية استخدام الوسائط الحرة للنموذج للحصول على توافقات حتى مع زيادة القيود الرصدية أو الحصول على قيم أكثر دقة للرصدات.

ملاحظات	المقارنة مع البيانات			ميكانيكية التضخم المعتمدة	نهايات معتبرة على التعديلات
	ns	r	N		
أبدى النموذج في هذه النهاية الفترة حتى بياض النتائج النظرية لتوافق الرصدات التجريبية مع امكانية التوافق المستقبلي مع أي قيود اضافية	✓	✓	✓	تضخم بارد ذو تدرج بطيء	$2\alpha X \ll (1 - \xi \varphi^2)$
ظهرت التقاطعات مع الكونفورمات الاحصائية 1 و بالتالي بدقة أقل من النهاية الأولى	✓	✓	✓	تضخم بارد من نوع التضخم الحركي	$\alpha \gg 1$
	✓	✓	✓	تضخم بارد بتدرج ثابت	$\alpha \ll 1$
	✓	✓	✓	تضخم بارد ذو تدرج بطيء	$2\alpha X \ll (1 - \xi \varphi^2)$
	✓	✓	✓	ترابط دوري	

النموذج:

التضخم الطبيعي البارد بوجود

ترابط لا أصغري مع الثقالة و

حدود ثقالية بدرجات أعلى αR^2

صياغة باللاتيني

شكل الكمون

$$V = V_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\varphi}{f} \right) \right)$$

شكل 9.9: ملخص يوضح أهم الانجازات و التحديات المتعلقة بدراسة الكمون الأسّي بترابط لا أصغري مع الثقالة ضمن ثقالة معدلة

Abstract

Single field inflationary models are investigated within Palatini quadratic gravity, represented by, along with a non-minimal coupling of the form between the inflaton field and the gravity. The treatment is performed in the Einstein frame, where the minimal coupling to gravity is recovered through conformal transformation. We consider various limits of the model with different inflationary scenarios characterized as canonical slow-roll inflation in the limit, constant-roll k -inflation for, and slow-roll K -inflation for. A cosine and exponential potential are examined with the limits mentioned above and different well-motivated non-minimal couplings to gravity. We compare the theoretical results, exemplified by the tensor-to-scalar r ratio and spectral index, with the recent observational results of Planck 2018 and BICEP/Keck. Furthermore, we include the results of a new study forecast precision with which r can be constrained by currently envisaged observations, including CMB (Simons Observatory, CMB-S4, and LiteBIRD).

The warm inflationary scenario is investigated in the context of affine gravity formalism. A general framework is provided for studying different single-field potentials. Using the sphaleron mechanism we explain the continuous dissipation of the inflaton field into radiation, leading to the dissipation coefficient. The treatment is performed in the weak and strong dissipation limits. We consider the quartic potential as a case study to provide a detailed study. Moreover, in this study, we discuss various constraints on inflationary models in general. We compare the theoretical results of the quartic potential model within warm inflation with the observational constraints from Planck 2018 and BICEP/Keck 2018, as presented by the tensor-to-scalar ratio, spectral index and the perturbation spectrum.

المراجع

- [1] Planck Collaboration. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641:A6, 2020.
- [2] NASA. Λ CDM model overview. 2023.
- [3] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3):168--173, 1929.
- [4] Arno A. Penzias and Robert W. Wilson. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142:419--421, 1965.
- [5] Arne M. Boesgaard and Gary Steigman. Big bang nucleosynthesis: Theories and observations. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 23:319--378, 1985.
- [6] Isidro Gómez-Vargas, J. Alberto Vazquez, et al. Neural network reconstructions for the hubble parameter, growth rate and distance modulus. *Eur. Phys. J. C*, 83:304, 2023.
- [7] Lorenzo Giambagli, Luca Buffoni, et al. Non-parametric analysis of the hubble diagram with neural networks. *arXiv preprint*, 2023.
- [8] Ryan J. Cooke, Max Pettini, and Charles C. Steidel. One percent determination of the primordial deuterium abundance. *Astrophys. J.*, 855(2):102, 2018.

- [9] Planck Collaboration. Planck 2018 results. i. overview and the cosmological legacy. *Astron. Astrophys.*, 641:A1, 2020.
- [10] Jérôme Martin, Christophe Ringeval, and Vincent Vennin. Encyclopaedia inflationaris. *Physics of the Dark Universe*, 5:75--235, 2014.
- [11] Andrei D. Linde. A new inflationary universe scenario. *Physics Letters B*, 108(6):389--393, 1982.
- [12] Viatcheslav F. Mukhanov and G. V. Chibisov. Quantum fluctuations and a nonsingular universe. *JETP Letters*, 33:532--535, 1981.
- [13] Arjun Berera. Warm inflation. *Physical Review Letters*, 75:3218--3221, 1995.
- [14] Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, and Rudnei O. Ramos. Dissipation coefficients from scalar and fermion quantum field interactions. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(09):033, 2018.
- [15] Alexei A. Starobinsky. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, 91(1):99--102, 1980.
- [16] Y. Akrami and others (Planck Collaboration). Planck 2018 results. x. constraints on inflation. *Astronomy & Astrophysics*, 641:A10, 2020.
- [17] Andrei Linde. Particle physics and inflationary cosmology. *Contemporary Concepts in Physics*, 5:1--362, 1990.
- [18] Lisa Randall, Marin Soljagic, and Alan H. Guth. Supernatural inflation. *Nuclear Physics B*, 472(1-2):377--408, 1996.
- [19] Daniel Baumann. Tasi lectures on inflation. *arXiv preprint*, 2009.
- [20] Alan H. Guth. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, 23(2):347, 1981.

- [21] Arjun Berera. Warm inflation. *Physical Review Letters*, 75(18):3218, 1995.
- [22] Mar Bastero-Gil, Arjun Berera, and João G. Rosa. Warm inflation in the light of swampland criteria. *Physical Review D*, 98:083502, 2018.
- [23] Andrei D. Linde. A new inflationary universe scenario. *Physics Letters B*, 108:389--393, 1982.
- [24] Jun'ichi Yokoyama and Andrei Linde. Is warm inflation possible? *Physical Review D*, 58:083510, 1998.
- [25] Adam G Riess et al. A jwst calibration of the hubble constant. *arXiv preprint arXiv:2212.04510*, 2022.
- [26]
- [27] Vivian Poulin, Tristan L Smith, Tanvi Karwal, and Marc Kamionkowski. Early dark energy can resolve the hubble tension. *Physical Review Letters*, 122(22):221301, 2019.
- [28] Giovanni Montani, Mariaveronica De Angelis, Flavio Bombacigno, and Nakia Carlevaro. Metric $f(r)$ gravity with dynamical dark energy as a scenario for the hubble tension. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 527(1):L156--L161, 10 2023.
- [29] Luca Amendola. Coupled quintessence. *Physical Review D*, 62(4):043511, 2000.
- [30] Timothy Clifton, Pedro G Ferreira, Antonio Padilla, and Constantinos Skordis. Modified gravity and cosmology. *Physics Reports*, 513(1-3):1--189, 2012.
- [31] Vera C Rubin, W Kent Ford, and Norbert Thonnard. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605

- ($r=4\text{kpc}$) to ugc 2885 ($r=122\text{kpc}$). *The Astrophysical Journal*, 238:471--487, 1980.
- [32] Richard Massey et al. Dark matter maps reveal cosmic scaffolding. *Nature*, 445:286--290, 2007.
- [33] Alison L. Coil. The large-scale structure of the universe. pages 387--421, 2013.
- [34] Elena Aprile et al. Projected wimp sensitivity of the xenonnT dark matter experiment. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020(11):031, 2020.
- [35] M Ackermann et al. Searching for dark matter annihilation from milky way dwarf spheroidal galaxies with six years of fermi large area telescope data. *Physical Review Letters*, 115(23):231301, 2015.
- [36] Albert M Sirunyan et al. Search for new physics in final states with an energetic jet or a hadronically decaying w or z boson and transverse momentum imbalance at $\sqrt{s} = 13\text{ tev}$. *Physical Review D*, 97(9):092005, 2018.
- [37] Mordehai Milgrom. Mond vs. dark matter in light of historical parallels. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 71:170--195, 2020.
- [38] Mordehai Milgrom. The modified dynamics as a vacuum effect. *Physics Letters B*, 752:13--18, 2016.
- [39] S. Perlmutter et al. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. *Astrophys. J.*, **517**:565--586, (1999), doi:10.1086/307221.
- [40] Steven Weinberg. The cosmological constant problem. *Reviews of Modern Physics*, 61(1):1--23, 1989.

- [41] Sean M Carroll. The cosmological constant. *Living Reviews in Relativity*, 4:1--56, 2001.
- [42] PJE Peebles and Bharat Ratra. The cosmological constant and dark energy. *Reviews of Modern Physics*, 75(2):559--606, 2003.
- [43] Bharat Ratra and PJE Peebles. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. *Physical Review D*, 37(6):3406, 1988.
- [44] S. M. Carroll et al. Is cosmic speed-up due to new gravitational physics? *Phys. Rev. D*, **70**:043528, (2004), doi:10.1103/PhysRevD.70.043528.
- [45] DESI Collaboration. First results from desi: Baryon acoustic oscillations. *arXiv preprint arXiv:2306.06307*, 2023.
- [46] Balfour Stewart. The unseen universe: Physical speculations on a future state. 2009.
- [47] John D Barrow and Frank J Tipler. The anthropic cosmological principle. 1986.
- [48] Carlo Rovelli. Quantum gravity. 2004.
- [49] Shin'ichi Nojiri and Sergei D Odintsov. Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 4(01):115--145, 2007.
- [50] Timothy Clifton, Pedro G Ferreira, Antonio Padilla, and Constantinos Skordis. Modified gravity and cosmology. *Physics Reports*, 513(1-3):1--189, 2012.
- [51] Tiberiu Harko, Francisco SN Lobo, Shin'ichi Nojiri, and Sergei D Odintsov. $f(r,t)$ gravity. *Physical Review D*, 84(2):024020, 2011.

- [52] Shin'ichi Nojiri and Sergei D Odintsov. Modified gravity with negative and positive powers of the curvature: Unification of inflation and cosmic acceleration. *Physical Review D*, 68(12):123512, 2003.
- [53] Salvatore Capozziello, S Carloni, and A Troisi. Curvature quintessence. *International Journal of Modern Physics D*, 12(10):1969--1982, 2003.
- [54] Thomas P Sotiriou and Valerio Faraoni. $f(r)$ gravity and scalar-tensor theory. *Physical Review Letters*, 100(3):031302, 2006.
- [55] Antonio De Felice and Shinji Tsujikawa. $f(r)$ theories. *Living Reviews in Relativity*, 13(1):1--161, 2010.
- [56] Shin'ichi Nojiri and Sergei D Odintsov. Unifying inflation with λ cdm epoch in modified $f(r)$ gravity consistent with solar system tests. *Physics Letters B*, 657(4-5):238--245, 2007.
- [57] Alexei A Starobinsky. Disappearing cosmological constant in $f(r)$ gravity. *JETP Letters*, 86(3):157--163, 2007.
- [58] S. D. Odintsov I. L. Buchbinder and I. L. Shapiro. Effective action in quantum gravity. pages , doi:.
- [59] Richard P Woodard. Ostrogradsky's theorem on hamiltonian instability. *Scholarpedia*, 10(8):32243, 2015.
- [60] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, and D. T. Wilkinson. Cosmic Black-Body Radiation. *apj*, 142:414--419, July 1965.
- [61] A. A. Penzias and R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *apj*, 142:419--421, July 1965.
- [62] D. J. Fixsen. The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*, 707(2):916, nov 2009.

- [63] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer, and E. L. Wright. The cosmic microwave background spectrum from the full coBE* firas data set. *The Astrophysical Journal*, 473(2):576, dec 1996.
- [64] J. Chluba and R. A. Sunyaev. The evolution of cmb spectral distortions in the early universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 419(2):1294--1314, 12 2011.
- [65] G. F. Smoot and Bennett etal. Structure in the COBE Differential Microwave Radiometer First-Year Maps. *apjl*, 396:L1, September 1992.
- [66] G. Efstathiou, J. R. Bond, and S. D. M. White. Cobe background radiation anisotropies and large-scale structure in the universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 258(1):1P--6P, 09 1992.
- [67] etal Balbi. Constraints on cosmological parameters from maxima-1. *The Astrophysical Journal*, 545(1):L1, nov 2000.
- [68] etal Miller. The qmap and mat/toco experiments for measuring anisotropy in the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 140(2):115, jun 2002.
- [69] etal Macías-Pérez. Archeops in-flight performance, data processing, and map making. *Astronomy & Astrophysics*, 467(3):1313--1344, March 2007.
- [70] Lloyd Knox and Lyman Page. Characterizing the peak in the cosmic microwave background angular power spectrum. *Phys. Rev. Lett.*, 85:1366--1369, Aug 2000.
- [71]

- [72] etal Kogut. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: Temperature-polarization correlation. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 148(1):161, sep 2003.
- [73] etal Bennett. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: Preliminary maps and basic results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 148(1):1, sep 2003.
- [74] J. A. Tauber and etal. Planck pre-launch status: The Planck mission. *aap*, 520:A1, September 2010.
- [75] P. A. R. Ade and etal. Planck2013 results. i. overview of products and scientific results. *Astronomy & Astrophysics*, 571:A1, October 2014.
- [76] P. A. R. Ade and etal Aghanim. Planckearly results. vii. the early release compact source catalogue. *Astronomy & Astrophysics*, 536:A7, December 2011.
- [77] P. A. R. Ade, N. Aghanim, and etal Arnaud. Planckearly results. i. the planckmission. *Astronomy & Astrophysics*, 536:A1, December 2011.
- [78] P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, and etal Ashdown. Planck2015 results: Xiii. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 594:A13, September 2016.
- [79] A. Berera and L. Z. Fang. Thermally induced density perturbations in the inflation era. *Phys. Rev. Lett.*, **74**:1912--1915, (1995), 1912-1915 doi:10.1103/PhysRevLett.74.1912 [arXiv:astro-ph/9501024 [astro-ph]].
- [80] A. Berera. Warm inflation. *Phys. Rev. Lett.*, **75**:3218--3221, (1995), 3218-3221 doi:10.1103/PhysRevLett.75.3218 [arXiv:astro-ph/9509049 [astro-ph]].

- [81] M. Gleiser A. Berera and R. O. Ramos. A first principles warm inflation model that solves the cosmological horizon / flatness problems. *Phys. Rev. Lett.*, **83**:264--267, (1999), doi:10.1103/PhysRevLett.83.264 [arXiv:hep-ph/9809583 [hep-ph]].
- [82] A. Berera. Warm inflation at arbitrary adiabaticity: A model, an existence proof for inflationary dynamics in quantum field theory. *Nucl. Phys. B*, **585**:666--714, (2000), doi:10.1016/S0550-3213(00)00411-9 [arXiv:hep-ph/9904409 [hep-ph]].
- [83] R. Rangarajan. Current status of warm inflation. doi:10.1142/9789811202339_0064 [arXiv:1801.02648 [astro-ph.CO]].
- [84] M. Bastero-Gil and A. Berera. Warm inflation model building. *Int. J. Mod. Phys. A*, **24**:2207--2240, (2009), doi:10.1142/S0217751X09044206 [arXiv:0902.0521 [hep-ph]].
- [85] I. G. Moss M. Bastero-Gil, A. Berera and R. O. Ramos. Theory of non-gaussianity in warm inflation. *JCAP*, **12**, (2014), 008 doi:10.1088/1475-7516/2014/12/008 [arXiv:1408.4391 [astro-ph.CO]].
- [86] A. Berera and L. Z. Fang. Thermally induced density perturbations in the inflation era. *Phys. Rev. Lett.*, **74** :1912, [astro-ph/9501024], (1995), .
- [87] A. Berera. Warm inflation. *Phys. Rev. Lett.*, **75** , (1995), [astro-ph/9509049].
- [88] E. W. Kolb and M. S. Turner. *The Early Universe*. Addison-Wesley, (1990).
- [89] A. N. Taylor and A. Berera. Perturbation spectra in the warm inflationary scenario ,. *Phys. Rev. D*, **62**:083517, (2000) ,[astro-ph/0006077].
- [90] A. Berera L. M. H. Hall, I. G. Moss. Scalar perturbation spectra from warm inflation, . *Phys. Rev. D*, **69** , (2004), [astro-ph/0305015].

- [91] M. Bastero-Gil and A. Berera. Determining the regimes of cold and warm inflation in the supersymmetric hybrid model, . *Phys. Rev. D*, **71** :063515, (2005), [hep-ph/0411144].
- [92] I. G. Moss and C. Xiong. On the consistency of warm inflation, . *JCAP*, **0811**:023, (2008) [astro-ph/0808.0261].
- [93] L. Visinelli. Natural warm inflation, . *JCAP*, **1109**:013, (2011), [astro-ph/1107.3523].
- [94] V. F. Mukhanov and G. V. Chibisov. Quantum fluctuations and a nonsingular universe. *JETP Lett.*, **33**, (1981).
- [95] A. H. Guth and S. Y. Pi. Fluctuations in the new inflationary universe. *Phys. Rev. Lett.*, **49**:1110, (1982) .
- [96] S. W. Hawking. The development of irregularities in a single bubble inflationary universe. *Phys. Lett. B*, **115** :295, (1982) .
- [97] A. A. Starobinsky. Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations. *Phys. Lett. B*, **117**:175, (1982), .
- [98] P. J. Steinhardt J. M. Bardeen and M. S. Turner. Spontaneous creation of almost scale-free density perturbations in an inflationary universe. *Phys. Rev. D*, **28** :679, (1983).
- [99] M S. Turner A. Kosowsky. Cbr anisotropy and the running of the scalar spectral index, . *Phys. Rev. D*, **52**:1739, (1995), [astro-ph/9504071].
- [100] S. M. Leach and A. R. Liddle. Microwave background constraints on inflationary parameters, . *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **341** :1151, (2003), [astro-ph//0207213].

- [101] A. R. Liddle and S. M. Leach. How long before the end of inflation were observable perturbations produced? , . *Phys. Rev. D*, **68** :103503, (2003), [astro-ph/0305263].
- [102] C. L. Bennett et al. (wmap collaboration), nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: final maps and results. *Astrophys. J. Suppl.*, **208**:, (2013) [astro-ph/1212.5225].
- [103] A. Berera and R. O. Ramos. Dynamics of interacting scalar fields in expanding space-time , . *Phys. Rev. D*, **71**:023513, (2005), [hep-ph/0406339].
- [104] R. Herrera S. del Campo and D. Pavon. Cosmological perturbations in warm inflationary models with viscous pressure, . *Phys. Rev. D*, **75**:083518, (2007), [astro-ph/0703604].
- [105] C. Graham and I. G. Moss. Density fluctuations from warm inflation . *JCAP*, **0907**:013, (2009) [astro-ph/0905.3500].
- [106] A. Berera R. Cerezo R. O. Ramos S. Bartrum, M. Bastero-Gil and J. G. Rosa. The importance of being warm (during inflation). *Phys. Lett. B*, **732** :116, (2014),, [hep-ph/1307.5868].
- [107] L. Visinelli. Cosmological perturbations for an inflaton field coupled to radiation, . *JCAP*, **1501**:005, (2015), [astro-ph/1410.1187].
- [108] R. O. Ramos and L. A. da Silva. Power spectrum for inflation models with quantum and thermal noises. *JCAP*, **1303**, 032 (2013), [astro-ph/1302.3544].
- [109] A. Berera. Warm inflation in the adiabatic regime- a model, an existence proof for inflationary dynamics in quantum field theory. *Nucl. Phys. B*, **595**:666, (2000) ,[hep-ph/9904409].

- [110] P. A. R. Ade et al. [bicep2 and keck array collaborations], **bicep2 / keck array v: measurements of b-mode polarization at degree angular scales and 150 ghz by the keck array**, . *Astrophys. J.*, **811**:126, (2015), [astro-ph/1502.00643].
- [111] P. A. R. Ade et al. [bicep2 and planck collaborations], **a joint analysis of bicep2/keck array and planck data** , . *Phys. Rev. Lett.*, **114**:101301, (2015), [astro-ph/1502.00612].
- [112] D. H. Lyth. A bound on inflationary energy density from the isotropy of the microwave background, . *Phys. Lett. B*, **147** :403L, (1984).
- [113] H. Weyl. A new extension of relativity theory. *Annalen Phys.*, **59**:101--133, (1919), doi:10.1002/andp.19193641002.
- [114] R. Utiyama and B. S. DeWitt. Renormalization of a classical gravitational field interacting with quantized matter fields. *J. Math. Phys.*, **3**:608--618, (1962), doi:10.1063/1.1724264.
- [115] K. S. Stelle. Renormalization of higher derivative quantum gravity. *Phys. Rev. D*, 16:953--969, (1977), doi:10.1103/PhysRevD.16.953.
- [116] N. D. Birrell and P. C. W. Davies. *Quantum Fields in Curved Space*. Cambridge Univ. Press, 1984,ISBN 978-0-521-27858-4, 978-0-521-27858-4, doi::10.1017/CBO9780511622632.
- [117] G. A. Vilkovisky. Effective action in quantum gravity. *Class. Quant. Grav.*, **9**:895--903, (1992), 895-903 doi:10.1088/0264-9381/9/4/008.
- [118] A. A. Starobinsky. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Phys. Lett. B*, **91**:99--102, (1980), doi:10.1016/0370-2693(80)90670-X.

- [119] V. F. Mukhanov R. H. Brandenberger and A. Sornborger. A cosmological theory without singularities. *Phys. Rev. D*, **48**:1629--1642, (1993), doi:10.1103/PhysRevD.48.1629 [arXiv:gr-qc/9303001 [gr-qc]].
- [120] R. H. Brandenberger. A nonsingular universe. [arXiv:gr-qc/9210014 [gr-qc]].
- [121] S. M. Carroll. The cosmological constant. *Living Rev. Rel.*, **4**:1, (2001), doi:10.12942/lrr-2001-1 [arXiv:astro-ph/0004075 [astro-ph]].
- [122] S. Weinberg. The cosmological constant problem. *Rev. Mod. Phys.*, **61**:1--23, (1989), doi:10.1103/RevModPhys.61.1.
- [123] S. Perlmutter N. A. Bahcall, J. P. Ostriker and P. J. Steinhardt. The cosmic triangle: Assessing the state of the universe. *Science*, **284**:1481-1488, (1999), doi:10.1126/science.284.5419.1481 [arXiv:astro-ph/9906463 [astro-ph]].
- [124] R. Dave R. R. Caldwell and P. J. Steinhardt. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. *Phys. Rev. Lett.*, **80**:1582-1585, (1998), doi:10.1103/PhysRevLett.80.1582 [arXiv:astro-ph/9708069 [astro-ph]].
- [125] S. M. Carroll. Quintessence and the rest of the world. *Phys. Rev. Lett.*, **81**:3067--3070, (1998), doi:10.1103/PhysRevLett.81.3067 [arXiv:astro-ph/9806099 [astro-ph]].
- [126] J. P. Ostriker and P. J. Steinhardt. The observational case for a low density universe with a nonzero cosmological constant. *Nature*, **377**:600--602, (1995), doi:10.1038/377600a0.
- [127] P. J. E. Peebles and B. Ratra. Cosmology with a time variable cosmological constant. *Astrophys. J. Lett.*, **325**, (1988), L17 doi:10.1086/185100.

- [128] B. Ratra and P. J. E. Peebles. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. *Phys. Rev. D*, **37**, (1988), 3406 doi:10.1103/PhysRevD.37.3406.
- [129] J. P. Ostriker L. M. Wang, R. R. Caldwell and P. J. Steinhardt. Cosmic concordance and quintessence. *Astrophys. J.*, **530**, (2000), 17-35 doi:10.1086/308331 [arXiv:astro-ph/9901388 [astro-ph]].
- [130] C. Wetterich. Cosmology and the fate of dilatation symmetry. *Nucl. Phys. B*, **302**:668--696, (1988), doi:10.1016/0550-3213(88)90193-9 [arXiv:1711.03844 [hep-th]].
- [131] F. Lucchin and S. Matarrese. Power law inflation. *Phys. Rev. D*, **32**, (1985), 1316 doi:10.1103/PhysRevD.32.1316.
- [132] S. Unnikrishnan and V. Sahni. *JCAP*, **10**, (2013), 063 doi:10.1088/1475-7516/2013/10/063 [arXiv:1305.5260 [astro-ph.CO]].
- [133] Jacob D. Bekenstein. Fine-structure constant: Is it really a constant? *Phys. Rev. D*, 25:1527--1539, Mar 1982.
- [134] N. Chamoun, S. J. Landau, and H. Vucetich. Bekenstein model and the time variation of the strong coupling constant. *Phys. Lett. B*, 504:1--5, 2001.
- [135] N. Chamoun, S. J. Landau, and H. Vucetich. A Time varying strong coupling constant as a model of inflationary universe. 9 2000.
- [136] M. AlHallaka and N. Chamoun. Realization of power-law inflation & variants via variation of the strong coupling constant. *JCAP*, 09, (2016) 006.
- [137] A. De Felice and S. Tsujikawa. Primordial non-gaussianities in general modified gravitational models of inflation. *JCAP*, 04, (2011) 029, arXiv:1103.1172.

- [138] S. Deser R. L. Arnowitt and C. W. Misner. The dynamics of general relativity. *Gen. Rel. Grav.*, 40:1997--2027, (2008).
- [139] V. F. Mukhanov. Gravitational instability of the universe filled with a scalar field. *JETP Lett.*, 41, 493, (1985).
- [140] Paul Bunch, Timothy Stephen; Davies. Quantum field theory in de sitter space: Renormalization by point splitting. *Proceedings of the Royal Society of London*, A. 360: 117, (1978).
- [141] Alexander Westphal Andrei Linde, Mahdiyar Noorbala. Observational consequences of chaotic inflation with nonminimal coupling to gravity. *JCAP*, pages 1103:013,2011.
- [142] F. Bauer and D. A. Demir. Inflation with non-minimal coupling: Metric versus palatini formulations. *Phys.Lett.B*, 665:222--226, (2008) , arXiv: 0803.2664.
- [143] J. Elliston A. De Felice, S. Tsujikawa and R. Tavakol. Chaotic inflation in modified gravitational theories. *JCAP*, 08, (2011) 021, arXiv: 1105.4685.
- [144] T. P. Sotiriou and V. Faraoni. $f(r)$ theories of gravity. *Rev.Mod.Phys.*, 82, (2010) 451-497, arXiv: 0805.1726.
- [145] S. Rasanen V.-M. Enckell, K. Enqvist and L.-P. Wahlman. Inflation with r^2 term in the palatini formalism. *JCAP*, 02, (2019)022, arXiv: 1810.05536.
- [146] R. H.S. Budhi. Inflation due to non-minimal coupling of $f(r)$ gravity to a scalar field. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 1127 012018 (2019), arXiv: 1701.03814.
- [147] S. D. Odintsov and V. K. Oikonomou. *Class. Quant. Grav.*, 37, (2020) no.2, 025003 doi:10.1088/1361-6382/ab5c9d [arXiv:1912.00475 [gr-qc]].

- [148] Katherine Freese, Joshua A. Frieman, and Angela V. Olinto. Natural inflation with pseudo nambu-goldstone bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 65:3233--3236, Dec 1990.
- [149] Nina K. Stein and William H. Kinney. Natural inflation after planck 2018. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2022(01):022, jan 2022.
- [150] P. A. R. etal Ade. Improved constraints on primordial gravitational waves using planck, wmap, and bicep/keck observations through the 2018 observing season. *Phys. Rev. Lett.*, 127:151301, Oct 2021.
- [151] Daniel Z Freedman, Ivan J Muzinich, and Erick J Weinberg. On the energy-momentum tensor in gauge field theories. *Annals of Physics*, 87(1):95--125, 1974.
- [152] B.L. Spokoiny. Inflation and generation of perturbations in broken-symmetric theory of gravity. *Physics Letters B*, 147(1):39--43, 1984.
- [153] Fedor Bezrukov and Mikhail Shaposhnikov. The standard model higgs boson as the inflaton. *Physics Letters B*, 659(3):703--706, 2008.
- [154] A O Barvinsky, A Yu Kamenshchik, and A A Starobinsky. Inflation scenario via the standard model higgs boson and lh. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(11):021, nov 2008.
- [155] J. R. Espinosa. Cosmological implications of Higgs near-criticality. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 376(2114):20170118, 2018.
- [156] Tommi Markkanen, Arttu Rajantie, and Stephen Stopyra. Cosmological Aspects of Higgs Vacuum Metastability. *Front. Astron. Space Sci.*, 5:40, 2018.
- [157] Michael Atkins and Xavier Calmet. Bounds on the Nonminimal Coupling of the Higgs Boson to Gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 110(5):051301, 2013.

- [158] N. K. Stein and W. H. Kinney. Natural inflation after planck 2018. *JCAP*, **01**, (2022) no.01, 022 doi:10.1088/1475-7516/2022/01/022 [arXiv:2106.02089 [astro-ph.CO]].
- [159] Y. Reyimuaji and X. Zhang. Natural inflation with a nonminimal coupling to gravity. *JCAP*, **03**, (2021), 059 doi:10.1088/1475-7516/2021/03/059 [arXiv:2012.14248 [astro-ph.CO]].
- [160] A. Lykkas T. Pappas I. Antoniadis, A. Karam and K. Tamvakis. Rescuing quartic and natural inflation in the palatini formalism. *JCAP*, **03**, (2019), 005 doi:10.1088/1475-7516/2019/03/005 [arXiv:1812.00847 [gr-qc]].
- [161] S. Li and A. R. Liddle. Observational constraints on k-inflation models. *JCAP*, **10**, (2012), 011 doi:10.1088/1475-7516/2012/10/011 [arXiv:1204.6214 [astro-ph.CO]].
- [162] A. Notari R. Z. Ferreira and G. Simeon. Natural inflation with a periodic non-minimal coupling. *JCAP*, **11**, (2018), 021 doi:10.1088/1475-7516/2018/11/021 [arXiv:1806.05511 [astro-ph.CO]].
- [163] A. Salvio. Natural-scalaron inflation. *JCAP*, **10**, (2021), 011 doi:10.1088/1475-7516/2021/10/011 [arXiv:2107.03389 [hep-ph]].
- [164] R.O. Berera, A.; Ramos. Construction of a robust warm inflation mechanism. *Phys. Lett. B*, **567** :294, (2003), [CrossRef].
- [165] A.; Ramos R.O.; Rosa J.G. Bastero-Gil, M.; Berera. Warm little inflaton. *Phys. Rev. Lett.*, **117** :151301, (2016), [CrossRef].
- [166] Y. Zhang. Warm inflation with a general form of the dissipative coefficient. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, **3** :23, (2009), [CrossRef].
- [167] O.; Mancini S. Belfiglio, A.; Luongo. Geometric corrections to cosmological entanglement. *Phys. Rev. D*, **105**:123523, 2022, [CrossRef].

- [168] V. Kamali. Non-minimal higgs inflation in the context of warm scenario in the light of planck data. *Eur. Phys. J. C*, **78** :975, (2018), [CrossRef].
- [169] Y. Fujii. Conformal transformation in the scalar-tensor theory applied to the accelerating universe. *Prog. Theor. Phys.*, **118**:983, 2007, [CrossRef].
- [170] N.; Armitage-Caplan C.; Arnaud M.; Ashdown M.; Atrio-Barandela F.; Aumont J.; Baccigalupi C.; Banday A.J.; Barreiro R.B.; et al. Ade, P.A.; Aghanim. Planck 2013 results. xvi. cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, **571**:A16, 2014.
- [171] D.; Weil-J.L.; Jarosik N.; Hinshaw G.; Odegard N.; Smith K.M.; Hill R.S.; Gold B.; Halpern M.; et al Bennett, C.L.; Larson. Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Final maps and results. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **208** :20, 2013, [CrossRef].
- [172] T.; Sun-S.; Wang Y. Jiang, H.; Liu. Echoes of inflationary first-order phase transitions in the cmb. *Phys. Lett. B*, **765**:339, 2017, [CrossRef].
- [173] D. H. LYTH A. R. LIDDLE. *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*. Cambridge University Press, (2000), Online ISBN:9781139175180.
- [174] F. Lucchin and S. Matarrese. Power-law inflation. *Phys. Rev. D*, 32:1316--1322, Sep 1985.
- [175] Varun Sahni. Energy density of relic gravity waves from inflation. *Phys. Rev. D*, 42:453--463, Jul 1990.
- [176] J.J. Halliwell. Scalar fields in cosmology with an exponential potential. *Physics Letters B*, 185(3):341--344, 1987.
- [177] A.B. Burd and John D. Barrow. Inflationary models with exponential potentials. *Nuclear Physics B*, 308(4):929--945, 1988.

- [178] Karim A. Malik and David Wands. Dynamics of assisted inflation. *Phys. Rev. D*, 59:123501, Apr 1999.
- [179]
- [180] Shinji Tsujikawa. Power-law inflation with a nonminimally coupled scalar field. *Phys. Rev. D*, 62:043512, Jul 2000.
- [181] Sanil Unnikrishnan and Varun Sahni. Resurrecting power law inflation in the light of planck results. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2013(10):063, oct 2013.
- [182] Naritaka Oshita and Jun'ichi Yokoyama. Creation of an inflationary universe out of a black hole. *Physics Letters B*, 785:197–200, October 2018.
- [183] Andrew R. Liddle. Power-law inflation with exponential potentials. *Physics Letters B*, 220(4):502–508, 1989.
- [184] Vahid Kamali, Meysam Motaharfard, and Rudnei O. Ramos. Warm brane inflation with an exponential potential: A consistent realization away from the swampland. *Phys. Rev. D*, 101:023535, Jan 2020.
- [185] Suratna Das and Rudnei O. Ramos. Runaway potentials in warm inflation satisfying the swampland conjectures. *Phys. Rev. D*, 102:103522, Nov 2020.
- [186] M. Bastero-Gil, A. Berera, R. O. Ramos, and J. G. Rosa. Warm little inflaton. *Physical Review Letters*, 117(15):151301, 2016.
- [187] Mauro Ferraris, Marcello Francaviglia, and Claudio Reina. Variational formulation of general relativity from 1915 to 1925 “palatini's method” discovered by einstein in 1925. *General Relativity and Gravitation*, 14:243–254, 1982.

- [188] Attilio Palatini. Deduzione invariantiva delle equazioni gravitazionali dal principio di hamilton. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 43:203--212, 1919.
- [189] Robert M Wald. *General Relativity*. University of Chicago Press, 1984.
- [190] Mauro Ferraris, Marcello Francaviglia, and Igor Volovich. The universality of vacuum einstein equations with cosmological constant. *Classical and Quantum Gravity*, 11:1505--1517, 1994.
- [191] Giampiero Magnano and Leszek M. Sokolowski. On physical equivalence between nonlinear gravity theories and a general relativistic selfgravitating scalar field. *Physical Review D*, 50:5039--5059, 1994.
- [192] H. Azri. Separate einstein-eddington spaces and the cosmological constant. *Annalen der Physik*, 528:404--411, 2016.
- [193] H. Azri. Eddington's gravity in immersed spacetime. *Classical and Quantum Gravity*, 32(6):065009, 2015.
- [194] H. Azri. Inducing gravity from connections and scalar fields. *Classical and Quantum Gravity*, 36(16):165006, 2019.
- [195] H. Azri. Cosmological implications of affine gravity. *arXiv preprint*, 2018.
- [196] H. Azri, A. Jueid, C. Karahan, and S. Nasri. Affine gravitational scenario for dark matter decay. *Physical Review D*, 102(8):084036, 2020.
- [197] H. Azri and S. Nasri. Scalar-connection gravity and spontaneous scalarization. *Physical Review D*, 103(2):024035, 2021.
- [198] H. Azri and S. Nasri. Dynamical aspects of asymmetric eddington gravity with scalar fields. *Physical Review D*, 104(6):064028, 2021.

- [199] H. Azri and D. Demir. Affine inflation. *Physical Review D*, 95(12):124007, 2017.
- [200] H. Azri and D. Demir. Induced affine inflation. *Physical Review D*, 97(4):044025, 2018.
- [201] H. Azri. Are there really conformal frames? uniqueness of affine inflation. *International Journal of Modern Physics D*, 27(09):1830006, 2018.
- [202] H. Azri and S. Nasri. Entropy production in affine inflation. *Physical Review D*, 101(6):064073, 2020.
- [203] H. Azri, I. Bamwidhi, and S. Nasri. Isocurvature modes and non-gaussianity in affine inflation. *Physical Review D*, 104(10):104064, 2021.
- [204] F. L. Bezrukov and M. Shaposhnikov. The standard model higgs boson as the inflaton. *Physics Letters B*, 659:703–706, 2008.
- [205] M. AlHallak and N. Chamoun. Realization of power-law inflation & variants via variation of the strong coupling constant. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 09:006, 2016.
- [206] D. Z. Freedman, I. J. Muzinich, and E. J. Weinberg. On the energy-momentum tensor in gauge field theories. *Annals of Physics*, 87:95, 1974.
- [207] V. Kamali. Non-minimal higgs inflation in the context of warm scenario in the light of planck data. *European Physical Journal C*, 78(11):975, 2018.
- [208] R. O. Ramos and L. A. da Silva. Power spectrum for inflation models with quantum and thermal noises. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 03:032, 2013.
- [209] L. M. H. Hall, I. G. Moss, and A. Berera. Scalar perturbation spectra from warm inflation. *Physical Review D*, 69:083525, 2004.

- [210] L. Visinelli. Observational constraints on monomial warm inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 07:054, 2016.
- [211] A. Albrecht, P. J. Steinhardt, M. S. Turner, and F. Wilczek. Reheating an inflationary universe. *Physical Review Letters*, 48:1437, 1982.
- [212] L. F. Abbott, E. Farhi, and M. B. Wise. Particle production in the new inflationary cosmology. *Physics Letters B*, 117:29, 1982.
- [213] L. M. H. Hall and I. G. Moss. Thermal effects on pure and hybrid inflation. *Physical Review D*, 71:023514, 2005.
- [214] N. S. Manton. Topology in the weinberg-salam theory. *Physical Review D*, 28:2019, 1983.
- [215] P. B. Arnold and L. D. McLerran. Sphalerons, small fluctuations and baryon number violation in electroweak theory. *Physical Review D*, 36:581, 1987.
- [216] P. B. Arnold and L. D. McLerran. The sphaleron strikes back. *Physical Review D*, 37:1020, 1988.
- [217] M. Mirbabayi and A. Gruzinov. Shapes of non-gaussianity in warm inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 02:012, 2023.
- [218] P. B. Arnold, D. Son, and L. G. Yaffe. The hot baryon violation rate is $\mathcal{O}(\alpha_w^5 t^4)$. *Physical Review D*, 55:6264–6273, 1997.