

الدكتور المهندس
انطانيوس عقل

ميكانيك السوائل التكنيكي

الجزء الثاني



الدكتور
أريثاثيرس محفل

استاذ في كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
جامعة دمشق

ميكانيك لسوائل ميكانيكي

الجزء الثاني

حقوقه التأليف والطبع والنشر محفوظة لجامعة دمشق

١٤٠٢ - ١٤٠٣ هـ
١٩٨٢ - ١٩٨٣ م

مطبعة جامعة دمشق



تقديم

يتضمن الجزء الأول من كتاب « ميكانيك السوائل التكنيكي » ، الذي صدرت طبعته الثانية المنقحة عام ١٩٨٢ ، مقدمة وخمسة فصول رئيسية . وتستعرض المقدمة المراحل التاريخية الهامة لتطور ميكانيك السوائل ، وتحدد موقعه من العلوم الفيزيائية الأخرى وأهميته بالنسبة للعلوم الهندسية الاختصاصية ، وتوضح اتجاهات وطرق بحثه العلمي ودراسته ، إضافة إلى مدخل إلى علم القيم الفيزيائية وجمل القياس . ويعالج الفصل الأول الصفات الفيزيائية - الميكانيكية الأساسية للسوائل ، والفصل الثاني توازن السوائل (هيدرو - وأيروساتيك) ، والفصل الثالث حركة السوائل العامة (كينيماتيكا) ، والفصل الرابع تحريك السوائل المثالية ، غير اللزجة ، (هيدرو ديناميك) . أما الفصل الخامس فقد افرد لمعالجة مسائل الجريان المثالي الأساسية وطرق حلها العملية .

أن الجزء الثاني من كتابنا هذا ، الذي اخرت ظروف موضوعية صدوره حتى الآن ، يكمل الجزء الأول موضوعاً ويعتمد الأسس نفسها منهجاً وتبويباً . ويرز ذلك شكلاً من خلال ترفيم الفصول الأربعة (السادس حتى التاسع) والفقرات الرئيسية (ال ١٦ . حتى ال ٢٤) ، لهذا الجزء مكمل بتسلسلها لفصول وفقرات الجزء الأول . كما أن أسس اختيار المادة العلمية وطريقة معالجتها بقيت هي نفسها من حيث أن كل فقرة رئيسية تمهد لتاليتها ، وتبدأ بمعالجة المادة العلمية الأسهل قبل المادة الأصعب فالأصعب . وقد أتبع كل فقرة رئيسية بمجموعة من أسئلة المراجعة والتمارين النموذجية المحولة ونصف المحولة ، مما يتيح الفرصة للطلاب ، خاصة ، أن يختبر ذاته عن مدى استيعابه للمادة العلمية وتعرفه على إمكانيات تطبيقاتها العملية .

وتمشيا مع الإخراج الطباعي الحديث للكتاب العلمي فقد استخدمت لطباعة الكتاب حروف بحجمين مختلفين . وقد استخدم الحرف الأصغر لطباعة الفقرات المتضمنة أسئلة المراجعة والتمارين وعناوين الأشكال والجداول ، إضافة لنصوص مقاطع معينة من الفقرات تستهدف لفت الانتباه إلى موضوعات علمية أو تطبيقية تعمق أو تكمل المادة العلمية المدروسة . وقد فهرست المصادر العلمية ورقمت متسلسلة بأرقام عربية في آخر الكتاب ، وأشار إليها في النص بأرقامها ضمن قوسين متوسطين ، مثلاً [90] . وتسهيلاً للاستخدام فقد رقمت العلاقات والمعادلات التابعة

لكل فقرة رئيسة بأرقام عربية متسلسلة وأشير إليها في النص بأرقامها ضمن قوسين صغيرين . فمثلا (16.4) تعني العلاقة ٤ من الفقرة ١٦ . بالمقابل فقد رقت الأشكال والجداول لكل فقرة رئيسة بأرقام هندية ، مثلا الشكل (١٠١٧) والجدول (٤٠١٨) .

يعالج هذا الكتاب بمضمونه الرئيسي **تحريك السوائل اللزجة غير القابلة للانضغاط فقط** ، وبالتالي لا يتطرق الى ديناميك الغازات وتحريك السوائل القابلة للانضغاط . ونظراً لان دراسة الجريانات الحقيقية تستلزم بالضرورة الربط الوثيق بين النظرية والتجربة فقد كرس الفصل السادس لنظرية وقوانين التشابه والنمذجة ، التي تشكل الركن الاساسي لميكانيك السوائل التجريبي . ويبدأ الفصل السابع بمقارنة بين الخصائص المميزة للجريانات الحقيقية والمثالية تمهيدا لدراسة الجريانات وحيدة البعد ، الصفائحية والمضطربة ، اللساء والخشنة هيدروليكية وصولا الى القوانين والمخططات اللازمة لاجراء الدراسة الهيدروليكية لخطوط وشبكات الانابيب والاقنية ذات المقاطع الدائرية وغير الدائرية . ويختتم هذا الفصل باشتقاق معادلات نافير - ستوكس الحركية وإبراز صفاتها العامة وامكانيات حلها كأساس لدراسة الجريانات الحقيقية المستوية والفراغية . ويركز الفصل الثامن بالدرجة الأولى على دراسة الجريانات الزاحفة ذات أعداد رينولدز الصغيرة والصغيرة جدا ، التي تبرز أهميتها العملية الكبيرة خاصة بالنسبة للنظرية الهيدروديناميكية لتزيت المحامل الانزلاقية المستوية والقطرية . أما الفصل التاسع والاخير فقد أفرد لدراسة الجريانات الحقيقية ذات أعداد رينولدز الكبيرة ليكون مدخلا الى نظرية الطبقة الحدية التي تشكل العمود الفقري لميكانيك السوائل الحديث . ونظراً لتشعب هذه النظرية ، من جهة ، ولضيق المجال ، من جهة أخرى ، فقد الرنا التوسع المقبول في إبراز الصفات الفيزيائية والرياضية للطبقة الحدية وأهميتها العلمية ، بينما اختصرنا التفاصيل الرياضية المعقدة لطرق حساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة ، واكتفينا في خاتمة الفصل بتسايط الضوء على ثلاث مسائل رئيسة فقط . من الأبحاث العلمية لنظرية الطبقة الحدية هي : نظرية الاستقرار والانتقال الصفائحي - المضطرب ، طرق التحكم بالطبقة الحدية ، تحديد مقاومة البروفيل تجريبياً ونظرياً .

في كل ما تقدم ارجو ان أكون قد وفقت في تحقيق الغاية المرجوة من هذا الكتاب ليكون مرجعاً علمياً مساعداً للطالب في دراسته ، ومرشداً للمهندس الممارس في إيجاد مفاتيح الحل للمسائل العلمية التي يواجهها في ميدان عمله . ويطلب لي ان أشكر كل من ساعدني في تحقيق هذه الغاية .

انطانيوس عقل

دمشق في كانون الثاني ١٩٨٣ .

فهرس المحتويات

الجزء الثاني

الفصل السادس

نظرية التشابه والتحليل البعدي في ميكانيك السوائل التجريبي

الصفحة

١	الطرق العلمية - التكنيكية لميكانيك السوائل التجريبي	١٦
٤	نظرية وأماط التشابه بين حقول الجريان	١٠١٦
٥	التشابه الهندسي وتحديد مواصفات النموذج	١٠١٦
٦	التشابه الحركي	٢٠١٦
٧	التشابه التحريكي	٣٠١٦
٩	طرق اشتقاق قوانين التشابه	٢٠١٦
٩	طريقة التحليل التجريبي	١٠٣٠١٦
١٥	طريقة التحليل البعدي	٢٠٢٠١٦
١٦	طريقة ديليه	١٠٢٠٢٠١٦
١٨	طريقة π لباكنجهام	٢٠٢٠٢٠١٦
٢٢	اسئلة مراجعة وتمارين	٣٠١٦

الفصل السابع

تحريك السوائل الحقيقية غير القابلة للانضغاط

مقدمة ضرورية حول بعض المميزات الاساسية للجريانات

الحقيقية بالمقارنة مع الجريانات المثالية

٢٨

٣٦	الجريانات الحقيقية وحيدة البعد	٠.١٨
٣٦	معادلة بنولي المطورة (المعممة)	١.٠١٨
	الجريان الصفائحي الصرف في الأنابيب الاسطوانية	٢.٠١٨
٤٢	الدائرية المستقيمة	
٤٣	قانون هاجن - بوازيل لحساب التيار الحجمي	١.٢.١٨
	حساب السرعة الوسطية للتيار الحجمي ، ومعامل الفقد	٢.٢.١٨
٥١	ونوزع السرعة اللابعدي	
٥٣	بجال استخدام قانون هاجن - بوازيل	٣.٢.١٨
٥٤	تكوين الجريان الصفائحي وتحديد مسافة البدء	٤.٢.١٨
٦٠	أسئلة مراجعة وتمارين	٥.٢.١٨
٦٦	الانتقال الصفائحي - المضطرب للجريان في الأنابيب	٣.١٨
	العوامل المؤثرة على عدم استقرار الجريان الصفائحي وطرق	١.٣.١٨
٦٦	تحديد Re_{cr}	
٧٨	تحديد مسافة الدخول المضطربة وتأثيرها على Re_{cr}	٢.٣.١٨
٨٠	الجريان المضطرب الصرف (المتكوّن تماماً)	٤.٠١٨
٨١	بعض الصفات المميزة للجريان المضطرب	١.٤.٠١٨
	الحركية الوسطية شبه المستقرة والحركة الاقصارية غير	١.٤.٠١٨
٨١	المستقرة (المتذبذبة)	
٨٨	اللزوجة الاقصارية واللزوجة الظاهرية	٢.١.٤.٠١٨
٩١	قياس الاضطراب وبعض نتائج القياس	٣.١.٤.٠١٨
٩٧	المنطلقات النظرية لحساب الجريان المضطرب	٢.٤.٠١٨
٩٨	نظرية طول المزج لبراندل	١.٢.٤.٠١٨

١٠٣	فرضية التشابه لفون كومان	٢٠٢ ٤٠١٨
١٠٥	علاقات نظرية أخرى	٣٠٢ ٤٠١٨
	حساب توزع السرعة للجريان المضطرب على طول جدار	٣٠٤ ٤٠١٨
١٠٨	مستوى أملس	
	الجريان المضطرب الصرف في الانابيب الاسطوانية	٤٠٤ ٤٠١٨
١١١	الدائرية المساء	
١١٢	قانون توزع السرعة العام	١٠٤ ٤٠١٨
	قانون المقاومة العام من أجل اعداد رينولدز	٢٠٤ ٤٠١٨
١٢٥	الكبيرة جداً	
١٣٣	النتائج التجريبية لحساب معامل الاحتكاك وتوزع السرعة	٣٠٤ ٤٠١٨
	الجريان المضطرب الصرف في الانابيب المستقيمة الاسطوانية	٥٠٤ ٤٠١٨
١٣٥	الدائرية الحشنة	
	تأثير الحشونة على الجريان ، مفهوم الحشونة المطلقة	١٠٥ ٤٠١٨
١٣٦	والنسبية والرملية المكافئة	
١٤٥	قانون توزع السرعة في الانابيب الحشنة	٢٠٥ ٤٠١٨
١٥٠	قانون المقاومة للجريان الحشن هيدروليكيًا تمامًا	٣٠٥ ٤٠١٨
١٥٢	قانون المقاومة للجريان الاملس - الحشن هيدروليكيًا	٤٠٥ ٤٠١٨
	تحديد الحشونة الرملية المكافئة ، والحشونة المسموح بها ،	٥٠٥ ٤٠١٨
١٥٨	والحشونة الخرجة	
١٦٨	مخطط المقاومة العام لتحديد معامل الفقد	٦٠٥ ٤٠١٨
١٧٧	أسئلة مراجعة وتمارين	٦٠٤ ٤٠١٨
	الجريانات المضطرب في الانابيب المستقيمة ذات المقاطع	٧٠٤ ٤٠١٨
١٩١	غير الدائرية	

١٩١	نشوء وتأثير الجريانات الثانوية	١٠٧.٤.١٨
١٩٥	تعريف القطر الهيدروليكي وحساب معامل المقاومة	٢.٧.٤.١٨
٢٠١	الفواقد الافراذية في خطوط الانابيب والأقنية	٥.١٨
٢٠١	تصنيف المقاومات الافراذية المستخدمة	١٠.٥.١٨
٢٠٢	المنطوقات الاساسية لحساب الفواقد الافراذية	٢.٥.١٨
٢٠٤	الفقد عند مدخل الانبوب	١.٢.٥.١٨
٢٠٩	الفقد في الأسكواع والوصلات الركبية	٢.٢.٥.١٨
٢٣١	الفقد في وصلات الانابيب لتوسيع وتضيق التيار	٣.٢.٥.١٨
٢٣٦	الفقد بسبب تغير فجائي للمقطع (الفقد الصدمي)	٤.٢.٥.١٨
٢٤٠	الفقد بسبب تغير مستمر للمقطع (الناضرات والنقصات)	٥.٢.٥.١٨
٢٥٠	الفقد في الصمامات وأجهزة التحكم بالتيار الحجمي	٦.٢.٥.١٨
	مسائل عملية لحساب الجريان المستقر في خطوط وشبكات	٦.١٨
٢٥٣	الانابيب	
٢٥٣	المسائل البسيطة الثلاث لحساب خطوط الانابيب	١.٦.١٨
٢٥٥	تحديد استطاعة المضخة اللازمة لحط أنابيب معين	٢.٦.١٨
٢٦١	ربط الانابيب على التسلسل والتفرع	٣.٦.١٨
٢٦٦	الجريان في شبكات الانابيب	٤.٦.١٨
	تحديد القطر الاقتصادي للانابيب والسرعة الاقتصادية	٥.٦.١٨
٢٧٠	الجريان	
	منطوقات لحساب الجريان غير المستقر في الانابيب	٦.٦.١٨
٢٧٥	والدوائر المغلقة	
٢٨٢	أسئلة مراجعة وتمارين	٧.٦.١٨

٣٠٠	الجريانات الحقيقية ثنائية وثلاثية البعد	١٩
٣٠٠	ملاحظات ومنطقات عامة	١٠٩
٣٠٣	اشتقاق قانون ستوكس العام للاحتكاك في السوائل	٢٠٩
٣٠٣	اشتقاق معادلات نافير - ستوكس الحركية العامة	٣٠٩
٣١١	للجريانات غير القابلة للانضغاط	
٣١١	أ (جملة احداثيات ديكارتية	
٣١٥	ب (جملة احداثيات اسطوانية	
٣١٧	ج (معادلات نافير - ستوكس كمعادلة انتقال اعصاري	
٣١٨	الصفات العامة لمعادلات نافير - ستوكس وامكانيات حلها	٤٠٩
٣٢١	أسئلة مراجعة وممارين	٥٠٩

الفصل الثامن

الجريانات الحقيقية غير القابلة للانضغاط ذات اعداد رينولدز الصغيرة والصغيرة جداً

٣٢٤	الجريان الانسيابي كحل دقيق لمعادلات نافير - ستوكس	٥٢٠
٣٢٤	اشتقاق المعادلات الحركية	١٠٢٠
٣٢٥	الجريان الانسيابي بين صفيحتين مستويتين متوازيتين	٢٠٢٠
٣٢٥	جويات هاجن - بوازيل في الانابيب المستقيمة	٣٠٢٠
٣٢٨	الدائرية المقطع	
٣٢٨	الجريان بين اسطوانتين مركزيتين تدوران بسرعتين	٤٠٢٠
٣٣٠	زاويتين مختلفتين	

الانتشار الاضاعي في سائل لزج وتخميد السرعة المحيطية	٥٠٢
لاعصار اوزين مع الزمن	٣٣٢
أستلة مراجعة وثائق	٦٠٢
الجريانات الزاحفة كحلول تقريبية لمعادلات نافير - ستوكس	٣٤٤
اشتقاق المعادلات الحركية للجريانات الزاحفة	٣٤٥
الجريان الانسيابي الزاحف حول كرة	٣٤٨
قانون ستوكس للمقاومة	٣٤٩
قانون اوزين للمقاومة	٣٥١
جريانات هل - شو	٣٥٤
الجريان في المحامل الانزلاقية ، النظرية الميكانيكية	٤٠٢
التزييت	٣٥٧
الجريان في المحامل الانزلاقية ذات السطوح المستوية	٣٥٨
حساب توزيع السرعة والضغط	٣٥٨
حساب قوة التحميل وقوة الجبر	٣٦٦
الجريان في المحامل الانزلاقية القطرية	٣٧٢
الجريان في حالة انعدام قوة التحميل ، قانون بروف	٣٧٣
الجريان مع قوة تحميل ، حساب توزيع الضغط	٣٧٥
حساب عزم الاحتكاك ، قوة التحميل ومعامل الاحتكاك	٣٨١
قانون سومر فيلد التشابهي	٣٨٧
أستلة مراجعة وثائق	٣٩٢

الفصل التاسع

الجويانات الحقيقية غير القابلة للانضغاط ذات اعداد دينولدز الكبيرة
- مدخل الى نظرية الطبقة الحدية -

الصفحة

الصفات المميزة الفيزيائية والرياضية للطبقة الحدية	٤٠٣	٢٢
مفهوم الطبقة الحدية وصفاتها الرئيسية	٤٠٣	١٠٢٢
القيم المميزة للطبقة الحدية	٤٠٨	٢٠٢٢
تقدير سماكة الطبقة الحدية	٤٠٨	١٠٢٠٢٢
سماكة الانزياح للطبقة الحدية وأهميتها	٤١١	٢٠٢٠٢٢
سماكة خسارة تيار الدفع للطبقة الحدية	٤١٢	٣٠٢٠٢٢
سماكة خسارة القدرة للطبقة الحدية	٤١٤	٤٠٢٠٢٢
المعادلات الحرارية التفاضلية للجريان في الطبقة الحدية	٤١٦	٣٠٢٢
اشتقاق معادلات براندل للطبقة الحدية المستوية	٤١٦	١٠٣٠٢٢
بعض الاستنتاجات الهامة من معادلات الطبقة الحدية حول خصائصها الفيزيائية	٤٢٤	٢٠٣٠٢٢
منطلقات الحلول الدقيقة والتقريبية لمعادلات الطبقة الحدية	٤٣٠	٤٠٢٢
امكانيات اجراء تكامل مغلق لمعادلات الطبقة الحدية	٤٣٠	١٠٤٠٢٢
المعادلات التكاملية لنظرية الطبقة الحدية	٤٣٤	٢٠٤٠٢٢
اشتقاق قانون الدفع لنظرية الطبقة الحدية	٤٣٤	١٠٢٠٤٠٢٢
اشتقاق قانون القدرة لنظرية الطبقة الحدية	٤٣٨	٢٠٢٠٤٠٢٢
طرق حساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة	٤٤١	٢٣
حساب الطبقة الحدية الصفائحية المتكونة تماماً	٤٤٢	١٠٢٣

الحساب الدقيق للطبقة الحدية بدون تدرج ضغط ، الجريان	١٠١.٢٣
على طول صفيحة مستوية (طريقة بلازيوس) ٤٤٢	
أ (حساب توزيع السرعة ٤٤٢	
ب (حساب مقاومة احتكاك الصفيحة ٤٥٠	
ج (حساب سماكة الطبقة الحدية والقيم المميزة لها ٤٥٢	
الحساب التقريبي للطبقة الحدية الصفيحية على طول صفيحة	٢٠١.٢٣
مستوية (طريقة بولهاوزن) ٤٥٤	
حساب الطبقة الحدية المضطربة ٤٦٠	٢.٢٣
أهم الخصائص المميزة للطبقة الحدية المضطربة ٤٦٠	١٠.٢.٢٣
حساب الطبقة الحدية المضطربة على طول صفيحة مستوية ٤٦٥	٢.٢.٢٣
الصفيحة المستوية المساء هيدروليكيًا ٤٦٦	١٠.٢.٢.٢٣
أ (حساب توزيع السرعة والقيم المميزة للطبقة الحدية ٤٦٦	
ب (استخراج قانون المقاومة ٤٦٩	
الصفيحة المستوية الحشنة هيدروليكيًا ٤٧٤	٢.٢.٢.٢٣
أ (تأثير الحشونة ٤٧٤	
ب (المخطط العام للمقاومة الموضعية والاجمالية ٤٧٥	
حساب عزم الدوران لقرص دائري يدور بسرعة زاوية ثابتة ٤٧٨	٣.٢.٢.٢٣
أ (القرص الحر الدوار في سائل لانهازي الامتداد ٤٧٩	
ب (القرص الدوار داخل الحجرة ٤٨٤	
الطرق التقريبية لحساب الطبقة الحدية الصفيحية والمضطربة	٣.٢٣
مع وجود تدرج ضغط (طريقة ترز كنبروت - شوليس) ٤٨٩	
بعض مسائل البحث الرئيسة لنظرية الطبقة الحدية ٥٠٣	٠.٢٤

١٠٢٤	الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية	٥٠٤
١٠١٠٢٤	نظرية استقرار الطبقة الحدية الصفائحية بدون تدرج ضغط (طريقة تولمين)	٥٠٥
٢٠١٠٢٤	تأثير تدرج الضغط على الانتقال الصفائحي - المضطرب	٥١٦
٢٠٢٤	التحكم بالطبقة الحدية وطرقه العملية	٥٢٠
١٠٢٠٢٤	طريقة تحريك الجدار	٥٢٢
٢٠٢٠٢٤	طريقة تسريع الطبقة الحدية	٥٢٣
٣٠٢٠٢٤	طريقة امتصاص الطبقة الحدية	٥٢٦
٤٠٢٠٢٤	تأخير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب باستخدام اشكال اجسام مناسبة (البروفيلات الصفائحية)	٥٣٣
٥٠٢٠٢٤	تأثير الدوران على الطبقة الحدية	٥٣٥
٣٠٢٤	تحديد مقاومة البروفيل	٥٤٠
١٠٣٠٢٤	تحديد مقاومة البروفيل تجريبياً	٥٤١
٢٠٣٠٢٤	حساب مقاومة البروفيل نظرياً	٥٤٣
٤٠٢٤	أسئلة مراجعة وتمارين (للفقرات ٢٢ حتى ٢٤)	٥٤٧



فهرس المحتويات

الجزء الاول

مقدمة

الصفحة		
١	أحة تاريخية عن تطور ميكانيك السوائل	١.١
٨	ميكانيك السوائل التكنيكي ، تطبيقاته وطرق بحثه ودراسته	٢.١
١٤	تبويب ميكانيك السوائل وفروعه	٣.١
١٨	مدخل الى علم القيم والجمل القياسية	٤.١
١٩	القيم الفيزيائية والمعدية ووحدات القياس ومعادلاتها	١.٤.١
٢٧	العلاقة بين القيمة المعدية وواحدة القياس ، معادلة المقاس	٢.٤.١
٢٣	جملة الواحدات العالمية والتكنيكية	٣.٤.١
٢٦	امثلة مراجعة وتمارين	٥.١

الفصل الاول

الصفات الفيزيائية - الميكانيكية للسوائل

	تصنيف السوائل	
٢٧	اللزوجة	١.٢
٤٠	حالة الاجهاد الهيدروستاتيكية	٢.٢
٤٧	تصنيف القوى المؤثرة في السائل	١.٣.٢
٤٩	مفهوم الضغط في نقطة من السائل	٢.٣.٢
٥٣	مفهوم ضغط البخار	٤.٢
٥٧	الكثافة والحجم النوعي والوزن النوعي	٥.٢
٥٩	قابلية الانضغاط ومعامل المرونة	٦.٢
٦٠	التوتر السطحي والخاصية الشعرية	٧.٢
٦٣	معادلات تغير الحالة للغازات الكاملة	٨.٢
٧٢	قانون تغير الحالة الايزوثيرمي	١.٨.٢
٧٥	قانون تغير الحالة الايزوباري	٢.٨.٢
٧٦	قانون تغير الحالة الاديباتي	٣.٨.٢
٧٦	قانون تغير الحالة الجوليثيرودي	٤.٨.٢
٧٧	امثلة مراجعة وتمارين	٩.٢
٧٨		

الفصل الثنائي

توازن السوائل غير القابلة والغازات ثلاثية

(هيدروستاتيك وإبروستاتيك)

الصفحة

٨٣	توازن السوائل الثابتة الحجم (المتجانسة)	٣
٨٤	التوازن في حقل الجاذبية الأرضية	١,٢
٨٤	توزيع الضغط في سائل متجانس - المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية	١,١,٢
٨٧	توزيع الضغط في سائل غير متجانس - شروط التوازن المستقر	٢,١,٣
٩٠	تطبيقات للمعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية	٢,١,٣
٩٠	الادوية المستطرفة	١,٣,١,٢
٩١	مبدأ قياس الضغط - المانومتر والبارومتر	٢,٣,١,٣
١٠٣	حساب قوى الضغط على جدران الادوية المستوية	٢,٢,١,٣
١٠٧	حساب قوى الضغط على جدران الادوية المنحنية	٢,٣,١,٣
١١٤	قوة الدفع الهيدروستاتيكية (دافعة أرخميدس)	٥,٢,١,٢
١١٧	شروط التوازن المستقر للأجسام الطافية	٦,٣,١,٢
١٢٤	توزيع الضغط في سائل موهل الوزن - قانون بيسكال	٢,٢
١٢٦	المكبس الهيدروليكي	١,٢,٣
١٢٨	صمام التحكم الهيدروليكي	٢,٢,٣
١٢٨	توزيع الضغط في سائل تحت تأثير حقل قوى عام - المعادلة	٢,٢
١٣٠	الهيدروستاتيكية العامة	
١٣٧	توازن سائل ثقيل في حقل القوة الثابتة	١,٢,٣
١٤٥	توازن سائل ثقيل في الماء يؤثر عليه سماد خفي منتظم	٢,٢,٢
١٤٨	استئلة مراجعة وتمارين	١,٣
١٥٥	توازن السوائل المتغيرة الحجم (غير المتجانسة)	٤
١٥٥	شروط التوازن والاستقرار الستاتيكي	١,٤
١٦٠	توازن الهواء الجوي (إبروستاتيك)	٢,٤
١٦٠	توازن الهواء الجوي تحت شروط إيزوترمية	١,٢,٤
١٦٢	توازن الهواء الجوي تحت شروط أدبالية	٢,٢,٤
١٦٤	توازن الهواء الجوي النظمي	٣,٢,٤
١٦٨	استئلة مراجعة وتمارين	٣,٤

الفصل الرابع

تحريك السوائل المشائية غير القابلة للانضغاط (هيدروديناميك)

الصفحة

٢٥١	قوانين التحريك الأساسية للجريانات وحيدة البعد (نظرية هيلف)	٨
٢٥٢	المختار	
٢٥٢	معادلة أويلر الحركية وحيدة البعد	١,٨
٢٥٢	معادلة أويلر الحركية في اتجاه الجريان	١,١,٨
٢٥٥	معادلة أويلر الحركية ناظرية على اتجاه الجريان	٢,١,٨
٢٥٧	معادلة برنولي	٢,٨
٢٥٧	معادلة برنولي كتكامل لمعادلة أويلر الحركية	١,٢,٨
٢٦٤	معادلة برنولي العامة وحيدة البعد	٢,٢,٨
٢٦٥	معادلة برنولي للجريانات غير المستقرة	٢,٢,٨
٢٦٦	معادلة برنولي للحركة النسبية	٤,٢,٨
٢٧٠	تطبيقات على معادلة برنولي	٣,٨
٢٧١	أنبوبة هنتوي	١,٢,٨
٢٧٤	الفرغ خزان من فتحة جانبية صغيرة تحت تأثير الثقالة	٢,٢,٨
٢٧٩	الفرغ خزان من فتحة جانبية صغيرة تحت تأثير ضغط زائد	٢,٢,٨
٢٨٢	تولد ضغط السحب في الجريان وحيداً المضطرب النافورة	٤,٢,٨
٢٨٦	السطوح القاسية وتشكل الإعايير	٥,٢,٨
٢٩٠	قياس الضغط والسرعة والتيار الحجمي	٦,٢,٨
٢٩٠	الضغط المتناهي ، والتضريكي والكل ومعامل الضغط	١,٦,٢,٨
٢٩٥	أجهزة قياس الضغط	٢,٦,٢,٨
٣٠٢	أجهزة قياس لزوجة التدفق (التيار الحجمي)	٢,٦,٢,٨
٣٠٦	الفرغ خزان مع مراعاة تغير ارتفاع السطح المتناهي للمائع	٧,٢,٨
٣١٢	الجريان في مقلب حلزوني	٨,٢,٨
٣١٦	أسئلة مراجعة وتمارين	٤,٨
٣٢٢	قانون الدفع الخطي وقانون الدفع الدوراني	٥,٨
٣٢٥	اشتقاق قانون الدفع الخطي وقانون الدفع الدوراني لجريان مستقر	١,٥,٨
٣٢٢	تطبيقات على قانون الدفع الخطي والدوراني	٢,٥,٨
٣٢٣	حساب قوة الضغط المؤثرة على جدار كوع	١,٢,٥,٨
٣٢٦	حساب قوة رد فعل النافورة ومعامل التصاق للفتحة بوردا	٢,٢,٥,٨
٣٢٨	قوة ضغط نافورة حرة على جدار ثابت ومنحرف	٢,٢,٥,٨
٣٤٢	حساب فقد الصدم نتيجة تغير مفاجئ للمقطع	٤,٢,٥,٨
٣٤٥	تحديد المقاومة الإجمالية لجسم	٥,٢,٥,٨

٢٥٣	حساب قوة الرفع الهيدروديناميكية - قانون كولا - بوكوفسكي	٦,٢,٥,٨
٢٦٥	معادلة أويلر العنفيه	٧,٢,٥,٨
٢٦٨	النظرية النافودية لحساب المراوح والرفاصات اللولبية	٨,٢,٥,٨
٢٨٠	حساب السرعة النهائية لمراوح - قانون زبولكوفسكي	٩,٢,٥,٨
٢٨٢	تطبيق قانون الدفع الخطي على جريان شبه مستقر	١٠,٢,٥,٨
٢٨٦	اسئلة مراجعة وتبايرين	٦,٨
٢٩٢	المعادلات الاساسية للجريانات المائية ثنائية وثلاثية البعد	١
٢٩٢	معادلات أويلر الحركية العامة	١,٩
٢٩٦	الحلول الممكنة لمعادلات أويلر الحركية	٢,٩
٢٩٦	الشروط الحدية وشروط البدء	١,٢,٩
٢٩٨	صيغة عملية لمعادلات أويلر الحركية	٢,٢,٩
٤٠٠	تكامل معادلات أويلر في حالة الجريانات الدورانية	٢,٢,٩
٤٠٣	تكامل معادلات أويلر في حالة الجريانات اللادورانية	٤,٢,٩
٤٠٣	كل جريان مثالي هو حل لمعادلات أويلر الحركية	١,٤,٢,٩
٤٠٥	معادلة برنولي العامة للجريانات الكونية	٢,٤,٢,٩
٤٠٨	المضمون الفيزيائي لمكون السرعة Φ ، مفهوم الكتلة الهيدروديناميكية	٣,٩
٤١٠	الجريانات الكونية ثنائية البعد (المستوية)	١,١٠
٤١١	تابع الكون Φ ، معادلة لابلاس وامكانيات حلها	١,١٠
٤١٢	تابع التيار Ψ ، مضمونه الفيزيائي وعلاقته مع Φ	٢,١٠
٤١٨	امثلة عن الجريانات الكونية المستوية البسيطة	٣,١٠
٤١٩	الجريان الانسحابي المنتظم	١,٢,١٠
٤٢١	النسج والبالوعة في المستوي	٢,٣,١٠
٤٢٤	الاعصار المستوي	٣,٣,١٠
٤٣١	نسج وبالوعة بشدة واحدة ، الثنائية المستوية	٤,٣,١٠
٤٣٩	النسج الاعصاري	٥,٣,١٠
٤٤٢	نوزع سطحي من البنابيع والبالوعات	٦,٣,١٠
٤٤٥	نوزع سطحي اعصاري	٧,٣,١٠
٤٤٩	اسئلة مراجعة وتبايرين	٤,١٠
٤٥٤	الجريانات الكونية المتناظرة دورانيا	١,١١
٤٥٥	المعادلات التفاضلية الاساسية للجريانات الكونية المتناظرة دورانيا	١,١١
٤٥٩	امثلة عن الجريانات الكونية البسيطة المتناظرة دورانيا	٢,١١
٤٥٩	الجريان الانسحابي المنتظم المتناظر دورانيا	١,٢,١١
٤٦٠	النسج النقطة والبالوعة النقطية	٢,٢,١١
٤٦٢	الثنائية النقطية	٣,٢,١١
٤٦٤	نوزع خطي من البنابيع والبالوعات النقطية	٤,٢,١١
٤٦٧	اسئلة مراجعة وتبايرين	٣,١١

الفصل الخامس

مسائل الجريان الأساسية وطرق حلها

الصفحة

٤٧٢	طريقة النقاط الشاذة	١٢
٤٧٢	اسس الطريقة	١.١٢
٤٧٢	القوى المؤثرة على النقاط الشاذة في جريان انسيابي	١.١.١٢
	التحديد البياني لصورة الجريان الاجسامي الناتج من جسم	٢.١.١٢
٤٧٨	جزيئات كمونية	
٤٨٠	دراسة الجريان حول اجسام مستوية	٢.١٢
٤٨٠	الجريان حول جسم نصفى	١.٢.١٢
٤٨٦	الجريان حول اجسام دائكبي المستوية	٢.٢.١٢
	الجريان اللاجولاني حول اسطوانة دائرية وحساب كتلتها	٣.٢.١٢
٤٨٨	الهيدروديناميكية	
٤٩٤	الجريان الجولاني حول اسطوانة دائرية وحساب تأثير هاجنوس	٤.٢.١٢
٥٠٠	الجريان حول بروفييل متناظر (عديم الانحناء) ولول السكاكة	٥.٢.١٢
	الجريان حول بروفييل جناح حامل قليل الانحناء وعديم السكاكة	٦.٢.١٢
٥٠٨	طريقة بولباوم	
٥٢٤	الجريان بزواية ورود حول بروفييل جناح حامل قليل السكاكة والانحناء	٧.٢.١٢
٥٢١	الجريان حول بروفييل جناح حامل كبير السكاكة والانحناء	٨.٢.١٢
٥٢٢	الجريان عبر شبك بروفييلات مستقيم	٩.٢.١٢
٥٢٦	دراسة الجريان حول اجسام متناظرة دورانيا	٢.١٢
٥٢٦	الجريان حول جسم نصفى متناظر دورانيا	١.٢.١٢
٥٥٠	الجريان حول اجسام دائكبي المفردة	٢.٢.١٢
٥٥٢	الجريان حول كرة وحساب كتلتها الهيدروديناميكية	٣.٢.١٢
٥٥٧	امثلة مراجعة ونارين	٤.١٢
٥٦٤	طريقة التوابيع المركبة لحساب الجزيئات الكمونية المستوية	١٢
٥٦٤	الاعداد المركبة وتمثيلها	١.١٢
٥٦٧	تابع الكون المركب والسرعة المركبة	٢.١٢
٥٦٩	امثلة من توابيع الكون المركبة البسيطة	٣.١٢
٥٧٠	الجريان الانسيابي المنتظم	١.٢.١٢
٥٧١	النسج والبالوعة والاصهار الكونوي	٢.٢.١٢
٥٧٢	الثنائية المستوية والجريان حول اسطوانة	٣.٢.١٢

٥٧٤	الجريان ضمن الفراغ الراوي لجدارين مستويين	٤.٣.١٢
٥٧٦	قانونا بلازبوس ب تشابليجين لحساب محصلة قوى الضغط ومزمها	٤.١٣
٥٧٩	التشيل المطابق	٥.١٣
٥٧٩	المفاهيم والمبادئ الاساسية لطريقة التشيل المطابق	١.٥.١٣
٥٨٥	امثلة من مواضيع التشيل المطابق	٢.٥.١٣
٥٨٥	تابع تمثيل بوكوفسكي	١.٢.٥.١٣
٥٩٧	تابع تمثيل كوينغ	٢.٢.٥.١٣
٥٩٩	طريقة الهودوغراف	٧.٢.٥.١٣
٦٠٦	اسئلة مراجعة وتمارين	٦.١٣
٦١١	الطريقة البيانية (الهندسية) لحساب الجريانات المستوية	١.٤
٦١٧	الطرق التفاضلية	١.٥
٦١٧	الاسس الفيزيائية والرياضية	١.١.٥
٦٢١	التعامل مع الحقل الكهروديناميكي والكهرطيسي	٢.١.٥
٦٢٦	التعامل مع انشاء الصابوني	٣.١.٥
٦٣١	التعامل مع الجريان الزاحف او الرشحي	٤.١.٥
٦٣٣	التعامل مع الحقل الحراري	٥.١.٥
٦٣٣	اسئلة مراجعة وتمارين	٦.١.٥
٦٣٦	قهرس اهم الرموز والادلة المستخدمة	
٦٥٢	قهرس المصادر	
٦٦٦	معجم المصطلحات العلمية	

* * *

جدول الخطأ والصواب

الصواب	الخطأ	السطر	المصفحة
التمهجة	التمهجة	١	٤
وثانياً	وثانياً	١	٥
المبدأ	المبدأ	١٣	٥
{ ٣.١.١٦ }	{ ٣.١.١٦ }	٢٠	٩
الذهليل	الحليل	٢٠	١٥
رأ	رأ	١٧	١٦
القوة	الفسوة	٦	١٧
كبير	بير	١	٢٣
الوسطية	الوسطية	١٨	٢٤
L"	L"	٢	٢٥
ويمكن	ويمكن	١٢	٢٥
المتشابهة	المتشابهة	٢٠	٢٥
بعضها	عضها	٢٢	٢٥
يبلغ	يبلغ	٢	٢٦
تنتج	تنتج	١١	٢٦
law	law	١٦	٤٠
$\frac{l}{d}$	$\frac{l}{d}$	١٧	٤١
ار انتقال	وانتقال	٧	٤٢
{ ٣.١٨ }	{ ٣.١٨ }	١٨	٤٢
جريان	جريان	١٦	٤٥
{ الشكل ٣.١٨ }	{ الشكل ٣.١٨ }	٨	٥٢
{ 28 }	{ 22 }	١٢	٥٣
الحسابية	الحسابية	٢١	٥٣
البدهي	البدهي	١٢	٥٤

الصفحة السطر الخطأ الصواب

[28]	[22]	١٦	٥٤
Nikuradse	Nikuradsi	١٩	٥٤
تحديد	تحديد	٨	٥٦
[19]	[11]	١٢	٥٧
[19]	[11]	١٢	٥٩
لاستقرارية	لاستقرارية	١٢	٧٦
Method	Method	١٨	٧٧
آلات نظرية	آلات نظرية	١٣	٨٠
مؤلفه	مؤلفه	٥	٨٥
$\bar{V}$	V	٥	٨٥
$d \bar{u}/dy$	$d \bar{u}/dy$	١٧	١٠٢
(راجع ١٩)	(راجع ١٩)	١٨	١٠٣
(81,81)	(18,18)	٩	١٠٤
مقياساً	مقياساً	١	١٠٥
{٢٠٤٠١٨}	(٢٠٤٠١٨)	٤	١٠٨
{٢٠١٨}	(٢٠١٨)	١٤	١١١
{٢٠٤٠١٨}	(٢٠٤٠١٨)	١٦	١١١
{١٠٢٠١٨}	(١٠٢٠١٨)	١٨	١١١
(18,102-n)	(8,102-n)	١٨	١١٣
الأكبر من 105	أكبر فقد	٧	١٢٠
المقاس	المقاس	٦	١٢٣
$\bar{V}$	$\bar{V}$	١٠	١٢٤
كبيرة	كبيرة	٩	١٢٥
$f(Re)$	$f(Re)$	٣	١٣١
$\frac{\bar{V}}{V_{rw}} = 0.90 \left(\frac{V_{rw} R}{\nu} \right)^{1/2}$	$\frac{\bar{V}}{V_{rw}} = 0.90 \left(\frac{V_{rw} R}{\nu} \right)^{1/2}$	١	١٣٥
$\frac{k \cdot V_r}{\nu}$	$\frac{k \cdot V_r}{\nu}$	٨	١٤٤
مكافئة	مكافئة	١	١٤٩
تأثير	تأثير	١٥	١٥٦

الصفحة	السطر	الخطا	الصواب
١٦١	الاخير	تضمنان	يتضمنان
١٦١	الاخير	$\lg k_n$	$\lg k_{n/d}$
١٦٣	٤	منحني	منحن
١٦٣	٨	(لذلك تصحيح	و لذلك تصحيح
١٦٤	٧	k_{rn}	k_{r01}
١٦٥	٤	k_{x01}	k_{x01}
١٧٣	٩	مربع	مربع
١٧٧	٤	$(\frac{1}{k})^7$	$(\frac{f}{k})^7$
١٧٧	٨	تأثير	تأثير
١٧٩	٥	الحشوة	الحشوة
١٧٩	١١	بمنها	بمنها
١٧٩	١٥	وطوله	وطوله
١٨٠	١	بالنسبة	بالنسبة
١٨٠	٦	$\frac{d^2p}{dx^2}$	$\frac{dp}{dx}$
١٨٠	٨	$= \lambda \frac{f}{a} \frac{\rho}{2} \tilde{V}$	$= \lambda \frac{1}{d} \frac{f}{2} \tilde{V}^2$
١٨٠	١٦	$\Delta P^* = 0,746 \text{ N} \cdot \text{m/s}$	$\Delta P_v = 0,746 \text{ N} \cdot \text{m/s}$
١٨٠	١٨	الاتحاد	الاتحاد
١٨٠	٢١	التدد	التدد
١٨٠	٢١	الطلة	الطلة
١٨١	١	$(\frac{dV}{dy})$	$(\frac{dV}{dy})^2$
١٨١	٣	T_w	T_w
١٨١	٥	$\frac{v}{v_r}$	$\frac{v}{v_r}$
١٨١	٩	$\tilde{V}$	$\tilde{V}^3$
١٨١	١٥	$= (-\frac{v^3}{\epsilon})^{1/4}$	$= (-\frac{v^3}{\epsilon})^{1/4}$
١٨٢	٣	توسيع	توسيع
١٨٢	٦	f^1_{x0}	f^1_x

الحركية	الحركية	٨	١٨٢
$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda}$	١	١٨٣
فيجب	فيجب	٢	١٨٤
وهو	وهو	٥	١٨٤
m^2/h	$m^2 B$	١١	١٨٤
غالباً	غالباً	١٧	١٨٤
بالجدول	بالجدول	٢	١٨٤
تعاقي	تعاقي	الاخير	١٨٥
غذلط	غذلط	٣	١٨٧
بوضع	وضع	١٢	١٨٨
ودائرية	ودائرية	١٧	١٩٦
يحسب	يحسب	١٦	١٩٨
مقطع	مقطع	٧	١٩٩
المنية	المنية	٦	٢٠٠
صوتية	صوتية	٧	٢٠٠
اعدد	عدد	٩	٢٠٣
const	const	٩	٢٠٣
($h = ٤٧.١٨$)	($h = ٣٧.١٨$)	٦	٢٠٧
تفاضلي بين نقطتين	تفاضلي	١١	٢١١
Idelschik	Idelschik	٣	٢١٦
تأثير	تأثير	٨	٢٢٢
لاوصلات	الوصلات	٣	٢٢٨
لجريان	لجريان	١	٢٢٩
($h = ٦٣.١٨$)	($h = ٦٣.١٨$)	الاخير	٢٢٩
انحراف	انحراف	١	٢٣٠
جزيئات	الجزيئات	٢١	٢٣٣
اضافي	ضافي	١٦	٢٤٧
ازداد	زداد	الاخير	٢٥٠

الصفحة	المصدر	الخطا	الصواب
٢٥١	١١	ما قبل وما	نقطة ما قبل ونقطة ما
٢٥٢	٣	ذو	ذي
٢٥٣	١٢	$k /$	$k . /$
٢٥٤	٦	نكور	نكور
٢٥٤	٧	اساس	اساسها
٢٥٥	الاخير	(18,249)	(18,248)
٢٥٦	٣	(18,248)	(18,249)
٢٥٨	١٣	$p_2 =$	$p_2 =$
٢٦٠	١٧, ١٤, ١١, ١٠, ٧	Δ_{hspr}	Δ_{hspr}
٢٦٠	١٩	جا	به
٢٦٠	الاخير	H_{sgon}	H_{sgon}
٢٦٨	١	داره	دارة
٢٦٨	٤	مسألة	مسألة
٢٦٨	١١	كل شبكة	كل عين شبكة
٢٦٨	١٤	حول الشبكة	حول عين الشبكة
٢٦٨	١٩	ثابت	ثابت
٢٧٢	١٠	الثابت	الثابت
٢٧٣	٢	المنطقات	المنطقات
٢٧٤	٢	وتنوع	وتنوع
٢٧٨	١٠	Δ_{A}	$\frac{\Delta_{\text{A}}}{\Delta_{\text{A}}}$
٢٨٤	٢	جول	أجل
٢٨٤	٣	فقطاً	افقياً
٢٨٥	الاخير	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$
٢٨٦	٨	رفيعة	مقيمة
٢٨٦	١٣	لبوس	البوب
٢٨٦	١٤	لاجمالي	الاجالي
٢٨٦	١٨	بين	بيننا
٢٨٦	٢١	ن	ن

الصفحة	السطر	الخط	الصواب
٢٨٨	٤	(2) وبغذي الخزان	2١. ويتصل بالخزان
٢٨٨	٤	(3) وبغذي	(3) ويتصل
٢٨٨	٥	الخزان	الخزان
٢٨٨	١٥	الحل	الحل
٢٩٠	٢	و الخط (2)	و الخط (2) الخزان ١3
٢٩٠	٢	و الخط (1)	و الخط (3) الخزان ١٤
٢٩٠	٣	الانابيب	الانابيب
٢٩٣	١	اد	اد
٢٩٣	٧	m/s	m/s
٢٩٣	٨	hs	hs
٢٩٤	الاحير	- 87.34 kW	= 87.37 kW
٢٩٦	٧	ك	ك
٣٠٥	الاحير	نباذلات	نباذات
٣٠٦	٤	الرئيسة	الرئيسة
٣٠٧	٦	dilatation	dilatation
٣١٢	١٣,٦	(119,21)	(11٨,27)
٣١٤	٤	$\mathbf{V} = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \text{grad} \frac{V^2}{2}$	$\mathbf{V} = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \text{grad} \frac{V^2}{2}$
٣١٥	٧	الثلاث	الثلاث
٣١٧	١٣	المعادلات	المعادلات
٣١٧	١٥	لا يلاس والكمر Δ	لا يلاس و الكمر Δ
٣١٨	١٣	التفاضلية	التفاضلية
٣٢١	الاحير	جزري	جزري
٣٢٥	١	ساعة	ساعة
٣٢٦	١	توزع	توزع
٣٢٦	٩	كثييت	كثييت
٣٣١	١٨	$V_0 = R_1^2 \omega_1 \cdot r$ مكافئ	$V_0 = R_1^2 \omega_1 \cdot r$ مكافئ
٣٤٥	١٥	على	على

الصفحة	السطر	المحتوى	المصواب
٣٥١	١٧	$= U_{\infty} \frac{\partial w'}{\partial x} +$	$= U_{\infty} \frac{\partial w'}{\partial x} +$
٣٥٢	١	$\rho U_{\infty} \frac{\partial u'}{\partial x}$	$\rho U_{\infty} \frac{\partial u'}{\partial x}$
٣٥٢	٢	$\rho U_{\infty} \frac{\partial v'}{\partial x}$	$\rho U_{\infty} \frac{\partial v'}{\partial x}$
٣٥٨	١٨	العنوان سطح موهو	١٠.١.٤.٢١ م-١٠.١.٤.٢١ م-١٠.١.٤.٢١ م-١٠.١.٤.٢١ م
٣٦٨	١٢	$\tau_0 = \tau_{0,00}$	$\tau_0 = \tau_{0,00}$
٣٨٧	٥	تأثير	تأثير
٣٩٣	١٢	$(Re < 2.10^6)$	$(Re > 2.10^6)$
٣٩٣	١١	بالرسم	بالرسم
٣٩٤	١٩	كثافة وزوجة السائل الحركية	كثافة السائل وزوجته الحركية
٣٩٦	٨	$c_{wp}, c_{wp} =$	$c_{wp}, c_{wp} =$
٣٩٦	١٢	تأثير	تأثير
٤٠٣	الاختيار	الحدوثان	الحدوثان
٤١١	١٤	الجديفة	الجديفة
٤٢٤	٦	المستقر	المستقر
٤٢٤	٨	هندسة	هندسة
٤٢٥	١١	$dp/dx < 0$	$dp/dx > 0$
٤٢٩	١٧	جزئيات	جزئيات
٤٣٠	٤	بطريقة	بطريقة
٤٣٩	١	العلاقة	العلاقة
٤٤٣	٦	المعرفة	المعرفة
٤٤٤	١	مستوية	مستوية
٤٥٥	١	المثالية	المثالية
٤٦٥	الاختيار	بعدم	بعدم
٤٧٣	٨	$= 5.10^5$	$= 5.10^5$
٤٧٨	١٤	$c = \left(1.89 + 1.62 \lg \frac{l}{k} \right)^{-2.75}$	$c = \left(1.89 + 1.62 \lg \frac{l}{k} \right)^{-2.75}$

الصفحة	السطر	الخطا	الصواب
--------	-------	-------	--------

٤٨١	٨	$M_1 = M_2 = \int_0^R \dots = \int_0^R \dots$	$M_1 = M_2 = 2 \int_0^R \dots = 2 \int_0^R \dots$
٤٨٣	٨	$M_1 = \dots$	$M_1 = \dots$
٤٩٥	٧	حيث	حيث
٥٠٥	الآخر	فيما	فيما
٥٠٦	١	مستويا	مستويا
٥١٦	الآخر	يتجلى	يتجلى
٥٣١	١٤	Pfeuniger	Pfeuniger
٥٣٢	١٣	حدأ	حدأ
٥٣٤	١٣	كبير	كبير
٥٣٨	٣	$G_A \max =$	$A \max =$
٥٤١	١٧	الجسم	الجسم
٥٤٣	٢	المبدأ	المبدأ
٥٤٥	١	المثالي	المثالي
٥٥١	١٧	موجب	موجب

* * *



الفصل السادس

نظرية التشابه والتحليل البعدي في ميكانيك السوائل التجريبي

يتبوأ ميكانيك السوائل التجريبي اليوم مكانة لا تقل عن مكانة ميكانيك السوائل النظري ، فلا غنى لأحدهما عن الآخر . فكما أن نتائج الأبحاث النظرية لمسائل الجريان المعقدة تتطلب تأكيداً بالتجربة ، كذلك فإن الوضوح النظري حول مسائل البحث المطروحة يسهل حصر البرنامج التجريبي بما هو ضروري وملح ، ويوجهه في الاتجاه الذي نشوق الحصول منه على أجوبة للاستفسارات النظرية .

لقد تطورت ميكانيك السوائل التجريبي طرقاً علمية وتكنيكية مختلفة . وتعتبر في هذا الاطار نظرية التشابه بين الجريانات وقوانين الشعرجة ، وخاصة بالنسبة لدراسة حقول الجريان الحقيقي ، من الركائز الأساسية للبحث العلمي ، طالما أمكن بمساعدتها التوصل إلى نتائج هامة بدون بذل تفكير عميق وإجراء حسابات معقدة .

١٦ . الطرق العلمية - التكنيكية لميكانيك السوائل التجريبي

يعتمد ميكانيك السوائل التجريبي في أبحاثه على طرق علمية - تكنيكية مختلفة تتميز من حيث النتائج العلمية المتوقعة منها كما ونوعاً وفقاً للقسلسل التالي [14] :

- ١ -

ميكانيك السوائل التكنيكي ج ٢ - ١٢

١ - الطرق التجريبية البحتة والتنقيبية Empirical and heuristical methods

٢ - الطرق المعتمدة على نظرية التشابه بين حقول الجريان .

٣ - الطرق المعتمدة على مبادئ التماثل Analogy بين حقول الجريان وحقول فيزيائية أخرى .

٤ - الطرق التي تستخدم الربط بين تكنيك الحاسبات والنمذجة .

وسنوضح فيما يلي المنطلقات الأساسية لهذه الطرق :

١ - إن الطرق التجريبية البحتة تعتمد على تقويم القيم العددية المقاسة وتقوم إلى نتائج كمية جيدة . تبين أنها لا تسمح باستخلاص العلاقات التابعية بين القيم الفيزيائية المؤثرة على المسائل المطروحة . لقد أمكن بمساعدتها التوصل إلى ما يسمى بمعادلات أو قوانين تجريبية بالاعتماد على التقويم العددي البحت للنتائج التجريبية ومقارنة المنحنيات البيانية مع منحنيات نوابغ رياضية معروفة . كما أمكن الحصول على معادلات أو قوانين استقوائية باستخدام طريقة الاستكمال الداخلي أو الاستقرائي Interpolation and extrapolation أو طريقة المربعات الصغيرة جداً (راجع مثلاً [152]) . ونكتفي هنا بذكر مثالين عن هذه القوانين : الأول قانون بلازيوس التجريبي لحساب معامل الفقد λ في الأنابيب الدائرية الملساء هيدروليكية من أجل أعداد دينولدن $Re \leq 10^3$ ، والثاني قانون حساب معامل المقاومة للجريان حول كرة كاملة من أجل أعداد دينولدن $Re \leq 10^3$. وسنأتي على هذين القانونين في الفصول اللاحقة .

٢ - لقد صاغ هلمهولتز [43] عام 1873 نظرية متكاملة للتشابه بين الجريانات ، وأصبحت اليوم قوانين التشابه في أبحاث ميكانيك السوائل الحديث من الأهمية بمكان بحيث أنه لا يمكن تصور إمكانية الاستغناء عنها . فهي تفعل عند

حل بعض المسائل فعل العصا السحرية [153] ، لهذا سنقتصر في الفقرات اللاحقة من هذا الفصل على تحديد مبادئ وأسس نظرية التشابه وقوانينها بما في ذلك أسس ومنطلقات تكنيك النمذجة .

٣ - بخلاف الطرق المعتمدة على مبادئ التشابه ، التي لا تتطلب سوى احتمال وجود علاقة رياضية تحليلية لوصف الجملة الفيزيائية ، فإن الطرق التي تعتمد على مبدأ التماثل تنطلق من أن أية جملتين غير متشابهتين فيزيائياً ، وبالتالي منتجيتين لحقلين فيزيائيين مختلفين ، هما جملتان متماثلتان إذا كانت معادلة القيم اللابعدية لكل منهما ذات تركيب واحد ، أي إذا خضعتا لمعادلتين تفاضليتين من نفس الطراز . ويتم نقل القيم العددية والعلاقات الناعمة من أحد الجملتين إلى الجملة المماثلة بمساعدة أعداد التماثل الأصلية التي تمثل أرقاماً لابعدية مؤلفة من ثوابت مادة للجمال الفيزيائية المختلفة [١٤] .

يتضمن الجزء الأول من هذا الكتاب ، [154] ص ٦١٧ ، دراسة مكررة لعدد من الطرق النهائية المستخدمة في حل مسائل الجربان العملية المختلفة .

٤ - إن اعتبارات التشابه والتماثل تستدعي في ميكانيك السوائل التجريبي غالباً تصميم نموذج Model ، أي جملة تتصف بخصائص معينة تشابه أو لا تشابه مع الجملة أو النموذج الأصلي Prototype . ويرتكز علم النماذج على تحليل دقيق للجملة الفيزيائية ومعرفة نظرية معمقة لتفاصيلها . وتعتبر الخصائص التشابعية والتماثلية بين الجملتين شرطاً لازماً ولكنه غير كافٍ للربعية العلمية المتوقعة من النمذجة ، خاصة في حل المسائل المتشابكة . في مثل هذه الحالات فإن طرق الحل المبنية على الربط بين تكنيك التماثل والنمذجة من جهة وبين تكنيك الحاسبات الالكترونية من جهة أخرى تكسب أهمية متزايدة باستمرار لأنها برهنت ، كطريقة في البحث ، أنها أنسب وأجدي طريقة علمية تكنيكية .

في تكنيك النعجة ميز بين :

- نماذج فيزيائية أو نماذج متشابهة فيزيائياً ، عندما تتساوى خصائص النموذج الفيزيائية مع خصائص المنشأ الأصلي .

- نماذج غير متشابهة رياضياً أو فيزيائياً ، وتتركز مثل هذه النماذج على معادلات قيم لابعدية ونحقق باستخدام الحاسبات التماثلية .

- نماذج متشابهة جزئياً ، وهي تقع بين النماذج المتشابهة وغير المتشابهة .
وميز في تكنيك الحاسبات بين الطرز الأساسية التالية :

- حاسبات التماثل Analogy computer ، التي تعتمد على المقارنة بين جملتين فيزيائيتين .

الحاسبات التماثلية Analogous computer ، وتعتمد على المقارنة بين جملة رياضية وأخرى فيزيائية .

- الحاسبات الرقمية Digital computer التي تتعامل مع جملة رياضية فقط .

إن الغاية هنا ليست استعراض المستوي التقني الرفيع الذي بلغه علم الحاسبات الالكترونية ، فهذا شأن الكتب الاختصاصية . ولكن لابد من الإشارة أن هذا العلم قد أصبح اليوم من أهم العلوم المساعدة التي يعتمد عليها ميكانيك السوائل في أبحاثه النظرية والتجريبية .

١.١٦ نظرية وانماط التشابه بين هقول الجريان

إن استخدام نظرية التشابه في البحث التجريبي يتطلب معرفة واسعة ومقدرة كبيرة ، لأنه يشترط أولاً أن تكون القيم الفيزيائية الرئيسة المؤثرة

على الظاهرة او العملية المراد دراستها معروفة ، وثالثاً أن يتوفر على الأقل احتمال وجود علاقة تابعة بين هذه القيم ، حتى وإن لم تكن محددة ومعروفة تماماً . فإذا تحقق هذان الشرطان فإن الاستعانة بالقانونيات الرياضية يمكن من دمج عدد من القيم الفيزيائية بصيغة أعداد لا بعدية يطلق عليها قوانين التشابه مما يؤدي لتجسيم الجهد التجريبي و تخفيض تكاليفه الباهظة غالباً .

إن الأفضليات الرئيسة لنظرية التشابه في ميكانيك السوائل التجريبي تتمثل قبل كل شيء بأنها ساعدت ونساعد ، دون بذل جهود فكرية وحسابية كبيرة ، للتوصل لنتائج علمية أساسية دفعت أبحاث ميكانيك السوائل النظرية والتجريبية قدماً الى الامام . فبمساعدهها يمكن إجراء التجارب بسوائل عادية ورخيصة مثل الماء والهواء بدلاً من الزيت والبخار مثلاً . كما يمكن إجراء البحث التجريبي على نموذج واستخدام النتائج التجريبية لتحديد الاستطاعات او القوى المؤثرة على النموذج او المنشأ الأصلي . هذا يعني أن نظرية التشابه لا تشترط أن يكون السائل المستخدم في تجربة النموذج هو نفس السائل المستخدم في المنشأ الأصلي ، كما أنها لا تشترط أن تكون مقاييس النموذج في التجربة اصغر أو أكبر أو مساوية لمقاييس النموذج الأصلي . فالجريان في المقعّم يمكن أن يدرس في نموذج مكبر جداً ؛ والجريان حول بانقرة يمكن ان يدرس حول نموذج مصغر في قناة مائية . أما الجريان حول طائرة فيدرس أحياناً حول النموذج الأصلي نفسه في القناة الهوائية ، او حول نموذج مصغر .

فما يتعلق بأنماط التشابه بين حقول الجريان يميز بين التشابه الهندسي والحركي والتجريبي .

١٠١٦ التشابه الهندسي ومخربر موصفات النموذج

يتحقق التشابه الهندسي التام بين النموذج والمنشأ الأصلي ، عندما يكون

لها نفس الشكل في حين يمكن أن يكون حجمهما مختلفين . هذا يعني أن التجميع (التصغير أو التكبير) في اتجاه الماورد كافة له قيمة واحدة ، والشروط الحدودية واحدة لكل من النموذج والأصل .

تعرف نسبة المقاس Scale ratio كنسبة بين الأطوال المميزة للنموذج (دابل m) وللعاشأ الأصلي (دابل p) :

$$L_{pm} = \frac{L_m}{L_p} \quad (16.1).$$

وعليه فإن المساحات تتناسب مع L_m^2 والحجوم مع L_m^3 .

إن تحقيق التشابه الهندسي التام ليس ممكناً في كل الحالات . فإذا صغرنا ، مثلاً ، خشونة الجدار لنموذج مصغر بمعدل نسبة المقاس للأطوال الرئيسة فيصبح سطح الجريان للنموذج أكثر ملساً من سطح الجريان للعشأ الأصلي . وإذا صغرنا المقاس الشاقولي لنموذج جريان نهر بمعدل نسبة المقاس للقاييس الطولية فيمكن أن يؤدي ذلك لتقليل عمق الماء في النموذج بحيث يتوجب أخذ تأثير الخاصية الشعرية بعين الاعتبار ، إضافة لامكانية أن تصبح طبيعة الجريان في النموذج صفائحية بدلاً من كونها مضطربة في جريان النهر . في مثل هذه الحالات يستخدم مايسمى النموذج المشوه ، الذي تكون نسبة مقاسه في الاتجاه الشاقولي L_{mv} أصغر من نسبة مقاسه في الاتجاه الأفقي L_{mh} . وتعرف النسبة L_{mv}/L_{mh} باسم معامل التشويه .

٢.١.١٦ التشابه الحركي

عندما تكون صورتا الجريان لجلتين متشابهتين هندسياً واحدة ، فيكون

حقلتي الجريان للجهلتين متشابهين حركياً. عندئذ تكون نسبة السرعة في النقاط المتطابقة من حقلتي الجريان ذات قيمة واحدة :

$$V_{rn} = \frac{V_m}{V_p} = \text{const} \quad (16.2)$$

وباعتبار أن الزمن يعطى بدلالة الطول والسرعة بالعلاقة $t = L/V$ فيمكن بالاستناد للعلاقين (16.1) و (16.2) تعريف نسبة الزمن :

$$t_{rn} = \frac{t_m}{t_p} = \frac{L_{rn}}{V_{rn}} \quad (16.3)$$

وننتج بطريقة مشابهة نسبة التسارع :

$$b_{rn} = \frac{b_m}{b_p} = \frac{1}{t_{rn}^2} \quad (16.4)$$

ونسبة التيار الحجمي :

$$Q_{rn} = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_{rn}^3}{t_{rn}} \quad (16.5)$$

٣.١.١٦ التشابه الميكانيكي

تكون جملتان متشابهتان هندسياً وحركياً متشابهتين فزيكياً أو فيزيائياً عندما تكون نسبة القوى الواحدة المؤثرة في النقاط المتطابقة من حقلتي الجريان للجهلتين ذات قيمة واحدة .

إن القوى الرئيسة المؤثرة على جزيء سائل معبر عنها بالقيم المعيزة للجريان وبالنسبة لواحدة الكتلة تنحصر عموماً بالقوى التالية :

١ (قوة العطالة أو القوة الحجمية الحركية : $F_k \sim \frac{V^3}{L}$)

٢ (القوة الحجمية ممثلة بقوة الثقالة : $F_p = F_G \sim g$)

٣ (قوة الضغط : $F_p \sim \frac{p}{\rho L}$)

٤ (قوة الاحتكاك الناتجة عن اجهادات القص : $F_r \sim \frac{\eta V}{\rho L^2}$)

٥ (قوة المرونة : $F_R \sim \frac{K_R}{\rho L}$)

٦ (قوة التوتر السطحي : $F_s \sim \frac{\sigma_0}{\rho L^2}$)

في أغلب مسائل الجريان العملية لا يكون تأثير هذه القوى بنفس الشدة . فأحياناً يكون بعضها معدوماً ، وأحياناً أخرى يعمل بعضها بالمقارنة مع القوى الأخرى . فإذا فرضنا مثلاً أن القوى الأربعة التالية : F_G ، F_k ، F_r ، F_p هي القوى المهيمنة على جماعي جريان منشاهتين حركياً ، عندئذ يتطلب التشابه التحريكي أن تكون نسب القوى التالية محقة :

$$\frac{F_{k_m}}{F_{k_p}} = \frac{F_{G_m}}{F_{G_p}} = \frac{F_{p_m}}{F_{p_p}} = \frac{F_{r_m}}{F_{r_p}} \quad (16.6)$$

أو بكتابة أخرى :

$$\left(\frac{F_k}{F_G}\right)_m = \left(\frac{F_k}{F_G}\right)_p ; \left(\frac{F_k}{F_p}\right)_m = \left(\frac{F_k}{F_p}\right)_p ; \left(\frac{F_k}{F_r}\right)_m = \left(\frac{F_k}{F_r}\right)_p \quad (16.7)$$

بذلك نكون قد حصلنا على ثلاثة تعابير أو أعداد لا بعدية ، كل منها يمثل

عدداً تشابهاً . أما إذا أثرت ثلاث قوى فقط فنحصل على عددين
لا بعديين وهكذا .

النتيجة السابقة تعتبر أساساً لأحد الطرق المعروفة لاستخراج
قوانين التشابه (١٠٢٠١٦) .

٢.١٦ طرق اشتقاق قوانين التشابه

تعتمد نظرية اشتقاق قوانين التشابه على طرق متعددة ثنائية من حيث منطلقها
الأساسية وقوة دلالة نتائجها . ويتوجب على الباحث اختيار هذه الطريقة أو تلك ، تبعاً
للدالة المطروحة للبحث .

سنحدد فيما يلي وباختصار المبادئ الأساسية لطرق اشتقاق قوانين التشابه ، وسنقتصر
على اشتقاق القوانين الهامة منها لدراسة الجريانات غير القابلة للاضغاط وبدون انتقال حراري ،
حيث أن قوانين التشابه الخاصة بأبحاث ديناميكا الغازات تخرج عن إطار هذا الكتاب .
ويمكن لمن يرغب التعمق أكثر في نظرية التشابه وطرق اشتقاق قوانينها العودة للكتب
الاختصاصية في هذا المجال مثل [14] ، [153] وغيرها .

١٠٢٠١٦ طريقة التحليل التجزئي

مثل طريقة التحليل التجزئي Fractional analysis طريقة استقرائية
تنطلق من الفكرة الفيزيائية المتضمنة في السؤال عن القوى المؤثرة على حقول
الجريان المدروس . وتؤلف نسبة القوى عدداً لا بعدياً أو عدداً مميزاً للتشابه
التجريبي بين حقلي جريان متشابهين هندسياً ، إذا كانت قيمته واحدة
في الحقلين .

لنفرض أن القوى الستة المشار إليها في الفقرة (١٠١٦ ٣) هي القوى
المهيمنة في مسألة ما . عندئذ يكون بالإمكان اشتقاق خمسة أعداد تشابه
مستقلة هي :

١ - تشابه فروود

ننسب قوة العطالة F_k إلى قوة الثقالة F_G فنجد :

$$\frac{F_k}{F_G} \sim \frac{V^2}{gL}$$

وقد اصطلح على تسمية العدد التشابهي اللا بعدي :

$$\boxed{Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}} \quad (16.8)$$

باسم عدد فروود ، نسبة إلى فروود (1810 - 1879) W. Froude ، الذي استخدمه أول مرة عام 1869 لحساب مقاومة السفينة اعتماداً على نظرية التشابه .

في كافة المسائل التي تؤثر على الجملتين المتشابهتين هندسياً قوة العطالة وقوة الثقالة فقط ، فإن شرط التشابه التجريبي بين الجملتين يتطلب أن يكون :

$$Fr_m = Fr_p \quad (16.9).$$

وينطبق هذا الشرط عامة على حقول الجريان ذات السطوح الحرة ، كما في مثال الجريان في الأقنية المكشوفة ، وأقنية التصريف والأنهار ، وجريانات النافورات والجريان حول أجسام مغمورة جزئياً مثل السفن وغيرها .

٢ - تشابه دينولدز

ننسب قوة العطالة F_k إلى قوة الاحتكاك F_v فنجد :

$$\frac{F_k}{F_v} \sim \frac{VL}{\eta/\rho} = \frac{VL}{\nu} \quad (16.10).$$

وقد أطلق سوميرفيلد Sommerfeld عام 1908 على العدد التشابهي اللا بعدي :

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

(16.11)

اسم عدد رينولدز نسبة إلى رينولدز (O. Reynolds (1843-1912 مكتشف الجريانات الصفائحية والمضطربة (راجع [154] ص ١٨٢) .

فإذا خفضت جملتان متشابهتان هندسياً وحركياً لقوتي العطالة والاحتكاك فقط فإن تحقيق التشابه التعريبي بينهما يتطلب أن يكون :

$$Re_m = Re_p \quad (16.12),$$

وذلك بغض النظر عن قيم السرعة المميزة V والطول المميز L واللزوجة الحركية ν في الجملتين .

في بعض حالات الجريان الهامة مثل الجريان في الانابيب ، في المضخات والعنفات ، الجريان حول الاجسام المغمورة كلياً ، كالمطائرة عند سرعات طيران أقل من ثلث سرعة الصوت حيث يهمل تأثير انضغاطية الهواء ، أو الغواصة عند عمق كاف بحيث لا تؤدي حركتها لتشكيل الأمواج على السطح الحر ، فإن تشابه رينولدز بموجب (16.12) هو القانون الأساسي المحدد للتشابه التعريبي بين حقلي الجريان للنموذج والمنشأ الأصلي .

٣ - تشابه أويلر :

ننسب قوة الضغط F_p إلى قوة العطالة F_k فنجد :

$$\frac{F_p}{F_k} \sim \frac{p}{\rho V^2} \quad (16.13).$$

لقد اتفق البعض ، [153] ، على تسمية العدد التشابهي الابعدي :

$$Eu = \frac{p}{\rho V^2} \quad (16.13)$$

باسم عدد أويلر نسبة إلى أويلر L. Euler . فإذا استبدلنا في الصورة p

بفرق ضغط مناسب $\Delta p = p - p_{\infty}$ ، وضربنا المخرج بـ $1/2$ مع اعتبار $V \equiv V_{\infty}$ نحصل من (16.14) على معامل الضغط (راجع [154] ص ٢٩٣) :

$$c_p = \frac{\Delta p}{\frac{\rho V_{\infty}^2}{2}} \quad (16.15)$$

المستخدم بشكل واسع في نظرية الجناح الحامل .

في بعض المصادر الأخرى ، مثل [11] ، يعرف عدد أويلر كقريب لمعامل الضغط

$$Eu = \frac{1}{c_p} = \frac{V}{\sqrt{2(\Delta p/\rho)}} \quad (16.16)$$

أو كنسبة بين قوة العطالة وقوة الضغط :

$$Eu = \frac{\rho V^2}{p} \quad (16.17)$$

في الحالات التي يخضع فيها حقل جريان متشابهان هندسياً للقوى الضغط والعطالة فقط فإن التشابه التحريكي بينهما يتطلب أن يكون :

$$Eu_m = Eu_p \quad (16.18)$$

ومن الواضح أن عدد أويلر يتغير إذا تغيرت صورة الجريان ، نتيجة تأثير قوى إضافية مثل قوى الاحتكاك أو الثقالة أو غيرها .

٤ - تشابه فيبر

نسب قوة العطالة F_k إلى قوة التوتر السطحي F_{σ} فنجد :

$$\frac{F_k}{F_{\sigma}} \sim \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \quad (16.19)$$

ويطلق على العدد التشابهي اللابعدي ، بالصيغة حسب [14] ، [153] :

$$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma_0} \quad (16.20),$$

أو بالصيغة حسب [11] :

$$We = \frac{V}{\sqrt{\sigma_0 / \rho \cdot L}} \quad (16.21)$$

اسم عدد فيبر نسبة الى فيبر (1871 - 1951) M. Weber الذي استخدمه أول مرة عام 1919 .

في حالات الجريان التي تهيمن فيها قوى التوتر السطحي إضافة لقوى العطالة كما هو الأمر عند تشكل فقاعات التكهف ، فإن التشابه التجريبي بين هملتين متشابهتين هندسياً وحرارياً يتطلب أن يكون :

$$We_m = We_p \quad (16.22).$$

هـ - تشابه ماخ :

نسب قوة العطالة F_k الى قوة المرونة F_E فنجد :

$$\frac{F_k}{F_E} \sim \frac{\rho V^2}{K_E} \quad (16.23),$$

حيث $K_E = \frac{dp}{d\rho/\rho}$ معامل المرونة الحجمي [154] . ويطلق على العدد التشابهي اللاحدي :

$$Ca = \frac{\rho V^2}{K_E} \quad (16.24)$$

اسم عدد كوشي نسبة الى كوشي (1789 - 1875) A. Cauchy ، وهو عدد هام في نظرية المرونة . أما بالنسبة لدراسة الجريانات القابلة للانضغاط فإن

العدد التشابهي الا هم ينتج من (16.24) اذا أدخلنا فيها سرعة الصوت حسب [155]:

$$a = \frac{dp}{d\rho} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (16.25)$$

فينتج :

$$Ca = \left(\frac{V}{a} \right)^2 \quad (16.26)$$

وقد اطلق اكاريت Ackeret عام 1928 على العدد التشابهي .

$$Ma = \frac{V}{a} \quad (16.27)$$

اسم عدد ماخ ، نسبة الى ماخ (1838-1916) E. Mach ، الذي تصنف على أساسه الجريانات القابلة للانضغاط (راجع [154] ص ١٨٥) .

عندما لا يمكن اهمال تأثير انضغاطية السائل ، وخاصة عند سرعات موضعية قريبة او اكبر من سرعة الصوت ، فان التشابه التحريكي بين حقلي جريان متشابهين هندسياً وحركياً يتطلب تحقيق :

$$Ma_m = Ma_p \quad (16.28).$$

تستخدم في نظرية التشابه اعداد تشابه أخرى عديدة لا مجال هنا للتعرض لها . كما يمكن دمج اعداد التشابه الواردة أعلاه للحصول على اعداد تشابه جديدة . فمثلاً ينتج من ضرب عدد رينولدز (16.11) في عدد اويلر (16.14) :

$$Re \cdot Eu = \frac{\rho \cdot L \cdot V}{\eta} = St \quad (16.29)$$

عدد تشابهي جديد يعرف باسم عدد ستوكس نسبة إلى ستوكس (1819-1903) G. Stokes الذي يكتسب أهمية خاصة في دراسة الجريانات الزاحفة (راجع الفصل الثامن) .

عندما تتحقق في حقلي جريان متشابهين هندسياً ولا تظهر فيها فروقات

درجة حرارة تؤدي لتغيير كثافة السائل العلاقات (16.9) ، (16.12) ، (16.18) ، (16.22) في آن واحد فيكون عندئذ حقل الجريان متشابهين فيزيائياً .

إن تحقيق التشابه الفيزيائي مستحيل في الواقع ، ذلك أنه لا يمكن أن نحقق في آن واحد تشابه دينولدز ونشابه فوود . فالطول المميز L يدخل في صورة Re بينما يدخل في مخرج Fr . لذلك يكتفى في مسائل الجريان العملية بتحقيق تشابه فيزيائي جزئي ، حيث تراعى فقط القوى التي تؤثر بشكل حاسم على عملية الجريان وتحمل القوى الأخرى .

يطلق على تأثير أي تباین في التشابه الفيزيائي بين النموذج والأصل اسم تأثير المقاس $Scale\ effect$ ، الذي يتوجب أخذه بعين الاعتبار عندما يراد نقل النتائج التجريبية لدراسة النموذج إلى الأصل . ويتم ذلك عملياً بتحليل القوة المحصلة المؤثرة على جسم الجريان إلى عناصرها واعتماد فرضيات مبسطة تركز على الملاحظة لعلاقة هذه العناصر بكل من بارامترات التشابه [156] .

إن طريقة التحليل التجريبي ممتازة بسهولة الاستخدام ، ولكنها تتضمن عدة نقاط ضعف تجعلها غير صالحة تماماً للأبحاث المنظمة . فهي من جهة تكتفي بأخذ نسب القوى في نقاط محددة من حقل الجريان ، وتعتبر عن هذه النسب بقيم مميزة لكامل الحقل . ومن جهة أخرى فإن مراعاة القوى فقط غير كافية ، لأن بعض المؤثرات على حقل الجريان لا يمكن أخذها بالحسبان إلا على أساس قانون القدرة . لذلك يلزم للاحاطة بكافة جوانب المسألة إجراء تحليل تجريبي للقدرة إضافة للقوى .

١٦. ٣. ٣ طريقة التحليل البعدي

يعتبر التحليل البعدي $Dimensional\ analysis$ تقنية رياضية متميزة لاستنتاج قوانين التشابه ، وذلك بالاعتماد على مفهوم المقاس (البعد)

Dimension وعلى كون كل قيمة فيزيائية مشتقة تعرف كجداء أسى للقيم الفيزيائية الأساسية ، وتساوي من جهة أخرى جداء قيمة عددية في واحدة قياس (راجع [154] مثلاً) .

إن طريقة التحليل البعدي تستلزم ، كخطوة أولى ، تحديد القيم الفيزيائية كافة التي تؤثر على الظاهرة أو المسألة المطلوب دراستها ، ومن ثم ، كخطوة ثانية ، دمج القيم الرئيسة ، التي لا يمكن إهمالها ، في أعداد لا بعدية أو تراكيب تشابه . وعليه تنحصر مهمة التحليل البعدي بتحديد قوة (أس) القيم الفيزيائية الرئيسة ، وذلك بحل مجموعة معادلات خطية بالاستناد إلى قانون كرامر Cramer law مثلاً ، المعروف جيداً في الرياضيات [42] ، [84] .

توجد طريقتان هامتان ومعروفتان لتحليل البعدي سنعالجها باختصار فيما يلي :

١٠٢٠٢٠١٦ طريقة ريليه

سنوضح أساس هذه الطريقة ، التي تنسب إلى اللورد ريليه Lord Rayleigh ، على مثال تحديد قوة المقاومة F_w لجسم (كرة مثلاً) يتحرك في سائل حقيقي .

تؤكد التجربة وطرق تربية الجريان أن F_w تتعلق بحجم الجسم وبالتالي بطوله المميز L ، وتتعلق بسرعه V وبصفات السائل التي يمكن حصرها باللزوجة التعريكية ν والكثافة ρ . وعليه فإن :

$$F_w = f(L, V, \rho, \nu) \quad (16.30)$$

لتحديد العلاقة بين القيم الفيزيائية في (16.30) نكتبها بصيغة معادلة جداءات

امية بالصيغة :

$$F_w = C L^a V^b \rho^c \eta^d \quad (16.31),$$

حيث C ثابت لا بعدي ، ونسعى لتحديد قيم a, b, c, d بمساعدة معادلة المقاس .

باعتبار جملة القياس العالمية فان القيم الفيزيائية الاساسية تنحصر بالكتلة m ، وبالطول L ، وبالزمن t . وعليه نعبر عن القسوة بموجب قانون التحريك الاساسي بالعلاقة $F = m L/t^2$ ، وعن اجهاد القص بموجب قانون نيوتن للاحتكاك [154] بالعلاقة : $\tau = F/L^2 = \eta V/L$ ، وتأخذ بذلك (16.31) الصيغة التالية :

$$\frac{m L}{t^2} = m^1 L^1 t^2 = C L^a \left(\frac{L}{t}\right)^b \left(\frac{m}{L^3}\right)^c \left(\frac{m}{L t}\right)^d \quad (16.32),$$

ولكي تكون معادلة المقاس محققة يجب ان يكون أس كل قبعة في طرفي (16.32) متساوياً ، وبالتالي يجب ان تتعلق مجموعة المعادلات :

$$\left. \begin{aligned} m^1 &= m^{c+d} \rightarrow 1 = c + d \\ L^1 &= L^{a+b-3c-d} \rightarrow 1 = a + b - 3c - d \\ t^2 &= t^{-b-d} \rightarrow 2 = b + d \end{aligned} \right\} \quad (16.33).$$

لدينا إذن ثلاث معادلات لأربعة مجاهيل . لذلك نعبر عن c, b, d بدلالة a ونجد :

$$a = 2 - d ; b = 2 - d ; c = 1 - d \quad (16.34),$$

وتصبح بذلك (16.31) من الشكل :

$$F_w = C L^{(2-d)} V^{(2-d)} \rho^{(1-d)} \eta^d \quad (16.35).$$

فإذا دمجنا المتحولات ذات الاس الواحد مع بعضها البعض ينتج :

$$F_w = C \rho (L.V)^3 \left(\frac{\rho V L}{\eta} \right)^{-d} = C \rho V^3 L^3 (Re)^{-d} \quad (16.36),$$

حيث Re عدد دينولدف المعروف بموجب (16.11) .

لزيادة الوضوح ندخل معامل المقاومة اللابعدي :

$$c_w = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} V^3 A} \sim \frac{F_w}{C \rho V^3 L^2}$$

فتأخذ (16.36) صيغة العلاقة :

$$c_w = f(Re) \quad (16.37),$$

التي تمثل تعبيراً جديداً للعلاقة الجدائية (16.31) وتعني أن معامل المقاومة لجسم يتحرك داخل سائل حقيقي تابع لعدد دينولدف . هذه النتيجة المؤكدة تجريبياً تلود للاستنتاج أن قانون دينولدف للتشابه (16.12) هو القانون المهيمن عند دراسة مسائل الجريان المشابهة لمألتنا أعلاه .

٢.٢.٢.١٦ طريقة π باكنجهام

تعرف هذه الطريقة أيضاً باسم نظرية الـ π ، π -theorem ، وتنسب إلى باكنجهام E. Buckingham الذي استخدمها أول مرة عام 1914 ، وهي تتلخص بالتالي :

نفرض أن المسألة الفيزيائية ، حقل الجريان ، تتعلق بالقيم الفيزيائية البعدية $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ ، التي ترتبط مع بعضها البعض بالعلاقة :

$$F(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0 \quad (16.38)$$

نفرض أيضاً أن بين القيم Q_n توجد $n \geq m$ قيمة فيزيائية أساسية بعدية :
 $A_1, A_2, \dots, A_m$ عندئذ يمكن التعبير عن مقاسات القيم Q_n بالعلاقات
 الجدائية التالية :

$$\left. \begin{aligned} [Q_1] &= A_1^{a_{11}} \cdot A_2^{a_{12}} \dots A_m^{a_{1m}} \\ \vdots &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ [Q_n] &= A_1^{a_{n1}} \cdot A_2^{a_{n2}} \dots A_m^{a_{nm}} \end{aligned} \right\} \quad (16.39)$$

وتصبح بذلك المهمة الرئيسية للتحليل البعدي البرهان عن وجود قيم لا بعدية
 مستقلة من الصيغة :

$$\pi = Q_1^{k_1} \cdot Q_2^{k_2} \dots Q_n^{k_n} \quad (16.40)$$

وعند الضرورة تحديد عدد هذه القيم π . ويتم ذلك بالتعبير عن مقاس π بمساعدة
 (16.39) و (16.40) :

$$\begin{aligned} [\pi] &= A_1^0 \cdot A_2^0 \dots A_m^0 = \\ &= \{A_1^{a_{11}} \dots A_m^{a_{m1}}\}^{k_1} \dots \{A_1^{a_{1n}} \dots A_m^{a_{mn}}\}^{k_n} \end{aligned} \quad (16.41)$$

فإذا قارنا بين أس كل من القيم الفيزيائية الأساسية نحصل على مجموعة معادلات
 خطية متجانسة مؤلفة من m معادلة لتحديد الجاهيل $k_1, k_2, \dots, k_n$.
 وتتعلق إمكانية حل هذه المعادلات بحسب أصول الجبر الخطي بالمرتبة r لمصفوفة
 الأمثال a_{ik} ، حيث تكون $n \geq m \geq r$

باختصار تنص نظرية π لباكستجهام على مايلي :

إذا وجدت n قيمة فيزيائية بعدية $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ مرتبطة مع بعضها البعض بعلاقة معينة وتحتوي على m قيمة فيزيائية أساسية ، عندئذ توجد تماماً $(n - r)$ قيمة لبعديّة π ترتبط فيما بينها بعلاقة من الشكل :

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-r}) = 0 \quad (16.42)$$

تعرض عن العلاقة التي تربط بين القيم Q_n .

في ضوء ما تقدم ينصح باتّباع خطوات الحل العملية التالية :

- ١ - تحديد القيم الفيزيائية البعدية المؤثرة على المسألة المطروحة وعددها n .
- ٢ - تحديد القيم الفيزيائية الأساسية وعددها m ، ويكون $m = 3$ في كافة مسائل الجريان التي لا تعرض لتبادل حراري . وتختصر هذه القيم في جملة القياس العالمية بالكتلة m ، بالطول L ، والزمن t ، وتدخل القوة F بدلاً من الكتلة m في جملة القياس التكنيكية .

٣ - صياغة مصفوفة الأمثال a_{ik} وتحديد مرتبتها r .

٤ - تحديد القيم π وعددها $(n - r)$ ، $(n - m) \geq (n - r)$.

٥ - صياغة العلامة التابعة $f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-r}) = 0$ كحل للمسألة .

سنوضح خطوات الحل هذه على مثال قوة المقاومة F_w لجسم ، الذي درس في الفقرة السابقة ، مما يتيح أيضاً إمكانية المقارنة بين طريقة ويليه وطريقة باكنجهام للتمثيل البعدي .

لأن عدد القيم الفيزيائية بما فيها F_w هو $n = 5$ وبالتالي يكون حسب (16.38) :

$$F(F_w, V, L, \rho, \eta) = 0 \quad (16.43)$$

أما عدد القيم الفيزيائية الأساسية فيبلغ $m = 3$ ، وبالتالي يكون عدد القيم π اللاحدية $2 = n - m$. وعليه نستبدل العلاقة (16.43) بالعلاقة :

$$f(\pi_1, \pi_2) = 0 \quad (16.44).$$

لتحديد القيم π_2, π_1 فنكتب بموجب (16.40) :

$$\pi_1 = V^{k_{11}} L^{k_{12}} \rho^{k_{13}} \eta^{k_{14}} \quad (16.45),$$

$$\pi_2 = V^{k_{21}} L^{k_{22}} \rho^{k_{23}} \eta^{k_{24}} \quad (16.46).$$

نوجد أولاً صيغة π_1 فنكتب بموجب (16.45) و (16.41) معتمدين جملة القياس العالمية :

$$[\pi_1] = M^0 L^0 t^0 = \left(\frac{L}{t}\right)^{k_{11}} \cdot L^{k_{12}} \cdot \left(\frac{M}{L^3}\right)^{k_{13}} \cdot \left(\frac{M}{L t}\right)^{k_{14}} \quad (16.47).$$

وحيث أن رفع قيمة لاحدية لقوة ما يعطي قيمة لاحدية حتماً ، لذلك فإن وضع أس إحدى القيم في (16.47) مساوياً للواحد لا يحدد من المدلول العام للنتيجة . وعليه نختار $k_{11} = 1$ ، ونساوي بين أس كل من القيم m, L, t في طرفي معادلة المقاس فنحصل على مجموعة المعادلات الثلاثة التالية :

$$\left. \begin{array}{l} m : \quad 0 = k_{13} + k_{14} \\ L : \quad 0 = 1 + k_{12} - 3k_{13} - k_{14} \\ t : \quad 0 = -1 - k_{14} \end{array} \right\} \quad (16.48),$$

وبحلها ننتج قيم الأمثال كالتالي :

$$k_{12} = 1, \quad k_{13} = 1, \quad k_{14} = -1 \quad (16.49),$$

بذلك تصبح بموجب (16.45) :

$$\pi_1 = \frac{V.L}{\eta/\rho} = \frac{V.L}{\nu} = Re \quad (16.50).$$

بنفس الطريقة نجد حسب (16.46) :

$$\pi_2 = \frac{P_w}{\rho V^3 L} \sim c_w \quad (16.51),$$

ونكون قد خلصنا الى النتيجة الهامة المؤكدة تجريبياً التي تنص ان : معامل المقاومة للجسم المتشابه هندسياً التي تكون وجهتها واحدة بالنسبة لاتجاه الجريان يتعلق بعدد رينولدز فقط :

$$c_w = f(Re) \quad (16.52)$$

بالتطابق مع (16.37) .

٣.١٦ أسئلة مراجعة وتمارين

س ١٠١٦ : أشرح أسس الطرق العملية - التكنيكية لميكانيك السوائل التجريبي .
س ٢٠١٦ : ماهي المتطلبات الفنية الواجب توفرها في النموذج وما هو الفرق بين نموذج كامل ونموذج مشوه ؟

س ١٣٠١٦ : عدد أم قوانين التشابه المعتمدة في دراسة الجريالات غير القابلة للانضغاط واعط أمثلة عملية لاستخدام كل منها .

س ٤٠١٦ : لماذا لا يمكن تحقيق التشابه الفيزيائي الكامل عملياً ؟

س ٥٠١٦ : قارن بين طريقة التحليل التجريبي للقوى وطريقة التحليل البعدي لاشتقاق قوانين التشابه مبرراً حسنات وسيئات كل من الطريقتين .

س ٦٠١٦ : اثبت رياضياً صحة نظرية π لباكسجهام .

س ٧٠١٦ : ماذا يعني تأثير القياس وما هي أهميته ؟

ت ١٠١٦ : لتحديد خصائص الجريان حول جسم يتحرك بسرعة أفقية V_p على عمق

بمعيار نسبي في سائل لزوجة الحركية ν_p وكثافته ρ_p صنع نموذج مكبر بمقياس 8 : 1 وأجريت عليه تجربة داخل ماء درجة حرارته t_m . كم يجب أن تكون سرعة جبر النموذج لكي تتحقق التشابه التثريكي ؟ وإذا بينت التجربة أن قوة المقاومة التي يتألفها النموذج F_{Wm} فكم تبلغ قوة المقاومة F_{Wp} للجسم الأصلي ؟

معطى : $\nu_p = 4,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ، $\rho_p = 857 \text{ kg/m}^3$ ، $V_p = 15 \text{ m/s}$ ، $L_{pa} = 8$ ، $F_{Wp} = 50 \text{ N}$ ، $t_m = 20^\circ\text{C}$

الحل : حيث أن الجريان حول الجسم ينضغ وفقاً لشرط المسألة لقرني المطالة والاحتكاك فإن التشابه التثريكي يتطلب بموجب (16.12) أن يتحقق :

$$Re_m = Re_p \Rightarrow \left(\frac{V \cdot L}{\nu} \right)_m = \left(\frac{V \cdot L}{\nu} \right)_p \quad (a)$$

من جداول اللزوجة ، راجع مثلاً [15] ، نجد أن اللزوجة الحركية للماء عند 20°C تبلغ : $\nu_m = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. وعليه ينتج من (a) :

$$V_m = V_p \cdot \frac{L_p}{L_m} \cdot \frac{\nu_m}{\nu_p} = \frac{V_p}{L_{pa}} \cdot \frac{\nu_m}{\nu_p} \quad (b)$$

عددياً نجد سرعة جبر النموذج : $V_m = 0,46 \text{ m/s}$

لحساب قوة المقاومة نضع : $F_W \sim \rho V^3 L^2$ وبالتالي نتحقق النسبة :

$$\frac{F_{Wp}}{F_{Wm}} = \frac{(\rho V^3 L^2)_p}{(\rho V^3 L^2)_m} = \frac{857 \cdot 15^3 \cdot 8^2}{1000 \cdot 0,46^3 \cdot 32} = 14,24 \quad (c)$$

حيث اعتبرنا $\rho_m = 10^3 \text{ kg/m}^3$ للماء عند درجة حرارة 20°C . بذلك تبلغ قوة المقاومة للجسم الأصلي :

$$F_{Wp} = 14,24 \cdot F_{Wm} = 14,24 \cdot 50 = 711,9 \text{ N}$$

ت ٢٠١٦ ، لتحديد مقاومة الموج F_{Wn} لزورق صنع نموذج بنسبة مقياس

$l_{rm} = 1/50$ وجرب في قناة مائية فليبين ان مقاومة الموج للنموذج تبلغ $F_{wrm} = 50 \text{ N}$ عند سرعة $V_{rm} = 1 \text{ m/s}$. كم تبلغ سرعة الزورق وما هي قوة الدفع اللازمة له ؟

الحل : نبدأ بمقاومة الراج بسبب قوَج السطح السائب للماء ، وعليه فنحصر القوى الرئيسية المهيمنة على الجريان حول الزورق بفوقى الكثافة والمطالة . لذلك يتطلب التشابه التعميري بموجب (16.9) أن يتحقق :

$$Fr_p = Fr_m \Rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_p \quad (a).$$

وحيث أن التسارع الأرضي واحد للنموذج والأصل ينتج من (a) :

$$\frac{V_m^2}{L_m} = \frac{V_p^2}{L_p} \Rightarrow V_p^2 = V_m^2 \cdot \frac{L_m}{L_p} \Rightarrow V_p = \frac{V_m}{\sqrt{L_{rm}}} \quad (b).$$

وبما أنه في حالة الحركة المنتظمة تتساوى القوة الدافعة مع مقاومة الموج نضع

$$F_s = F_{wm} \sim \rho V^2 L^2 \quad (c).$$

وبسبب أن $\rho_m = \rho_p$ نجد بعد ادخال (b) :

$$\frac{F_{wm}}{F_{wp}} = \frac{\rho_m V_m^2 L_m^2}{\rho_p V_p^2 L_p^2} = \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^3 = L_{rm}^3 \quad (d).$$

$$F_s = F_{wp} = 6,25 \cdot 10^0 \text{ N} , \quad V_p = 7,07 \text{ m/s} \quad \text{عددياً نجد :}$$

ت ٢٠١٦ : برهن بمساعدة طريقة ويليه للتحليل البعدي أن السحارة في الضغط الجريانات غير القابلة للانضغاط في أنابيب دائرية القطع ومستقيمة تخضع للعلاقة :

$$\Delta p_V = \rho \frac{l}{D} \bar{V}^2 \cdot f \left(\frac{\rho \bar{V} \cdot D}{\eta} \right),$$

حيث l طول الأنبوب ، D قطره ، ρ كثافة السائل و η لزوجته التحيينية ، $\bar{V}$ السرعة الوسطية للتيار المجهري .

الحل : إن القيم المؤثرة على الجريان محددة في نص المسألة وعليه نكتب :

$$\Delta p_V = f(\rho, \eta, \bar{V}, D, l) = C \rho^a \eta^b \cdot \bar{V}^c \cdot D^d \cdot l^e \quad (a).$$

حيث C ثابت تناسب لا بعدي . نستخدم الجملة العالمية ونكتب معادلة القياس لـ (a) :

$$m^a \cdot L^{-1} \cdot t^{-2} = (m \cdot L^{-1})^n \cdot (m \cdot L^{-1} \cdot t^{-1})^b \cdot (L \cdot t^{-1})^c \cdot L^d \cdot L^e \quad (b)$$

نحدد أس كل من t, L, m بمقارنة طرفي (b) فنجد :

$$\left. \begin{aligned} 1 &= a + b \\ -1 &= 3a - b + c + d + e \\ -2 &= -b - e \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

لدينا إذن ثلاث معادلات لحمة مجهول، لذلك نعبّر عن d, e, n بدلالة b فنجد :

$$n = 1 - b ; \quad c = 2 - b ; \quad d = -b - e \quad (d)$$

بذلك تصبح (a) :

$$\begin{aligned} \Delta p_v &= C \rho^{1-b} \cdot \eta^b \cdot \bar{V}^{2-b} \cdot D^{-b-e} \cdot l^n \\ &= C \rho \bar{V}^2 \left(\frac{l}{D} \right)^n \cdot \left(\frac{\rho \bar{V} \cdot D}{\eta} \right)^{-b} = C \frac{\rho l \bar{V}^2}{D} \left(\frac{l}{D} \right)^{n-1} \left(\frac{\rho \bar{V} D}{\eta} \right)^{-b} \end{aligned}$$

في حالة أنابيب مثالية هندسياً يكون $l/D = \text{const}$ ويمكن بالتالي دمج $(l/D)^{n-1}$ مع الثابت C فيلتج المطروب :

$$\Delta p_v = \frac{\rho l \bar{V}^2}{D} \cdot f \left(\frac{\bar{V} D}{\eta \rho} \right) = \rho \frac{l \bar{V}^2}{D} \cdot f(Re)$$

٤-١٦ : نستخدم حلقة القياس Orifice بقطر فتحة d لقياس التيار الحجمي Q لسائل كثافته ρ ولزوجته التخريبية η في أنبوب قطره D ، حيث يوصل مانومتر تفاضلي لقياس فرق الضغط Δp بين طرفي الحلقة .

برهن بمساعدة طريقة π لباكجنجهام أن التيار الحجمي $Q = \phi_D d^2 \sqrt{\Delta p / \rho}$ ، حيث ϕ_D معامل التصريف للحلقة وقيمته تتعاقب بقيمة الحد المميز $(Q \rho / \eta d)$ بالنسبة لكافة الأنابيب المتشابهة هندسياً التي تحقق $d/D = \text{const}$.

الحل : القيم الفيزيائية التي تؤثر على عملية قياس Q بواسطة حلقة القياس ترتبط مع بعضها البعض بالعلاقة :

$$F(Q, d, p, \pi, D, \Delta p) = 0 \quad (u)$$

وبالتالي فان عددها $n = 0$ ، بينما عدد القيم الاحتمالية $(1, L, m)$ بلغ $m = 3$. حسب نظرية π توجد : $3 = 3 \dots 0 = 0$ قيم لاحتمالية π . وعليه نكتب (u) بالصيغة :

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \quad (b),$$

لتحار $Q, d, \Delta p$ كتجولات متكررة فيكون عندئذ :

$$\pi_1 = Q^{K_{11}}, d^{K_{12}}, p^{K_{13}}, \pi_1 \quad (c)$$

$$\pi_2 = Q^{K_{21}}, d^{K_{22}}, p^{K_{23}}, L \quad (d)$$

$$\pi_3 = Q^{K_{31}}, d^{K_{32}}, p^{K_{33}}, \Delta p \quad (e)$$

نكتب معادلة التماس للدرجة π_1 لاجد قيم K_{11} :

$$m^0 L^0 Q^0 = L^{3K_{11}}, L^{-K_{11}}, L^{K_{12}}, m^{K_{13}}, L^{-3K_{13}}, m^1, L^{-1}, L^{-1}$$

بمقارنة أس كل من L, d, m في طرفي المعادلة نتيج مجموعة المعادلات :

$$K_{12} + 1 = 0 ; 3K_{11} + K_{12} - 3K_{13} - 1 = 0 ; -K_{11} - 1 = 0$$

بحلها نجد :

$$K_{11} = -1 ; K_{12} = 1 ; K_{13} = -1$$

وبذلك تكون :

$$\pi_1 = \frac{d \cdot \pi_1}{Q \cdot p} \quad (f),$$

بنفس الطريقة نجد قيم K_{21} :

$$K_{21} = K_{22} = 0 ; K_{23} = -1$$

وبالتالي تكون :

$$\pi_2 = \frac{L}{d} \quad (g)$$

ونجد قيم K_{31} :

$$K_{31} = -2 ; K_{32} = 4 ; K_{33} = \dots 1$$

وتكون بالتالي :

$$\pi_3 = \frac{d^4 \cdot \Delta p}{Q^2 \cdot p} \quad (h),$$

بذلك تأخذ (b) الصيغة :

$$f \left(\frac{d}{Q} \eta, \frac{D}{d}, \frac{d^4 \Delta p}{Q^2 \rho} \right) = 0 \quad (1),$$

ومن هنا نستنتج :

$$Q^2 = \frac{d^4 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot f \left(\frac{D}{d}, \frac{\eta \cdot d}{Q \cdot \rho} \right).$$

فإذا اعتبرنا $D/d = \text{const}$ للأنابيب المتشابهة هندسياً نجد :

$$Q = \psi_D d^2 \sqrt{\Delta p / \rho}; \quad \psi_D = f \left(\frac{\eta d}{Q \rho} \right) \quad (2)$$

وهو المطلوب .

* * *

الفصل السابع

تحريك السوائل الحقيقية غير القابلة للانضغاط

١٧. مقدم: ضرور: تحول بعض المميزات الأساسية للبيانات الحقيقية بالمقارنة مع البيانات المثالية:

لقد كرس الجزء الأول من كتاب ميكانيك السوائل التكنيكي [154] ، وبخاصة الفصل الرابع والخامس منه ، لدراسة تحريك السوائل المثالية ، حيث افترضنا أن قوى الاحتكاك المماسية الناتجة عن اجهادات القص ، معدومة . هذا يعني أن القوى السطحية المؤثرة على حدود جولة الجريان الصلبة أو السائلة تنحصر بقوى الضغط الناعمة فقط ، ولذلك لا تبدي هذه السوائل أية مقاومة لحركة الأجسام في داخلها وتزلق على جدار الجسم بسرعة مماسية يمكن أن تأخذ نظرياً أية قيمة .

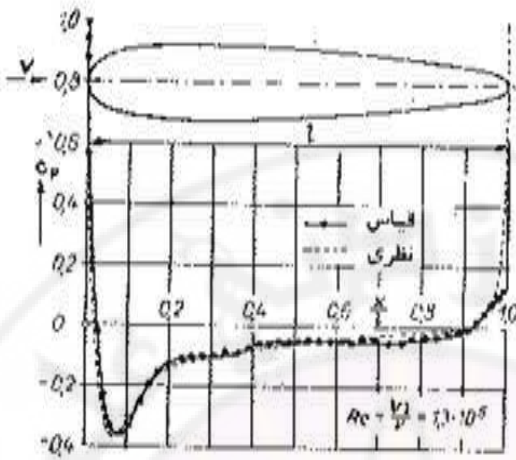
في الطبيعة توجد سوائل حقيقية فقط ، صفتها المميزة أنها لزجة ، [154] ص ١٤ ، ولذلك فهي تقاوم أي تغيير في شكلها ناتج عن حركتها في داخل الأجسام أو حولها (الانابيب ، كرة ، جناح حامل) . إن اللزوجة تسبب ظهور اجهادات مماسية تتناسب مع سرعة تغيير الشكل ، إضافة إلى الضغوط ، ونستوجب أن يلتصق السائل الحقيقي على الجدار الصلب سواء كان متحركاً ،

أم ساكناً . وهذا ما يعرف باسم شرط الالتصاق ، الذي يعتبر الفارق الفيزيائي
الجوهري بين الشروط الحدية الحركية للجريانات المثالية والحقيقية ، [154]
ص ٣٩٦ .

ولهذا فإن الدراسة الحركية والتجريبية للجريانات الحقيقية ، التي تصنف
كجريانات دورانية اعصارية ، هي أصعب بما لا يطاق أحياناً من دراسة الجريانات
المثالية ، التي تصنف كجريانات كمرنية ، سواء من حيث المضمون الفيزيائي أو
المعالجة الرياضية .

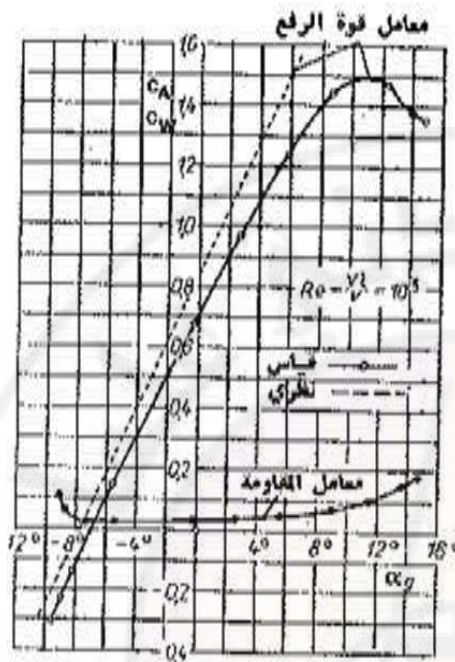
لقد أثبت التجارب أن حساب القيم الهيدروديناميكية لغالبية مسائل الجريان
ذات الأهمية التطبيقية ، التي يمكن أوجاعها لحركة جسم صلب داخل سائل
ساكن أو حركة سائل داخل أنابيب أو أفنية ، يعطي على أساس فرضية السوائل
المثالية (إهمال اللزوجة) كمنظرة أولى نتائج عددية ذات دقة عالية ، وذلك في
كامل حقل الجريان باستثناء المنطقة القريبة جداً من السطوح الخارجية للأجسام
الصلبة ، وبخاصة ذات الأشكال الانسيابية منها . أما في المنطقة الملاصقة لجدار
الجسم ، المعروفة باسم الطبقة الحدية ، وعلى سطح الجسم نفسه ، فإن النتائج
المحسوبة نظرياً تختلف اختلافاً كبيراً عن النتائج المقاسة في جريان حقيقي ، حتى
في حالة كون لزوجة السائل صغيرة جداً ، وذلك بسبب شرط الالتصاق ولأن
قوى إجهاد القص تؤثر بتكامل قيمتها تقريباً في الطبقة الحدية . لهذا السبب لا يمكن
على أساس فرضية الجريانات المثالية حساب قوى المقاومة للأجسام التي تتحرك
داخل سائل (تناقض دالمبير) أو الحسارة في القدرة الميكانيكية ، لأن حسابها
يستلزم أخذ اللزوجة وشرط الالتصاق بعين الاعتبار .

توضيحاً لما تقدم سندسوق بعض الأمثلة ونناقشها . الشكل (١٠١٧)
يبين توزيع الضغط النظري والمقاس حول جسم انسيابي متناظر دورانياً في



الشكل ١.١٧ : توزيع معامل الضغط النظري والمقاس حول جسم انسيابي، [28].

جريان اتجاهه باتجاه محور الجسم. ونلاحظ تطابقاً ممتازاً بين القيم المقاسة والحسوبة نظوياً على طول محيط الجسم باستثناء منطقة صغيرة بالقرب من حافة الجسم الخلفية (انظر أيضاً الشكل ١٨.٨ في [154] ص ٢٩٤) . الشكل (٢.١٧) يمثل علاقة معامل قوة الرفع الهيدروديناميكية c_L ومعامل المقاومة c_W مع زاوية الورود α للجريان حول بروفل يو كوفسكي لجناح حامل لانها في الامتداد . ويبدو جلياً في مجال زوايا الورود من 10° - الى $10^\circ +$ ، أن التطابق بين قيم c_L المحسوبة نظرياً والقيم المقاسة جيد وأن الفروقات بينها ، الناتجة عن تأثير قوى الاحتكاك ، تزداد كلما زادت زاوية الورود ، حيث يبين منحنى (c_L) المقاس قيمة أعظمية $c_{L_{max}}$ عند $\alpha \approx 11^\circ$ ومن ثم تبدأ قوة الرفع بالانخفاض ، بينما يستمر بالمقابل منحنى c_W النظري بدون أية نهاية عظمى . وعليه يمكن الاستنتاج أن نظرية الجريان المثالي تقدم نتائج مرضية لمسألة حساب قوة الرفع لجناح حامل ، على الأقل في المجال العملي الهام لزوايا الورود ، ولكنها تخفق كلياً في حساب قوة المقاومة ، كما سبق الإشارة لذلك ، وكما يؤكد المثل التالي بوضوح أكثر .

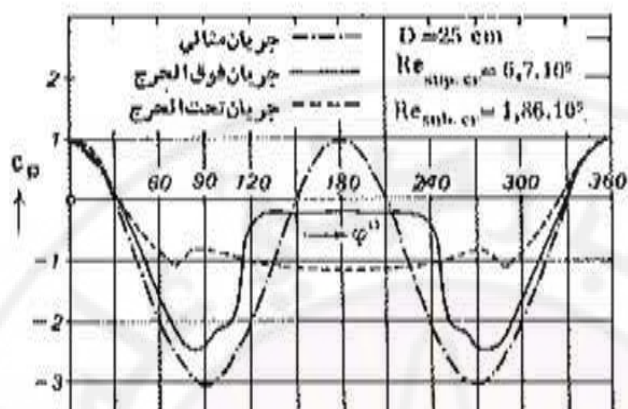


الشكل ٢.١٧ : معامل قوة الرفع
والمقاومة بدلالة زاوية الورد لجريان
مستقر حول برزقيل هوكونسكي،
[28].

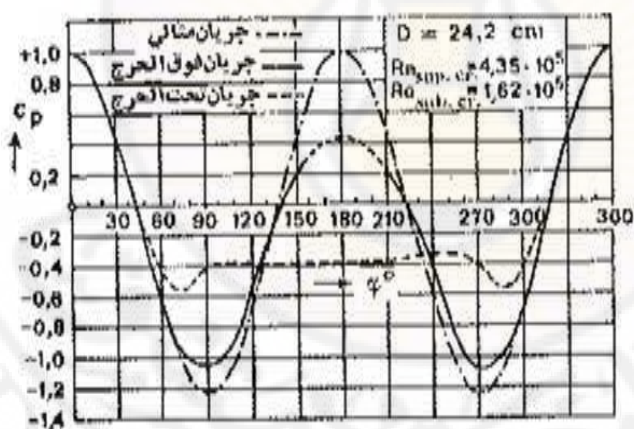
في [154] ، الفترة (٣.٢٠١٢) و (٣.٣٠١٢) ، قمنا بدراسة الجريان المثالي الانسحابي والمستقر حول اسطوانة دائرية لانهاية الامتداد وحول كرة شملت خمسين صورة الجريان (الشكل ٩.١٢) وتوزيع الضغط (الشكل ١٠.١٢ و ٢٧.١٢) ، وخلصنا الى نتيجة أن الاسطوانة والكرة لاتعترضان في جريان انسحابي لاجولاني لأية قوة رفع عمودية على اتجاه الجريان او مقاومة في اتجاه الجريان . الشكل (٣.١٧) يسمع بمقارنة توزيع معامل الضغط حول مقطع الاسطوانة في جريان مثالي مع توزيع

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2} = f(\varphi)$$

c_p المقاس في جريان حقيقي صفائحي (تحت حرج) عند عدد دينولدز $Re_{sub,cr} < Re_{cr}$ وفي جريان مضطرب (فوق حرج) عند عدد دينولدز



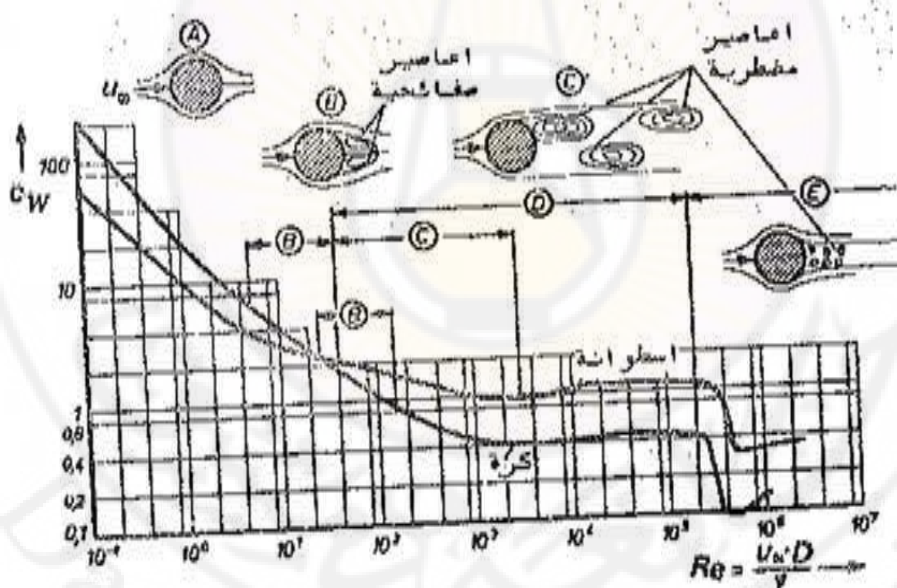
الشكل ٣.١٧ : توزيع معامل الضغط على محيط دائرة مقطع اسطوانة في جريان مثالي وفي جريان حثلي صفائحي $Re < Re_{cr}$ ومضطرب $Re > Re_{cr}$ حسب [28].



الشكل ٤.١٧ : توزيع معامل الضغط حول المقطع الزواي لكرة في جريان مثالي وفي جريان حثلي صفائحي $Re < Re_{cr}$ ومضطرب $Re > Re_{cr}$ حسب [28].

بينما $Re_{app,cr} > Re_{cr}$ ، يسمح مبدئياً بنفس المقارنة بالنسبة للكرة مع الأخذ بالاعتبار أن عدد رينولدز الخارج يبلغ في حالة الاسطوانة $Re_{cr} = 5 \cdot 10^5$ وفي حالة الكرة $Re_{cr} = 3 \cdot 10^5$.

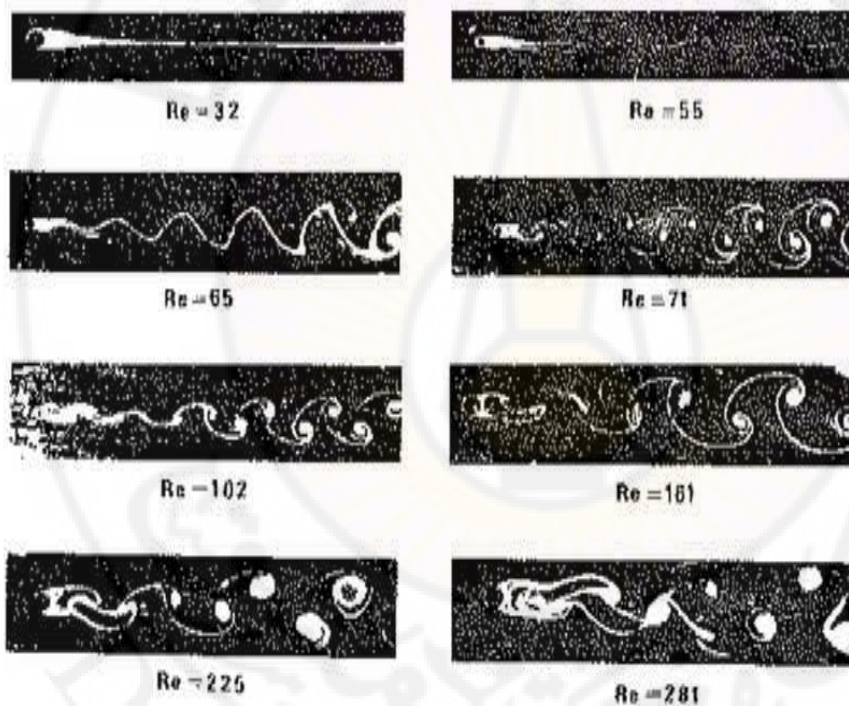
إن الفروقات بين قيم c_p المحسوبة نظرياً والمقاسة تؤكد أن الاسطوانة والكرة تتلقيان مقاومة في الجريان الحلقي . ونلاحظ أن هذه الفروقات تكون صغيرة نسبياً على الطرف الامامي للأسطوانة أو الكرة بينما هي كبيرة جداً على الطرف الخلفي لكتلتها . كذلك نستنتج أن هذه الفروقات بشكل عام تكون أقل في مجال الجريان المضطرب بالمقارنة مع حالة الجريان الصفائحي ، أي أن توزيع الضغط ، وبالتالي المقاومة ، يتأثر بشدة بعدد رينولدز وهذا ما يؤكده الشكل (٥.١٧) الذي يبين العلاقة $c_w = f(Re)$ المأخوذة من قياسات مختلفة



الشكل ٥.١٧ : تغير معامل المقاومة للجريان حول كرة واسطوانة بدلالة عدد رينولدز ، حسب [٨١]

في الجريان حول الاسطوانة والكرة . وقد رسمت في مجالات محددة لاعداد رينولدز صور مبسطة جداً للجريان تعبر عن الصور الفعلية التي يمكن تصويرها بمساعدة طرق توليد الجريان المعروفة (الشكل ٦.١٧) .

يبين الشكل (٥.١٧) أن قيمة c_w وميل المنحنى $c_w = f(Re)$ يتغيران تبعاً لتغير صورة الجريان . ففي المجال (A) لاعداد رينولدز الصغيرة جداً تسود صورة ما يسمى الجريان الزاحف Creeping flow ، وتكون قيمة وميل منحنى c_w كبيرين جداً .



الشكل ٦.١٧ ، تغير صورة الجريان حول الاسطوانة بدلالة عدد رينولدز . حتى في مجال اعداد رينولدز الصغيرة يحدث انتقال من الجريان الصفائحي الزاحف الى شكل شارع فون كارمان الاضطرابي ، حسب هومان .

على الحد الأسفل للمجال (B) يبدأ على الطرف الخلفي للاسطوانة تشكل زوج من
 الاغصير الصفائحية تكون في البدء صغيرة وملتصقة على الجدار ومن ثم تتطاول وتسمح
 مع ازدياد عدد وينولدز الى ان تنفصم اخيراً وبشكل دوري عن الجدار، مكونة في
 المجال (C) وخلف الاسطوانة شارة اغصارياً مضطرباً، يعرف باسم شارع فون كرومان
 الاغصاري، يستمر مسافة معينة خلف الجسم قبل أن تتلاشى الاغصير بعد ان
 تفقد قدرتها الحركية بسبب الاحتكاك. في المجال (D) يبقى الجريان في الطبقة
 الحدية على جسم الاسطوانة صفائحياً حتى نقطة الانفصام Separation point .
 الى يسار المجال (E) وقبل نقطة الانفصام يصبح الجريان في الطبقة الحدية
 مضطرباً، مما يمكن جزئيات الطبقة الحدية نتيجة لعمليات المزج وتبادل القدرة
 ان تتحمل تزايد ضغط اكبر ينجم عنه ازاحة نقطة الانفصام للخلف ويؤدي
 لتضييق منطقة الركود في جريان المؤخرة، وبالتالي لهبوط فجائي لمعامل المقاومة
 بسبب أن المقاومة الناتجة عن فرق الضغط ما بين المنطقة الامامية والخلفية للجسم
 تقل بشكل ملحوظ. هذه النتيجة تنطبق بصورة مشابهة على الجريان حول كرة
 وحول أجسام غير انسيابية ذات حافة خلفية مفاطحة. كما تدل التجارب على
 أن منحني تغير معامل الفقد في الاكواع بدلالة عدد وينولدز ذو مسار قريب
 من الشكل (٥.١٧) ولكن بدون هبوط درجي، فجائي لقيمة c_w [81] .

بما تقدم يتجلى بوضوح أن معرفة تأثير الزوجة وقوى الاحتكاك الناتجة
 عنها والسعي لاشتقاق قوانين تسمح بحساب الخسارة في القدرة (الفواقد) للجريان
 والمقاومة التي تتعرض لها الاجسام التي تتحرك داخل سائل أمر ذو أهمية
 تقنية كبيرة جداً، ليس فقط من أجل تحديد القيم العددية للفواقد والمقاومات
 وإنما أيضاً لمعرفة الاسباب التي تأتت عنها، الشيء الذي يتطلب معرفة دقيقة
 لطبيعة الجريان الحقيقي. وكلما كانت معرفتنا لتفاصيل الجريان دقيقة وعميقة كلما
 كان ممكناً تصميم أجسام الجريان بأشكال افضلية بحيث تكون الخسارة في القدرة
 او المقاومة أقل ما يمكن بينا القوى او الاستطاعات المفيدة الناتجة اكبر ما يمكن.

سنعتمد في تبويب المادة العلمية التي اخترناها لدراسة الجريانات الحقيقية في الفصول اللاحقة من هذا الكتاب على نفس المبدأ الهندسي التصميمي الذي اعتمدناه في [154] لدراسة الجريانات المثالية ، وبالتالي سنعالج أولاً الجريانات البسيطة وحيدة البعد ، ومن بعدها الجريانات ثنائية وثلاثية البعد . كذلك سننقب على طريقة البحث في معالجة المواضيع العلمية التي تنطلق من تشخيص واضح للمضمون الفيزيائي للمسألة أو الظاهرة ثم يبدأ بصياغة المعادلة الرياضية الناعمة للمسألة ومن ثم اشتقاق القانون العملي واستخدامه في تطبيقات مختلفة نموذجية .

١٨. الجريانات الحقيقية وحيدة البعد

الجريانات الحقيقية وحيدة البعد تشكل المادة العلمية التي يعالجها فرع ميكانيك السوائل المعروف باسم الهيدروليكا . وتعتبر الجريانات في الأنابيب وشبكاتها ولي الاقنيسية المفتوحة أو المكشوفة أمثلة تطبيقية نموذجية لهذه الجريانات. إضافة لذلك فلا تزال طرق تصميم آلات الجريان (مضخات وعنفات) التي تفترض جرياناً وحيد البعد باتجاه خط التيار المركزي بين ريشتين للدولاب الدائر مطبقة حتى الآن ، على الأقل كمخطوة تقريبية أولى .

في دراستنا اللاحقة سننطلق من جملة جريان أو جملة فيزيائية مثله بانبوبة تيار ذات مقطع ثابت أو متغير وحدود وهمية (سائلية) أو حقيقية (صلبة) مشابهة للجملة التي اعتمدناها في دراسة نظرية خيط التيار الجريانات المثالية ([154] ، الفقرة ٨) ، ولكن مع الأخذ بالاعتبار أن اللزوجة وبالتالي الأجهادات المماسية غير معدومة وشرط الانعصاف يحقق .

١٨.١ معادلة برنولي المألوفة (المعتمدة)

كل جزيء سائلي من جريان مثالي ($\eta = 0$) مستقر في انبوبة تيار يخضع لمعادلة أويلر الحركية (راجع [154] الفقرة ٨ ص ٢٥٣ الشكل ١٠.٨) :

$$V \frac{dV}{ds} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (18.1)$$

حيث « الاحداثي المنطبق على خط التيار المركزي لانبوبة التيار ، V سرعة الجزيء الموزعة بانتظام على مقطع انبوبة التيار ، ρ كثافة السائل التي يمكن أن تكون ثابتة ومتغيرة ، p الضغط الممثل للاجهاد الناطقي السطحي الوحيد المؤثر على الجزيء ، g التسارع الأرضي المعبر عن قوة الثقالة التي افترض أنها القوة الوحيدة المؤثرة على الجزيء ، z الاحداثي الشاقولي الذي تحدد بوجهه الوضعية الميكانيكية للجزيء اعتباراً من مستوي قياس مختار . بكلمة (18.1) تنتج كما هو معروف معادلة برنولي للقدرة (راجع [154] ، الفقرة ٢٠٨) :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz - C_{me} = \text{const} \quad (18.2)$$

وذلك من أجل $\rho = \text{const}$. هذه المعادلة تعبر عن قانون انحفاظ القدرة ، بمعنى أن الجزيء السائل يبقى محافظاً على قدرته الميكانيكية ، الممثلة بثابتة برنولي C_{me} والمساوية لمجموع القدرة الحركية وقدرة الضغط والقدرة الكامنة ، على طول خط تيار معين ، أي أن الجزيء لا « يفقد » أي جزء من قدرته الميكانيكية أثناء انتقاله من نقطة ① إلى نقطة ② من خط التيار مهما كانت المسافة بينهما .

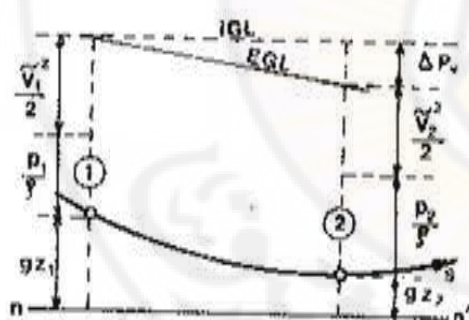
في حالة جريان حقيقي يظهر تأثير اللزوجة ($\eta > 0$) في ناحيتين تستلزمان ادخال مفهومين إلى نظرية خيط التيار اللابقاء على قوانينها البسيطة :

الناحية الأولى مبعثها شرط الالتصاق الذي يقضي بأن تكون السرعة معدومة على جدار انبوبة التيار وبالتالي فإن توزيعها على المقطع غير منتظم . وتراعى هذه الحقيقة بادخال مفهوم السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{V}$ ([154] ص ٢٠٠) وتعرف على أساس معادلة الاستمرار بالعلاقة :

$$Q = \bar{V}A = \int_{(A)} V dA \Rightarrow \bar{V} = \frac{1}{A} \int_{(A)} V dA \quad (18.3)$$

حيث V السرعة الموضعية التي تتغير من الصفر على الجدار وحتى قيمته اعظمية V_{max} عند محور الأنبوب .

الناحية الثانية مبعتها قوى الاحتكاك التي تعاكس حركة جزيئات السائل وتستلزم بالتالي أن يفقد الجزيء السائل وباستمرار جزءاً من قدرته الميكانيكية في اتجاه الجريان ، لأنه يتحول إلى حرارة ، أي إلى نوع من القدرة لا يستفاد منها ميكانيكياً . لهذا يطلق على الجريانات الحقيقية أيضاً اسم « الجريانات ذات الفواقد » . وتراعي نظرية خيط التيار هذه الناحية بادخال مفهوم الخسارة في القدرة ΔP_v بالنسبة لوحدة الكتلة في معادلة القدرة ، التي نعرف كفرق بين القدرة الميكانيكية لجزيء سائل في الموقع ① وقدرته الميكانيكية عندما يصل للموقع ② ، الشكل (١٨ . ١) ، (انظر أيضاً الشكل ٣.٨ في [154] .



الشكل ١٨ . ١ : تعريف الخسارة في القدرة (ارتفاع الفواقد) ΔP_v مستوي القدرة المثالي ، خط تدوير القدرة ، خط التيار المركزي ، مستوي القياس .

بادخال $\bar{V}$ بدلاً من V في (18.2) وتطبيقها على موقعين ① و ② وإضافة ΔP_v على الطرف الأيمن لأن ② يفترض أن يكون واقعاً بعد ① في اتجاه الجريان نحصل على معادلة برنولي المطورة أو المعجمة للقدرة :

$$\frac{\bar{V}_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{\bar{V}_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \Delta P_v \quad (18.4),$$

وتنطبق على جريان حقيقي غير قابل للانضغاط ومستقر . كما أنها تنطبق على جريان شبه مستقر إذا كان ممكناً أن نعتبر القيم الوسطية زمنياً للسرعة والضغط ، [154] ص ١٨٤ ، في مقاطع انبوبة التيار ثابتة مع الزمن .

أما في حالة جريان غير مستقر فإن معادلة برنولي المطورة تفتيح من (18.4) بإضافة حد إلى طرفها الأيمن يتضمن التسارع المسكاني (قارن المعادلة (8.18) في [154]) :

$$\frac{\bar{V}_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{\bar{V}_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \int_{s=s_1}^{s=s_2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} ds + \Delta P_v \quad (18.5),$$

وعندما نضرب طرفي (18.4) أو (18.5) بالكثافة ρ يصبح كل حد فيها يمثل ضغطاً ونسمي عندئذ الحد $\Delta P_v = \rho \Delta P_v$ الخسارة في الضغط ، ونحصل على صيغة معادلة برنولي المطورة للضغط . وعندما نقسم طرفي المعادلتين على g نحصل على صيغة معادلة برنولي المطورة للارتفاعات ، ونسمي الحد $\Delta h_v = \frac{\Delta P_v}{g} = \frac{\rho \Delta P_v}{\rho g}$ ارتفاع الفواقد .

لاستخدام (18.4) أو (18.5) في التطبيقات العملية مثل حساب الجريان في الانابيب ووصلاتها المتشعبة أو في شبكات الانابيب والاقنية يجب إيجاد علاقة لحساب الخسارة في القدرة ΔP_v أو الضغط Δp_v أو ارتفاع الفواقد Δh_v . وقد اعتمد الهيدروليك حقبة طويلة على علاقات تجريبية لا يزال بعضها مطبق حتى اليوم إلى جانب علاقات نظرية ونصف تجريبية تم اشتقاقها بمساعدة

نظرية الطبقة الحدودية ، كما سنبين ذلك في الفقرات اللاحقة .

لنعتبر عنصراً عجمياً سائلياً طوله ds مقتطعاً من أنبوبة تيار قطرها d .
ان المعادلة الحركية التي يخضع لها هذا العنصر تختلف عن (18.1) بجد إضافي
يمثل قوى إجهادات القص τ المؤثرة على السطح الخارجي للعنصر المساوية
 $\tau \pi d ds$ والمعاكسة لاتجاه الجريان ، وتأخذ بعد اصلاح بسيط بالنسبة للجريان
مستقر الصيغة :

$$V dV + \frac{dp}{\rho} + g dz = - \frac{4 \tau ds}{\rho d} \quad (18.6)$$

بالنسبة لانبوبات التيار الاسطوانية يمكن اعتبار : لاتتعلق بطول الانبوبة .
وعليه اذا كملنا (18.5) بين ① و ② طول المسافة بينهما ، نحصل على علاقة
مكافئة للعلاقة (18.4) . من مقارنة العلاقتين نجد :

$$\Delta P_v = \frac{4 \tau l}{\rho d} \quad (18.7).$$

اذن عادت المسألة لحساب τ ، وهذا ليس بالامر السهل في الحالة العامة .
لذلك تم اللجوء الى التجارب ، التي اكدت ، خاصة في حالة الانابيب المستقيمة
الاسطوانية الطويلة ان الحسارة في القدرة تتناسب طرذاً مع طول الانبوب
ومع مربع السرعة وعكساً مع قطره . وعليه تنتج العلاقة المعروفة بامم
قانون دارسي - فايسباخ Darcy - Weisbach law :

$$\Delta P_v = \lambda \frac{V^2}{d} \frac{l}{2} \quad (18.8) ,$$

حيث λ معامل الاحتكاك او معامل الفقد في الانابيب .

من مقارنة (18.7) مع (18.8) ينتج :

$$\tau = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{V}^2 \quad (18.9)$$

وبالتالي فإن سرعة إجهاد القص :

$$v_s = \sqrt{\tau/\rho} = \bar{V} \sqrt{\lambda/8} \quad (18.10)$$

إن إجهاد القص ، خاصة على الجدار ، يتعلق بالسرعة $\bar{V}$ وبقطر الأنبوب d وبكثافة السائل ρ ولزوجته التحريكية η وبخشونة الجدار المطلقة k ، وبالتالي يكون :

$$\tau = f(\bar{V}, d, \rho, \eta, k) \quad (18.11)$$

وبمساعدة طريقة التحليل البعدي (راجع الفصل السادس) يمكن البرهان أن :

$$\tau = \rho \bar{V}^2 \cdot f\left(\frac{\rho \bar{V} d}{\eta}, \frac{k}{d}\right) \quad (18.12)$$

وبالتالي فإن معامل الفقد :

$$\lambda = f\left(Re, \frac{k}{d}\right) \quad (18.13)$$

أي أنه يتعلق بطبيعة الجريان (صفائحي أو مضطرب) التي يحددها عدد رينولدز Re وبطبيعة السطح الداخلي لجدار الأنبوب التي تحددها الخشونة النسبية k/d .

إن استخدام معادلة برنولي المطورة (18.4) أو (18.5) بالارتباط مع علاقة دافسي - فايسباخ (18.8) يستلزم تحديد معامل الفقد λ ، وهذا ما سنتبري له الفقرات اللاحقة من هذا الفصل . والجدير بالإشارة أن $d = 2R$ في العلاقات السابقة يمثل قطر الأنبوب في حالة أنابيب اسطوانية دائرية المقطع ، ويمثل ما يسمى

القطر الهيدروليكي في حالة أنابيب مستقيمة ذات مقاطع غير دائرية ، وسيعرف لاحقاً في حينه .

٢.١٨ الجريان الصفائحي الحرف في الأنابيب الوسطوانية الدائرية

المستقر:

منذ أن أجرى أوسبورن رينولدز تجاربه الشهيرة وصنّف على أساسها عام 1883 الجريانات الحقيقية إلى صفائحية ومضطربة والأبحاث النظرية والتجريبية تؤكد هذه الحقيقة (انظر [154] ص ١٨٢) . وقد أصبح مسلماً به اليوم أن تحول و انتقال الجريان من طبيعة صفائحية إلى مضطربة يحدث عند قيمة حرجية اعدد رينولدز . وتختلف قيمة عدد رينولدز الحرج Re_{cr} حسب نوع الجريان . وفي كل الحالات يبقى الجريان صفائحيًا من أجل :

$$Re < Re_{cr} \approx \left(\frac{\sqrt[3]{d}}{\nu} \right)_{cr} \quad (18.14)$$

ويصبح مضطرباً عندما

$$Re \geq Re_{cr} \quad (18.15)$$

بالنسبة للجريان في الأنابيب لا تعطي المصادر المختلفة [17] ، [0] ، [11] ، [28a] قيمة واحدة ثابتة لعدد رينولدز الحرج ، ذلك أنه من الثابت تجريبياً أن قيمة Re_{cr} العددية تتساق إلى حد كبير بنظام التجربة وبمدى تأثير التشويش ، الناتج عن الاهتزازات أو عن خشونة جدار الأنبوب مثلاً ، على الجريان خاصة عند مدخل الأنبوب (انظر لاحقاً ٣.١٨) .

لقد وجد رينولدز من تجاربه ومن تجارب فدية أجراها دارسي أن $Re_{cr} \approx 2000$ بينما نتج من تجارب أجراها شير هام 1921 في أنابيب مستقيمة ملساء تكنيكياً أن $Re_{cr} = 2320$ ويصبح $Re_{cr} \approx 2800$ إذا كان الأنبوب متصلاً بفتحة تقربغ جدار شاقولي حادة الجوانب .

إن نتائج التجارب الحديثة تسمح باستخلاص التليصة التالية :

$$Re \leq Re_{cr} = 2320$$

الجريان صفائحي مستمراً عندما :
 الجريان يمكن أن يبقى صفائحي إذا نجحنا
 التشويشات بجذر ، ولكنه يكون في
 حالة قلقة ويتحول لجريان مضطرب عند أي

(18.16)

$$2320 \leq Re \leq 3000$$

$$Re \geq 3000$$

تشويش عندما :
 الجريان مضطرب حتماً عندما :

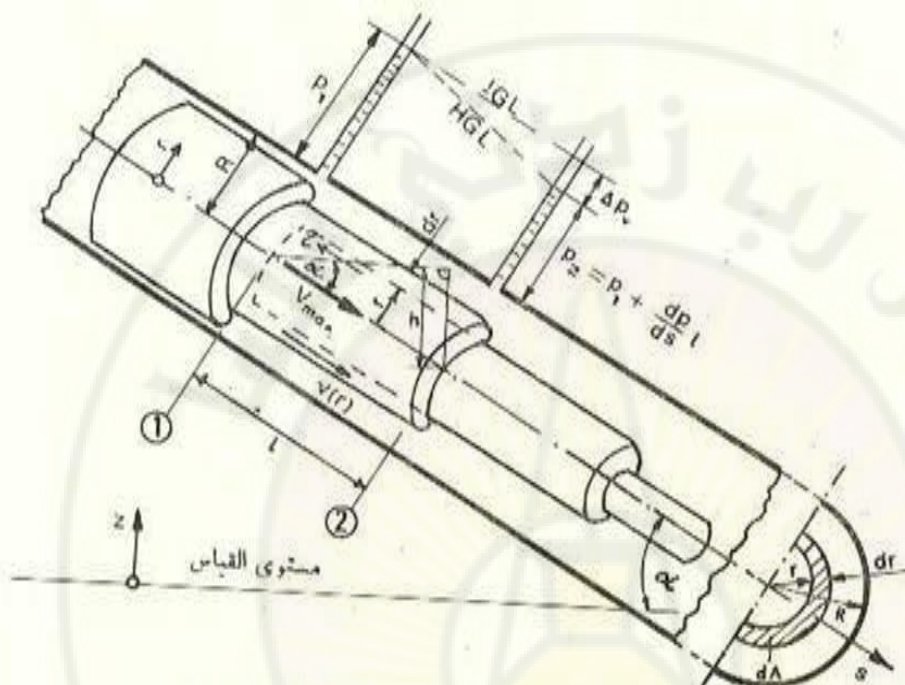
إن الغالبية العظمى للجريانات العملية في الأنابيب وفي آلات الجريان وحول الاجنحة
 الطائرة هي من النوع المضطرب ، وتبقى الجريانات الصفائحية محصورة ببعض الأمثلة
 العملية ، التي نذكر منها :

- ١ - الجريان في الأنابيب الشعرية وفي الأنابيب العادية عندما تكون سرعة الجريان
 صغيرة جداً أو لزوجة السائل كبيرة جداً (الاسفلت) .
 - ٢ - الجريان في الطبقة الحدودية الصفائحية ، حيث توجد دائماً ، وحتى في حال
 كون الطبقة الحدودية مضطربة ، طبقة حدية تحتية صفائحية Laminar sublayer
 ملاصقة لجدار الجسم ، وهي هامة جداً كما سيتبين ذلك فيما بعد .
 - ٣ - جريان مياه التدفئة التي تعمل تحت تأثير الثقالة .
 - ٤ - الجريان الرشحي والجريان عبر المصالي .
 - ٥ - جريان المياه الجوفية .
 - ٦ - الجريان في المضامع الانزلاقية .
- وسوف نتعرض في الفقرات اللاحقة لدراسة بعض هذه الأمثلة .

١.٢.١٨ قانون هاجن - بوازيل لحساب التيار الحجمي

سندرس الجريان الصفائحي الصرف والمستقر في أنبوب اسطواني دائري

المقطع طويل نسبياً . وتعني كلمة « صرفه » أن الجريان متكون تماماً وبإلا
كامل مقطع الأنبوب ، وجزيئات السائل تتحرك على السطوح المغلقة لاسطوانات



الشكل ٢٠١٨ : جريان هاجن - بوازيل في الأنبوب اسطوانى دائري .

سائلة رقيقة ذات محور مشترك منطبق على محور الأنبوب، مثل انبوبات تلسكوبية،
الشكل (٢٠١٨)، دون أن يحدث أي تداخل بين جزيئات السائل . عندئذ يكون
في أي مقطع للأنبوب $Re < 2320$. وتكون السرعة على الجدار معدومة
بسبب شرط الالتصاق وتزداد باتجاه الناحية على الجدار حتى تبلغ قيمة أعظمية
على محور الأنبوب . وبالتالي فإن الجزيئات الواقعة على مسافة محددة r من محور
الأنبوب تملك نفس السرعة الموضعية V ، أي أن توزيع السرعة على مقطع الأنبوب
الدائري متناظر محورياً .

ان انزياح الطبقات السائلة المتجاورة بسرعات مختلفة يؤدي بسبب لزوجة السائل لظهور اجهادات قص τ وبالتالي قوى احتكاك تعاكس ، بمعنى تكبيح ، حركة السائل . ويكون τ بموجب قانون نيوتن للاحتكاك ، [154] ص ٤٥ ، متناسب مع تدرج السرعة باتجاه الناظم على الجدار أي مع سرعة القص :

$$\tau = \eta \frac{\partial V}{\partial n} = \eta \dot{\gamma} \quad (18.17).$$

نتيجة لذلك فإن استمرار الحركة المنتظمة للسائل يستلزم وجود تدرج ضغط Pressure gradient بحيث يتناقص الضغط باتجاه الجريان ، بينما تثبت التجارب في حالة الانابيب المستقيمة أن توزيع الضغط على المقطع يكون منتظماً ، وعليه فإن :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{dp}{dr} = 0 ; \frac{dp}{ds} \neq 0 \quad (18.18).$$

ترتبط الدراسات المنتظمة الاولى للجريانات الصفائحية في الانابيب باسم المهندس الالماني هاجن (1797 - 1884) G. Hagen الذي اهتم بالموضوع بسبب عمله كمهندس للانشاءات المائية ، وباسم الطبيب الفرنسي بوازويل (1799 - 1869) J.L. Poiseuille الذي حرصه على الاهتمام بالموضوع جريان الدم في المروق . لذلك يطلق على هذا الصنف من الجريانات اسم جريان هاجن - بوازويل . وتنشوي تحته فصيلة الجريانات ذات اعداد ريشولدز الصغيرة ، التي ينتمي اليها ايضاً الجريان بين صفيحتين أو جدران متوازية وغيره .

لاشتقاق العلاقات الاساسية ندرس الجريان الصفائحي الصرف في انبوب محوره s يميل على الافق زاوية α ونصف قطره R ، الشكل (١٨ . ٢) .

نعتبر طبقة اسطوانية من السائل بعدها عن محور الانبوب r ، سماكتها dr وطولها L . نفرض p_1 الضغط المؤثر في المقطع ① بدابة L و p_2 الضغط

المؤثر في ② نهاية l ، الذين يمكن قياسها بانبوبين بيزومتريين ، كما في الشكل ، أو بمساعدة مانومتر تفاضلي .

نطبق على الطبقة الاسطوانية السائلة كعنصر حجمي كتلته $dm = \rho \cdot 2\pi r dr \cdot l$ شرط توازن القوى في اتجاه الجريان ، حيث تستوجب الحركة المستمرة والمنظمة للعنصر الحجمي أن تكون محصلة القوى كافة المؤثرة عليه معدومة .

وبما أنه في حالة الجريان الصفائحي الصرف تكون صورة الجريان في جميع مقاطع الانبوب واحدة ، فإن تغير السرعة باتجاه محور الانبوب $\partial v / \partial s = 0$ ، وبسبب أن $\partial v / \partial t = 0$ فرضاً ، لأن الجريان مستقر ، فيكون التسارع المادي معدوماً ، وبالتالي تنعدم قوة العطالة وتصبح القوى المؤثرة على العنصر الحجمي في اتجاه الجريان محصورة بقوة الضغط F_{p_x} وب قوة الثقل F_{G_x} وب قوة الاحتكاك F_{τ_x} ، و شرط التوازن يقضي عندئذ :

$$\vec{F}_{p_x} + \vec{F}_{G_x} + \vec{F}_{\tau_x} = 0 \quad (18.19).$$

محصلة قوى الضغط المؤثرة على الاسطوانة السائلة موجبة باتجاه الجريان لأن $p_2 < p_1$ وقيمتها :

$$F_{p_x} = (p_1 - p_2) \cdot 2\pi r dr \quad (18.20).$$

ومركبة قوة الثقل باتجاه الجريان هي أيضاً موجبة وتبلغ :

$$F_{G_x} = F_G \cdot \sin \alpha = g \cdot dm \cdot \sin \alpha = g \cdot \rho \cdot 2\pi r dr \cdot l \cdot \sin \alpha \quad (18.21).$$

إن محصلة F_{p_x} و F_{G_x} تمثل القوة الدافعة التي يجب أن تتوازن مع محصلة قوى الاحتكاك الناتجة عن أجهادات القص لماؤثرة على الغلاف الداخل والخارجي للاسطوانة السائلة الفارغة . وحيث أن السرعة الموضعية تتناقص

بمعكس اتجاه r (الناظم) المختار في الشكل (٢٠١٨) فيكون $\partial V / \partial r < 0$ وينتج من (18.17) اجهاد القص الموزع بانتظام على الغلاف الداخلي للاسطوانة السائبة :

$$\tau = -\eta \frac{\partial V}{\partial r} \quad (18.22),$$

وتكون بالتالي قوة الاحتكاك الناتجة عنه :

$$F'_{\tau_s} = -2\pi r l \cdot \eta \frac{\partial V}{\partial r} \quad (18.23).$$

على الغلاف الخارجي للاسطوانة السائبة يؤثر اجهاد القص $\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr$ وتبلغ بالتالي قوة الاحتكاك بمراعاة (18.22) و (18.23) :

$$F''_{\tau_s} = +2\pi \eta l \left[r \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) dr \right] \quad (18.24).$$

وعليه فان محصلة قوى الاحتكاك تبلغ :

$$F_{\tau_s} = F'_{\tau_s} + F''_{\tau_s} = +2\pi \eta l \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) dr \quad (18.25).$$

F_{τ_s} تؤثر بمعكس اتجاه الجريان ، وإشارة (+) دخلت لتكون $\partial V / \partial r < 0$

من (18.19) ، (18.20) ، (18.21) و (18.25) نجد أخيراً :

$$2\pi r dr [(p_1 - p_2) + \rho g l \sin \alpha] + 2\pi \eta l \frac{\partial}{\partial r} \left(r + \frac{\partial V}{\partial r} \right) dr = 0 \quad (18.26).$$

ليكن h فرق الارتفاع الشاقولي بين مركزي قاعدتي الاسطوانة السائبة

فيكون حسب الشكل (٢٠١٨) : $\sin \alpha = (z_1 - z_2) / l = h / l = \text{const}$:
 ويثل ما يعرف باسم تدرج الارتفاع الجغرافي أو المسكاني . ويعرف تدرج
 ارتفاع الضغط انه الحسارة في ارتفاع الضغط بالنسبة لواحدة طول الأنبوب
 في اتجاه الجريان ، وله أيضاً قيمة ثابتة اذا كانت طبيعة الجريان واحدة في جميع
 مقاطع الأنبوب ، وهذا يحقق عمومياً بالنسبة للجريان المستقر وشبه المستقر في
 الانابيب الاسطوانية المستقيمة . وعليه ينتج تدرج الجريان لخط الانابيب :

$$J = \frac{p_1 - p_2}{\rho g l} + \frac{h}{l} = \text{const} \quad (18.27)$$

ندخل J في (18.26) فتصبح :

$$\rho g 2 \pi l J r dr + 2 \pi \eta l \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right) dr = 0.$$

وحيث أن J ، ρ ، η لا تتعلق بـ r فيمكن تحويل التكامل الجزئي إلى تكامل
 عادي . فإذا أجرينا التكامل مرتين نجد بسهولة بعد اصلاح بسيط :

$$\frac{\rho g J}{4} r^2 = - \eta V + C_1 \ln r + C_2 \quad (18.28),$$

حيث C_1 ثابت التكامل الأول و C_2 ثابت التكامل الثاني ، اللذان يجب تحديدهما
 من الشروط الحدية .

من أجل $r = 0$ تصبح $\ln r \rightarrow \infty$ وبالتالي تسعى السرعة V إلى
 اللانهاية وهذا غير معقول فيزيائياً . لذلك يجب أن يكون $C_1 = 0$.
 وهذا يعني في نفس الوقت أن $dV/dr = 0$ من أجل $r = 0$ ، وبالتالي فإن
 المماس على منحنى توزيع السرعة ، أو كما يسمى بروايل السرعة ، عند $r = 0$
 يتعامد مع محور الأنبوب ، حيث يكون للسرعة قيمة أعظمية $V(r=0) = V_{\max}$.

من جهة أخرى يكون من أجل $r = R$ وبحكم شرط الالتصاق $v = 0$ ، وعليه
ينتج من (18.28) :

$$C_2 = \frac{\rho g J}{4} R^2$$

ونحصل بالتالي على علاقة نوزع السرعة على المقطع بالصيغة :

$$V(r) = \frac{\rho g J}{4 \eta} (R^2 - r^2) = \frac{g J}{4 \nu} (R^2 - r^2) \quad (18.29),$$

حيث ν اللزوجة الحركية ، وبهذا نخلص للنتيجة الهامة التالية :

تتوزع السرعة على مقطع أنبوب اسطواني دائري في حالة جريان صفائحي
سواءً لفئة الجسم قطع مكافئ دوراني ذروته واقعة على محور الأنبوب ،
(الشكل ٣.١٨) .

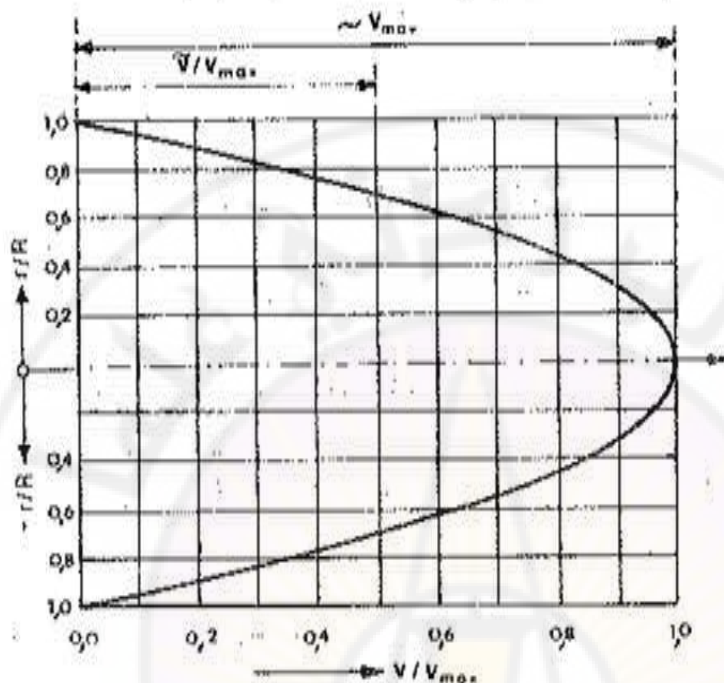
بسهولة نجد السرعة الأعظمية بوضع $r = 0$ في (18.29) :

$$V(r=0) = V_{\max} = \frac{g J}{4 \nu} R^2 \quad (18.30).$$

نتطبع الآن حساب التيار الحجمي Q للجريان كتكامل للتيارات الحجمية
الجزئية . بالعودة للشكل (٣.١٨) وباستخدام (18.29) نجد بسهولة :

$$Q = \int_{(A)} dQ = \int_{(A)} V(r) dA = \int_0^R \frac{g J}{4 \nu} (R^2 - r^2) \cdot 2 \pi r dr$$

$$Q = \frac{\pi g J R^4}{8 \nu} = \frac{\pi g J d^4}{128 \nu} \quad (18.31),$$



الشكل ٣.١٨: بروفيل السرعة لجريان صفائحي صرف في الأنبوب اسطواناني دائري يتبع جسم قطع مكافئ دوراني.

ويكون $Q = \text{const}$ على طول الأنبوب لضرورات شرط الاستمرار. هذه العلاقة معروفة باسم قانون هاجن - بوازيل لحساب التيار الحجمي، وهو يتضمن مايلي:

التيار الحجمي لجريان صفائحي صرف في أنبوب اسطواناني دائري يتناسب طرذاً مع تدرج الجريان ومع الاس الرابع لقطر الأنبوب وعكساً مع اللزوجة الحركية للسائل.

٢٠٢٠١٨ حساب السرعة الوسطية للتيار الحجمي ، ومعامل القدر

وتوزع السرعة المتوسطي

لنتمكن من تطبيق معادلة برنولي المطورة (18.4) ومعادلة الاستمرار نحسب السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{V}$ حسب (18.3) فنعيد بإدخال (18.31) :

$$Q = \bar{V} \cdot A = \bar{V} \pi R^2 = \frac{\pi g J R^4}{8 \nu} \Rightarrow$$

$$\bar{V} = \frac{g J R^2}{8 \nu} \quad (18.32).$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (18.30) تصبح :

$$\bar{V} = \frac{1}{2} V_{\max} \quad (18.33) ,$$

وبالتالي تبلغ السرعة الوسطية للتيار الحجمي نصف السرعة الاعظمية للجريان الصفائحي .

نحسب الآن تدرج الجريان J من (18.32) بدلالة $\bar{V}$ ونقارن النتيجة مع (18.27) فينتج :

$$J = \frac{8 \nu}{g R^2} \bar{V} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g l} + \frac{h}{l} \quad (18.34) ,$$

أي أن J يتناسب طردياً مع $\bar{V}$ وعكساً مع مربع نصف القطر .

نفرض الآن تسهلاً للحساب ودون الحسد من مدلول النتيجة أن الانبوب

بوضعية أفقية فيكون $h = 0$ و $\Delta p_v = p_1 - p_2$ الخسارة في الضغط ، ويصبح بالتالي ارتفاع الفواقد باستخدام (18.34) :

$$\Delta h_v = \frac{\Delta p_v}{\rho g} = \frac{8 \nu l}{g R^2} \bar{V} = \frac{32 \nu l}{g d^4} \bar{V} \quad (18.35).$$

بمقارنة هذه العلاقة مع علاقة دارسي (18.8) بعد ضرب طرفيها بـ ρ نجد .

$$64 \frac{\nu}{\bar{V}d} \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} V^2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \bar{V}^3$$

ومنها ينتج معامل الاحتكاك للجريان الصفائحي الصرف في الانابيب الاسطوانية الدائرية :

$$\lambda = \frac{64 \nu}{\bar{V}d} = \frac{64}{Re} \quad (18.36)$$

أي أن λ تابع بحت لعدد دينولدن ويتناسب عكساً معه . وبصيغة لوغاريمية $\lg \lambda \approx f(\lg Re)$ تصبح (18.36) علاقة خطية ويمثلها مستقيم ، (انظر لاحقة الشكل ٣٠١٨) .

للحصول على توزيع الابعدي للسرعة يصلح للمقارنة بين بروفيلات سرعة مختلفة نسب السرعة الموضعية $V(r)$ الى السرعة الاعظمية V_{max} فنحصل من (18.29) و (18.30) :

$$\frac{V}{V_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (18.37)$$

الشكل (٣٠١٨) يمثل هذه العلاقة ، ويتضح منه أن جملة القياس ليس لها علاقة بتوزيع السرعة الابعدي .

ان مدلول العلاقة (18.37) بالنسبة للتيار الحجمي Q يتجلى اذا ادخلنا فيها $\bar{V}$ ووجب (18.33) فنجد :

$$\frac{\bar{V}}{V_{max}} = \frac{1}{2} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

هذا يعني أن التيار الحجمي عبر أنبوب نصف قطره R وبسرعة موزعة وفقاً لقطع مكافئ، يساوي التيار الحجمي عبر أنبوب قطره R ، وبسرعة موزعة بانتظام على كامل مقطعه مقدارها v_{max} ويساوي أيضاً التيار الحجمي عبر أنبوب نصف قطره R وبسرعة موزعة بانتظام على المقطع مقدارها v .

٣.٢.١٨ مجال استخراج قانون هاجن - بوازيل

يتبين مما سبق أعلاه أن الجريان الصفائحي الصرف يمكن حسابه بدقة تامة ، بينما سنرى فيما بعد أن حساب الجريان المضطرب تقريبي .

لقد أجريت تجارب عديدة ومن باحثين مختلفين لتحديد المجال الذي يبقى فيه قانون هاجن - بوازيل محققاً ، وذلك فيما يتعلق بتأثير اللزوجة ، ومواصفات جدار الأنبوب وخاصة خشونة ، وكذلك تأثير انضغاطية السائل التي سوف لا نأخذها هنا بالاعتبار . وقد أكدت هذه التجارب (راجع [١١] ، [22]) ، أن قانون هاجن - بوازيل يعطي دقة عالية حتى لزوجات تصل إلى 10^6 مرة لزوجة الماء ، شريطة ألا ينقص قطر الأنبوب الاصغري عن قيمة معينة تتعلق بلزوجة السائل . فيازم مثلاً أن يكون القطر الاصغري للأنبوب $d \geq 2 \text{ mm}$ من أجل لزوجة تبلغ 10^7 مرة لزوجة الماء ، و $d \geq 10 \text{ mm}$ من أجل لزوجة تبلغ 10^6 مرة لزوجة الماء .

كما اثبتت التجارب أيضاً أن خشونة الجدار لا تؤثر على قيمة معامل الاحتكاك λ وبالتالي على الخسارة في الضغط أو القدرة . فقد تبين أن العلاقة (18.36) تبقى محقة حتى خشونات نسبية تصل إلى 3,5% من نصف قطر الأنبوب ، أي $k/R \leq 0,035$ ، شريطة أن ندخل في العلاقات حسابية نصف قطر وسطي يتم تحديده من حجم الماء ، مثلاً ، الذي يملأ قطعة من الأنبوب بطول معين . والتفسير الفيزيائي لهذه النتيجة أن جزيئات السائل

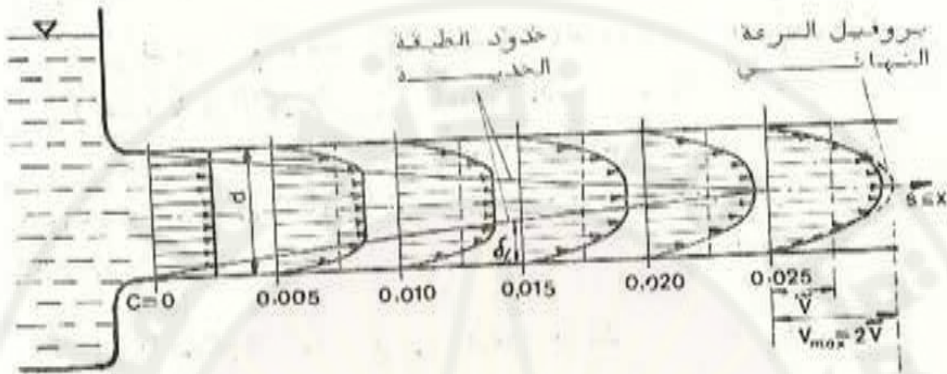
الملاصقة لجدار الانبوب فلذا الفراغات المتكونة بين الحشوات وتجعل السطح الداخلي امام هيدروليكيًا ، ولا تتشكل على الاطراف الحادة لتتواءم الحشوة اية اعاصير لأن السرعة بطيئة عادة ، ولا تحدث عمليات مزج .

٤.٣.١٨ تسكون الجريان الصفائحي وتحديد مسافة البدء

الجريان الصفائحي الصرف لا يتكون مباشرة بعد دخول السائل الى الانبوب ، اي في لحظة بدء الحركة ، ذلك ان قوى الاحتكاك الناتجة عن تأثير اللزوجة لا تؤثر فجأة بكامل قيمتها ولها تزايد تدريجياً خلال فترة زمنية محددة حتى تبلغ قيمتها السكاملة ، ويصبح عندئذ توزع السرعة كما في الشكل (٣ ، ١٨) . تعرف مسافة البدء او مسافة الدخول Entrance length l_E بأنها المسافة بين مقطع الدخول للانبوب والمقطع الذي تصبح فيه السرعة السائدة عند محور الانبوب تختلف بمقدود 1% فقط عن السرعة الاعظمية للجريان الصفائحي الصرف بموجب (18.30) ومن البديهي أن قانون هاجن - بوازيل والعلاقات الاخرى المتعلقة بالجريان الصفائحي الصرف لا تنطبق على الجريان الذي يعبر المسافة l_E ، ولهذا يجب تحديدها .

لقد اجريت دراسات نظرية وتجريبية كثيرة (راجع [7] ، [11] ، [22]) لتحديد العوامل المؤثرة على حماية تكون الجريان الصفائحي وحساب المسافة l_E والحساسة في الضغط على طولها . ولعل أهم هذه الدراسات النظرية هي تلك التي قام بها بوسينسك Boussinesq عام 1891 و شيلر Schiller عام 1922 ، التي قارن نتائجها نيكورادسي Nikuradsi مع نتائج تجاربه المنشورة عام 1931 ، وذلك بالنسبة للجريان في انبوب افقي قطره 1 متصلا مسع فتحة تفريغ خزان مدورة الجوانب بشكل نفثة ، بحيث يتصرف السائل

عند مدخل الانبوب وكأنه سائل مثالي (انظر [154] ص ٢٧٧) ، الشكل (٤.١٨) .



الشكل ٤.١٨ : تكون الجريان الصفائحي الصرف في مسافة الدخول x_0 حسب قياسات نيكورادسي . سماكة الطبقة الحدية الصفائحية δ تزداد تدريجياً لتصبح $\delta_f = R$.

في لحظة بدء الجريان تكون قوى الاحتكاك معدومة وشرط الالتصاق غير محقق ، وعليه يكون توزيع السرعة في مقطع الدخول للانبوب منتظماً ، وكان السائل مثالي . ومع تقدم الجريان في الانبوب يبدأ تأثير قوى الاحتكاك وينحصر بالطبقة الحدية الرقيقة الملاصقة لجدار الانبوب ، بينما يبقى الجريان في المنطقة المحيطة بمحور الانبوب والمساهمة نواة الجريان Central core غير متأثر بقوى الاحتكاك . في الطبقة الحدية يتحقق شرط الالتصاق وتنعيم السرعة على جدار الانبوب بينما يبقى توزيع السرعة منتظماً في نواة الجريان . وتزداد سماكة الطبقة الحدية δ باضطراب من الصفر عند مقطع الدخول الى أن تصبح $\delta_f = R$ ، حيث ينعدم عندئذ قطر نواة الجريان وتصبح

جزيئات السائل كافة في مقطع الانبوب خاضعة لتأثير قوى الاحتكاك بعد أن تكون قد قطعت مسافة الدخول l_E وانتهت عملية تكون الجريان الصفائحي الصرف الذي يخضع فيه توزيع السرعة لجسم قطع مكافئ . حسب (18.29) .

في ضوء ما تقدم تتوضع العوامل المحددة لمسافة الدخول . فالجريان عبر l_E يخضع لقوى الاحتكاك التي تكبح جزيئات الطبقة الحدية ، ويخضع أيضا لقوة العطالة التي تسرع جزيئات نواة الجريان تحقيقا لشرط الاستمرار ، وبالتالي يجب في ضوء التحليل التجريبي للقوى (الفقرة ١٠٢٠١٦) أن تكون $l_E = f(Re)$. ولزيادة في الايضاح نبين تأثير القيم الافرادية على تحديد l_E .

إن تزايد تأثير اللزوجة يؤدي لتزايد قوى الاحتكاك وبالتالي للاسراع بتشكيل الطبقة الحدية إلى أن نأخذ كامل مقطع الانبوب . وهذا يعني أن $l_E \sim \sqrt{x}$. بالمقابل فكما كان مقطع الجريان كبيرا كما استغرقت عملية تكون الطبقة الحدية للجريان الصفائحي الصرف وقتا أطول ، وعليه فإن $l_E \sim A$. وأخيرا فكما كانت السرعة الوسطية للتيار الجعيمي كبيرة كلما لزم وقت أطول لكبح جزيئات نواة الجريان حتى يتحقق التوازن بين قوى العطالة وقوى الاحتكاك . وعليه فإن $l_E \sim \bar{V}$. وتصبح بالنتيجة في حالة مقطع دائري $A = \pi d^2/4$ مسافة الدخول :

$$l = \text{const} \cdot \frac{\bar{V} \cdot A}{\nu} = C_E \cdot \frac{\bar{V} d}{\nu} , d = C_E \cdot Re \cdot d \quad (18.38).$$

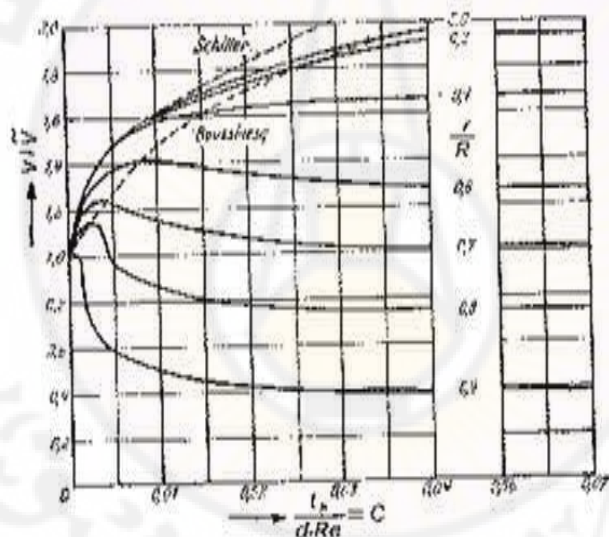
وبالنسبة لمقطع يبعد l_x عن مقطع الدخول :

$$l_x = C \cdot Re \cdot d \quad (18.39),$$

حيث C ثابت له قيمة محدودة في كل مقطع من المجال $0 \leq l_x \leq l_E$ ،

ويبلغ قيمته الحدية $C = C_{12}$ عندما $l_x = l_{12}$. وقد برهنت التجارب فعلاً وجود العلاقتين السابقتين .

لحساب قيمه C_{12} وتحديد l_{12} افترض بوسينيسك في نظريته أن قوى الاحتكاك تؤثر على الجريان في كامل المقاطع خلال عبوره المسافة l_{12} ، وحسب على هذا الأساس $C_{12} = 0,065$. بالمقابل افترض شيلر أن نواة الجريان تبقى خلال مسافة الدخول غير خاضعة لقوى الاحتكاك ، فنتج معه $C_{12} = 0,029$ ، أي أقل من نصف القيمة التي حسبها بوسينيسك . وقد أثبتت مقارنة نتائج هاتين النظريتين مع نتائج تجارب نيكوردامس ، الشكل (٤.١٨) و (٥.١٨) ، أن نظرية شيلر تطابق الواقع في المجال القريب من بدء مسافة الدخول ، بينما يظهر



الشكل ٥.١٨ : توزيع السرعة للجريان الصفائحي في مسافة الدخول عند مسافات مختلفة من جدار ومدخل الأنبوب ، حسب نظرية شيلر وبوسينيسك وإحداثيات نيكوردامس . [١١]

تطابق نظرية بوسينيسك مع الواقع في المجال القريب من نهاية مسافة الدخول .

ويبين من الشكل (٤.١٨) أنه من أجل $C = \frac{l_e}{d \cdot Re} \leq 0,01$ تبقى ذروة الجريان غير متأثرة بقوة الاحتكاك ، بينما يظهر تأثير الزوجة على الجريان من أجل $C > 0,01$ واضحاً في المنحني بروفيل توزع السرعة باتجاه محور الأنبوب. ويكون من أجل $C = 0,025$ الاختلاف بين السرعة عند محور الأنبوب والسرعة الأعظمية للجريان الصفائحي الصرف محدود 9% ، بينما تعتبر القيمة العملية للثابت C عند نهاية $l_e : C_{le} = 0,06$ ، وبذلك تصبح (18.38) :

$$l_e = 0,06 \cdot Re \cdot d \quad (18.40),$$

وعليه تبلغ من أجل $Re = 200$ مسافة الدخول $l_e = 12 d$ ، ومن أجل $Re = 2000$ تصبح $l_e = 120 d$ ، ومن أجل عدد دينولدز الخارج نجد مسافة الدخول الأعظمية للجريان الصفائحي $l_e = 139 d$.

لنحسب الآن الخسارة في الضغط بين بداية ونهاية مسافة الدخول Δp_{le} فتتبع لسببين : الأول تسريع نواة الجريان من $\bar{V}$ إلى $\bar{V} = 2 \bar{V}_{max}$ ، والثاني مقاومة الاحتكاك المتعلقة باجهادات القص : السمتي تتغير على طول l_e بسبب تغير بروفيل السرعة ، العلاقة (18.17) :

ان القدرة الحركية بالنسبة لواحدة الكتلة تبلغ في مقطع الدخول ($C=0$) الشكل (٤.١٨) $\frac{\bar{V}^2}{2}$ ، وتصبح بعد عبور المسافة l_e ، حيث توزع السرعة يتبع قطعاً مكافئاً $\frac{\bar{V}^2}{2}$ ، ويمكن البرهان على هذه النتيجة بسهولة إذا كاملنا القدرة الحركية الجزئية التي تعبر عنصراً سطحياً dA وأدخلنا توزع السرعة بموجب (18.37) ، إذت يقابل تزايد القدرة الحركية خسارة في الضغط :

$$\Delta p_{le} = 2 \frac{\rho}{2} \bar{V}^2$$

من جهة أخرى فقد حسب شيار خسارة الضغط اللازمة للتغلب على قوى الاحتكاك في مسافة الدخول ووجد أن $\Delta p_{v_e} = 0,16 \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}^2$. وعليه تكون خسارة الضغط الاجمالية بين بداية ونهاية l_E :

$$\Delta p_{v_E} = 2,16 \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.41).$$

بينما تبلغ حسب نظرية بوسينيسك :

$$\Delta p_{v_E} = 2,24 \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.42).$$

وتصبح مع الانقباض للعلاقة (18.35) خسارة الضغط الاجمالية في أنبوب أفقي طوله $l + l_E$:

$$\Delta p_v = \frac{32 \rho v l \bar{V}}{d^4} + 2,16 \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.43),$$

أو بصيغة لابعدية بعد تقسيم الطرفين على ضغط الركود $\bar{q} = \frac{\rho}{2} \bar{V}^2$:

$$\frac{\Delta p_v}{\bar{q}} = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} + \zeta_E = \lambda \frac{l}{d} + \zeta_E \quad (18.44),$$

حيث ζ_E معامل الفقد الاضافي لمسافة الدخول ويتبع حسب [11] العلاقة :

$$\zeta_E = 1 + f \left(\frac{l_E}{d \cdot Re} \right) = 1 + f(C) \quad (18.45).$$

ζ_E يتزايد في مقطع الدخول ، $(C = 0)$ ، من الصفر وحتى الواحد، ومن ثم يتزايد ببطء حتى يبلغ حسب شيار عند نهاية مسافة الدخول القيمة $\zeta_E = 2,16$ ، مقابل $\zeta_E = 2,24$ حسب بوسينيسك و $2,26 \dots 2,43$ حسب هوسكنج Hosking .

عندما يكون مدخل الأنبوب حاداً ، غير مدور الجوانب كما في الشكل (٤.١٨) ، يتشكل عند مدخل الأنبوب اعصار يخفف حدة حوافي المدخل ويجعلها مدورة طبيعياً ، ولكن الحسارة في الضغط تزداد قليلاً في مسافة الدخول .

٥.٢.١٨ أسئلة مراجعة ونوابين

- من ١.١٨ : برهن أن معادلة برنولي المطورة تعبر عن قانون الحفاظ للقدرة .
- من ٢.١٨ : استعيد معامل الاحتكاك λ للجريان في أنبوب اسطوانى دائري قطره d يجري فيه سائل كثافته ρ بتيار جهدي ثابت Q بفاس فرق الارتفاع h_m لسوية سائل الماياس في مانومتر تفاضلي موصول بين مقطعين انفصلها مسافة l . أوجد λ بدلالة ρ ، Q ، l ، d ، h_m .
- من ٣.١٨ : عرف عدد رينولدز المخرج والسرعة الخارجة الأنتقال الصفائحي المضطرب . لماذا لا يمكن تحديد قيمة واحدة لـ Re_{cr} ؟
- من ٤.١٨ : استخرج قانون هاجن - بواسيل وحدد مجال تطبيقه .
- من ٥.١٨ : عرف مسافة الدخول l_E برهن بمساعدة التحليل البعدي أن $l_E = f(Re, d)$.
- من ٦.١٨ : عند أي مسافة x من محور الأنبوب تصبح السرعة الموضعية للجريان الصفائحي الصرف مساوية لسرعة التيار الجهدي .
- من ٧.١٨ : برهن أن معامل الاحتكاك λ للجريان الصفائحي الصرف يتعلق بعدد رينولدز فقط ولا يتأثر بشدة جدار الأنبوب .
- من ٨.١٨ : لماذا تنغير قيمة معامل الاحتكاك λ على طول مسافة الدخول l_E ؟ هل ذلك فيزيائياً ورياضياً .
- من ٩.١٨ : احسب معامل عدم انتظام القدرة الحركية $\alpha_{v,c}$ للجريان الصفائحي الصرف في أنبوب اسطوانى دائري المقطع .

الحل : القدرة الحركية بالنسبة لواسعة الكتلة التي نلكتها جزيئات السائل التي تعبر مقطع الجريان تتعلق بتوزيع السرعة في ذلك المقطع . ويعرف معامل عدم انتظام القدرة الحركية كنسبة بين القدرة الحركية للجريان في حالة توزيع غير منتظم للسرعة الى القدرة الحركية المحسوبة بالسرعة الوسطية للتيار الجهمي الموزعة بانتظام على المقطع .

في حالة الجريان الصفائحي الصرف في انبوب اسطوانى دائري تتوزع السرعة بوجود (18.37) وفقاً لمقطع مكافئ دوراني ، وانكون الكتلة الجزئية للسائل التي تعبر عنصراً سطحياً $dA : dm = \rho V dA$ والقدرة الحركية الجزئية :

$$dP_{ke} = \frac{\rho}{2} V^3 dA$$

بإدخال (18.37) ووضع $dA = 2\pi r dr$ واجراء التكامل على كامل مقطع الانبوب نجد :

$$\begin{aligned} P_{ke} &= \frac{\rho}{2} \int_{(A)} dP_{ke} dA = \frac{\rho}{2} \int_0^R \left\{ V_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \right\}^3 2\pi r dr \\ &= 2\pi \frac{\rho}{2} V_{max}^3 \int_0^R \left[1 - 3 \left(\frac{r}{R} \right)^2 + 3 \left(\frac{r}{R} \right)^4 - \left(\frac{r}{R} \right)^6 \right] r dr \\ P_{ke} &= \frac{\rho}{2} \pi R^2 \frac{V_{max}^3}{4} \quad (a) \end{aligned}$$

بالمقابل فإن القدرة الحركية المحسوبة بالسرعة الوسطية للتيار الجهمي تبلغ :

$$\bar{P}_{ke} = \frac{\rho}{2} \pi R^2 \bar{V}^3 \quad (b)$$

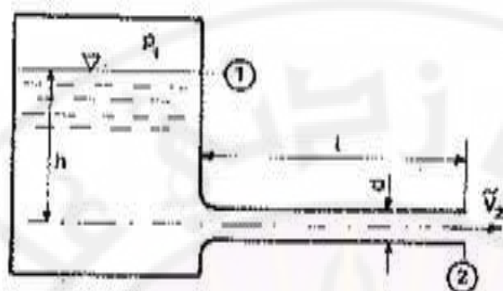
وبما أنه بموجب (18.39) : $V_{max} = 2 \bar{V}$ ، ينتج من (a) و (b) معامل عدم انتظام القدرة الحركية :

$$C_{ke} = \frac{P_{ke}}{\bar{P}_{ke}} = 2 \quad (c)$$

لهذا نلاحظ ان القدرة الحركية بين بداية ونهاية مسافة الدخول بقدر الضعف .

ت ٢٠١٨ : بناءً على مجرى مفتوحة الفريغ سبانية مدورة الجوانب يتصل بها

أنبوب تفريغ أفقي قطره d وطوله l ، الشكل (ت ١٠١٨) . يحتوي الإناء زيتاً لارتفاع ثابت h من محور الأنبوب ، وهواء مضغوط مطلق p_1 . إذا كان التفريغ الزيت يتم في الهواء الجوي حيث الضغط p_a فالمطلوب :



الشكل ت ١٠١٨

١ - حساب سرعة التفريغ المثالي v_2 ، بفرض أن الجريان في الأنبوب مديم الاحتكاك .

٢ - حساب سرعة التفريغ v_2 والنتيجة الحجمي Q إذا كانت اللزوجة الحركية للزيت ν وأهمنا مسافة الدخول والفواصل الاغراضية الأخرى كافة .

معطى : $p_1 = 11.10^5 \text{ Pa}$ ، $h = 2 \text{ m}$ ، $l = 10 \text{ m}$ ، $d = 3 \text{ cm}$

$\nu = 9.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ ، $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ، $\rho = 880 \text{ kg/m}^3$ ، $p_a = 10^5 \text{ Pa}$

الحل : ١ - بما أن الجريان مستقر وعدم الاحتكاك نطبق معادلة برنولي على التلمطين ① و ② من خط تيار يمر بهما ونعتبر محور الأنبوب مستوياً للقياس فنجد تكون $v_1 = 0$:

$$v_2 = \sqrt{2 \left(\frac{p_1 - p_a}{\rho} + g h \right)} \quad (a).$$

بادخال القيم العددية ننتج سرعة التفريغ المثالية :

$$v_2 = 45.6 \text{ m/s}$$

$v = 0$: بما أن الدواقد لم تعد مهمة ونفترض بدواقد الاحتكاك في الانبوب نطبق معادلة برنولي المطورة (18.4) بصيغة الارتفاعات واضع $V_1 = 0$:

$$\frac{p_1}{\rho g} + h = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + \Delta h_v \quad (b)$$

بسبب معادلة الاستمرار ولكون $d = \text{const}$ فإن $V_2 = \text{const}$ على طول الانبوب .
وينتج ارتفاع الدواقد من علاقة دارسي (18.8) :

$$\Delta h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{V_2^2}{2g} \quad (c)$$

لتحديد معامل الاحتكاك λ يتوجب تحديد طبيعة الجريان في الانبوب بشرط قيمة Re .
وبما أن السرعة المثالية $V_2 < V_c$ قطعاً ، وحيث أن عدد رينولدز محسوباً بالسرعة المثالية يبلغ :

$$Re = \frac{V_2 d}{\nu} = 1455 < 2320 = Re_{cr} \quad (d)$$

فإن الجريان يتوجب (18.16) هو جريان صفائحي صرف . ويكون يتوجب (18.30) :

$$\lambda = \frac{64 \cdot \nu}{V_2 \cdot d} \quad (e)$$

لندخل (e) و (c) في (b) فنجد :

$$V_2^2 + 2 \frac{32 \nu l}{d^2} V_2 - 2 \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g h \right) = 0 \quad (f)$$

يحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية وإعمال الجذر السالب لأنه غير مقبول فيزيائياً فننتج
سرعة التفريغ الوسطية للتيار الحجمي :

$$V_2 = \frac{32 \nu l}{d^2} + \sqrt{\left(\frac{32 \nu l}{d^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g h \right)} \quad (g)$$

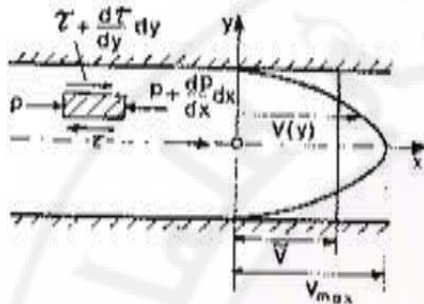
وينتج بالتالي التيار الحجمي :

$$Q = V_2 \frac{\pi d^2}{4} \quad (h)$$

بإدخال القيم العددية نجد :

$$\bar{V}_2 = 3.12 \text{ m/s} ; Q = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

ت ٢٠١٨ : بين صفيحتين مستوئيتين أفقيتين ثابتتين يجري سائل لزج جرياناً مستقرّاً صفائحياً صرفاً ، الشكل (ت ٢٠١٨) . إذا كانت المسافة بين الصفيحتين :



الشكل ت ٢٠١٨

يطلب تحديد توزيع السرعة $V(y)$ بدلالة الناطق y على اتجاه الجريان x ، وحساب التيار الحجمي بالنسبة لوحدة عرض الصفيحتين ونسبة السرعة الوسطية التيار الحجمي إلى السرعة الأعظمية ، بفرض η اللزوجة التحريكية ، ρ كثافة السائل.

الحل ، لقطع جزئياً جمعياً إبعاده (dx, dy) ، وندرس توازن القوى المؤثرة عليه التي تنحصر في حالة الحركة المستمرة غير المتسارعة بقوة الضغط الدافعة وقوة المقاومة الناتجة عن إجهادات القص ، حيث يلزم بمسك شرط التوازن أن نعدم محصلتها باتجاه x . وعليه نجد باستخدام رموز الشكل (ت ٢٠١٨) بعد إحلال بسيط :

$$-\frac{dp}{dx} + \frac{d\tau}{dy} = 0 \quad (a)$$

وبإدخال قانون نيوتن للاستكاك (18,17) تصبح (a) :

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{d^2 V}{dy^2} \quad (b)$$

إن تدرج الجريان V في هذا المثال ، كما في حالة الانبوب الأسطوانية الدائرية (العلاقة 18,27) ثابت ويصبح بسبب وضعية الصفيحتين الأفقية :

$$J = -\frac{1}{\rho g} \frac{dp}{dx} = \text{const} \quad (c)$$

وعليه ينتج من تكامل (b) مرتين ووضع $\eta = \mu$ توزيع السرعة بالصيغة :

$$v(y) = -\frac{H J}{2 \nu} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 \quad (d).$$

نوابت التكامل نحدد من الشروط الحدية التي يستلزمها شرط الالتصاق، حيث نكون $v(y) = 0$ من أجل $y = \pm 1/2$ وبالتالي نجد : $C_1 = 0$ ، $C_2 = \frac{H J}{2 \nu} \frac{1^2}{4}$ ، بذلك تصبح (d) :

$$v(y) = \frac{H J}{2 \nu} \left(-\frac{1^2}{4} - y^2 \right) \quad (e).$$

وهي معادلة قطع مكافئ ذروته تقع على محور x .

التيار الحجمي الجزئي الذي يعبر شريحة سمكها $h = 1$ وارتفاعها dy يبلغ : $dQ = 1 \cdot dy \cdot v(y)$ وبالتالي ينتج التيار الحجمي بإدخال (e) وأجراء التكامل :

$$Q = \frac{H J}{2 \nu} \int_{-1/2}^{+1/2} \left(-\frac{1^2}{4} - y^2 \right) dy = \frac{H J 1^3}{12 \nu} \quad (f).$$

بذلك نكون السرعة الوسطية للتيار الحجمي :

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{1.1} = \frac{H J 1^2}{12 \nu} \quad (g)$$

ونحصل على السرعة الاعظمية من (e) من أجل $y = 0$:

$$v_{max} = \frac{H J 1^2}{3 \nu} \quad (h).$$

ونكون بالتالي :

$$\frac{v_{max}}{\bar{v}} = \frac{2}{3} \quad (i).$$

أي أن السرعة الوسطية للتيار الحجمي تبلغ ثلثي السرعة الاعظمية ، بينما تكون $v_{max} = 2\bar{v}$ في حالة أنبوب استوائي دائري بموجب (18.33) .

ت ١٠١٨ : أحد أجهزة قياس اللزوجة التحريكية أو الحركية المعروف باسم مقياس اللزوجة ذي الأنبوب الشعري يتألف من أناء مفتوح الأعلى وأنبوب تقريع أفقي

ذي قطر شعري لا يتجاوز عدة مايكروترات (انظر الشكل ت ١٠١٨) . يطلب استخراج العلاقة لتعدد اللوجة الحركية ، وتبين القيم التي تتوجب معرفتها كمعطيات للجهاز والتي يتوجب قياسها ، علماً انه من أجل تحديد دقيق للقيمة اللوجة يجب أخذ خصائص الجريان في مسافة الدخول .

* * *

٣.١٨ الانتقال الصفائحي - المضطرب للجريان في أنابيب

١٠.٣.١٨ العوامل المؤثرة على عدم استقرار الجريان الصفائحي

وطرق تحديد Re_{cr}

لقد سبق القول أن جريان هاجن - بوازيل الصفائحي يصبح مضطرباً عندما يكون $Re > Re_{cr} = 2320$ ، ويجب (18.15) و (18.16) . ويمكننا على هذا الأساس بالنسبة لجريان سائل معين في أنبوب محدد أن نعرف السرعة الحرجة للانتقال الصفائحي - المضطرب بالعلاقة :

$$V_{cr} = Re_{cr} \frac{v}{d} = 2320 \frac{v}{d} \quad (18.46),$$

وبالتالي فهي تبلغ في حالة الماء عند درجة حرارة $t = 20^{\circ}C$ ولزوجة حركية $v = 1,007.10^{-6} m^2/s$ بالنسبة لأنبوب قطر $d = 10 mm$: $V_{cr} = 0,233 m/s$ ، وبالنسبة لأنبوب قطر $d = 100 mm$: $V_{cr} = 0,023 m/s$. وتبلغ القيم المتساوية في حالة الهواء الجاف : $3,52 m/s$ ، $0,352 m/s$ ، من أجل $v = 15,6.10^{-6} m^2/s$. إذن لكل حالة جريان توجد قيمة معينة للسرعة الحرجة ، بينما لا تتغير قيمة عدد وينولدز الخارج ، حتى لو تغير السائل أو الأنبوب أو السرعة الوسطية .

إن المهندس يكتفي من أجل حساباته العملية بمعرفة قيمة Re_{cr} ولا يجهد نفسه غالباً بالتفكير في مسألة الانتقال الصفائحي - المضطرب . ولا غرو ، فإن الباحثين المتخصصين لم يتفقوا حتى الآن على تعريف دقيق رياضي وفيزيائي لمفهوم الاضطراب ولم يستجلبوا بوضوح تام كل المؤثرات والعوامل التي تؤدي لحدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب ، أي تحول حركة السائل من حركة صفائحية مستقرة Stable إلى حركة مضطربة غير مستقرة أو قلقة Liable ، بمعنى عشوائية غير منتظمة . وهكذا لا تزال مسألة استقرار Stability الجريان الصفائحي ، في الأنابيب والأقنية ، وخاصة في الطبقة الحدية ، من أهم المسائل التي تتركز عليها الأبحاث النظرية والتجريبية لأنها ذات أهمية أساسية بالنسبة لتطبيقات ميكانيك السوائل الحديث كافة . بالمقابل فإن الدراسات المتعلقة بالجريان المضطرب المتكوّن تماماً قد انتهت علاقات وقوانين نظرية وتجريبية أو نصف تجريبية ذات دقة كافية سواء بالنسبة لحساب الجريان في الأنابيب والأقنية أو بالنسبة للجريانات المسماة الأخرى ، وهذا ما سنبينه في الفقرات اللاحقة .

لقد تصور براندل [4] أن أسباب نشوء الاضطراب في الأنابيب ترتبط باحتمال وجود أعاصير ضعيفة محاورها موازية لمحور الأنبوب تنشأ نتيجة لجرانات ضعيفة ضمن خزان التفريغ . هذه الأعاصير تسبب في البدء عدم استقرار بروفيلات السرعة في الأنبوب ، مما ينجم عنه تفكك الجريان مع نشوء أعاصير عرضية لا تتلاشى بعد ذلك ، لأنها تسبب من جديد عدم استقرار بروفيلات السرعة . وعندما يكون مدخل الأنبوب حاد الاطراف تتكوّن سطوح فاصلة (راجع [154] ، ص ٢٨٦) تتفكك بسهولة لأعاصير وتسبب بالتالي نشوء الاضطراب . وبالفعل يمكن باستخدام أضواء شرابية مناسبة رؤية مثل هذه الأعاصير الافرادية في منطقة انتقال الجريان من صفائحي إلى مضطرب (الشكل ٦.١٨ ، ص ٧١) .

لقد أثبتت التجارب العديدة وخاصة الحديثة منها أنه ليس لعدد دينولدز الانتقالي أو الحرج أهمية مطلقة ، كما أن الإبقاء على $Re = \text{const}$ بموجب (16.12) يمثل شرطاً لازماً فقط ولكنه غير كافٍ عملياً لتحقيق التشابه التجريبي للجريان في الأنابيب ، خاصة في المنطقة الانتقالية . ومن المؤكد أن قيمة Re_{cr} تتعلق بدرجة التشويش Degree of disturbance للسائل الجاري وتتحدد وفقاً لقيمة التشويش الأعظمي . كما أن شكل مدخل الأنبوب ذو تأثير كبير على تحديد قيمة Re_{cr} يفوق بكثير تأثير خشونة الجدار وفقاً لتجارب أجراها شيلر ، لأن الأعاصير المتكونة من تفكك السطوح الفاصلة على الأطراف الحادة والتي يحملها الجريان عبر مسافة الدخول تساعد كثيراً عملية الانتقال الصفائحي - المضطرب . إضافة لذلك تتأثر قيمة Re_{cr} بدرجة تهديئة أو تضخيم السائل في الحزان قبل دخوله للأنبوب ، ويكون الأنبوب نفسه مستقيماً وذا مقطع دائري تماماً ، وجداره أملس بقدر ما يمكن أن نحقق ذلك الطرق التكنولوجية الحديثة . فإذا حققت التجربة هذه الشروط وعزلت الاهتزازات الميكانيكية عنها فبالإمكان الإبقاء على الجريان صفائحياً حتى أعداد دينولدز $Re \gg 2320$. وقد أمكن فعلاً بلوغ قيمة $Re = 10^5$ ، وهي حسب [157] أعلى قيمة معروفة لـ Re دون حدوث انتقال صفائحي - مضطرب ، مما يؤكد أن الجريان الصفائحي مستقر جداً ضد التشوشات المتناهية الصغر .

إن تقويم نتائج التجارب التي أجراها شيلر (1920) و روتا (Rotta 1956) ولندجرين Lindgren (1953-1963) ، راجع [19] ، [28a] ، [157] ، يسمح بالتعرف على تفاصيل عام -ة لعملية الانتقال الصفائحي - المضطرب واستخلاص نتائج عملية عبرت العلاقة (18.16) عن أهمها . وعادة تبدأ التجارب بعدد دينولدز صغير ثم تزداد قيمته تدريجياً :

$Re \leq 200$: كل التشويشات الأولية Initial disturbances تتغاضد في منطقة الدخول .

$Re > 200$: التشويشات الأولية تتطور الى كتيلات (حزم) اضطراب على طول مسافة وادخار ، يبلغ طولها $l_{de} = (20 - 70) \cdot d$.
هذه الكتيلات تتكاثر باتجاه الجريان وتظهر تذبذبات ذات توتر عالي وشدة عالية ، منها كانت التشويشات الأولية ضعيفة .

$Re < 2000$: بعد مسافة دخول تبلغ $l_{de} = (100 - 130) \cdot d$ تختفي كتيلات الاضطراب نهائياً بسبب التغاضد .

يمكن أن نلاحظ هنا أن مسافة الدخول الصفائحية عند $Re = 1000$ تبلغ $l_{de} \approx 60 \cdot d$ ، وتكون اجهادات الغس على الجدار في هذه المنطقة اكبر من الاجهادات السائدة في الجريان الصفائحي الصرف . لذلك فمن الممكن ان تفرق التشويشات في البداية بسبب التأثير المتبادل مع الجدار ، لكنها تعود فتتغاضد بعد مسافة الدخول عندما تصغر اجهادات الغس .

$Re > 2000$: تردد اعمار كتيلات الاضطراب ، وتساهم الظواهر التي تحدث في الكتيلة بالذات باطالة بقاءها في نفس الوقت نشأ ظاهرة التقطع Intermittency المتناوب الصفائحي - المضطرب .

$Re > 2400$: تتناول كتيلات الاضطراب خلال انتشارها في اتجاه الجريان وتأخذ شكلاً سهيمياً سرعة مقدمته أكبر من سرعة مؤخرته ، ويؤدي ذلك إلى تشابك الكتيلات وتداخلها مع بعضها البعض . وعندئذ تسود شروط الجريان المضطرب الصرف (المتكويّن تماماً) ، الحالي عملياً من أية فترات تقطع .

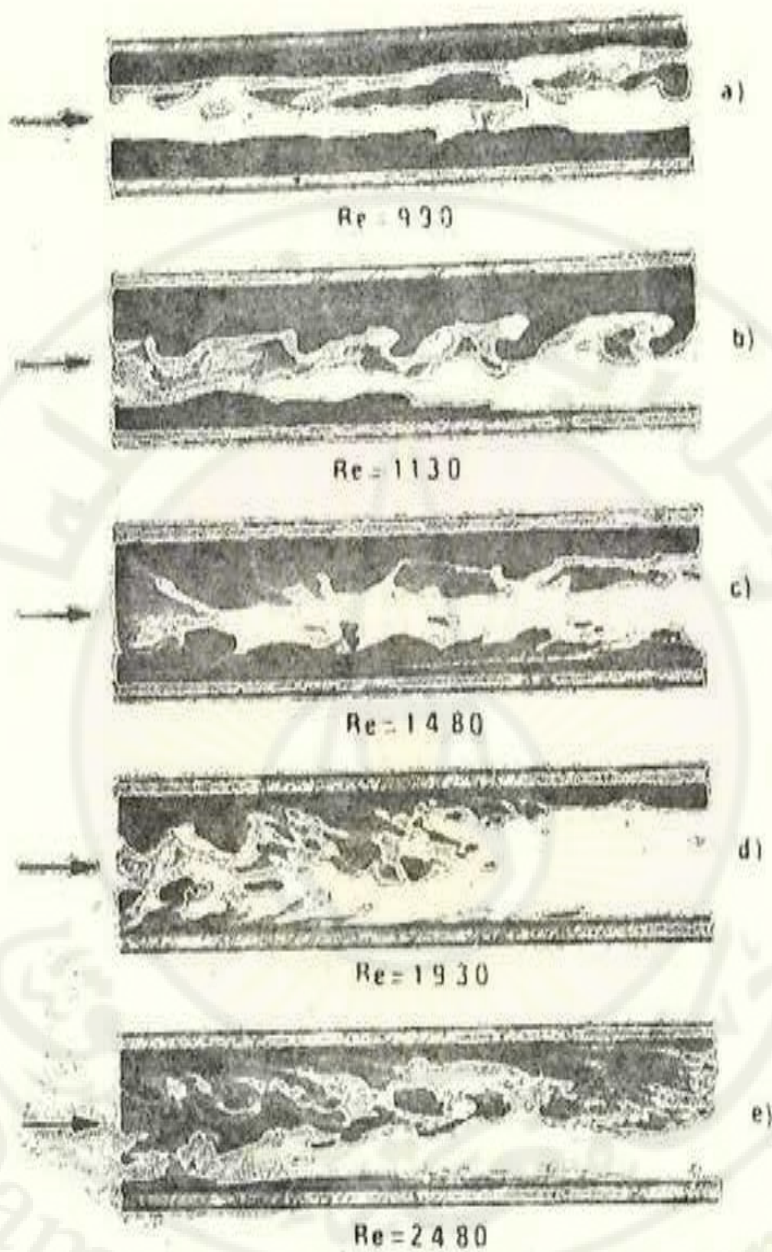
يتبين ، ما تقدم أن الانتقال الصفائحي - المضطرب ليس ظاهرة مفاجئة وأن لعدد رينولدز الحرج قيمة دنيا $Re_{cr, min} \approx 2000$ وقيمة عليا $Re_{cr, max} \approx 2400$.

وسنرى لاحقاً أن نفس النتيجة تنطبق على جريان الطبقة الحدية ، حيث يحدث الانتقال الصفائحي - المضطرب على طول مسافة معينة يزداد خلالها عدد رينولدز.

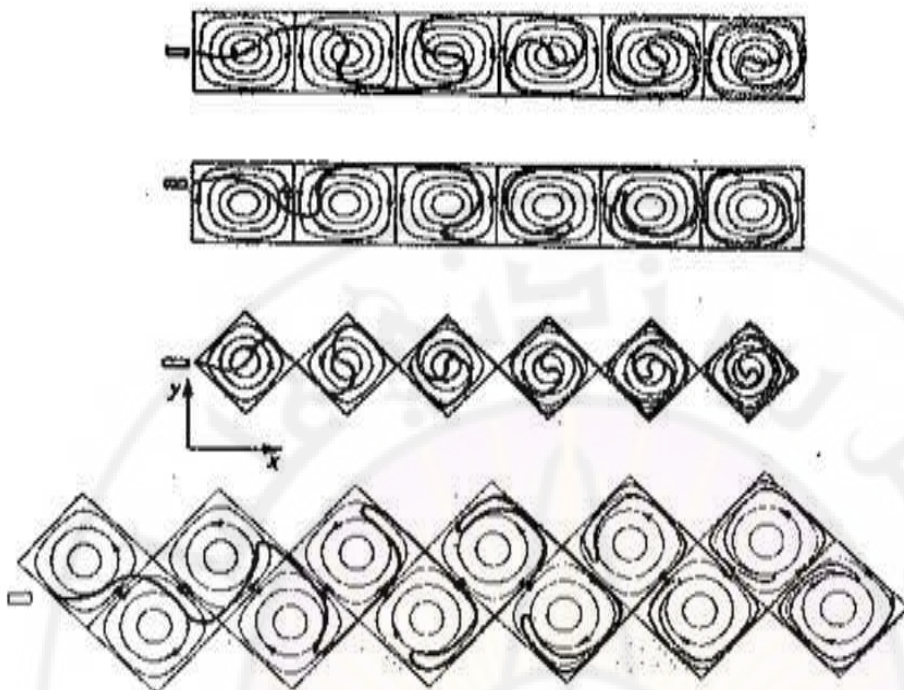
لتحديد قيمة Re_{crit} تجريبياً وتبيان الفرق بين طبيعة الجريان الصفائحي والمضطرب تطبق غالباً طريقة رينولدز (انظر الشكل ٣.٥ في [154]) التي يستخدم فيها لثنية الجريان في أنبوب التجريب ذي الجدران الشفافة (زجاج مثلاً) حبر ملون يخرج من مسبار متصل بأنبوبية نحاسية . الشكل (٦.١٨) يبين بوضوح أن انتشار الحبر يزداد شدة بسبب عمليات المزج الاضطرابي في المناطق الاعاصرية ، بينما يبقى خيط الحبر مرئياً ولا يمتزج مع الماء المحيط به حتى مسافة بعيدة من فوهة مسبار التجريب في حالة الجريان الصفائحي . وبتحديد أدق تظهر الصورة (a) من أجل عدد رينولدز صغير ($Re = 990$) ، أن النقب الملون تعرض لتشوه طفيف فقط ، بينما يضيء لوج هذا النقب عند $Re = 1130$ ، الصورة (b) ، عن وجود حقل اعصاري . وتقوى التموجات والاختلالات في الصورة (c) عندما $Re = 1480$ ، وخاصة في (d) عندما $Re = 1930$ ، حيث تكون قد اقتربنا من القيمة الدنيا لعدد رينولدز الحرج ، وتكون قد تولدت اعاصير باطوال موجة مختلفة . ويؤدي تأثير الاعاصير المختلفة على بعضها البعض إلى استمرار تجزئة الحركة الدورية إلى جملة ذات اطوال موجة مختلفة جداً ، مما يؤكد حدوث عملية الانتقال الصفائحي - المضطرب ، الصورة (e) .

إن جزئيات الحبر تتحرك على ما يسمى خطوط الاتجاه $Strike\ lines$ ، وهي تمثل حسب [81] مثل المهندسي جزئيات السائل كافة التي تمر من نقطة ثابتة ، مثل فوهة مسبار التجريب . وعليه فإن النقب الملون في الشكل (٦.١٨) يمثل مخطوح الاتجاه لانتشار الحبر في الجريان .

الشكل (٧.١٨) يوضح كيف تتشكل خطوط الاتجاه في حقول اعصارية صفائحية مختلفة تتنازع من الحقل الاعصاري المضطربة بأن كل اعصار محصور ضمن سيطرة مستقلة . والشكل لا يتغير فيما لو كان حقل الاعصار ثابتاً وحركنا فوهة مسبار التجريب ، التي



الشكل ٦-١٨ : الجريان في الأنابيب في مجال الانتقال الصفائحي - المضطرب ، حسب [7a]



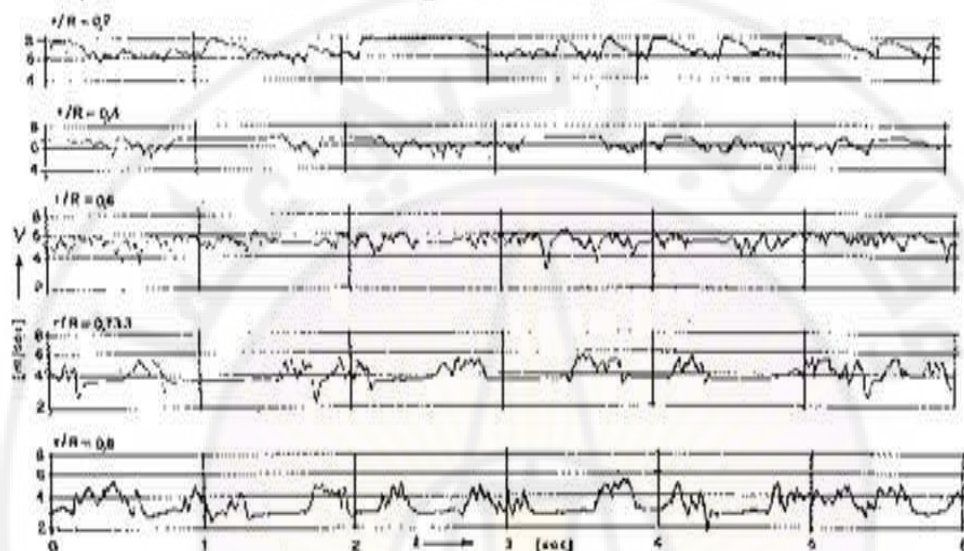
الشكل ٧.١٨ : تشكيل خطوط الاتجاه المرسومة بخط ميك في حقول اعصارية صفائحية غشائية ، حيث رسمت خطوط التيار للاعاصير بخط رفيع ، فوهة مسبار التمهيد تبلى ثابتة بينما حقل الاعصار يتحرك إلى اليمين بسرعة منتظمة . الجريان يبقى رغم وجود الاعاصير صفائحية ، حسب [69] ، [81] .

رسمت بشكل رمزي ، بسرعة منتظمة إلى اليسار . ونلاحظ أن خيط الجهر يتعرض في الحجبرات الاعصارية اليسارية إلى توجع طفيف فقط ، وتبقى كتلة الجهر التي دخلت هذه الحجبرات دون تغيير عندما يتحرك الحقل يميناً . ولكن توجع خيط الجهر يزداد باتجاه الجريان إلى أن يلتف حول نوى الاعاصير بعد انقضاء فترة زمنية كافية . لذلك يجب عند تكوين نتائج التجارب المبينة في الشكل (٦.١٨) التفريق الواضح بين نشوء الاعاصير وبين الانكاف خطوط الاتجاه الملوثة بعد دخولها - بدلاً اعصارياً .

بعد الانتقال الصفائحي - المضطرب نشوء خطوط التيار المدة لحجبرات الاعاصير

ونتج من ذلك حركة سطوح التيار في كامل الحقل مما يسمح بالشار المادة الملوثة خارج مجال الاحاسيس الكبيرة والصغيرة ويؤدي لتكوين كامل مقطع الجريان في الانبوب .

ان الطابع المتقطع للانتقال الصفائحي - المضطرب - الصفائحي ... في مجال اعداد رينولدز القريبة من Re_{crit} يظهر بوضوح في الشكل (٨.١٨) . فلقد استخدم

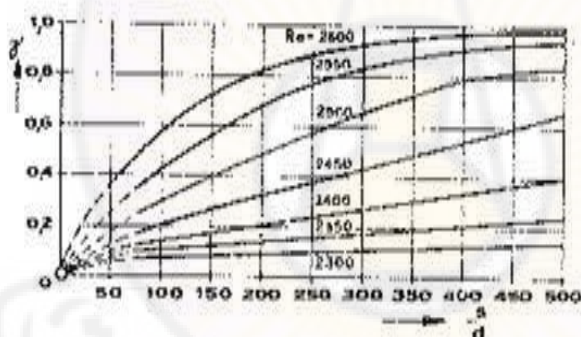


الشكل ٨.١٨ : الطابع المتقطع للجريان في الانبوب لي مجال الانتقال الصفائحي ... المضطرب يظهر من تغير السرعة الموضعية مع الزمن عند مسافات مختلفة من محور الانبوب ، حسب قياسات روتا ، [28] .

مقياس السرعة ذو السلك الساخن Hot-wire anemometer (راجع ٣.١.٤.١٨) لقياس السرعة الموضعية V وتغيرها مع الزمن ، عند مسافات مختلفة r/R من محور الانبوب ، وباغت قيمة عدد رينولدز $Re = 2550$ ، ومسافة الجريان $x/d = 382$ ، وحسبت قيمة Re_{crit} بالسرعة الوسطية لتيار الحجمي $\bar{V} = 4.27 \text{ m/s}$. وتميز فترة الجريان الصفائحي بسرعة موضعية ثابتة مع الزمن تقريباً تكون في المناطق القريبة من محور الانبوب

($r/R = 0,2$) مثلاً) أكبر من السرعة الوسطية $\bar{v}$ ، وأصغر منها في المناطق القريبة من جدار الأنبوب ، ($r/R = 0,8$) . بالمقابل تتميز فترة الجريان المضطرب بسرعة موضعية تتذبذب مع الزمن كأنها لا تخضع لأي نظام ، وتتعاقب الفترات الزمنية للجريان الصفائحي والمضطرب بدون أي انتظام ، سواء من حيث مدة الفترة وبعد المسافة عن محور الأنبوب .

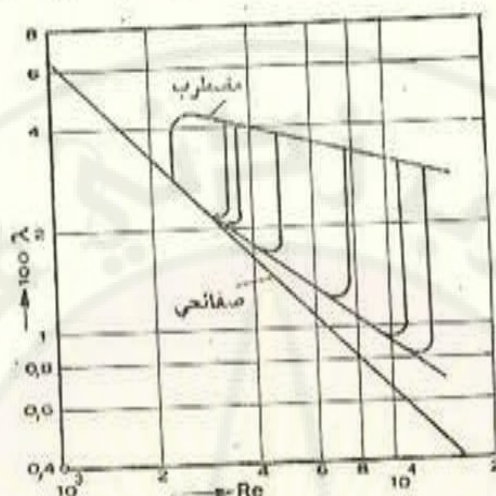
لتمييز الطابع الفيزيائي للجريان الانتقالي أدخل دوتا ما أسماء معامل التقطع γ Intermittency factor الذي يعبر عن كسر الزمن الذي يكون الجريان خلاله مضطرباً . وعليه عندما يكون $\gamma = 0$ يسود جريان صفائحي ، وعندما يكون $\gamma = 1$ يسود جريان مضطرب . ويبين الشكل (٩.١٨) علاقة γ مع المسافة المحورية x للجريان بالنسبة لجمال أعداد رينولدز ما بين 2600 حتى $Re = 2300$.



الشكل ٩.١٨ : معامل التقطع γ للجريان الانتقالي الصفائحي - المضطرب في أنبوب بدلالة المسافة المحورية x ومن أجل أعداد رينولدز مختلفة ، حسب قياسات دوتا ، [28] .

فمن أجل $Re = \text{const}$ تزداد قيمة γ باستمرار مع x . ويتضح من أجل $Re = Re_0 = 2300$ أن تطور الجريان من صفائحي إلى مضطرب يمكن أن يستمر لمسافة كبيرة جداً تبلغ عدة آلاف المرات قيمة قطر الأنبوب .

شمار اعتمد طريقة لتحديد قيمة Re_{crit} تجريبياً تستند على حقيقة أن الحساسة في الضغط ، وبالتالي معامل الاحتكاك λ ، تزداد بشكل ملحوظ بعد الانتقال



الشكل ١٠.١٨: المخطط اللوغاريتمي للعلاقة بين معامل الاحتكاك λ وعدد رينولدز Re من أجل نشوئش بشدات مختلفة وفي مجال الجريان الانتقالي من صفائحي الى مضطرب ، حسب شير .

الصفائحي - المضطرب ، بمعنى أننا نحتاج من أجل دفع كمية معينة من السائل في أنبوب الى تدرج ضغط أعلى بكثير في حالة الجريان المضطرب بالمقارنة مع الحالة الصفائحية . وإذا كان تدرج الجريان الصفائحي الصرف بموجب (18.34) يتناسب مع $\bar{v}$ ومعامل الاحتكاك بموجب (18.36) : $\lambda_l \sim Re^{-1}$ ، فسنرى لاحقاً أن تدرج الجريان المضطرب المتكون تماماً (الصرف) يتناسب مع $\bar{v}^2$ تقريباً ومعامل الاحتكاك : $\lambda_t \sim Re^{-1/4}$.

على أساس ما تقدم يقاس تدرج الضغط بين مقطعين محددين لأنبوب القياس ونحسب قيمة λ و Re . ثم نمثل العلاقة $\lambda = f(Re)$ في مخطط

لوفارفي مضاعف ، الشكل (١٨ ، ١٠) . فطالما بقي الجريان صفائحي تقع قيم λ على مستقيم ميله ١:٦ . وعندما يصبح الجريان مضطرباً تنتقل قيم λ إلى مستقيم آخر ميله ٤:١ . ووفقاً لدرجة التشويش فإن الانتقال الصفائحي المضطرب يتم عند أعداد رينولدز مختلفة ويكون فجائياً أكبر كلما كانت درجة التشويش أكبر . وقد اصطلح على أن قيمة Re_{crit} هي تلك القيمة لـ Re التي يحدث عندها أول انزياح لقيمة λ من المستقيم الصفائحي إلى المضطرب .

إلى جانب الأبحاث التجريبية لم تتوقف الأبحاث النظرية حتى يومنا هذا مسندة وضع نظرية متكاملة حل مسألة استقرار الجريان الصفائحي ، سواء في الانابيب موضوعنا الآن أو في الطبقة الحدودية موضوعنا لاحقاً . ويمكننا في هذا الإطار أن نميز ثلاث مدارس نظرية مختلفة :

المدرسة الأولى تفترض أن الانتقال الصفائحي - المضطرب تسببه لاستقرارية محددة *Definite instability* تنشأ عن تشويشات متناهية الصغر *Infinitesimal* تنشأ بشكل آسي .

المدرسة الثانية تعتبر الحركة الصفائحية مستقرة بالتأكيد طالما بقيت التشويشات متناهية الصغر . ولكننا تصبح قلقة *Liable* ومن ثم تتحول إلى مضطربة عندما تصبح التشويشات ذات مقادير محددة مناسبة أو عندما يكون تدرج الضغط كبيراً كفاية .

المدرسة الثالثة وهي أحدث من المدرستين السابقتين وطورها ألبرنج *Albring* ونلاميذه في دريسدن تتطرق من ميكانيكية العملية الأولية *Elementary process* للاضطراب على أساس أن هذه العملية منظمة وتخضع لقوانين التحريك والاستمرار ويمكن وصفها بالمعادلات التفاضلية لميكانيك

السوائل ، بالرغم من أن الجريان المضطرب يبدو في صورة الجريان (٦.١٨) وكأنه لا يخضع لأي نظام . وقد أثبتت هذه المدرسة أن وجود الاضطراب في الجريان اللزج شرط لازم ولكنه غير كاف لنشوء الاضطراب الذي يتطلب ، كشرط كاف ، أن تتشكل اعاصير تنجزاً إلى حركات ذات أطوال موجة قصيرة وطويلة ، وبالتالي يجب بالتعبير الرياضي أن تكون القيم غير الحدية في المعادلة التفاضلية (معادلة نافير-ستوكس) محركاً دورية زمنياً مختلفة عن الصفر .

في إطار المدارس السابقة طورت أربع طرق رئيسة لحساب قيمة Re_c الانتقال الصفائحي - المضطرب ، سنكتفي هنا بتعدادها والإشارة إلى بعض المراجع المختصة ، مثلاً [28] ، [23a] ، [156] ، [157] ، و [78] ، [158] حتى [161] ، التي يمكن العودة لها للوقوف على التفاصيل الأساسية لهذه الطرق :

١ - طريقة الاهتزازات أو التشويشات الصغيرة Method of small disturbances التي أسهم بتطويرها خاصة ريلي Rayleigh وتولمين Tollmien .

٢ - الطريقة الطاقةية التكاملية Integral energy method ، التي وضع أسسها دينولدز وطورها خاصة أور Orr ، سومرفيلد ولورديفنس Lorentz .

٣ - طريقة التشويشات المحدودة Method of finite disturbances التي أسهم بتطويرها خاصة في الفترة الأخيرة ديفي Davey و دارزين Darzin ، اللذان ميزا بين التشويشات التي تحدث على الجدار وتلك التي تحدث في نواة الجريان .

٤ - طريقة البونج أو طريقة العملية الأولية للاضطراب Method of elementary turbulence التي ثبت أن نتائجها ذات قيمة عملية

كبيرة في حل مسائل تكنيكية مختلفة مثل نشوء الاضطراب ، عمليات المزج ، النقل الحراري والمادي ، حساب الطيف الصوتي [163] اسهاماً في حل مسألة الضجيج ، التي يلعب الاضطراب في جميعها دوراً هاماً . ويجب بموجب هذه الطريقة إيجاد النموذج التفاضلي للمسألة ومن ثم حل المعادلة الرياضية الناتجة عن قوانين ميكانيك السوائل وصياغة الحل العملي الهندسي . على هذا الاساس أمكن الحساب المسبق لحطوط الانحياز الملونة المبينة في الشكل (٧ . ١٨) باعتماد نموذج محدد للجريان غير المستقر واعتباره مؤلفاً من جريان رئيسي مستقر تابع تياره $\psi(x, y)$ وجريان اعصاري غير مستقر تابع تياره $\psi_r(x, y, t)$. ويكون خط الانحياز معطى من العلاقة $\psi_{tot} = \text{const}$. وهنا يلزم أن نتذكر أن الاعصار الحلقبي في الجريان اللزج يختلف عن الاعصار الكموني باعتبار الاول يتألف من نواة تدور وكأنها جسم صلب ومن منطقة محيطية بالنواة تتلاشى فيها السرعة عكساً مع المسافة عن مركز النواة (راجع [154] ص ١٢٤) .

٢.٣. ١٨ تحديد مسافة الدخول المضطربة وتأثيرها على Re_{cr}

بسبب عمليات المزج المستمر بين جزئيات السائل كصفة مميزة للجريان المضطرب فإن بروفيل توزيع السرعة يكون أكثر امتلاءً ، أي موزعاً بشكل شبه منتظم على جزء كبير من مقطع الجريان ، بالمقارنة مع بروفيل السرعة العفائمي (انظر الشكل ١١. ١٨) . لذلك فإن مسافة الدخول المضطربة تكون اقصر بكثير من مسافة الدخول الصفائحية (٤.٢. ١٨) ، كما تؤكد ذلك التجارب والأبحاث النظرية .

إن شكل مدخل الأنبوب له تأثير حاسم على تحديد مسافة الدخول l_{d_1} . فإذا كانت حواف المدخل حادة فإن l_{d_1} لا تتعلق بعدد رينولدز ، ويمكن في

حالات معينة أن يتكوّن بروفيل السرعة المضطرب الصرف تقريباً بعد مسافة من المدخل لا تتجاوز $l_{v_1}/d = 10$ [8].

لقد استنتج كيرستن Kirsten (راجع [19], [157]) من تجاربه التي أجراها في المجال بين $5 \cdot 10^4$ حتى $Re = 10^4$ مستخدماً الهواء أن مسافة الدخول

$$l_{v_1}/d = 50 \text{ إلى } 100 \quad (18.47),$$

بينما يمكن آخرون بواسطة اختيار شكل مناسب لمدخل الأنابيب أن يطيروا مسافة الدخول حتى :

$$l_{v_1}/d = 400 \quad (18.48).$$

غير أن التجارب التي أجراها نيكورادسي وقاس بها بروفيل السرعة على طول مسافة الدخول قد تأكدت بالتطبيق العملي أكثر من غيرها . وعليه تعتبر مسافة الدخول اللازمة لتكوّن بروفيل السرعة للجريان المضطرب الصرف :

$$l_{v_1}/d = 40 \text{ إلى } 50 \quad (18.49),$$

حيث يعتبر الرغ 40 قيمة دنيا والرغ 50 قيمة عليا .

بالمقابل فقد استخرج لانسكو (راجع [157]) علاقة لحساب مسافة الدخول بالصيغة :

$$l_{v_1}/d = 0.693 \cdot Re^{1/4} \quad (18.50).$$

فإذا حسبنا من أجل $Re = 9 \cdot 10^5$ قيمة l_{v_1} نجد $l_{v_1}/d = 21$ ، وبالتالي تبلغ نصف القيمة المحددة تجريبياً بموجب (18.49) .

بالنسبة لتأثير طول مسافة الدخول على قيمة Re_{cr} لا يوجد في الواقع رأي موحد . فمن جهة يعتقد شيلر أن ازدياد طول l_{v_1} يؤدي لهبوط قيمة Re_{cr} إلى

2320 وثباتها عند هذا الحد ، بينما من جهة أخرى يعتقد براندل وآخرون أن مسافة الدخول ليس لها أي تأثير يذكر على عملية الانتقال الصفائحي - المضطرب . ويبدو بحكم المؤكد ، خاصة عندما يكون التشويش عند مدخل الأنبوب كبيراً نسبياً ، أن Re_{cr} لا يتعلق بطول l_0 .

٤.١٨ الجريان المضطرب الصرف (المتكون تماماً)

إن الغالبية العظمى للجريانات التكنيكية في شبكات الأنابيب والأوعية وفي آلات الجريان المائية وغيرها ذات طبيعة مضطربة . واصل قيم أعداد رينولدز في بعض حالات الجريان في الأنابيب إلى أكثر من 10^7 ، أي أعلى بكثير من قيمة $Re_{cr} = 2320$.

سندرس في الفقرات اللاحقة من هذا الفصل الجريان المضطرب الصرف ، الذي تكون كاملاً ، بمعنى تغطي مرحلة الانتقال الصفائحي - المضطرب . وسنرى أن القوانين المطبقة لحساب الجريان المضطرب ذات طبيعة نصف تجريبية أو تجريبية بحتة لأننا نفتقد حتى الآن نظرية متكاملة للاضطراب بسبب أن تفاصيل الحركة المضطربة معقدة جداً وغير واضحة خلافاً للحركة الصفائحية الصرفة .

إن امتداداً لقواعد الحركة المضطربة يشكل اليوم الهدف الكبير للأبحاث النظرية والتجريبية في هذا المجال ، التي تستفيد إلى حد بعيد من منجزات تكنيك القياس والحسابات الإلكترونية ، نظراً لأهمية الاضطراب وتأثيره على الجريان في مجالات مختلفة من تطبيقات ميكانيك السوائل مثل حساب الدوافد في الأنابيب ومقاومة الأجسام المتحركة في السوائل ، ومردود آلات الجريان إضافة لعمليات النقل الحراري والمادي ومزج السوائل المتعددة الطور .

وبالرغم من أن بحثنا ينحصر هنا بالجريانات وحيدة البعد فإننا سنبدأ بتحديد بعض الصفات المميزة للجريان المضطرب بشكل عام ، ثم ننتقل إلى حساب توزيع السرعة والدوافد في الأنابيب ومنحباتها .

١٠٤.١٨ بعض الصفات المميزة للجريان المضطرب

١٠.١.٤.١٨ الحركة الوسطية سبب المستقرة والحركة الاضطرابية غير

المستقرة (المنزبنة)

يعرف البعض الحركة المضطربة بأنها الجزء اللاانظامي (الشاذ) irregular من حقل الجريان الذي تستحيل عند تكرار العملية استعادة تفاصيله كافة . وقد ركز على صفة اللاانظامية او العشوائية للحركة المضطربة بهذه الصفة العامة باحثون كبار مثل فون كيرمان Von Kármán و تيلور Taylor وغيرهم . ويفتقر هذا التعريف لبعض الدقة العلمية التي استدركها هنتسي [157] بقوله : الحركة المضطربة للسوائل هي حالة جريان غير نظامية (شاذة) تظهر فيها القيم المختلفة تغييراً عشوائياً مع احداثيات الزمان والمكان بحيث يمكن تمييز القيم الوسطية المحددة إحصائياً . هذا يعني أن الجريان المضطرب بطبيعته جريان غير مستقر : $p = f(t, r), V = f(t, r)$ (راجع [154] ص ١٧٧) بالنسبة لمراقب نسبي يتحرك مع الجريان او مراقب ثابت على حد سواء .

إن بنية Structure الحركة المضطربة تحددها ميكانيكية نشوء الاضطراب التي شرحت في الفقرة (٣.١٨) . فالحركات المشوشة القلقة تكون بعد تضاعفها الاضطراب الحشن ، الذي يتألف من كتيلات سائلة بالقياس الماكروسكوبي تقوم بحركة اهتزازية ذاتية في اتجاه الجريان الرئيسي والاتجاه العرضي عليه . وتظهر هذه الكتيلات السائلة بوضوح في الشكل (٦.١٨) ، ويحدد حركتها الذاتية الجريان الرئيسي . ويتضام الى الاضطراب الحشن الاضطراب الناعم Fine turbulence كحركة أكثر تجانساً واعتباطية ولكنها لاتتعلق بنوع الجريان الرئيسي وتظهر بنية واحدة تقريباً في الجريانات المضطربة المختلفة . وبشكل الاضطراب الناعم مزيج من عناصر الاضطراب

Turbulence element ذات المقاسات المختلفة ، تنشأ الصغيرة منها من تفكك العناصر الكبيرة . وتعالج المصادر المختصة ، مثلاً [157] ، بالتفصيل ما يسمى نظرية طيف الاضطراب Turbulence spectrum theory التي يوجها تتوزع شدة الاضطراب على أجزاء الاضطراب المختلفة . ونحدد شروط الجريان الخارجية مقاس عناصر الاضطراب . فكلما كانت هذه العناصر صغيرة كلما كان بالامكان كبيرها بسرعة اكبر نتيجة تأثير الاحتكاك الجزيئي Molecular friction . لهذا يوجد حد أدنى لمقاس عنصر الاضطراب يتعلق بالزوجية الحرارية وبالمقدار المتبدد Dissipation من قدرة الاضطراب منسوبة لواحدة العنصر . بسبب الاحتكاك [164] .

إن بنية الحركة المضطربة تتجلى بوضوح أكثر إذا اعتبرنا حقل الجريان المضطرب مؤلفاً من جريان أساسي Main flow يتضام اليه جريان اعصاري مكون من اعاصير مختلفة الأبعاد ذات طبيعة غير مستقرة ، ومحاورها في الحالة العامة متعامدة مع اتجاه الجريان الاساسي . وتفكك باستمرار الاعاصير الكبيرة منها الى اعاصير اصغر ومن ثم تتكون من جديد . ونعرض الاعاصير حقل السرعة ثلاثي البعد وغير مستقر يتضام مع حقل السرعة شبه المستقر Quasi - steady للجريان الاساسي ، وبالتالي فإن حقل السرعة الاجمالي وحقل الضغط المرتبط به يتعيان بأن القيم الموضعية تتغير مع الزمن تغيراً اعتباطياً وكأنها لا تخضع لأي نظام ، وتذبذب بترددات عالية جداً . وبهذا تتجلى إحدى أبرز الصفات المميزة للجريان المضطرب .

إن الحركة العرضانية على اتجاه الجريان الاساسي الناتجة عن الحقل الاعصاري تسبب نشوء عملية تنازع مستمرة بين الجزيئات السائلة ترتبط بها عملية تبادل ونقل للقدرة الحركية والكمية الحركية ما بين الجزيئات البطيئة القريبة من الجدار والجزيئات الاسرع البعيدة عن الجدار ، دون الاخلال طبعاً بشرط الاستمرار .

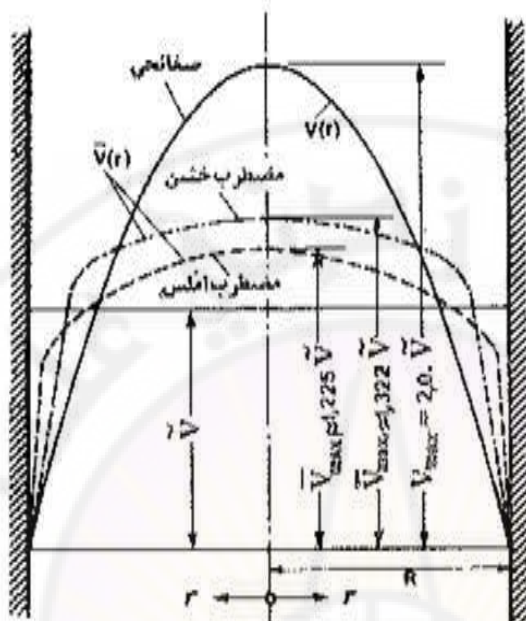
وينجم عن ذلك كبح للجزيئات السريعة نسبياً البعيدة عن الجدار وتسريع للجزيئات البطيئة القريبة من الجدار . أما على الجدار مباشرة فيقتضي شرط الالتصاق أن تنعدم السرعة ، وتنعدم أيضاً تذبذباتها . هذا يقودنا الى مجموعة الاستنتاجات الهامة التالية :

١ - على الجدار مباشرة تتكون طبقة رقيقة جداً ذات طبيعة صفائحية تسمى الطبقة الصفائحية التحتية Laminar sublayer يخضع الجريان فيها لقوانين الجريان الصفائحي . وسنرى لاحقاً أن سماكة هذه الطبقة ذات تأثير حاسم على معامل الفقد للجريان المضطرب .

٢ - إن بروفيل السرعة للجريان الاساسي شبه المستقر $v(r)$ يتميز بسرعات عالية قريبة من السرعة الاعظمية في مجال كبير نسبياً حول محور الأنبوب ، وبالتالي فهو أكثر « امتلاء » أو « تعادلاً » من بروفيل السرعة الصفائحي اذا تمت المقارنة على أساس نفس السرعة الوسطية للتيار الحجمي ، الشكل (١١.١٨) . وخلافاً للجريان الصفائحي يتأثر بروفيل السرعة بشكل ملحوظ بمخشونة الجدار .

٣ - من الشكل (١١.١٨) يتبين أيضاً أن تدرج السرعة بالنسبة للناظم على الجدار يكون في المناطق المجاورة للجدار أكبر وفي المناطق القريبة من محور الأنبوب اصغر من تدرج السرعة الصفائحية . فاذا اعتبرنا أن الحساسة في القدرة الناتجة عن اجهادات القص تتناسب مع تدرج السرعة خاصة في الجوار المباشر للجدار نستنتج أن الفواقد في الجريان المضطرب ، وبالتالي الاستطاعة اللازمة للتغلب عليها ، أكبر من الفواقد في حالة الجريان الصفائحي ، على أساس أن المقارنة لنفس التيار الحجمي ولنفس السائل .

٤ - في الطبقة الصفائحية التحتية يتناسب اجهاد القص بموجب (18.17)

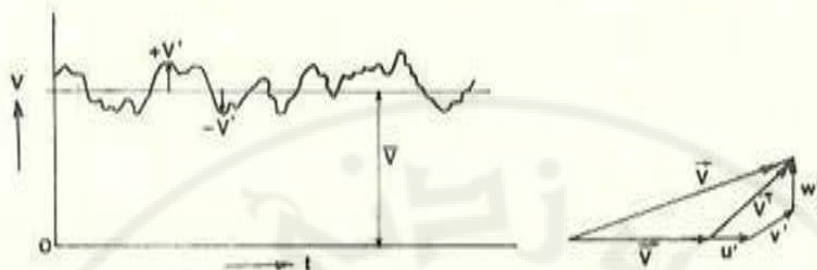


الشكل ١٨ . ١١ : المقارنة بين بروفيل السرعة لجريان صفائحي وجريان مضطرب أملس ومضطرب خشن في الأنبوب اسطواناني دائري عند تيار إجمالي ثابت . $\bar{V}$ السرعة الوسطية للتيار الإجمالي ، $\bar{V}$ السرعة الوسطية زمنياً .

مع تدرج السرعة ومع الزوجة التحريكية للسائل ، أما في منطقة الجريان المضطرب فإن الاغصير المضطربة غير المستقرة تسهلك قدرة إضافية على حساب القدرة الميكانيكية للجريان ، وكان السائل قد أصبح ظاهرياً «أكبر» لزوجة . وبسبب تعقد الحركة الاغصارية فإن اجهاد القص سيضعف لعلاقات جديدة وأكثرت تعقيداً بالمقارنة مع الجريان الصفائحي .

في ضوء ما تقدم ونميداً للدراسة الرياضية لحساب بروفيل السرعة وتدرج الجريان ومعامل الفقد للجريان المضطرب نفرض أن السرعة الآتية في نقطة ما محددة من حقل الجريان $V(u,v,w)$. هذه السرعة تتغير اعتباطياً مع

الزمن، كما يبين ذلك رمزياً الشكل (١٢.١٨) ، وكما تؤكده القياسات ،



الشكل ١٢.١٨ : تغير شعاع السرعة الموضعية الآنية للجريان المضطرب مع الزمن . V . تتذبذب حول قيمة وسطية زمنياً $\bar{V}$ بمقدار V' .

الشكل (٨.١٨) فإذا اعتبرنا فترة زمنية محددة Δt فيمكن اعتبار V مؤلفة من مركبة $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ ثابتة مع الزمن ومن مركبة $V'(u', v', w')$ تتغير اعتماداً مع الزمن ، ويكون :

$$V(u, v, w) = \bar{V}(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) + V'(u', v', w') \quad (18.51).$$

$\bar{V}(x, y, z)$ يمثل السرعة الوسطية زمنياً للجريان الوسطي شبه المستقر، وتعرف بالعلاقة :

$$\bar{V} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} V \cdot dt \quad (18.52).$$

$V'(x, y, z, t)$ يمثل سرعة الحركة الاعصادية غير المستقرة أو سرعة الحركة المتذبذبة الاهتزازية وسنسمي مركباتها تذبذبات السرعة Velocity fluctuation . بالنسبة لمركبات السرعة والضغط تنتج العلاقات التالية :

$$u = \bar{u} + u'; v = \bar{v} + v'; w = \bar{w} + w'; p = \bar{p} + p' \quad (18.53)$$

حيث تكون بموجب (18.52) ، مثلاً :

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} u \, dt \quad (18.54)$$

أن تذبذبات السرعة للجريان المضطرب في قناة مثلاً تمثل نسبة مئوية ضئيلة من السرعة الوسطية زمنياً ، ولكنها رغم ذلك تؤثر تأثيراً حاسماً على حمل الجريان بجملة. بالمقابل تظهر تذبذبات السرعة في الريح الطبيعي بشكل زوايج تصل شدتها غالباً إلى 50% من قيمة السرعة الوسطية الريح . ويمكن مشاهدة حجم عناصر الاضطراب للريح الطبيعي بمرآة عوجات حمل مزروع بالقمح أو بفرقة قاشة العلم مثلاً .

وفقاً للتعريف السابق فإن القيم الوسطية زمنياً لتذبذبات السرعة معدومة:

$$\bar{u'} = \bar{v'} = \bar{w'} = 0 \quad (18.55),$$

بينما القيم الوسطية زمنياً لمربعات تذبذبات السرعة ولجدااتها المختلفة تختلف عن الصفر . وعلى سبيل المثال فإن :

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} u'^2 \, dt \geq 0 ; \overline{u'v'} < 0 \quad (18.56),$$

ذلك أن القدرة الحركية للحركة الاضطرابية تتناسب مع $\overline{v'^2}$ ، أي مع قيمة موجبة دائماً ، بينما توجد بين المركبات u' ، v' ، w' ما يسمى علاقة ارتباط Correlation function بحيث يقابل مثلاً u' السالبة v' موجبة وبالعكس .

تعتبر طريقة الشعاع :

$$\sqrt{\overline{V'^2}} = \sqrt{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}} \quad (18.57)$$

مقياساً لشدّة الاضطراب ، ونسعى المركبات $\sqrt{\overline{u'^2}}$ ، $\sqrt{\overline{v'^2}}$ ، $\sqrt{\overline{w'^2}}$ التي لكل منها واحدة قياس السرعة ، اختصاراً مركبات الاضطراب . وعندما تكون :

$$\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2} \quad (18.58)$$

بحققة نسمي حالة الاضطراب ايزوتروبية Isotropic ، أي موحدة الخواص في كافة الاتجاهات ، ونسميها متجانسة أيضاً إذا كانت (18.58) بحققة في كل نقطة من حقل الجريان .

كمقياس لابعدي اشد الاضطراب يعرف معامل درجة الاضطراب Turbulence degree كنسبة بين متوسط تذبذبات السرعة والسرعة الموضعية الوسطية زمنياً :

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{\bar{V}} \quad (18.59)$$

الذي يصبح في حالة الاضطراب الايزوتروبي :

$$Tu = \sqrt{\overline{u'^2}} / \bar{V} \quad (18.60)$$

ان احدى اهم المواصفات الفنية للأنفة الهوائية المستخدمة لقياسات دقيقة تتطلب معامل درجة اضطراب صغير جداً ، خاصة في الجريان غير المشوش . ويتحقق ذلك باستخدام شبك عش النعل ذي فتحات صغيرة قدر الامكان . وتوجد أنفة هوائية تعمل عند $Tu \approx 0.0005$ [28] ، أي أن الجريان قبل دخوله لمجرة القياس يكون خالياً تقريباً من اية عناصر اضطراب ، وهذه إن وجدت فإن حالة الاضطراب تصكون غالباً ايزوتروبية .

لتحديد مقياس الاضطراب Scale of turbulence ، وبالتالي حجم عناصر الاضطراب ، يستفاد من علاقة أو قابيع الارتباط أو كما يسمى احياناً معامل الارتباط Correlation coefficient الذي يتعدد بقياس تذبذبات السرعة ، الطولية مثلاً ، بين نقطتين مختلفتين تفصلها مسافة عرضانية y فيكون :

$$\phi_c(y) = \frac{\overline{u'_1 \cdot u'_2}}{\sqrt{\overline{u'^2_1}} \cdot \sqrt{\overline{u'^2_2}}} \quad (18.61)$$

وواضح أن ψ يسعى إلى الواحد عندما تكون المسافة y صغيرة جداً ،
وينعدم من أجل y كبيرة جداً . ويتحدد حجم عناصر الاضطراب المكونة
للبنية المضطربة بالطول المميز :

$$I_1 = \int_0^{\infty} \psi_c(y) dy \quad (18.62).$$

في نقطة محددة يعرف معامل الارتباط بين تذبذبات السرعة الطولية
والعرضية بالعلاقة :

$$\psi_c = \frac{\overline{u' \cdot v'}}{\sqrt{\overline{u'^2}} \cdot \sqrt{\overline{v'^2}}} \quad (18.63),$$

ويبلغ بالنسبة للجريان في قناة قيمة اعظمية $\psi_c = 0.45$ (انظر لاحقاً
الشكل ١٤.١٨) .

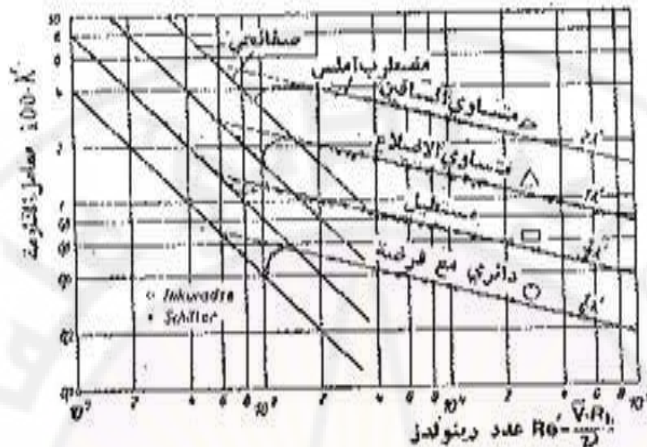
٢.١.٤.١٨ المزموم: الاحصائية والمزموم: الظاهرية

ان عملية المازج الناتجة عن الحركة الاحصائية نسب ، كما ذكرنا سابقاً ،
نقل وتبادل تيار الدفع بين الجزيئات السريعة والبطيئة تنجم عنه اجهادات
اضافية يطاق عليها اجهادات دينولدن وحديثاً الاجهادات الاحصائية .

لقد كان دينولدن أول من درس الإجهادات الاضافية منفلاً من معادلات
نافير-ستوكس (انظر ١٩) للجزيئات اللزجة . وسنستعين هنا بقانون
الدفع الخطي (راجع [154] ص ٣٢٢) لتوضيح ماهية هذه الاجهادات .

نعتبر جرياناً مضطرباً ثابت الكثافة مركبات سرعته u, v, w . وليكن
 dA عنصراً سطحياً متعامداً مع المحور x وموازي المستوى xy . خلال فترة
زمنية dt تخرق dA كمية من السائل مقدارها $dt \cdot dA \cdot \rho$ ، وتكون مركبات
كمية الدفع في اتجاه المحاور الثلاثة على التوالي :

$$\lambda = \varphi \frac{64}{Re} = \varphi \frac{16 \nu U}{\bar{V} A} \quad (18.192).$$



الشكل ٤٤.١٨ : قانون المقاومة للأشباب المستقيمة المساء ذات المقاطع غير الدائرية حسب قياسات نيكورادسي و شيلر . الحساب بنصف القطر الهيدروليكي يعطي تطابقاً تاماً مع قانون المقاومة للجريان المضطرب الأملس هيدروليكيّاً في ألاب دائرية المقطع .

حيث φ معامل يتعلق فقط بمساحة المقطع A ومحيطه U ، و Re حسب (18.188) . ويكون بالنسبة لمقطع دائري $\varphi = 1$ ، بينما تبلغ قيمة φ في حالة مقطع دائري حلقى أو في حالة الجريان الصفائحي عبر شق بين جدارين متوازيين : $\varphi = 1.5$ ، ويكون بالتالي :

$$\lambda = 1.5 \frac{64}{Re} = \frac{96}{Re} \quad (18.193)$$

أما في حالة مقطع مربع فيصبح :

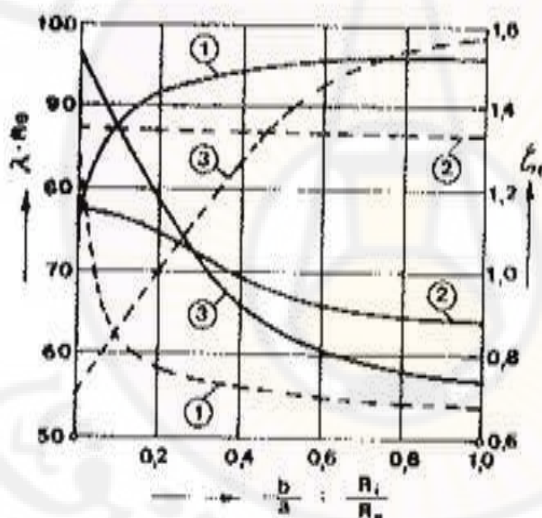
$$\lambda = 0.84 \frac{64}{Re} = \frac{56.96}{Re} \quad (18.194).$$

ويكون في حالة مقاطع مستطيلة : $0,89 < \varphi < 1,5$ وبالتالي :

$$56,96 < \lambda \cdot Re < 96 \quad (18.195).$$

من الشكل (١٥.١٨) يمكن تحديد قيمة $\lambda \cdot Re$ بالنسبة لأشكال مقاطع مختلفة (حلقية دائرية ، قطع ناقصية أو بيضاوية ومستطيلة) ، كما يمكن تحديد قيمة معامل الفقد ξ للجريان في مسافة الدخول (انظر لاحقاً ص ٢٠٤) .

الجدير بالملاحظة هنا ان النتائج السابقة المنسوبة على أساس استخدام القطر أو نصف القطر الهيدروليكي تبقى أيضاً صحيحة في حالة الجريانات القابلة للانضغاط حتى سرعات صوتية $Ma = 1$ [28] .



الشكل ١٥.١٨ : تحديد قيمة $\lambda \cdot Re$ (المنحنيات المتصلة) وقيمة معامل الفقد في مسافة الدخول (المنحنيات المقطعة) للجريان الصفائحي في أنابيب ذات مقاطع حلقية دائرية (١) ، بيضاوية (٢) ومستطيلة (٣) . b/a نسبة الاضلاع أو الاقطار للمقاطع المستطيلة أو البيضاوية ، R_i/R_o نسبة القطر الداخلي للخارجي للمقاطع الحلقية .

٥.١٨ الفواقد الفردانية في خطوط الأنابيب والوقوفية

إن المنشآت الهيدروليكية ، كمحطات الضخ ، ومحطات الطاقة العنيفة ، وخطوط نقل السوائل كالماء والنفط والغاز الطبيعي مثلاً ، لا يدخل في تصميمها أنابيب مستقيمة فقط ، وإنما تحتاج لعدد كبير من التجهيزات المتممة الضرورية ، مثل الكواع والتيات والصمامات وأجهزة قياس الضغط والتيار الحجمي وغيرها.

إن حساب خسارة الضغط الاجمالية او ارتفاع الفواقد الاجمالي للمنشأة هيدروليكية ، بهدف تحديد استطاعة المضخة اللازمة مثلاً ، يتطلب الى جانب حساب خسارة الضغط Δp_v في الأنابيب والأقنية المستقيمة ، حساب Δp_v في التجهيزات او الوصلات المتممة لها . وقد اصطلح على تسمية الفواقد في هذه الوصلات باسم الفواقد او المقاومات الافردانية ، تيمناً بمقاومات الدارة الكهربائية . كما تسمى أيضاً الفواقد المكانية وأحياناً الاصفورية Minor losses من منطلق أنها مركبة في مكان محدد من خط الأنابيب ، او منطلق أنها غالباً تشكل جزءاً صغيراً من الفواقد الاعظمية للأنابيب المستقيمة ، بالرغم من أن العكس في بعض الحالات هو الصحيح .

سنصنف أولاً وصلات الأنابيب الشائعة الاستعمال ، ثم نعالج الأسس العامة لحساب الفواقد فيها ، وبعد ذلك ندرس التفاصيل الهامة لحساب الفواقد الافردانية .

١.٥.١٨ تصنيف المقاومات الفردانية المشهورة

تستخدم وصلات الأنابيب لغايات مختلفة ، نذكر منها على سبيل العد لا الحصر : تأمين دخول الجريان للأنبوب او القناة ، تغيير اتجاه الجريان ، تغيير مقطع الجريان فجائياً او تدريجياً ، تفريع او توحيد التيار الحجمي ، تنظيم

التيار الحجمي أو التحكم به أو قياسه . وفي كل الحالات يمكن تصنيف هذه الوصلات الى نوعين أساسيين :

النوع الأول يشمل وصلات الأنابيب ذات الشكل الهندسي الثابت وتندرج تحتها الفواقد الافرادية التالية :

- فقد المدخل الناتج عن دخول الجريان الى الأنبوب الاسطواني ،

- الفقد في الأسكواك ،

- الفقد في وصلات تقريع وتوحيد التيار الحجمي (التثبات) ،

- الفقد الناتج عن تغيير فجائي في المقطع (الفقد الصدمي) ،

- الفقد الناتج عن تغير تدريجي في المقطع (الناضرات والناقصات) .

النوع الثاني يشمل وصلات الأنابيب ذات الشكل الهندسي المتغير وتندرج تحتها الفواقد الافرادية في أجهزة التحكم بالتيار الحجمي كالصمامات بأنواعها المختلفة : الحافطة Butterfly valve ، الانزلاقية Slide valve ، صمامات عدم الرجوع Non - return valve والتحكم Control valve وغيرها .

٢.٥.١٨ المظلمات الأساسية لحساب الفواقد الافرادية

لأن حساب الفواقد الافرادية بدقة يتطلب معرفة عميقة بطبيعة وتفاصيل الجريان داخل وصلات الأنابيب . ويقف حائلاً دون ذلك تكون هذه الوصلات او التجهيزات في الغالب صغيرة المقاييس ، وتكون طبيعة الجريان داخلها تتأثر بشدة بالجريان عند مدخل الوصلة والجريان ما قبل المدخل . إضافة لذلك فإن التركيب الداخلي لهذه الوصلات معقد ، وبخاصة بالنسبة للأنواع ذات الشكل الهندسي المتغير كالصمامات . لذلك فإن تحديد الفواقد الافرادية يتم في الحالة العامة ، وباعتماد بعض الحالات القليلة ، على أساس تجريبي . وتعتمد في الحسابات العملية طريقتان رئيسيتان للتعبير عن ارتفاع الفواقد h_p او الحسارة في الضغط Δp .

الطريقة الاولى تستخدم ما يسمى معامل الفقد ζ الذي يمثل معامل تناسب لابعدي يربط بين خسارة الضغط في الوصلة ومربع السرعة الوسطية للتيار الحجمي بالعلاقة :

$$\Delta p_v = \zeta \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.196).$$

ونلاحظ من مقارنة هذه العلاقة مع قانون دارسي (18.8) الانابيب المستقيمة ان :

$$\zeta \equiv \lambda l/d \quad (18.197).$$

ان قيمة ζ تختلف حسب نوع الوصلة ، وتكون بالنسبة لوصلة معينة ثابتة بعدد رينولدز ، $\zeta = f(Re)$ ، وتصبح ثابتة ، $\zeta = \text{const}$ ، فقط في حالة الجريان الحشن هيدروليكياً تماماً .

تسبب الحسابات العملية فقد جردت قيم ζ بالنسبة لوصلات الانابيب الشائعة الاستخدام ولأهم حالات الجريان العملية ، راجع مثلاً [11] ، [20] ، [30] ، [32] .

عندما يكون خط الانابيب مؤلفاً من m قطعة مستقيمة بطول l_m وقطر d_m ومن n مقاومة افرادية مربوطة على التسلسل فإن الخسارة الاجمالية للضغط $\Delta p_{v \text{ tot}}$ تتلج ك مجموع جبري لخسارة الضغط في الوصلات المستقيمة وفي المقاومات الافرادية وفقاً للعلاقة :

$$\Delta p_{v \text{ tot}} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{\rho}{2} V_i^2 + \sum_{j=1}^n \zeta_j \frac{\rho}{2} V_j^2 \quad (18.198).$$

معامل الاحتكاك λ_i يتحدد وفقاً للعلاقات المشتقة في الفقرتين { ٥.٤.١٨ } أو { ٧.٤.١٨ } ، وينقصنا حل المسألة تحديد معامل الفقد ζ_j لكل وصلة افرادية على حدة ، كما سنوضح ذلك في الفقرات اللاحقة .

الطريقة التالية لحساب المقاومات الافراذية تستخدم ما يسمى الطول المكافئ l_{eq} ، l_{eq} ، Equivalent length ، لأنبوب مستقيم دائري المقطع من نفس نوع الوصلة ويسبب خسارة في الضغط تعادل الخسارة الناشئة في المقاومة الافراذية . والتعليل الفيزيائي لهذه الفكرة هو أن كلا من معامل الاحتكاك λ ومعامل الفقد ζ يرتبطان تقريباً بنفس التبعية مع عدد رينولدز ومع الخشونة النسبية . أن تحديد l_{eq} يعتمد غالباً على التجربة ، حيث يقاس Δp_v للوصلة الافراذية وبحسب l_{eq} من قانون دارسي :

$$\Delta p_v = \lambda \frac{l_{eq}}{d} \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.199),$$

حيث λ معامل الاحتكاك للأنبوب المستقيم بقطر d ، الذي يكون تد سبق حسابه . اما إذا كانت معامل الفقد ζ معلوماً فيكون الطول المكافئ :

$$l_{eq} = \zeta \frac{d}{\lambda} \quad (18.200),$$

وتتضمن المصادر المختصة جداول بقيم l_{eq} لأهم الوصلات الافراذية المعروفة .

إن حساب الفواقد الافراذية باستخدام معامل الفقد ζ يعتبر أكثر دقة من استخدام الطول المكافئ l_{eq} . يقابل ذلك سهولة كبيرة في الحسابات العملية ، اذ يكفي أن يضاف إلى طول الأنبوب المستقيم مجموع الأطوال المكافئة للوصلات الافراذية وتحسب بعد ذلك الخسارة الاجمالية للضغط بالنسبة لانبوب طوله $(l + l_{eq tot})$ وقطره d . لذلك سنركز في ما يلي على حساب ζ بالدرجة الاولى بالنسبة لأهم المقاومات الافراذية .

١٨.٢.٥ الفقد عند مدخل الأنبوب

إن الفقد عند مدخل انبوب متصل بفتحة تفرغ خزان تسببه من جهة قوى

$dI_x = \rho u^2 dA dt$; $dI_y = \rho u v dA dt$; $dI_z = \rho u w dA dt$
ومنها تنتج مركبات تيار الدفع الوسطية زمنياً خلال Δt وعلى غرار
(18.52) بالصيغة :

$$\overline{dI_x} = \rho \overline{u^2} \cdot dA ; \quad \overline{dI_y} = \rho \overline{u v} \cdot dA ; \quad \overline{dI_z} = \rho \overline{u w} \cdot dA.$$

مع مراعاة (18.53) و (18.55) عند حساب القيم الوسطية زمنياً للسرعة
نجد مثلاً :

$$\overline{u^2} = \overline{(\bar{u} + u')^2} = \bar{u}^2 + 2\bar{u} \cdot \bar{u}' + \overline{u'^2} = \bar{u}^2 + \overline{u'^2}$$

وبنفس الطريقة نجد :

$$\overline{u v} = \bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u' v'} , \quad \overline{u w} = \bar{u} \cdot \bar{w} + \overline{u' w'}$$

وبالتالي تصبح مركبات تيار الدفع المؤثرة على dA :

$$\overline{dI_x} = \rho (\bar{u}^2 + \overline{u'^2}) dA ; \quad \overline{dI_y} = \rho (\bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u' v'}) dA ;$$

$$\overline{dI_z} = \rho (\bar{u} \cdot \bar{w} + \overline{u' w'}) dA \quad (18.64).$$

إن رد فعل تيار الدفع يكافئ قوة يؤثر بها السائل على السطح dA ، وهي
تساوي وتعاكس القوة التي يمثلها dI . فإذا قسمنا (18.64) على dA ، أي اعتبرنا
واحدة السطوح ، وراعينا إشارة رد فعل تيار الدفع نحصل على الاجهادات التي
يتعرض لها dA :

باتجاه المحور x يؤثر اجهاد ناظمي ، ضغط ، مقداره :

$$p_x = -\rho (\bar{u}^2 + \overline{u'^2})$$

باتجاه المحور y يؤثر اجهاد مماسي ، قص ، مقداره :

$$\tau_{yx} = -\rho (\bar{u} \cdot \bar{v} + \overline{u' v'})$$

وبالتجاه المحور x يؤثر اجهاد مماسي ، قص ، مقداره :

$$\tau_{xx} = -\rho (\bar{u} \cdot \bar{w} + \overline{u' w'})$$

بذلك نكون قد وصلنا الى نتيجة هامة جداً مفادها أن تذبذبات السرعة تسبب نشوء اجهادات اضافية او اعصارية لأنها تنشأ عن الحركة الاعصارية وتتعلق بالقيم الوسطية زمنياً لربعات تذبذبات السرعة ولجداها المتخلطة :

$$p_{xx} = -\rho \overline{u'^2} ; \tau_{xy} = -\rho \overline{u' v'} ; \tau_{yx} = -\rho \overline{u' w'} \quad (18.64)$$

هذه الاجهادات نجمع الى الاجهادات الناشئة في الجريان الوسطي شبه المستقر ، حيث بموجب (18.56) تكون $\overline{u'^2} > 0$ وغالباً $\overline{u' v'} < 0$ ، $\overline{u' w'} < 0$ ، لحساب الفواقد في الجريان المضطرب ، خاصة من منطلق نظرية خيط التيار ، تلزم معرفة العلاقة التي تربط بين الاجهادات الاعصارية وبروفيل السرعة للجريان الوسطي . وقد كان بوسينيسك (1877) أول من تنبه الى هذه الحقيقة ، وصاغ علاقة بمائة لقانون نيوتن للاحتكاك في حالة جريان صفائحي (18.17) ، تأخذ في حالة جريان وحيد البعد ($\bar{v} = \bar{w} = 0$) الشكل :

$$\tau_{xy} = \eta_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = \rho \nu_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = -\rho \overline{u' v'} \quad (18.66)$$

بالمقارنة مع $\tau_{xy} = \eta_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n}$ ، η_{xy} و ν_{xy} هما نفس واحدة قياس اللزوجة التوربيكية η والحركية ν للسائل ، ولكنها لا تتعلقان مطلقاً بالصفات الفيزيائية للسائل ، وإنما بحالة الجريان ، ويمكن حتى ان تختلف قيمها في نفس حقل الجريان من مقطع لآخر . سميت η_{xy} سابقاً قيمة التبادل او معامل المزج المضطرب . ونسود حالياً تسميتها اللزوجة الاعصارية Eddy viscosity . بذلك تصبح اللزوجة التوربيكية الفعلية او الظاهرية للجريان المضطرب :

$$\tau_{ii} = \tau_i + \tau_{is} \quad (18.67)$$

ويصبح بالتالي اجهاد القص على الجدار .

$$\tau_w = \tau_i \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = (\tau_i + \tau_{is}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = \tau_i \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} - \rho \overline{u'v'} \quad (18.68).$$

لهذا السبب فان الفواقد في الجريان المضطرب اكبر بكثير من الفواقد في الجريان الصفائحي ، ويبدو أحياناً وكأن الزوجية الظاهرية للجريان المضطرب تبلغ مئات وأحياناً آلاف قيمة لزوجة السائل ، بحيث يمكن في حالات كثيرة إهمال الفواقد الناتجة عن اجهادات القص الصفائحية (في الطبقة الصفائحية التمهيدية مثلاً) .

بالنسبة لجريان مستو ننتج على اساس ما تقدم مركبة اجهاد القص τ_{xy} بالصيغة :

$$\tau_{xy} = \tau_i \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \quad (18.69)$$

وفي حالة جريان ثلاثي البعد يمكن في مدى الخطوات السابقة اشتقاق الاجهادات الاضافية المؤثرة على عنصر سطحي dA متعامد مع المحاور الثلاثة على التوالي فنحصل على تنزير (ممتدة) الاجهادات الاعصارية Eddy stress tensor بالصيغة :

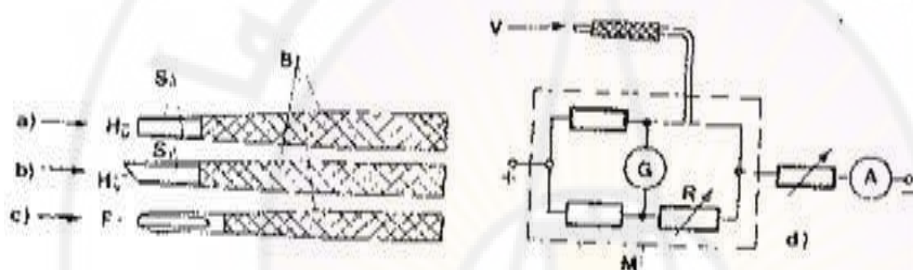
$$\begin{pmatrix} p_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & p_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & p_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \rho \overline{u'^2} & \rho \overline{u'v'} & \rho \overline{u'w'} \\ \rho \overline{u'v'} & \rho \overline{v'^2} & \rho \overline{v'w'} \\ \rho \overline{u'w'} & \rho \overline{v'w'} & \rho \overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (18.70).$$

٣.١.٤.١٨ قياس الاضطراب وبمضي نتائج القياس

تعتبر اليوم مقاييس او مسابير السرعة (Anemometer ذات السلك الساخن او الرقيقة الساخنة من اكثر الاجهزة تطوراً وشيوعاً في قياس تذبذبات السرعة المضطربة [١62] وتوجد طبعاً اجهزة وطرق اخرى لقياس هذه

التذبذبات (راجع مثلاً [135]) سوف لن نتعرض لها هنا . ولكن تجدر الإشارة أنه قد تم منذ عدة سنوات تطوير أجهزة تستخدم أشعة الليزر وتعمل على مبدأ ظاهرة دوبلر Doppler effect وأطلق عليها لذلك اسم Laser Doppler Anemometer (LDA) [165] . إن ميزتها الأساسية أنها لا تحدث أي تشويش للجرمان وبالتالي فإن القيم المقاسة تكون ذات دقة عالية جداً .

سنستعرض فيما يلي باختصار مبدأ القياس بمسبار السلك الساخن ، حيث يبين الشكل (١٣، ١٨) (a) ، (b) ، (c) ، (d) نماذج مختلفة و (d) دائرة التوصيل الكهربائية.



الشكل ١٣، ١٨ : (a) و (b) مسبار ذو سلك ساخن H لقياس التذبذبات الطولية و H لقياس التذبذبات العرضية ، (c) مسبار ذو رقيقة ساخنة F ، (d) دائرة بسيطة لوصف المسبار ، S حوامل ، B جسم المسبار ، M جسر قياس ، G مقاييس جلفاني ، A مقاييس أمبير ، R مقاومة متغيرة .

يتكون العنصر الحساس للمسبار من سلك رفيع 11 بقطر 2 حتى $10\mu m$ (ميكرون) مصنوع من معدن البلاتين أو الفولفرام ، وبطول من 0.5 حتى $2 mm$. لأجراء القياسات في جريان غازي كالهواء يسخن السلك كهربائياً ما بين $200^\circ C$ إلى $300^\circ C$. يثبت 11 بين حاملين بشكل مسبارين رفيعين S متصلين بنفس الوقت بسلكي الوصل الكهربائي المثبتين في جسم المسبار العازل B .

يوصل المسبار مع دائرة كهربائية تغذيها في أبسط الاحوال مدخنة ، وتتألف من جسر قياس M من أجل قياس المقاومة الكهربائية للمسبار R_{11} ، ومن مقاومة متغيرة R لتغيير شدة التيار الكهربائي I_1 المار بالمسبار ومن مقياس أمبير A .
عندما يوضع السلك الساخن كهربائياً في جريان مائع أو غاز تنقص درجة حرارته ، وتكون من أجل استطاعة تسخين ثابتة درجة حرارة السلك مقياساً لسرعة الجريان . فإذا فرضنا R_{11} مقاومة المسبار بعد التسخين ، R_0 مقاومته قبل التسخين ، V سرعة الجريان تنتج من قوانين الانتقال الحراري العلاقة :

$$I_0^2 \cdot R_{11} = (R_{11} - R_0) (A + B \sqrt{V}) \quad (18.71)$$

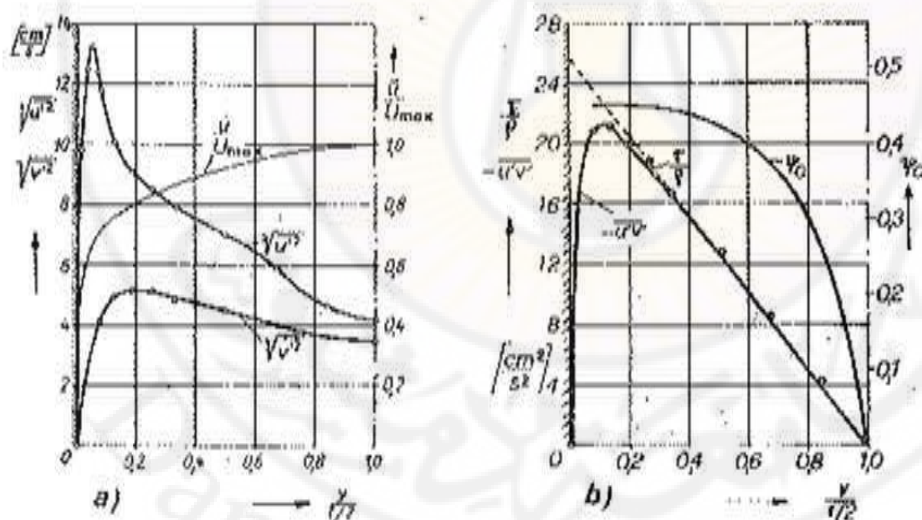
المعروفة باسم قانون كنج King's law ، حيث A و B ثوابت تختلف من مسبار لآخر وتحدد قيمها بتعبير المسبار عند سرعات معلومة في أفضية تعبير خاصة .

تستخدم طريقتان لوصف الدارة الكهربائية مع مسبار السلك الساخن :
الاولى طريقة الجهد الثابت أو شدة التيار الثابتة $I_0 = \text{const}$ ، والثانية طريقة درجة الحرارة الثابتة أو المقاومة الثابتة $R_{11} = \text{const}$. ميزة الطريقة الاولى أن دائرة التوصيل بسيطة ، وتستخدم لقياس سرعات صغيرة جداً ، وميزتها أن عطالة التأثير تزداد مع ازدياد السرعة ، وبالتالي تقل حساسية المسبار . ويعتمد فيها مبدأ القياس على أن مقاومة المسبار R_{11} تابع للسرعة V بموجب (18.71) .
أما الطريقة الثانية فتتطلب دائرة توصيل أكثر تعقيداً ، حيث يتوجب بمساعدة جهاز الكترول في مناسبت الإبقاء على مقاومة المسبار $R_{11} = \text{const}$ ويعتمد فيها مبدأ القياس بالتالي على أن السرعة تالبع لشدة تيار المسبار $V = f(I_0)$.
ولكنها ميزتها أن حساسية تأثير المسبار لا تتأثر تقريباً بزيادة السرعة . ولذلك فإن غالبية مسابير السرعة ذات السلك الساخن تعمل على هذه الطريقة .

في كلتا الطريقتين يتعرض الجهد الكهربائي للمسبار $U_{11} = R_{11} \cdot I_0$

لتذبذبات U_{III} تناسب تقريباً مع تذبذبات السرعة V' . ويتم بمساعدة هارات وصل شبيهة بتلك المستخدمة في تكنيك الحاسبات الالكترونية ، وباستخدام أكثر من مسبار سرعة عند الضرورة ، القياس المباشر لمركبات الاضطراب $\sqrt{u'^2}$ ، $\sqrt{v'^2}$ ، $\sqrt{w'^2}$ ونوابج الارتباط (y) حسب (18.63) وكذلك القيم الوسطية زمنياً لجذعات تذبذبات السرعة المختلطة ، مثلاً $\overline{u'v'}$. يستخدم مسبار السرعة ذو الرقيقة الساخنة غالباً لقياس الاضطراب في السوائل غير القابلة للانضغاط ، الشكل (١٨ ، ١٣ - ٥) يقوم مقام السلك الساخن في هذه الحالة طبقة (فلم) رقيقة جداً من البلاتين أبعادها $0.2 \times 1 \text{ mm}$ تقريباً مصبورة فوق المقدمة الحادة للمسبار المصنوع من زجاج البيركس Pyrex العازل . اما دارة التوصيل وطريقة القياس فلا تختلفان مبدئياً عما جاء اعلاه .

الشكل (١٨ ، ١٤) يبين نتائج التجارب التي اجراها وايشارد Reichard



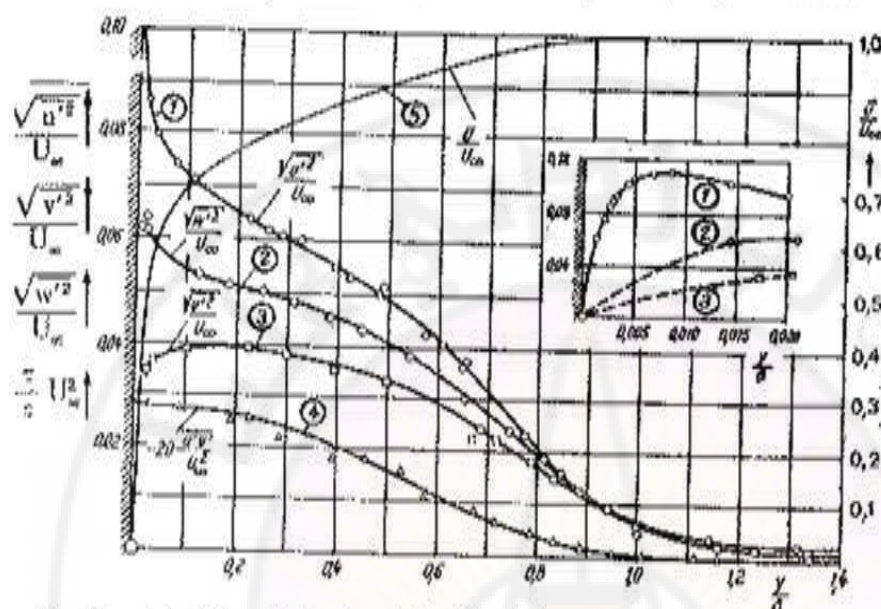
الشكل ١٨ ، ١٤ : قياس مركبات الاضطراب والقيم المتعلقة بها للجريان في قناة هوائية ، حسب وايشارد [28a] . ارتفاع مقطع القناة ، y البعد من جدار القناة ، السرعة الاضطربية في منتصف القناة $U_{max} = 100 \text{ cm/s}$.

(راجع [28a] ، [9]) في قناة هوائية ذات مقطع قياس مستطيل الشكل عرضه 1m وارتفاعه 21.4 cm عند سرعة اعظمية في منتصف القناة $U_{\max} = 100 \text{ cm/s}$ في الشكل (a) يظهر توزيع السرعة الوسطية $\bar{u}(y)$ كبروفيل نموذجي للجريان المضطرب (انظر أيضاً الشكل (11.18)) يتميز بتدرج كبير للسرعة عند الجدار ($y = 0$) وتوزيع شبه منتظم للسرعة في جوار محور القناة $y = 1/2$. كما يظهر هذا الشكل توزيع تذبذب السرعة الطولي $1/\bar{u}^2$ والعرضي $1/\bar{v}^2$ ، حيث يتضح أن التذبذبات العرضية لا تتغير كثيراً على طول ارتفاع القناة وتبلغ وسطياً $0.04 U_{\max}$ ، بينما تتميز التذبذبات الطولية بقيمة عظمى تبلغ $0.13 U_{\max}$ في الجوار المباشر للجدار . وكما ذكرنا سابقاً تتعدم التذبذبات الطولية والعرضية على الجدار مباشرة .

الشكل (14.18 - b) يبين توزيع القيمة الوسطية زمنياً للجدار $\bar{u}'v' = -\tau_w/\rho$ الذي يعبر به وجب (18.65) عن توزيع اجهاد القص الاعصاري : $\tau_w/\rho = -\bar{u}'v'$ حيث يبدو جلياً أن τ_w يكون أعظمياً في الجوار المباشر للجدار وينعدم بسبب التناظر عند محور القناة . أما المنحني الممشر فيبين توزيع اجهاد القص الأجمالي τ/ρ الذي حدد من قياس تدرج الضغط . ونلاحظ بوضوح أن المنحني τ/ρ ينطبق على منحنى τ_w/ρ في القسم الاعظم من ارتفاع القناة ، وينفصلان عن بعضهما في الجوار المباشر للجدار ، حيث يتناهى منحنى τ_w/ρ إلى الصفر على الجدار بينما يستمر منحنى τ/ρ . هذا يعني أن اجهاد القص الاعصاري وفوقه الاحتكاك الناتجة عنه تسيطر على القسم الاعظم من مقطع الجريان ، بينما ، وبسبب انعدام تذبذبات السرعة على الجدار ، فإن الفرق بين قيم المنحني τ/ρ و $\tau_w/\rho = -\bar{u}'v'$ يمثل اجهاد القص الصفائحي ، في الطبقة الصفائحية التعتية . في نفس الشكل رسم أيضاً توزيع معامل الارتباط $\bar{u}'v'$ المعروف بوجوب (18.63) .

الشكل (15.18) يبين نتائج قياس احدثت من السابقة أجراها كليمانوف

Klebanoff في الطبقة الحدية المضطربة اصفحة مستوية في جريان بدون زاوية



الشكل ١٥.١٨ : توزيع مركبات الاضطراب واجهاد القس الاحصائي والسرعة الوسطية زمنياً في الطبقة الحدية اصفحة مستوية في جريان بدون زاوية ورود ، سميت قياسات كليبانوف (280) ، U_∞ السرعة غير المشوشة ، ① تذبذب السرعة الطولي ، ② تذبذب السرعة العرضي ، عمودياً على الجدار ، ③ تذبذب السرعة العرضي ، موازياً للجدار ، ④ اجهاد القس الاحصائي $\overline{u'^2}$ ، $\tau_w/\rho = -\overline{u'v'}$ ، ⑤ توزيع السرعة الوسطية زمنياً ، δ سماكة الطبقة الحدية ، y المسافة الناعمة عن الجدار .

ورود عند عدد دينولدز $Re_\delta = \frac{U_\infty \delta}{\nu} = 4.2 \cdot 10^4$ ، ومعامل اضطراب $\gamma_{rms} = 0.002$ ، حيث x الاحداثي الطولي ، U_∞ السرعة غير المشوشة . فإذا قارنا هذه النتائج مع النتائج المبينة في الشكل (١٤.١٨) نصل الى استنتاج هام بتلخيص بأن توزيع تذبذبات السرعة الطولية والعرضية بالنسبة للجريان حول صفيحة مستوية أو في قناة ذو خصائص متميزة متقاربة جداً ، وكذلك الامر بالنسبة للسرعة الوسطية زمنياً . هذا يقودنا الى نتيجة هامة اخرى وهي أن قوانين

الجريان المضطرب في الانابيب والاقنية يمكن تحويلها للتطبيق على جريان الطبقة الحدية ، الشيء الذي سنستعين به فعلاً عند دراسة الطبقة الحدية لاحقاً (راجع الفصل التاسع) .

٢.٤.١٨ الملاحظات النظرية لحساب الجريان المضطرب

ان وضع نظرية عامة لحساب القيم المميزة للجريان المضطرب ، على غرار الجريان الصفائحي ، يتطلب فهماً عميقاً وشاملاً لميكانيكية الحركة المضطربة وتفاصيلها ، بوصفنا بالنتيجة إلى علاقة اضافية مستقلة لتحديد الاجهادات الاعصارية . ويبدو في ضوء الواقع الزاكن أن الطريق لاتزال طويلة وشاقة أمام الباحثين للوصول الى هدفهم المنشود وهو صياغة مثل تلك النظرية .

إن نظريات الاضطراب المتعددة التي طورت حتى الآن تختلف كثيراً أو قليلاً في منطلقاتها ، ولكنها تلتقي جميعها في نقطة مركزية تهدف من حيث النتيجة إلى صياغة علاقة تربط بين الاجهادات الاعصارية والقيم المميزة للجريان الوسطي شبه المستقر . هذه النظريات يمكن تصنيفها ضمن أربع مجموعات :

- نظريات الاضطراب نصف التجريبية أو كما تسمى أيضاً النظريات التجريبية - التنقيبية Empirical - heuristical ، التي أرسى دعائمها بصورة خاصة بوسينسك ، براندل (١٩٢٠ ، ١٩٢٤) و فون كرمان (١٩٢٠ ، ١٩٢٤) . وتستند هذه النظريات بفكرة أساسية تتركز على تحديد نواتج التناقص لعلاقات صيغت بناء على فرضيات علمية بمساعدة النتائج التجريبية . وتتنازع هذه العلاقات التنقيبية ببساطة ولكنها لاتنطبق الا على حالات خاصة .

- نظرية الاضطراب الاحصائية Statistical ، التي أسسها تايلور G.I.Taylor ما بين ١٩٣٨ - ١٩٣٥ ، وتعتمد على دراسة الحركة التذبذبية وتفاصيلها التي يمكن ربطها احصائياً ، مستخدمة القيم العددية الناتجة عن التجارب المتعددة . ويطبق الاحصاء الرياضي الطرق الحسابية لنظرية الاحتمال والرصد (حساب التعادل) (راجع

(١٥٢) لتجديد التوزيعات المحتملة وتوابع الارتباط بين مركبات الاضطراب ،
بهذه التوصل لعلاقة تسمح بحساب الاجهادات الانعصارية .

نظريات الاضطراب الحشية أو التحريضية Inductive التي اسهم وايشهارد
(انظر ١١٥٧) بتطويرها ، وخاصة في مجال دراسة الاضطراب الحر Free turbulence
في النوافذ وفي اثر النار ، وحديثاً البرنج وتلاميذه . وفقاً لهذه النظريات
فان ظاهرة الاضطراب معقدة ومتنوعة ولا يمكن تخضع لحتميات منظمة ، أمكن
اليوم التأكد من بعضها ، كالبرهان بمساعدة طرق قياس مناسبة عن تولد حقول انعصارية
دورية في حقول جريان مضطرب معينة لا تظهر عادة للعين ولا يمكن توثيقها . وتبقى
هذه النظريات احكامها العامة على اساس مشاهدات افراذية عديدة لتكون الانعاصير في
الطبيعة والتكنيك لتصل بالممارسة مع ظواهر طبيعية اخرى إلى نقاط التشابه
والاختلاف .

نظرية الاضطراب الاستقرائية deductive التي اسهم بشطويرها ،
خاصة في السنوات العشر الاخيرة ، البرنج وتلاميذه (انظر ص ٧٧) ، تنطلق
من العملية الأولية للاضطراب وتستند إلى حقيقة أن المعادلات التفاضلية المركبة
للجريانات الحقيقية المعروفة باسم معادلات نافير - ستوكس (راجع ١٩٠) تصلح إلى
جانبا معادلة الاستمرار لدراسة وحساب حقول الجريان المضطرب . لذلك يلزم تكوين
نماذج رياضية لمبنية الاضطراب ومن ثم تحديد مسار الجريان للعنصر الحجمي باجراء
تكميل للمعادلات التفاضلية التي تخضع لها بشكل عام الظاهرة الافراذية المدروسة .
والمهم أن هذه النماذج الرياضية تكفي أن تجمع بدقة كافية الخصائص المميزة للجريان
المضطرب الأساسية بالنسبة لمسألة الجريان التكنيكية .

سنستعرض فيما يلي بعض نتائج نظريات الاضطراب السابقة الذكر بهدف استحداثها في
حسابات عملية لحالات جريان معينة .

١٠٢.٤.١٨ نظرية طول المزج لبراندل

لو طبقنا شرط توازن القوى على عنصر حجمي من جريان مضطرب صرف

في الأنبوب اسطواني دائري ، واتبعنا نفس الخطوات كما في حالة جريان صفائحي صرف (١٠.٢.١٨) ، لوجب أن نأخذ اجهادات القص الاعصارية بعين الاعتبار ، وبالتالي سيظهر على الطرف الأيمن من العلاقة (18.26) بدلاً من الصفر حد يعبر عن $\tau_{\theta} = -\mu \frac{dv}{dr}$ ، وحيث أن العلاقة التابعية بين v والاحداثي r غير معلومة ، لذلك لا يمكن اجراء التكامل وحساب توزيع السرعة على مقطع الأنبوب . كذلك لا تجدي الاستعانة بعلاقة بوسينسك (18.66) ، لأن اللزوجة الاعصارية ν أيضاً مجهولة .

لقد قدم براندل (انظر [48]) عام 1925 عملاً مبدعاً ورائداً لحساب الجريان المضطرب بوضعه ما يعرف اليوم باسم نظرية طول المزج Mixing-Length theory ، التي يمكن تلخيصها بالتالي :

يسمى براندل ميكانيكية الجريان المضطرب وتصور أن كتيلات الاضطراب مؤلفة من جزيئات سائلة ذات كيان ذاتي وحركة ذاتية في الاتجاه الطولي والعرضي . وافترض براندل أن هذه الكتيلات تقطع مسافة l_m ، سميت طول المزج ، عرضانياً على اتجاه الجريان الاساسي بحافظة خلالها على كيانها الذاتي وعلى مركبة دفع في اتجاه الجريان الاساسي ، قبل أن تختلج تماماً مع جزيئات السائل المتواجدة في الطبقة التي وصلتها الكتيلة المعتبرة بعد أن قطعت l_m .

لتوضيح نظرية طول المزج نفرض جرياناً بسيطاً باتجاه المحور x ذا مركبة وحيدة للسرعة الوسطية زمنياً $\bar{u} = \bar{u}(y)$ ، حيث y اتجاه الناطم ، الشكل (١٦.١٨) . نركز انتباهنا على الطبقة السائلة المتواجدة على بعد y_0 عن x . ولنفرض أن كتيلة سائلة ① تخرجت من طبقة على بعد $(y_0 - l_m)$ عن

$$|\bar{u}| = \frac{1}{2} (|\Delta u_1| + |\Delta u_2|) = l_m \left| \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)_0 \right| \quad (18.72)$$

أما تذبذب السرعة الطولي u' المتغير مع الزمن فينتج بالتأمل :

$$u' = l' \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (18.73)$$

حيث l' يمثل طولاً متغيراً مع الزمن يأخذ قيمة سالبة وموجبة .

(18.72) تسمح حسب [28] إعطاء طول المزج المضمون الديريالي النسالي : l_m يمثل طول المسافة العرضانية التي يجب أن تقطعها جزيئة سائلة بالسرعة الوسطية زمنياً للطبقة التي قدمت منها إلى أن يصبح الفرق بين سرعتيها وسرعة الجزيئات في المكان الجديد مساوياً لمتوسط تذبذب السرعة في الاتجاه الطولي .

لتقدير قيمة تذبذب السرعة العرضاني v' بدلالة l_m نتصور كتيلتين سائلتين وصلتا إلى الطبقة y_0 من جهتين مختلفتين . فإذا تواجدت الكتلة الأسرع القادمة من $(y_0 + l_m)$ خلف الجزيئة الابطأ القادمة من $(y_0 - l_m)$ فستقتربان عندئذ من بعضهما البعض وتضطردان بسرعة $2u'$ وتنفردان جانباً مما يؤدي لنشوء حركة عرضانية من الطبقة y_0 وباتجاه جانبيها . أما إذا وقعت الكتلة الأسرع امام الكتلة الابطأ فإنها ستبتاعدان عن بعضهما البعض أيضاً بسرعة $2u'$ تخلفتين فراغاً تقوم بحكم شرط الاستمرار جزيئات السائل المحيطة بالطبقة y_0 بتعبئته . وينجم عن ذلك حركة عرضانية من الجانبين وباتجاه y_0 .

نستنتج مما تقدم أن v' هي من مرتبة u' . وعليه نكتب .

$$|v'| = C_1 |\bar{u}| = C_1 l_m \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (18.74)$$

حيث C_1 عدد تناسب .

لحساب τ_{ii} بموجب (18.66) يلزم الآن تحديد قيمة الجداء $\bar{u}'v'$ وإشارته .

فإذا فرضنا في الشكل (١٦.١٨) أن المحور x يمثل أثراً لجدار صلب تنعدم السرعة عليه بموجب شرط الالتصاق، فإن الكثيلات القادمة من $(y_0 - l_m)$ ، البطيئة بسبب قربها من الجدار، بسرعة عرضية $v' > 0$ تسبب عند وصولها إلى y_0 تذبذباً للسرعة في الاتجاه الطولي يكون غالباً $u' < 0$. وعلى العكس فإن الكثيلات القادمة من $(y_0 + l_m)$ ، السريعة بسبب بعدها عن الجدار، بسرعة عرضية $v' > 0$ تسبب تذبذباً للسرعة في y_0 يكون غالباً $u' > 0$. والمقصود بـ « غالباً » أن إشارة u' يمكن أن تكون أحياناً مخالفة لما تقدم. وفي كل الحالات فإن $\overline{u'v'} \neq 0$ وإشارته سالبة، كما سبق ونبه لذلك في (18.56). وعليه يمكن أن نكتب:

$$\overline{u'v'} = -C_2 \cdot |\overline{u'}| \cdot |\overline{v'}| \quad (18.75)$$

حيث المعامل العددي $C_2 \neq 0$ ، $0 < C_2 < 1$ ، مطابق من حيث الأساس لمعامل الارتباط r المعروف بالعلاقة (18.63)، ويمكن تحديد قيمته من قياس مركبات الاضطراب، الشكل (١٤.١٨). وباعتبار أن طول المزج أيضاً قيمة مجهولة لذلك ندخل فيه الثوابت العددية C_1 و C_2 ونحصل من (18.66)، (18.72)، (18.74)، (18.75) على علاقة جديدة لاجهاد القص الاعصاري بالصيغة:

$$\tau_{xy} = \rho l_m^2 \left(\frac{d\overline{u}}{dy} \right)^2 \quad (18.76)$$

فإذا افترضنا أن إشارة τ_{xy} تتبع إشارة $d\overline{u}/dy$ يصبح من الأصح كتابة قانون طول المزج بالصيغة التالية:

$$\tau_{xy} = \rho l_m^2 \left| \frac{d\overline{u}}{dy} \right| \left| \frac{d\overline{u}}{dy} \right| \quad (18.77).$$

من مقارنة (18.77) مع (18.66) نحصل على الزوجة الاعصارية بدلالة l_m :

$$\tau_{yx} = \rho l_m^2 \left| \frac{d^2 u}{dy^2} \right| = \rho \gamma_m \quad (18.78)$$

في الحسابات العملية للجريان المضطرب على السطوح ، كما في حالة الانابيب والأقنية والصنایع ، وكذلك بالنسبة لمسائل الاضطراب الحرفي يفترض أن طول المزج تابع مكاني بحت $l_m = l(y)$. وقد أكدت النتائج التجريبية بصورة جلية صحة هذه الفرضية و كذلك صحة قانون طول المزج (18.77) ، والأمة المدروسة في الفقرات اللاحقة دليل يؤكد هذا الاستنتاج .

١٨.٢.٤.٢ فرضية التشابه لفون كومان

افترض فون كومان في دراسته المشهورة التي نشرت عام 1930 أن الحركة التذبذبية للجريان المضطرب متشابهة في كافة نقاط حقل الجريان ، بمعنى أنها تختلف عن بعضها البعض بقياس الزمن والعلول فقط .

منطقاً في دراسته من جريان انسحابي كالبيان في الشكل (١٦.١٨) اعتبر فون كومان ، على غرار براندل ، ولكن مستقلاً عنه ، الزوجة الاعصارية أكبر بكثير من الزوجة النيوتونية للمسائل $\tau_m \ll \tau_v$ ، وبالتالي أهمل الأخيرة والتأثيرات الناجمة عنها كافة . كذلك افترض أن الحركة التذبذبية للجريان المضطرب تلك تابعة للتيار $\psi(x,y)$ يتعلق في نقطة محددة بقياس السرعة والطول فقط .

استناداً لما تقدم وبلاستعانة بالمعادلات التفاضلية الحركية (معادلات نافير - ستوكس ومعادلة النقل الاعصاري المشتقة منها ، راجع ١٩) توصل فون كومان لصياغة شروط التشابه للحركة التذبذبية في نقطتين مختلفتين ، التي تشدد بالعلاقة بين الاماسيتين التاليتين (يمكن العودة للتفاصيل في [28] مثلاً) :

$$\tau_{xy} = \rho l_m^2 \left| \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right| \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (18.79).$$

$$l_m = k \cdot \left| \frac{d^2 \bar{u}/dy^2}{d^2 \bar{u}/dy^2} \right| = k \cdot \bar{u}'/\bar{u}'' \quad (18.80).$$

العلاقة الأولى تؤكد صحة قانون طول المازج (18.77) ، أما العلاقة الثانية فتبين أن طول المازج يتعلق بتوزيع السرعة الوسطية زمنياً وليس بقيمة السرعة في المكان المعبر ، أي أن l_m تابع للمكان ، كما سبق وأشرنا إلى ذلك في نهاية الفقرة السابقة . k يمثل ثابتاً عددياً عاماً ذا قيمة واحدة بالنسبة للجريانات المضطربة كافة التي يحقق فيها بروفيل السرعة الفرضيات المطلوبة ، ونحدد قيمته تجريبياً ، وتبلغ حسب [4] [9] .

$$k = 0.417 \approx 0.4 \quad (18.18).$$

بغض النظر عن المواصفات الفيزيائية للسائل

من (18.79) و (18.80) ينتج أخيراً قانون فون كيرمان للاجهاد الاعصاري :

$$\tau_{xy} = \rho l_m^2 \frac{(\frac{d\bar{u}}{dy})^4}{(\frac{d^2 \bar{u}}{dy^2})^2} \quad (18.82)$$

الذي يطبق بنجاح لدراسة الجريان المضطرب في الانابيب والاقنية وعلى السطوح .

في الحسابات العملية يستخدم مفهوم سرعة اجهاد القص الاعصاري ([154] ص ٤٣) التي تعرف بالعلاقة :

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{\tau_{xy}}{\rho}} = \sqrt{|\bar{u}'|^2} \quad (18.83)$$

ومن الواضح أن v_{∞} من مرتبة تذبذبات السرعة وتعتبر مقياساً لشدة الحركة التذبذبية ، ونسمل الكتابة حيث تصبح باستخدامها العلاقة (18.82) ذات صيغة أبسط من الشكل :

$$v_{\infty} = k \frac{(d\bar{u}/dy)^2}{d^2\bar{u}/dy^2} \quad (18.84).$$

تجدر الإشارة هنا إلى فرق بين نظرية طول المزج وفرضية التشابه ، حيث افترض براندل عند حساب بروفيل السرعة أن اجهاد القص ثابت في المنطقة المعنية ، $\tau = \text{const}$ ، بينما افترض فون كومان أن τ يتغير خطياً . وبينما افترض براندل أن طول المزج $y \sim l_{\infty}$ ، اعتبر فون كومان $l_{\infty} \sim \bar{u}' / \bar{u}$ ، ويجب (18.80) . وينجم عن ذلك طبعاً اختلاف بسيط بين قيم السرعة المحسوبة وفقاً للطريقتين .

٣.٢.٤.١٨ مناطق نظرية أخرى

إضافة لإهمال اللزوجة النيوتنية تكمن في كل من نظرية طول المزج وفرضية التشابه نقطة ضعف أخرى . فموجب (18.77) أو (18.79) ينعدم اجهاد القص الاعصاري τ في المواقع التي ينعدم فيها المشتق $d\bar{u}/dy$ ، وبالتالي حيث تكون السرعة أعظمية $\bar{u}_{\max}$ أو أصغرية $\bar{u}_{\min}$. وهذا يخالف الواقع طبعاً ، لأن اللزوجة الاعصارية $\tau_{\infty} = |\bar{u}' v'|$ لجريان في أنبوب أو قناة مثلاً غير معدومة عند المحور حيث تسود $\bar{u}_{\max}$ لأن تذبذبات السرعة غير معدومة كما يؤكد ذلك الشكل (1٤٠١٨) .

لقد اخذ براندل هذا الواقع بالحسبان وطور بالنسبة للجريان المضطرب على السطوح علاقة معدلة لاجهاد القص الاعصاري تأخذ ، دون الدخول في تفاصيل الاشتقاق هنا (راجع [28٥]) ، الصيغة التالية :

$$r_w = \frac{1}{l_m} \frac{d\bar{u}}{dy} \sqrt{\left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^2 + l_1^2 \left(\frac{d^2\bar{u}}{dy^2}\right)^2} \quad (18.85)$$

حيث l_1 طول جديد يتحدد من النتائج التجريبية . ولكن وجود الجذر التربيعي يجعل استخدام هذه العلاقة في الحسابات العملية معقداً ومحسوراً بأمثلة قليلة .

بالنسبة للاضطراب الحر استطاع براندل عام 1942 مستخدماً نتائج القياسات التي أجراها رايشهارد أن يستخرج العلاقة التالية لحساب إجهاد القص الاعصاري .

$$\tau_w = \rho k_1 b (\bar{u}_{max} - \bar{u}_{min}) \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (18.86)$$

حيث k_1 عدد لا بعدي يتحدد من التجارب فقط ، « عرض منطقة المزج » وقد استخدمت هذه العلاقة بنجاح لحساب أمثلة عديدة .

تايلور G. I. Taylor اتبع طريقة جديدة مخالفة لطريقة براندل وطور نظرية النقل الاعصاري Vorticity transport theory التي نشرها عام 1932 وتنسب اليه اليوم .

اعتبر تايلور ، كما في نظرية طول المزج ، أن اللزوجة النيوتونية مهمة ، وافترض كمنطلق لنظريته أن الشدة الاعصارية (الدوران) للحركة التذبذبية المضطربة ثابتة . وعلى هذا الأساس توصل ، دون التعرض للتفاصيل هنا ، إلى صياغة علاقة لإجهاد القص الاعصاري ، شبيهة بقانون طول المزج ، من الشكل :

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho l_v^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \cdot \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (18.87)$$

حيث l_v له معنى l_m ، ولكن بحسب (18.77) فإن :

$$l_v = \sqrt{2} \cdot l_m \quad (18.88)$$

هذا يعني أن اللزوجة الاعصارية بحسب تايلور اكبر من تلك بحسب براندل

بمقدار $\sqrt{2}$. وعليه نحصل من (18.87) على نفس نوزع السرعة حسب (18.77) إذا راينا (18.88) .

لقد اكدت التجارب أن نظرية النقل الاعصاري تصلح بشكل جيد لدراسة الاضطراب الحر ولكنها تعطي نتائج غير مقبولة في حالة الاضطراب على السطوح .

البونج يمكن على اساس التشابه بين الجزء الذي تشارك به الاغصير الصغيرة والكبيرة لتحقيق ميزان القوى لحقل اعصاري أن يستنتج علاقة تمثل نسبة اللزوجة الاعصارية إلى اللزوجة النيوتونية بالصيغة (راجع التفاصيل في [7a]) :

$$\frac{\nu_e}{\nu} = \frac{Re}{Re_{min}} \Rightarrow \nu_e = \frac{\nu \cdot V \cdot L}{\nu \cdot Re} \quad (18.89)$$

حيث Re_{min} عدد ثابت ويمثل القيمة الصغرى لعدد رينولدز الحرج الذي يبدأ عنده الاغصير بالتحول لطبيعة مضطربة ، وتبلغ قيمته المأخوذة من التجارب $Re_{min} = 30 - 50$. بذلك يصبح انحدار القص الاعصاري بموجب (18.66) :

$$\tau_{te} = \mu \nu_e \frac{\partial v}{\partial n} = \mu \frac{\nu \cdot V \cdot L}{\nu \cdot Re_{min}} \sim \nu \cdot L \cdot \frac{\partial v}{\partial n} \quad (18.90)$$

حيث تعني ν سرعة مميزة كالسرعة المحيطة ν للاغصير ويعني L طولاً مميزاً يكفي مثلاً المقياس الطولي r للاغصير ، ويتغير كلاهما مع المسافة عن الجدار . ν تمثل سرعة الجريان الرئيسي .

البونج استطاع أيضاً أن يقدم البرهان أن المعادلات الحركية التفاضلية المعروفة باسم معادلات رينولدز ومعادلات سومرفيلد (راجع [7a]) تصلح أساساً جيداً لدراسة حقول الجريان المضطربة . ولكن يلزم في الحالة العامة تطوير نماذج رياضية وطرق حسابية تعتمد على استخدام الحواسيب الالكترونية من أجل تحديد صورة خطوط التيار وحساب القيم المميزة للجريان . والبحث مستمر بنجاح في هذا المجال [161] .

٣.٤.١٨ حساب توزيع السرعة للجريان المضطرب على طول جدار

مستوى أملس

كمدخل للحساب العملي للجريان المضطرب الصرف بمساعدة العلاقات المشتقة في (٢٠٤.١٨) نعتبر كمثال بسيط الجريان الانسيابي على طول جدار مستو كاليمين في الشكل (١٦.١٨) ، ونسأل عن توزيع السرعة الوسطية زمنياً $\bar{u}(y)$.

نفرض أن سطح الجدار « أملس » ، بمعنى أن خشونة السطح لا تؤثر عملياً على الجريان . كما نعتبر تسهيلاً للكتابة $\bar{u} \equiv u$. وبما أن تدرج السرعة للجريان المعتبر موجب بشكل عام ، لذلك يكون $du/dy = |du/dy|$. على هذا الأساس يأخذ قانون طول المزج (١٨.٧٧) الصيغة التالية :

$$\tau_{yx} = \rho l_m^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (18.91).$$

هذه العلاقة تنطبق على الجريان المضطرب فقط خارج حدود الطبقة الصفائحية التحتية الملاصقة للجدار حيث ينحصر تأثير اللزوجة النيوتونية للسائل . وتلزم لمكاملتها وحساب بروفيل السرعة معرفة تابعة τ_{yx} و l_m مع y ، الاحداثي الناطقي على الجدار .

بالنسبة لجريان السوائل ذات اللزوجة الصغيرة نسبياً مثل الماء والهواء وعند أعداد رينولدز الكبيرة نوعاً ما فإن التجارب تؤكد أن $\tau_{yx} \propto y^{-1/2}$ ، وبالتالي يمكن إهمال تأثير τ_{yx} واجهاد القص الصفائحي الناتج عنها ، ويبقى τ_{yx} الذي يكون اعظمية حيث تدرج السرعة الاعظمي ، أي في الجوار المباشر للجدار . على هذا الأساس افترض براندل أن إجهاد القص يبقى ثابتاً في منطقة الجريان الماعتبرة ومساوياً لإجهاد القص على الجدار τ_{yx} وعليه تنتج من (١٨.٩١) العلاقة :

$$v_w = l_m^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \tau_w = \text{const} \quad (18.92)$$

التي تصبح بعد ادخال سرعة اجهاد القص بموجب (18.83) بالصيغة :

$$v_{tw} = v_{rw} = l_m \frac{du}{dy} = \text{const} \quad (18.93)$$

بالنسبة لطول المزج ، وباعتبار انه كما ذكرنا سابقاً تابع مكاني بحيث ،
فقد افترض براندل أنه يتناسب مع y واعتبر :

$$l_m = k y \quad (18.94)$$

حيث معامل التناسب ثابت عددي عام لا بعدي . ويمكن التأكد بسهولة أن
(18.94) تحقق علاقة طول المزج للون كورمان (18.80) ، وهذا يعني أن
الثابت k في العلاقتين له نفس القيمة .

ندخل (18.94) في (18.93) فنجد العلاقة :

$$\frac{v_{tw}}{k y} = \frac{du}{dy} ,$$

التي ينتج منها بعد فصل المتحولات وإجراء التكامل القانون :

$$u = \frac{v_{tw}}{k} (\ln y + C) \quad (18.95)$$

المعروف باسم قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي ، C ثابت التكامل . هذا
القانون لا ينطبق على الجدار مباشرة حيث يؤثر اجهاد القص الصفيحي ، وحيث
بموجب شرط الالتصاق يجب أن تنعدم السرعة $u = 0$ ، بينما حسب (18.95)
تسمى $u \rightarrow \infty$ من أجل $y \rightarrow 0$.

ثابت التكامل C يتحدد من الشرط الذي يوجب أن تكون سرعة الجريان

المضطرب مساوية لسرعة الجريان الصفائحي على حدود الطبقة الصفائية التحتية التي نفرض سماكتها δ_l : $u_l(\delta_l) = u_r(\delta_l)$ ، إن تتعلق حكماً بالقيم المميزة المحددة للجريان التي تنحصر هنا بالزوجة الحركية ν وسرعة إجهاد القص v_{rw} .
وحيث أن النسبة ν / v_{rw} تمثل طولاً فإن δ_l لدواعي معادلة المقاس يجب أن تتناسب مع هذا الطول ، وبالتالي تكون :

$$\delta_l = C_1 \frac{\nu}{v_{rw}} \quad (18.96),$$

حيث C_1 ثابت عددي لا بعدي . فإذا اعتبرنا أن $u = 0$ من أجل $y = \delta_l$ نجد :

$$C_1 = -\ln(\delta_l) = -\ln\left(C_1 \frac{\nu}{v_{rw}}\right)$$

وتصبح بذلك (18.95) بعد اصلاح بسيط :

$$u = \frac{v_{rw}}{k} \left(\ln \frac{v_{rw} \cdot y}{\nu} - \ln C_1 \right) \quad (18.97),$$

أو بصيغة لا بعدية :

$$\frac{u}{v_{rw}} = \frac{1}{k} \left(\ln \frac{v_{rw} \cdot y}{\nu} - \ln C_1 \right) \quad (18.98),$$

ونكون قد حصلنا على قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي اللا بعدي ، الذي يتضمن أن السرعة اللا بعدية u / v_{rw} تابع للقيمة اللا بعدية $\nu / v_{rw} y$ التي تعبر عن البعد عن الجدار ومثل صيغة لعدد دينولدز . وبوجه يمكن حساب توزيع السرعة المضطربة بعد تحديد قيمة الثابتين C_1 و k من القياسات التجريبية . وقد رأينا أن الثابت k له صفة عامة لا تتعلق بخواص سطح الجدار (نحن

أو أماس) وقيمته حسب (18.81) تبلغ $0.4 \approx k$. أما الثابت G حسب (18.96) فتتعلق قيمته بواصفات الجدار ، كما سيتبين لاحقاً .

لقد أكدت التجارب أن القيم المحسوبة على أساس قانون نوزع السرعة اللوغاريتمي تتطابق بشكل جيد مع الواقع ، خاصة في مجال أعداد وينولدز الكبيرة نسبياً ، حتى عندما تكون فرضية ثبات إجهاد القص $\tau = \text{const}$ غير محققة ، بل أن $\tau = \tau(y)$ كما في مثال الجريان في الأنابيب . أما في مجال أعداد وينولدز الأصغر ، حيث لا ينحصر عندها تأثير اللزوجة النيوتونية للسائل في الطبقة الصفائحية التحتية فقط ، فقد أكدت التجارب صحة استبدال القانون اللوغاريتمي بقانون اسمي لنوزع السرعة من الشكل :

$$\frac{u}{v_w} = G \left(\frac{v_w \cdot y}{\nu} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (18.99)$$

حيث يتعلق الأس n بعدد وينولدز وتبلغ قيمته التقريبية 7 . ولذا عودة إلى هذا القانون .

٤.٤.١٨ الجريان المضطرب الصرف في الأنابيب الدائرية:

الدائرية المساء

على غرار دراسة الجريان الصفائحي الصرف في الأنابيب الدائرية (٢.١٨) سنقوم بدراسة الجريان المضطرب شبه المستقر الصرف اعتماداً على المنطقات النظرية (٢.٤.١٨) وبخاصة نظرية طول المزج لبراندل وفرضية التشابه لقانون كرمان ، بهدف التوصل إلى علاقة تربط بين التيار الطعني Q وتدرج الجريان u ، شبيهة بقانون هاجن-بوازيل (١.٢.١٨) .

إن حل المسألة يتطلب اشتقاق قانون نوزع السرعة (الوسطية زمنياً) $\bar{v} = v$ على

مقطع الأنبوب ومنها حساب السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{v}$ والسرعة الأعظمية v_{max} ، وكذلك اشتقاق قانون لحساب معامل الاحتكاك λ .

وعلافا للتيار الصفائحي فإن مقاومة الجريان في الأنبوب تختلف وفقا لخواص السطح ، وبالتالي تتعلق بحسونة الجدار . ولذلك يميز بين جريان مضطرب- أملس هيدروليكيًا Smooth لا يتأثر حليسا بحسونة الجدار ، وجريان مضطرب- خشن هيدروليكيًا Rough يتأثر بتقوآت الحسونة إضافة إلى جريان انتقالي أملس - خشن هيدروليكيًا . ويستوجب الأمر إيجاد المعيار الذي يسمح بالتمييز عمليا بين هذه الجريانات. سنبدا بدراسة الجريان الأملس هيدروليكيًا ونضع في اعتبارنا أنبوبا نصف قطره R وطوله l . ويمثل الاحدالي r المسافة من محور الأنبوب s ، بينما سيمثل y البعد الناطقي من الجدار .

١٠٤.٤.١٨ قانونه توزع السرعة العام

إن فرضية ثبات اجهاد القص ، $\tau_w = \text{const}$ ، التي اعتمد عليها اشتقاق قانون توزع السرعة اللوغاريتمي (18.98) بالنسبة للجريان على جدار مستوي ليست صحيحة بالنسبة للجريان في انبوب ، حيث $\tau = f(y)$ ، وإذا فرضنا أن تدرج الضغط في اتجاه محور الأنبوب ثابت ، كما في حالة الجريان الصفائحي ، وقوى الضغط للجريان شبه المستقر تتوازن مع قوى اجهاد القص فيكون :

$$\frac{dp}{ds} = \frac{d\tau}{dy} = \text{const}$$

وبالتالي فإن :

$$\tau = \text{const} \cdot y + c$$

فإذا راعينا الشروط الحدية : $\tau = \tau_w$ من أجل $y = 0$ ، $\tau = 0$ من أجل $y = R$ ، بسبب التناظر ، يصبح :

$$\tau = \tau_w \left(1 - \frac{y}{R}\right) \quad (18.100)$$

وبالتالي فإن v يتغير خطياً مع البعد عن الجدار y ، وفي كل الأحوال فهو ليس ثابتاً . ولكن بالرغم من هذا التناقض أثبت التجارب أن استخدام العلاقة (18.98) لحساب توزيع السرعة في الانابيب يعطي نتائج جيدة إذا تم تحديد الثوابت k و C_2 بشكل مناسب .

نكتب (18.98) بعد وضع $C_2 = -(\ln C_2)/k$ واعتبار $u \equiv v$ بالصيغة :

$$\frac{v}{v_r} = \frac{1}{k} \ln \frac{y v_r}{y} + C_2 \quad (18.101)$$

وبالتالي تنتج علاقة خطية بين التابع v/v_r الممثل للسرعة اللابعدية والمتحول $\ln \frac{y v_r}{y}$ الذي يمثل أيضاً قيمة لا بعدية . وبالفعل فقد استخدمت نتائج القياسات التي أجراها ليكودادسي في حالة انابيب ملساء ومثلت بيانياً بحيث تعبر عن العلاقة :

$$\frac{v}{v_r} = f \left(\ln \frac{y v_r}{y} \right)$$

فرقعت نقاط القياس على منحني شكله أقرب ما يكون الى شكل مستقيم (الشكل 18.18) ، مما يؤكد صحة العلاقة (18.101) . بنفس الوقت أمكن تحديد قيمة الثوابت k و C_2 ، حيث نتج :

$$k = 0,4 \quad ; \quad C_2 = 5,5$$

وتأخذ بذلك (18.101) الصيغة :

$$\frac{v}{v_r} = 2,5 \ln \frac{y v_r}{y} + 5,5 \quad (8.102a)$$

أو باستبدال اللوغارتم الطبيعي باللوغارتم العشري :

$$\frac{v}{v_r} = 5,75 \lg \frac{y \cdot v_r}{\nu} + 5,5 \quad (18.102b)$$

هذا هو قانون براندل لحساب توزيع السرعة المعروف أيضاً باسم قانون الجدار أو Wall law وينطبق بحكم طبيعة اشتقاقه فقط على منطقة الجريان المضطرب حيث $v_i \gg \nu$. أما بالنسبة للنقاط القريبة من الجدار فإن نتائج القياسات أعطت للثوابت في (18.101) القيم : $C_2 = 5,84$ ، $k = 0,417$ ، وبالتالي يصبح القانون العملي لحساب توزيع السرعة في ما يسمى منطقة الجريان الانتقالي الصفائحي المضطرب (الشكل ١٧.١٨) :

$$\frac{v}{v_r} = 5,52 \lg \frac{y \cdot v_r}{\nu} + 5,84 \quad (18.103)$$

وينتج بالنسبة للنقاط القريبة من محور الأنابيب ومن أجل أعداد دينولدز الكبيرة القانون :

$$\frac{v}{v_r} = 5,52 \lg \frac{y \cdot v_r}{\nu} + 6,68 \quad (18.104),$$

الذي يختلف عن العلاقة السابقة فقط بقيمة الثابت C_2 . ومنه تنتج السرعة الاعظمية بوضع $y = R$ فتكون :

$$\frac{v_{max}}{v_r} = 5,25 \lg \frac{R \cdot v_r}{\nu} + 6,68 \quad (18.105).$$

في النقاط القريبة جداً من الجدار الذي تغطيه الطبقة الصفائحية التحتية يسود جريان صفائحي صرف ويخضع فيه أجهاد القص لقانون نيوتن للاحتكاك الذي يمكن كتابته ، بسبب كون δ صغيرة جداً ، بالصيغة :

$$\tau_i = \eta \frac{dv}{dy} = \eta \frac{v}{y} = \rho \nu_r^2 , \quad 0 \leq y \leq \delta_i$$

ومما نحصل على توزيع السرعة في الطبقة الصفائحية التحتية :

$$\frac{v_i}{v_r} = \frac{y \cdot v_r}{v} \quad (18.106)$$

وقد اكدت التجارب (الشكل ١٨.١٨) ان هذه العلاقة تنطبق في المجال $0 < \frac{y \cdot v_r}{v} < 5$ ، وعليه تكون مماكة الطبقة الصفائحية التحتية من اجل $y \approx \delta_i$

$$\delta_i \approx 5 \frac{v}{v_r} \quad (18.107).$$

فاذا لاحظنا أن $v_r = \text{const}$ من أجل $v = \text{const}$ نجد بادخال

$$Re_{\max} = \frac{V_{\max} \cdot R}{v} \quad \text{صيغة لابعدية للعلاقة السابقة من الشكل :}$$

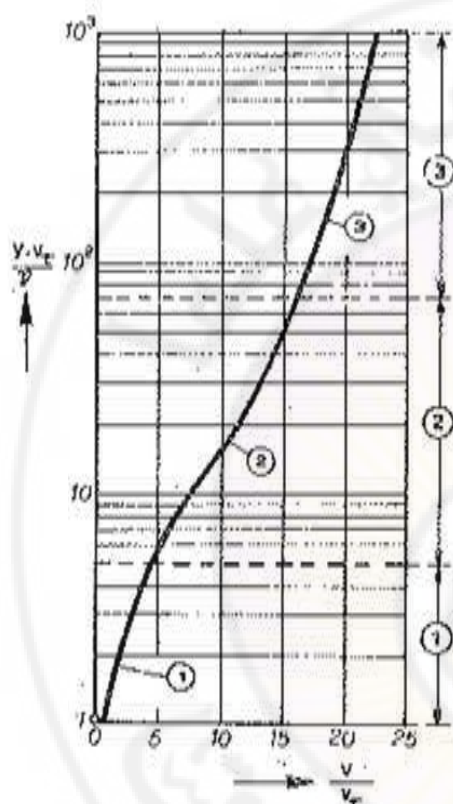
$$\frac{\delta_i}{R} = \frac{\text{const}}{Re_{\max}} \quad (18.108).$$

ومنا نستنتج مباشرة أن δ_i صغيرة جداً ، ونقل كلما زادت قيمة عدد رينولدز ، ويتضاءل بالتالي تأثير اللزوجة النيوتونية على الجريان المضطرب .

الشكل (١٧.١٨) يبين بشكل مبسط بروفيل توزيع السرعة المضطربة بالنسبة للجريان في انبوب او على صفيحة . المنحني ① يمثل توزيع السرعة في الطبقة الصفائحية التحتية بموجب (18.106) ، بينما يمثل المنحني ③ توزيع السرعة في منطقة الجريان المضطرب الصرف بموجب (8.102) ، وبينهما تقع المنطقة الانتقالية ② الصفائحية - المضطربة ، ويتحدد فيما منحنى توزيع السرعة غالباً بالقياسات المطابقة بشكل جيد للعلاقة (18.103) .

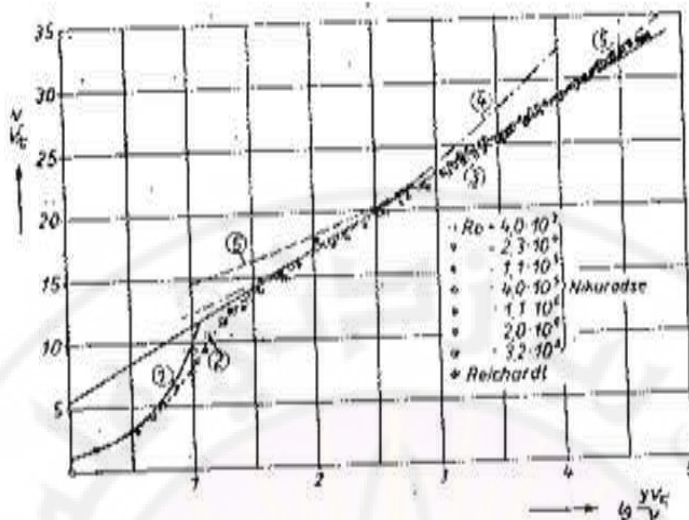
الشكل (١٨.١٨) يسمح بالحكم على مدى تطابق قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي مع نتائج القياسات التي أجراها نيسكو وادسي ودايشارد Reichardt ، الذي كان له الفضل بتغطية منطقة الجريان المجاورة مباشرة للجدار ، بينما أجرى

ليكون وادسي قياساته في مجال اعداد دينولدز من $4 \cdot 10^3$ حتى $3,2 \cdot 10^6$. ويبدو واضحاً أن قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي الذي يمثل المنحنى (3) في الشكل



الشكل ١٧، ١٨ : بروفيل
مبسّط لتوزيع السرعة المضطربة بالنسبة
لأنبوب أو صفوحة : (1) الطبقة
الصفاحية النعنية ، (2) الطبقة
الانتقالية ، (3) الطبقة المضطربة .

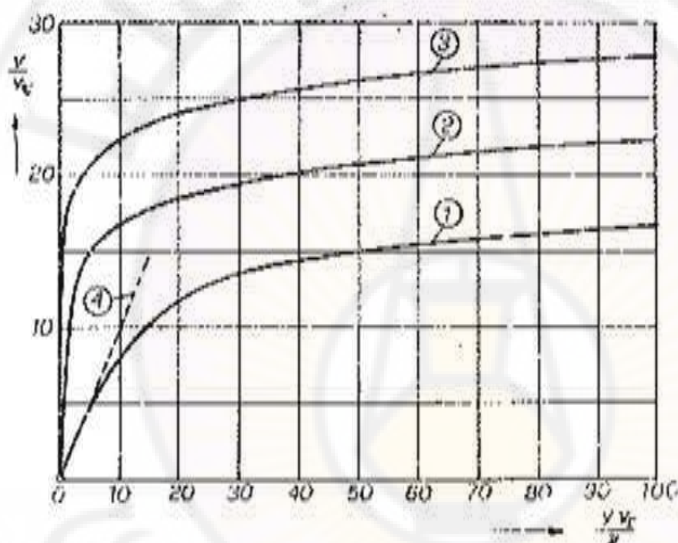
يتطابق بشكل جيد مع نتائج القياس وبمصابيح لاعداد دينولدز جميعها . ولكن خارج المنطقة الانتقالية الصفاحية الممثلة بالمنحنى (2) والطبقة الصفاحية النعنية الممثلة بالمنحنى (1) وفقاً للعلاقة (18.106) . وكخلاصة للدراسة هذا الشكل نصل الى النتيجة الهامة التالية (انظر أيضاً الشكل ١٧، ١٨) :



الشكل ١٨ : قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي العام في الأنابيب الممتلئة ومقارنته
 بالنتائج التجريبية . (1) صفائحي حسب (18.108) ، (2) انتقالي صفائحي - مضطرب ،
 (3) مضطرب حسب (18.102) لجميع أعداد رينولدز ، (4) مضطرب ، قانون الأس
 السبعي حسب (18.110) ، $Re \leq 10^6$ ، (5) مضطرب حسب (18.111) من أجل $C=11.5$ ،
 $n=10$ ، حسب [28] .

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{احتكاك صفائحي صرف في الطبقة} \\
 &\text{الصفائحية التجئية} \quad \leftarrow \quad \frac{y}{v_c} \frac{v_c}{v} < 5 \\
 &\text{احتكاك صفائحي - مضطرب في} \\
 &\text{المنطقة الانتقالية} \quad \leftarrow \quad 5 < \frac{y}{v_c} \frac{v_c}{v} < 70 \\
 &\text{احتكاك مضطرب صرف} \quad \leftarrow \quad \frac{y}{v_c} \frac{v_c}{v} > 70
 \end{aligned} \right\} (18.109)$$

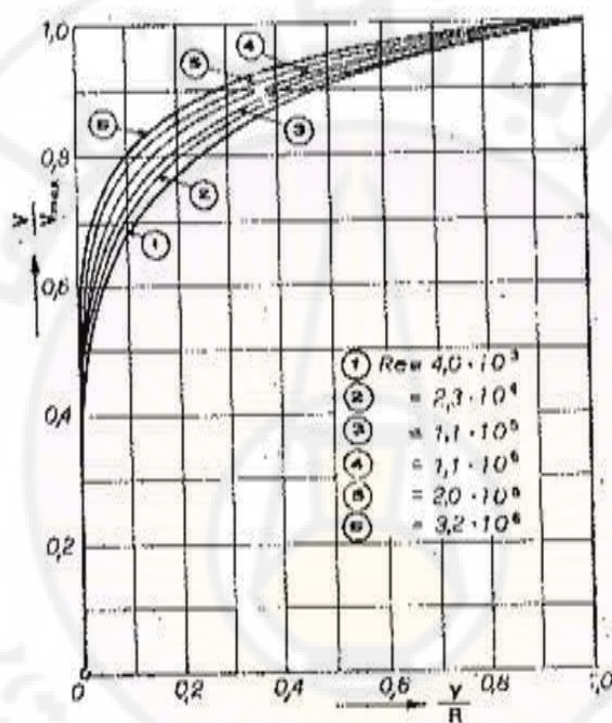
زيادة في الرضوح رسمت النتائج التجريبية لتوزيع السرعة العام من أجل $r = \text{const}$ في الشكل (١٩.١٨) بدلالة القيم المعيارية للمتحول $\frac{y \cdot v_e}{\nu}$ (بدلا من القيم اللوغاريتمية في الشكل ١٨.١٨) ، حيث تنطبق القيم المكتوبة على محور السينات بالنسبة للمنحني ① ويلزم ضرب هذه القيم بـ ١٠ بالنسبة للمنحني ② وبـ ١٠٠ بالنسبة للمنحني ③ ، بينما يمثل المنحني ④ توزيع السرعة الصفائحية بموجب (18.106) . ويتجهل من الشكل بوضوح كيف تتغير بروفيلات السرعة المضطربة من أجل نفس أجهاد الدفع الجداري τ_w عندما تهبط قيمة اللزوجة بالمقارنة مع المنحني ⑦ إلى ١/١٠ أو ١/١٠٠ .



الشكل ١٩.١٨ : قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي للأنايبب المساء (قانون الجدار) ، حسب [4] . ⑦ من أجل لزوجة ν ، ② من أجل $\nu/10$ ، ③ من أجل $\nu/100$ ، ④ صفائحي .

الشكل (٢٠.١٨) يبين تغير توزيع السرعة مع عدد رينولدز في المجال $3.2 \cdot 10^6 \leq Re \leq 4 \cdot 10^9$ ، حيث مثلت النتائج بالنسبة لقيمة محددة لـ Re

بالصيغة $\frac{v}{V_{max}} = f\left(\frac{y}{R}\right)$ التي يمكن حسابها نظرياً من العلاقتين (18.102) و (18.105). ويوضح الشكل بجلاء أنه مع ازدياد قيمة Re يصبح توزيع السرعة على مقطع الأنبوب أكثر انتظاماً ، وبالتالي يوفيل السرعة أكثر امتلاءً .



الشكل ٢٠٠١٨ : تغير بروفيل السرعة في الأنابيب الممتلئة مع عدد رينولدز حسب قياسات نيكورادسي ، [28] [8] .

في مجال أعداد رينولدز المتوسطة ، $Re \leq 10^5$ ، أو من أجل $\frac{y}{V_{max}} = 40 \dots 600$ ، [28] ، [4] ، يمكن الاستعاضة عن قانون توزيع السرعة

اللوغاريتمي بقانون آسي مكافئ للصيغة (18.99) يكتب بالشكل :

$$\frac{v}{v_r} = 8,74 \left(\frac{v}{v_r} \right)^{1/7}, Re \leq 10^6 \quad (18.110)$$

ويعرف بهذه الصيغة باسم قانون الاس السبعي لتوزيع السرعة
Power Velocity distribution law - 1/7 أو باسم قانون بلازيوس لتوزيع
السرعة لارتباطه الوثيق مع قانون بلازيوس المقاومة (١٨.١٠١.١٨)
ويظهر في الشكل (١٨.١٨) مقدار تطابق هذا القانون ، المنحني ⑤ ، مع
النتائج التجريبية . أما بالنسبة لاعداد وينولدز اكبر فقد نتج عن دراسة
اجراها فيمجهارت Wiegardt إمكانية تطبيق قانون آسي من الشكل :

$$\frac{v}{v_r} = C(n) \left(\frac{v}{v_r} \right)^{1/n} \quad (18.111)$$

على أن يراد أن قيمة الثابت n تتغير قليلاً مع عدد وينولدز وثابت التناسب
C(n) يتغير مع n وفقاً للجدول (١٠.١٨) ، ويظهر المنحني ⑤ في الشكل

الجدول ١٠.١٨ : تغير معامل التناسب مع
الاس في القانون الاسي للسرعة ، حسب [28]

n	7	8	9	10
C(n)	8,74	9,71	10,6	11,5

(١٨.١٨) ، الذي يمثل (18.111) من أجل n = 10 ، C = 11,5 ، أن التطابق
مع القيم المقاسة جيد في مجال اعداد وينولدز الكبيرة وسيء من أجل قيم Re
الصغيرة والمتوسطة .

مساعدة قانون الاس السبعي يمكن براندل (راجع [19]) من وضع علاقة تقريبية
لحساب سماكة الطبقة الصفيحية التحتية بالصيغة التالية :

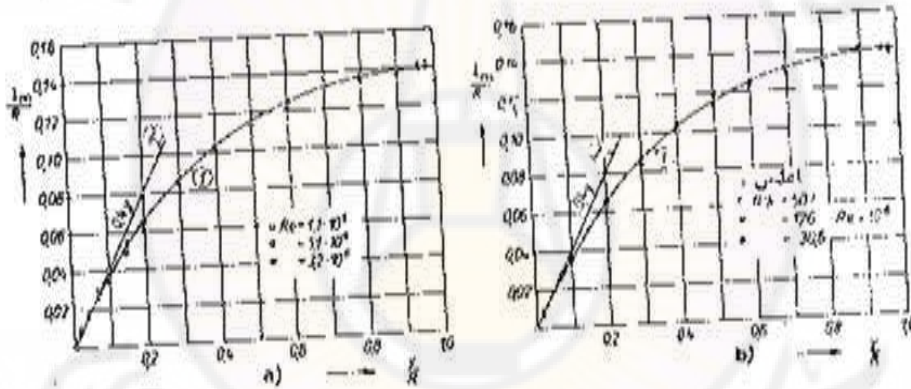
$$\frac{\delta_T}{L} = 126 (Re)^{-2/8} \quad (18.112)$$

وعلاقة لحساب السرعة في هذه الطبقة منسوبة إلى السرعة الوسطية من الشكل :

$$\frac{v_1}{\bar{v}} = 2.46 (Re)^{-1/8} \quad (18.113)$$

ونجد بوجودها من أجل $R = 0.1 \text{ m}$ ، $Re = 8.10^4$ ، $\bar{v} = 10 \text{ m/s}$ ، مثلاً ، أن $v_1 = 6 \text{ m/s}$ ، $\delta_1 = 0.64 \text{ mm}$ وبالتالي $v_1/\bar{v} = 0.6$ و $\delta_1/R = 6.4.10^{-3}$ ذلك كم هي رقبة الطبقة الصفيحية التحتية ، وإنما أقل سماكة كلما زادت قيمة Re ، بما يتطابق مع ما أشرنا إليه سابقاً .

للحصول على قانون عام لتوزيع السرعة يسمح بإيجاد العلاقة بين السرعة الاعظمية v_{max} والسرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{v}$ نلزم انطلاقاً من قانون طول المزج (18.77) أو فرضية التشابه (18.82) معرفة تغير طول المزج l_m على طول نصف قطر الأنبوب إضافة لوجوب الأخذ بعين الاعتبار أن اجهاد القص ليس ثابتاً وإنما يتغير خطياً مع البعد عن الجدار . وقد تمكن نيكورادسي باستخدام



الشكل ٢٧.١٨ : توزيع طول المزج على طول نصف قطر الأنبوب ، حسب (28) .
 « بالنسبة لأنابيب مسام وأعداد رينولدز مختلفة ، « بالنسبة لأنابيب ذات خشونة مختلفة ، المنحني (1) حسب (18.113) ، (2) حسب (18.94) .

قانون طول المزج (18.77) والعلاقة الخطية (18.100) لاجهاد القص إلى جانب نتائج القياس لتوزيع السرعة البرهان أن توزيع طول المزج يخضع لقانون تجريبي كعلاقة استكمال داخلي Interpolation formula بالصيغة :

$$\frac{l_m}{R} = 0,14 - 0,08 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2 - 0,06 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^4 \quad (18.114)$$

وكما يبين الشكل (٢١.١٨ - a) فإن l_m لا يتعلق بعدد رينولدز طالما $Re > 10^5$ في حالة الانابيب المساء . كذلك استطاع البرهان أن l_m لا يتأثر بنحونة الجدار وفقاً لنفس العلاقة السابقة ، كما يتضح من الشكل (٢١.١٨ - b) . وتبسط (18.114) بالنسبة للنقاط القريبة من الجدار (y صغيرة) وتصبح :

$$l_m = 0,4 \cdot y - 0,4 \cdot \frac{y^2}{R} \quad (18.115)$$

بهذا تتأكد علاقة براندل (18.94) من أجل النقاط القريبة جداً من الجدار :

$$l_m = k \cdot y = 0,4 \cdot y \quad (18.116)$$

على أساس ما تقدم يمكن اشتقاق قانون عام لتوزيع السرعة يصلح لأعداد رينولدز الكبيرة كافة ، $Re > 10^5$ ، ويطبق على الانابيب المساء والخشنة وبأخذ الصيغة :

$$\frac{V_{max} - v}{v_r} = f\left(\frac{R}{y}\right) \quad (18.117)$$

حيث $v(y)$ السرعة الموضعية ، V_{max} السرعة الاعظمية عند محور الانبوب . فإذا انطلقنا من قانون توزيع السرعة اللوغاري (18.102) نجد من أجل $y = R$:

$$\frac{V_{max} - v_r}{v_r} = 5,75 \cdot \lg \frac{R}{y} + 5,5 \quad (18.118)$$

فإذا طرحنا منها $\frac{v}{v_r}$ حسب (18.102) ينتج قانون توزيع السرعة العام لبراندل :

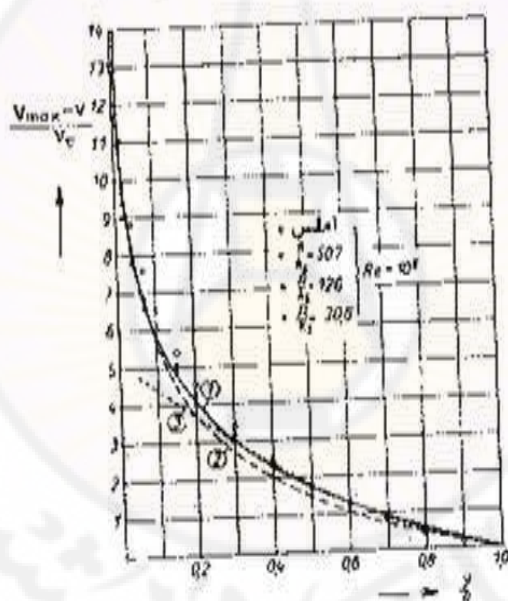
$$\frac{V_{max} - v}{v_r} = 5,75 \cdot \lg \left(\frac{R}{y}\right) \quad (18.119)$$

وإذا انطلقنا من فرضية التشابه (18.82) نجد بعد إجراء التكامل مرتين وتحديد

الثوابت وفق الشروط الحدودية (راجع التفاصيل في [28a]) قانون توزيع السرعة العام لفون كومان :

$$\frac{V_{max} - v}{V_c} = -\frac{1}{k} \left\{ \ln \left[1 - \sqrt{1 - \frac{y}{R}} \right] - \sqrt{1 - \frac{y}{R}} \right\} \quad (18.120)$$

في الشكل (٢٢.١٨) يمثل المنحني ① توزيع السرعة بحسب قانون براندل (18.119) الذي يدخل فيه الثابت $k = 0,4$ بحسب (18.81) ، وتظهر المقارنة مع نتائج القياسات عند $Re = 10^6$ ومن أجل خشونات مختلفة القياس تطابقاً ممتازاً . أما المنحني ② فيمثل توزيع السرعة بموجب قانون فون كومان الذي تتطابق قيمه مع القيم المقاسة بشكل جيد من أجل $k = 0,36$.



الشكل ٢٢.١٨ : قانون توزيع السرعة العام للانابيب المساء والخشنة ، [28a]

① قانون براندل (18.119) ، ② قانون فون كومان (18.120) ،

③ قانون دارسي (18.121) .

إن أول من برهن وجود العلاقة (18.117) تجريبيًا ستانتون T. E. Stanton كما أن دارمي توصل إلى أساس تجارب دقيقة لقياس توزيع السرعة عام 1855 إلى علاقة أخذ وفقاً لموز (18.117) الصيغة التالية :

$$\frac{V_{max} - v}{v_r} = 5.08 \left(1 - \frac{v}{R} \right)^{3/2} \quad (18.121)$$

ويجمل هذه العلاقة في الشكل (٢٢٠١٨) المنحني ③ الذي يتطابق مع القيم المقاسة حتى النقاط القريبة من الجدار $y/R \leq 0.25$.

العلاقة بين السرعة الأعظمية V_{max} والسرعة الوسطية للتيار الحلقي $\bar{V}$ المعروفة بموجب (18.3) تنتج من (18.119) بوضع $\bar{V} \equiv v$ وملاحظة أن $\bar{V}$ لا تتغير مع y ، باعتبارها موزعة بانتظام على كامل المقطع ، بالصيغة العامة :

$$V_{max} - \bar{V} = C_0 \cdot v_r \quad (18.121)$$

ويحدد الثابت C_0 بادخال (18.119) في (18.3) وإجراء التكامل على كامل المقطع $\Lambda = \pi R^2$ فنجد :

$$V_{max} - \bar{V} = 3.75 \cdot v_r \rightarrow \bar{V} = V_{max} - 3.75 \cdot v_r \quad (18.122)$$

وقد تبين حسب النتائج التجريبية أن $C_0 = 4.07$ ، وبالتالي تكون :

$$\bar{V} = V_{max} - 4.07 \cdot v_r \quad (18.123)$$

حيث v_r تتعلق بإجهاد القص ، وبالتالي بتدرج الجريان $\partial u / \partial y$ ، كما سنبين ذلك لاحقاً . وعليه يمكن من أجل قيمة معلومة لـ $\partial u / \partial y$ التعبير عن السرعة الوسطية $\bar{V}$ بدلالة V_{max} أو بالعكس .

من جهة أخرى فقد استطاع ليكودادسي أن يثبت ، بناءً على تجاربه الدقيقة والمعقدة التي أجراها في مجال واسع جداً لاعداد رينولدز $3.2 \cdot 10^3 \leq Re \leq 4 \cdot 10^5$ ، أن بروفيل السرعة في الأنابيب المساء (الشكل ٢٠١٨) يخضع لقانون أمي من الشكل :

$$\frac{\bar{V}}{V_{max}} = \left(\frac{y}{R} \right)^{1/n} \quad (18.124)$$

حيث تتغير قيمة الأس n قليلاً مع Re وفقاً للجدول (٢٠١٨) ، الذي يحتوي أيضاً النسبة $\bar{V}/V_{max}$ ومقارنها . ومن الواضح أن النسبة بين السرعة الوسطية $\bar{V}$ والاعظمية V_{max} تتعلق بقيمة الأس n ونتيج من (18.124) بالصيغة :

$$\frac{\bar{V}}{V_{max}} = \frac{2}{(n+1)(2n+1)} \quad (18.125)$$

الجدول ٢٠١٨

تغير الأس n ونسبة السرعة $\bar{V}/V_{max}$ بموجب القانون الأمي انوزع السرعة (18.124)

$Re = \bar{V}d/\nu$	$4 \cdot 10^3$	10^4	$5 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^5$
n	6	7	8	9	10	10
$V_{max}/\bar{V}$	1,264	1,225	1,193	1,175	1,156	1,150
$\bar{V}/V_{max}$	0,791	0,817	0,837	0,852	0,865	0,865

٢٠٤.٤.١٨ قانون المقاومة العصامي من أجل أعداد رينولدز

كبيرة جداً

في حالة الجريان الصفائحي الصرف استطعنا أن نشق قانون هاجن - بوازيل (18.31) كعلاقة نظرية بجهة تربط بين التيار الحجمي $Q = \bar{V}\pi R^2$ وتدرج الجريان λ في الانبوب وتطابق نتائجها بصورة ممتازة مع النتائج المقاسة . كذلك كان ممكناً اشتقاق قانون نظري لحساب معامل الاحتكاك $\lambda = 64/Re$. أما في حالة الجريان المضطرب الصرف فإن اشتقاق قانونين مماثلين على أساس دراسة نظرية بجهة لا يزال حتى اليوم هدفاً يسعى اليه الباحثون . ونظراً لتعدد الحركة المضطربة فقد ساد الاعتقاد ردها طويلاً من الزمن باستحالة

المجدول ٢٠١٨: بعض قوانين الاحتكاك (المقاومة) المروفة لحساب الجريان
الاضطرب (الصرف في الأنابيب اسطوانية دائرية مستقيمة ملساء :

حسب [4] [8] [19] [28]

قطر أنبوب التجربة d [mm]	سائل التجربة	صاحبة من أجل Re	صيغة العلاقة لمعامل الاحتكاك	العلاقة حسب : (عام)	
39,75	ماء وهواء	$< 10^5$	$\lambda = 0,3164 \cdot Re^{-0,250}$	Blasius (1913)	بلازيوس (1)
20 ... 40	هواء	$< 5.10^5$	$= 0,2410 \cdot Re^{-0,324}$	Ombeck (1914)	أومبك (2)
2,72 ... 53,10	ماء وهواء	$< 4,3.10^5$	$= 0,0072 + 0,6105 \cdot Re^{-0,350}$	Lees (1915)	ليز (3)
2,72 ... 53,10	ماء وهواء	$< 5.10^5$	$= 0,00785 + 0,618 \cdot Re^{-0,360}$	Lebeau (1922)	ليبو (4)
10 ; 20	ماء وهواء	$< 7.10^4$	$= 0,3270 \cdot Re^{-0,254}$	Jakob (1922)	ياكوب (5)
47,09 ... 99,85	مساء	$< 4,6.10^5$	$= 0,00714 + 0,6104 \cdot Re^{-0,350}$	Jakob & Erk (1924)	ياكوب وإيرك (6)
—	مساء	$< 4.10^5$	$= 0,00684 + 0,5400 \cdot Re^{-\frac{1}{2}}$	Kozeny (1925)	كوزيني (7)
50 ... 68	مساء	$< 1,9.10^6$	$= 0,00540 + 0,3954 \cdot Re^{-0,300}$	Hermann (1930)	هرمان (8)

تابع الجدول ٢.١٨ :

الملافة حسب : (عام)	صيغة الملافة لمعامل الاحتكاك	صالحة من أجل Re	سائل التجريب	نظر أنبوب التجربة d [mm]
Lorenz (1932) لورينس	$\lambda = 0.0076 + 0.899 \cdot Re^{-0.334}$	$< 1,2 \cdot 10^6$	ماء	190
Nikuradse (1932) نيكورا-داسي	$= 0.0032 + 0.221 \cdot Re^{-0.237}$	$< 3,24 \cdot 10^6$	ماء	10 ... 100
Richner (1932) ريشتر	$= 0.0070 + 0.596 \cdot Re^{-0.350}$	$< 1,14 \cdot 10^6$	ماء وحماء	20
Harris (1949) هاريس	$= 0.0061 + 0.550 \cdot Re^{-\frac{1}{8}}$	$< 10^5 \dots 10^6$	ماء	32
Prandtl (1933) براندل	$\frac{1}{\lambda} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,8$	$Re > Re_{cr}$	علاقة نظرية - تجريبية	
Prandtl براندل	$\frac{1}{\lambda} = 1.95 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,55$	كبيرة Re	علاقة نظرية - تجريبية	
Prandtl-Eck براندل - إيك	$\lambda = 0.309 / (\lg Re / 2)^2$	$Re < 10^6$	علاقة نظرية وضغط أقل من 160	
Colebrook (1937) كولبروك	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg (Re / 7)$	$5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^7$	علاقة تقريبية	

التوصل إلى قانون المقاومة للجريان المضطرب إلا على أساس تجريبي بحث .
 وانطلاقاً من هذا فقد طورت قوانين مساومة تجريبية متعددة تختلف من
 حيث دقتها وبحال تطبيقها ، الجدول (٢٠١٨) و (٢٠١٨) ، إلى أن أصبح
 يمكننا اشتقاق قوانين نظرية - تجريبية نستند على العلاقة الوثيقة بين بروفيل
 السرعة ومقاومة الجريان .

نعتبر الجريان المضطرب في الأنبوب اسطواني دائري أملس الجدران نصف
 قطره R ويضعليج في وضع افقي . في حالة الجريان شبه المستقر نعدم قوى
 العطالة ، وبالتالي فإن تطبيق شرط توازن القوى على اسطوانة سائلية نصف
 قطرها r (الشكل ٢٠١٨) وطولها l يقضي بوجود تساوي محصلة قوى
 الاحتكاك الناتجة عن اجهاد القص السكبي $\tau_w + \tau_r + \tau_{\theta}$ حسب (18.68) مع
 القوة الدافعة الناتجة من محصلة قوى فرق الضغط على طرفي الاسطوانة
 السائلية :

$$\tau = 2 \pi r l = (p_1 - p_2) : r^2 \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{p_1 - p_2}{l} \frac{r}{2} = \dots = \frac{dp}{ds} \frac{r}{2} , s \equiv x \quad (18.126)$$

وقد رأينا أن τ بموجب (18.100) يتغير خطياً ، حيث يكون على الجدار
 من أجل $r = R$ اعظماً ومساوياً قيمة اجهاد القص الجداري τ_w الذي يتبع
 من (18.126) :

$$\tau_w = \frac{p_1 - p_2}{l} \frac{R}{2} = \frac{\Delta p}{l} \frac{R}{2} \quad (18.127).$$

هذه العلاقة تعتبر أساساً للأبحاث التجريبية من أجل تحديد قانون المقاومة ذلك

الجدول ٤.١٨ : مقارنة عددية بين قيم معامل الاحتكاك λ للانابيب الملساء المحسوبة بموجب عدة قوانين مقاومة مختارة من الجدول (٣.١٨) من اجل اعداد رينولدز مختلفة . وقد ميزت القيم التي تختلف عن قيم قانون براندل بأكثر من 1 % بأرقام نافرة .

Re	قيم λ . 10 ² حسب قانون				
	براندل (13)	بلازيوس (1)	نيكورداسي (10)	هاريس (12)	كوليبروك (16)
$3,162 \cdot 10^3$	4,287	4,219	3,593	4,359	4,379
$5,623 \cdot 10^3$	3,617	3,654	3,175	3,703	3,657
10^4	3,089	3,104	2,811	3,163	3,101
$1,778 \cdot 10^4$	2,665	2,737	2,493	2,717	2,662
$3,162 \cdot 10^4$	2,320	2,373	2,210	2,349	2,310
$5,623 \cdot 10^4$	2,036	2,055	1,974	2,046	2,024
10^5	1,800	1,788	1,762	1,795	1,788
$1,778 \cdot 10^5$	1,601	—	1,579	1,588	1,591
$3,162 \cdot 10^5$	1,432	—	1,419	1,417	1,424
$5,623 \cdot 10^5$	1,289	—	1,279	1,276	1,283
10^6	1,165	—	1,156	1,160	1,161
10^7	0,810	—	0,805	0,865	0,815

أن τ_w تتحدد من قياس Δp المكافئ للخسارة في الضغط Δp_f .
 نستعين بقانون دالسي (18.8) ونفرض λ معامل الاحتكاك الابعدي
 فيكون :

$$\frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\Delta p_f}{l} = \frac{\lambda}{2R} \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.128)$$

نقارن هذه العلاقة مع العلاقة السابقة فنجد :

$$\tau_w \frac{2}{R} = \frac{\lambda}{2R} \frac{\rho}{2} \bar{V}^2$$

ومنها ينتج اجهاد القص الجداري :

$$\tau_w = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{V}^2 \quad (18.129)$$

بادخال سرعة اجهاد القص $v_{rw} = \sqrt{\tau_w / \rho}$ نحصل على العلاقة :

$$\frac{\bar{V}}{v_{rw}} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \Rightarrow \lambda = 8 \left(\frac{v_{rw}}{\bar{V}} \right)^2 \quad (18.130)$$

من جهة اخرى تنتج من قانون توزيع السرعة -ة اللوغاري (b - 18.102) من
 اجل $y = R$ السرعة الاعظمية :

$$V_{max} = v_{rw} \left[5.75 \lg \frac{R v_{rw}}{\nu} + 5.5 \right] \quad (18.131)$$

فاذا عبرنا عن V_{max} بدلالة $\bar{V}$ حسب (18.122) نجد بالعلاقة :

$$\frac{\bar{V}}{v_{rw}} = 5.75 \lg \frac{R v_{rw}}{\nu} + 1.75 \quad (18.132)$$

وبقارنتها مع (18.130) نجد :

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = 5,75 \lg \frac{R v_{mv}}{\nu} + 1,75 \quad (18.133)$$

وحيث أنه من الثابت بالنسبة للأنابيب الملساء أن معامل المقاومة λ يتعلق بعدد وينولدنز فقط ، $\lambda = f(R_e) = f\left(\frac{V_d}{\nu}\right)$ ، لذلك ندخل Re في العلاقة السابقة ونكتب باستخدام (18.130) :

$$\frac{R v_{mv}}{\nu} = \frac{1}{2} \frac{V_d}{\nu} \frac{v_{mv}}{\bar{v}} = \frac{1}{2} Re \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$$

فتأخذ بذلك (18.133) بعد اصلاح بسيط الصيغة :

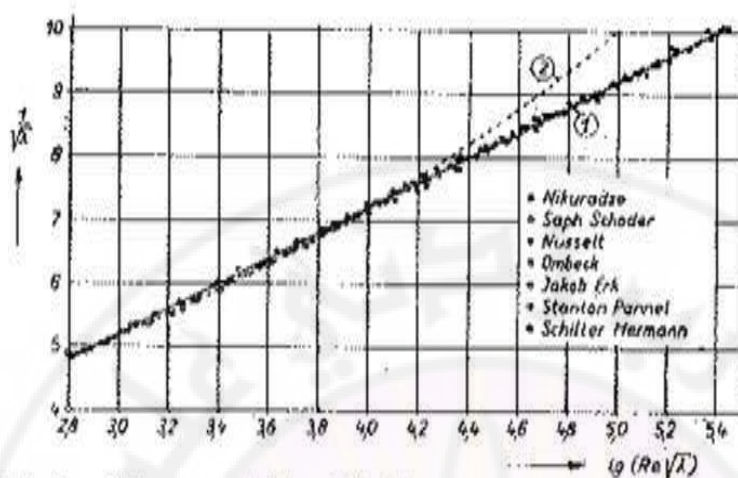
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,035 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,91 \quad (18.134)$$

ونحصل بنفس خطوات الاشتقاق السابقة على علاقة أدق ، بمعنى أكثر تطابقاً مع نتائج القياسات ، إذا استخدمنا للتعبير عن v_{mv} بدلالة $\bar{v}$ العلاقة (18.123) بدلاً من (18.122) فنجد بدلاً من (18.134) العلاقة :

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg (Re \sqrt{\lambda}) - 0,8} \quad (18.135)$$

التي تعرف باسم قانون المقاومة الملساء للأنابيب الملساء أو قانون براندل ، الذي يعتبر قانوناً رسمياً لحساب المقاومة في الأنابيب الملساء وتحدد دقة القوانين الأخرى بدلالته [انظر الجدولين (٣٠١٨) و (٤٠١٨)] .

ان قانون براندل للمقاومة بحكم منطقات اشتقاقه صالح للاستعمال الاستقرائي الخارجي Extrapolation لمجال اعداد وينولدنز مهما كانت كبيرة .



الشكل ٢٣.١٨ : قانون المقاومة العام للأنابيب الملساء . حسب (28) ، مقارنة قانون براندل (18.136) المدلل بالمستقيم (1) مع نتائج القياس لباحثين مختلفين . المنحني (2) يمثل قانون هلازيوس (18.130) .

ويبدو واضحاً أن التمثيل البياني لهذا القانون بالصيغة $1/\sqrt{\lambda} = f[\lg(\text{Re}\sqrt{\lambda})]$ يعطي مستقيماً . وقد رسم هذا المستقيم في الشكل (٢٣.١٨) كمنحنى (1) ، ونلاحظ أن القيم المقاسة من باحثين مختلفين ، خاصة نتائج القياس التي أجراها نيكورادسي حتى $\text{Re} = 3,4 \cdot 10^6$ ، تقع جميعها على هذا المستقيم ، مما يؤكد التطابق الممتاز لقانون براندل مع الواقع .

لقد أوضح براندل أن استخدام قانون نوزغ السرعة (18.103) بدلاً من (18.102) لا اشتقاق قانون المقاومة يعطي صيغة أدق لمجال أعداد رينولدز الكبيرة جداً من الشكل :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,05 \lg(\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,55 \quad (18.130)$$

كما يجدر الإشارة أن وجود λ في طرفي العلاقة (18.136) و (18.130) لا يثنى صعوبة كبيرة عند استخدامها في الحساب العملي ، إذ يكفي اختيار قيمة مناسبة لـ λ حسب إحدى القوانين التجريبية في الجدول (٣٠.١٨) وإدخالها في الطرف الأيمن ومن ثم حساب قيمة λ الباقية في الطرف الأيسر ، التي قد تدخل من جديد إلى الطرف الأيمن ويكرر الحساب مرة أخرى أو مرتين على الغالب . ونحصل على قيمة λ الفعلية عندما يتساوى طرفا المعادلة .

٣.٤.٤.١٨ النتائج التجريبية لحساب معامل الاحتكاك ونوع

السرعة

بالرغم من أن الأهمية التطبيقية للأنايب المساء محدودة جداً ، لأنها تنحصر غالباً بأنايب مسحوبة بدون لحام من النحاس أو البرونز أو الزجاج أو البلاستيك ومن الرصاص ، وبالتالي فإن استخداماتها بالمقارنة مع الأنايب الفولاذية الخشنة قليلة ، إلا أن دراسة الجريان المضطرب وعلى أساس تجريبي بحث يستند على العلاقة (18.127) بدأت بها كمنطلق هام لدراسة الجريان المضطرب في الأنايب الخشنة .

لقد كان بلازيوس H. Blasius أول من قام عام 1911 بتمحيص شامل وعميق لنتائج التجريبية التي أجراها باحثون مختلفون قبله وبخاصة ستانتون Stanton بالإضافة إلى تجاربه نفسه التي استخدم فيها جريان الهواء والماء في أنبوب أملس بقطر $d = 39.75 \text{ mm}$ ، وتوصل في ضوء قانون رينولدز لتشابه إلى نتيجة هامة جداً تلخص بأن معامل المقاومة أو الاحتكاك λ لجريان المضطرب في الأنايب المساء تابع بحث لعدد رينولدز ، ويخضع لعلاقة بالصيغة :

$$\lambda = b Re^{-1/4} \quad (18.137)$$

أو بصيغة أشمل :

$$\lambda = a + b Re^{-1/4} \quad (18.138)$$

حيث تعدد الثوابت من نتائج القياسات . وقد نشر بلازيوس ، أول قانون تجريبي لحساب λ بالصيغة :

$$\lambda = 0,3164 \cdot Re^{-1/4}, \quad Re \leq 10^5 \quad (18.139),$$

الذي يسمى اليوم عموماً باسم قانون بلازيوس للمقاومة ، ويطبق حتى أعداد رينولدز $Re = \bar{V} d / \nu \leq 10^5$ فقط ، حيث تتطابق نتائجه بشكل جيد جداً في هذا المجال مع القيم المقاسة ومع قانون براندل (18.135) ، كما يؤكد ذلك الشكل (٢٣.١٨) .

لقد طور الباحثون قوانين تجريبية عديدة جداً لحساب λ إما بالصيغة (18.137) أو (18.138) وكل منها يصلح للتطبيق في مجال عدد لأعداد رينولدز ، وبالتسالي لا يمكن أن نعتبر أيها قانوناً عاماً صالحاً لجميع أعداد رينولدز كما هو الحال بالنسبة لقانون براندل (18.135) . فمثلاً صاغ ليكورايمي بناء على تجاربه قانوناً للمقاومة بالصيغة :

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot Re^{-0,257}, \quad Re < 3,24 \cdot 10^6 \quad (18.140)$$

يضم الجدول (٣.١٨) نظية غائارة من هذه القوانين التجريبية الى جانب اسماء اصحابها ومجال أعداد رينولدز التي يمكن استخدامها فيه .

نتطرق الآن ، وبمعكس ما فعلناه في الفقرة (٢.٤.٤.١٨) ، من قانون المقاومة للتوصل لقانون توزيع السرعة . فإذا استبدلنا في العلاقة (18.129) قيمة λ حسب (18.139) نجد :

$$\tau_w = \frac{0,3164}{8} \rho \bar{V}^2 \left(\frac{\bar{V} d}{\nu} \right)^{-1/4} = 0,03955 \rho \bar{V}^{7/4} \nu^{1/4} \cdot d^{-1/4}$$

هذا يعني أن اجهاد القص يتناسب مع مربع السرعة الوسطية للتيار الحلقي تقريباً بينما كان في حالة الجريان الصفائحي $\tau_w \sim \bar{V}$. نضع الآن $d=2R$ وندخل سرعة اجهاد القص $\tau_w = \rho v_{tw}^2$ فنجد بعد اصلاح بسيط :

$$\left(\frac{\bar{V}}{v_{rw}}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{0,03325} \left(\frac{v_{rw} R}{v}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{\bar{V}}{v_{rw}} = 6,99 \left(\frac{v_{rw} R}{v}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (18.141)$$

نستبدل الآن السرعة الوسطية $\bar{V}$ بالسرعة الاعظمية V_{max} ، ونضع $V_{max} = 0,8 \bar{V}$ التي تعالج حسب الجدول (٢٠١٨) من أجل $Re = 10^5$ الاس $n = 7$ تقريباً فتصبح (18.141) :

$$\frac{V_{max}}{v_{rw}} = 8,74 \left(\frac{v_{rw} R}{v}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (18.142)$$

هذه العلاقة تنطبق بالنسبة لمجور الانبوب ، أي من أجل مسافة عن الجدار $y = R$. لهذا يبدو بديهاً افتراض وجود علاقة من نفس الصيغة تسمح بحساب v عند أية مسافة y عن الجدار ، ونحصل بالتالي على بروفيل السرعة :

$$\frac{v}{v_{rw}} = 8,74 \left(\frac{v_{rw} y}{v}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (18.143)$$

بصيغة قانون الاس السبعي أو قانون بلازيوس (18.110) الذي سبقت الإشارة اليه ، والذي يمثل صيغة خاصة للقانون الاسي (18.111) بالنسبة للمجال $Re \leq 10^5$. بذلك نكون قد برهننا عن وجود علاقة وثيقة بين قانون بلازيوس للمقاومة (18.139) وقانون توزيع السرعة السبعي .

٥.٤.١٨ المجرى المضطرب الصرف في الانابيب المستقيمة: الوسطوانية

الدائرية الممتدة

إن الانابيب المستعملة في المنشآت والتجهيزات الهيدروليكية ، بدون استثناء تقريباً،

ذات جدران خشنة . وتختلف الخشونة حسب مادة الأنبوب ، وطريقة تصنيعه ، وتغير حسب مدة استعمال الأنبوب ونوع السائل الذي يجري فيه نتيجة للترسبات أو الأكسدة وغير ذلك من العوامل المؤثرة على الجدار الداخلي للأنبوب (انظر الجدول ٥.١٨) . لهذا تمكّن من دراسة الجريان المضطرب في الأنابيب الخشنة أهمية تطبيقية كبيرة استندت في سياق عملية التطوير التكنيكي جهوداً مركزة للتوصل إلى قوانين تصالح لحساب القيم المميزة للجريان . واعتبر النتائج النظرية والتجريبية لدراسة الجريان في الأنابيب الملساء كحالة حدية للأنابيب الخشنة ، مقدمة ضرورية للإجابة على سؤالين أساسين :

الاول يتعلق بتحديد تأثير الخشونة على الجريان والشروط التي يعتبر عندها جدار الأنبوب ، أو أي سطح آخر ، أملس أو خشناً من وجهة النظر الهيدروليكية لا التكنيكية .

والثاني يتعلق بصياغة قانون للمقاومة يسمح بحساب معامل المقاومة ، وبالتالي الحسارة في الضغط ، عند أية خشونة لجدار الأنبوب .

١٨.٤.١٥ تأثير الخشونة على الجريان ، مفهوم الخشونة المظلمة

والنسبية والسرعية المظلمة

من المؤكد أن دراسة الجريان المضطرب الصرف في الأنابيب المستقيمة الدائرية (وعلى السطوح المستوية !) أكثر تعقيداً من دراسة الجريان الصفيحي أو المضطرب الصرف في الأنابيب الملساء ، حيث تمكّننا من اشتقاق قوانين دقيقة أو علاقات تقريبية جيدة لحساب نوزع السرعة ومعامل المقاومة . ومن المؤكد أيضاً أن فواقد الجريان في الأنابيب الخشنة أكبر بشكل ملحوظ من تلك في الأنابيب الملساء . ويعود ذلك لأسباب كثيرة تنجم عن تأثير الخشونة على الجريان :

١ - توجد أنواع مختلفة من الخشونات ، منها المنتظمة أو المتناسقة شكلاً ، ومنها غير المنتظمة ، الشكل (٢٤.١٨) . وفي كل الحالات

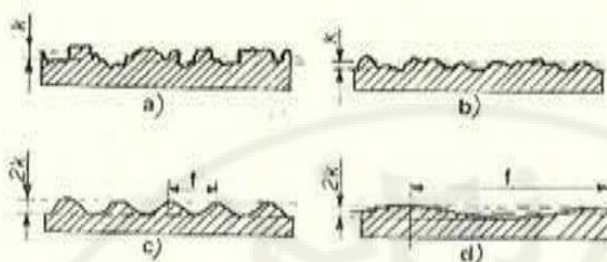
الجدول ٥.١٨ : قيم الخشونة المطلقة k [mm] لأنابيب من أنواع ومواد
ومدد استعمال مختلفة ، حسب [19] ، [22] ، [30] . k تمثل في حالة
الجريان الخشن تماماً الخشونة الرملية المكافئة .

الخشونة المطلقة k [mm]	حالة الجدار الداخلي	مادة ونوع الأنبوب
0,00135 ... 0,00152	جديد ، أملس تكتيكياً ، أو مفلن (مطلي) بالنحاس النكل ، الكروم	أنبوب مسحوب أو مضغوط من النحاس ، الشببه ، الزجاج ، البلاستيك ، الألمنيوم ، الرصاص وما شابه ذلك .
0,00162	أملس	أنبوب ضغط مطاطي
0,01 ... 0,05	مسحوب	أنبوب فولاذي بدون وصلة ،
0,02 ... 0,06	مدرفل جيداً	تجاري ، مسحوب أو مدرفل
0,03 ... 0,04	منظف (كيميائياً) أو مدهون	
0,03 ... 0,06	غير منظف	
0,01	مجلوخ بنعومة	
0,01 ... 0,04	مكشوط بنعومة	
0,05 ... 0,10	مكشوط	جديد
	من فولاذ لا يصدأ ، أو مطلي	
0,08 ... 0,09	بطبقة معدنية	
0,07 ... 0,10	مفلن بالزنك بشكل نظيف	
0,10 ... 0,16	مفلن بالزنك بشكل تجاري	
0,04 ... 0,10	الصفايح مدرفلة ، لعام طولی	أنبوب ملحوم من صفائح
0,01 ... 0,05	مزفت	فولاذية
$\approx 0,18$	مطلي بطبقة إسمنتية	
$\approx 0,008$	مفلن ، أنابيب تهوية	جديد

الخشونة المطلقة k [mm]	حالة الجدار الداخلي	مادة ونوع الأنبوب
< 1 < 9	برشمة خفيفة برشمة ثقيلة	أنبوب مبرشم من سفائح فولاذية ، جديد
0,2 ... 0,6 0,25 ... 1,0 0,10 ... 0,13	مصبوب جيداً تجاري مزفت	أنبوب من حديد الصب جديد
0,2 ... 1,0	جديد	أنبوب خشبي
0,3 ... 0,8 1,0 ... 2,0 2,0 ... 3,0 0,1 ... 0,15	تجاري ، مصقول تجاري ، خشونة متوسطة تجاري ، خشن بيتون مسلح مصقول جيداً	أنبوب بيتوني جديد
0,03 ... 0,1	مصقول	أنبوب من الأترنيت ، جديد
$\approx 0,15$ 0,15 ... 0,4 $\approx 1,5$ 2,0 ... 4,0 0,15 ... 0,20 $\approx 0,1$ $\approx 0,5$ $\approx 1,1$	ذو ندبات صداداً موزعة بانتظام متوسط الصداد ، ذو قشرة خفيفة ذو قشرة وسطية ذو قشرة سميكة منظف بعد استعمال طويل مزفت ، الزفت مقشر جزئياً مع وجود مناطق صداداً بعد عدة سنوات استعمال بعد استعمال 20 سنة مع وجود ترسبات رقائقية	أنبوب فولاذي مسحوب أو مدرفل ، مستعمل

مادة ونوع الأنبوب	حالة الجدار الداخلي	الخشونة المطلقة k [mm]
أنبوب فولاذي مسحوب أو مدرفل مستعمل	بعد استعمال 25 سنة مع وجود ترسبات من الزفت والنفثالين	$\approx 2,5$
أنبوب من صفائح فولاذية ميرشمة ، مستعمل	بعد 25 سنة استعمال ، ذو قشرة سمكية	12,5
أنبوب من حديد الصب مستعمل	ذو صدأ خفيف ذو قشرة منظف بعد عدة سنوات استعمال قيمة وسطية لجارير قاذورات المدينة صدئي جداً	1 ... 1,5 1,5 ... 4,0 0,3 ... 1,5 1,2 4,5
	ذو طينة مصقولة بعد مدة سنوات استعمال بالماء قيمة وسطية لتمديدات الانابيب ؛ بدون تصادم مع تصادم	0,2 ... 0,3 0,2 2,0

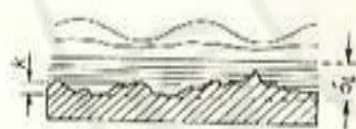
فإن كل تنوع خشونة هو منبع لتشكيل السطوح الفاصلة والاعاصير (راجع [154])



الشكل ٢٤.١٨ : أمثلة عن الخشونات الجدارية في الانابيب :

(a) خشونة غير منتظمة لانبوب فولاذي صديء ، (b) خشونة غير منتظمة لانبوب من حديد الصلب ، (c) خشونة منتظمة لانبوب امتهني ، (d) خشونة منتظمة لانبوب سني . h الخشونة المطلقة ، f المسافة بين ترومات الخشونة المنتظمة .

ص (٢٨٦) ، التي تستهلك قدرة اضافية تستخلص من قدرة الجريان ، وبالتالي تهدر كفاءة اضافية بالمقارنة مع الانابيب الملساء . ان تكون الاعاصير هذه يؤدي لتقليل سماكة الطبقة الصفائحية التحتية التي تتشكل على الجدار مباشرة ، الشكل (٢٥.١٨) ، ونحدد مدى تأثير الخشونة على الجريان .



الشكل ٢٥.١٨ : سماكة الطبقة الصفائحية التحتية δ بالمقارنة مع الخشونة المطلقة h .
نحدد ما اذا كان الجدار املس أو خشن هيدروليكيًا .

٢ - ان التباين الكبير في نوعية وطبيعة الخشونات ، وفقاً لنوع مادة الانبوب (أو السطح) وطريقة تصنيعه وتشغيله تكنولوجياً ، الذي يتجلى مثلاً بالقيمة المطلقة لارتفاع الخشونة المسماة الخشونة المطلقة ، بالكثافة

العديدية للخشونات ومسافاتهما عن بعضها البعض ، وبميل الخشونة بالنسبة لانحياض الجريان ، يجعل امكانية تحقيق التشابه الهندسي . وبالتالي التشابه الميكانيكي للجريان في أنابيب ذات أقطار واحدة ولكنها مصنعة من مواد مختلفة شبه مستحيلة ، وكذلك الامر بالنسبة للجريان في أنابيب ذات خشونات واحدة وأقطار مختلفة . ومن الثابت تجريبياً أن معامل المقاومة للأنابيب المصنوعة من الفولاذ المسحوب مثلاً ، التي تنصف بطبيعة جدار واحدة عملياً ، يقل كلما كبر القطر الداخلي للأنبوب .

٣ - إن قانون دينولدز التشابهي (16.12) كشرط للتشابه التجريبي بين الجريانات الصفائحية الصرفة والمضطربة في الأنابيب الملساء ليس كافياً في حالة الأنابيب الخشنة بالنسبة لتحديد معامل المقاومة . ويمكن بمساعدة طرق التحليل البعدي (الفصل السادس) برهان ما تؤكده التجارب فعلاً أن معامل المقاومة للأنابيب الخشنة تابع في الحالة العامة لعدد دينولدز ولقيمة مميزة لا بعدية للخشونة تؤخذ كنسبة بين الخشونة المطلقة k ونصف قطر R أو قطر الأنبوب d ، وتسمى الخشونة النسبية $Relative\ roughness$. وبالتالي يعتبر كقانون عام في حالة الأنابيب الدائرية المقطع الخشنة :

$$\lambda = f(Re, k/R) . \quad (18.144)$$

وحيث أن الأنابيب الملساء مثل حالة حدية للأنابيب الخشنة يكون عندها بموجب (18.135) معامل المقاومة تابعاً بحتاً لعدد دينولدز :

$$\lambda = f(Re) \quad (18.145)$$

وبالتالي فإن الحسارة في قدرة الجريان تنجم كقواعد استثنائية تسببها لزوجة السائل ، فتتوقع بالمقابل وجود حالة حدية أخرى تكون عندها بموجب (18.144) خشونة الجدار النسبية وحدها مسؤولة عن فواقد الجريان ، وبالتالي يكون :

$$\lambda = 1 (k/R) \quad (18.146).$$

هذه الحالة الحدية موجودة فعلاً وتؤكدتها تجارب عديدة أجريت على الانابيب والصفايح ، وتنجم عندها فواقد الجريان كمنسارة في الضغط بالدرجة الأولى نتيجة تكون الأعاصير على الاطراف الحادة لتتولد الحشونة . وقد تبين من التجارب التي أجراها كل من فروم Fromm و فوتش Fritsch (انظر [28]) أن معامل المقاومة في حالة خشونات متشابهة هندسياً :

$$\lambda \sim (k/R)^{0.311} \quad (18.147).$$

٤ - في ضوء ما تقدم يمكن تمييز ثلاثة مجالات للجريان في الانابيب الحشنة :

أ (المجال الأملس هيدروليكيًا *Hydraulically smooth* ، وينعدم فيه تأثير الحشونة على الفواقد ويكون λ تابعاً لعدد رينولدز فقط وفقاً للعلاقة (18.145) .

ب (المجال الأملس-الحشن هيدروليكيًا أو المجال الانتقالي *Transition* ، وفيه يتعاقب معامل المقاومة بالحشونة النسبية وبعدد رينولدز وفقاً للعلاقة (18.144) .

ج (المجال الحشن هيدروليكيًا تماماً *Completely rough* ، وفيه يخضع معامل المقاومة للعلاقة (18.147) .

٥ - من وجهة النظر الفيزيائية فإن المجالات الثلاثة للجريان آنفة الذكر تحددها النسبة بين الحشونة المطلقة k وسمك الطبقة الصفيحية التحتية δ . وحيث أن k تعتبر بحكم المعطاة في حالة انبوب معين لذلك تشكل δ العامل الحاسم المحدد لتأثير الحشونة على الجريان ، الشكل (٢٥٠١٨) . فعندما تكون $k > \delta$ ، وبالتالي فإن نتوءات الحشونة كافة محصورة داخل الطبقة

الصفائح التحتية ، ينعدم عندئذ تأثير الحشونة على معامل الاحتكاك (الفقد)
 ٢. ويعتبر الجدار أملس هيدروليكيًا (المجال الأول) ، تماماً كما كان الأمر
 في حالة الجريان الصفائحي الصرف . أما في الحالة التي تبرز فيها بعض نتوءات
 الحشونات خارج الطبقة الصفائحية التحتية $k < \delta_1$ ، بينما يقع البعض الآخر
 داخلها ، $k > \delta_1$ ، فإن الجدار يتصرف كأملس - خشن هيدروليكيًا
 (المجال الثاني ، الانتقالي) . أما إذا برزت نتوءات الحشونة جميعها خارج
 الطبقة الصفائحية التحتية ، $k > \delta_1$ ، فيكون الجدار خشناً هيدروليكيًا
 تماماً (المجال الثالث) . وعليه فإن النسبة k/δ_1 تمثل العدد المميز للحشونة
 اللا بعدي الذي يحدد متى يكون جدار الأنبوب أملس أو خشناً هيدروليكيًا .
 وحيث أن سماكة الطبقة الصفائحية التحتية δ_1 بموجب (18.107) تتناسب مع
 v/ν ومعامل التناسب يمثل عدداً ، ينتج العدد المميز للحشونة :

$$k/\delta_1 \sim k \nu_1/\nu \quad (18.148)$$

حيث يمثل الطرف الأيمن صيغة لعدد دينولدز تدخل فيها الحشونة المطلقة
 ومرعة لإجهاد القص .

٦ - لإجراء دراسة منظمة لتأثير الحشونة على الجريان لا تكفي معرفة
 الارتفاع الوسطي للحشونة المطلقة فقط ، وإنما يستلزم الأمر معرفة نوع
 الحشونات وتوزيعها على الجدار . وواضح أن الحصول على هذه المعلومات من
 جهة ، وإدخالها في الحسابات من جهة أخرى مسألة بالغة التعقيد وشبه مستحيلة
 عملياً . لذلك لجأ الباحثون في الأبحاث التجريبية خاصة إلى استخدام أنابيب
 ذات خشونات اصطناعية أحجامها ، وأشكالها ، وتوزيعها على الجدار معروفة
 بدقة مسبقاً ، وذلك بغلاء جدار الأنبوب الداخلي بطبقة من الرمل ذي حبيبات
 منتظمة . وتعرف الخشونة الرملية المكافئة k بتلك التي تحدث على الجريان

فما يتعلق بمعامل الاحتكاك نفس التأثير الذي تحدثه الخشونة التكنيكية ، غير المنتظمة عادة (انظر الشكل ١٨.٣٣) .

إن التجارب الدقيقة، المنظمة والشاملة التي أجراها نيكورادسي، مستخدماً خشونات رملية، وجلافيكس Glafica، مستخدماً خشونات تكنيكية (راجع [28] مثلاً)، تسمح في ضوء ما تقدم وبلاستناد على العلاقات (18.148) و (18.109) بوضع $\gamma \equiv k_n$ فيها لتحديد مجالات الجريان المضطرب في الانابيب الخشنة على النحو التالي :

$$\left. \begin{aligned} \text{أملس هيدروليكيًا} & \quad 0 < \frac{k_n v_*}{\nu} \leq 5; \lambda = f(Re) \\ \text{أملس خشن هيدروليكيًا} & \quad 5 < \frac{k_n v_*}{\nu} \leq 70; \lambda = (Re, k_n/d) \\ \text{خشن هيدروليكيًا تمامًا} & \quad \frac{k_n v_*}{\nu} > 70; \lambda = f(k_n/d) \end{aligned} \right\} \quad (18.149)$$

وبما أن δ تقل كلما زادت قيمة Re فيكون مجال الجريان الخشن هيدروليكيًا محققاً من أجل أعداد رينولدز الكبيرة جداً (انظر الشكل ١٨.٢٧) .

للاستفادة العملية من العلاقة (18.149) يلزم توفير امكانية لتحديد الخشونة الرملية المكافئة، كما أنه سيكون مفيداً جداً معرفة الخشونة المسموح بها k_{x0} التي يعتبر عندها الجدار أملس هيدروليكيًا . وسنعالج هاتين النقطتين في الفقرات التالية في إطار استعراض ومناقشة قانون توزيع السرعة وقانون المقاومة للجريان المضطرب في المجال الخشن تماماً والاملس - الخشن هيدروليكيًا ، مستفدين من قوانين الجريان المضطرب الاملس هيدروليكيًا التي نوقشت في (١٨.٤٠) .

بالنسبة للخشونات التكنيكية فحصل نونر W. Nunner في دراسته [166] (راجع أيضاً [164]) لتحديد مجالات الجريان المضطرب الثلاثة كما يلي :

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq (k/d) \cdot Re^{7/8} \leq 5 &\Leftrightarrow \text{املس هيدروليكيًا} \\ 5 < (k/d) \cdot Re^{7/8} \leq 225 &\Leftrightarrow \text{املس - خشن هيدروليكيًا} \\ (k/d) \cdot Re^{7/8} > 225 &\Leftrightarrow \text{خشن هيدروليكيًا تمامًا} \end{aligned} \right\} (18.150)$$

حيث k الحشونة التكنيكية المطلقة ، $Re = \bar{v}d/\nu$ عدد رينولدز

١٨.٤.٢٠ قانون توزيع السرعة في الانابيب الخشنة

إن أهمية دراسة الجريان المضطرب في الانابيب الملساء هيدروليكيًا نظرياً وتجريبياً تتجلى الآن بالنسبة لدراسة الجريان في الانابيب الخشنة إذا تذكرنا أن نظرية طول المزج لبواندل (١٠٢.٤.١٨) وفرضية التشابه لفون كرومان (٢٠٢.٤.١٨) تعطيان نتائج أفضل كلما كان تأثير اللزوجة على مجمل الجريان أقل . وهذا ينطبق على الجريان في الانابيب الخشنة ، بخاصة في مجال الجريان الخشن هيدروليكيًا تمامًا ، أكثر مما ينطبق على الجريان في الانابيب الملساء .

يبين الشكل (٢١.١٨) أن توزيع طول المزج l_m ، الذي يخضع للعلاقة (18.114) ، لا يتأثر بحشونة الجدار ، ويكون خاصة بجوار الجدار $l_m = 0.4 y$ ؛ بموجب (18.116) . هذا يؤكد أن قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي (18.95) ينطبق أيضاً على الانابيب الخشنة ، شريطة أن نعطي لثابت التكامل C قيمة تختلف عن قيمته في حالة الانابيب الملساء . فإذا اعتبرنا C يتناسب مع ارتفاع الحشونة k : $C/k = -\ln C' = -\ln(C^* \cdot k_s)$ هنا معامل تناسب لطول المزج (تصبح العلاقة (18.95) بوضع $u \equiv v$ واعتبار y البعد الناطمي عن الجدار :

$$\frac{v}{v_s} = \frac{1}{k} \left(\ln \frac{y}{k_s} - \ln C^* \right) \quad (18.151)$$

حيث الثابت C^* يتعلق أيضاً بطبيعة الحشونة ، ويحدد من النتائج التجريبية .

فاذا استخدمت لذلك تجارب نيكودادسي ينتج فعلاً قانون توزيع السرعة بالصيغة [28] :

$$\frac{v}{v_1} = 2,5 \ln \frac{y}{k_s} + B \quad (18.152)$$

حيث العدد $k_s = 1/0,4 = 2,5$ ، بينما B ، المسمى تابع الخشونة ، يأخذ قيمة مختلفة في كل من مجالات الجريان المضطرب الثلاثة الموضحة أعلاه ، ويكون في الحالة العامة تابعاً للعدد المميز للخشونة الذي يمثل صيغة لعدد دينولدز المحسوب بسرعة اجهاد القص وبالخشونة :

$$B = f\left(\frac{v_1 k_s}{\nu}\right) \quad (18.153)$$

في مجال الجريان الأملس هيدروليكياً تنتج قيمة B من مقارنة (18.152) مع (18.102) :

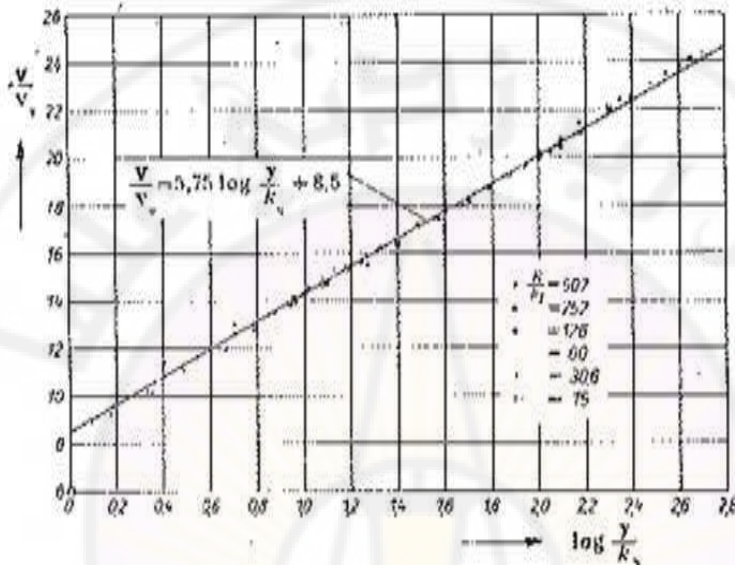
$$\Rightarrow \text{املس} \quad \left. \begin{aligned} B &= 2,5 \ln \frac{v_1 k_s}{\nu} + 5,5 \\ &= 5,75 \lg \frac{v_1 k_s}{\nu} + 5,5 \end{aligned} \right\} \quad (18.154)$$

وفي مجال الجريان الخشن هيدروليكياً قائماً نجد $B = \text{const} = 8,5$ ، ويصبح بالتالي توزيع السرعة في هذا المجال :

$$\Rightarrow \text{خشن قائماً} \quad \left. \begin{aligned} \frac{v}{v_1} &= 2,5 \ln \frac{y}{k_s} + 8,5 \\ &= 5,75 \lg \frac{y}{k_s} + 8,5 \end{aligned} \right\} \quad (18.155)$$

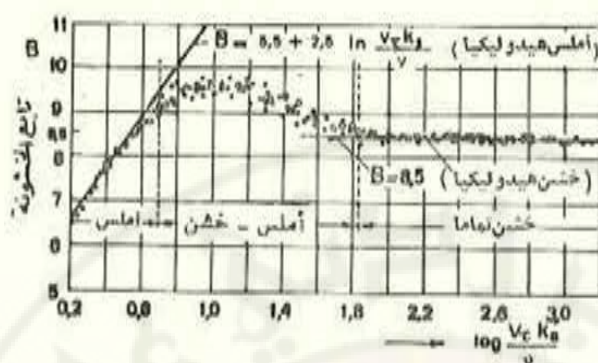
وبؤكد الشكل (٢٦.١٨) صحة هذه العلاقة الممثلة بمستقيم يمر بشكل

جيد في نقاط القياس التابعة لمجال الحشونة النسبية ما بين $R/k_s = 15$ و $R/k_s = 507$.



الشكل ٢٦.١٨ : توزيع السرعة العام في الأابيب الحشنة هيدروليكيًا تمامًا ومعارنته مع قياسات نيكورادسي ، [28] .

الشكل (٢٧.١٨) يبين أن تابع الحشونة B موجب (18.153) يمكن تمثيله بمنحنى موحد تقع عليه بشكل جيد جداً نقاط القياس الناتجة عن تجارب نيكورادسي ، ويتميز في حالة الحشونات الرملية المنتظمة وفي المجال الانتقالي ، الأملس - الخشن هيدروليكيًا بوجود قبة عظمى لـ B ونقطة العطف ، سنأتي على تفسير وجودهما لاحقاً (انظر الشكل ٣١.١٨) . ونلاحظ أن المستقيم المائل الممثل للجريان الأملس وكذلك المستقيم الأفقي الممثل للجريان الخشن هما أساساً منحنى تابع الحشونة .



الشكل ٢٧.١٨ : تغير قيمة تابع الخشونة B بدلالة $V_r \cdot k_s / v$ في مجالات الجريان المضطرب الثلاثة بالنسبة لخشونات نيكورادسي (الرميلة ، [28] .

حسب [8] يستمر مجال الجريان الأملس هيدروليكيًا حتى عدد رينولدز أعظمي

$$Re_{max} = 28,2 \frac{d}{k_s} \lg \left(5,6 \frac{d}{k_s} \right) \quad (18.156),$$

ويبدأ مجال الجريان الخشن هيدروليكيًا تمامًا عند عدد رينولدز أصغري :

$$Re_{min} = 400 \frac{d}{k_s} \lg \left(3,715 \frac{d}{k_s} \right) \quad (18.157) .$$

وعليه فإن المجال الانتقالي الأملس - الخشن هيدروليكيًا ينحصر بين هاتين القيمتين لعدد رينولدز .

لحساب السرعة الأعظمية V_{max} عند محور الأنبوب نضع في (18.155)

$$v = V_{max} , y = R$$

$$\frac{V_{max}}{v_r} = 5,75 \lg \frac{R}{k} + 8,5 \quad (18.158)$$

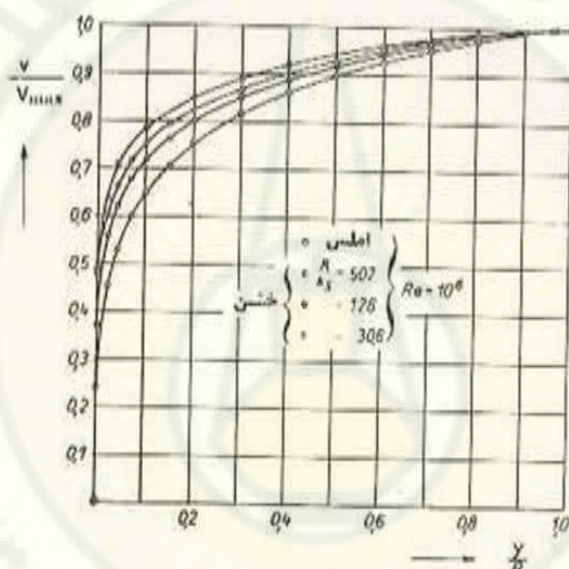
فإذا طرحنا منها v / v_r حسب (18.155) ينتج فرق السرعة :

$$\frac{V_{max} - v}{v_r} = 5,75 \lg \frac{R}{y} = 2,5 \ln \frac{R}{y} \quad (18.159),$$

وهي علاقة مكافئة تماماً للعلاقة (18.119) ، كما يؤكد مرة أخرى أن قانون توزيع السرعة العام لبراندل ينطبق على الجريان في الأنابيب الملساء والخشنة (انظر الشكل ٢٨.١٨) . وعليه فإن السرعة الوسطية للتيار الحجمي تخضع لنفس العلاقة (18.122) التي سبق اشتقاقها ، والتي تصبح بادخال (18.158) :

$$\frac{\bar{V}}{v_r} = \frac{V_{max}}{v_r} - 3,75 = 5,75 \lg \frac{R}{k_s} + 8,5 - 3,75$$

$$\frac{\bar{V}}{v_r} = 5,75 \lg \frac{R}{k_s} + 4,75 \quad (18.160) \quad \text{خشنة تماماً}$$



الشكل ٢٨.١٨ : توزيع السرعة في الأنابيب الخشنة والملساء حسب قياسات نيكورادسي.

من جهة أخرى يمكن تمثيل توزيع السرعة في الأنابيب الخشنة بالصيغة $v/v_{max} = f(y/R)$ بموجب قانون أسي على غرار (18.124) . وتبين نتائج التجارب التي أجراها نيكورادسي ، الشكل (٢٨.١٨) ، أن قيمة الأس n تتراوح بين 4 و 5 وبالتالي تكون :

$$\frac{v}{V_{\max}} = \left(\frac{v}{R}\right)^{\frac{1}{n}} ; \quad 4 \leq n \leq 5 \quad (18.161)$$

هذا يعني ، كما يؤكد ذلك الشكل (٢٨.١٨) ، أن تدرج بروفيل السرعة وخاصة في الجوار المباشر للجدار في حالة الجريان الحشن أقل ميلاً بالمقارنة مع الجريان الاملس هيدروليكيًا (انظر الشكل ١١.١٨) عند $Re = \text{const}$. كما يتبين من الشكل أيضاً أن بروفيل توزع السرعة يتغير تبعاً لقيمة الحشونة النسبية R/k .

٣.٥.٤.١٨ قانون المقاومة للجريان الحشن هيدروليكيًا تماماً

تتبع نفس الخطوات التي تم بموجبها اشتقاق قانون المقاومة العام للأنايبب الملساء هيدروليكيًا (18.135) فنجد باستخدام (18.130) و (18.160) :

$$\frac{\bar{v}}{v_r} = 5,75 \lg \frac{R}{k_s} + 4,75 = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$$

وبعد إصلاح بسيط ينتج :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R}{k_s} + 1,68 \quad (18.162)$$

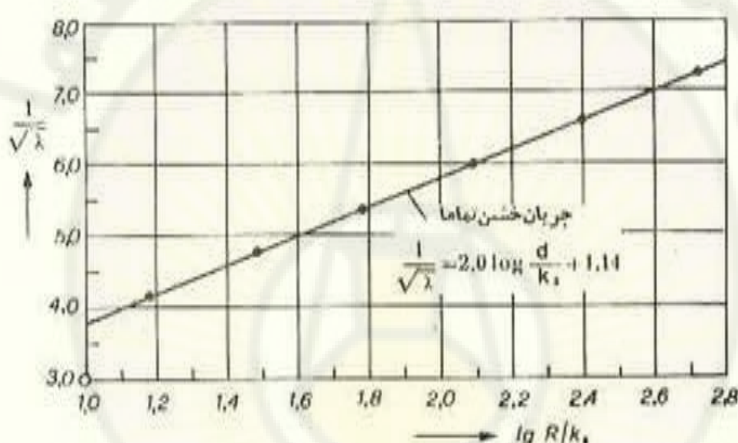
هذه العلاقة استخراجها لأول مرة فون كارمن على أساس فرضية التشابه المنسوبة له (٢٠٢٠٤.١٨) ، وبرهن صحتها لاحقاً براندل . وكما هو واضح فإن معامل الاحتكاك λ لا يتعلق بعدد وينولدز ، وبالتالي فإن الفواقد تنتج كفواقد ضغط نتيجة لمقاومة شكل الحشونات البارزة فوق الطبقة الصفاحية التحتية ، وليس كفواقد احتكاك تسببها اللزوجة النيوتونية . وبسبب أن فرق الضغط $\Delta p \sim \bar{v}^2$ فإن الفواقد في الجريان الحشن هيدروليكيًا تماماً تخفض لقانون المقاومة المربع .

إن مقارنة قيم λ المحسوبة بموجب (18.162) مع نتائج التجارب التي أجراها نيكورادسي في أنابيب ذات خشونات رملية تبين أن التطابق بين القيم النظرية والمقاسة يصبح جيداً جداً إذا استبدل الرقم 1,68 بـ 1,74 ، بحيث يصبح قانون المقاومة للأنابيب الخشنة هيدروليكياً تماماً بالصيغة :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg \frac{R}{k_s} + 1,74 \quad (18.163)$$

أو بالصيغة :

$$\lambda = [2,0 \lg (R/ k_s) + 1,74]^{-2} \quad (18.164)$$



الشكل ٢٩.١٨ قانون المقاومة للأنابيب الخشنة هيدروليكياً تماماً ومقارنته مع نتائج قياسات نيكورادسي في حالة خشونات رملية .

التي تصبح في حال استخدام d/k_s كخشونة رملية نسبية :

$$\lambda = \left[2,0 \lg \frac{d}{k_s} + 1,14 \right]^{-2} = \left[2,0 \lg \left(3,72 \frac{d}{k_s} \right) \right]^{-2} \quad (18.165)$$

الشكل (٢٩.١٨) يبين التطابق الجيد بين القيم المحسوبة حسب (18.165)

والقيم المقاسة ، حيث ير المستقيم الممثل للعلاقة (18.164) أو (18.165) في نقاط القياس كافة .

حسب [8] يمكن استخدام علاقة تقريبية تجريبية استخراجها مودى لحساب λ تختلف نتائجها بالمقارنة مع (18.165) بأقل من 2 % وتكتب بالصيغة :

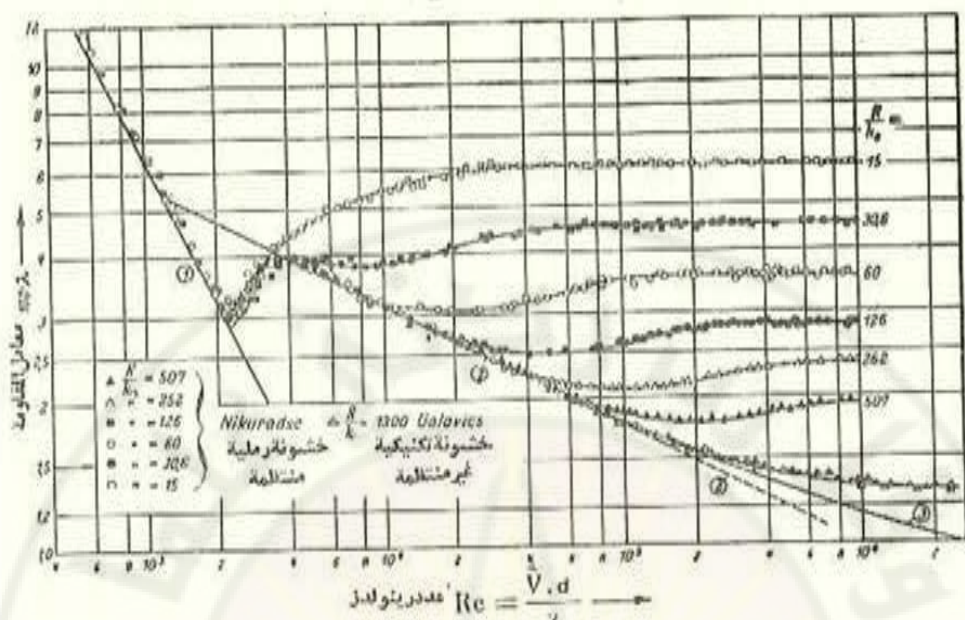
$$\lambda = 0,0055 + 0,15 (k_n/d)^{1/3} \quad (18.166)$$

١٨٠٤٠٥٠٤ قانون المقاومة للجريان الاملس - الحشن هيدروليكيًا

لقد رأينا أنه في كل من مجالي الجريان الاملس والحشن هيدروليكيًا يمكن اشتقاق علاقات نظرية لحساب معامل المقاومة . بالمقابل فان اشتقاق علاقة نظرية لحساب λ في المجال الانتقالي الاملس - حشن هيدروليكيًا لم يتحقق حتى الآن لصعوبة تحديد تأثير اللزوجة من جهة والحشونة النسبية من جهة أخرى ، حيث بموجب (18.149) يكون $\lambda = f(Re, k/d)$.

إن غالبية الجربانات العملية في الانابيب تقع في المجال الانتقالي ، اي في مجال اعداد وينولدز $10^4 < Re < 10^7$ ، الامر الذي يستدعي مزيداً من الوضوح لطبيعة الجريان في هذا المجال . وهنا يبرز سؤال هام جداً عن مدى الفائدة العملية لنتائج التجارب التي اجراها نيكورداسي مثلاً على انابيب ذات خشونات رملية منتظمة . أو بتعبير آخر : هل تتصرف الجدران ذات الحشونات التكنيكية غير المنتظمة هيدروليكيًا مثل الجدران ذات الحشونات الرملية المنتظمة ؟

الشكل (٣٠.١٨) يتضمن النتائج المتميزة لتجارب نيكورداسي بالنسبة لعلاقة معامل المقاومة مع عدد وينولدز والحشونة الرملية النسبية ، اضافة لبعض نتائج التجارب التي اجراها سجالافكس على خشونات تكنيكية غير منتظمة ، وقد استخدم التمثيل البياني اللوغاري لافضلته ، حيث تظهر العلاقة $\lambda = f(Re)$

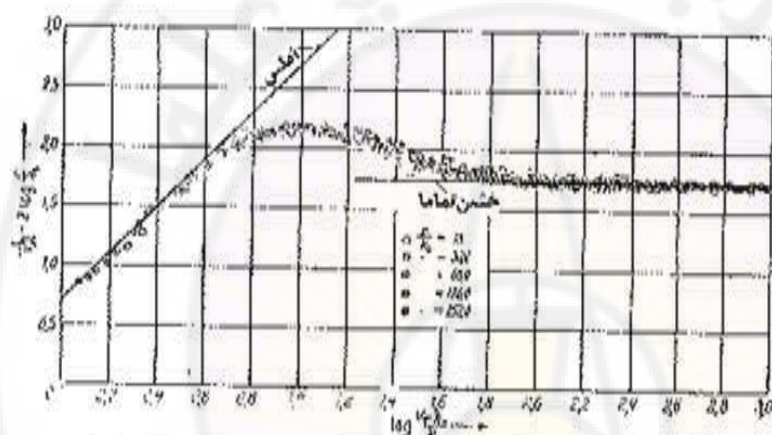


الشكل ٣٠٠١٨ : مخطط المقاومة للجريان في الأنابيب حسب تجارب نيكورادسي لحشوات رملية منتظمة وجلافكس لحشوات تكتيكية ، [٨] . المستقيم (١) ميل ١:١ للجريان الصفائحي حسب (١٨,٣٦) ، المستقيم (٢) ميل ١:٤ للجريان المضطرب الاملس حسب بلازيوس (١٨,١٣٩) ؛ (٣) للجريان المضطرب الاملس حسب براندل (١٨,١٣٥) .

للجريان الصفائحي والمضطرب الاملس كمستقيمين . وبين الشكل أنه في مجال الجريان الحشن هيدروليكيًا يصبح $\lambda = f(R/k_s)$ ، إذ تتناهى المنحنيات الممثلة للحشوات النسبية المختلفة إلى مستقيمت أفقية ، وبالتالي فإن λ لا يتعلق بـ Re وبالتالي بازوجة السائل . أما في المجال الانتقالي فيؤكد الشكل فعلاً أن $\lambda = f(Re, R/k_s)$.

لقد استطاع براندل بإدخال تابع الحشوة أن يمثل منحنيات الشكل (٣٠٠١٨) جميعها بمنحن واحد فقط ، حيث استخدم كإحداثي شاقولي

$y = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \lg R/k$ و كاحداثي أفقي $x = \lg v_r k_s / v$ كما يتركز ذلك الشكل (٣١.١٨) المطابق لمضموننا للشكل (٢٧.١٨) . ونلاحظ هنا أيضاً أن منحنى تابع الحشونة يسه عند بدايته مستقيم مائل يمثل الجريان الأملس هيدروليكيًا وعند نهايته مستقيم أفقي يمثل الجريان الحشن هيدروليكيًا ، ويتميز بين هذين المجالين ، أي في المجال الأملس - الحشن ، بوجود نهاية عظمى ونقطة انعطاف .

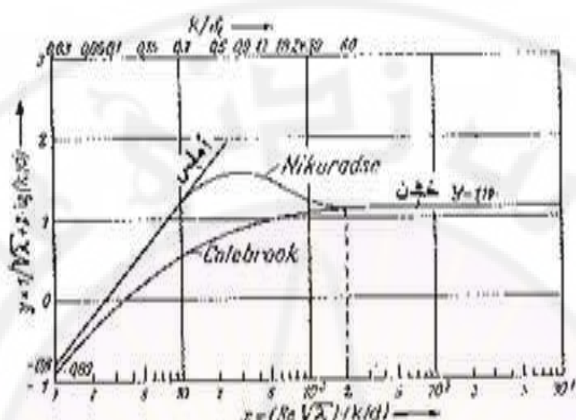


الشكل ٣١.١٨ : تابع الحشونة لبراندل ، حسب [٨] R .

إن وجود تابع الحشونة يعتبر برهاناً مقنعاً بصحة نظرية براندل و فون كومان . ولتبيان أهمية هذه النظرية بالنسبة للبيانات العملية في أنابيب فولاذية مثلاً ذات خشونات تكنيكية غير منتظمة أجرى كوليبروك [١٦٧] وغيره (راجع [٦] ، [٨] ، [١٩] ، [٢٨]) تجارب عديدة استخدمت فيها أنابيب ذات خشونات تكنيكية مختلفة . وبين الشكل (٣٢.١٨) مقارنة بين تابع الحشونة التكنيكية حسب كوليبروك وتابع الحشونة الرملية حسب نيكورداهي ، حيث مثلت على المحور الأفقي بقياس لوغاريتمي قيم العدد المميز

$\nu, k/\nu$ بعد تحويله بموجب علاقات توزيع السرعة التي سبق اشتقاقها ليصبح :

$$\frac{\nu, k}{\nu} = \frac{\bar{V} d}{\nu} \frac{k}{d} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}} = \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,83 \cdot d/k} \quad (18.167)$$



الشكل ٣٢.١٨ : مقارنة بين تابع الحشونة الرملية حسب نيكورادسي وتابع الحشونة التكنيكية حسب كولبروك الذي يتميز في المجال الانتقالي بعدم وجود نهاية عظمى ونقطة انعطاف. k/d_r نسبة ارتفاع الحشونة إلى سماكة الطبقة الصفاحية المتعينة .

من هذه المقارنة نستنتج الخلائق التالية :

١ - في مجال الجريان الحشن هيدروليكيًا تمامًا يتطابق تابع الحشونة الرملية والتكنيكية تمامًا ، وهذا يعني أن قانون المقاومة (18.165) صالح للتطبيق دون أي تحفظ على الحشونات التكنيكية . ولهذا أهمية كبرى بالنسبة لتحديد الحشونة الرملية المكافئة .

٢ - في المجال الأملس هيدروليكيًا يعتبر التطابق مقبولاً جداً ، ولكن منحني الحشونة التكنيكية ينفصل عن المستقيم المماسي الممثل للجريان الأملس قبل منحني الحشونة الرملية بكثير .

٣ - في المجال الانتقالي لا توجد نهاية عظمى أو نقطة انعطاف لمنحني الحشونة التكنيكية ، وهذا ما أثار لفترة طويلة الشك ، بصحة نظرية براندل وفون كومان .

٤ - كل من منحنى تابع الحشونة الرملية والتكنيكية يلتقي مع المستقيم الأفقي الممثل للجريان الحشن هيدروليكيًا في نفس النقطة الحدية :

$$x = \text{Re} \sqrt{\lambda} \cdot \frac{k}{d} = 200$$

ان تصرف جريان الاثابيب بالشكل الوارد اعلاه يمكن تفسيره بسهولة ، اذا انطلقنا من حقيقة أن معامل الفقد المحدد في نهاية المطاف عمليات الجريان في الطبقة الحدية ، وخاصة الصفائحية التحنية .

لقد اوضحنا سابقاً أن النسبة بين سماكة الطبقة الصفائحية التحنية وارتفاع الحشونة δ/k كعدد مميز هي التي تحدد عملية الانتقال من الجريان الاملس إلى الجريان الحشن هيدروليكيًا . ففي حالة الحشونات التكنيكية غير المنتظمة تبرز في البداية هذه الحشونة أو تلك فقط فوق الطبقة الصفائحية التحنية ($\delta > k$) ، ولكن مع ازدياد قيمة عدد ريشولدز تقل قيمة δ ويبرز تدريجياً عدد اكبر من الحشونات فوق الطبقة الصفائحية التحنية ويزداد بالتالي تأثير الحشونة على الدوامد . وعليه يحدث الانتقال الاملس-الحشن في حالة الحشونات التكنيكية غير المنتظمة تدريجياً ، ويبدأ الثباين مع قيم λ للجريان الاملس مبكراً . أما في حالة الحشونات الرملية المنتظمة فإن تأثيرها على الدوامد يبدأ في آن واحد ، وبالتالي يحدث الانتقال الاملس-الحشن فجائياً . وهذا ما يؤكد بوضوح الشكل (٣٢.١٨) . أما حقيقة أنه بالرغم من التصرف المتباين للحشونات الرملية والتكنيكية يلتقي تابعا الحشونة في نقطة واحدة ويستمران كمنحنيان يلتقيان في مجال الجريان الحشن هيدروليكيًا يبدأ اعتباراً من تلك النقطة الحدية التي تصبح عندها $\delta > k$ بالنسبة لجميع الحشونات سواء كانت منتظمة او غير منتظمة ، وتصبح بالتالي الدوامد ناجمة كقارمة شكل الحشونات ويبدأ مجال التطبيق قانون المقارمة المربع .

في ضوء ما تقدم يتضح أن الحشونة الرملية المنتظمة حالة نادرة في الجريانات

العملية ، ولا تصلح القوانين المشتقة على أساسها ، بخاصة في المجال الانتقالي
الاملس - الحشن هيدروليكيًا ، إلا في حالات قليلة جداً .

لقد تمكن كولبروك [176] مستخدماً نتائج التجارب على أنابيب ذات
خشونات تكنيكية أن يطور على أساس الاستكمال الداخلي Interpolation
قانون المقاومة العام بالصيغة :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \lg \left[\frac{k/d}{3.71} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right] \quad (18.168)$$

الذي يشمل ضمناً مجالات الجريان المضطرب الثلاثة وبصالح خاصة للتطبيق في
المجال الانتقالي الاملس - الحشن . k/d تمثل هنا الخشونة التكنيكية النسبية ،
فاذا علمت قيمة k خشونة تكنيكية محددة فبالامكان بمساعدة (18.168) تحديد
قيم λ بدقة بالنسبة للجريان في الأنابيب كافة التي خشونة جدرانها مطابقة لتلك
الخشونة المحددة (انظر الشكل ٣٦.١٨) .

عندما $k \rightarrow 0$ تأخذ العلاقة (18.168) الصيغة (18.135) للجريان
الاملس هيدروليكيًا ، وعندما $\text{Re} \rightarrow \infty$ تأخذ الصيغة (18.165) للجريان
الحشن هيدروليكيًا تمامًا ، مع ملاحظة أن كولبروك اعتبر الرقم 3.71 أكثر
دقة من 3.72 .

لقد أثبتت تجارب كولبروك وغيره أن ظهور نقطة انعطاف لمنحني تابع
الخشونة يرتبط بشكل أساسي بانتظام توزيع الخشونة على الجدار ، حتى عندما
تكون الخشونات موزعة بانتظام فوق خشونات أخرى . لذلك لا تظهر نقطة
الانعطاف هذه في حالة خشونات تكنيكية غير منتظمة في غالب الحالات .

للتطابق مع احداثيات الشكل (٣٦.١٨) يمكن صياغة (18.168) لتصبح :

$$y = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + 2 \lg \frac{k}{d} = -2 \lg \left(\frac{0.34}{x} + 1 \right) + 1.14 \quad (18.169)$$

حيث $x = \text{Re} \sqrt{\lambda} \cdot k/d$ ويمثل $x = 0,34$ نقطة تلاق الماسين المائل والافقي لمنحنى تابع الحشونة .

حسب ايك [8] يمكن بدلاً من (18.168) استخدام القوانين التقريبية التالية :

$$\lambda = \lambda_s + 0,17 \lambda_s^2 \text{Re} \frac{k}{d} \quad \text{من أجل} \quad x \approx 20 \dots 85 \quad (18.170),$$

$$\lambda = \lambda_s \left(1 + \frac{16,2}{\text{Re} \cdot k/d} \right) \quad \text{من أجل} \quad x > 25 \quad (18.171),$$

حيث λ_s معامل المداومة للجريان الاملس و λ_r للجريان الحشن هيدروليكيًا . ومن أجل المجال الانتقالي وجد بيتشترلييك Pécornik علاقة يعتقد أنها أدق من (18.168) وهي ذات صيغة معقدة لسبباً ولكنها سهلة الحل :

$$\lambda = \frac{0,31}{(\lg \text{Re}/7)^2} \left[1 + \frac{4,10 \cdot 10^{-2} \cdot \text{Re}}{d/k (\lg \text{Re}/7)^2} \left(1 - \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Re}}{d/k \lg 3,715 d/k} \right) \right] \quad (18.172),$$

التي تصلح حتى $x \approx 80$. أما ليمان Lehmann (انظر [19]) فقد وجد من تجاربه على أنابيب فولاذية علاقة بديلة لـ (18.168) . وأكثر دقة في مجال أعداد رينولدز الأصغر وبالتالي تراعي تأثير الزوجة بشكل أفضل :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,94 \lg \left[\left(\frac{4,20}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right)^{1,1} + \left(\frac{k/d}{3,71} \right)^{1,03} \right] \quad (18.173)$$

في كل الحالات فإن العلاقة الأكثر استخداماً في الحسابات العملية لا تزال حتى الآن قانون كوليبروك .

٥.٥.٤.١٨ تحرير الحشونة الرملية المطاوعة والحشونة المسحوح بها ،

والحشونة المخرجة

من أجل استخدام القوانين السابقة في الحسابات العملية يلزم من جهة تحديد الحشونة الرملية المسكافة (انظر الجدول ٥.١٨) وكذلك تحديد الحشونة

المسموح بها التي يعتبر عندها الجدار أملس هيدروليكيًا ، إضافة لذلك فمن المهم جداً معرفة تغير ارتفاع الخشونة مع تقادم استخدام الأنبوب في المنشأة الهيدروليكية .

إن تحديد الخشونة الرملية المكافئة للخشونات التكنيكية المختلفة أسهل ما يمكن في مجال الجريان الخشن هيدروليكيًا تمامًا ، حيث نحسب من قانون براندل - فون كومان (18.165) ويكون :

$$\lg k_v = \lg d + 0,57 - \frac{1}{2 \sqrt{\lambda}} \quad (18.174)$$

قيمة λ يجب تحديدها لهذه الغاية بالقياس ، وذلك بإجراء تجربة في أنبوب ذي خشونة تكنيكية معينة (أنبوب فولاذي ، أو حديد صلب ، أو خشبي ، حديد أو مستعمل الخ ...) وضمان شروط الجريان الخشن تمامًا ، أي عند عدد رينولدز كبير جداً . كذلك يمكن استخدام قانون كولبروك (18.168) لتحديد الخشونة الرملية المكافئة في المجال الانتقالي الأملس - الخشن ، خاصة عندما تكون خشونة أنبوب التجربة صغيرة بحيث لا يمكن تحقيق شروط الجريان الخشن تمامًا [19] .

شليتنج ، [28] ، صمّم طريقة خاصة لتحديد الخشونة الرملية المكافئة لعدد كبير من الخشونات التكنيكية ذات الأشكال المختلفة ، التي وزعها بانتظام على أحد جدران القناة ، وقام بقياس توزيع السرعة في المقطع الوسطي معتمداً على قانون توزيع السرعة اللوغاري (18.152) ، حيث يلزم تحديد الثابت B فقط للخشونة على موضوع التجربة . بالمقارنة مع (18.155) تنتج الخشونة الرملية المكافئة من العلاقة :

$$B, 75 \lg \frac{k_v}{k} = 8,6 - B \quad (18.175)$$

الشكل (٣٣، ١٨) يتضمن بعض نتائج قياسات شليتنج .

الجدير بالملاحظة أن الأنابيب الملساء تكنيكياً، التي تستخدم في التطبيقات العملية، ليست ملساء هيدروليكيًا في غالب الحالات. هذا ما يؤكده الشكل (٣٠.١٨) الذي يتضمن المقارنة نتائج قياسات جلافكس على انبوب فولاذي

رقم	نوع	مقاييس	f (cm)	d (cm)	k (cm)	k_s (cm)	صورة فوتوغرافية
1	مجان		4	0.41	0.41	0.093	
2			2	0.41	0.41	0.344	
3			1	0.41	0.41	1.26	
4			0.6	0.41	0.41	1.56	
5			0.25	0.41	0.41	0.257	
6			1	0.21	0.21	0.172	
7			0.5	0.21	0.21	0.759	
8	أجزاء كبيرة		4	0.8	0.26	0.031	
9			3	0.8	0.26	0.049	
10			2	0.8	0.26	0.149	
11			0.8	0.8	0.26	0.365	
12	مغروطة		4	0.8	0.375	0.059	
13			3	0.8	0.375	0.164	
14			2	0.8	0.375	0.374	
15	زوايا دقيقية		4	0.8	0.30	0.291	
16			3	0.8	0.30	0.618	
17			2	0.8	0.30	1.47	

الشكل ٣٠.١٨ : تحديد الخشونة الرملية المكافئة k_s لخشونات تكنيكية k مختلفة الأشكال وموزعة بانتظام وفق مسافات f محددة، حسب شلستنج [28].

في خشونات تكنيكية غير منتظمة. ونلاحظ أن المنحني الواصل بين قيم القياس هذه لا ينطبق على المنحني الممثل للجريان الملس هيدروليكيًا.

مودي [168] Mody أجرى تجارب هامة جداً على أنابيب ذات خشونات
تكنيكية مختلفة ونوصل الى وضع مخطط عام للمقاومة $\lambda = f(Re, k_s/d)$
(الشكل ٣٦.١٨) و مخطط مساعد (الشكل ٣٧.١٨) لتحديد الخشونة
الرملية المكافئة النسبية .

إن مدة الاستعمال للأنابيب ، تؤدي الى زيادة قيمة الخشونة بسبب الترسبات
والتآكل . وقد أجرى كوليبورك و وايت (راجع [8]) تجارب هامة لتوضيح
تأثير زمن الاستخدام على خشونة الجدار وبالتالي على معامل المقاومة وتوصلا الى
أن ارتفاع الخشونة يزداد مع الزمن وفقاً لعلاقة خطية ، وبالتالي يكفي قياس
الخشونة في وقتين مختلفين لتحديد مقدار الترسبات .

وقد تبين في بعض الحالات أن الزيادة السنوية لارتفاع الخشونة تصل الى
0,5 mm . ولكن هذه الزيادة لا تقابلها نفس الزيادة لارتفاع الخشونة الرملية
المكافئة . ونؤكد تجارب أخرى أن الارتفاع الوسطي للخشونات التكنيكية
 k يختلف عن قيمة الخشونة k_s التي تسبب بحمل التأثير الهيدروليكي على قيمة λ ،
ويكون هذا الاختلاف أكبر كلما كان نوزع الخشونات على الجدار الداخلي أقل
انتظاماً ، كما هو الامر في حالة الترسبات او التآكل . فقد تبين (انظر [19])
بالنسبة لحط أنابيب لنقل الماء لمسافة بعيدة أن الخشونة التكنيكية الوسطية
 $k = 0,7 \text{ mm}$ يقابلها خشونة رملية مكافئة $k_s = 6,2 \dots 14,6 \text{ mm}$. وقد
سبب هذا الاختلاف الكبير كون أطراف الخشونات ، خاصة في الاتجاه
العرضي للجريان ، ذات رايش حاد ، مما يشجع جداً تشكل الاغصير .

مما تقدم يبين أن تقدير الخشونة الرملية المكافئة بالنسبة لجدار أنبوب معين لا يمكن
إلا أن يكون تقريبياً ، مما يستدعي إجراء أبحاث أخرى في هذا المجال . ولكن الخطأ في
تقدير k_s يبقى صغيراً بالنسبة لتحديد قيمة λ ، لأن العلاقتين (18. 165) و (18. 168)
بتضمنان الحد k_s فقط ، فنلأ في حالة انبوب جديد مصنوع من صفائح فولاذية ملحومة

قُدرت قيمة الخشونة k_s ما بين 0,04 mm و 0,10 mm ، فإذا كان قطر الأنبوب الداخلي $d = 200$ mm و $Re = 10^6$ ينتج $\lambda = 0,0147$ من أجل $k_s = 5000$ و $\lambda = 0,0171$ من أجل $k_s = 2000$ ، فإذا اعتبرنا كخشونة وسطية $\bar{k}_s = 0,07$ mm يكون الخطأ في أسوأ الحالاتين $\pm 7,5 \%$.

من وجهة نظر عملية يعتبر تحديد الخشونة المسموح بها $k_{s, \text{max}}$ هاماً جداً لأنها تمثل ارتفاع الخشونة الذي عنده لا تظراً بالسكاداية زيادة لمعامل الاحتكاك λ بالمقارنة مع الجدار الملس . ومن هذه الزاوية فإن معرفة $k_{s, \text{max}}$ بالنسبة لجدار أنبوب أو صفيحة ملامس لجريان سائل معين يحدد مدى الجهد التكنولوجي الواجب بذله بالحدود المعقولة لثقل الجدار من أجل أن يصبح ملس هيدروليكياً .

من وجهة نظر فيزيائية وفي ضوء ما سبق شرحه فإن الجدار يبقى أملس هيدروليكياً ، وليس تكنيكياً ، طالما بقي ارتفاع الخشونة أقل من سماكة الطبقة الصفائحية التحتية التي تمثل جزءاً صغيراً جداً من سماكة الطبقة الحدية المضطربة . ويتحقق هذا الشرط بموجب (18.149) عندما يكون العدد المميز للخشونة :

$$(18.176) \quad \text{أملس هيدروليكياً} \Leftrightarrow \frac{v_* k}{\nu} < 5$$

هذه العلاقة لا تنطبق فقط على الجريان المضطرب في الانابيب وإنما تنطبق أيضاً حسب [28] على الجريان الطولي فوق صفيحة مستوية وحول أجسام الجريان ، مثل السفن ، والطائرات وريش المراوح وغيرها . ولكن ينصح من أجل التطبيقات العملية أن تعرف الخشونة النسبية المسموح بها في الحالات الأخيرة كنسبة $(k/l)_{\text{max}}$ بين ارتفاع الخشونة وطول الصفيحة أو الجسم ،

بدلاً من $(k/d)_{crit}$ في حالة الأنابيب ، لأن هذه النسبة تمثل مقياساً معبراً عن مدى الملوحة المطاوعة هيدروليكية لسطح الصفيحة أو الجسم .

تجريبياً تتحدد قيمة $(k/l)_{crit}$ أو $(k/d)_{crit}$ من مخطط المقاومة العام للأنبوب أو الصفيحة بتلك القيمة التي يبدأ عندها منحنى ما يمثل $k/l = \text{const}$ أو $k/d = \text{const}$ الانحراف عن المنحني $\lambda = f(Re)$ للمعلل للجريان اللامس هيدرلياً للصفيحة أو الأنبوب . وحيث أن سماكة الطبقة الصفائحية التحتية تصغر مع ازدياد قيمة عدد رينولدز $(Re = V_{\infty} l / \nu)$ في حالة الصفيحة أو الجسم ، حيث V_{∞} السرعة غير المشوشة) لذلك تصبح الخشونة النسبية المسموح بها أصغر كلما ارتفعت قيمة Re ، ولكنها لاتتعلق بطول الصفيحة أو الجسم .

على أساس ما تقدم ونتيجة لتجارب عديدة اجراها شلشتنج (انظر [28a]) تتحدد الخشونة المسموح بها بدلالة السرعة والزوجة الحركية وفقاً للعلاقة :

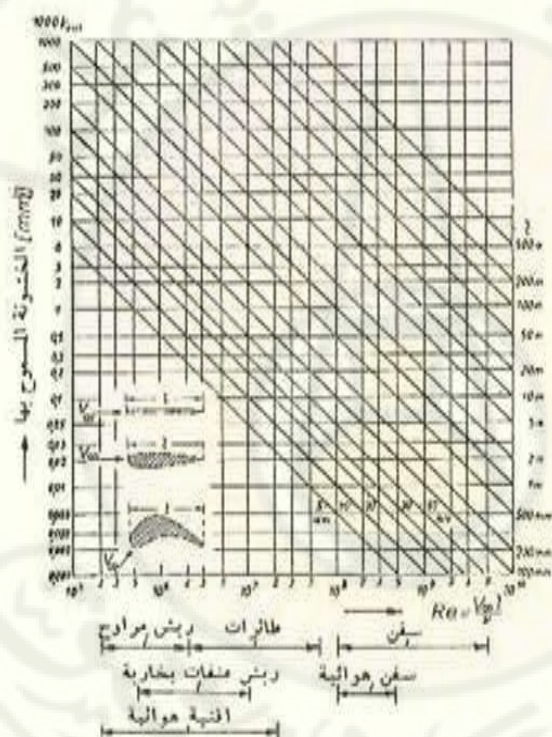
$$k_{rel} \leq 100 \frac{\nu}{V_{\infty}} \quad (18.177),$$

حيث V_{∞} السرعة غير المشوشة قبل الصفيحة أو الجسم ، وبكافئها في حالة الجريان في الأنابيب السرعة الوسطية للتيار الحجمي ، وفي حالة الجريان عبر الدوالب الدائر لمروحة أو عنفة أو مضخة W_{∞} كمتوسط شعاعي لسرعتي الدخول والخروج من الدوالب الدائر أو شبك البروفيلات (الشكل ٤٥.٨ في [154]) . بصياغة أخرى تصبح (18.177) :

$$k_{rel} \leq l \frac{100}{Re_j} \quad (18.178),$$

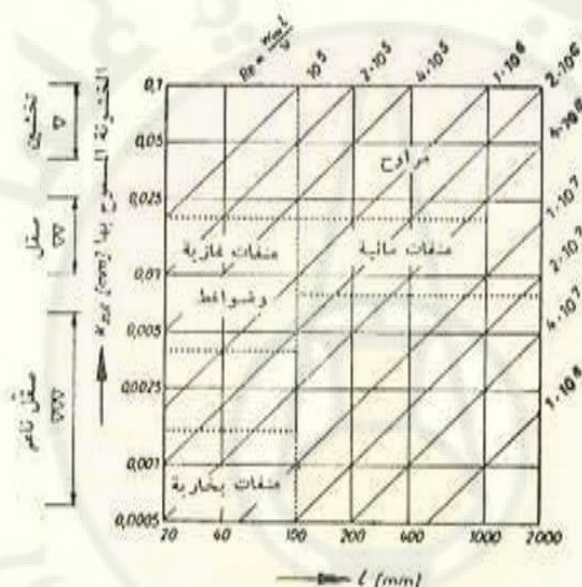
حيث $Re = V_{\infty} l / \nu$. ومنها نستنتج أن الجهد التكنولوجي المطلوب لصلح سطح الجسم حتى يصبح أملس هيدروليكياً يزداد كلما زادت قيمة Re .

الشكل (٣٤.١٨) يعبر عن مضمون العلاقة (18.178) ويسمح بطريقة عملية سهلة لتحديد k_{mli} بدلالة عدد رينولدز واتخاذ طول الجسم أو الصفيحة l كمتحول (بارامتر) . وقد حددت في الشكل مجالات أعداد رينولدز بالنسبة للجريانات العملية المختلفة في حالة ريش مراوح ، طائرات ، سفن



الشكل ٣٤.١٨ : تحديد الخشونة المسموح بها k_{mli} بدلالة $Re = V_{\infty} l / \nu$ بالنسبة للجريان الطولي على صفيحة خشنة وللجريان حول اجنحة حاملة وأجسام مختلفة بحسب العلاقة (18.177) . المتحول l يمثل طول الصفيحة أو الجسم ، V_{∞} السرعة غير المشوشة .

بحرية ، سفن هوائية ، ريش عنفات بخارية وأقنية هوائية . ويعبر الشكل (٣٥.١٨) عن نفس مدلول الشكل السابق ولكنه يبرز فقط المجالات العملية للجريان في بعض نماذج الآلات مثل المراوح ، الضواغط ، العنفات المائية والغازية والبخارية . وهو يسمح بتحديد $k_{\text{m}} l$ بدلالة طول وتر بروفيل الريشة l واتخاذ عدد رينولدز $Re = V \infty l / \nu$ كمتحول . وقد رسمت إلى يسار الشكل رموز تشغيل السطح المطلوبة لتحقيق الجودة اللازمة للموسة السطح .



الشكل ٣٥.١٨ : تحديد الخشونة المسموح بها بدلالة طول وتر بروفيل الريشة لبعض آلات الجريان وعدد رينولدز $W_{\infty} l / \nu$ كمتحول ، حسب العلاقة (18.177) .

الجدول (٦.١٨) يتضمن بعض الأمثلة العملية لحساب الخشونة المسموح بها $k_{\text{m}} l$ بالنسبة لبعض نماذج الآلات حسب المخطط (٣٤.١٨) أو (٣٥.١٨) ، حيث يتبين أن الخشونة المسموح بها للسفن البحرية أو الهوائية تقع ما بين 0.007 mm و 0.05 mm ، وهذه قيم لا يمكن تخفيفها عملياً ، وبالتالي فإن زيادة ملحوظة المقاومة ستنتج عن تأثير

الجدول ١٨ : تحديد الخشونة المسموح بها لبعض نماذج الآلات

حسب المخطط (١٨، ٢٤)

الخشونة المسموح لها k_{max} [mm]	عدد ريتولندز $Re = V \cdot d / \nu$	اللزوجة الحركية $\nu \cdot 10^6$ [m ² /s]	الضغط P_{abs} [at] درجة الحرارة t [°C]	السرعة V_m, W_m [m/s]	طول الجسم أو وتر البروفيل l [m]	نوع الآلة ومواصفاتها
0,007	$4 \cdot 10^9$	1,0	1 ata 15 °C	15	250	بأخرة كبيرة وسريعة
0,020	$3 \cdot 10^8$	1,0	1 ata 15 °C	5	50	بأخرة صغيرة وبطيئة
0,050	$5 \cdot 10^8$	15,0	1 ata 15 °C	33	250	سفينة هوائية
0,010	$5 \cdot 10^7$	15,0	1 ata 15 °C	166	4	طائرة (جناح حامل) - كبيرة وسريعة
0,025	$8 \cdot 10^6$	15,0	1 ata 15 °C	55	2	- صغيرة وبطيئة
0,010	$1 \cdot 10^6$	15,0	1 ata 15 °C	150	0,1	ورشة مروحة
0,050	$5 \cdot 10^5$	15,0	1 ata 15 °C	40	0,2	نفوذج جناح حامل
0,0002	$5 \cdot 10^5$	0,4	100 ata 300 °C	200	0,01	ورشة عنفة بخارية - ضغط عال
0,0005	$2,5 \cdot 10^6$	0,8	100 ata 500 °C	200	0,01	- ضغط عال
0,0020	$5 \cdot 10^6$	8	5 ata 200 °C	400	0,10	- ضغط منخفض

الحشونة دائماً ، أما بالنسبة لأجنحة الطائرات فإن قيمة k_{zul} تقع ما بين 0,01 mm و 0,1 mm ، وكذلك الأمر بالنسبة لنموذج جناح حامل أو ريشة مروحة . هذه القيم يمكن تحقيقها عند بذل عناية كبيرة بتشغيل السطوح وصلفها ، وخاصة وانها سطوح صغيرة نسبياً بالمقارنة مع سطح سفينة . وتبلغ الحشونة المسموح بها لريش العنفات البطارية بسبب اعداد رينولدز العالية نسبياً قيمة تقع ما بين 0,002 mm و 0,0002 mm ، ويستحيل تحقيقها عملياً بالنسبة للريش الجديدة .

الجدير بالملاحظة أن قيم k_{zul} المحددة أعلاه تنطبق على خشونات كثافتها العددية عالية ، وتكفي الحشونات الرملية تقريباً . أما بالنسبة لحشونات كثافتها العددية قليلة ، وكذلك بالنسبة لسطوح « متموجة » فتكون قيم k_{zul} في الغالب أكبر قليلاً من القيم السابقة [28] .

بالنسبة للجريان في الأنابيب استخراج بيمشورنيك (انظر [8]) علاقة نحدد عدد رينولدز الاظمي بدلالة الحشونة النسبية المسموح بها بالصيغة :

$$Re_{max} \approx \frac{d}{k_{zul}} \cdot \lg \left(0,1 \frac{d}{k_{zul}} \right) \quad (18.179),$$

حيث ترمز إشارة التقريب إلى أن خطأ نسبياً بمقدار 1 % يمكن إهماله . أما من أجل حسابات أكثر دقة فنستخدم العلاقة (18.156) .

عندما يكون الجريان في الطبقة الحدية صفائحياً يبرز سؤال هام آخر يتعلق بارتفاع الحشونة المخرجة k_{er} ، التي تسبب الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية ، وتؤدي لتغيير معامل المقاومة نتيجة لإزاحة نقطة الانتقال Transition point إلى الامام ، أي بعكس اتجاه الجريان . وحسب ما يكون شكل الجسم ينبعج عن هذه الازاحة اما زيادة المقاومة ، إذا كان شكل الجسم إنسيابياً نوعاً ما مثل جناح حامل ، وبالتالي مقاومته الاجالية تنشأ بشكل رئيسي كمقاومة احتكاك ، أو نقصان المقاومة ، إذا كان شكل الجسم مفلطحاً

مثل الاسطوانة ، وبالتالي مقاومته الاجمالية تتكون من مقاومة ضغط بشكل رئيسي .

بالنسبة لخشونات افراذية تتحدد قيمة k_{er} حسب تجارب اجراها ثاني Tani ومساعدوه (28 a) من العلاقة :

$$\frac{v_r k_{er}}{v} = 15 \quad (18.180)$$

أما بالنسبة خشونات سطحية ، مثل الخشونة الرملية ، فقد وجد فايينت Feindt أن الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية لا يتأثر بالخشونة طالما

$$\frac{V_1 k_s}{v} \approx 120 \quad (18.181)$$

حيث V_1 السرعة قبل الجسم .

ان قيمة k_{er} تبلغ غالباً أضعاف قيمة k_{zul} . فبالنسبة لجناح حامل بطول وتر $l = 2 \text{ m}$ و سرعة $V_\infty = 83 \text{ m/s}$ وعند $Re_l \approx 10^7$ نجد حسب (18.180) قيمة $k_{er} = 0.14 \text{ mm}$ ، بقابلها حسب الجدول (٦.١٨) $k_{zul} \approx 0.02 \text{ mm}$ ، أي عشر قيمة k_{er} تقريباً . هذا يعني أن الطبقة الحدية الصفائحية « تتحمل » خشونات أكبر بكثير من الطبقة الحدية المضطربة .

٦.٥.٤.١٨ مخطط المقاومة العام لتخمير معامل الفقير ٨

إن النتائج التي نوصلنا إليها اعلاه تبرز بجلاء الفضل الكبير الذي استحقه براندل وفون كومان ومساعدوهما الذين استطاعوا تحرير مسألة حساب الفواقد في الانابيب من ربة التجربة البهتة وقدموا حلاً لها معلاً نظرياً بشكل

جيد بالاعتماد على تحليل العلاقات والروابط الفيزيائية للجريان ، وخاصة في الطبقة الحدية .

إن النتائج المحددة لمعامل الفقد λ بدلالة عدد رينولدز Re والخشونة النسبية k/d ، $\lambda = f(Re, k/d)$ ، بالنسبة لمجمل مسائل الجريان في الانابيب الاسطوانية الدائرية تتلخص بمجالات الجريان التالية :

١ - الجريان الصفائحي الصرف : $Re \leq Re_{cr} = 2320$: $\lambda = f(Re)$ ، $\lambda = 64/Re$;

٢ - الجريان المضطرب الصرف : $Re > Re_{cr} = 2320$ ، وهو إما

(أ) أملس هيدروليكيًا $\Leftrightarrow \lambda = f(Re)$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg (Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 = 2 \lg (Re \cdot \sqrt{\lambda} / 2,51) ;$$

(ب) أملس-خشن هيدروليكيًا (انتقالياً) $\Leftrightarrow \lambda = f(Re, k/d)$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d}{3,71} \right) ;$$

(ج) خشن هيدروليكيًا $\Leftrightarrow \lambda = f(k/d)$

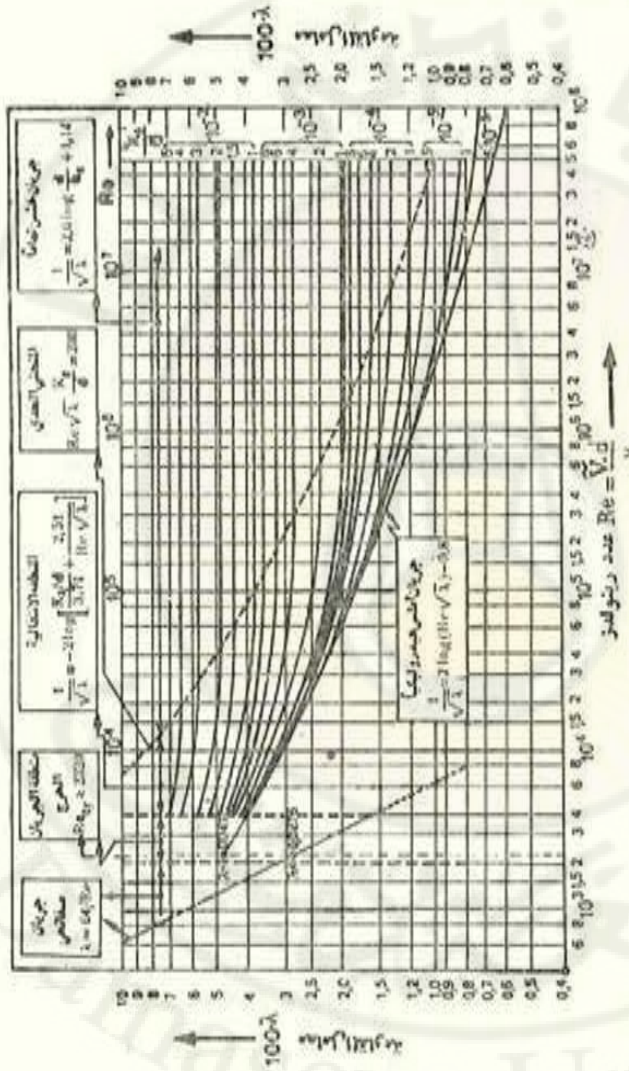
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{d}{k} + 1,14 = 2 \lg \left(3,72 \frac{d}{k} \right) ;$$

(د) ويفصل المجال (ب) عن (ج) المنعني الحدي :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{Re}{200} \frac{k}{d} \Leftrightarrow Re \sqrt{\lambda} \frac{k}{d} = 200 \quad (18.182).$$

إن استخدام هذه العلاقات للحسابات العملية يرافقه غالباً التشكك المشار اليه عند تحديد ارتفاع الخشونة k ، إضافة الى كونها ذات صياغة معقدة ، خاصة

وأن λ تدخل في طرفي بعض هذه القوانين . لذلك يلجأ لتسهيل الحسابات إلى تمثيل هذه العلاقات بيانياً ، وبقياس مناسب ، بصيغة مخطط المقاومة العام الشكل (٣٦.١٨) ، أو تنظم جداول لحساب λ ، كما هو مبين في الجدول (١٨) والجدولين (٧.١٨) و (٨.١٨) .



الشكل ٣٦.١٨ : مخطط المقاومة العام للأغليب ذات الخشونة التكنيكية المعروفة
باسم مخطط مودي 1968: k_s/d تمثل الخشونة الرملية النسبية المكافئة التي تحدد من
المخطط الساعد (٣٧.١٨) .

(a) فولاد غير مشحم
 (b) بيتون مسلح
 (c) خشب
 (d) حديد صلب
 (e) حديد زلزال
 (f) حديد مزفت
 (g) فولاد خدادة
 (h) أنبوب مستحوب

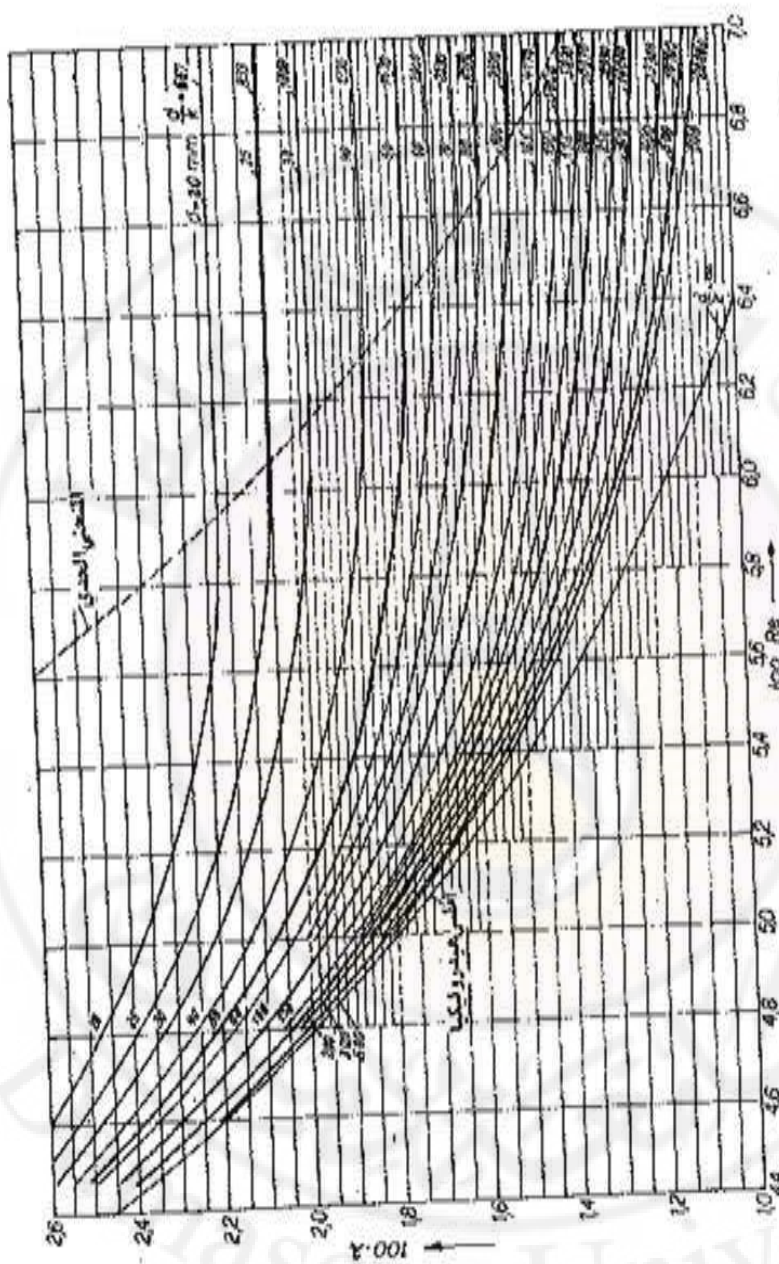
ونلاحظ من مقارنة مخطط هودي مع مخطط ليكورداسي للخشونات الرملية ، الشكل (١٨ ، ٣٠) ، تطابقاً تاماً لقيم λ في مجال الجريان الحشن هيدروليكيًا ، الجدول (١٨ ، ٧) ، كما هو متوقع في ضوء ما سبقته الإشارة إليه . ولكن هناك اختلافاً في قيم λ بين المخططين في المجال الانتقالي ، الاملس -

الجدول ٧٠١٨ : بعض قيم λ بدلالة الخشونة النسبية d/k للجريان الحشن تماماً في الانابيب حسب (18.165) .

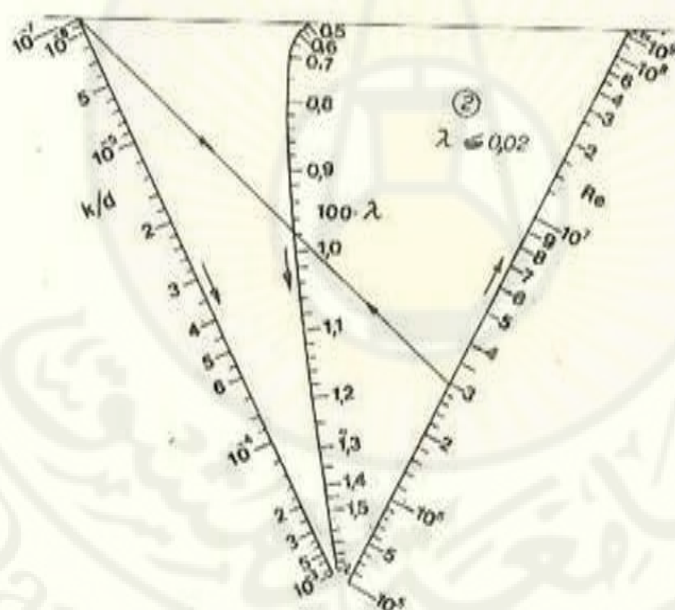
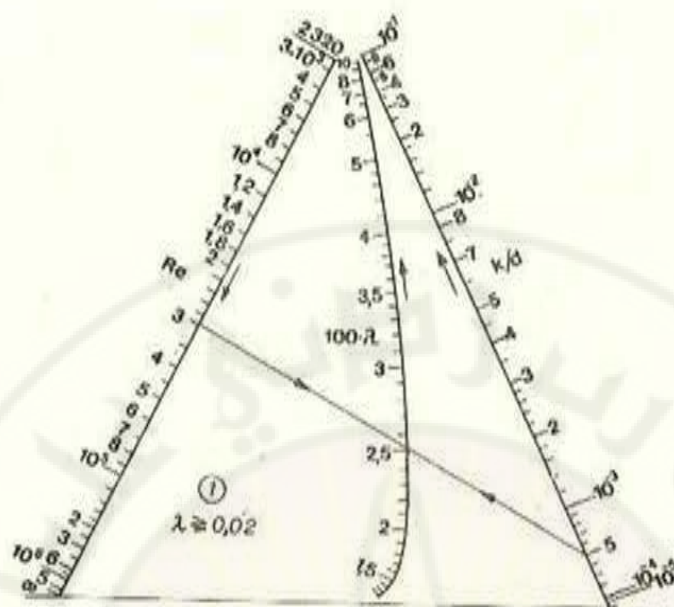
d/k	λ	d/k	λ	d/k	λ
20	0,07142	100	0,03785	1000	0,01961
25	0,06457	150	0,03280	2000	0,01669
30	0,05966	200	0,03033	5000	0,01371
40	0,05299	300	0,02693	10000	0,01197
50	0,04858	400	0,02485	20000	0,01054
70	0,04285	500	0,02339	50000	0,00901

الحشن هيدروليكيًا. وقد رسم في مخطط مودي المنعني الحدي بموجب (18.182) الذي يفصل بين مجال الجريان الانتقالي والحشن هيدروليكيًا تماماً (الجدول ٨٠١٨) الجدول ٨٠١٨ : بعض قيم λ للمنعني الحدي الفاصل بين الجريان الانتقالي والجريان الحشن هيدروليكيًا تماماً حسب (18.182) وبالارتباط مع المخطط (٣٦٠١٨) .

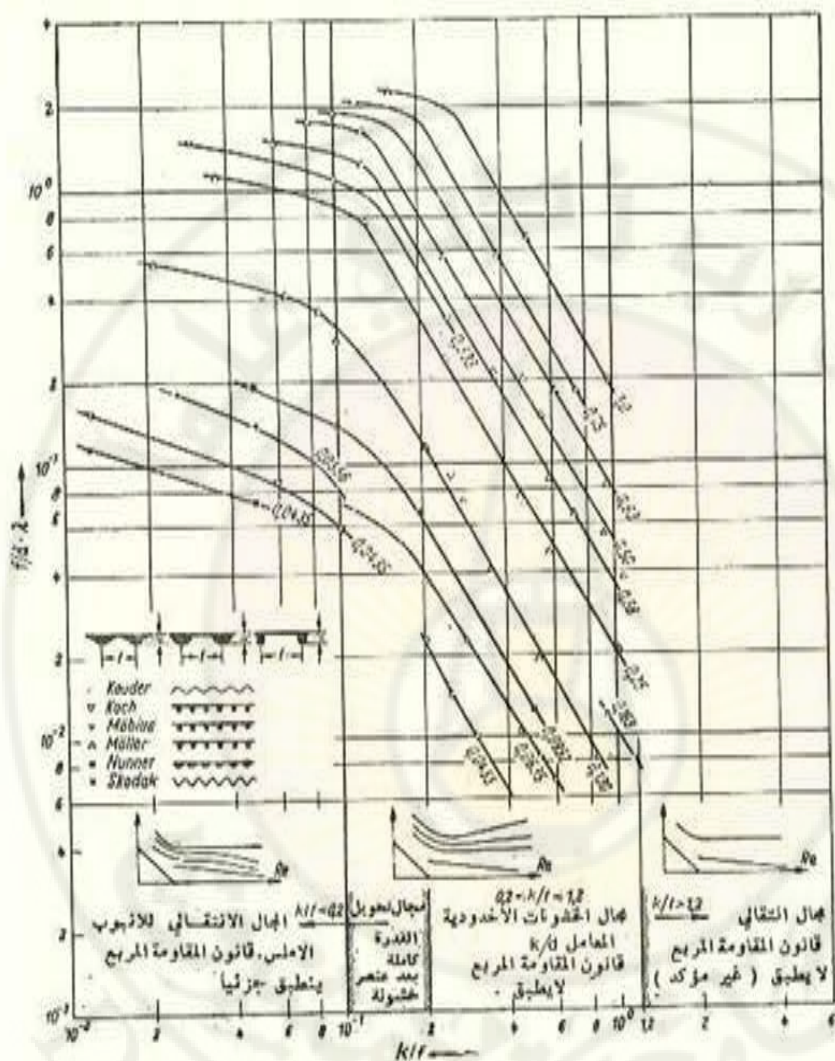
d/k	$\lg Re$	Re	λ
20	4,175	$1,5 \cdot 10^4$	0,0714
30	4,390	$2,5 \cdot 10^4$	0,0597
50	4,657	$4,5 \cdot 10^4$	0,0486
100	5,012	$1,0 \cdot 10^5$	0,0379
200	5,361	$2,2 \cdot 10^5$	0,0303
300	5,503	$3,7 \cdot 10^5$	0,0269
500	5,815	$6,5 \cdot 10^5$	0,0234
1000	6,155	$1,4 \cdot 10^6$	0,0196
2000	6,491	$3,1 \cdot 10^6$	0,0167
5000	6,934	$8,5 \cdot 10^6$	0,0137
10000	7,262	$1,8 \cdot 10^7$	0,0120
20000	7,591	$3,9 \cdot 10^7$	0,0105
50000	8,023	$1,0 \cdot 10^8$	0,0090



الشكل ١٨.٣ : تخطيط عملي لحساب معامل التلاوة للجران في أنابيب فولاذية مستقيمة جديدة وملمعة ذات خشونة مطلقة



الشكل ١٨ . ٣٩ ، نوموجرام عملي لحساب معامل المقاومة λ للأنابيب بدلالة عدد رينولدز Re والخشونة النسبية k/d في مجال الجريان الأملس - الخشن هيدروليكياً: المجال ① من أجل $\lambda \geq 0.02$ ، المجال ② من أجل $\lambda \leq 0.02$.



الشكل ٤٠.١٨ : علاقة مقاومة التموج $\lambda.f/d$ مع درجة التموج k/d
 بدلالة ارتفاع الموجة النسبي k/d من أجل $Re=5.10^4$ ، حسب كاودر
 . [169]

$$\lambda = \lambda_{G,17000} \left(\frac{k}{d} \right)^{3,58} \cdot \left(\frac{k}{f} \right)^{2,1} \cdot Re^{0,103 \exp \left[-3800 \left(\frac{k}{d} \right)^{2,0} \right] \cdot k/\pi} \quad (18.183),$$

حيث λ_G قيمة أساسية تتحدد بالعلاقة :

$$\lambda_G = \frac{1}{5} \sqrt[10]{\left(\frac{k}{d} \right)^6 \cdot \left(\frac{1}{k} \right)^7} \quad (18.184)$$

ويتم انطلاقاً منها تحديد مسار المنحني الممثل لعلاقة λ بـ Re ، العلاقة (18.183) تنطبق في مجال درجات التموج $0,2 \leq k/f \leq 0,6$ ، ومجال أعداد رينولدز $5 \cdot 10^4 \leq Re \leq 3 \cdot 10^6$ ، ومجال الارتفاع النسبي للوجة $0,0635 \leq k/d \leq 0,0455$ ، وتجدر الإشارة هنا أن باحثين آخرين وضعوا قوانين تجريبية لحساب λ لا تأخذ في الاعتبار Re بسين الاعتبار كما في قانون كاودر (18.183) .

يبين الشكل (٤٠.١٨) أم النتائج التجريبية التي توصل اليها كاودر وباحثون آخرون والمثلة لعلاقة مقاومة التموج مع درجة التموج بدلالة ارتفاع التموج النسبي كمنحني . ويظهر الشكل أن مسارات المنحنيات جميعها منتظمة ، إذ تنحدر ببطء في مجال درجات التموج الصغيرة ، ومن ثم واعتباراً من $k/d = 0,15$ حتى $k/d = 0,2$ تنحدر بشدة ، وبغض النظر عن قيمة المنحني k/d ، كمستقيمات متوازية تقريباً . هذا يدل أن شكل مقطع الموجة (الحشونة) في هذا المجال ليس بذي أهمية على الأرجح ، ولعلكن يبدو أن هناك علاقة بين صورة الجريان وتوزيع عناصر الحشونة .

الجدير باللاحظة أن مقارنة قيم λ المحسوبة بموجب (18.183) مع القيم المقاسة أعطت تطابقاً مقبولاً جداً .

٦.٤.١٨ استيف مراجعة وتعمير

من ٩.١٨ : عرف عدد رينولدز الحرج Re_{cr} واستعرض العوامل التي تحدد قيمته .

س ١٠.١٨ : أوضح اسم نظرية التشويشات الصغيرة لتفسير عملية الانزياح الصفائحي - المضطرب .

س ١١.١٨ : ماذا نفهم تحت جريان « منقطع » وما هي الشروط الفيزيائية لحدوثه ؟
س ١٢.١٨ : عرف فيزيائياً ورياضياً الزوجة الاعصارية . هل هي خاصة فيزيائية للسوائل مثل الزوجة النيوتونية ؟

س ١٣.١٨ : لماذا « تبدو » الجزيئات المضطربة أكبر زوجة من الجزيئات الصفائية ؟

س ١٤.١٨ : عرّف لم الاضطراب الاحصائية وأوضح مضمونها وتأثيرها على الجريان . لماذا نستخدم القيم الوسطية زمنياً لتذبذبات السرعة ؟

س ١٥.١٨ : ماهو الفرق بين المرحلة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{v}$ والسرعة الوسطية زمنياً $\bar{v}$ لجريان مضطرب ؟ هل يمكن مساعدة انبوبة براندل ومانومتر سائلي قياس تذبذبات السرعة وما هي السرعة التي تقبها الانبوبة فعلاً ؟

س ١٦.١٨ : أوضح مبدأ قياس السرعة بمساعدة المسبار (الانيمومتر) ذي السلك الساخن .

س ١٧.١٨ : ما هو المكافئ الطاقي لحساسة الضغط Δp في الأنابيب ؟ أوضح الأساس التجريبي لتحديد قانون المقاومة .

س ١٨.١٨ : قارن مستعينا بالرسم الخصائص المميزة لتوزيع السرعة على المقطع الدائري لأنبوب في حالة جريان صفائحي وجريان مضطرب أملس وخشن هيدرودينامياً عندما يتساوى التيار الحجمي . ما هي استنتاجاتك المتعلقة بالمرحلة الأعظمية والجهد الفس على الجدار ؟

س ١٩.١٨ : عرّف الطبقة الصفائحية التعتبية وأوضح الأسباب الفيزيائية لتشكها وتأثيرها على الجريان وبرهن أن $\delta \propto \sqrt{\nu}$.

س ٢٠.١٨ : برهن بالاعتداد على طريقة التحليل البعدي أن معامل المقاومة λ تابع لعدد رينولدز والحشوة النسبية $(Re, k/d)$. $\lambda = f(Re, k/d)$.

س ٢١.١٨ : ماذا يعني جريان مضطرب أملس هيدروليكيًا ، خشن هيدروليكيًا وأملس - خشن هيدروليكيًا ؟ ما هي الشروط الفيزيائية والرياضية التي تتحدد عندها هذه الحالات الثلاثة وما هي العلاقة التابعية لمعامل المقاومة λ في كل منها ؟ عدل الاجابة.

س ٢٢.١٨ : اشرح باختصار مفيد تأثير خشونة الجدار على الجريان ، وعرف الخشونة الرملية المكافئة والخشونة المسموح بها والخشونة الخارجية . كيف يمكن قياس الخشونة التكنيكية المملفة ؟

س ٢٣.١٨ : أوضح العلاقة التي تربط بين توزيع السرعة على مقطع أنبوب ومعامل المقاومة λ .

س ٢٤.١٨ : ما هو المضمون الفيزيائي لطول المزج ؟ اوضح الامس والغرضيات التي تعتمد عليها نظرية طول المزج لبراندل وغرضية التشابه لفون كارمن مبدئاً نقاط الخلاف الرئيسية بينها . ما هي الأهمية العلمية لهسابين النظريتين بالنسبة لحل مسألة المقاومة ؟

س ٢٥.١٨ : استخرج قانون طول المزج وبين أنه ينطبق على الجزيئات الخشنة هيدروليكيًا أيضاً .

ت ٥.١٨ : في أنبوب أملس هيدروليكيًا قطره d وطوله l يجري ماء بدرجة حرارة T ودرجة وسعوية للتيار الحجمي $\dot{V}$. إذا كانت كثافة الماء ρ ولزوجته الحركية ν وكان الجريان مضطرباً صرفاً فالمطلوب :

١ - حساب التبدد الطاقى الاجامى Energy dissipation (الخسارة الاجاليسية للقدرة) في الأنبوب ΔP_v .

٢ - حساب التبدد الطاقى في الطبقة الصفاحية التحتية ΔP_{v1} وفي الجريان المضطرب ΔP_{v2} .

٣ - حساب الفقد الدنيا لمقايس عناصر الاضطراب l_e ، إذا فرضنا أن التبدد الطاقى الاجامى خارج الطبقة الصفاحية التحتية يتمحول إلى قدرة اضطراب يتوزع تبدها الطاقى النوعي Specific dissipation توزعاً منتظماً تقريباً على مقطع الأنبوب .

معطى : $\nu = 1.300 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 999.7 \text{ kg/m}^3$, $\dot{V} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$, $l = 1 \text{ m}$, $d = 0.1 \text{ m}$ من أجل $T = 283 \text{ }^\circ\text{K}$

الحل : ١ - التمدد الطاقى، وبمثال المسارة في القدرة التي تتحول لحرارة ، بالقدرة
لواحدة الحجم وواحدة الزمن ، وبفرض dp/dx تدرج الضغط باتجاه الجريان ،
يعطى بالعلاقة :

$$\Delta P_v = \frac{dp}{dx} \cdot \bar{V} \quad (a)$$

وعليه يكون التمدد الطاقى الاجالى للجريان في الأنبوب قطره d وطوله l في واحدة الزمن:

$$\Delta P_v = \frac{dp}{dx} \cdot \bar{V} \cdot \frac{\pi d^2}{4} l \quad (b)$$

تدرج الضغط ينتج من قانون دارسي :

$$\frac{dp}{dx} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V} \quad (c)$$

لتحديد معامل المقاومة λ بحسب عدد رينولدز :

$$Re = \frac{\bar{V} \cdot d}{\nu} = \frac{1 \cdot 0,1}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 7,66 \cdot 10^4 < 10^5 \quad (d)$$

وبالتالي ينطبق قانون بلازيوس :

$$\lambda = 0,3164 \cdot Re^{-0,25} = 0,3164 \cdot (7,66 \cdot 10^4)^{-0,25} = 0,019 \quad (e)$$

فمن القيمة يمكن تحديدها بمساعدة مخطط المقاومة العام .

من (b) نحصل (e) نجد أخيراً :

$$\Delta P_v = \lambda \frac{\pi d}{4} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{V}^2 \cdot l = 0,019 \frac{3,14 \cdot 0,1}{4} \cdot \frac{997,7}{2} \cdot \frac{0,01}{2} \quad (f)$$

$$\Delta P_v = 0,746 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 0,746 \text{ W}.$$

٢ - بحسب أن الطبقة الصفائحية التحتية رقيقة جداً فيمكن اعتبارها طبقة احتكاكية
مستوية بساكنة δ و عرض d ، وذات تدرج ثابت للسرعة في الاتجاه العكسي $dv/dy = \text{const}$.
في مثل هذه الحالة بحسب التمدد الطاقى بالنسبة لواحدة الحجم وواحدة الزمن :

$$\Delta P_v = \tau_i \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 \quad (g)$$

وعليه ينتج التمدد الطاقى الاجالى في الطبقة الصفائحية التحتية في واحدة الزمن بوضع

$$\tau_i = \mu \cdot \gamma$$

$$\Delta P_{v_l} = \rho v \left(\frac{dv}{dy} \right) \delta_l \pi d l \quad (h)$$

بوجب قانون نيوتن للاحتكاك نجد :

$$\tau_w = \rho v \frac{dv}{dy} \Rightarrow \frac{dv}{dy} = \frac{\tau_w}{\rho v} \quad (i)$$

وننتج السماكة δ_l من العلاقة :

$$\delta_l = \delta \frac{v}{v} = \delta v \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} \quad (j)$$

أما اجهاد الغس على الجدار فيحسب من العلاقة :

$$\tau_w = \frac{dp}{dx} \frac{d}{4} = \lambda \frac{\rho \bar{V}^2}{8} \quad (k)$$

بذلك نجد بعد ادخال القيم العددية :

$$\Delta P_{v_l} = \delta \cdot \pi d l \rho^{-1/2} \cdot \tau_w^{3/2} = 0,694 \cdot \rho d l \bar{V} \cdot \lambda^{3/2} \quad (l)$$

$$\Delta P_{v_l} = 0,182 \text{ W}$$

ويكون بالتالي التبدد الطاقى في الجريان المضطرب :

$$\Delta P_{v_l} = \Delta P_v - \Delta P_{v_l} = 0,564 \text{ W}$$

٣- إن القيمة الدنيا لمفاييس عناصر الاضطراب تنتج من علاقة وضعها كولموجوروف Kolmogorov (راجع [16]) بالصيغة :

$$l_1 = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (m)$$

حيث ϵ التبدد الطاقى النوعى للقدرة الجريان المضطرب :

$$\epsilon = \frac{\Delta P_{v_l}}{\rho V} = \frac{\Delta P_{v_l}}{\rho \frac{\pi}{4} (d-2\delta_l)^2 \cdot l} \quad (n)$$

من (j) و (k) تنتج بعد ادخال القيم العددية :

$$\delta_l = 5 \cdot v \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = 5 \cdot \frac{v}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{K}{\lambda}} \quad (n)$$

$$\delta_l = 0,134 \text{ mm}$$

ويصبح بموجب (n) :

$$\tau = 0,0723 \text{ W/kg}$$

وتكون القيمة الدنيا لمتغير الاضطراب بحسب (m) :

$$Rl = 74,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

وهو المطلوب .

ت ٦٠١٨ : الأنبوب فولاذي طوله l وقطره d يجري فيه ماء لزوجته الماركة ν بتيار حبيبي Q . فإذا كان جدار الأنبوب وفقاً لمعطيات الشركة الصانعة أملس هيدروليكيًا ومعامل مقاومته λ يطلب :

١ - التأكد من صحة معطيات الشركة الصانعة ، ٢ - حساب خسارة الضغط الاجمالية في الأنبوب ، ٣ - حساب إجهاد القص على الجدار ، ٤ - سرعة إجهاد القص v_v ، ٥ - حساب الخسوفة المطلقة الفعلية لجدار الأنبوب .

معطى : $\lambda = 0,0135$, $Q = 36 \text{ l/s}$, $\nu = 0,985 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $d = 0,1 \text{ m}$, $l = 100 \text{ m}$.
 $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$

الحل : لتحديد طبيعة الجريان في الأنبوب بحسب قيمة عدد رينولدز :

$$Re = \frac{\bar{V} d}{\nu} ; \bar{V} = \frac{4Q}{\pi d^2} \Rightarrow Re = \frac{4Q}{\pi d \nu} \quad (a)$$

بإدخال القيم العددية نجد :

$$Re = 4,66 \cdot 10^4 > Re_{cr} = 2320 ; \bar{V} = 4,59 \text{ m/s}$$

اذن الجريان مضطرب .

١ - للتأكد من صحة معطيات الشركة الصانعة بحسب قيمة λ من قانون براوندل للأنابيب الملساء :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \left(Re \sqrt{\lambda} \right) = 0.8 \quad (b)$$

وندخل قيمة λ المعطاة في الطرف الأيمن ونحسب القيمة المقابلة في الطرف الأيسر فنجد :

$$\lambda = 0.0134$$

إذن يمكن اعتبار معاملات الترسبة صحيحة .

٢ - خسارة الضغط نتيجة من قانون دارسي .

$$\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} V^3 \quad (c)$$

وتبلغ بعد ادخال القيم العددية :

$$\Delta p_v = 142 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 = 142 \text{ kPa}$$

٣ - في حالة جريان شبه مستقر تتوازن قوة غرق الضغط الدافعة بين بداية ونهاية الأنبوب مع قوة المقاومة الناتجة عن اجهاد اللص على الجدار :

$$\Delta p_v \cdot \pi d^2/4 = \tau_w \cdot \pi d l \Rightarrow \tau_w = \frac{\Delta p_v \cdot d}{4 \cdot l}$$

وبعد ادخال (c) يصبح :

$$\tau_w = \frac{\lambda}{8} \rho V^2 \quad (d)$$

وننتج القيمة العددية :

$$\tau_w = 35.55 \text{ Pa}$$

معرفة اجهاد اللص معرفة بالعلاقة :

$$v_r = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (e)$$

وبالتالي فان قيمتها العددية :

$$v_r = 0,186 \text{ m/s}$$

١ - بما أن الجدار احلس هيدروليكيًا فيجب أن يتحقق الشرط :

$$\frac{v_r k}{\nu} \leq 5 \Rightarrow k \leq 5 \frac{\nu}{v_r} (f),$$

وبالتالي يكون ارتفاع الحشوة المعلقة :

$$k \leq 0,0264 \text{ mm}$$

وهو المطلوب .

ت ١٨ . ٧ : في الأنبوب فولاذي افقي لنقل النقط طوله l يتوجب أن يكون انخفاض الضغط (خسارة الضغط) المسموح به — بين طرفي الأنبوب Δp_v ، عندما يكون التيار الحجمي Q ، إذا كانت ρ الكثافة واللزوجة الحركية ν وطالب حساب قطر الأنبوب اللازم .

$$\text{معطى : } \rho = 822 \text{ kg/m}^3, Q = 1200 \text{ m}^3/\text{h}, \Delta p_v = 500 \text{ kPa}, l = 5000 \text{ m}, \nu = 2,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

الحل : بموجب قانون دارسي ينتج انخفاض الضغط بعد ادخال السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\dot{V} = 4Q/\pi d^3$:

$$\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho}{2} \dot{V}^2 = \lambda \frac{8 \rho l Q^2}{\pi^2 d^5} \quad (a)$$

ويصبح قطر الأنبوب بعد إدخال القيم العددية :

$$d = \sqrt[5]{\frac{8 \rho l Q^2}{\lambda \pi^2 \Delta p_v}} = 0,942 \cdot \lambda^{0,2} \quad (b).$$

نعتبر ، كما هو الامر حالاً ، مجال الجريان انتقالي (احلس — حشوا هيدروليكيًا)
وينضج لقانون كولبروك :

$$\lambda = f(Re, k/d) = 2 \lg \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d}{3,71} \right) \quad (c).$$

ولكننا بعد إدخال القيم العددية المعطاة نجد :

$$Re = \frac{\bar{V}d}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu d} = 1,88 \cdot 10^5 \cdot d^{-1} \text{ m} \quad (d),$$

وبالتالي لا يمكن تحديد القيمة العددية لعدد رينولدز ، من جهة أخرى وبلاستعانة بالجدول (١٨ ،) يمكن اختيار قيمة الحشونة المطلقة اشروط استخدام وسطية $k = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ فتكون بالتالي الحشونة النسبية :

$$k/d = 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot d^{-1} \text{ m} \quad (e).$$

يتضح مما تقدم أنه لا يمكن حساب λ وبالتالي d مباشرة . لذلك نطبق طريقة التقريب التتاقبي : Method of successive approximation

التقريب الأول : نفرض على أساس الخبرة بحالات مماثلة للجريان أن $\lambda = \lambda_1 = 0,02$ فنجد من (b) ، (d) ، (e) :

$$d_1 = 0,431 \text{ m} ; Re_1 = 4,36 \cdot 10^5 ; k/d_1 = 4,64 \cdot 10^{-4}$$

نستخدم الآن العلاقة (c) لتقريب تعاقبي وتحديد أدق لقيمة λ بإجراء عدد كافٍ n من الخطوات التقريرية ننتهي عندما لا تتغير بشكل ملحوظ قيمة λ في نهاية الخطوة الأخيرة . ونكفي غالباً ثلاث خطوات ، لذلك نجدول العلاقة (c) بعد كتابتها بالصيغة :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} = -2 \lg \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda_{n-1}}} + \frac{k/d}{3,71} \right) \quad (f)$$

فنجد :

n	$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{n-1}}}$	$\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}}$
1	7,071	7,561
2	7,561	7,546
3	7,546	7,546 $\Rightarrow \lambda = 0,01756$

التقريب الثاني : نعتبر الآن $\lambda = \lambda_2 = 0,01756$ فنجد من (b) ، (d) ، (e) :

$$d_2 = 0,420 \text{ m} ; Re_2 = 4,48 \cdot 10^5 ; k/d_2 = 4,76 \cdot 10^{-4}$$

وكما هو واضح فإن تغير قيم Re و k/d طفيف جداً . لذلك فإن إجراء تقريب تعاقبي

على غرار ما سبق إعلال ان يؤدي لتقدير قيمة λ ، وبالتالي قيمة d ، مما يستحق الجهد الحسابي ، خاصة إذا أخذنا بالاعتبار أن التنفيذ العملي لحط أنابيب يستوجب من وجهة نظر اقتصادية اختيار أقطار عيارية (ستاندر) .

لذلك نستعين بالجدى المواصفات العالمية مثل ال DIN أو ال ISO ونختار منها قطراً للأنبوب يكبر مباشرة القطر المسحوب . وعلى هذا الأساس نختار

$$d = 500 \text{ mm} .$$

وبذلك نضمن وفاء للعلاقة (a) أن يكون انخفاض الضغط في الأنبوب أقل من القيمة المسموح بها ، الشيء الذي يشكل عاملاً أمان ضد انخفاض التيارات الحجمية مع مرور مدة التشغيل المتوقعة .

ت ٨.١٨ : في أنبوب جديد من الفولاذ المسحوب قطره d وطوله l يجري ماء لزوجته الحركية ν وكثافته ρ . إذا كان التيار الحجمي Q فكيف تبلغ الخسارة الاجمالية للضغط ؟

معطى :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad ; \quad Q = 30 \text{ m}^3/\text{h} \quad ; \quad l = 250 \text{ m} \quad ; \quad d = 0.1 \text{ m}$$

$$\nu = 1.01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

الحل : بإدخال السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{v} = 4 Q / \pi d^2$ ننتج الخسارة الاجمالية للضغط حسب قانون دارسي :

$$\Delta p_v = \lambda \frac{8 \rho l Q^2}{\pi^2 d^5} \quad (a)$$

لتحديد λ نلزم معرفة Re و k/d . وننتج قيمة Re بعد إدخال القيم العددية ومراعاة وحدات القياس :

$$Re = \bar{v} d / \nu = 4 Q / \pi d \nu = 2.8 \cdot 10^6 \quad (b)$$

لستعين بالجدول (٨.١٨) أو بالخطاط المساعد في الشكل (٨.١٨) ونعتبر الخشونة النسبية المطلقة أو الخشونة الرمية المكافئة $k_s = k_r = 0.05 \text{ mm}$ ، وأصبح بالتالي

الخشونة النسبية :

$$k/d = 5.10^{-4} \quad (c)$$

من مخطط المقاومة العام ، الشكل (٣٦.١٨) نجد أن قيم k/d و Re المحسوبة بموجب (b) و (c) تقع الى يمين المنحني الحدي ، وبالتالي فإن الجريان نحن هيدروليكيًا كاملاً ، ونسب λ من قانون براندل :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{k/d}{3.71} \right) \quad (d)$$

أو نجد من مخطط المقاومة العام ، حيث نجد :

$$\lambda = 0.0183$$

بذلك نتيج من (a) بعد ادخال القيم العددية الحساسة الاجمالية للضغط :

$$\Delta p_v = 1.83.10^6 \text{ N/m}^2 = 183 \text{ kPa}$$

وهو المطلوب .

٩.١٨ : في انبوب قطره d يجري ماء بتيار حجمي ثابت Q . لقياس معامل الاحتكاك λ يوصل بالانبوب عند مقطعين ① و ② فصلهما مسافة l انبوبان بيزومتران ويقرأ فرق ارتفاع الماء فيها Δh . اذا كانت لزوجة الماء الحركية ν_w فالمطلوب :
١ - ما هي قيمة λ ؟
٢ - ما هي الدقة التي يجب أن يقاس بها قطر الانبوب لكي لا يؤدي خطأ القياس النسبي $|\Delta d/d|$ الى خطأ في تحديد قيمة λ يزيد عن ١% ؟
٣ - كم يجب أن تكون السرعة الوسطية لتيار الحجمي للهواء في نفس الانبوب حتى يتحقق التشابه التحريكي بفرض ν_a لزوجة الهواء الحركية ؟

معطى : $l = 1 \text{ m}$, $Q = 39.7.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, $\Delta h = 0.4 \text{ m}$, $d = 0.1 \text{ m}$,
 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\nu_a = 15.1.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_w = 1.01.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

الحل : ١ - فرق الارتفاع Δh الذي يشهد اليه الانبوبان البيزومتريان يكافئ ارتفاع اللواقط Δh_v وعليه ينتج من قانون دارسي بعد ادخال السرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{v}$:

$$\Delta h = \Delta h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{v}^2}{2g} = \lambda \frac{l. Q^2}{\pi^2 . d^5}$$

ويصبح معامل الاحتكاك :

$$\lambda = \frac{\pi^2}{8} \cdot K \cdot \frac{\Delta h}{l} \cdot \frac{d^5}{Q^2} \quad (a)$$

ويصبح بادخال القيم العددية :

$$\lambda = 0,0307$$

٢ - بالنسبة لتابع ما $y = f(x)$ ينتج الخطأ المطلق الأعظمي لقيم y عندما يكون الخطأ المحدد أو المماس في قيم x من العلاقة :

$$\Delta y_{\max} = |f'(x)| \cdot \Delta x \quad (b)$$

وعليه ينتج من (a) بسبب (ii) :

$$\Delta \lambda_{\max} = |f'(d)| \cdot \Delta d$$

ويكون بالتالي الخطأ النسبي الأعظمي لقيم d المقاسة :

$$\left| \frac{\Delta d}{d} \right|_{\max} = \frac{1}{5} \left| \frac{\Delta \lambda_{\max}}{C \cdot d^5} \right| = \frac{1}{5} \left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right|_{\max} \quad (c)$$

وطبق $|\Delta \lambda / \lambda|_{\max} = 0,01$ نجد :

$$\left| \frac{\Delta d}{d} \right|_{\max} = 0,002 = 0,2 \text{ ‰}$$

٣ - بتحقيق التشابه النسبي بين مجريان الماء والهواء عندما :

$$Re_w = Re_a \Rightarrow \left(\frac{\vec{V}d}{\nu} \right)_w = \left(\frac{\vec{V}d}{\nu} \right)_a \quad (d)$$

وبما ان d لم يتغير ننتج سرعة الهواء المطلوبة :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_w \cdot \frac{\nu_a}{\nu_w} = \frac{10}{\pi d^2} \cdot \frac{\nu_a}{\nu_w} \quad (e)$$

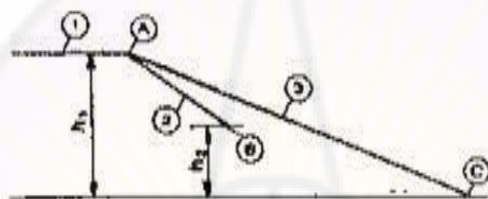
وبعد ادخال القيم العددية نجد :

$$\vec{V}_a = 75,5 \text{ m/s}$$

وهو المطلوب .

ت ١٠.١٨ : يتفرع خط الأنابيب ① في النقطة (A) إلى فرعين ② و ③ كما هو مبين في الشكل (ت ١٠.١٨) . فإذا كان Q_1 التيار الحجمي الإجمالي في الأنبوب ① الذي يرفع h_1 عن مستوى القياس ، وبفرض d_1 و l_1 قطر وطول الأنبوب ② الذي ترتفع نهايته (B) عن مستوى القياس h_2 و λ_2 معامل الاحتكاك فيه ، بينما d_2 و l_2 قطر وطول الأنبوب ③ الذي تقع نهايته (C) على مستوى القياس و λ_3 معامل الاحتكاك فيه ، فالمطلوب حساب التيار الحجمي Q_2 و Q_3 في الفرعين ② و ③ وتحديد قيمة كل منهما من أجل :

$$d_1 = 0,25 \text{ m} ; l_1 = 300 \text{ m} ; d_2 = 0,3 \text{ m} ; h_1 = 2 \text{ m} ; Q_1 = 0,13 \text{ m}^3/\text{s} \\ \lambda_3 = 0,018 ; \lambda_2 = 0,017 ; l_3 = 1000 \text{ m}$$



الشكل ت ١٠.١٨

الحل : بفرض Q_2 و Q_3 مرعة التيار الحجمي في ② و ③ فيكون بموجب معادلة الاستمرار :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4} + V_3 \frac{\pi d_3^2}{4} \quad (a)$$

وعليه يلزم تحديد V_2 و V_3 .

بما أن أطوال الأنابيب كبيرة نسبياً ، لذلك نعمل الفواقد الإفرادية في (A) الناتجة من تفريع التيار الحجمي واعتبر فواقد الاحتكاك فقط ، كذلك يمكن افتراض أن الضغط السائد عند نهاية ① في (A) يؤثر على الجريان في بداية كل من ② و ③ . على هذا الأساس والاستعانة بقانون دارسي نجد من تطبيق معادلة برنولي المطورة بين (A) و (B) وبين (A) و (C) مع الانتباه للشكل (ت ١٠.١٨) واعتبار p_A ارتفاع الضغط في (A) :

$$h_1 + h_p + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} = h_2 + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{\bar{V}_2^2}{2g} \quad (b),$$

$$h_1 + h_p + \frac{\bar{V}_3^2}{2g} = 0 + \frac{\bar{V}_3^2}{2g} + \lambda_3 \frac{l_3}{d_1} \frac{\bar{V}_3^2}{2g} \quad (c),$$

وبعد اصلاح بسيط ننتج العلاقة :

$$h_2 + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{\bar{V}_2^2}{2g} = \lambda_3 \frac{l_3}{d_1} \frac{\bar{V}_3^2}{2g} \quad (d),$$

(n) و (d) معادلتان مستقلتان لمجهولين $\bar{V}_2$ و $\bar{V}_3$ ، وبالتالي يمكن حسابها وتعديل $Q_3 + Q_2$.

ندخل القيم العددية في (a) و (b) فنجد على التوالي بعد اصلاح بسيط :

$$\bar{V}_3 = 2,65 - 1,44 \bar{V}_2 \quad (e)$$

$$1 + 0,867 \bar{V}_2^2 = 3,672 \bar{V}_3^2 \quad (f)$$

وبادخال (e) في (f) ننتج العلاقة :

$$\bar{V}_2^2 - 4,152 \bar{V}_2 + 3,673 = 0 \quad (g),$$

وبحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية نجد :

$$\bar{V}_2 = 2,076 \pm 0,797 \quad (h)$$

وجا أن $Q_1 < Q_2$ حكماً بوجوب (n) فيكون الحل السابق مع إشارة (+) خير مقبول

فيزائياً ، وعليه ننتج :

$$\bar{V}_2 = 1,279 \approx 1,28 \text{ m/s}$$

بذلك يصبح :

$$Q_2 = \bar{V}_2 \cdot \pi d_2^2/4 = 0,0104 \text{ m}^3/\text{s} \approx 90 \text{ lit/s}$$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0,0390 \text{ m}^3/\text{s} \approx 40 \text{ lit/s}$$

وهو المطلوب .

* * *

١٨.٤.٧ الجريان المضطرب في الانبواب المستقيمة ذات المقاطع غير الدائرية

في العديد من المنشآت الصناعية تستخدم إلى جانب الانبواب الدائرية المقاطع ألابيب واقنية اسطوانية ذات مقاطع غير دائرية ، مستطيلة ومربعة ومثلثة وشبه منحرفة وغيرها . ونذكر هنا كمثال فقط اقنية توزيع الهواء في منشآت التكييف التي تكون غالباً ذات مقاطع مستطيلة .

هنا يطرح نفسه سؤال هام عن مدى إمكانية تطبيق العلاقات المستخرجة في الفقرات السابقة لحساب الجريان في الانبواب والاقنية ذات المقاطع غير الدائرية . وقد أعطت الابحاث المتعددة النظرية والتجريبية جواباً واضحاً إلى حد كبير عن هذا السؤال بثبت أن هذه الامكانية متوفرة فعلاً ، خاصة إذا روعيتم الجريانات الثانوية Secondary flows التي ترافق الجريان الرئيسي ، وادخل في العلاقات المشار اليها القطر الهيدروليكي Hydraulic diameter ، أو القطر المكافئ ، بدلاً من قطر المقاطع الدائري .

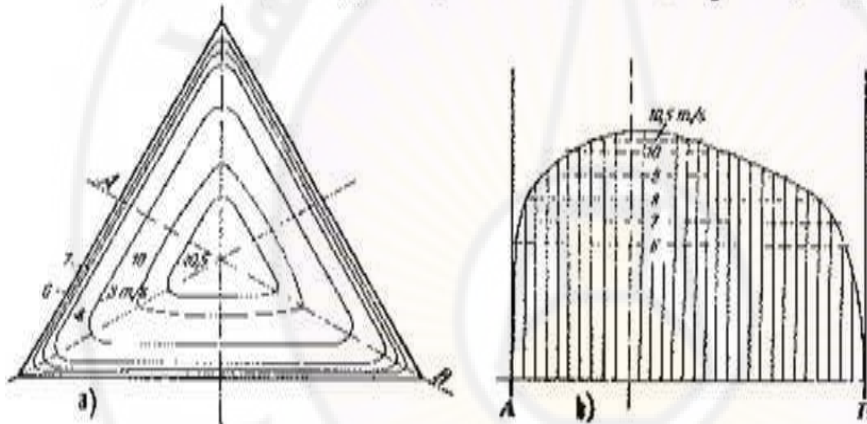
١٨.٤.٧.١ تصور وتأثير الجريانات الثانوية

تؤكد نتائج الابحاث النظرية والتجريبية التي قام بها خاصة فيسكو وادسي [170] شلو وفروم (راجع مثلاً [19] ، [20]) أن تأثير شكل المقطع غير الدائري على الجريان ، وبالتالي على توزيع السرعة ومعامل المقاومة ، متباين جداً عندما يكون الجريان صفائحي أو مضطرباً .

في حالة الجريان الصفائحي على الطبقة الحدودية الصفائحية كامل مقطع الانبوب ، وينجم عن ذلك تأثير متبادل بين عمليات الاحتكاك التي تحدث على جدران الانبوب ، ولذلك لا تقوم جميع عناصر محيط المقطع بنقل اجهادات القص الجدارية بنفس المقدار ، ويكون بالتالي معامل المقاومة متأثراً جداً بشكل المقطع ، ويتعلق بمساحة المقطع ومحيطه المبلل . بالمقابل فإن تأثير شكل المقطع في حالة الجريان المضطرب ثانوي بالمقارنة مع تأثير عدد دينولدز ، وبالتالي فإن حساب معامل المقاومة لا يبقى ، من حيث المبدأ وبخاصة في مجال أعداد

وينولدز غير الكبيرة جداً ، خاضعاً لنفس القوانين المطبقة على الجريان في أنابيب دائرية المقطع .

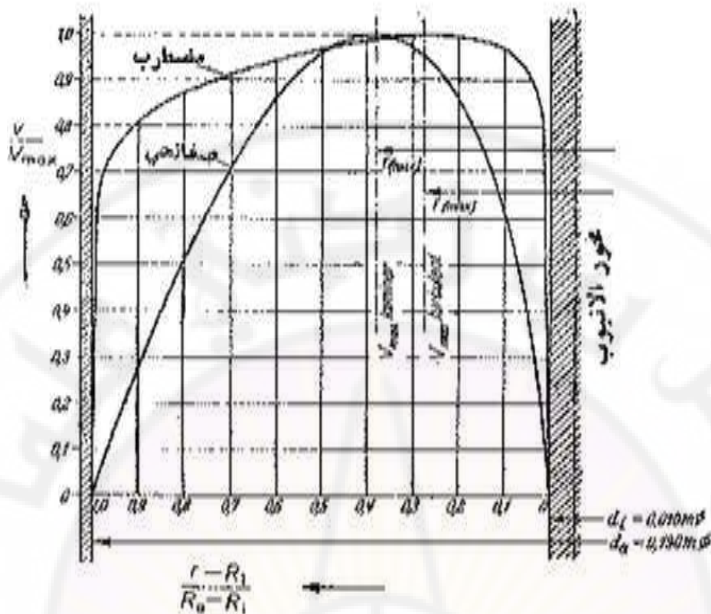
إن التأثير الرئيسي لشكل المقطع يتجلى بوضوح في بروفيلات توزيع السرعة على المقطع أو صورة خطوط السرعة الثابتة *Isotachic lines* ، حيث تسود في زوايا جدران المقطع عموماً سرعات كبيرة نسبياً . الشكل (٤٠.١٨) يعطي مثالاً لأنبوب مقطعه بشكل مثلث متساوي الاضلاع . كما يتبين من مقارنة الشكل (٤١.١٨) لأنبوب ذي مقطع حلقي دائري نسبة قطره الخارجي إلى قطر الداخلي $d_o/d_i = 1.9$ ، كمثال أيضاً ، مع الشكل (١١.١٨) لأنبوب



الشكل ٤٠.١٨ : خطوط السرعة الثابتة (a) و بروفيل توزيع السرعة (b) للجريان المضطرب في أنبوب مقطعه بشكل مثلث متساوي الاضلاع حسب قياسات ليو كورادسي [170] .

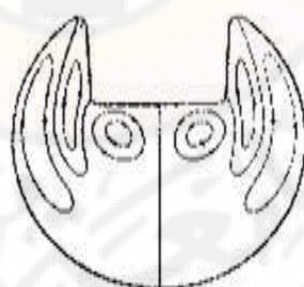
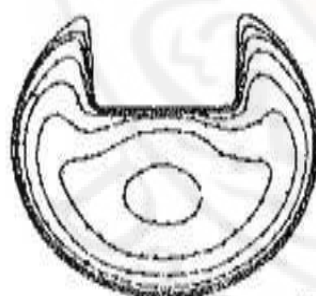
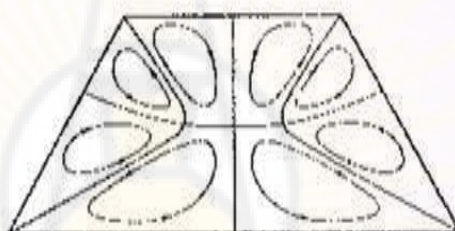
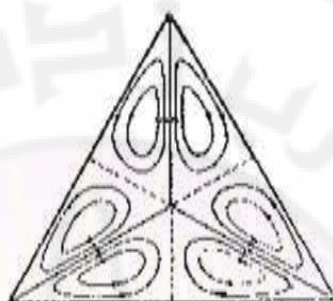
دائري المقطع أن الجريان الصفائحي يتأثر فعلاً بشكل المقطع أكثر من الجريان المضطرب .

إن تفسير الظواهر المشار إليها أعلاه يرتبط بنشوء جريانات ثانوية في جميع الأنابيب والأقنية المستقيمة ذات المقاطع غير الدائرية ، تتمثل بحركة عرضية تولدها أعاصير محاورها موازية لمحور الأنبوب . الشكل (٤٢.١٨) يبين أمثلة



الشكل ١٠١٨ : مقارنة بين بروفيل توزيع السرعة الصفائحي والمضطرب للجريان في أنبوب حلقي دائري عند نسبة القطر 19 ، حسب [10] .

للجريان في أنابيب ذات مقاطع مستطيلة ، مثلثة متساوية الاضلاع ، شبه منحرفة ودائرية ذات فُرْضَة . وقد رسمت يساراً صور خطوط السرعة الثابتة ، ويميناً الصور الرمزية لمجموعة الاعاصير التي تولدها الجريانات الثانوية . ويتضح من الشكل سبب نشوء السرعات العالية نسبياً في الزوايا ، ذلك أن الحركة الثانوية العرضانية التي تولدها الاعاصير تؤدي لاندفاع جزيئات من السائل على طول منتصف الزاوية وباتجاه رأس الزاوية ، ومنها تلتف وتعود على طرفي المنتصف باتجاه نواة الجريان الرئيسي . نتيجة لذلك يحدث انتقال مستمر لتيار الدفع (كمية الحركة) على طول خطوط السرعة الثابتة ، وبخاصة من نواة الجريان باتجاه الزوايا . لذلك يكون المنحني خطوط السرعة الثابتة عماداً عند تقاطعها مع منصفات الزوايا .



الشكل ٤٢، ١٨ : خطوط السرعة الثابتة (يساراً) والصور النمطية للجريانات
التأثيرية (يميناً) للجريان في أنابيب مستقيمة ذات مقاطع مستطيلة ، مثلثية متساوية
الاضلاع ، شبه منحرفة ودائرية ذات فرضة ، بحسب نيكورادسي و شلر .

ونلاحظ في حالة المقطع المستطيل أن الجريان الثانوي المتجه من الجدار الى الداخل يولد عند مقربة نهايات الضلعين الكبيرين وفي منتصف الضلعين الصغيرين مواقع تسود فيها سرعات صغيرة ، مما يجعل على التوقع ببقاء الجريان في هذه المواقع صفائحيًا بينما يكون الجريان في باقي أجزاء المقطع مضطرباً . وبسرد هذا الوضع بصورة أوضح في حالة مقطع مثالي ذي زاوية حادة جداً ، حيث يبقى الجريان في هذه الزاوية وحتى أعداد رينولدز كبيرة نسبياً صفائحيًا ، في الوقت الذي يكون قد حدث الانتقال الصفائحي المضطرب في باقي أجزاء المقطع قبل ذلك بكثير .

الجدير بالإشارة هنا أن الجريانات الثانوية تظهر في الأنابيب الدائرية المقطوع المنحنية (الأكواع) نتيجة لتغير اتجاه الجريان ، كما سنرى ذلك لاحقاً . كما تظهر جريانات ثانوية في الأوعية المكشوفة ونسب في حالة قناة مستطيلة المقطع مثلاً إن تسود السرعة الاعظمية ليس على السطح الحر وإنما على بعد منه بمعدل تقريباً خمس عرض القناة . والجريانات الثانوية هي التي تسبب تجمع الجزيئات الصلبة في منتصف الفجر المستوي لانه يحتوي سائل يدور بسرعة زاوية ثابتة (كما يحدث لبقايا وريقات الشاي أو السكر عندما تحرك كوب الشاي ١) . وتلعب الجريانات الثانوية دوراً أساسياً في تشكيل منطحات الانوار وزيادة عمرها باستمرار لانها تؤدي لجرف الطمي (الرمل ، البصم وغيره) من الطرف الخارجي للمنطف وتجميعه على الطرف الداخلي ، مما يسبب تعميق البئر في الخارج وردمه في الداخل وبالتالي زيادة الانعطاف والتعرج .

٣٠٧.٤.١٨ : مربع القطر الربعمروبيكي وحساب معامل المقاومة

على غرار الخطوات المتبعة في الفترتين [١٠٢٠١٨] و [٢٠١٨.٤.١٨] لاستخراج قانون الحسارة في الضغط للجريان الصفائحي والمضطرب في الأنابيب مستقيمة دائرية المقطع يمكننا أيضاً استنتاج قانون مماثل في حالة أنابيب مستقيمة غير دائرية المقطع بتطبيق شروط التوازن على أسطوانة سائلة طولها l ، وفرق الضغط بين طرفيها Δp .

نفرض أن إجهاد القص على الجدار $\tau_w = \text{const}$ وتدرج الضغط باتجاه الجريان بالنسبة لوحد الطول $\Delta p_v / l = \text{const}$ ، وليكن U محيط مقطع الأنبوب المبلل و A مساحة المقطع عندئذ نجد من تطبيق شروط التوازن على اسطوانة سائلة :

$$\tau_w \cdot U \cdot l = \Delta p_v \cdot A \Rightarrow \Delta p_v = \tau_w \frac{l}{A/U} \quad (18.185).$$

للحصول على علاقات تصلح للمقارنة مع مثيلاتها في حالة الأنابيب دائرية المقطع يستخدم القطر الهيدروليكي Hydraulic diameter بـ d_h القطر المكافئ لمقطع دائري أو نصف القطر الهيدروليكي R_h ويعرفان بالعلاقة :

$$d_h = 4A/U \Rightarrow R_h = d_h/2 = 2A/U \quad (18.186).$$

ونجد بسهولة أن $d_h = d$ و $R_h = R$ في حالة المقطع الدائري. بذلك تأخذ علاقة داندسي (18.8) الصيغة التالية :

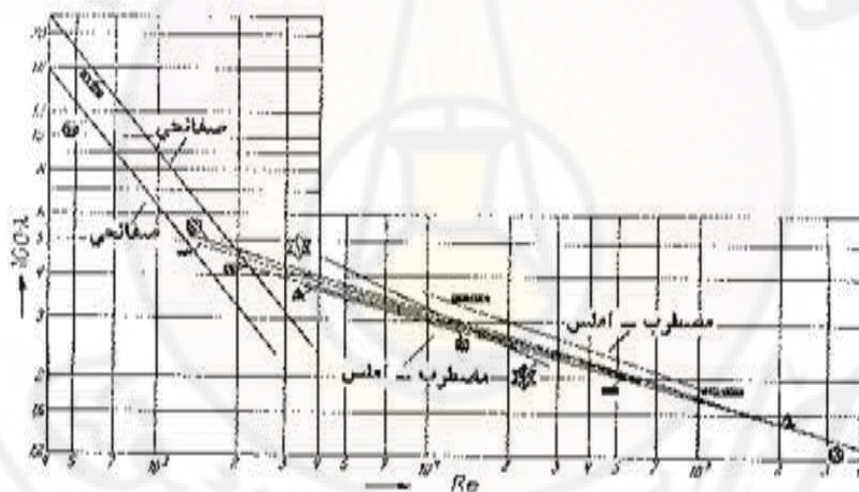
$$\Delta p_v = \lambda \frac{l}{d_h} \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.187),$$

ويجب عدد رينولدز من العلاقة

$$Re = \frac{\bar{V} d_h}{\nu} \quad (18.188),$$

لقد أكدت التجارب المختلفة ، التي أجريت على أنابيب ذات مقاطع مثلية متساوية الساقين ومثلثة متساوية وغير متساوية الاضلاع ، وكذلك مستطيلة وشبه منحرفة ودائرية ذات فُرْضَة وغيرها ، أن عدد رينولدز الحرج Re_{cr} للانتقال الصفائحي - المضطرب المحسوب بموجب (18.188) يقع ما بين $Re_{cr} = 2000$ و $Re_{cr} = 2360$ ، أي في الحدود المعروفة بالنسبة للأنابيب الدائرية المقطع .

في حالة الجريان المضطرب الصريف أكدت التجارب أيضاً إمكانية تطبيق القوانين المستخرجة لحساب الجريان في أنابيب دائرية المقطع ، مثلاً قانون الأس السبعي لتوزيع السرعة وقانون بلازيوس لحساب λ ، على أنابيب غير دائرية المقطع بعد ادخال d_h بدلاً من d . هذا يؤكد أن عمليات الاحتكاك وتشكل الطبقة الحدية على الجدار مباشرة لا تؤثر على العمليات التي تحدث على الجدار المقابل الأول . هذه النتيجة تبقى صحيحة طالما لا يزال تأثير الجريانات الثانوية على الجريان الأساسي معقولاً ، حيث أن الاغصير التي تولد هذه الجريانات تستهلك قدرة ميكانيكية ونسب بالتالي فواقد إضافية . وبين الشكل (٤٣.١٨) بتمثيل لوغاري قانون المقاومة $\lambda = f(Re)$ للجريان المضطرب الامس



الشكل ٤٣.١٨ : قانون المقاومة لأنابيب مستقيمة مساواة هيدروليكية ذات أشكال مقاطع مختلفة ، حسب قياسات شيلر [١٨] .
هيدروليكية في أنابيب ذات أشكال مقاطع مختلفة ، بما فيها المقطع الدائري ، وقد حسب Re بموجب (18.188) .

من أجل الحسابات العملية تبين أنه من الأنسب صياغة قوانين المقاومة للجريان في أنابيب غير دائرية المقطع على أساس Re ، بحيث يصبح قانون دارسي (18.187) :

$$\Delta p' = \lambda' \frac{l}{R_h} \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.189),$$

ويصبح عدد رينولدز :

$$Re' = V R_h / \nu \quad (18.190),$$

بدلاً من (18.188) . وبما أن $R_h = R$ بالنسبة للمقطع الدائري فيكون في هذه الحالة معامل المقاومة $\lambda' = \lambda/2$ ، باعتبار أن λ يمثل معامل المقاومة المحسوب على أساس القطر d كما في قانون دارسي (18.8) . برأى ذلك بأخذ قانون بلازيوس (18.139) الصيغة التالية :

$$\lambda' = 0.133 \cdot (Re')^{-0.26} \quad (18.191)$$

الشكل (١١.١٨) يبين تمثيل لوغارمي العلاقة $\lambda' = f(Re')$ بالنسبة لعدد من الأنابيب الملساء هيدروليكية ذات المقاطع غير الدائرية ، حيث يتأكد التطابق التام مع قانون المقاومة للأنابيب الملساء الدائرية المقطع . وعليه يمكن في حالة الأنابيب الخشنة هيدروليكية الاستفادة الكاملة من مخططات المقاومة العام ، الشكل (٣٦.١٨) ، شريطة أن يحسب Re والخشونة النسبية بدلالة القطر الهيدروليكي d_h .

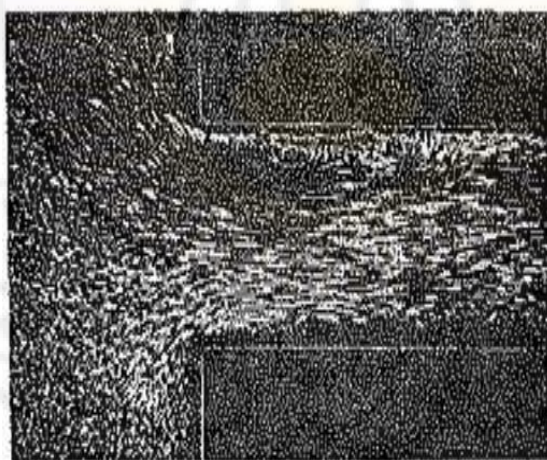
في حالة الجريان الصفائحي الصغرى يكون ، للأسباب المبينة أعلاه ، تأثير شكل المقطع على معامل المقاومة ملحوظاً ، إضافة لتأثير الزوجة الممتلئة بعدد رينولدز . ويمكن مراعاة ذلك باستبدال العلاقة (18.35) ، $\lambda = 64/Re$ ، بعلاقة من الشكل :

الاحتكاك على جوانب الخزان وفتحة التفريغ مما يؤدي لكون سرعة التفريغ ،
وبالتالي سرعة الدخول للانبوب ، الفعلية $\bar{V}$ أقل من سرعة التفريغ المثالية
 V_{10} المحسوبة بحسب قانون توريشلي ، [154] ص ٢٧٤ ، ونضع $V = \varphi_D V_{10}$ ،
حيث $\varphi_D < 1$ معامل تصحيح السرعة ، ويبلغ عندئذ ارتفاع الفواق ك الفرق
بين ارتفاع السرعة المثالية والحقيقية :

$$\Delta h_v = \frac{V_{10}^2}{2g} - \frac{\bar{V}^2}{2g} = \left(\frac{1}{\varphi_D^2} - 1 \right) \frac{\bar{V}^2}{2g} = \zeta_v \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad (18.201),$$

حيث ζ_v معامل فقد المدخل الناتج عن الاحتكاك ، ويبلغ في حالة فتحات تفريغ
مدورة الجوانب بشكل جيد $\zeta_v = 0.08 - 0.004$.

من جهة أخرى بسبب انحراف خطوط التيار باتجاه فتحة التفريغ تضيقاً
لمقطع الجريان ، $A_{11} < A$ ، وتشكل منطقة اعصارية بعد مدخل الانبوب مباشرة ،
خاصة اذا كان المدخل حاد الاطراف ، كما يبين ذلك بوضوح الشكل (٤٦٠١٨) ،



الشكل ٤٦٠١٨ : نشوء ظاهرة تضيق مقطع الجريان وتشكل منطقة اعصارية
عند مدخل انبوب حاد الاطراف ، حسب [١٨] .

وبصورة رمزية الشكل (١٧.١٨-ا) . وتنبه عن ذلك عملية مزج مع السائل الراكد الى أن يؤدي التفاف الاغصير لحرف التيار المنضيق باتجاه جدار الأنبوب بحيث تولد ظاهرة التضيق بعد مسافة صغيرة نسبياً من مدخل الأنبوب . فإذا اعتبرنا $1 < \mu_D = (d_{st}/d)^2$ معامل التضيق ، وفرضنا V_{st} سرعة التيار النافوري في المقطع المنضيق ، V سرعة التيار الحتمي في الأنبوب على مسافة كافية بعد المدخل فتكون لدواعي شرط الاستمرار $V_{st} = V/\mu_D$ ، وتكون الحسارة في الضغط الناجمة عن ظاهرة التضيق تكافئ الفقد الصدمي كما في حالة توسع فجائي في المقطع (راجع [154] ص ٣٤٢) ، ويمكن حسابها بمساعدة قانون الدفع الخطي :

$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} (V_{st} - V)^2 = \left(\frac{1}{\mu_D} - 1 \right) \cdot \frac{\rho}{2} V^2 = \zeta_\mu \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.202).$$

في ضوء ما تقدم ينتج معامل فقد المدخل الاجمالي :

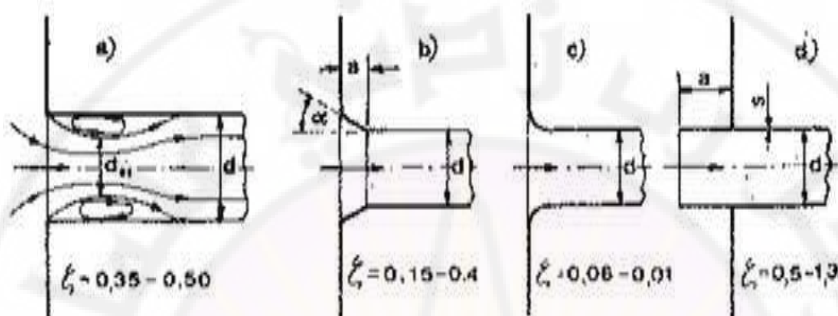
$$\zeta_E = \zeta_v + \zeta_\mu \quad (18.203).$$

ويتحدد ζ_μ تقريباً بسهولة إذا وصلنا بعدد مدخل الأنبوب بمسافة قصيرة أنبوباً بيزومترياً فيرتفع فيه السائل الى ارتفاع يقل عن ارتفاع السطح السائب في الخزان فوق محور فتحة التفريغ بقدر :

$$\Delta h = (1 + \zeta_\mu) \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (18.204),$$

الذي يشمل ارتفاع السرعة المعبر عن القدرة الحركية للجريان في الأنبوب وارتفاع الفراقد الاجمالي . وتؤكد التجارب أن قيمة ζ_μ تتأثر الى حد كبير بشكل المدخل ، كما يبين ذلك الشكل (١٧.١٨) . وقد حدد لكل حالة

بحال لقيم ζ ، لأنه من الصعب تحديد قيمة واحدة بسبب تأثير ظاهرة التضيق الشديد بشكل المدخل .



الشكل ٤٧.١٨ : تأثير شكل المدخل الأنبوب على قيمة معامل الفقد ζ_{II}

بالنسبة لمدخل حاد ، (الشكل ٤٧.١٨ - أ) ، يبلغ معامل التضيق $\mu_D = 0.59 - 0.64$ ومعامل الفقد $\zeta_E = 0.35 - 0.50$. وتقل فواقد المدخل إذا خسرط ما تلا تحت زاوية α ، الشكل (٤٧.١٨ - ب) ، حيث يكون من أجل $\alpha = 30^\circ$ ومن أجل $n/d = 0.025$: $\mu_D = 0.62$ و $\zeta_E = 0.4$ ومن أجل $n/d = 0.15$ و $\mu_D = 0.73$ و $\zeta_E = 0.15$. وتقل فواقد المدخل بشكل ملحوظ كلما كان مدور الجوانب أكثر ، (الشكل ٤٧.١٨ - ج) ، أي بشكل نهائي ، وأملس تكنيكياً ، حيث يمكن أن يصبح تأثير ظاهرة التضيق شبه معدوم ، $\mu_D = 0.99$ ، ويعتبر عندئذ $\zeta_E = 0.0001$. أما وأ شكل المدخل الأنبوب من حيث الفواقد فهو فتحة بوردا المبيئة في الشكل (٤٧.١٨ - د) ، حيث يتأثر μ_D ، وبالتالي ζ_E بقيمة n/d وقيمة s/d ، ويكون مثلاً من أجل $n/d > 0.5$ و $s/d < 0.001$ معامل التضيق $\mu_D = 0.5$ ومعامل الفقد $\zeta_E = 1$. هذه القيمة تعادل معامل الفقد λ/l للأنبوب أملس مستقيم طول $l = 80.d$ عند $Re = 10^5$.

في الحسابات العملية ، كما في مسائل حساب تفريغ خزان من فتحة جانبية مثلاً ([154] ص ٢٧٤ وبعدها) ، يدمج غالباً فقد المدخل مع الفقد في مسافة

الدخول الصفائحية أو المضطربة ، (٤.٢.١٨) ، (٢.٣٠.١٨) ، وتصبح بذلك الحسارة الاجمالية في الضغط بين مدخل الانبوب وموقع يبعد عنه مسافة : $164 \leq l_e/d \leq 20$

$$\Delta p_v = (\zeta_E + \zeta_{la}) \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 = \left[\zeta_E + \frac{0.37}{Re^{0.2}} \left(\frac{l_e}{d} \right)^{0.8} \right] \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}^2 \quad (18.205).$$

فإذا فرضنا أن التفريغ يتم تحت تأثير الثقالة وفي الهواء الجوي وارتفاع السطح السائب للسائل فرق محور فتحة التفريغ $h = \text{const}$ (جريان مستقر) ، وطبقنا معادلة برنولي المطورة (18.4) بين نقطة من السطح السائب للسائل ونهاية انبوب التفريغ بطول l_e تنتج سرعة التفريغ الفعلية للتيار الحجمي من أجل $Re > 3000$:

$$\bar{V}_a = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_E + \frac{0.37}{Re^{0.2}} \left(\frac{l_e}{d} \right)^{0.8}}} \quad (18.206).$$

عندما يكون انبوب التفريغ قصيراً جداً ، $l_e/d < 0.2$ ، يفترض أن الحسارة في الضغط تسببها بالدرجة الاولى ظاهرة التضيق ، وتطبق عندئذ العلاقة (18.202) ، حيث تنتج سرعة التفريغ :

$$\bar{V}_a = \frac{\mu_D}{\sqrt{2\mu_D^2 - 2\mu_D + 1}} \cdot \sqrt{2gh} = \psi_D \cdot \sqrt{2gh} \quad (18.207).$$

حيث ψ_D معامل التصريف الذي يصبح في حالة فتحة تفريغ حادة الجوانب $\psi_D \approx 0.85$ من أجل $\mu_D \approx 0.62$. وبالتالي فإن التيار الحجمي الفعلي $Q = \psi_D \cdot \sqrt{2gh} \cdot A$ يقل في هذه الحالة عن التيار الحجمي المثالي المحسوب بسرعة تفريغ توريثلي بحوالي 15% .

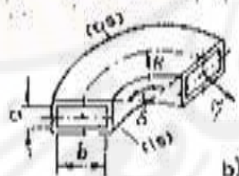
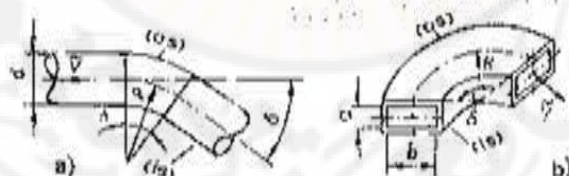
عندما يكون طول انبوب التفريغ l_e أكبر من الطول l_e اللازم لكي

يعود التيار الزاافوري المضيق عند المدخل وبالأ كامل مقطع الانبوب فيشوجب
في هذه الحالة مراعاة فواقد الاحتسك في الانبوب بعد مسافة الدخول ،
ما يؤدي الى انقاص سرعة التفريغ .

٢.٢.٥.١٨ الفقد في الوصلات الركبية

من الثابت نظرياً وتجريبياً أن الفواقد في الاكواع Elbow والوصلات
الركبية Knee piece أكبر بكثير من الفواقد في انبوب له نفس المواصفات
وطوله يعادل طول قوس الكوع . ويعود ذلك الى جملة أسباب ترتبط بطواهر
الجريان التي تنشأ نتيجة حرف اقضاء الجريان ، ونظراً لأهمية الاكواع
والوصلات الركبية ، التي لا تخلو منها منشأة هيدروليكية ، فقد أفردت لها
دراسات معمقة نظرية وتجريبية لاستنباط تفاصيل الجريان فيها وتحديد الفواقد
والعوامل التصميمية المساعدة على تقليل هذه الفواقد قدر الامكان .

من معادلة اويلر باتجاه الناطم على تخطيط التيار المقوسة (راجع [154]
ص ٢٥٤) ، وبسبب تعرض جزيئات السائل لقوى نابذة ، فإن الضغط
يتناقص باتجاه مركز انحناء الكوع : $\partial p / \partial n = - \rho V^2 / R$ ، حيث R
نصف قطر انحناء الكوع ، الشكل (٤٨.١٨) . هذا يعني أن الضغط على الجدار

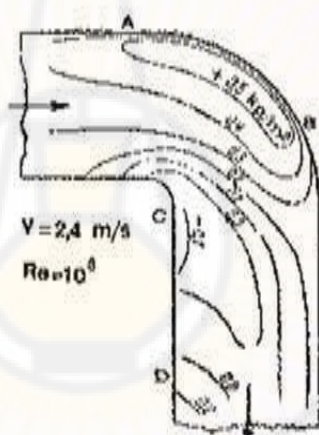
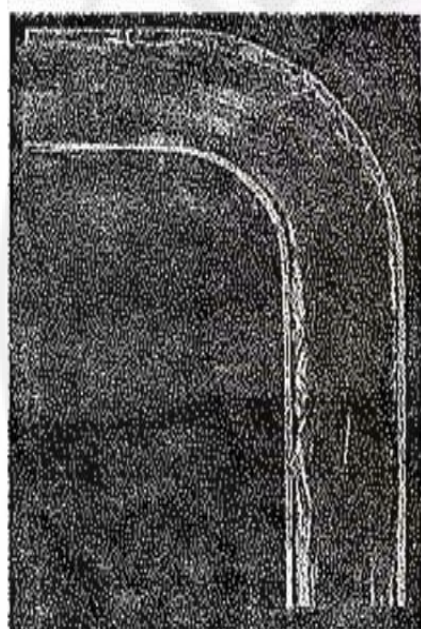


الشكل ٤٨.١٨ : تعريف هندسة الكوع المعني بشكل قوس دائري :

(a) مقطع دائري بقطر d ، (b) مقطع مستطيل بارتفاع a وعرض b ، R نصف
قطر الانحناء ، θ زاوية الانحراف ، (os) الجدار الخارجي ، (is) الجدار الداخلي .

الخارجي للكوع أكبر من الضغط على جداره الداخلي ، بينما يعتبر الضغط
الستاتيكي ثابتاً على مقطع الأنبوب المستقيم .

لقد أعطت قياسات توزيع السرعة والضغط صورة واضحة عن تفاصيل الجريان
داخل الكوع ، ويبدو واضحاً من الشكل (٤٩.١٨) أن الضغط يتزايد
على الجدار الخارجي للكوع اعتباراً من نقطة بدء انحناء الجدار A وحتى نهاية
المنحنى B تقريباً . بينما ينخفض الضغط على الجدار الداخلي للكوع اعتباراً من



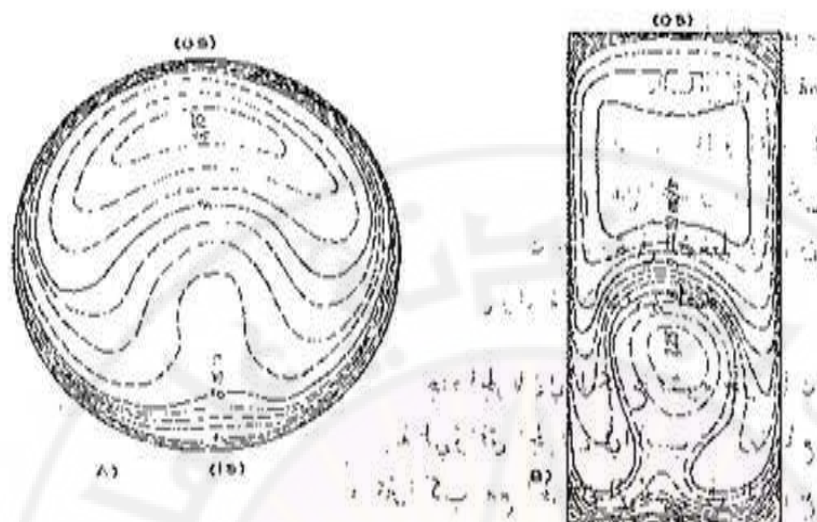
الشكل ١٨ ، ٤٩ : انحناء الطبقة الحدية
وتشكل الأعاصير على الجدارين الداخلي
والخارجي للكوع ، [١٥] .

الشكل ١٨ ، ٤٩ : توزيع الضغط
داخل كوع ، $\theta = 90^\circ$ مثلاً ، خطوط
الضغط الثابت ، حسب قياسات
كوردير ، [١٥] . (+) ضغط زائد ،
(-) ضغط ناقص .

مقطع دخول الجريان للكوع C وحتى ذروة المنحاء الجدار تقريباً، ثم يعود
فيتزايد حتى مقطع الخروج من الكوع D. وعليه فإن جزئيات السائل في الطبقة
الحدية ذات القدرة الحركية الضعيفة نسبياً ستتحرك في المجالين $B - A$ و $C - D$
ضد ضغط متزايد، مما يؤدي لحدوث ظاهرة الانفصام عن الجدار وبشكل
الأعاصير، الشكل (١٨، ٥٠). ونتج عن ذلك خسارة في الضغط تكون
أكبر كلما كانت حدة المنحاء الكوع أكبر، أي زاوية الانحناء أصغر.

إضافة إلى ما تقدم يرافق عملية تغيير اتجاه الجريان في الكوع نشوء جريانات
ثانوية، مماثلة في جرمها للجريانات الثانوية التي توافق الجريان في أنابيب ذات مقطع
غير دائرية [١٨، ٤٠، ١٠٧]، تتراكب مع الجريان الرئيسي في الكوع
وتؤثر بشكل حاسم على بروفيل توزيع السرعة على مقطع الكوع. وكما هو واضح
من الشكل (١٨، ٥١) فإن السرعة الأعظمية في المقطع النهائي للكوع تسود
على مقربة من جداره الخارجي وفي منطقة مغليقة، ولا يختلف الأمر من حيث
المبدأ، إذا كان مقطع الكوع دائرياً أو مستطيلاً.

إن نشوء الجريانات الثانوية في الكوع مرده بالدرجة الرئيسة لتناقص
الضغط باتجاه مركز الانحناء. بحكم ذلك فإن جزئيات السائل القريبة من الجدار
الداخلي والسفلي للكوع ذات القدرة الحركية الضعيفة تتأثر بها بالتدبير الهوائي
الاحتكاك الناتجة عن اللزوجة تتحرك باتجاه تناقص الضغط طالما أي من الجدران
الخارجية باتجاه الجدار الداخلي للكوع، في الوقت الذي تتحرك فيه جزئيات
السائل في منطقة نواة الجريان، بحكم شرط الاستمرار ومن على طرفي خط التيار
المركزي للكوع، باتجاه الخارج. وهكذا تنشأ حركة عرضية على محور الكوع
تأخذ شكل أعصاب مضاعف، الشكل (١٨، ٥٢)، ولا تختلف الحالة إذا
كان المقطع دائرياً أو مستطيلاً. ونتيجة لتراكب الجريانات الثانوية مع الجريان



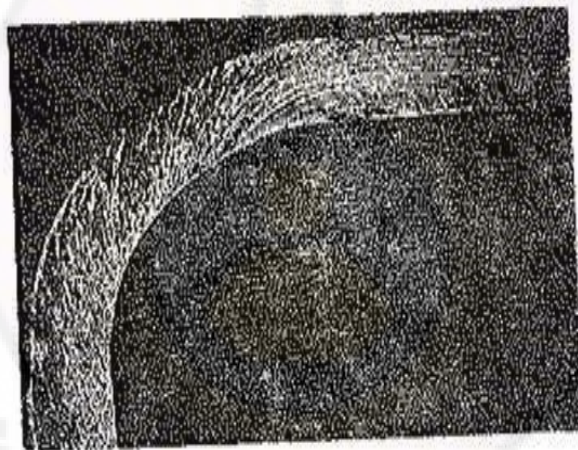
وهذا هو الشكل الذي يظهره المقطع الكروي عند خطوط السرعة الثابتة على المقطع النهائي الكروي. حسب قياسات تيرت (A) كروي ذو مقطع دائري، (B) كروي ذو مقطع مستطيل، (C) الجدار الداخلي (15) الجدار الداخلي.

سواء كانت سرعة التدفق في المقطع الكروي أو في المقطع المستطيل، فإن المقطع الكروي يظهر شكلًا دائريًا، بينما يظهر المقطع المستطيل شكلًا مستطيلًا. هذا هو الشكل الذي يظهره المقطع الكروي عند خطوط السرعة الثابتة على المقطع النهائي الكروي. حسب قياسات تيرت (A) كروي ذو مقطع دائري، (B) كروي ذو مقطع مستطيل، (C) الجدار الداخلي (15) الجدار الداخلي.

الرئيسي فإن خطوط التيار للجريان الاجمالي في الكوع تصبح حلزونية ، الشكل (١٨ . ٥٣) ، وبسبب ذلك كله فواقد اضافية .

في ضوء ما تقدم تتعدد مصادر الفواقد في الاكواع بثلاثة :

١ . الفواقد الناتجة بسبب الاحتكاك على جدران الكوع المكافئة تقريبا للفواقد في أنبوب مستقيم طوله l يساوي طول محور الكوع ، وله نفس المواصفات فيما يتعلق بالمادة وخشونة الجدار ، مع الاخذ بالاعتبار أن مواصفات الجدار لأنبوب مستقيم ، وخاصة تشكيل السطح الداخلي ، تتغير عند حنيته بشكل كوع . هذه الفواقد يمكن التعبير عنها بمعامل فقد :



الشكل ١٨ . ٥٣ : تضام الجريانات الثانوية مع الجريان الرئيسي يجعل خطوط التيار للجريان في الكوع حلزونية ، [١٠] .

$$\zeta_w = \lambda \cdot \frac{l}{d_h} \quad (18.208)$$

حيث λ معامل المقاومة الذي يمكن تحديده من مخططات المقاومة العام ، مثلاً ،

الشكل (١٨.٣٦) ، d ، القطر الهيدروليكي ، ويكون في حالة كوع بشكل ربع دائري وذو مقطع دائري : $l' = 2\pi R/4$ ، وبالتالي $\zeta_w = \lambda \pi R/2d$ ، حيث R نصف قطر الانحناء .

٢ - الفواقد الناتجة عن انقسام الطبقة الحدودية وتشكل الاغصير ، خاصة في منطقة الانحناء الداخلي للكوع .

٣ - الفواقد الناتجة عن الجربانات الثانوية ، التي تندمج غالباً مع فواقد الانقسام لتشكل مجتمعة فواقد الانعطاف أو الانحناء «Deflexion losses» ، لأنها فواقد إضافية بالمقارنة مع الانبوب المستقيم ، ويعبر عنها بمعامل فقد الانعطاف ζ_d .

إن خسارة الضغط الاجمالية (الفقد الاجمالي) لكوع تقاس بـ Δp_{tot} تقاس بوصل مانومتره ضلي : من الانبوب المستقيم على مسافة كافية قبل مدخل وبعد مخرج الكوع نفسه ، كما يمكن قياس (أو حساب) خسارة الضغط الناتجة عن الاحتكاك Δp_w بعد تحديد الطول l' المعادل لطول قوس الكوع . وتكون عندئذ :

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_w + \Delta p_d = \zeta_w \cdot \frac{\rho}{2} V^2 = (\zeta_w + \zeta_d) \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.209)$$

حيث ζ معامل الفقد الاجمالي للكوع . وتتعلق قيم معاملي الفقد ζ و ζ_d بعدد رينولدز ، بنسبة الانحناء R/d ، بزاوية الانعطاف θ وكذلك بنحسوة الجدار . إضافة لذلك يؤثر شكل مقطع الكوع وكذلك نسبة مقطع الدخول إلى مقطع الخروج على قيمة ζ .

منستعرض فيما يلي أهم النتائج النظرية والتجريبية لحساب وتحديد معامل الفقد في الاكواع ذات الانحناء الدائري والمقطع الدائري ، التي يهين استخدامها في خطوط الانابيب ، وذات المقطع المستطيل ، التي يسهل استعمالها في بناء

الآلات (عنفات ومضخات وغيرها) . إضافة لذلك سنعالج الوصلات الركببة كأكرواع مصنعة باللحام من قطع انابيب مستقيمة . وسنقف بالنتيجة عند اهم الإجراءات التصحيحية التي تقلل الفواقد في الاكرواع . ونجدر الإشارة مسبقاً أنه من الصعب جداً صياغة قانون دقيق لحساب معامل الفقد في الاكرواع . والقوانين القليلة المعروفة جميعها تقريبية .

لقد وجد فاييزباخ ، [20] ، بالنسبة لأكرواع دائرية الانحناء والمقطع حسب الشكل (١٨ - ٤٨) علاقة لمعامل فقد الانعطاف بالصيغة :

$$\zeta_d = [0,131 + 0,159 (d/R)^{0,8}] \frac{\varphi^0}{180^0} \quad (18.210)$$

لم يراع فيها تأثير الحشونة . وقد استدر ك لودينس ، [19] ، [20] ، هذه الناحية وصاغ العلاقة التالية .

$$\zeta_d = \left(\frac{d}{R} + \pi \cdot C_k \frac{2K}{d} \right) \frac{\varphi^0}{180^0} \quad (18.211),$$

حيث $C_k = \frac{k}{d} \approx 0,005$ الحشونة النسبية ، وتنطبق هذه العلاقة فقط من أجل $90^0 \geq \delta$.

بالنسبة لأكرواع ، زاوية الحرافة $\delta = 90^0$ ، تلحق قيم ζ_d حسب (18.210) كالآتي :

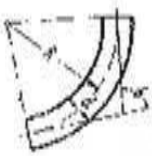
d/R =	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
$\zeta_d =$	0,066	0,069	0,079	0,103	0,147	0,220	0,331	0,489

وتبلغ حسب (18.211) كالآتي :

R/d =	0,5	1	2	3	4	5
$\zeta_d =$	1,0	0,53	0,31	0,26	0,25	0,26

بالمقابل يبين الجدول (١٨ - ٩) قيم ζ_d التي قاسها هوفمان وفاسيليفسكي ، [8] ، [20] ، من أجل الحرافات وأقطار الانحناء مختلفة . وكما هو متوقع يوجد فرق ملحوظ بين القيم النظرية والقياسية .

الجدول ١٠.١٨ : معامل فقد الانعطاف في اكواع دائرية الانحناء والمقطع من اجل زوايا انحراف واقطار انحناء مختلفة ، حسب قياسات هوفمان و فاسيليفسكي .



δ	16°	22.5°	45°	60°	90°	90°
R/d						
∞	0.03	0.046	0.14	0.19	0.21	0.51
$= 2d$	0.03	0.045	0.09	0.12	0.14	0.30
$= 4d$	0.03	0.045	0.08	0.10	0.11	0.23
$= 6d$	0.03	0.045	0.075	0.09	0.09	0.18
$= 10d$	0.03	0.045	0.07	0.07	0.11	0.20
			أملس			خشن

إيديلشك Idelchik [164] ، صاغ قانوناً تقريبياً لحساب خسارة الضغط الاجمالية في كوع دائري الانحناء راعى فيه العوامل المسببة للفراقد كافة بالصيغة :

$$\Delta p_{v_{int}} = (\zeta_a + \zeta_w) \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \left[\zeta_a + \lambda \cdot \frac{L}{180d} + \pi \cdot \frac{R}{d} \right] \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.212)$$

حيث : (معامل الاحتكاك) ، و ζ_a معامل فقد الانعطاف المحدد بالعلاقة :

$$\zeta_a = \frac{C_a \cdot C_{Rn} \cdot C_{k/d} \cdot C_{\delta}}{\sqrt{R/d_n}} \quad (18.213)$$

والمعلق بقيم معامل الانحراف C_a ، معامل عدد دينولدن C_{Rn} ، معامل الخشونة $C_{k/d}$ ومعامل شكل المقطع C_{δ} المدرجة في الجدول (١٠.١٨) ، d_n يمثل القطر الهيدروليكي و R نصف قطر الانحناء .

إن تأثير العوامل المختلفة على معامل الفقد في الاكواع توضحه الاشكال والمخططات التالية التي تمثل أبرز النتائج النظرية والتجريبية لباحثين مختلفين في هذا المجال . فالشكل (١٠.١٨) يبين تأثير الخشونة النسبية k/d وعدد دينولدن Re على معامل الفقد في اكواع دائرية الانحناء والمقطع ذات زاوية انحراف ثابتة $\delta = 90^\circ$ والانحناء نسبي ثابت $R/d = 4$. ونلاحظ تشابهاً كبيراً مع مخطط المقاومة المماس للأنايب ، الشكل (١٠.٣٦) .

الجدول ١٨ : تحديد المعاملات الثابتة لحساب معامل فقد الانعطاف للأشكال
 حسب قانون إيدلشك (الشكل ٤٨.١٨) .

معامل الانعطاف : C_d

$\delta =$	30°	45°	60°	90°	180°
$C_d =$	0,1	0,135	0,17	0,21	0,29

معامل عدد رينولدز : C_{Re}

$$3.10^3 < Re < 10^5 \Rightarrow C_{Re} = 20,2 \cdot Re^{-0,25}$$

$$\infty > Re > 10^5 \Rightarrow C_{Re} = 1$$

معامل الحشونة : C_k من أجل $4.10^4 < Re < \infty$

$$0 < k/d_h < 0,47 \cdot Re^{-0,75} \Rightarrow C_k = 1$$

$$0,47 \cdot Re^{-0,75} < k/d_h < 10^{-3} \Rightarrow C_k = 1 + k \cdot d_h \cdot 10^3$$

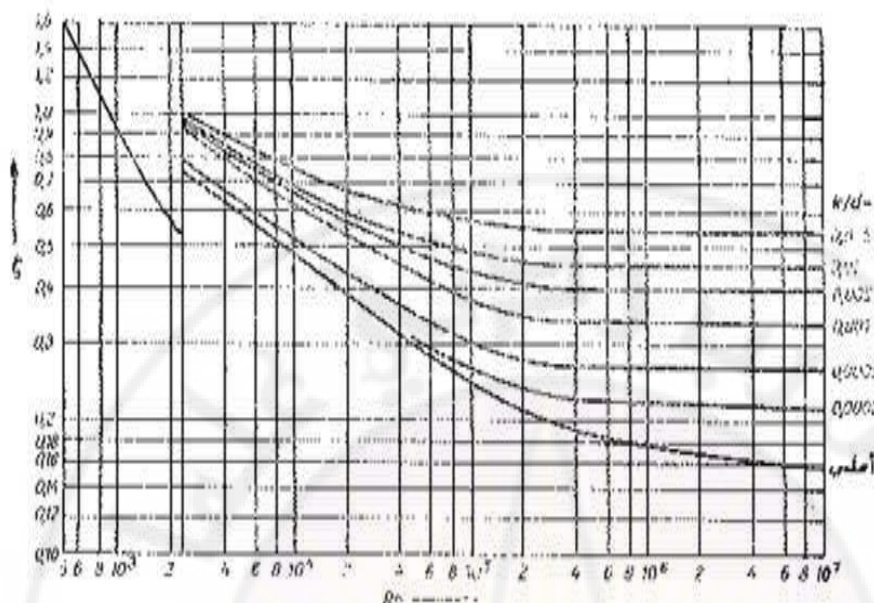
$$10^{-3} < k/d_h \Rightarrow C_k = 2$$

معامل شكل المقطع : C_S

$$\text{مقطع دائري} \Rightarrow C_S = 1$$

$$\text{مقطع مستطيل} \Rightarrow$$

$a/b =$	0,25	0,5	1	2	4
$C_S =$	1,8	1,54	1	0,45	0,49

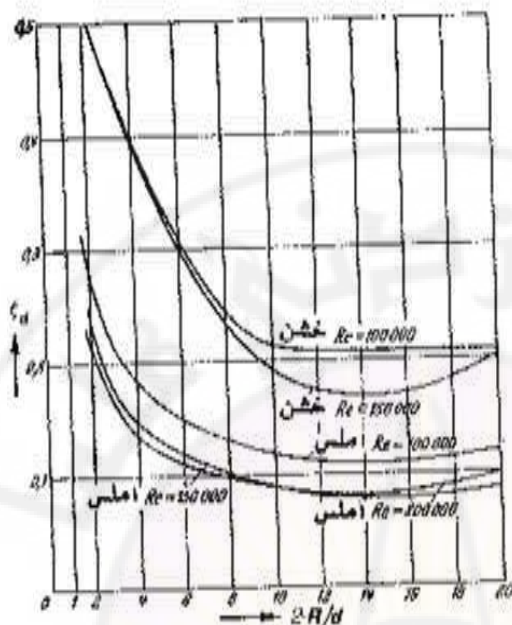


الشكل ٥١.١٨ : حامل العدد ϵ لأكواع دائرية الانحناء والمقطع ذات زاوية انحراف $\theta = 90^\circ$ ، وانحناء نسبي $R/d = 4$ بدلالة عدد رينولدز والحشوة المسببة $\epsilon/d = 1161$.

ويمكن استخدام هذا المخطط من أجل حساب ϵ في حالة أكواع ذات مقاطع غير دائرية إذا أدخلنا القطر الهيدروليكي d_h بدلاً من d .

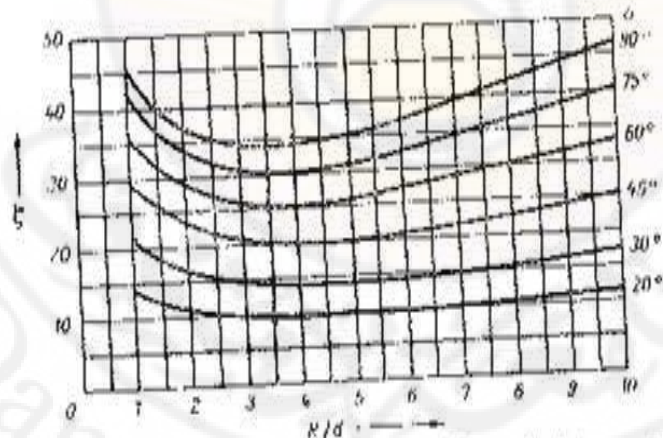
الشكل (٥٥.١٨) يبين تأثير الانحناء النسبي R/d وعداد دينولدز على أكواع قائمة دائرية الانحناء والمقطع ذات جدران مساء تكنيكياً جداً وخشنة تكنيكياً جداً . ويلاحظ أن قيمة ϵ في الأكواع الخشنة تبلغ تقريباً ضعف القيمة المقابلة للأكواع المساء . كما يتبين أن قيمة ϵ الأصغر تحقق من أجل 8 حتى $R/d = 6$.

في حالة الجريان الحشن هيدروليكي تماماً لا يتعاقب معامل الفقد بعداد دينولدز (الشكل ٥٤.١٨) ، ولكنه يتأثر بدرجة الانحراف R/d وزاوية الانحراف θ ،



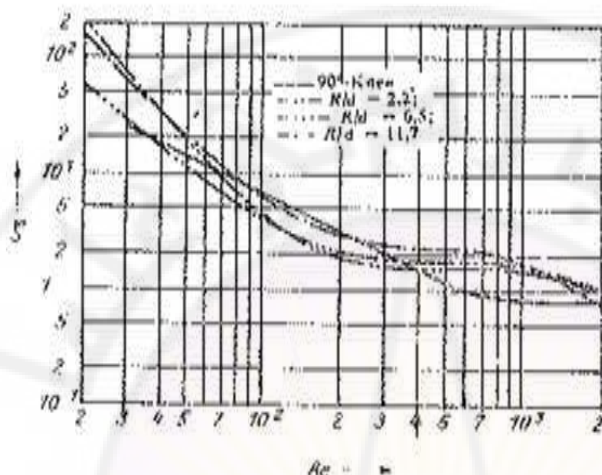
الشكل ١٨ . ٥٥ :
معامل فقد الانعطاف K_d
لأنواع الانحناء ، $\theta = 100^\circ$ ،
دائرية الانحناء ، ملساء جداً
وخشنة جداً ، بدلالة الانحناء
النسبي R/d وحدد رينولدز ،
حسب قياسات هوفمان (19) .

كما يوضح ذلك الشكل (١٨ . ٥٦) . ونلاحظ أنه توجد بالنسبة لزوايا الانحراف
كافة قيمة أصغرية لـ K من أجل : 4 حتى $R/d = 3$.



الشكل ١٨ . ٥٦ : معامل فقد K لأنواع دائرية الانحناء والمقاطع خشنة تماماً بدلالة
الانحناء النسبي R/d وزاوية الانحراف θ عند $Re = 2.10^5$ ، [164] .

إن تأثير الحشونة على معامل الفقد ξ يتغير في حالة الجريان الصفائحي ، وفي حالة الجريان المضطرب الأملس هيدروليكياً ، وبالتالي $Re < Re_{cr}$ ،



الشكل ١٨ . ٥٧ : معامل الفقد ξ لأكواع دائرية الانحناء ذات مقاطع حلقية دائرية بدلالة عدد رينولدز ، [30] .

عندما تكون الحشونة النسبية المسموح بها حسب [30] :

$$k/d < (k/d)_{\text{املس}} = 5,4 \cdot Re^{-0,364} \quad (18.214),$$

ويصبح عندئذ تأثير عدد رينولدز حاسماً ، كما بين ذلك الشكل (٥٧ . ١٨) لأكواع دائرية الانحناء ذات مقاطع حلقية دائرية . ونلاحظ أن قيم ξ لا تختلف عن بعضها البعض كثيراً في مجال الانحناء النسبي $R/d = 2,2 - 11,7$. وقد رسم في الشكل للمقارنة المنحني الخاص بوصلة ركبية قائدة $\theta = 90^\circ$ ، الشكل (١٨ . ٦٢) .

إن السؤال الهام الذي يطرح نفسه الآن هو : مساهمة الإجراءات ،
التصميمية خاصة ، التي تقلل الفواقد في الاكواع ؟

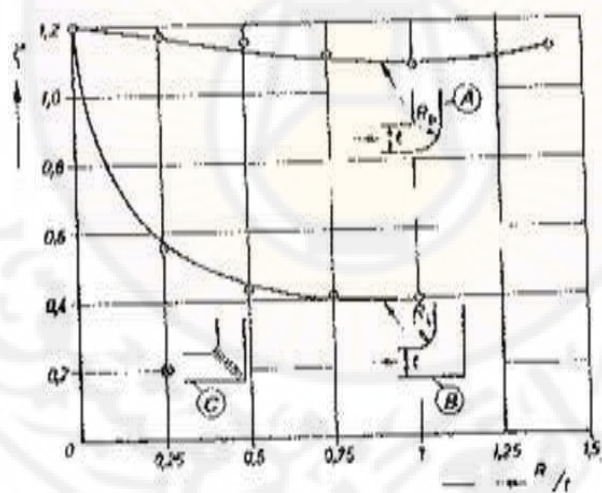
الفواقد الناتجة عن انفصام الطبقة الحدية وتشكل الاغصير تنخفض بشكل
ملاحظ إذا :

أ) جعلنا نصف قطر الانحناء الداخلي للكموع اكبر ما يمكن ،

ب) كان الجريان الرئيسي في الكموع متسارعاً ،

ج) استخدمنا ريش توجيه بشكل شبك اجنعة (راجع [154] ص ٣٥٣) .

ان تكبير نصف قطر الانحناء يؤدي في الواقع إلى زيادة مساحة جدران
الكموع المعرضة لقوى الاحتكاك ، وبالتالي إلى زيادة الفواقد الاجالية . ويتضح
من الشكل (٥٨-١٨) أن تكبير نصف قطر الانحناء الداخلي R_1 لكموع ذي

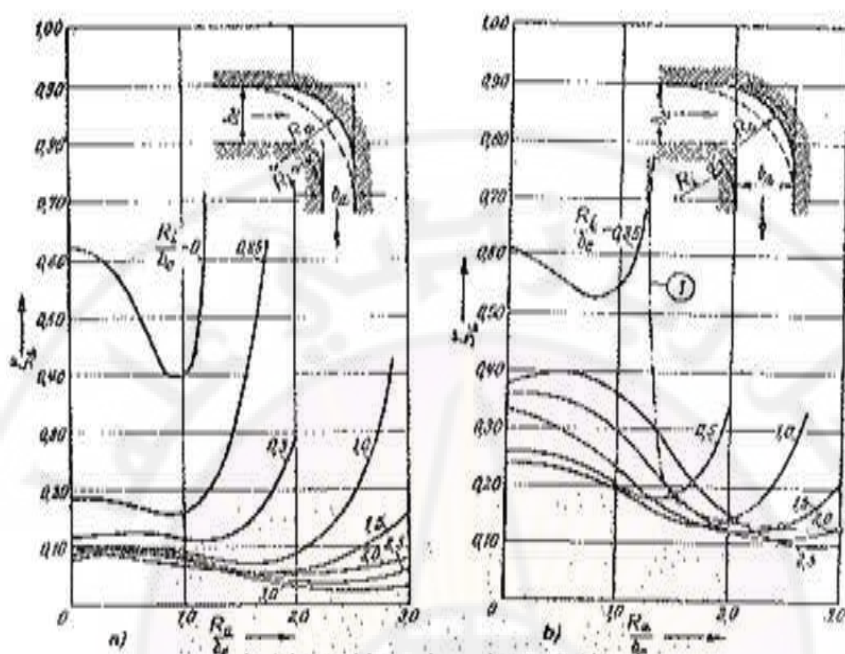


الشكل ٥٨-١٨ : تأثير تكبير نصف قطر الانحناء الخارجي (A) والداخلي (B)
على معامل الفقد في الاكواع دائرية الانحناء ذات مقطع دخول مربع الشكل . باستخدام
ريش توجيه (C) نلاحظ قيمة K بشكل ملحوظ ، [17٥] .

مقطع دخول مربع الشكل أشد تآسيراً من حيث تخفيض قيمة γ من تغيير نصف قطر الانحناء الخارجي $R_{\text{خ}}$ ، وتؤكد التجارب وجود نسبة أفضلية للانحناء النسبي R_i/d تكون عندها قيمة γ أصغر . وتبلغ هذه النسبة في حالة الاكواع الدائرية الانحناء والمقطع $R_i/d = 7$ ، كما أثبت نيبوت [B] أنه من أجل $3 \leq R_i/d$ تكون فواقد الانقسام حاملة بالنسبة للقيمة γ ، بينما على أجل $R_i/d \geq 3$ فتكون فواقد الاحتكاك على الجدران و فواقد الجريان الثانوية حاملة .

نيبوت أجرى تجارب أساسية لتوضيح تأثير تسريع الجريان الرئيسي على الفواقد في الاكواع ، وبين الشكل (٥٩.١٨) أهم النتائج التي توصل اليها ، حيث يمثل γ معامل الفقد منسوباً إلى السرعة عند مقطع الخروج ، أي إلى السرعة الاعظمية السائدة في الكوع . وقد استخدم نيبوت لتسريع الجريان اكواعاً بشكل زمامة ذات مقطع دخول يساوي ضعف مقطع الخروج للمقارنة مع اكواع لها نفس مقطع الدخول والخروج ومع اكواع عادية ذات مقاطع ثابتة ، وتم تغيير نصف قطر الانحناء الداخلي والخارجي . وكما يتبين من الشكل (٥٩.١٨) تبلغ قيمة γ الأصغر لكوع نقاصة فقط $\gamma = 0.03$ ، بينما لا تنقص هذه القيمة عن $\gamma = 0.1$ في حالة مقطع ثابت ، الشكل (٥٩.١٨ - b) . إضافة لذلك يتضح من الشكل أيضاً أنه توجد قيمة أفضلية لنصف قطر الانحناء الخارجي من أجل كل نصف قطر انحناء داخلي . وتكون هذه القيمة أكثر تميزاً ، وبالتالي أهمية عملية ، كلما كان R_i صغيراً . وتستوجب هذه النتيجة الهامة في حالة كون الجدار الداخلي للكوع ذا حرف حاد ، $R_i/d = 0$ ، أن يتم اختيار نصف قطر الانحناء الخارجي بشكل دقيق ، لذا أريد تجنب فواقد كبيرة .

من الشكل (٥٩.١٨ - b) نستخلص نتيجة هامة أخرى من مقارنة

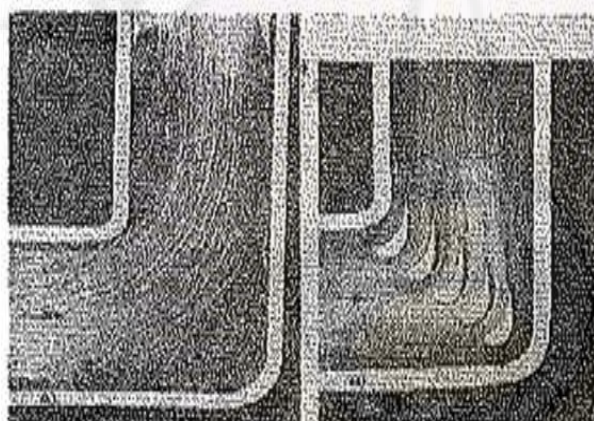


الشكل ٥٩.١٨ : تأثير تبريد الجريان على معامل الفقد λ من أجل نسب انحناء مختلفة للجدار الخارجي والداخلي ، بحسب نيبرت ، (8) ، λ : كوك (نفاضة) بشكل لغافة ذو مقطع دخول يساوي ضعف مقطع الخروج ؛ (b) : كوك له نفس المقطع عند الدخول والخروج ؛ المنحني ① لكوك عمادي ذي مقطع ثابت : $R_a = R_i + b$.

المنحني ① مع المنحنيات الأخرى وملاحظة أن معامل الفقد الأصغر لا يخص الكوك العمادي ذا المقطع الثابت عند ذروة الانحناء ، $R_a = R_i + b$ ، وإنما كوكاً ذا نصف قطر انحناء خارجي أصغر . هذا يعني بالنسبة للأكواع ذات مقطع دخول وخروج واحد أن توسيع المقطع قليلاً عند ذروة الانحناء يقلل الفواقد .

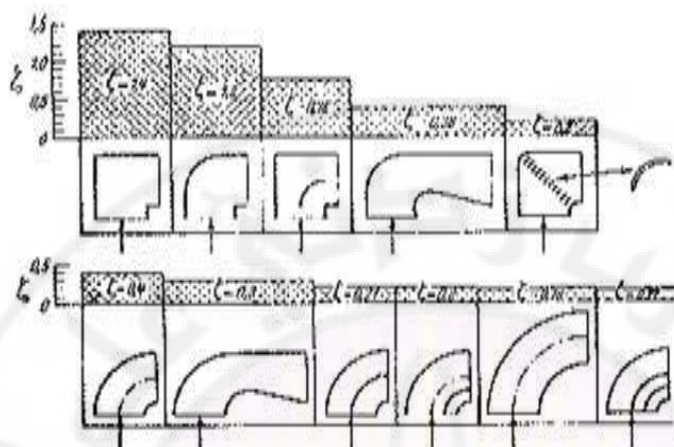
إن تأثير ديش التوجيه ، بشكل صفائح منحنية أو شبك اجنحة (راجع

[154] ، على فواقد الاكواع ، خاصة ذات الانحناء الحاد والمقاطع الكبيرة نسبياً ، ناتج عن حقيقة أن هذه الربش تتلقى تأثير القوى النابذة وتوجه خطوط التيار بحيث يتم تجنب ، أو على الأقل تخفيف ، خطر حدوث الانفصام وتشكل الأعاصير . وتنبأ بهذه الحقيقة بوضوح في الشكل (٦٠.١٨) ، حيث اختلفت تقريباً مناطق تشكيل الأعاصير بعد استخدام ربش التوجيه ، وتنخفض نتيجة ذلك قيمة معامل الفقد حتى $1/6$ إلى $1/7$ ، الشكل (٥٨.١٨) و (٦١.١٨) ، وتبلغ في بعض الحالات $0.2 - 0.13 = \zeta$ ، أي القيمة المكافئة لأكواع جيدة التصميم .



الشكل ٦٠.١٨ : انفصام الجريان وتشكل الأعاصير في كوع قائم ، $\theta = 90^\circ$ ، (٨ : تجنب ظاهرة الانفصام باستخدام ربش توجيه ، (ب) ، [١٧٨] .

إضافة لإجراءات تخفيض الفواقد المشار إليها أعلاه يتضمن الشكل (٦١.١٨) نغمة من الإجراءات الممكنة التطبيق عملياً والمتعلقة بأكواع سادة ومدورة عند ذروة الانحناء . وقد رسمت فوق كل نموذج للأكوع قيمة ζ الوسطية التي أثبتت القياسات أنها تبقى ثابتة تقريباً من أجل $Re \approx 3 \cdot 10^4$. في الحسابات العملية يفضل أحياناً استخدام الطول المكافئ l_{eq} بدلاً من



الشكل ١١.١٨ : بعض الاجراءات المساعدة لتخفيض الفقد في الاكواع الحادة،
 قيم معامل الفقد الاجمالي لكل حالة حسب قياسات بويلي Bolyey [8] [19] .
 معامل الفقد ζ لحساب الفقد الاجمالي للأكواع ، فإذا راعينا أن $\zeta_w = \zeta_a + \zeta_r$ فإن
 الطول المكافئ للأكواع قائمة ، $\theta = 90^\circ$ ، دائرية الانحناء والمقاطع ينتج :

$$l_{eq} = \frac{\pi}{2} R + \frac{\zeta_a}{\lambda} d \quad (18.215)$$

الجدول (١٠.١٨) يتضمن قيم l_{eq} للأكواع فولاذية مساء مغطاة بحشية دائرية المقطع
 والانحناء من أجل $Re = 10^5$. وتعتبر هذه القيم دقيقة بخطأ نسبي $\pm 5\%$
 للأكواع انحنائها النسبي $\frac{R}{d} = 4$ في مجال اعداد رينولدز $10^4 < Re < 10^5$
 وتضرب هذه القيم بـ 1.1 في حالة اكواع منحنية ، لأن معامل الفقد لكل
 وصلة لحام دائرية يبلغ $\zeta = 0.02 \dots 0.05$. الجدول (١١.١٨) يبين علاقة
 الطول المكافئ l_{eq} مع عدد رينولدز للأكواع انحنائها النسبي $\frac{R}{d} = 4$ ، كما
 يتضمن الجدول (١٢.١٨) قيم l_{eq} للأكواع قائمة من حديد الصلب .

الجدول ١٠.١٨ : الطول المكافئ لأكواع فولاذية ملساء، قائمة دائرية المقطع والاختلاف من أجل $Re = 10^5$ ، $\epsilon = 0,05 \text{ mm}$ ، حسب قياسات تسمرمان ، [19] .

R/d	1	2	3	4	6	8	10
	$l_{eq} [m]$						
$d = 50 \text{ mm}$	0,94	0,66	0,65	0,68	0,80	0,93	1,07
100	2,02	1,39	1,36	1,41	1,63	1,90	2,19
150	3,12	2,14	2,09	2,16	2,51	2,89	3,32
200	4,24	2,90	2,82	2,91	3,37	3,88	4,45
250	5,62	3,97	3,86	3,97	4,54	5,17	5,90
300	6,59	4,43	4,30	4,43	5,11	5,86	6,73
350	7,62	5,19	5,04	5,18	5,98	6,85	7,80
400	8,76	5,96	5,78	5,94	6,85	7,85	9,00
450	9,93	6,75	6,53	6,71	7,73	8,86	10,13
500	11,03	7,50	7,26	7,46	8,59	9,84	11,28
600	13,24	9,00	8,71	8,95	10,31	11,81	13,53
800	17,82	12,10	11,70	12,00	13,82	15,50	18,10
1000	22,45	15,23	14,71	15,07	17,33	19,81	22,68

الجدول ١٠.١٨ : علاقة الطول المكافئ مع عدد رينولدز لأكواع اختناؤها السبي $R/d = 4$ ، في السطر الأخير قدر الخطأ النسبي .

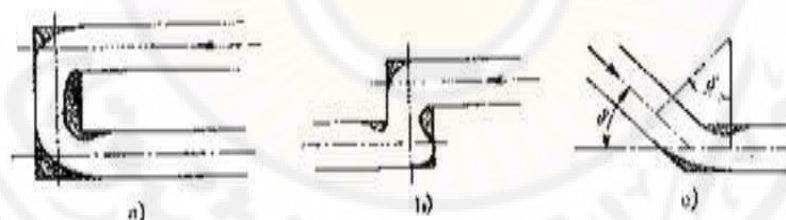
Re	$4 \cdot 10^4$	10^5	$4 \cdot 10^5$	10^6
	$l_{eq} [m]$			
$d = 100 \text{ mm}$	1,48	1,41	1,50	1,39
200	3,01	2,91	2,74	2,97
300	4,54	4,43	4,21	4,61
400	6,08	5,94	5,60	6,28
600	7,63	7,46	7,20	7,97
1000	15,33	15,07	14,67	16,62
	$\pm 3,2 \%$	$\pm 0 \%$	$-5,0 \%$	$+5,0 \%$

الجريان في الوصلات الوكبية ، التي تشكل غالباً بالانحاف من قطع الماييب مستقيمة ، لا يختلف من حيث المبدأ عن الجريان في الأكواع ، باستثناء أن انقصاص الجريان على الاطراف الحادة ، وبالتالي تشكل الاعاصير ، يكون اشد بالمقارنة مع الأكواع . ويقود ذلك طبعاً إلى زيادة الفواقد . وقد حددت في

الجدول ١٧.١٨ : الطول المكافئ لأكواع 90° من حدود العصب دائرية الالتواء والمقطع ، من أجل $Re \geq 4 \cdot 10^4$ ، $k = 0.4 \text{ mm}$ ، [19] .

R/d	1	2	3	4	6	8	10
	$l_{eq} [m] =$						
$d = 50 \text{ mm}$	0.80	0.71	0.67	0.66	0.70	0.91	1.08
100	1.05	1.09	1.54	1.49	1.67	1.93	2.20
150	3.17	2.73	2.45	2.35	2.60	3.01	3.64
200	4.46	3.82	3.41	3.25	3.66	4.11	4.81
250	5.81	4.95	4.41	4.18	4.54	5.22	6.11
300	7.10	6.09	5.41	5.10	5.53	6.34	7.41
350	8.57	7.27	6.43	6.05	6.53	7.48	8.73
400	10.04	8.60	7.60	7.04	7.66	8.64	10.08
450	11.43	9.67	8.52	7.99	8.67	9.78	11.40
500	12.88	10.87	9.67	8.93	9.60	10.93	12.74
600	15.80	13.31	11.68	10.91	11.65	13.15	15.42
800	21.68	18.30	16.03	14.83	15.77	17.89	20.79
1000	27.67	23.14	20.21	18.78	19.92	22.50	26.20

الشكل (٦٧.١٨) مناطق الانقسام وتشكل الأعاصير لنماذج مختلفة من الوصلات الركبية ، حيث يتضح أيضاً كيف أن الأعاصير « تزيل » حدة الاطراف الحادة بحيث تتشكل ضمن الوصلة الركبية « أكواع » ذات جدران سائلية منحنية .



الشكل ٦٧.١٨ : الجريان في وصلات ركبية مختلفة (a, b, c) . المناطق المبهمة تمثل مناطق انفصام الجريان وتشكل الأعاصير ، δ زاوية الانحراف .

فايزباخ [20] وجد علاقة تجريبية لحساب معامل الفقد الاجمالي في وصلات ركبية من الشكل (٦٧.١٨ - c) بالصيغة :

$$\xi = \xi_d = 0,9457 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2,047 \cdot \sin^4 \frac{\delta}{2}$$

$$\approx \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \cdot \sin^4 \frac{\delta}{2} \quad (18.216).$$

القيم المحسوبة بموجب هذه العلاقة تصاع بشكل مقبول الوصلات الركبية الملساء ، الجدول (١٣.١٨) ، ولكنها تقل عن القيم المقاسة بشكل ملحوظ ، خاصة إذا لم تراعى الفواقد على مسافة كافية قبل مدخل وبعد مخرج الوصلة .
بالإضافة فإن قانون جيبسون [19] :

$$\xi = 67,6 \cdot 10^{-6} \cdot \delta^{2,17} \quad (18.217)$$

يعطي قيمة معقولة جداً بالنسبة للوصلات الركبية الخشنة تكتيكياً ،
الجدول (١٣.١٨) .

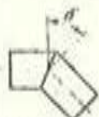
الجدول ١٣.١٨ : قيم ξ لوصلات ركبية بدلالة زوايا الانحراف δ . ξ لوصلات ملساء حسب (18.216) ، ξ_r لوصلات خشنة تكتيكياً حسب (18.217) .

δ :	20°	40°	60°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
$\xi_s =$	0,046	0,139	0,304	0,740	0,984	1,26	1,56	1,86	2,16
$\xi_r =$	0,043	0,202	0,488	0,911	1,18	1,48	1,82	2,20	2,61

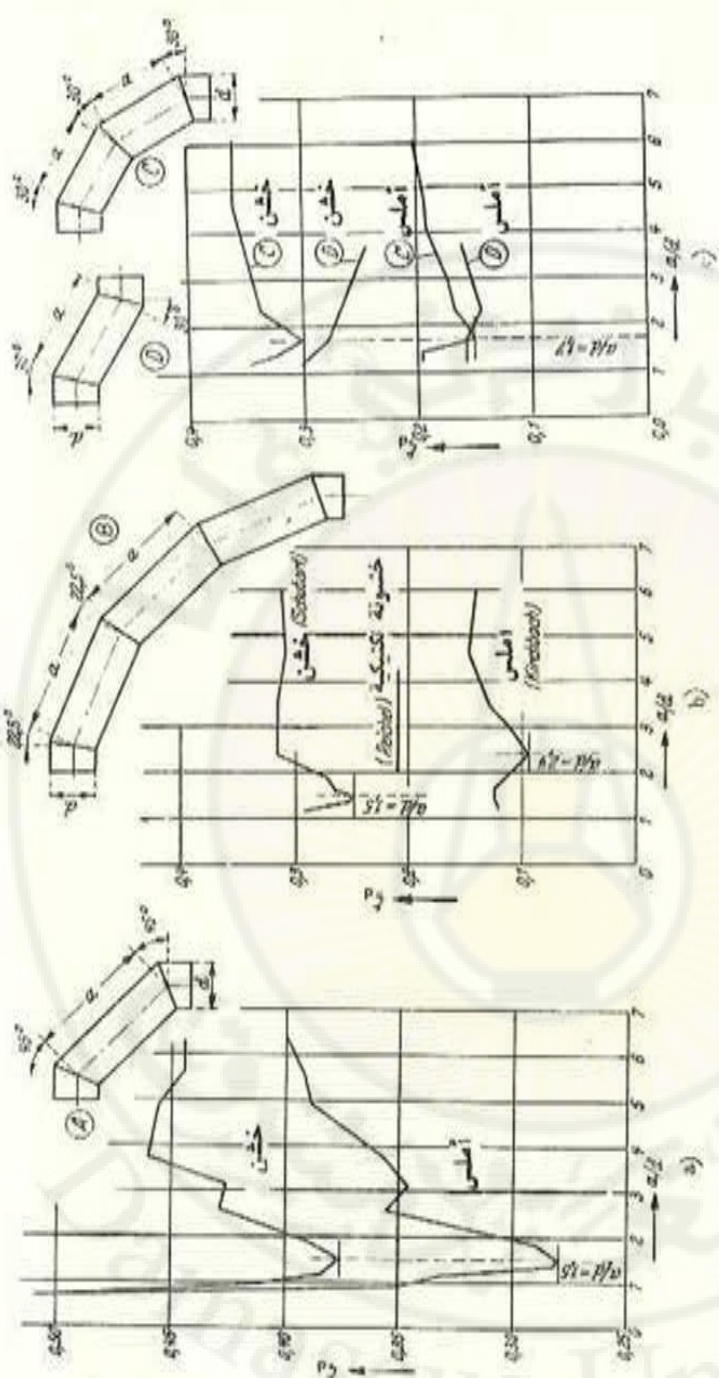
ونلاحظ أنه من أجل $\delta = 45^\circ$ فإن قيمة ξ_r حسب جيبسون تزيد بحوالي 40 % عن قيمة ξ_s حسب فايزباخ ، وتبلغ هذه الزيادة حوالي 20 % من أجل $\delta = 90^\circ$.

الجدول (١٤.١٨) يتضمن النتائج التجريبية لقيم ξ (جدار أملس) و ξ_r (جدار خشن) بالنسبة لبعض الوصلات الركبية الشائعة الاستخدام . ويتبع

الجدول ١٤.١٨ : معامل الفقد ζ لجريان أملس و ζ_p لجريان خشن في وصلات مركبة بسيطة ومركبة بدلالة زاوية الانحراف والمسافة النسبية بين ملحقات الوصل ، $Re > 10^5$ ، ζ_p من أجل $d/k = 180$ [30] .

	δ°	5	10	15	22.5	30	45	60	90
	ζ_s	0,016	0,034	0,042	0,07	0,13	0,24	0,47	1,13
	ζ_p	0,024	0,044	0,062	0,15	0,17	0,32	0,68	1,27
	a/d	0,71	0,943	1,42	1,50	1,86	3,72	6,28	∞
	ζ_s	0,51	0,35	0,26	0,28	0,29	0,36	0,40	0,43
	ζ_p	0,51	0,415	0,38	0,38	0,39	0,46	0,44	0,64
	a/d	1,23	1,70						
	ζ_s	0,20	0,15						
	ζ_p	0,35	0,30						
	a/d						1,50	2,40	
	ζ_s						0,125	0,095	
	ζ_p						0,250	0,317	
	δ°	22,5	30						
	a/d	1,17	1,23						
	ζ_s	0,112	0,15						
	a/d						1,23	2,37	3,77
	ζ_s						0,16	0,14	0,16
	ζ_p						0,30	0,26	0,24

الشكل (٦٣.١٨) استخلاص جملة نتائج هامة تتعلق بالتصميم الافضل من حيث الفواقد في الوصلات المركبة . فمن جهة يؤدي تأثير الخشونة الى زيادة قيمة معامل الفقد لحواشي الضعف تقريباً . ومن جهة أخرى يتضح أنه توجد قيمة أفضل للمسافة النسبية بين ملحقات الوصل a/d يكون عندها معامل الفقد أصغرياً ، ولا تتأثر هذه القيمة بالخشونة كثيراً ولكنها تختلف من نموذج لآخر . فهي تبلغ في حالة النموذج (A) ، الشكل (٦٣.١٨ - a) : $a/d = 1,5$ لجدران ملساء جداً أو خشنة جداً ، وتبلغ في حالة النموذج (B) ، الشكل (٦٣.١٨ - b) ، لجدران



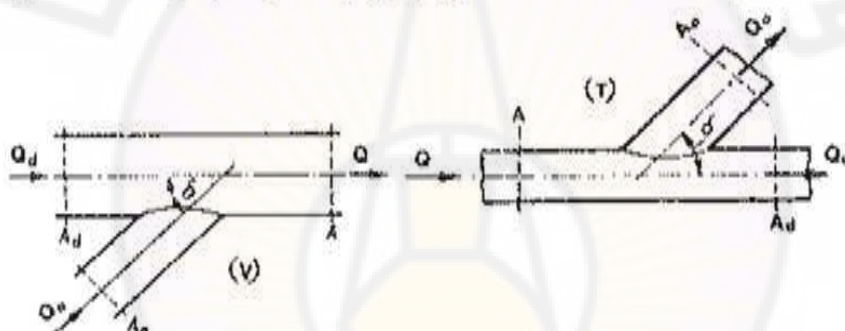
الشكل ١٨-٦٤ : معامل التفتت : لوصلات انحراف مختلفة شكلت باللحام من وصلات ركيبة بدلالة المسافة النسبية a/d بين مخات الوصل في حالة جريان ألمس وخشن ، حسب قياسات شوروت ، رابشل ، كوشياخ ، [119] .

ملساء جداً : $a/d = 1,5$ ، ولجدران خشنة جداً ، $a/d = 2,4$ ، ويكون معامل
 الفقد لهذا النموذج من أجل $a/d \approx 2$ يزيد فقط بحوالي 50 % عن قيمة ξ في
 حالة الاسكواغ الدائرية الانحناء . وفي حالة النموذجين (C) و (D) فإن
 $a/d = 1,7$ تعتبر قيمة أفضلية سواء كانت الجدران ملساء جداً أو خشنة جداً .

١٨ . ٢ . ٥ . ٣ الفقد في وصلات الانابيب لتوجيه وفقر في

التيار (الثبات)

الجريان في وصلات تفريع الانابيب ، الشكل (١٨ . ٦٤) ، لغاية توحيد
 التيار (V) أو تفريعه (T) معقد جداً ، لذلك فإن غالبية المعلومات المتوفرة حول
 الفواقد في هذه الوصلات ذات طابع تجريبي بحت ، ولكنها تؤكد أن معامل



الشكل ١٨ . ٦٤ : وصلة انابيب لتوحيد التيار (V) وتفريق التيار (T) . القيم
 بدون دليل للتيار الحجمي الاجمالي ، دليل " للانبوب الفرعي المائل زاوية θ ، دليل d
 للانبوب المتواصل .

الفقد ξ يتأثر بالزاوية θ التي يمل بها الانبوب الفرعي . (دليل θ) على الانبوب
 المتواصل (دليل d) ، ويتعلق أيضاً بنسبة التيار الحجمي الفرعي الى التيار
 الحجمي الاجمالي ، Q_1/Q ، وتختلف قيمة ξ لنفس الوصلة عندما نستخدم لتوحيد
 التيار أو لتفريقه ، كما يكون غالباً $\xi_1 \neq \xi_2$.

الجدول (١٥ ، ١٨) يتضمن قيم معامل الفقد ξ و ξ_1 لوصلات تفريع

الجدول ١٨ ، ١٥ : معامل الفقد للانبوب الفرعي ζ_{01} وللانبوب المتواصل ζ_{02}
 لوصلات توحيد (V) وتفريق التيار (T) ذات أشكال ومقاييس مختلفة بدلالة التيار المجمع
 النسبي Q_{01}/Q من أجل $Re > 10^5$, [30] .

وصلة تفريق التيار (T)		وصلة توحيد التيار (V)		Q_{01}/Q						
				0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-1 0	+2,3 0	11,6 0,1	29,1 0,3	—	—	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	1 0	3,0 0	8,9 0	19,4 0	—	—	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-0,65 0,25	+0,15 0,52	1,25 3,73	2,77 1,00	4,76 1,25	7,22 1,48	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	1,32 +0,20	1,52 -0,12	2,37 -0,5	4,28 +0,05	7,3 0,20	—	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-0,96 0,10	-0,01 0,30	+0,08 0,50	1,72 0,72	2,78 0,93	4,00 1,15	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	1,08 +0,20	1,16 -0,12	1,41 -0,05	2,02 +0,05	3,21 0,20	4,93 0,30	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-1,0 0,04	-0,40 0,17	-0,09 0,30	0,47 0,41	0,72 0,51	0,91 0,60	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	0,95 +0,04	0,88 -0,08	0,89 -0,05	0,95 +0,07	1,10 0,21	1,28 0,35	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-1 0	+1,7 -0,10	8,3 1,1	19,5 -7,9	34,5 -5,6	54 -9,5	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	1,0 -0,01	0,8 -0,035	5,6 0,01	14 0,095	27 0,21	44 0,34	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-1,0 0	-0,1 +0,015	0,75 0	2,10 -0,69	3,75 -1,50	5,5 -2,9	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	0,90 0	0,48 -0,045	0,60 -0,022	1,36 0,062	2,8 0,20	5,0 0,35	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-0,92 0,045	-0,37 0,17	0,0 0,19	+0,22 0,06	0,37 -0,16	0,38 -0,51	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	0,90 +0,04	0,63 -0,06	0,50 -0,04	0,38 +0,07	0,34 0,20	0,43 0,37	
	(V)	ζ_{01}	ζ_{02}	-0,92 0,04	-0,30 0,24	+0,13 0,30	0,40 0,25	0,57 +0,10	0,69 -0,19	
	(T)	ζ_{01}	ζ_{02}	0,98 +0,05	0,79 -0,05	0,64 -0,02	0,57 +0,07	0,60 0,20	0,75 0,35	
$Q_1 = Q/2 \quad Q_2 = 0$										
	$A_2 = A_1 = A$	$r = d$	0,4	0,3						
	$r = 0$		0,55	0,5						
$A_2 = A_1 = \frac{A}{2}$	$r = d$		0,4	0,85						
	$r = 0$		0,75	1,35						

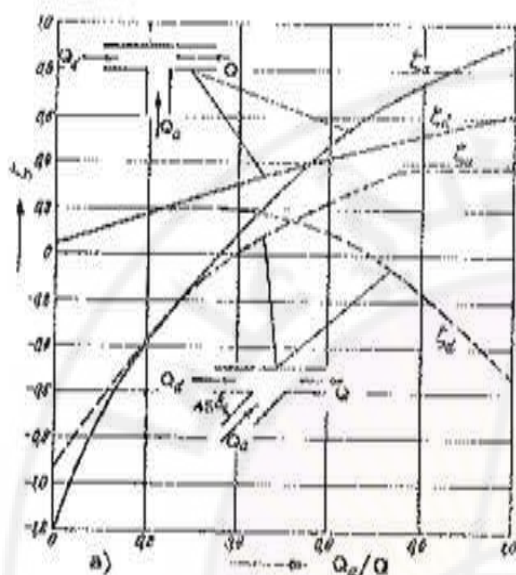
وتيات مختلفة الاشكال والمقاييس بدلالة التيار الحجمي النسبي Q_n/Q . ويبين الشكل (٦٦.١٨ - a) علاقة ζ_n و ζ_{n1} مع Q_n/Q لوصلة قائمة $\theta = 90^\circ$ ، (تبه) ووصلة ذات أنبوب فرعي يميل زاوية $\theta = 45^\circ$ في حالة توحيد التيار ، بينما يمثل الشكل (٦٦.١٨ - b) علاقة ζ_n و ζ_{n1} لنفس الوصلات في حالة تفريق التيار . بالمقابل بوضع الشكل (٦٧.١٨ - a) علاقة معامل الفقد في الأنبوب الفرعي ζ_{n1} ، والشكل (٦٧.١٨ - b) علاقة معامل الفقد في الأنبوب المتواصل ζ_n ، مع Q_n/Q وذلك بالنسبة لزوايا θ مختلفة وحالاتي توحيد وتفريق التيار .

يتضح من النتائج السابقة أن معامل الفقد للأنبوب الفرعي ζ_{n1} يكون غالباً أكبر من معامل الفقد للأنبوب المتواصل ζ_n . كما يتضح أيضاً أن الوصلات ذات الأنبوب الفرعي المائل زاوية $\theta < 90^\circ$ أفضل هيدروليكياً من الوصلات ذات الأنبوب الفرعي القائم (التيات) . وسبب ذلك ظاهرة انفصال الجريان على الأطراف الحادة للزوايا .

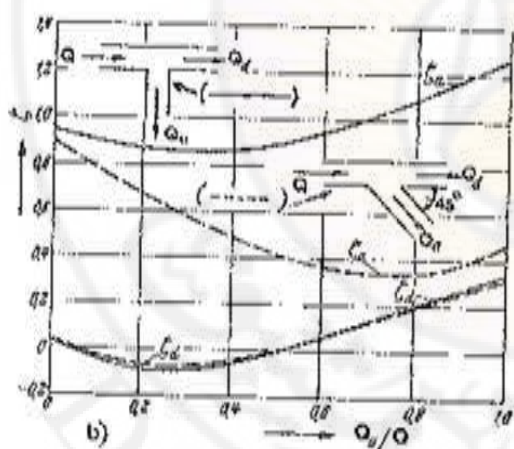
من جهة أخرى تعني قيم ζ الموجبة خسارة في الضغط ، والقيم السالبة زيادة في الضغط ، أي أن فرع التيار المعني يكتسب قدرة من الفرع المجاور . وكما بوضع الشكل (٦٧.١٨) في حالة توحيد التيار فإن التيار الفرعي المنعرج يكتسب قدرة من التيار المجاور من أجل $Q_n/Q \lesssim 0.5$ ، ($\zeta_n < 0$) ، ويكتسب التيار المتواصل (الرئيسي) قدرة من أجل $Q_n/Q \gtrsim 0.5$ ، ($\zeta_n > 0$) .

في الواقع نشأ ظاهرتان في الجريان خلف وصلة التفريع : الأولى ظاهرة التازج بين الجزيئات السائل السريعة والبطيئة مما يؤدي لزيادة الضغط الساكني في اتجاه الجريان ، والثانية ظاهرة تزايد الاضطراب ، وبالتالي تزايد الاحتكاك على الجدران ، الذي يسبب تناقص

الضغط الستاتيكي في اتجاه الجريان . كما الظاهران تأثيران على بعضها البعض وتراكبان
تكميلية لا تتعاقى فقط بالنسبة Q_{a1}/Q وإنما أيضاً بشكل وحدة التفريع .

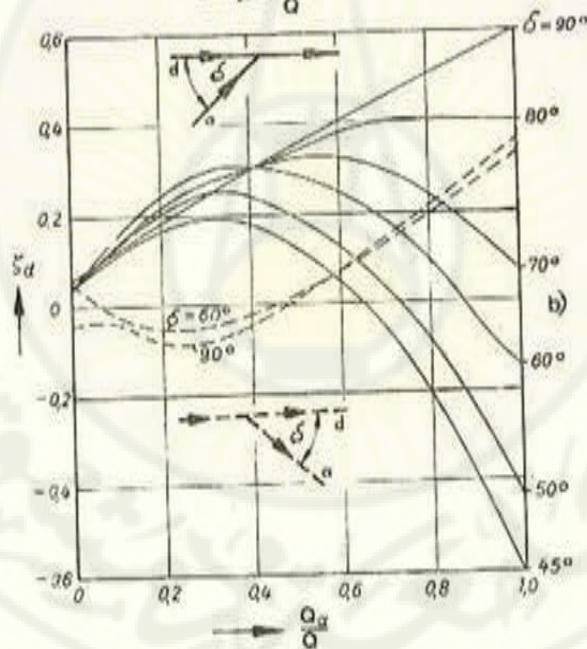
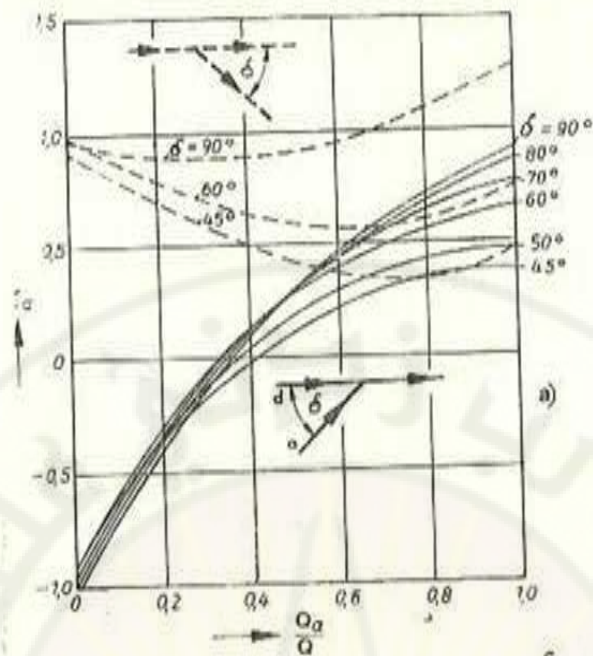


الشكل ٦٦.١٨
معامل الخسائر للأنيوب
الفرعي ζ_{a1} والمتواصل
 ζ_{a2} لتباعد قاذبة ووصلات
لتفريع مبدل الأنبوب الفرعي
($\delta = 4.5^\circ$)



قياسات فوجل [19] :
a) حالة توحيد التيار
b) حالة تفريق التيار

إن قيم ζ المحددة في الجدول (١٥.١٨) والشكلين (٦٧.١٨ و ٦٦.١٨)
تتأخر فقط فواقد الصدم والاحتكاك في موقع توحيد أو تفريق التيار بالذات



الشكل ١٧٠١٨ : معامل الفقد للأنبوب الفرعي f_a ، f_d ، والمتواصل $f_{a,d}$ ، (ب) ،
 لوصلات تفريق وتوحيد التيار من أجل زوايا مختلفة δ لميل الأنبوب الفرعي ، بدلالة
 التيار الحجمي النسبي Q_a/Q ، حسب قياسات شيلر [17] .

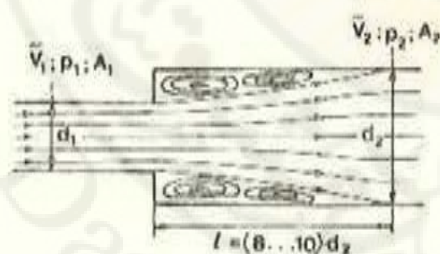
لوصلة التفريع . وننسب في كل الحالات الخسارة في الضغط إلى سرعة التيار الحجمي الإجمالي ، بحيث تكون :

$$\Delta p_{v_a} = \zeta_a \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \quad ; \quad \Delta p_{v_d} = \zeta_d \cdot \frac{\rho}{2} V^2 \quad (18.218).$$

لذلك يلزم عند تطبيق معادلة برنولي المطورة على نقطتين قبل وبعد موقع التفريع للوصلة ، وسواء الأنبوب الفرعي أو المتواصل ، أن تضاف إلى خسارة الضغط حسب (18.218) خسارة الضغط في وصلة الأنبوب المستقيمة بين موقع التفريع والنقطة المختارة .

١٨٠٣٠٥٠١٨ الفقد بسبب تغير فمائي للمقطع (الفقد الهيدرومي)

لا تخلو خطوط الانابيب المنشآت الهيدروليكية غالباً من مواقع يتوسع فيها أو تضيق مقطع الأنبوب فجائياً . ولقد أوضحنا في [154] ، ص ٣٤٧ وبعدها ، ظواهر الجريان التي تحدث بسبب تغير المقطع الفجائي ، وعالجنا بالتفصيل إمكانية حساب الفواقد الناتجة عن تشكل الأعاصير وعمليات المزج ، والمسماة



الشكل ١٨٠٣٠٥٠١٨ : التوسع الفجائي
لقطع الأنبوب بسبب تشكل أعاصير
الزوايا وعملية مزج تستمر لمسافة
 $l = (8 \dots 10) d_2$

« الفقد الصدمي » ، بمساعدة قانون الدفع الخطي . ونشير هنا إلى أن النتائج المحسوبة تتطابق بشكل جيد مع النتائج المقاسة . لذلك سنقتصر البحث اللاحق على النتائج المتعلقة بحساب معامل الفقد دون التفاصيل .
 في حالة توسع فجائي المقطع ، الشكل (٦٨.١٨) ، ينتج الفقد الصدمي كخسارة ضغط لا تشمل فواق الاحتكاك بالصيغة :

$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)^2 = \zeta_v \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 \quad (18.219),$$

حيث ζ_v معامل الفقد الصدمي منسوباً للسرعة $\bar{V}_2$ في المقطع المتوسع بعد أن تكون عملية المزج وتشكل الأعاصير قد انتهت وعاد الجريان بلاً كامل المقطع بعد مسافة من مقطع التوسع تبلغ $d_2 \cdot (8 \dots 10) \approx l$. ونجد بسهولة مع مراعاة معادلة الاستمرار $\bar{V}_1 A_1 = \bar{V}_2 A_2$ أن :

$$\zeta_v = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} - 1 \right)^2 = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 - 1 \right]^2 \quad (18.220).$$

ان، مودود عملية تحول القدرة الحركية لقدرة ضغط نتيجة الفقد الصدمي η_{Dir} يعرف كنسبة بين فرق الضغط $\Delta p = p_2 - p_1$ حسب الشكل (٦٨.١٨) وفرق الضغط حسب معادلة برنولي في حالة جريان بدون تشكل اعاصير ومزج

$$: \Delta p' = \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) = \Delta p + \Delta p_v \quad (\text{مقطع متوسع تدريجياً})$$

$$\eta_{Dir} = \frac{\Delta p}{\Delta p'} = \frac{2 \left[\frac{A_1}{A_2} - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]}{1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (18.221).$$

η_{Dir} يسمى أيضاً مودود النافذة ويقرب من الواحد كلما اقتربت نسبة المقاطع A_1/A_2 من الواحد (الشكل ٤٣.٨ في [154]) ، وتبلغ قيمته $\eta_{Dir}=0,667$ من أجل $A_1/A_2 = 0,5$ و $\eta_{Dir} = 0,947$ من أجل $A_1/A_2 = 0,9$.

في حالة تضيق فجائي المقطع الأنبوب ينشأ فقد صدمي نتيجة تشكل الاغصير وتضيق التيار النافوري ، على غرار ما يحدث عند المدخل الحاد لأنبوب (الشكل ٣٧.١٨ - ٥) . وبسبب أن الجريان في هذه الحالة متسارع فإن الفقد الصدمي يكون أقل من مثيله في حالة التوسع الفجائي للمقطع ، حيث الجريان متباطيء ، ويحتاج الجريان اعتباراً من مقطع التضيق لمسافة أقصر حتى تختفي ظاهرة التضيق وينتظم الجريان .

نرمز بالدليل (١) للقيم قبل مقطع التضيق وبالدليل (٢) للقيم بعده ، بينما نخصص الدليل (st) للقيم في المقطع المتضيق للتيار النافوري . عندئذ يكون الفقد الصدمي كخسارة ضغط :

$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} (V_{s1} - V_2)^2 = \zeta_v \cdot \frac{\rho}{2} V_2^2 \quad (18.222),$$

ومعامل الفقد الصدمي :

$$\zeta_v = \left(\frac{A_2}{A_{st}} - 1 \right)^2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_{st}} \right)^2 - 1 \right]^2 \quad (18.223),$$

ومردود نحول القدرة الحركية لضغط :

$$\eta = \frac{2 V_2}{V_2 + V_{s1}} = \frac{2}{1 + A_2/A_{st}} \quad (18.224),$$

بإدخال معامل التضيق $\mu_D = A_{st}/A_2$ تصبح (18.223) :

$$\zeta_v = \left(\frac{1}{\mu_D} - 1 \right)^2 \quad (18.225)$$

وقد وجد فاييزباخ من أجل $A_2/A_1 \leq 0,1$ أن :

$\mu_D = 0,62 \dots 0,64$ عندما تكون حوافي مقطع التضيق حادة ،

$\mu_D = 0,70 \dots 0,80$ عندما تكون حوافي مقطع التضيق مكسورة قليلاً ،

$\mu_D = 0,9$ عندما تكون حوافي مقطع التضيق مدوّرة قليلاً ،

$\mu_D = 0,99$ عندما يكون مقطع التضيق بشكل نفّاثة طويلة نسبياً .

وعليه يكون $\zeta_2 = 0,37$ عندما $\mu_D = 0,62$ و $\zeta_2 = 0,12$ عندما $\mu_D = 0,9$.

إضافة لما تقدم يحدث تغير فجائي لمقطع الجريان عند استخدام حلقات ونفّاثات القياس كأجهزة لقياس التيار الحجمي في الأنابيب ، [154] ص ٣٠٢ .
ويبين الشكل (٦٩. ١٨) صورة معبرة للجريان عبر حلقة قياس تتجلى فيها بوضوح ظاهرة تشكل الأعاصير وتضيق التيار النافوري . ويرتبط بهاتين الظاهرتين دائماً نشوء فواقد إضافية .



الشكل ٦٩. ١٨ : الجريان عبر حلقة قياس حادة الأطراف ، وقد استخدمت لترقية الجريان رقائقات من الألمنيوم [82] .

عندما يعبر الجريان الحلقة يتعرض لعملية تسارع من $\bar{V}_1 = Q/A_1$ إلى $\bar{V}_2 = Q/\mu_D \cdot A_2$ ، حيث μ_D معامل التضيق و A_2 المقطع الهندسي للحلقة . ويمكن اعتبار أن عملية التسارع هذه تتم بدون فواقد تقريباً .

بعد الحلقة يتعرض الجريان لعملية كبح مائلة حالة توسع فجائي للمقطع
تسبب بشكل رئيسي الفواقد الإضافية . وعليه نجد معامل الفقد للحلقة منسوباً
الى السرعة في الانبوب قبل الحلقة :

$$\zeta_1 = \frac{\Delta p_v}{\rho \cdot V_1^2 / 2} = \left(\frac{A_1}{\mu_D \cdot A_2} - 1 \right)^2 \quad (18.226)$$

أو منسوباً الى السرعة في مقطع الحلقة بالذات :

$$\zeta_2 = \frac{\Delta p_v}{\rho \cdot V_2^2 / 2} = \left(\frac{1}{\mu_D} - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \quad (18.227).$$

فايزاخ [20] وجد القيم التالية لمعامل الفقد ζ_1 :

$A_2/A_1 =$	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\mu_D =$	0.632	0.659	0.681	0.712	0.755	0.813	0.892
$\zeta_1 =$	47.77	7.80	3.76	1.80	0.80	0.29	0.06

٥.٢.٥.١٨ الفقد بسبب تغير مستمر للمقطع (الناشرات والانفاصات)

تجنباً للفواقد الكبيرة الناتجة عن تغير فجائي للمقطع يفضل دائماً عندما
تستدعي الضرورة لتغيير مقطع الجريان استخدام وصلات مخروطية ذات تغير
مستمر (تدرجي) للمقطع تسمى ناشرات Diffusers عندما يتوسع مقطع
الجريان تدرجياً و انفاصات عندما يتمضي مقطع الجريان تدرجياً . ونصادف مثل
هذه الوصلات في شبكات الانابيب أما كوصلات انتقالية ، عندما يتوجب تغيير
قطر الانبوب من d_1 إلى d_2 إلى d_3 ونرغب بإبقاء الفواقد نتيجة ذلك قليلة ،
أو كناشرات نهاية تركيب في نهاية خط الانابيب لاسترجاع جزء من القدرة
الحركية للتيار الحجمي قبل خروجه من الانبوب . ونظراً لأهمية هذه الوصلات
العملية ولكون الظواهر التي ترافق الجريان فيها مثيرة علمياً فقد أفردت لها

دراسات كثيرة نظرية وتجريبية . وسنقتصر بحثنا هنا على الجريان المضطرب فقط .

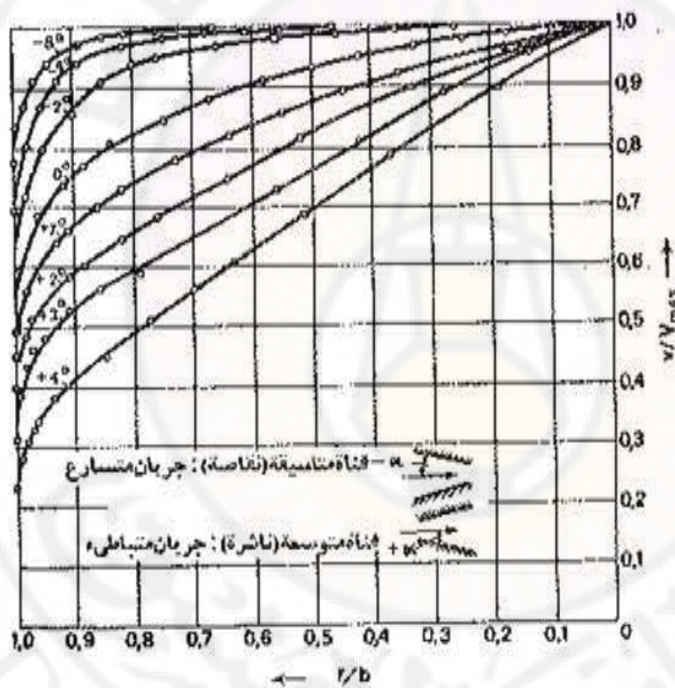
إن الجريان في ناشرة متباطئ ، بمعنى أن جزيئات السائل تتحرك ضد ضغط هتوايد باستمرار ، لأن توسع المقطع يؤدي حسب شرط الاستمرار لتناقص السرعة ، وبالتالي لتزايد الضغط حسب معادلة برنولي . ومن الواضح أن تزايد الضغط باتجاه الجريان يكون أكبر كلما كانت زاوية ميل جدار الناشرة على محورها ، أي نصف زاوية انفراج الناشرة α ، (الشكل ١٨ . ٧٣) ، أكبر . وعند قيمة معينة حرجية α_c لا تتمم جزيئات الطبقة الحدية المتكونة على جدار الناشرة ذات القدرة الحركية الضعيفة من مقاومة تزايد الضغط ، وبالتالي تنفصم عن الجدار ، وينعكس اتجاه حركتها ، مما يؤدي لتشكيل أعاصير قوية تمتد على جدار الناشرة اعتباراً من نقطة الانفصام Separation point .

إن انقصاص الجريان في الناشرة يفتون بفواقد عالية ، ترددات كلما كانت $\alpha > \alpha_c$ إلى أن يسود قانون المقاومة المربع ونهيمن مقاومة الضغط على مقاومة الاحتكاك (جريان اعصاري بحث تقريباً) . بالمقابل لا ينفصم الجريان في النفاصة لأنه متسامع بسبب تناقص الضغط باتجاه الجريان ، وبالتالي فإن الفواقد صغيرة جداً بالمقارنة مع الناشرة وتنعصر بفواقد الاحتكاك فقط .

في ضوء ما تقدم تتجلى أهمية السؤال عن زاوية انفراج الناشرة المسموح بها أو الحرجية ، التي يبقى الجريان عندها بدون انقصاص ، إضافة للسؤال عن علاقة تحديد معامل الفقد للناشرة والنفاصة . وتستوجب الإجابة عن ذلك التعرف على تفاصيل الجريان ، وبخاصة توزيع السرعة والضغط .

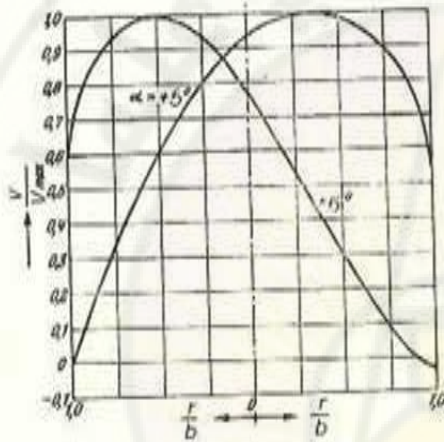
لقد أثبتت القياسات أن الضغط الستاتيكي موزع بانتظام على مقطع الناشرة والنفاصة . وبسمح الشكل (١٨ . ٧٠) بالحكم على علاقة بروفيل السرعة مع

زاوية انفراج النافذة او النفاضة ، حيث يتجلى بوضوح أن ميل بروفييل المنحني السرعة في حالة قناة بشكل نافذة يزداد باستمرار باتجاه محور القناة او الانبوب و يقل باستمرار في حالة قناة بشكل نقاصة ، بالمقارنة مع بروفييل السرعة في انبوب اسطواناني ثابت المقطع . من جهة أخرى يتبين من الشكل أن بروفييلات السرعة كافة متناظرة بالنسبة لمحور الانبوب عند عدد رينولدز المحسوب بالسرعة عند مدخل الانبوب $Re_1 = 6,1.10^4$ ومن أجل انصاف زوايا انفراج حتى $\alpha = +40^\circ$. هذا يؤكد ان الجريان لا يتعرض لظاهرة الانفصام في هذا المجال



الشكل ١٨ : توزيع السرعة على مقطع قناة بشكل نافذة (جريان متباطيء)
وبشكل نقاصة (جريان متسارع) بدلالة البعد المماسي عن محور القناة r/b (دا عرض
القناة) من أجل زوايا انفراج $\alpha \pm 20^\circ$ مختلفة ، حسب قياسات أجراها ليكورداسي عند عدد
رينولدز في مدخل القناة $Re_1 = 6,1.10^4$ ، مثل [19] ، [8] .

الزوايا α . ولكن التجارب تؤكد أن الجريان ينقسم في مواقع مفضلة على الجدار الداخلي للناشرة عندما تتخطى الزاوية α قيمة حرجية معينة أو تزداد قيمة عدد رينولدز عن قيمة معينة . عندئذ يصبح بروفيل السرعة غير متناظر ، كما يبين ذلك الشكل (٧١ ، ١٨) بالنسبة لنصفي زاويتي الانفراج $\alpha = 5^\circ$ و $\alpha = 6^\circ$ حيث أجريت القياسات عند $Re_1 = 6,1 \cdot 10^4$. هنا حدث انفصام الجريان في مجال زوايا انفراج صغيرة نسبياً : $\alpha = 4,8^\circ - 5,1^\circ$.



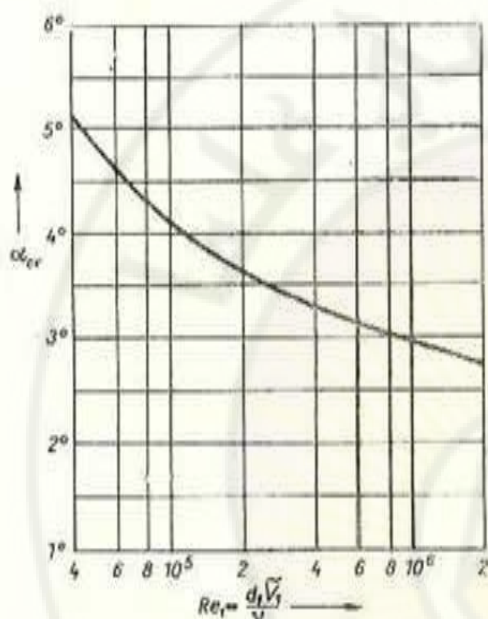
الشكل ٧١ ، ١٨ : توزيع السرعة على مقطع ناشرة من أجل نصفي زاوية الانفراج $\alpha = 5^\circ$ و $\alpha = 6^\circ$ ، حسب قياسات نيكورادسي عند $Re_1 = 6,1 \cdot 10^4$. [19]

لقد وجد نيكورادسي أن نصف زاوية الانفراج الحدية (الحرجية) لناشرة ذات جدران ملساء التي يضمن عندها عدم حدوث الانفصام للجريان تعطى بالعلاقة :

$$\alpha_{cr} \leq 75 \cdot Re_1^{-1/4} \quad (18.228)$$

وبوجبها تكون $\alpha_{cr} = 4,8^\circ$ عندما $Re_1 = 6,1 \cdot 10^4$. أما فايز بانخ فقد اعتبر $\alpha_{cr} = 4^\circ$ قيمة اعظمية لـ α لتجنب الانفصام . وتعتمد هذه القيمة في الحسابات العملية حتى $Re_1 = 10^5$ ومن أجل خشونات متوسطة . ويعتبر إريك [8]

$\alpha_{cr} = 2,75^\circ$ من أجل $Re_1 = 2 \cdot 10^6$. ويبين الشكل (٧٢ . ١٨) العلاقة بين α_{cr} وعدد رينولدز Re_1 ، حيث نلاحظ أن α_{cr} تنقص مع ازدياد Re_1 لأن مساحة الطبقة الحدية تصغر كلما زاد Re وبالتالي تصبح جزيئات السائل فيها أكثر استعداداً للانفصال عن الجدار .



الشكل ٧٢ . ١٨ : العلاقة بين نصف زاوية الانفراج الحدية α_{cr} وعدد رينولدز Re_1 اذبان عدم حدوث انفصال للجريان في النافذة ، حسب [164] .

البولج [7a] اشتق تعبيراً مكافئاً للعلاقة (18.228) بالصيغة :

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{dA}{ds} \leq \hat{\alpha}_{cr} \quad (18.228 \cdot a)$$

أطلق عليه مُعَيَّنُ النافذة ويسمى بتعدد α_{cr} بالنسبة لمقاطع غير دائرية أيضاً ، حيث U محيط المقطع المبطل ، A مساحة المقطع ، « إمدائي باتجاه الجريان . يميز النافذة يمثل الشرط الهندسي لتشابه حالة الجريان في ناشرات مختلفة ، وبالتالي يعتبر منطقاً لتصميم ناشرات ذات فواقد قليلة .

١- معامل الفقد يتعلق بـ ووفيل توزيع السرعة ، ولا يمكن حسابه إلا في حالة عدم حدوث الانقصاص للجريان ، حيث يعبر عندئذ عن فواقد الاحتكاك فقط . في هذه الحالة ، بفرض $2y$ القطر المتغير للناشرة أو النفاضة ، λ معامل احتكاك وسطي نختاره ، فتتبع خسارة الضغط بسبب الاحتكاك بين مدخل الرصلة (1) ومخرجها (2) بالصيغة :

$$\Delta p_v = - \lambda \frac{\rho}{2} \int_{(1)}^{(2)} \frac{dl}{2y} \quad (18.229).$$

فاذا راعينا شرط الاستمرار :

$$4vy^3 = \bar{V}_1 d_1^3 = \bar{V}_2 d_2^3 \quad (18.230)$$

ولاحظنا بموجب الشكل (٧٣.١٨) أن :

$$\frac{dl}{dy} = \frac{2l}{d_2 - d_1} \quad (18.231),$$

وأنه في حالة نفاضة ذات مقطع دائري :

$$l = \frac{d_2 - d_1}{2 \tan \alpha} \Rightarrow \frac{l}{d_1} = \frac{1}{2 \tan \alpha} \left(1 - \frac{d_2}{d_1} \right) \quad (18.232),$$

وفي حالة ناشرة :

$$\frac{l}{d_1} = \frac{1}{2 \tan \alpha} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right) \quad (18.233),$$

نجد بعد ادخال (18.230) و (18.231) في (18.229) وإجراء التكامل :

$$\Delta p_v = \lambda \frac{\rho}{4} \frac{l}{d_1} \left[1 + \frac{d_2}{d_1} + \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 + \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 \right] \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 = \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 \quad (18.234)$$

أحياناً ينسب معامل الفقد إلى ضغط الركود عند المدخل ، بدلاً من المخرج .
ويمكن بمساعدة العلاقة :

$$\Delta p_v = \zeta_{if} \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}_1^2 = \zeta_{ex} \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 \quad (18.235)$$

مقارنة قيم ζ في الحالتين .

كخطوة تقريبية أولى يمكن حسب [19] اعتماد قيم وسطية للقطر والسرعة :

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad ; \quad \bar{V} = \frac{\bar{V}_1 + \bar{V}_2}{2}$$

ويبلغ على هذا الأساس معامل الفقد بسبب الاحتكاك :

$$\zeta_{2f} = \lambda \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{d_1 + d_2} \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 + 1 \right] = \alpha \cdot \lambda \quad (18.236)$$

ونحصل بذلك على قيم لـ ζ_{2f} مساوية أو أكبر قليلاً من القيم المحسوبة بموجب (18.234) مع مراعاة (18.232) و (18.233) عند حساب λ .

في حالة نقاسة ومن أجل $\alpha = 1$ ، نجد عندما $d_1/d_2 = 1,2$ أن $\alpha = 0,93$ ، وعندما $d_1/d_2 = 2$ أن $\alpha = 1,68$. ونتتبع القيم المتباينة من أجل $\alpha = 10^0$: $\alpha = 0,37$ و $\alpha = 0,67$. فإذا كانت قيمة λ معروفة فتتحدد قيمة ζ_{2f} أو ζ_{if} بمراعاة (18.235) .

إضافة لتغير الضغط بسبب فواقد الاحتكاك ينشأ فرق ضغط بسبب تزايد السرعة أو تناقصها باتجاه الجريان في النقاسة أو الناشرة ، بحسب بمساعدة معادلة برنولي على أساس افتراض جريان مثالي بين مدخل ومخرج النقاسة أو الناشرة . وعليه يكون في حالة النقاسة :

$$\begin{aligned} \Delta p_{in} &= (p_1 - p_2)_{in} = \frac{\rho}{2} \cdot (\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2) = \\ &= \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 \left[1 - \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} \right)^2 \right] = \zeta'_{2n} \cdot \frac{\rho}{2} \bar{V}_2^2 \end{aligned} \quad (18.237)$$

حيث ζ'_2 معامل فرق الضغط المعروف على غرار ζ'_2 . فإذا راعينا شرط الاستمرار:

$$\zeta'_2 \cdot A_2 = \zeta'_1 \cdot A_1$$

$$\zeta'_2 = 1 - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^4 \quad (18.238),$$

ويصبح بالتالي تناقص الضغط الاجمالي في النفاضة مع مراعاة (18.234) أو
 (18.236):

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\zeta_{2f} + \zeta'_2) \cdot \frac{\rho}{2} V_2^2 \quad (18.239)$$

في حالة النافثة يمكن حساب تزايد الضغط الاجمالي $\Delta p = p_2 - p_1$ بمساعدة (18.239) ايضاً ، اذا لم يحدث انفصام للجريان ، وبالتالي عندما $\alpha \leq 4^\circ$.
 عندئذ يكون معامل الفقد ζ_{2f} اصغر بكثير نسبياً من ζ'_2 لأن تزايد الضغط اكبر بكثير من تناقصه بسبب فواقد الاحتكاك . ونجد بسهولة بمساعدة العلاقات السابقة ومن اجل $\alpha = 4^\circ$ و $\lambda = 0,025$ القيم التالية :

$d_2/d_1 \rightarrow$ نسبة الاقطار	1,2	1,4	2,0
$\zeta_{2f} \rightarrow$ معامل فقد الاحتكاك : (18.236)	0,05	0,13	0,67
$\zeta'_2 \rightarrow$ معامل تزايد الضغط : $(d_2/d_1)^4 - 1$	1,10	2,80	2,00

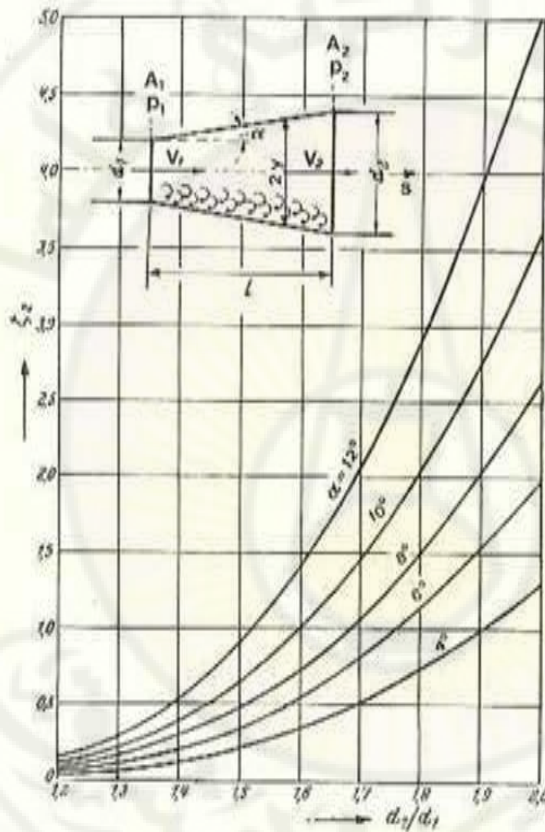
إذا حدث انفصام للجريان في النافثة ، $\alpha > 4^\circ$ ، ينشأ فقد صدمي ضايف ، بحسب على غرار (18.220) بالصيغة :

$$\zeta''_2 = \varphi \cdot \left[\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^4 - 1 \right]^2 \quad (18.240),$$

حيث φ معامل يتحدد من التجارب . بذلك يصبح معامل فقد النافثة بسبب الاحتكاك وتشكل الاعاصير :

$$\zeta_2 = \zeta_{2f} + \zeta_2'' \quad (18.241).$$

الشكل (٧٣.١٨) يبين علاقة ζ_2 مع نسبة الاقطار d_2/d_1 بالنسبة لعدد من انصاف زوايا الانفراج 12° حتى 4° . ونلاحظ من الشكل أنه مع ازدياد α يهين الفقد الصدمي على فقد الاحتكاك ويصبح ζ_2'' اضعاف ζ_{2f} .



الشكل ٧٣.١٨ : تغير قيم معامل فقد النافذة ζ_2 المؤكدة تجريبياً مع نسبة الاقطار من أجل انصاف زوايا انفراج $\alpha = 4^\circ$ (بدون انقصام) حتى $\alpha = 12^\circ$ (مع انقصام الجريان) . [19] .

كقيم وسطية للمعامل φ في (18.240) ، مستقلة تقريباً عن قيم d_2/d_1 ،
يمكن حسب [19] اعتماد القيم التالية لحساب ζ_2 عندما $\lambda = 0,025$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha = 4^\circ &\rightarrow \varphi = 0,06 \\ \alpha = 8^\circ &\rightarrow \varphi = 0,26 \\ \alpha = 12^\circ &\rightarrow \varphi = 0,54 \\ \alpha \geq 30^\circ &\rightarrow \varphi = 1,00 \end{aligned} \right\} \quad (18.240a)$$

الى جانب معامل الفقد يمكن ان نعرف مودود الناشرة كنسبة فرق الضغط بين مخرج ومدخل الناشرة الانتقالية في حالة جريان حقيقي الى فرق الضغط في حالة جريان مثالي :

$$\gamma_{diff} = \frac{p_2 - p_1}{p_{2id} - p_1} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\rho}{2} (\bar{V}_1^2 - \bar{V}_2^2)} \quad (18.242).$$

ويرتبط γ_{diff} مع ζ_1 بالعلاقة :

$$\zeta_1 = \frac{\Delta p_v}{\frac{\rho}{2} \bar{V}_1^2} = (1 - \gamma_{diff}) \cdot [1 - (A_1/A_2)^2] \quad (18.243).$$

كما يعرف كعبار لتميز ناشرات النهاية المردودة الاذني كنسبة بين استعادة كسب الضغط في ناشرة حقيقية الى استعادة كسب الضغط في ناشرة مثالية فكسب الجريان عند نهايتها حتى $\bar{V}_2 = 0$ ، ويكون :

$$\gamma_{diff} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\rho}{2} \bar{V}_1^2} \quad (18.244).$$

لقد اولى تصميم الناشرات بمختلف انواعها اهتمام خاص ينبغي في دراسات مستفيضة معمقة . وطورت طرق خاصة للتصميم على اساس المردود الافضلي عندما تكون زاوية الانفراج معلومة او عندما يكون طول الناشرة محدوداً . ونجد في بعض المصادر [7] ، [8] مثلاً ، عرضاً مكثفاً وشاملاً لأم النتائج التي تم التوصل اليها في هذا المجال .

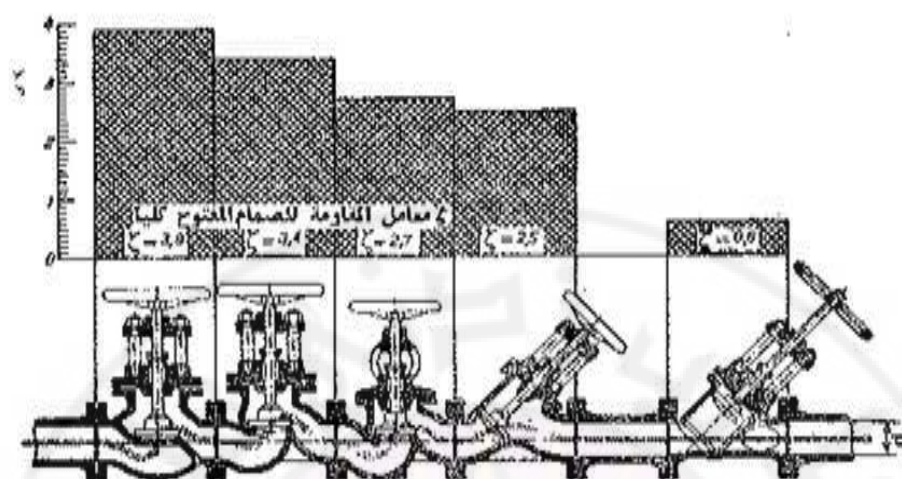
٦.٣.٥.١٨ الفقد في الصمامات وأجهزة التحكم بالتيار الحثوي

إن الصعوبة الأساسية أمام تحديد مرنق للفواقد في الصمامات وما شابهها من تجهيزات الأنابيب والأقنية للتحكم بالتيار الحثوي تكمن في استحالة التعرف بدقة على تفاصيل الجريان فيها بسبب أن شكل مقطع الجريان متغير . إضافة لذلك فإن الشكل الهندسي البنيوي لغالبية أجهزة الحث والتحكم غير بسيطة بل معقدة أحياناً جداً .

إن المصدر الرئيسي للفواقد في أجهزة الحث يكمن في تشكل الأعاصير وقضيق التيار النافوري ، خاصة عندما يكون الصمام مغلقاً جزئياً . وتخضع هذه الفواقد في الغالب لقانون المقاومة المربع ، بمعنى أن معامل الفقد ξ لا يتعلق بعدد رينولدز ، وتتغير قيمته في المجال $\infty > \text{Re} \geq 10^4$ ، حيث ξ معامل الفقد عندما يكون مقطع الجريان في الصمام أو جهاز الحث مفتوحاً كلياً ، بينما $\xi = \infty$ معامل الفقد عندما يكون الصمام مغلقاً تماماً .

وتعطي غالبية الشركات الصانعة للصمامات قيم ξ بالنسبة لوضعية مختلفة لفتح الصمام كمعيار لجودة الصمام ، علماً أن القيم المنشورة هذه تخص غالباً النموذج الأولي Prototype الذي يختلف في الغالب كثيراً أو قليلاً على النموذج المصنع تجارياً .

الشكل (٧٤.١٨) يعطي فكرة عامة عن قيم معامل الفقد ξ لأنواع مختلفة من صمامات العبور المتداولة للحالة التي يكون فيها مقطع الجريان مفتوحاً كلياً ومن أجل قطر دخول وخروج $d = 100 \text{ mm}$. ويتجلى واضحاً تأثير تصميم الصمام على قيمة معامل الفقد . ξ يزداد كلما صغر القطر d ، وصغر مع تزايد d ، بالنسبة لغالبية النماذج . فمثلاً تكون حسب [171] قيمة ξ العملية



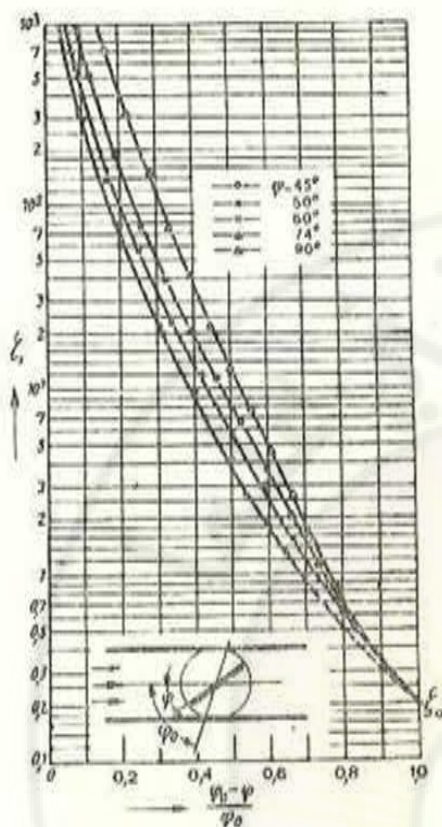
الشكل ٧٤.١٨ : معامل الفقد ؛ لنماذج مختلفة من صمامات العبور للحالة التي يكون فيها الصمام مفتوحاً كلياً ، حسب بفليدرر Pfleiderer ، [8] ، [19] .

للصمام الايمن في الشكل (٧٤.١٨) $\zeta = 1.0$ من اجل $d = 50 \text{ mm}$ و $\zeta = 0.7$ من اجل $d = 100 \text{ mm}$ و $\zeta = 0.6$ من اجل $d = 200 \text{ mm}$.

من اجل نماذج أخرى للصمامات نجد في [171] قيم معامل الفقد كالتالي :
صمام زاوية Angle valve : 3.0 حتى 2.8 ؛ صمام عدم رجوع ذو ساق شاقولية : 6.0 حتى 5.0 ، وذو ساق مائلة : 3.0 حتى 2.5 ؛ مضافة سحب مع صمام قدمي Foot valve : 2.5 حتى 2.2 .

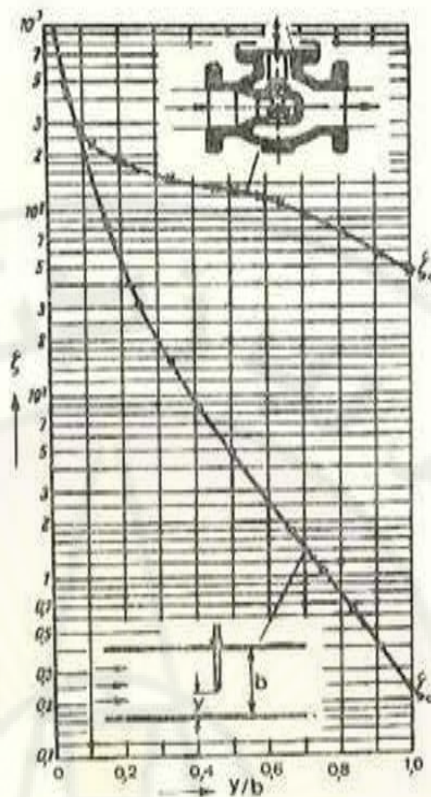
لتحديد ζ للصمامات وعناصر الحثق الاخرى يتم قياس فرق الضغط Δp بين ماقبل وما بعد العنصر ، وتكون خسارة الضغط في حالة تساوي مقطع الدخول والخروج :

$$\Delta p_v = \Delta p = p_1 - p_2 = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \vec{V}_1^2 \quad (18.245)$$



الشكل ١٨، ٧٩ : معامل الفقد

لصمام خنق قرصي بدلالة تابع لراوية
الانفتاح ، [٧ a] .



الشكل ١٨، ٧٥ : معامل الفقد

لصمام عبور ذي مقعد مضاعف
والصمام انزلاقي ذو مقطع مربع بدلالة
درجة انفتاح مقطع الجريان ، [٧ a]

الشكل (١٨، ٧٥) يعطي قيم ξ المقاسة ، في حالة صمام عبور ذي مقعد مضاعف وفي حالة صمام انزلاقي Slide valve ذي مقطع مربع ، بدلالة نسبة انفتاح مقطع الجريان ، حيث نلاحظ أن $\infty \rightarrow \xi$ عندما يكون المقطع مغلقاً وبصحيح $\xi = \xi_0$ عندما يكون المقطع مفتوحاً كلياً . الشكل (١٨، ٧٦)

يبين تغير قسم ϵ بدلالة تابع لزوجة الانفتاح بالنسبة لصمام خنق فريش
 Butterfly valve

٦.١٨ مسائل عملية لحساب الجريان المستقر في خطوط وشبكات الأنابيب

١.٦.١٨ المسائل البسيطة التي تم لحساب خطوط الأنابيب

مما تعقدت وتشعبت مسائل الجريان في خطوط الأنابيب فبالامكان
 إرجاعها الى ثلاث مسائل بسيطة يعتبر حلها أساساً لتصميم وحساب خطوط
 الأنابيب وهي :

المسألة الأولى : المعاليم فيها : التيار الحجمي Q ، طول الأنبوب l ، وقطره
 d ، الخسونة المطلقة k ، الزوجية الحركية ν ، والمجهيل المطلوبة : سرعة التيار
 الحجمي V ، الخسارة الاجمالية في الضغط Δp_v او ارتفاع الفواقد الاجمالي Δh_v .

المسألة الثانية : المعاليم : Δp_v ، l ، d ، k ، ν ، والمجهيل المطلوبة : Q ، V .

المسألة الثالثة : المعاليم : Δp_v ، Q ، l ، k ، ν ، والمجهيل المطلوبة : d ، V .

حل هذه المسائل يستعان في الحالة العامة بمعادلة الاستمرار (18.3) ، بمعادلة
 برنولي المطورة (18.4) ، بقانون دافسي - فايز باغ (18.8) ، بمعطيات المقاومة
 العام ، الشكل (٣٦.١٨) مع الشكل (٣٧.١٨) ، او بتطبيق احد قوانين
 المقاومة المناسب لحالة الجريان ، والاستعانة بالجدول لتحديد الخسونة k .
 وعندما يكون خط الأنابيب مجهزاً بمقاومات افراذية فيلزم تحديد معامل الفقد ζ
 لكل منها بموجب معطيات الفقرة (٥.١٨) ، وأن نفهم Δp_v في المسائل الثلاث
 كخسارة إجمالية للضغط بموجب (18.198) .

لقد رتب المسائل الثلاث وفقاً لتعقد حلها . ففي المسألة الأولى بحسب من المعالم مباشرة Re و k/d وبالتالي نحدد λ من مخطط مودي مباشرة و Δp_v من قانون دارسي .

في المسألة الثانية نجهل السرعة v ومعامل الاحتكاك λ ، وباعتبار الخشونة النسبية k/d معلومة نستعين بمخطط مودي ونفرض قيمة λ ندخلها في قانون دارسي لنحدد قيمة أولية للسرعة v ، وعلى أساسها قيمة أولية لعدد رينولدز Re ، نبدأ بها الخطوة التقريبية التالية لتحديد λ بمساعدة مخطط المقاومة . ونكرر العملية حتى نحصل على قيمة ثابتة نهائية لـ λ نحدد على أساس v و Q .

المسألة الثالثة أعقد من سابقتها لوجود ثلاثة مجهول في قانون دارسي : λ ، v ، d ، وبحلولين في معادلة الاستمرار : d ، v ، وثلاثة مجهول في معادلة عدد رينولدز : d ، v ، Re . وكذلك فإن k/d مجهول . وعليه نستعين بمعادلة الاستمرار : $Q = v \cdot \pi \cdot d^2 / 4$ ، لنعزل السرعة من قانون دارسي فيصبح :

$$\Delta p_v = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^2}{(\pi \cdot d^4 / 4)^2} \Rightarrow d^5 = \frac{8 \cdot l \cdot Q^2 \cdot \rho}{\Delta p_v \cdot \pi^2} \cdot \lambda = C_1 \cdot \lambda \quad (18.246),$$

حيث C_1 قيمة نحدد من معطيات المسألة . ونعزل السرعة من تعبير Re فيصبح :

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \nu} \cdot \frac{1}{d} = \frac{C_2}{d} \quad (18.247),$$

حيث C_2 قيمة نحدد أيضاً من معطيات المسألة . بحسب ذلك يلزم إجراء الخطوات التقريبية المتعاقبة التالية :

- ١ - نفرض قيمة أولية معقولة لـ λ ونحل (18.246) فنجد قيمة أولية لـ d .
- ٢ - نحسب قيمة أولية لـ Re بموجب (18.247) : ونحسب الخشونة النسبية k/d .
- ٣ - نستعين بمخطط مودي ونحسب قيمة جديدة لـ λ توافق قيمة Re و k/d المحسوبتين .
- ٤ - نكرر الحساب (غالباً مرة أو مرتين على الأكثر) حتى تثبت قيمة λ ونتحقق المعادلات ونواصل بالتالي للمطلوب .

٢٠٦.١٨ تحديد استطاعة المضخة الهوائية لحظ أنابيب معين

المضخة آلة عمل تتلقى قدرة ميكانيكية من محرك كهربائي أو محرك احتراق داخلي وتضخ السائل الذي يعبرها بجزء من هذه القدرة تتعلق قيمته بحدود المضخة η_p . وتم عملية شحن القدرة عن طريق الدوالب الدائر Impeller للمضخة الطاردة المركزية Centrifugal pump ، أو بواسطة التأثير الانزلاحي للمكبس إذا كانت من نوع المضخات المكبسية أو الحجمية Piston or volumetric pumps .

إن التعرض لتفاصيل تصميم المضخات والجريان فيها بالذات لا يدخل في إطار هذا الكتاب ، حيث يستلزم ذلك كتاباً مختصاً بشكلاً انظر مثلاً [171] حتى [175] . أما السؤال الذي يعنينا هنا فهو اختيار المضخة المناسبة لحظ أنابيب معين ، حيث تلزم لذلك ، إلى جانب المعطيات المتعلقة بنوع السائل ولزوجته ودرجة نقاوته وخلوه من الشوائب الصلبة أو الغازية وصفاته التأكلية ، معرفة ضاغط المضخة (الإجمالي) Pumping lift $H[m]$.

إن ضاغط المضخة H مكافئ الفرق بين القدرة التي يحملها 1 kg من السائل عند خروجه من المضخة والقدرة التي يحملها عند دخوله إليها . وعليه فإن المضخة تستطيع في حالة تشغيل معينة (عدد دورات محدد مثلاً) أن ترفع أي سائل مهما كان نوعه إلى نفس الارتفاع H المكافئ لضاغطها مقاساً بتردد عمود سائل $m [L.G]$ ، ولكنها تحتاج لاستطاعة تختلف حسب كثافة السائل .

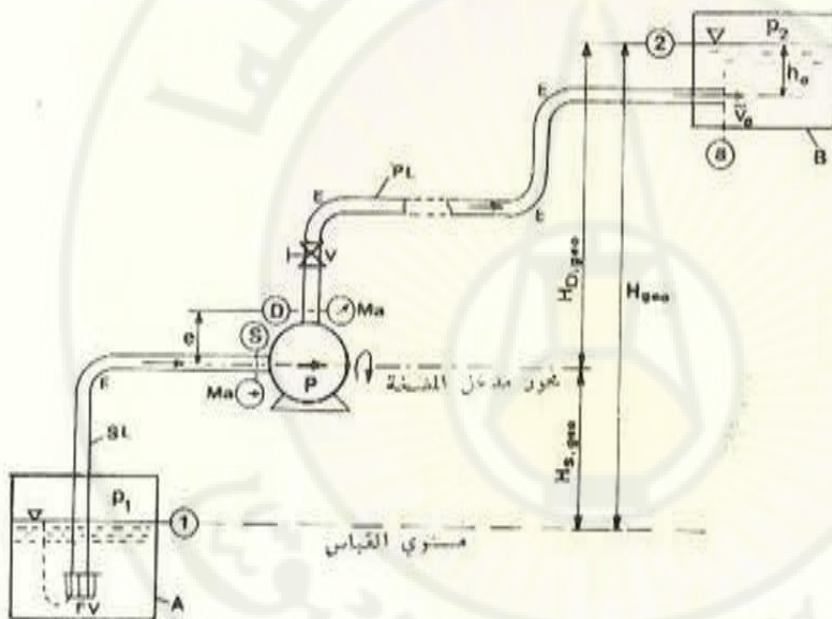
استطاعة المضخة تحسب بسهولة على أساس أنها تكافئ الاستطاعة الإجمالية التي يتلقاها التيار الحجمي $Q [m^3/s]$ الذي يعبر المضخة وترفعه بمقدار ضاغطها H وعليه تكون :

$$P_p = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (18.249).$$

فإذا راعينا مودود المضخة ، 0,9 حتى 0,4 η_p ، فإن استطاعة المحرك المتوقع
ابصارها لمودود المضخة تبلغ :

$$P_M = \frac{P_T}{\eta_p} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_p} \quad (18.248).$$

الشكل (٧٧.١٨) يمثل رمزياً محطة ضخ ترفع السائل (الماء مثلاً) من
خزان السحب A وتضخه في خزان التجميع أو التوزيع B . إن ضاغط المضخة
اللازمة للقيام بعملية السحب والدفع يتكون من الاجزاء التالية :



الشكل ٧٧.١٨ : يمثل رمزياً محطة ضخ : A خزان السحب ، FV صمام عدم
رجوع قديمي ، SL أنبوب السحب ، E كوع ، S مدخل المضخة من طرف السحب ،
(T) مخرج المضخة من طرف الدفع أو الضغط ، P مضخة ، V صمام ، PL أنبوب
الدفع أو الضغط ، (n) فوطة أنبوب الدفع ، B خزان التجميع ، ① السطح السائب
للسائل من طرف السحب ، ② السطح السائب للسائل من طرف الدفع ، Ma مانومتر.

١ - الضاغط الستاتيكي الكلي المكافيء لفرق الارتفاع المكافيء H_{geo} بين السطح السائب للسائل في خزان السحب والسطح السائب في خزان التجميع ، وذلك في الحالة التي تقع فيها فوهة انبوب الدفع تحت السطح السائب للسائل . أما إذا انتهى انبوب الدفع فوق السطح السائب فيقاس H_{geo} من محور فوهة التفريغ حتى السطح السائب للسائل في خزان السحب . ويرمز الشكل (٧٧.١٨) فإن :

$$H_{geo} = H_{s,geo} + H_{d,geo} \quad (18.250)$$

حيث $H_{s,geo}$ ارتفاع السحب المكافيء ، أو ارتفاع تركيب المضخة ويقاس من السطح السائب للسائل في خزان السحب وحتى محور مدخل المضخة ، $H_{d,geo}$ ارتفاع الضغط المكافيء ويقاس من محور المضخة وحتى السطح السائب للسائل في طرف الضغط أو حتى محور فتحة التفريغ لانبوب الدفع .

٢ - الارتفاع المكافيء لفرق الضغط المطلق السائد على السطح السائب للسائل في طرف الدفع والسحب ، في الحالة التي يكون فيها الخزانان A و B مغلقين ، وينعدم هذا الارتفاع إذا كان الخزانان معرضين للضغط الجوي .

٣ - ارتفاع الفواقد الاجمالي $\Delta h_{v, tot}$ الذي يشمل ارتفاع الفواقد في أنبوب السحب والدفع .

وملاحظة أن القدرة الميكانيكية للسائل في طرف الدفع ⑤ قد زادت بما يعادل ضاغط المضخة ونقصت بما يعادل ارتفاع الفواقد الاجمالي وذلك بالمقارنة مع القدرة الميكانيكية للسائل في طرف السحب ① . وعليه تأخذ معادلة برنولي المطورة للارتفاعات في حالة وجود مضخة الصيغة :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + H = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + H_{geo} + \Delta h_{vint} \quad (18.252)$$

فإذا لاحظنا أن $\bar{V}_1 \approx 0$ فننتج مباشرة (18.251) .

من جهة أخرى نستطيع حساب H بتطبيق معادلة برنولي المطورة (18.4) مرة بين مخرج المضخة (D) وفوهة انبوب الدفع ⑥ ومرة بين السطح السائب للسائل في طرف السحب ① ومدخل المضخة (S) فنجد على التوالي :

$$\frac{\bar{V}_D^2}{2} + \frac{P_D}{\rho} + g \cdot H_{D,geo} = \frac{P_2}{\rho} + g \cdot H_{geo} + g \cdot \Delta h_{v,PL} \quad (18.253)$$

$$\frac{\bar{V}_S^2}{2} + \frac{P_S}{\rho} + g \cdot H_{S,geo} = \frac{P_1}{\rho} + g \cdot \Delta h_{v,SL} \quad (18.254),$$

حيث بموجب الشكل (١٨ . ٧٧) الضغط عند فوهة انبوب الدفع يساوي

من جهة أخرى : ⑥ : مستوى القياس يساوي $H_{geo} - h$

$$H = \frac{p_D - p_s}{\rho g} + e + \frac{\bar{V}_D^2 - \bar{V}_s^2}{2g} \quad (18.256)$$

تعتبر أساساً لتحديد الضاغط تجريبياً وذلك بقياس p_s و p_D وتحديد فرق الارتفاع e بين نقطتي القياس $\bar{V}_D$ و $\bar{V}_s$ تتحدد من معادلة الاستمرار

$$Q = \bar{V}_s \cdot \pi d_s^2 / 4 = \bar{V}_D \cdot \pi d_D^2 / 4$$

من الجدير بالانتباه أن فرق الضغط $p_D - p_s$ وكذلك فرق الارتفاع المسائي H_{geo} في العلاقة (18.251) لهما إشارة موجبة أو سالبة ، حسب ما يكون ضغط الغاز فوق السطح السائب للسائل في خزان السحب أو التجميع ، وحسب ما يقع السطح السائب للسائل في طرف الدفع فوق ($H_{geo} > 0$) أو تحت ($H_{geo} < 0$) السطح السائب في طرف السحب .

التي جانب تحديد الضاغط H كقيمة أساسية لاختيار المضخة اللازمة لحظ أنابيب معين فإن معرفة ارتفاع السحب الاعظمي المسموح به للمضخة $H_{s, max}$ تعتبر شرطاً ضرورياً لاختيار المضخة ، لأن ارتفاع السحب المسائي $H_{s, geo}$ ، وبالتالي موقع تركيب المضخة ، يتحدد على أساسه $H_{s, max}$. يتعلق بطراز المضخة ، أي بتصميمها ، ويتغير مع التيار الحجمي للمضخة ، بينما يمثل $H_{s, geo}$ فرق الارتفاع بين السطح السائب للسائل في خزان السحب ومحول مدخل المضخة ، إذا كانت أفقية المحور ، أو مدخل الدولاب الدائر ، إذا كانت شاقولية المحور .

إن ضمان عمل مضخة طاردة مركزية ، بمعنى عدم حدوث انقطاع لعملية السحب ، يشترط أن لا يهبط الضغط الستاتيكي المطلق في أي مقطع من انبوب السحب لقيمة تساوي أو تقل عن قيمة ضغط التبخر p_v المناسب لدرجة حرارة السائل ، [154] ص ٧٧ . وحيث أن موقع الضغط الاصغري في المضخة p_{min} يسود على مقربة من مدخل الدولاب الدائر بعيد أطراف الريش بمسافة قصيرة

(راجع [172] مثلاً) ، وبما أن p_{min} يقل دائماً بمقدار معين عن الضغط السائد في مدخل المضخة $p_{s min}$ ، لذلك يشترط تجنباً لحدوث ظاهرة التكيف Cavitation أو التبخر الموضعي ، وبالتالي تجنباً لانقطاع عملية السحب وتفادياً للتأثير المضر لهذه الظاهرة التي تسبب انخفاض مردود المضخة وحدوث ما يسمى بالتبخر التكيفي ، خاصة لريش الدولاب الدائر ، ان يكون الضغط الاصفري المطلق في مدخل المضخة $p_{s min}$ اكبر من ضغط التبخر p_v بمقدار محدد Δh_{NPSH} اصطلاح على تسميته ارتفاع السحب الموجب الصافي Net Positive Suction Head (NPSH) ، بمعنى الاصفري اللازم لضمان عدم حدوث التكيف. $\Delta h_{NPSH}[m]$ يتعلق بالشكل التصميمي للدولاب الدائر ، وبخاصة مدخل الدولاب الدائر ، كما يتغير مع سرعة الدوران ومع التيار الحجمي ، ولكنه لا يتعاقب بنوع السائل او بدرجة حرارته . Δh_{NPSH} يتزايد ببطء اعتباراً من $Q=0$ وحتى قيمة التيار الحجمي Q المكافئة للمردود الافضل للمضخة (نقطة التشغيل !) ، ومن ثم يتزايد بشدة . وفي كل الحالات تقدم الشركات الصانعة المنحني $\Delta h_{NPSH} = f(Q)$ كمعيار لجودة تصميم مضختها .

في ضوء ما تقدم يتوجب كشرط لتجنب حدوث التكيف أن تتحقق المعادلة :

$$p_{s min} + \frac{\rho}{2} \bar{V}_s^2 = p_v + g \cdot \rho \cdot (\Delta h_{NPSH} - d_s/2)$$

التي ينتج من ربطها مع المعادلة (18.254) ارتفاع السحب الاعظمي المسموح بها للمضخة :

$$H_{s, Ken} \leq \frac{p_1 - p_v}{g \cdot \rho} - \Delta h_{v, SL} - \Delta h_{NPSH} - d_s/2 \quad (18.257).$$

هذه العلاقة تتضمن ، بتعبير آخر ، أن ارتفاع الضغط السائد فوق السطح السائب للسائل من طرف السحب يجب أن يساوي أو يقل عن مجموع ارتفاع ضغط التبخر المناسب للدرجة حرارة السائل ، وارتفاع الفواقد الاجمالي في انبوب السحب ، وارتفاع السحب الموجب الصافي ، وارتفاع السرعة عند مدخل المضخة ، وارتفاع السحب الستاتيكي للمضخة مضافاً إلى ذلك نصف قطر مدخل الدوالب الدائر ، حيث يتوقع غالباً حدوث التكيف .

إن حساب ارتفاع السحب الموجب الصافي للمضخات نظرياً يعتبر من المسائل المعقدة جداً التي يتطلب حلها معرفة تفصيلية للجريان في المضخة ، وبخاصة توزيع الضغط على برؤيفلات الرشفة ، وإضافة لذلك تتوجب معرفة ميكانيكية نشوء التكيف بدقة التي تخضع لتأثير عوامل متعددة ومتشابكة (راجع [126] حتى [129] ، [172]) . لحساب التقريبي يمكن اعتماد العلاقة :

$$\Delta h_{NPSH} [m] = 0.00125 \cdot (Q \cdot n)^{2/3} + 0.5 \quad (18.258)$$

حيث $Q [m^3/s]$ التيار الحجمي ، $n [min^{-1}]$ عدد دورات المضخة .

غالباً يتم تحديد Δh_{NPSH} تقريبياً بقياس منقط السحب الاصغري المسموح به $H_{S \min}$ في مدخل المضخة الذي يكافئ ارتفاع السحب المانومتري الاعظمي $H_{S \max}$ ، فيكون عندئذ مع مراعاة ضغط الهواء الجري السائد $p_n = p_a$ ودرجة حرارة السائل :

$$\Delta h_{NPSH} = \frac{p_a - p_v}{\rho \cdot g} - H_{S \min} - \frac{v_s^2}{2g} \quad (18.259)$$

$H_{S \min}$ يعطى غالباً من قبل مصممي المضخات ، [مائة مثلاً ، عند شروط نظامية للضغط الجوي $p_n = 760 \text{ Torr}$ ، ودرجة حرارة $18^\circ C$ أو $20^\circ C$.] . هذا قد يمكن أن نعتبر لحساب التقريبي الاول :

$$\Delta h_{NPSH} \approx 10 - H_{S \min} \quad (18.260)$$

٣.٦.١٨ ربط الانابيب على التسلسل والتفرع

في الفقرات السابقة تركز البحث بصورة أساسية على حساب الجريان في

أنابيب فردية مجهزة بمقاومات أفردية معينة . ولكن الضرورة العملية تقضي في العديد من الحالات أن تصمم خطوط الأنابيب (أو الأقنية) بحيث تتألف من عدد من الأنابيب بأطوال وأقطار مختلفة ترتبط على التسلسل خلف بعضها البعض ، أو تتفرع في نقطة معينة لتعود وتلتقي في نقطة معينة أخرى في حالة ربطها على التفرع . وتعتبر التسمية هذه ، على التسلسل والتفرع ، بحذ ذاتها عن التماثل القائم بين الجريان وبين التيار الكهربائي في النواقل والمقاومات . وبالفعل نعتبر الناقل بمثابة الأنبوب كأنبوبية تيار ، والشحنة الكهربائية الجزئية بمثابة الحجم السائل الجزئي ، ويمثل التيار الحجمي $Q = I$ شدة التيار الكهربائي ، وتماثل خسارة الضغط Δp انخفاض الجهد الكهربائي ، كما تماثل زيادة الضغط الناتجة عن مضخة ، مثلاً ، القوة المحركة الكهربائية . هذا التماثل لا يكون في كل حالات الجريان تماماً ، لأن المقاومات الهيدروليكية لا تنصرف مثل المقاومات الكهربائية التي تخضع لقانون أوم ، الذي يربط بين الجهد الكهربائي وشدة التيار بعلاقة خطية ، بينما لا تقوم بين خسارة الضغط والتيار الحجمي علاقة مماثلة إلا في حالة الجريان الصفائحي المتكون تماماً .



الشكل ٧٨.١٨ : ربط الأنابيب على التسلسل

في الشكل (٧٨.١٨) مجموعة من الأنابيب ربطت على التسلسل . من معادلة الاستمرار ومعادلة برنولي المطورة للقدرة تنتج المعادلتان الأساسيتان التاليتان :

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n \quad (18.261),$$

$$\Delta h_v = \Delta h_{v1} + \Delta h_{v2} + \Delta h_{v3} + \dots + \Delta h_{vn} \quad (18.262),$$

حيث Q التيار الحجمي الاجمالي الذي يدخل المقطع (A) ويخرج من (B) و Δh_v ارتفاع الفواقد الاجمالي بين بداية ونهاية خط الأنابيب ، Δh_{v_n} ($n = 1, 2, \dots, n$) ارتفاع الفواقد في الأنابيب الافرادية بطول l_n وقطر d_n شاملاً الفواقد الافرادية (صمامات ، أكواع وغيرها) لكل أنبوب ، وبالتالي يكون :

$$\Delta h_v = \sum_{n=1}^n \left[\left(\lambda_n \frac{l_n}{d_n} + \zeta_n \right) \frac{\bar{V}_n^2}{2g} \right] \quad (18.263)$$

عندما يكون التيار الحجمي Q معلوماً يمكن بعد تحديد قيم λ_n و ζ_n حساب ارتفاع الفواقد الاجمالي بسهولة . وعندما يكون ارتفاع الفواقد الاجمالي معلوماً ويطلب تحديد التيار الحجمي فينصح في البدء التعبير عن السرعات $\bar{V}_n$ بدلالة إحدى السرعات المتميزة ، مثلاً $\bar{V}_1$ ، بمساعدة معادلة الاستمرار ، ومن ثم تختار كخطوة تقريبية أولى قيمة مناسبة لمعامل الاحتكاك λ_n بمساعدة مخطط مودي ، وقيمة مناسبة لمعامل الفقد ζ_n ويصبح بالتالي :

$$\Delta h_v = \lambda \frac{\bar{V}_1^2}{2g} \quad (18.264)$$

حيث λ معامل الفقد الاجمالي . بذلك يمكن تحديد قيمة أولية للسرعة $\bar{V}_1$ ومنها قيمة أولية للتيار الحجمي Q . بهذه القيمة لـ Q نحدد في الخطوة التقريبية الثانية λ_n و ζ_n ونكرر عملية الحساب حتى نحصل على قيمة قريبة جداً أو مساوية لقيمة Q المعطاة .

في بعض الحالات ينصح باتبع طريقة الطول المكافئ l_{eq} لحل مسائل الجريان في الأنابيب المربوطة على التسلسل ، وذلك باعتماد أحد الأنابيب المتميزة في المجموعة أساساً لإيجاد الأطوال المكافئة للأنابيب الباقية من مناطق أن الطول المكافئ l_{eq} لأنبوب ذي قطر معين d_{eq} يعطي ارتفاعاً للفواقد مساوياً لارتفاع

الفواقد لانبوب طوله / وقطره d عند نفس شروط الجريان ، وعليه يكون بالاستناد على قانون دالسي ومعادلة الاستمرار :

$$l_{eq} = l \frac{\lambda}{\lambda_{eq}} \frac{d_{eq}}{d} \frac{\bar{V}^3 / 2g}{\bar{V}_{eq}^3 / 2g} = l \frac{\lambda}{\lambda_{eq}} \left(\frac{d_{eq}}{d} \right)^5 \quad (18.265).$$

بهذه الطريقة تتحول مسألة الجريان في أنابيب مختلفة مربوطة على التسلسل الى مسألة جريان في أنبوب فردي ذي طول إجمالي معين وقطر معين تم اختياره ، وتندرج تحت المسائل البسيطة المحددة في الفقرة { ١٠٦٠١٨ } .

في حالة ربط الأنابيب على التفروع ، كما في الشكل (٧٩.١٨) ، فإن فرق الضغط بين مقطع الدخول (A) والخروج (B) ، وبالتالي ارتفاع الفواقد الإجمالي Δh_v ، له نفس قيمة ارتفاع الفواقد الفردي للأنابيب الفرعية ، وعليه تتحقق المعادلة :

$$\Delta h_v = \Delta h_{v1} = \Delta h_{v2} = \Delta h_{v3} = \dots = \Delta h_{vn} \quad (18.266)$$



الشكل ٧٩.١٨ : ربط الأنابيب على التفروع

من جهة أخرى تقضي معادلة الاستمرار ان يكون :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \quad (18.267)$$

حيث Q التيار الحجمي الإجمالي و Q_n التيار الحجمي الفرعي .

لحل المسائل التي يكون فيها Δh_v معلوماً ويطلب تحديد Q يلزم حساب

التيارات الحجمية الفرعية Q_n وذلك بتطبيق معادلة برنولي المطورة بين (أ) و (ب) لكل من الانابيب الفرعية وكأنه أنبوب فرادي ، مع أخذ المقاومات الفردية بعين الاعتبار بما في ذلك الفواقد في نقطة تقرييق التيار وتوجيهه .

في المسائل التي يكون فيها Q معلوماً وبطلب تحديد Δh_v و Q_n فإن الحل ينطلق من صياغة العلاقة لارتفاع الفواقد لكل أنبوب فرعي n حيث يكون :

$$\Delta h_{vn} = \left(\lambda_n \frac{l_n}{d_n} + \sum_{i=1}^n K_{i,n} \right) \frac{V_n^2}{2g} \quad (18.268)$$

حيث $\sum_{i=1}^n K_{i,n}$ مجموع معاملات الفقد للمقاومات الافراعية . ومنها نجد السرعة والتيار الحجمي الفرعي :

$$Q_n = V_n \cdot A_n = A_n \cdot \sqrt{\frac{2g \cdot \Delta h_{vn}}{\lambda_n \left(\frac{l_n}{d_n} \right) + \sum_{i=1}^n K_{i,n}}} = C_n \sqrt{\Delta h_{vn}} \quad (18.269)$$

حيث C_n ثابت عددي بالنسبة لأنبوب معين ولكنه يتضمن تغير معامل الاحتكاك λ_n مع عدد رينولدز . بذلك يمكن تحديد قيمة أولية لـ Q_n ويكون بموجب (18.266) و (18.267) و (18.269) :

$$Q = \sum_{n=1}^n (C_n) \cdot \sqrt{\Delta h_v} \quad (18.270).$$

(18.267) مماثل في مضمونها قانون كيرشهوف الأول الذي ينص أن المجموع الجبري المرتبط بإشارة لشدة التيار الكهربائي كافة المارة في نقطة ربط (عقدة) معينة يساوي الصفر .
في المداورة الهيدروليكية تعتبر التيارات الجمعية الداخلة موجبة والخارجة سالبة ، وزيادة الضغط الناتجة عن مضخة موجبة بينما خسارة الضغط بسبب الفواقد سالبة .

٤.٦.١٨ الجريان في شبكات الأنابيب

تتألف شبكات الأنابيب Pipe networks ، لتغذية بناء أو منطقة سكنية مياه الشرب أو غاز المدينة مثلاً ، من مجموعة من الأنابيب المختلفة المربوطة على التسلسل والتفرع والمجهزة بقاوومات فردية مختلفة (صمامات ، أكواع ، قباب ، أجهزة قياس الخ . . .) ، الشكل (٨٠.١٨) . الخطوط الفرعية للشبكة تلتقي مع بعضها البعض في عقد أو نقاط الربط Junction ، حيث تتفرق أو تتوحد التيارات الجمعية الفرعية . وتسمى كل دائرة هيدروليكية مغلقة بحد ذاتها عين الشبكية Mesh .



إن الجريان في شبكات الانابيب معقد جداً لدرجة أنه يصعب في كثير من الحالات تحديد اتجاه الجريان في فروع الشبكة كافة من الرحلة الاولى . لذلك فقد اعتمدت جميع الطرق التحليلية Analytical methods لحساب الجريان في شبكات الانابيب مبدأ التقريب المتعاقبي . ومن بين هذه الطرق التي اشتهرت وشاع تطبيقها طريقة هاردي كروس Hardy Cross المنشورة عام 1936 (راجع [6] ، [11] ، [156]) ، وكذلك طريقة هانغ - جاو كار (راجع [20]) Manning - Gauckler وغيرها . أما اليوم فإن حساب شبكات الانابيب وتصميمها الافضل من الناحية الهيدروليكية والاقتصادية يعتمدان على طرق تحليلية دقيقة يدخل في صلبها استخدام الحواسيب الالكترونية .

سوف لا ندخل هنا في تفاصيل الطرق التحليلية وإنما سنكتفي بتحديد الاسس والشروط الرئيسة لحساب شبكات الانابيب والاقنية ، وتحديد خطوات الحل .

إن الجريان في شبكة انابيب ، مهما كانت معقدة ، يجب أن يحقق الشروط الرئيسة التالية التابعة عن شرط الاستمرار وقانون المحافظة القدرة :

١- أن التيار الحجمي الذي يدخل إلى أية عقدة في الشبكة يجب أن يساوي التيار الحجمي الخارج منها ، وبالتالي فإن المجموع الجبري للتيارات الحجمية بالنسبة لأية عقدة معدوم .

٢- إن الجريان في أي أنبوب فرعي للشبكة يخضع لقانون دارسي - فايزباخ ، كما هو الحال بالنسبة لأي أنبوب فردي . وعليه تبقى العلاقة بين ارتفاع الفواقد والتيار الحجمي قائمة .

٣ - إن المجموع الجبري لارتفاعات الفواقد حول أي عين (داره مغلقة)
للشبكة يجب أن يكون معدوماً .

ان الشروط السابقة تماثل تماماً الشروط الناتجة عن قانوني كيرشوف بالنسبة
للشبكات الكهربائية . وعليه يمكن اعتماد خطوات مماثلة لحل مسألة الجريان في
الشبكات الهيدروليكية لتتلخص بالتالي :

آ - نختار لكل فرع من فروع الدارة المغلقة اتجاهاً اعتباطياً للتيار الجبرمي
 Q نشير عليه بسهم موجه ، مع الانتباه لوجوب تحقق شرط الاستمرار
لكل عقدة .

ب - نعتبر في كل عقدة التيارات الجبرمية الداخلة إليها موجبة ، والخارجة
منها سالبة .

ج - نختار اتجاهاً ما للالتفاف حول كل شبكة (مع أو بعكس دوران
عقارب الساعة) ، ونحسب مجموع زيادات الضغط Δp_p كافة الناتجة عند وجود
مضخات مثلاً ، ونعتبر $\Delta p_p > 0$ اذا تطابق اتجاه تصريف المضخة مع اتجاه
الالتفاف حول الشبكة الذي اخترناه ، واذا تعاكس الاتجاهان تكونت
 $\Delta p_p < 0$.

د - في نفس اتجاه الالتفاف نجمع خسارات الضغط Δp_f ، او ارتفاعات
الفواقد Δh_v ، حيث تعتبر المقارومات التي نعبرها باتجاه سهم التيار الجبرمي ذات
فواقد موجبة ، والأخرى ذات فواقد سالبة .

هـ - إذا تألفت شبكة من n فرعاً يتوجب لتحديد n تياراً جبرمياً فرعياً
إيجاد n معادلة مستقلة . من شرط الاستمرار (قانون كيرشوف الاول)
نحصل ، في حال وجود m عقدة ، على $(m - 1)$ معادلة مستقلة . أما المعادلات

الباقية وعددها $n - (m - 1)$ فنتج من تطبيق قانون كيرشهوف الثاني على
عيون الشبكات .

عند حساب ارتفاع الفواقد لأنبوب فرعي تابع لعين شبكة ما يفضل كتابة
علاقة داوسى بالصيغة :

$$\Delta h_v = C \cdot Q^n \quad (18.271),$$

حيث C ثابت عددي لكل أنبوب ، ويكون الاس $n = 2$ من أجل
 $\lambda = \text{const}$. عندئذ يتحدد المجموع الجبري لارتفاعات الفواقد بالنسبة لإحدى
عيون الشبكة بالصيغة :

$$\sum \Delta h_v = \sum (C \cdot Q^n) \quad (18.272),$$

على أن نعتبر مثلاً فواقد الجريان المتلف باتجاه عقارب الساعة ويعكس
اتجاه عقارب الساعة سالبة . وحيث أن تحقيق (18.272) من المرة الأولى يعتبر
من صدف الحظ النادرة جسداً ، لا بل شبه المستحيلة ، لذلك تعتمد طريقة
التقريب التعاقبي بأحد الاتجاهين : الأول موازنة ارتفاعات الفواقد بتصحيح
التيارات الحجمية المفروضة بمقدار ΔQ يلزم تحديده بخطوات حسابية تعاقبية إلى
أن تتحقق المعادلة ، والثاني موازنة التيارات الحجمية بتصحيح ارتفاعات الفواقد .
طريقة سكورس تعتمد الاتجاه الأول .

المضغوط أو الماء لتمريره في النموذج ومن ثم قياس القيم الهيدروليكية ذات الأهمية مثل توزيع الضغط والتيارات الحجمية الفرعية بمساعدة أجهزة قياس الضغط والتيار الحجمي ([154] ص ٢٩٥ وما بعد) .

٦.١٨ ٥ تحرير القطر الوفتنصاري له أنابيب والسرعة الوفتنصارية

للمجريان

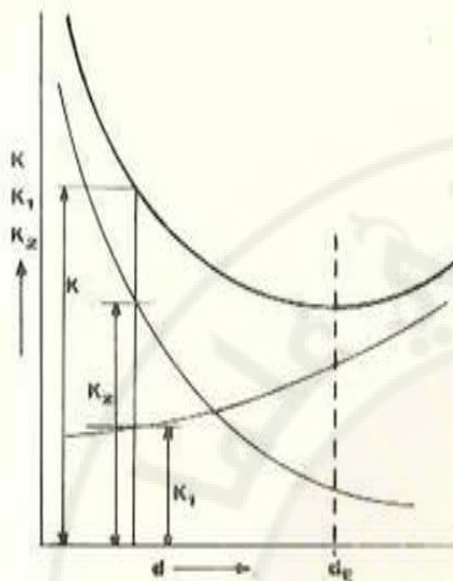
إن العديد من المنشآت الصناعية ، مثل محطات الطاقة الكهربائية ومحطات الكهرحرارية ، معامل التعدين ، المصانع الكيماوية ، محطات الضخ لنقل السوائل الهامة كالماء والنفط ومشتقاته والغاز وغيرها عبر خطوط أنابيب طويلة جداً ، إلى جانب محطات معالجة مياه الشرب وتوزيعها وتوزيعها على المناطق السكنية ، مجهزة بشبكات أنابيب وأقنية متشعبة جداً تستلزم توظيف أموال ومواد طائلة . لهذا فإن الحسابات الهيدروليكية الموثوقة وتحديد المقاييس المناسبة لهذا الشبكات ترتدي أهمية اقتصادية كبيرة ، وتلزم المهندس المصمم في كثير من الأحيان أن يتخلى عن الحل الأفضل فنياً والتفتيش عن الحل الأفضل هندسياً واقتصادياً . هذا يعني أنه يتوجب إلى جانب الدراسة الهندسية

تكاليف التشغيل الى جانب كلفة اعمال الصيانة اليومية والدورية والاصلاحات
تكاليف القدرة اللازمة للتغلب على فواقد الجريان في الانابيب وتجهيزاتها .

من قانون دارسي - فايزباخ (18.8) يمكن الاستنتاج مباشرة أنه مع ازدياد
قطر الانبوب تقل الحسارة في الضغط ، وبالتالي يقل استهلاك المضخة للقدرة .
ويزداد بالمقابل سعر المتر الطولي للأنبوب كلما زاد قطره . يضاف الى ذلك أن
العزل الحراري للأنابيب ذات الاقطار الكبيرة مكلف اكثر والحسارة بسبب
التبادل الحراري مع البيئة المحيطة اكبر ، بعكس الأنابيب ذات الاقطار
الصغيرة . من جهة اخرى فان اختيار قطر الانبوب يؤثر على اختيار آلات
القدرة (علامات ومحركات وغيرها) وآلات العمل (مضخات وضواغط وغيرها)
والمراحل اللازمة للمنشأة ، ويتغير تبعاً لذلك استهلاك القدرة الاجمالي .

لأن تحديد القطر الاقتصادي عولج من قبل باحثين مختلفين استهدفوا وضع
أسس عامة لكيفية حسابه . ولكن واقع الحال يتطلب معالجة كل حالة في إطار
ظروفها الخاصة مع أخذ المؤثرات والمتغيرات المرافقة لاحالة المعنية بعين الاعتبار .
ويتوجب في كل مرة تحديد التكاليف الافراية لرأس المال الثابت K_1 والتشغيل
 K_2 وجمعها للحصول على الكلفة الاجمالية K بدلالة قطر الانبوب d . ويتمثل
العلاقة $K = f(d)$ بتعدد القطر الاقتصادي d_{opt} ، الشكل (٨١٠١٨) .

كلفة التشغيل K_2 نحددها بصورة رئيسية تكاليف القدرة المستهلكة سنوياً
 K_{2P} مقدرة بـ $[S.P./year]$ (ل.س. / سنة) و تكاليف الاشخاص العاملين
والمراد الاولى اللازمة K_{2S} . فإذا كان $Q [m^3/h]$ التيار الحجمي ، $H [m]$
ضغوط المضخة ، η_{pump} مردود مجموعة الضخ (محرك + مضخة) ، $b [h/year]$
عدد ساعات التشغيل في السنة و $p [S.P./KWh]$ سعر الكيلوواط
الساعي فتكون :



الشكل ١٨ . ٨١ ، تحديد القطر
الاقتصادي d_{opt} للأنابيب : K الكلفة
الاجالية ، K_1 رأس المال ثابت ، K_2 كلفة
التشغيل .

$$K_{2K} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot b \cdot p}{3,67 \cdot 10^6 \cdot \eta_{PM}} \quad (18.273).$$

أما كلفة عناصر التشغيل السنوية K_{2S} [S.P./year] فتحدد درجة الاستفادة للمنشأة ، مدة التشغيل السنوية ، وحجم أعمال الإصلاح والصيانة المجدولة ، وهذه تختلف من منشأة لأخرى .

عند حساب الأكلاف السنوية K_{1A} [S. P./year] لفوائد رأس المال الثابت ولاستهلاك القيمة Amortization السنوي يلزم التفريق بين الآلات والابنية لأن العمر الفني الاقتصادي N لكل منها مختلف . وتكون لكل حالة:

$$K_{1A} = \frac{K'}{2} \cdot \frac{Z}{100} + \frac{K'}{N} \quad (18.274).$$

حيث K' [S. P.] رأس المال الموظف للأبنية ، أو الآلات أو الأنابيب ، Z الفائدة السنوية بالمائة % .

إن الخبرة المتراكمة من دراسات اقتصادية لمشاريع عملية تؤكد صحة الملاحظات التالية :

١ - السرعات العالية للجريان تقلل أ تكاليف شراء المنشأة (الرأسمال الثابت) ، ولكنها تزيد أ تكاليف القدرة المستهلكة .

٢ - إن اختيار عدد قليل من المضخات العالية الاستطاعة يحسن بشكل عام المردود وبالتالي يقلل استهلاك القدرة . ولكن لحظ مجموعة ضيق احتياطية ، كما هو الأمر عادة ، يزيد سعر المنشأة .

٣ - بالنسبة للمنشآت ذات فترات تشغيل قصيرة يجب إبقاء رأس المال الموظف منخفضاً ، وبالتالي يتوجب زيادة سرعة الجريان للحد الأعلى الممكن .

تنطلق دراسة تحليلية من أجل تحديد القطر الاقتصادي d يمكن افتراض عامل أمان موحد للأنيب ضد التمزق أو الكسر . وعندئذ تزداد سماكة جدار الأنبوب مع ازدياد قطره ، وتناسب كلفة شراء الأنيب خطياً مع وزن المتر الطولي ، وبالتالي تكون :

$$K_1 = C_1 \cdot d^2 \quad (18.275)$$

حيث تدخل في تحديد معامل التناسب C_1 العوامل التالية : سعر شراء المتر الطولي لمعدن الأنبوب ، طريقة تصنيع الأنبوب ، الفائدة السنوية لرأس المال الموظف للشراء ، الاستهلاك السنوي للقيمة ، كلفة التشغيل والصيانة .

من جهة أخرى فإن الاستطاعة المفقودة بسبب الاحتكاك والمقاومات الأخرى تطلع مع مراعاة قانون دارسي - فايزاخ ومن أجل تيار حجمي محدد Q :

$$P_v = \rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta h_v = \rho \cdot g \cdot Q \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \sim d^{-5}$$

وتكون بالتالي الكلفة السنوية للاستطاعة المستهلكة :

$$K_2 = C_2 \cdot d^{-5} \quad (18.276)$$

حيث تدخل في تحديد ثابت التناسب C_0 عوامل عديدة منها : فترة التشغيل السنوية ، سعر الكبل واط الساعي ، التيار الحجمي ونوع السائل ، طول الأنبوب ومواصفات جداره .

الكلفة السنوية الاجالية المنشأة تصبح إذا :

$$K = K_1 + K_2 = C_1 \cdot d^2 + C_2 \cdot d^{-5}$$

بوضع مشتق هذه العلاقة بالنسبة لـ d مساوياً للصفر ومراعاة (18.275) و (18.276) نجد الشرط الذي يتحقق عنده K قيمة أصغرية بالصيغة :

$$K_2 = 0,4 \cdot K_1 \quad (18.277)$$

هذا يعني أن تصميم محطة ضخ على أساس اختيار القطر الاقتصادي للأنابيب يجعل تكاليف التشغيل السنوية حوالي 40 % من قيمة رأس المال الثابت السنوي .

عند تصميم محطة ضخ أو شبكة انابيب ينصح في المشروع الأولي اعتماد سرعات جريان مناسبة اقتصادياً ، ناكذت جدواها الاقتصادية بالبحيرة العملية المتراكمة . ويتضمن الجدول (١٦٠١٨) تجبة من هذه السرعات .

الجدول ١٦٠١٨ : سرعات الجريان في الانابيب المناسبة اقتصادياً

نوع خط الانابيب	سرعة التيار الحجمي $\bar{V}(m/s)$
انبوب مائي	1 - 4
انبوب السحب لمضخة طاردة مركزية	0,8 - 1,5
انبوب الضغط لمضخة طاردة مركزية	2 - 3
انبوب السحب لمضخة مكبسية	0,8 - 1
انبوب الضغط لمضخة مكبسية	1 - 2
انابيب توزيع مياه الشرب والاستعمال	1 - 2
انابيب مياه الساخنة	2 - 3
خطوط الانابيب الطويلة لنقل النفط والزيوت	1,5 - 2
انابيب نقل الزيوت المعدنية	0,5 - 1
انابيب الهواء	15 - 25
خطوط الانابيب الطويلة لنقل الغاز	25 - 50

٦.٦.١٨ منطافات لحساب الجريان غير المستقر في الأنابيب

والدراسات المتعلقة

تركز البحث في الفقرات السابقة على حالات الجريان المستقر أو شبه المستقر في الأنابيب وشبكاتها ، التي تخضع لمعادلة برنولي المطورة (18.4) ،
 أما في حالة جريان غير مستقر فتتطبق معادلة برنولي المطورة (18.5) التي تنحس بصيغة الارتفاعات :

$$\frac{\bar{V}_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \Delta h_v + \frac{1}{g} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} dx \quad (18.278).$$

ويصطدم تطبيق هذه المعادلة بصعوبات كبيرة جداً تنجم عن كون السرعة $\bar{V}$ تتغير مع الزمان وأحياناً مع المكان أيضاً . وعليه فإن عدد رينولدز هو أيضاً تابع للزمان ، وبالتالي يكون معامل الاحتكاك $\lambda = f(Re)$ متغيراً مع الزمان ، مما يجعل حساب ارتفاع الفاقد Δh_v معقداً جداً

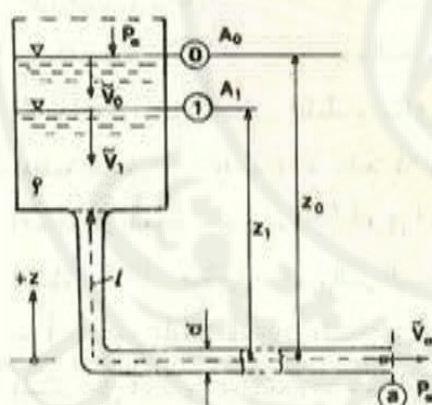
لقد بينت الدراسات النظرية والتجريبية المعقدة أن الجريان غير المستقر المتسارع في أنبوب ثابت المقطع يكافئ الجريان المستقر في أنبوب يتضيق مقطعه باستمرار (نقاسة) ، والجريان المتباطئ غير المستقر يكافئ الجريان المستقر في ناشرة . كما تبين أيضاً أنه في الحالات العملية التي يكون فيها التسارع المسكاني $\partial \bar{V} / \partial x$ صغيراً تكون القيم الوسطية زمنياً لمعامل الاحتكاك λ قريبة جداً من القيم المقابلة للجريان المستقر في الأنابيب ، وبالتالي يدرس الجريان غير المستقر على أساس إهمال تغير λ مع الزمن .

إن اهتزاز السائل في أوعية وأنابيب مستطوقة وحساب فترة الذبذبة وتواترها يدرس على أساس جريان غير مستقر . ونشأ حركة اهتزازية غير

متخامدة عندما نفرض أن الاحتكاك معدوم (راجع [154]) ، ت ٥.٨ ص ٣٢١) . وتكون الحركة متخامدة طبعاً عندما لا نهمل الاحتكاك . وفي هذه الحالة يتعقد الحل وفقاً لما يكون الجريان صفائحياً أم مضطرباً ، وبالتالي وفقاً لقانون المقاومة الذي سنفرضه والذي يحدد علاقة التناسب بين معامل الاحتكاك والسرعة .

كمثال آخر عن الجريان غير المستقر ندرس مسألة حساب زمن وسرعة تفريغ سائل من خزان اسطواني مفتوح للأعلى ويتصل به أنبوب تفريغ طويل نسبياً طوله l وقطره ثابت d ، الشكل (٨٢.١٨) ، ونفرض أن السائل يخرج من نهاية الأنبوب إلى الهواء الجوي حيث الضغط p_a .

لقد درست نفس المسألة في [154] ص ٣٠٦ على أساس افتراض أن السائل مثالي ، وبالتالي أهملت الفواقد كافة ، في هذه الحالة يمكن اعتبار فواقد الاحتكاك في الخزان مهمة بالمقارنة مع الفواقد في أنبوب التفريغ .



الشكل ٨٢.١٨ : تفريغ السائل من خزان متصل بأنبوب تفريغ طويل .

في لحظة ما $t = t_1$ يكون ارتفاع السطح السائب للسائل في الخزان عن مستوى القياس المار من فتحة التفريغ z_1 ، وسرعة هبوطه الآتية

$\bar{V}_1 = - dz_1/dt$. فإذا طبقنا معادلة برنولي المطورة (18.278) على خط تيار آني يمتد من المقطع السائب للمائل ① حتى فتحة التفريغ ③ مع مراعاة أن $p_1 = p_2 = p_3$ نجد :

$$\frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\bar{V}_3^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_{s=s_1}^{s=s_3} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} ds + \Delta h_v .$$

وحيث أن مقطع الاناء الاسطواني $A_3 \ll A_1 = A_0$ مقطع فتحة التفريغ فتكون بموجب شرط الاستمرار $\bar{V}_3 \gg \bar{V}_1$ ، وبالتالي يمكن إهمال $\bar{V}_1^2$ بالمقارنة مع $\bar{V}_3^2$. وعندئذ يكون أيضاً تغير $\bar{V}_1$ مع الزمن صغيراً جداً بحيث يمكن اعتبار أن التسارع المكاني $\partial \bar{V}_1 / \partial t$ لا يؤثر بشيء يذكر على عملية التفريغ . كذلك يمكن اعتبار معامل الاحتكاك للأنبوب λ ثابتاً مع الزمن ، وبالتالي يكون حسب قانون داونسي - فايزباخ : $\Delta h_v \approx \lambda \frac{l}{d} \frac{\bar{V}_3^2}{2g}$. على هذا الأساس تبسط المعادلة السابقة وتصبح :

$$z_1(t_1) = \frac{\bar{V}_3^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} \right)$$

ومنها سرعة التفريغ الآنية :

$$\bar{V}_3(t_1) = \sqrt{\frac{2g z_1(t_1)}{1 + \lambda l/d}} = \eta \cdot \sqrt{2g z_1(t_1)} \quad (18.279),$$

حيث $\eta = 1/\sqrt{1 + \lambda l/d}$ ثابت يصبح في حالة جريان مثالي مساوياً للواحد (قانون تولدشلي) .

نستعين بمعادلة الاستمرار لحساب زمن التفريغ الجزئي t_1 ونضع :

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_1 \cdot \frac{A_0}{A_3} = - \frac{dz_1}{dt} \cdot \frac{A_0}{A_3} .$$

بالتعويض $\bar{v}_n$ حسب (18.279) نجد بعد فصل المتحولات :

$$dt = - \frac{A_n}{A_0} \cdot \frac{1}{q \cdot \sqrt{2g}} \cdot z_1^{1/2} dz_1$$

بإجراء التكامل يصبح :

$$t = - 2 \cdot \frac{A_n}{A_0} \cdot \frac{z_1^{1/2}}{q \cdot \sqrt{2g}} + C,$$

حيث C ثابت التكامل الذي يتحدد من شروط البدء : عند $t = 0$ يكون $z_1 = z_0$.
وعليه نجد :

$$C = 2 \cdot \frac{A_0}{A_n} \cdot \frac{z_0^{1/2}}{q \cdot \sqrt{2g}}$$

وبنوعه بالتالي زمن التفريغ الجزئي اللازم لكي يهبط السطح السائب للسائل في
الحزان مسافة شاقولية $z_0 \dots z_1$:

$$t = t_1 = 2 \cdot \frac{A_n}{A_0} \cdot \sqrt{\frac{1 + \lambda l/d}{2g}} \cdot (z_0^{1/2} - z_1^{1/2}) \quad (18.280)$$

وبفرغ الحزان نهائياً عندما يصل z_1 لفتحة تفريغ الحزان .

لتحديد معامل الاحتكاك λ يمكن افتراض أن قيمته تبقى ثابتة خلال
عملية التفريغ إذا تمت ضمن الشروط المحددة أعلاه ، ولكن يلزم غالباً
اتباع طريقة التقريب التعاقبي لحسابه . فإذا انطلقنا من قيمة وسطية لارتفاع
السطح السائب للسائل $z_1 = z_0$ ، وقدرة قيمة معقولة لمعامل الاحتكاك $\lambda = \lambda_0$ ،
فيمكن في الخطوة التقريرية الأولى حساب $\bar{v}_n$ بموجب (18.279) بعد إدخال
 λ_0 و z_0 . بعد ذلك نحسب قيمة أولية لعدد ديمولدز $Re' = \bar{v}_n d / \nu$ ، وعلى
أساسها نستعين بقوانين المقاومة أو بمخطط موهي لتحديد قيمة جديدة λ_1 نبدأ

بها الخطوة التقريبية الثانية . وهكذا نكرر عمليات الحساب الى أن نحقق فيه λ و ∇ طرفي المعادلة (18.279) .

عندما يكون شكل الاناء اعتبارياً ، مخروطياً أو كروياً مثلاً ، يلزم عندئذ عند حل التكامل لايجاد زمن التفريغ أن يؤخذ بالاعتبار كون $A_1 = f(z_1)$ (راجع [154] ص ٣٠٢) . ما عدا ذلك لا تغير طريقة الحل من حيث المبدأ .

في المثالين السابقين اعتبر تغير السرعة مع الزمن بطيئاً ، وبالتالي فإن الصعوبة الرئيسة أمام حساب الجريان غير المستقر تنحصر بتغير λ مع الزمن . أما في الحالة التي يحدث في تغير فجائي أو آني لسرعة الجريان في أنبوب ، نتيجة لإغلاق صمام ، مثلاً ، بصورة فجائية ، فتحدث في الجريان ظاهرة هامة وخطيرة تعرف باسم المطرقة المائية Water hammer ، لا يمكن إغفالها في بعض الحالات مطلقاً ، كما في المحطات الكهرومائية التي يحدث فيها تغير مفاجيء للتيار الحجمي نتيجة هبوط أو تزايد مفاجيء لحمل العنفة . ويمكن أن يكون من نتائجها اقتلاع الانابيب أو الاقنية من محامل تثبيتها أو حتى هزيق الانابيب . ونجدد الإشارة أن إعطاء صفة مائية لهذه الظاهرة لا يعني أنها تحدث فقط في جريان الماء ، وإنما تحدث في جريانات السوائل غير القابلة للانضغاط كافة عند الاغلاق الفجائي للصمام ، أو عند اقلاع مضخة أو التحكم بها ، أو عندما يحدث هزق أنبوب . وفي كل الحالات فإن تغير سرعة الجريان خلال فترة قصيرة أو قصيرة جداً يؤدي لتحول القدرة الحركية لقدرة ضغط ينجم عنها فرق ضغط ينشأ هو أيضاً خلال فترة قصيرة أو قصيرة جداً . وواضح أن مرونة السائل وكذلك مرونة جدران الانبوب تلعبان دوراً هاماً في هذه الظاهرة .

لقد كان يو كوفسكي Joukowski أول من درس نظرياً ونجريبياً ظاهرة المطرقة المائية وصاغ قوانينها الأساسية المعتمدة حتى الآن والمنشورة عام 1899 .

ونظراً لأهمية هذه الظاهرة فقد خصصت أبحاث كثيرة لاحقة لدراساتها مع مراعاة أهم العوامل المؤثرة عليها ، وطورت أكثر من طريقة عملية لحسابها تعتمد على تحليل المطرقة المائية Water hammer analysis (راجع مثلاً [11]، [21]) .

لتوضيح ماهية نشوء المطرقة المائية وصولاً إلى تحديد إمكانيات نجحها نفرض جرياناً في خط أنابيب بسرعة $\bar{V}$ يتعرض في موقع ما لتشويش ناتج عن إغلاق صمام مثلاً ، ينجم عنه تغير للسرعة بمقدار $\Delta \bar{V}$ ، يقابله حسب دوكوفسكي تغير للضغط الستاتيكي بمقدار :

$$dp = \rho . a . d \bar{V} \quad (18.281)$$

حيث ρ كثافة السائل ، a سرعة انتشار الصوت في السائل . هذا التغير في السرعة والضغط يفتشر بشكل موجة مباشرة باتجاه وبمعكس اتجاه الجريان وبسرعة الصوت . وإذا اصطدمت هذه الموجة بعائق ما يتمثل ، على سبيل العد لا الحصر ، بوصلة تفريع للأنبوب ، أو بصمام أو بتغير لمقطع الأنبوب أو بمجدار خزان أو بمضخة مركبة على الأنبوب ، فإنها تنعكس وتصبح موجة غير مباشرة أو معكوسة ، ويستمر على هذا الحال انتشار الموجات المباشرة وغير المباشرة . وعليه تتحدد حالة الجريان في موقع معين وزمن معين من تراكب الموجات كافة التي وصلت حتى اللحظة المعتبرة إلى المكان المحدد . فإذا فرضنا أن l المسافة بين مكان التشويش وأقرب عائق لانعكاس الموجة فإن تغير الضغط الاجمالي للمطرقة المائية Δp_{wh} المقابل لتغير السرعة الاجمالي $\Delta \bar{V}$ يبلغ :

$$\Delta p_{wh} = \rho . a . \Delta \bar{V} \quad (18.282)$$

لا يمكن أن يتكوّن بكامل قيمته إلا إذا حقق زمن التوصيل Switching time

(فترة اغلاق الصمام مثلاً) t_1 ، الذي يحدث خلاله تغير السرعة ΔV ، و زمن انعكاس الموجة t_r ، العلاقة الهامة التالية :

$$t_r \leq t_1 = 2L/a \quad (18.283).$$

خلافًا لذلك فإن الموجة المنعكسة ، في حال $t_r > t_1$ ، ترتد وتصل إلى مكان التشويش قبل أن ينقضي زمن اغلاق الصمام تمامًا ، وبالتالي يكون تزايد الضغط أقل ويبلغ حسب الحجرة :

$$\Delta p_{\text{min}} = \frac{t_r}{t_1} \Delta p_{\text{max}} \quad (18.284).$$

أن تذبذبات الضغط الناشئة عن المطرفة المائية يمكن أن تولد ضغوطاً زائدة عظيمة تهدد متانة الانابيب بمخاطر التمزق ، كما أنها تولد ضغوطاً ناقصة يمكن أن تصل قيمتها المطلقة الاصفرة لقيمة ضغط التبخر المناسب لدرجة حرارة السائل مما يهدد بمخاطر نشوء ظاهرة التكهف وتولد حجرة متكيفة مملوءة بخاراً تقصم عمود السائل إلى قسمين يتحركان باتجاهين متعاكسين ، وغالباً يتصادمان مع بعضها البعض بفرق سرعة كبير نسبياً مما يؤدي لحدوث الانفجار التكهفي . لهذه الاسباب يتوجب اجراء دراسة شاملة للمطرقة المائية بالنسبة لكل منشأة هيدروليكية ، وإذا لم يكن بالإمكان تجنبها تصميمياً فيجب عندئذ اعتماد احدى وسائل الأمان ضدالمطرقة المائية ، التي يمكن استنتاجها من العلاقتين (18.282) و (18.283).

حسب (18.282) فإن زيادة الضغط Δp_{min} تكون صغيرة كلما كانت قيم ΔV ، μ ، ρ ، γ صغيرة . وعليه يلزم في حالة سائل معين (μ معطاة) تقليل سرعة انتشار الصوت ، مثلاً بضيخ غازات اضافية في السائل ، واعتماد سرعات صغيرة نسبياً باختيار المقاسات الانابيب مناسبة .

بموجب (18.283) و (18.284) فإن Δp_{min} تكون أقل كلما كان زمن التوسيع t_1 طويلاً أو زمن انعكاس الموجة قصيراً . فإذا كان t_1 محدداً في التصميم ، فيجب اختيار الزمن t_r أقصر من t_1 بجوالي خمس مرات . ويتحقق ذلك اما بواسطة استعمال انابيب قصيرة نسبياً

أو يلاحظ عوائق للانعكاس الاضطرابي للوجة أو لامتصاصها في مواقع انتصافية في حالة خطوط الأنابيب الطويلة . من هذه العوائق وأهمها تذكر خزانات الموازنة Surge tank التي تركيب في أعلى نقطة من خط الأنابيب ، أنابيب مساعدة Stand pipe ، ضخ هواء في أعلى نقطة للخط وغير ذلك .

عندما يتكون زمن انعكاس الموجة ١، محددًا فيازم عندئذ تطويل زمن التوصيل ١، ليصبح أطول بحوالي خمس مرات من ١، . وبتحقق ذلك بوسائل عديدة نذكر منها : اختيار مناسب لقانون إضلاق الصمامات ، بحيث تغلق على مرحلتين مثلاً ، استخدام خزانات مضغوطة أو أنابيب مساعدة تدفع السائل إلى داخل خط الأنابيب تحت تأثير الضغط الزائد ، إطالة زمن إيقاف بعمود الضخ بعد فصلها باستخدام دولا ب معدل مناسب ، تصريف كمن السائل المتجمعة فجأة في خط الأنابيب باستخدام دائرة فرعية By-pass المضخة ، أو بخطط أنابيب تفريغ فرعية أو باستخدام صمامات تنفيس Relief Valve ، وغير ذلك .

إن اختيار هذه الوسيلة أو تلك من وسائل الحماية ضد المطرقة المائية يجب أن يستند إلى دراسة شاملة للنشأة المعنية من الناحيتين الفنية والاقتصادية .

٧.٦.١٨ أسئلة مراجعة وتدريب

من ٢٦.١٨ ، صرّف القطر الهيدروليكي واحسب قيمته بالنسبة لقطع دائري ، مثلثي متساوي الأضلاع ، مربع ومستطيل الشكل .

من ٢٧.١٨ ، ماذا تعني « جزيئات ثانوية » ؟ أوضح كيفية نشوئها في أنابيب ذات مقاطع شبه دائرية وفي أنابيب منحنية كالأكواع .

من ٢٨.١٨ ، خسارة الضغط في كوع أكبر من تلك في أنبوب مستقيم طوله يساوي طول قوس محور الكوع عند نفس شروط الجريان والمواصفات . علّل ذلك .

من ٢٩.١٨ ، لماذا تتجنب تصميم كل تغير مفاجيء المقطع الجريان ؟ أوضح ذلك برسم صورة الجريان التفريجية .

من ٣٠.١٨ ، حدد أنواع الماومات الافرادية الشائعة الاستعمال في شبكات الأنابيب والأفنية وصرّف معامل الفقد f والطول المكافئ L_{eq} .

- س ٣١.١٨ : كيف يحدد تجريبياً معامل الفقد الاجمالي للوصلات والتجهيزات المنزعة الافرادية الأنابيب وما هي الشروط الواجب مراعاتها في التجربة ؟
- س ٣٢.١٨ : عدد أهم الإجراءات التصحيحية لتقليل الفواقد في الأكواخ وأوضح فاعلية كل منها من منطلق تأثيرها على طبيعة الجريان مستعيناً بالشكل (٦١.١٨) .
- س ٣٣.١٨ : كم يجب أن يكون الانحناء النسبي لخط الكوع قائم إذا أردنا أن يكون معامل فقده مساوياً لمعامل فقد كوع قائم مجز برش لوجبه ؟
- س ٣٤.١٨ : كيف تفسر وجود قيم سالبة لمعامل الفقد لوصلات توزيع الأنابيب ؟
- س ٣٥.١٨ : لماذا نسعى لاختيار نصف زاوية الفراج الناشرة $\alpha \leq 90^\circ$ ؟ ماذا تعني α وكيف يمكن تحديدها ؟
- س ٣٦.١٨ : كيف يمكن حساب ارتفاع السحاب الفواقد الاجمالي لخط أنابيب مجز بمقاومات افرازية مختلفة ؟
- س ٣٧.١٨ : عرف ضاغط المضخة وأوضح إمكانية حسابه وتحديد تجريبياً .
- س ٣٨.١٨ : ماذا يعني « إرتفاع السحب الموجب الصافي » لمضخة ولماذا نعتبر قيمته معياراً لجودة تصميم المضخة ؟
- س ٣٩.١٨ : استخرج علاقة إرتفاع السحب الأمثلعي المسموح به لمضخة ؟
- س ٤٠.١٨ : اكتب العلاقات الاساسية التي يتضمن لها حسابات الجريان في أنابيب مريوطة على التسلسل والتفرع .
- س ٤١.١٨ : أوضح أرجح التفاضل بين دائرة كهربائية ودائرة هيدروليكية .
- س ٤٢.١٨ : أوضح الأسس التي يعتمد عليها حسابات الجريان في شبكات الأنابيب .
- س ٤٣.١٨ : عرف القطر الاقتصادي والسرعة المناسبة اقتصادياً ، وأشرح العوامل الرئيسة التي تحدد قيمها .
- س ٤٤.١٨ : ما هي الصعوبات التي نعتد محل مسائل الجريان غير المستقر في الأنابيب بالمقارنة مع الجريان المستقر وشبه المستقر ؟
- س ٤٥.١٨ : ما هي « المعطوفة المائية » ؟ أشرح ميكانيكية نشوئها وعدد بعض وسائل الحماية ضدها مع التعليل .

ت ١١.١٨ : المطلوب تصميم خط انابيب فولاذية بطول اجمالي l لاستخدامه من اجل نقل الماء بتيار حجمي Q وزوجة حركية ν . ويستوجب التصميم أن يركب الخط فنياً وأن يجهز بوصلات المرادفة ونهيزات متتمة يبلغ معامل فقداهما الاجمالي ζ ، كما يشترط ألا تزيد خسارة الضغط الاجمالية للخط عن Δp_v . كم يجب أن يكون القطر الداخلي للانبوب ؟

معطى : $\zeta = 18$ ، $\nu = 1,297 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ، $Q = 750 \text{ m}^3/\text{h}$ ، $l = 6000 \text{ m}$
 $\Delta p_v = 245,25 \text{ kPa}$

الحل : نطبق معادلة برنولي المطورة (18.4) بين مدخل الانبوب ① ومخرجه ② فنجد بسبب وضعية الأفقية :

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \bar{v}_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} \bar{v}_2^2 + \Delta p_v \quad (a)$$

ولكن شرط الاستمرار يقضي ان يكون في حالة مقطع ثابت :

$$Q = \bar{v}_1 \cdot A_1 = \bar{v}_2 \cdot A_2 \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \bar{v} = 4 Q / \pi d^2 \quad (b)$$

وعليه تصبح (a) بادخال (b) والاستعانة بقانون دارسي :

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta p_v = \left(\lambda \cdot \frac{l}{d} + \zeta \right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{16 Q^2}{\pi^2 d^5}$$

بذلك ينتج قطر الانبوب المطلوب :

$$d = \sqrt[5]{ \left(\lambda \cdot \frac{l}{d} + \zeta \right) \cdot \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot \Delta p_v} } \quad (c)$$

نلاحظ ان d يدخل في طرفي (c) ، وبالتالي للعبأ الى طريقة التقريب المتعاقبي حتى يتساوى طرفا (c) . اضافة لذلك فان λ مجهول ويتعلق بالقطر d . وبما أن الجريان في معظم الحالات العملية المشابهة للمسألة يقع في المجال الاكاس - الحشن هيدروليكيًا ، فنضع λ لقانون كولبروك :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d}{3,71} \right) \quad (d)$$

في ضوء ما تقدم يجري الحل بتنظيم جدول مناسب بعد اختيار قيمة مناسبة لحشونة الجدار من الجدول (١٨.٤) على أساس أن الانبوب سيستخدم مسددة طويلة . نختار $k = 0,05 \text{ mm}$ ونظم جدولاً باختيار قيم متعاقبة للقطر $d \text{ [m]}$: $0,6 ; 0,5 ; 0,43 ; 0,429$ ونحسب عند كل منها السرعة حسب (b) ، وعدد رينولدز $Re = \bar{V}d/\nu$ ، والحشونة النسبية k/d ومعامل الاحتكاك λ حسب (d) واختيراً للقطر d حسب (c) . بالنسبة نلاحظ أن قيمة λ وقيمة d لانتغيران وشقوق طرفي العلاقة (c) من أجل $d = 429 \text{ mm}$ ، حيث $\lambda = 0,0154$ وتزداد قيمته مع ازدياد d . وعليه فإن القطر المطلوب للانبوب يجب أن يكون $d \leq 429 \text{ mm}$. على هذا الأساس نختار من الجداول التجارية لأقطار الأنابيب القطر الأقرب إلى هذه القيمة ونعيد على أساسه حساب خسارة الضغط المعطاة .

ت ١٨.١٤ : انبوب أنفي لنقل الماء مصنوع من صفائح فولاذية ملحومة ومطلية بالزفت من الداخل . يبلغ قطر الانبوب الداخلي الصافي d وندرج الجريان المطلوب J . فإذا كانت درجة حرارة الماء t ، احسب قيمة التيار الحجمي Q .

معطى : $t = 20^\circ \text{C}$; $J = 0,002$; $d = 15 \text{ cm}$.

الحل : بفرض : طول الانبوب ، h فرق الارتفاع المكافئ بين بدايته ① ونهايته ② فيكون تعريفاً ندرج الجريان :

$$J = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g \cdot l} + \frac{h}{l} = \frac{\Delta h_v + h}{l}$$

نمد وضعية أفقية يكون $h = 0$ ، وارتفاع الفواقد Δh_v بحسب من قانون دارسي عليه نجد مرعة التيار الحجمي :

$$J = \frac{\lambda}{d} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow \bar{V} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d \cdot J}{\lambda}} \quad (a)$$

أن معامل الاحتكاك λ مجهول ، لذلك نختار قيمة أولية حسب الخبرة ونفرض $\lambda = 0$. عندئذ نحسب قيمة أولية للسرعة $\bar{V}$ بحسب (a) وقيمة أولية لعدد رينولدز . تحديد اللزوجة الحرارية للماء عند درجة الحرارة المعطاة بمساعدة جداول اللزوجة . بد من أجل $\nu = 0,01 \text{ cm}^2/\text{s}$:

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,15 \cdot 0,002}{0,02}} = 0,543 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{Re} \hat{V}_{\text{eff}} / V_{\text{eff}} = \frac{0.543 \cdot 0.15}{0.01 \cdot 10^{-6}} = 81450 \quad (b).$$

وحيث ان $Re < 10^5$ لذلك نطبق قانون بلانزيوس لحساب القيمة التفرعية الثانية لعامل الاحتكاك ونجد :

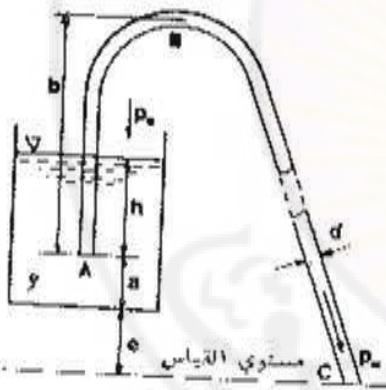
$$\lambda = 0,3164, \operatorname{Re}^{-1/4} = 0,3164, (81450)^{-1/4} = 0,018 \quad (\text{e}).$$

نكرر الحساب فتنتج السرعة : $V = 0,573 \text{ m/s}$ ، ويصبح عدد رينولدز : $Re = 85950$ ، ومعامل الاحتكاك : $\lambda = 0,0185$. للتأكد من هذه القيمة بصورة حتمية ندخلها في قانون براندل (18,135) فنجد أنها تحقق طرفيه . وبالتالي نعلمها بقيمة نهائية لمعامل الاحتكاك λ . بذلك تكون سرعة التيار الحجمي : $V = 0,566 \text{ m/s}$ بها يبلغ التيار الحجمي :

$$Q = \hat{V} \cdot \pi \cdot d^2/4 = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$$

وہو (اطلاویہ)

ت ١٣٠١٨ : يستخدم لتفريغ الماء من الخزان المبين في الشكل (ت ١٣٠١٨)



الشكل ت ١٨، ١٣

نوب معقوف CBA (سيهون) طوله
لاجالي / وقطره d ، وطول الجزء
الشاقولي منه $\overline{AB} = b$. مدخل الأنبوب
A يرتفع عن قعر الخزان H ، وينخفض
عن السطح السائب للماء في لحظة ما h ،
بين ثمغ غاية الأنبوب C على عمق h من
قعر الخزان .

إذا فرضنا معامل الاحتكاك للأجسام
و معامل القدد المدخلة ϵ ، وكان الضغط
الجوي p_0 ، وضغط البخار الماء المناسب
لدرجة حرارته p_v ، يطلب حساب
السرعة الخارجة v_{ex} والارتفاع الخارج h_{ex}

$e = 2 \text{ m}$; $a = 0,5 \text{ m}$; $b = 10 \text{ m}$; $d = 4 \text{ cm}$; $t = 30 \text{ m}$;
 $p_v = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$; $p_a = 10^5 \text{ N/m}^2$; $\zeta = 0,5$; $\lambda = 0,008$
 $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$

الحل : تقطع عملية السحب وبالتالي تفريغ الخزان عندما يصبح الضغط الستاتيكي المطلق الاسفري في الأنبوب مساوياً لضغط التبخر الماء المناسب لدرجة حرارته ، مما يسبب نشوء ظاهرة التكثف (التبخر الموضعي) . وواضح أن ذلك يحدث أولاً في ذروة السيون B حيث يسود الضغط الاسفري .

نختار مستوياً للقياس من C ، ونطبق معادلة برنولي المطورة على النقطتين A و B في اللحظة قبيل انقطاع التفريغ مباشرة فنجد :

$$\frac{p_A}{\rho \cdot g} + \frac{\bar{V}_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho \cdot g} + \frac{\bar{V}_B^2}{2g} + z_B + \Delta h_{v,b} \quad (a).$$

نضع : $p_B = p_v$ ، $z_A = a + c$ ، $\bar{V}_A = 0$ ، $p_A = p_a + \rho \cdot g \cdot h_{cr}$ ، $z_B = a + c + b$ ، $\bar{V}_B = \bar{V}_{cr}$ ، وكذلك نستعين بقانون دارسي لحساب الخسائر الاحتكاك وفقد المدخل للمحز AB ، حيث

$$\Delta h_{v,b} = \left(\lambda \frac{b}{d} + \zeta \right) \cdot \frac{\bar{V}_{cr}^2}{2g} \quad (b).$$

بذلك تصبح (a) بعد إصلاح بسيط :

$$h_{cr} + \frac{p_a - p_v}{\rho \cdot g} - b = \left(1 + \lambda \frac{b}{d} + \zeta \right) \cdot \frac{\bar{V}_{cr}^2}{2g} \quad (c).$$

نطبق معادلة برنولي المطورة بين A و C مع الالتفات أن $p_C = p_a$ ، وأن $\bar{V}_C = \bar{V}_B$ ، وبسبب شرط الاستمرار ولتكون $\bar{V} = \text{const}$ ، وأنه يجب الآن مراعاة ارتفاع الفوالد لتكامل طول الأنبوب . وعليه نجد بعد إصلاح بسيط :

$$h_{cr} = -(a + c) + \left(1 + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \zeta \right) \cdot \frac{\bar{V}_{cr}^2}{2g} \quad (d)$$

بإدخال هذه العلاقة في (c) نلجج المرحلة المطلوبة :

$$\bar{V}_{cr} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d}{\lambda \cdot (l + b)} \left[(a + b + c) - (p_a - p_v) / \rho g \right]} \quad (e).$$

$$h_{sp} = 0 \text{ m} \quad \text{و} \quad \bar{V}_{cr} = 4.44 \text{ m/s}$$

حدد يا محمد :

رسم المطلوب .

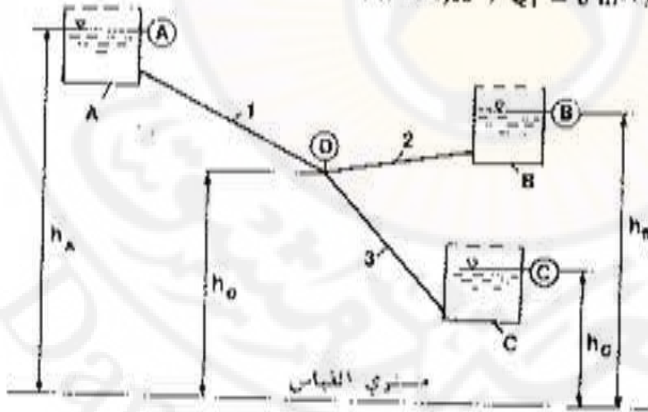
ت ١٤٠١٨ : الخزانات A في الشكل (ت ١٤٠١٨) يغذي بالماء خط الأنابيب (1) الذي يتفرع في النقطة D إلى فرعين : الأول (2) ويغذي الخزان B ، والثاني (3) ويغذي الخزان C . تبليغ أطوال الأنابيب على التوالي l_1 ، l_2 ، l_3 ، وأقطارها d_1 ، d_2 ، d_3 .

نفرض أن التيار الحجمي Q_1 للأنبوب (1) معلوم ، وكذلك ارتفاع السطح السائب للماء في الخزائين A و B من مستوي قياس مختار h_A و h_B ، ونفرض أيضاً أن معامل الاحتكاك λ للأنابيب الثلاثة له نفس القيمة ، وأنه بسبب الأطوال الكبيرة للأنابيب يمكن إهمال المقادير الفردية كافة ، كما يمكن اعتبار ارتفاعات السرعة والاضطراب صغيرة ويمكن إهمالها بالمقارنة مع الارتفاعات الممكنة . كم يبلغ عندئذ التياران الحجميان Q_2 و Q_3 والارتفاع h_C للمسرب الماء في الخزان C ؟

معطى : $l_2 = 1000 \text{ m}$ ، $h_A = 100 \text{ m}$ ، $d_1 = 1 \text{ m}$ ، $l_1 = 1500 \text{ m}$

، $d_3 = 1.2 \text{ m}$ ، $l_3 = 1200 \text{ m}$ ، $h_B = 80 \text{ m}$ ، $d_2 = 0.8 \text{ m}$

، $\lambda = 0.03$ ، $Q_1 = 3 \text{ m}^3/\text{s}$



الشكل ت ١٤٠١٨

حل ، إذا طبقنا معادلة برنولي المطورة بين A و D وأهمنا حسب شروط المسألة

ارتفاعات السرعة والضغط وراعيًا ارتفاع الفواقد اللابوب (1) نجد :

$$h_A = h_B + \Delta h_{v1} \quad (n).$$

h_{v1} ينتج من قانون دارسي ، ونحصل بذلك من (n) على :

$$h_B = h_A - \Delta h_{v1} = h_A - \lambda \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{\bar{V}_1^2}{2g} \quad (b).$$

السرعة $\bar{V}_1$ تنتج من شرط الاستمرار بدلالة Q_1 :

$$\bar{V}_1 = 4 Q_1 / \pi d_1^2 \Rightarrow \bar{V}_1 = 3.82 \text{ m/s} \quad (c).$$

وبإدخال هذه القيمة في (b) يصبح :

$$h_B = 66.5 \text{ m} < h_B \quad (d).$$

وعليه فإن الجريان في اللابوب (2) سيذهب من (B) إلى (D) ، فإذا طبقنا معادلة برنولي المطورة بين هاتين النقطتين نجد على أساس شروط المسألة :

$$h_B = h_D + h_{v2} = h_D + \lambda \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{\bar{V}_2^2}{2g} \quad (e).$$

فقط السرعة $\bar{V}_2$ في هذه العلاقة مجهولة ، ونحسب قيمتها بإدخال القيم العددية فنجد :

$$\bar{V}_2 = 2.66 \text{ m/s} \Rightarrow Q_2 = \bar{V}_2 \cdot \pi d_2^2 / 4 = 1.34 \text{ m}^3/\text{s}.$$

نطبق الآن شرط الاستمرار على الانابيب الثلاثة مع الانتباه لاتجاه الجريان فيها فنجد :

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_3 = 4.34 \text{ m}^3/\text{s} \quad (f).$$

لحساب h_C نطبق معادلة برنولي المطورة بين (D) و (C) مع مراعاة شروط المسألة فنجد :

$$h_C = h_D - \lambda \cdot \frac{l_3}{d_3} \cdot \frac{\bar{V}_3^2}{2g} \quad (g).$$

$\bar{V}_3$ المحدد من (f) بدلالة Q_3 ونتنتج :

$$\bar{V}_3 \text{ or } 4 Q_3 / \pi d_3^2 \Rightarrow \bar{V}_3 = 3.84 \text{ m/s}$$

بذلك يكون حسب (g) :

$$h_C = 44 \text{ m}$$

وهو المطلوب .

ت ١٥.١٨ : في مسألة الخزانات الثلاثة السابقة (ت ١٤.١٨) نفرض أن الخزانات A يغذي خط الأنابيب (1) و B الخط (2) و C الخط (3) . كما نفرض أن الارتفاعات h_A, h_B, h_C, h_D إلى جانب أطوال واقطار الأنابيب معلومة . كم تبلغ عندئذ قيمة التيار الحجمي ومرعته في الأنابيب الثلاثة ، إذا اعتبرنا قيمة λ واحدة لهذه الأنابيب وأهملنا الفواقد الانزلاقية كافة ، ولم نعمل ارتفاعات السرعة والضغط كما في المسألة السابقة .

يطلب إيجاد الحل العام للمسألة ومز ثم تطبيقه على الحالة الخاصة التي تكون فيها القيم التالية معطاة : $l_1 = 3050 \text{ m}, l_2 = l_3 = 1525 \text{ m}, d_1 = 0.6 \text{ m}, d_2 = d_3 = 0.3 \text{ m}, \lambda = 0.03, h_D = 12 \text{ m}, h_C = 3 \text{ m}, h_B = 6 \text{ m}, h_A = 15 \text{ m}$

الحل : نطبق معادلة برنولي المطورة على التواليفين (A) و (D) ، (D) و (B) فنجد :

$$h_A = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + h_D + \Delta h_{v1} \quad (a),$$

$$h_B = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_D + \Delta h_{v2} \quad (b),$$

$$h_C = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + h_D + \Delta h_{v3} \quad (c),$$

من معادلة الاستمرار ننتج العلاقة :

$$V_1 \cdot \pi d_1^2/4 = V_2 \cdot \pi d_2^2/4 + V_3 \cdot \pi d_3^2/4 \quad (d),$$

ومن معادلة دارسي وشرط الاستمرار ننتج ارتفاعات الفواقد للأنابيب حسب (18,271) بالصيغة :

$$\Delta h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} = C Q^2 \quad (e),$$

$$C = \frac{16 \cdot \lambda \cdot l}{2g \cdot \pi^2 \cdot d^5}$$

بمساعدة المعادلات السابقة نستطيع الآن من حيث المبدأ ، ولكن ببذل جهد حسابي ليس بقليل ، حساب الجاهيل الأربعة p_D, V_1, V_2, V_3 ، وبالتالي حساب التيارات

الحجمية المطلوبة . فمثلاً يمكن عزل السرعة $\bar{v}_1$ بمساعدة (d) وعزل $p_0/\rho h$ بمساعدة (ii) .
وتبقى لدينا معادلتان للتحديد $\bar{v}_2$ و $\bar{v}_3$ ومن ثم نحدد $\bar{v}_1$ من (d) . ونقل الجهد الحسابي
بشكل ملحوظ إذا اعتمدت طريقة الحل التقريبية التالية التي تعتمد على موازنة التيارات
الحجمية وتصحيح ارتفاعات الفواقد :

١ - نحدد حسب الخبرة ارتفاع الفواقد ونختار قيمة أولية Δh_v . فإذا كانت قيمة
 λ معلومة نحصل من (e) على قيمة Q المناسبة . لتحسين هذه القيمة نشتق (e) فنجد :

$$\delta \Delta h_v = 2 \cdot C \cdot Q \cdot \delta Q = 2 \cdot \Delta h_v \cdot \delta Q / Q \quad (f)$$

حيث يمثل δQ الفرق بين قيمة التيار الحجمي الأولية وقيمه الفعلية . إن δQ مجموع لكل
من الأنابيب الثلاثة ، ولكن مجموع الفروقات $\sum \delta Q$ ، معلوم لأنه يساوي بالنسبة لنقطة
التفرع (d) الفرق بين مجموع التيارات الحجمية الداخلة والخارجة . وعليه يكون :

$$\delta \Delta h_v = \sum \delta Q / \sum (Q / 2 \cdot \Delta h_v) \quad (g)$$

٢ - نفرض قيمة معقولة للارتفاع الهيدروليكي السائد في (d) : $H_D = \frac{p_D}{\rho h} + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} + h_D$.

بحيث يكون $h_A < H_D < h_B$ ، وهذه القيمة المفروضة ومعلومية λ نحسب من العلاقات (ii)
حتى (e) ارتفاعات الفواقد والسرعات والتيارات الحجمية للأنابيب الثلاثة كقيم
تقريبية أولية .

٣ - نحسب مجموع فروقات التيار الحجمي : $\sum \delta Q = Q_1 - (Q_2 + Q_3)$ ، وكذلك
النسب $Q / 2 \cdot \Delta h_v$ لكل من الأنابيب الثلاثة ومجموع هذه النسب $\sum (Q / 2 \cdot \Delta h_v)$ ، ونحصل
بذلك من (g) على الخطأ في تقدير ارتفاع الفواقد $\delta \Delta h_v$.

٤ - نصحيح قيمة H_D المفروضة أعلاه ونبدأ الخطوة التقريبية الثانية بإيجاد قيمة
جديدة للارتفاع الهيدروليكي $H_D - \delta \Delta h_v$. عندما يكون $\sum \delta Q < 0$ أو $H_D + \delta \Delta h_v$
في حالة $\sum \delta Q > 0$ ، ونكرر الحساب إلى أن يصبح $\sum \delta Q \approx 0$. عندئذ نحسب القيم
النهائية للسرعات والتيارات الحجمية .

نطبق خطوات الحل السابقة على القيم العددية المعطاة المسألة) ونفرض $H_D = 13 \text{ m}$ لأن
 $h_A = 15 \text{ m}$ و $h_B = 12 \text{ m}$. بذلك نحصل من (ii) حتى (e) مع $\lambda = 0.03$ على :

$$\Delta h_{v1} = \frac{0.03 \cdot 3050 \cdot \bar{v}_1^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 0.6} = 15 - 13 = 2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \bar{v}_1 = 0.51 \text{ m/s} \Rightarrow Q_1 = 0.141 \text{ m}^3/\text{s} ,$$

$$\Delta h_{v2} = \frac{0,03,1525 \cdot \tilde{V}_2^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 13 - 6 = 7 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \tilde{V}_2 = 0,949 \text{ m/s} \Rightarrow Q_2 = 0,067 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta h_{v3} = \frac{0,03,1525 \cdot \tilde{V}_3^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 9,3} = 13 - 3 = 10 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \tilde{V}_3 = 1,134 \text{ m/s} \Rightarrow Q_3 = 0,080 \text{ m}^3/\text{s}$$

بذلك يكون مجموع فروقات التيار الحجمي :

$$\sum \delta Q = Q_1 - (Q_2 + Q_3) = 0,144 - 0,147 = -0,003 \text{ m}^3/\text{s} < 0$$

ويكون مجموع النسب :

$$\sum_{i=1}^3 \frac{Q_i}{2 \Delta h_{vi}} = 0,036 + 0,0048 + 0,001 = 0,0418 \text{ m}^2/\text{s}$$

ويصبح بالتالي حسب (g) الخطأ في تقدير ارتفاع الفواقد :

$$\delta \Delta h_v = -0,003 / 0,0418 = -0,067 \text{ m}$$

اشارة (-) تعني أن قيم Q المحسوبة أقل من الواقع . لذلك نبدأ الخطوة التقريبية التالية بتصحيح الارتفاع الهيدروليكي H_{11} ليصبح $H_{11} = 13 - 0,067 = 12,933 \text{ m}$ ونكرر الحسابات بهذه القيمة ، أو نستخدم قيم Q للخطوة التقريبية الاولى ، فنجد قيم Q المصححة :

$$Q_1 = 0,144 \cdot \sqrt{\frac{15 - 12,933}{15 - 13}} = 0,1464 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 0,067 \cdot \sqrt{(12,933 - 6) \cdot 7} = 0,0667 \text{ m}^3/\text{s}$$

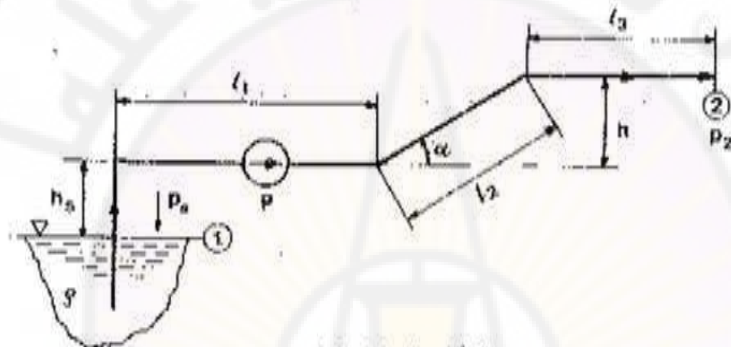
$$Q_3 = 0,080 \cdot \sqrt{(12,933 - 3) \cdot 10} = 0,0797 \text{ m}^3/\text{s}$$

وهو المطلوب .

ت ١٦.١٨ : لتزويد أحد المعامل بتيار حجمي Q من الماء البارد ركبت مجموعة ضخ P (مضخة ومحرك) لسحب الماء من مصدر مائي (بئر) قريب من المعمل وضخه عبر خط الأنابيب المبين في الشكل (ت ١٦.١٨) الى محطة التنقية والمعالجة التي تستوجب أن يدخل إليها الماء بضغط p_2 .

إذا كانت الخط مصنوعاً من أنابيب فولاذية ملحومة قطرها الداخلي d ، ولحظ أنه في التصميم مدة تشغيل تمتد لسنوات طويلة يتعرض فيها للترسبات والتآكل مع وجوب توفير إمكانية الحفاظ على ثبات Q خلال مدة التشغيل ، وإذا اعتبرنا أن الفواقد الأفردية للصهارات والأكواع وغيرها صغيرة يمكن إهمالها بالمقارنة مع فواقد الاحتكاك في الأجزاء المستقيمة لخط الأنابيب ، يطلب حساب ضاغط المضخة H اللازمة للنقل واستطاعة محركها p_M إذا فرضنا η_{pp} مردود المضخة .

معطى $d = 0,75 \text{ m}$, $v = 1,10 - 0 \text{ m/s}$, $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$, $Q = 1800 \text{ m}^3/\text{h}$
 $p_a = 98,1 \text{ kPa}$, $\alpha = 30^\circ$, $l_1 = 500 \text{ m}$, $l_2 = 6 \text{ m}$, $l_3 = 1000 \text{ m}$, $h_s = 2 \text{ m}$
 $\eta_{pp} = 0,8$, $p_2 = 143,2 \text{ kPa}$



الشكل ت ١٦.١٨

الحل : ان ضاغط المضخة H يتلصق من (18.251) أو من تطبيق معادلة برنولي المطورة بين

① و ② بالصيغة :

$$H = H_{geo} + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2}{2g} + \Delta h_v \quad (a)$$

الارتفاع المكافئ حسب الشكل (ت ١٦.١٨) يبلغ :

$$H_{geo} = h_s + h = h_s + l_2 \cdot \sin \alpha = 6 \text{ m} \quad (b)$$

وبلغ السرعة $\bar{v}$ بدلالة Q قيمة ثابتة على طول الأنبوب وفقاً لشرط الاستمرار وبسبب

$$d = \text{const}$$

$$\bar{v} = \bar{v}_2 = Q / \pi d^2 = 1,10 \text{ m/s} \quad (c)$$

ويحسب ارتفاع الفواقد الاجمالي لكامل طول الانبوب l دون مراعاة الفواقد الاخر اذية، وفقاً لشروط المسألة ، من قانون دارسي :

$$\Delta h_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} \quad (d),$$

حيث :

$$l = h_s + l_1 + l_2 + l_3 = 1508 \text{ m} \quad (e).$$

لتحديد معامل الاحتكاك λ نحسب أولاً عدده رينولدز :

$$Re = Vd/\nu = 7,7 \cdot 10^6 > 2320$$

إذاً الجريان مضطرب ، وفقاً لحالة جدار الانبوب المملوطة في التصميم فهو مضطرب خشن تماماً . لذلك نختار بمساعدة الجدول (١٨ - ٥) ، خشونة مطلقة للجدار $k = 3 \text{ mm}$ ، وبالتالي تكون الخشونة النسبية : $d/k = 750/3 = 250$. نحدد λ الآن بمساعدة قانون براندل (18,165) .

$$\lambda = \{ 2 \lg d/k + 1,14 \}^{-2} \quad (f).$$

او بمساعدة مخطط مودي (الشكل ١٨ - ٣٦) حيث نجد : $\lambda = 0,0284$. بذلك ينتج من (d) ، بإدخال القيم العددية حسب (c) و (e) ، ارتفاع الفواقد : $\Delta h_v = 3,71 \text{ m}$.

إن ضاغط المضخة المطلوبة يبلغ إذن حسب (a) :

$$H = 5 + \frac{(143,2 - 98,1) \cdot 10^3}{1100 \cdot 9,81} + \frac{(1,13)^2}{2 \cdot 9,81} + 3,71$$

$$H = 5 + 4,18 + 0,065 + 3,71 = 12,955 \text{ m} ,$$

وتكون بالتالي استطاعة المحرك اللازم للمضخة :

$$P_M = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_p} = \frac{1100 \cdot 9,81 \cdot 1800 \cdot 12,955}{3600 \cdot 0,8}$$

$$P_M = 87,34 \text{ kW}$$

وهو المطلوب .

ت ١٧٠١٨ : يراد تصميم محطة ضخ الماء مؤلفة من مجموعة ضيخ (محرك ومضخة) ومن أنبوب مستقيم أفقي طوله الاجمالي $l = 4000 \text{ m}$ وقطره $d = 6 \text{ cm}$ مجهز بـ (20) كوعاً معامل الفقد لكل منها $\xi_h = 0.5$ ، إضافة لـ 10 صمامات معامل الفقد لكل منها $\xi_v = 0.05$. فإذا كانت سرعة التيار الحجمي للماء $\bar{V} = 1.5 \text{ m/s}$ واللزوجة الحركية $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ والخسرة التكنيكية المضافة لجدار الأنبوب $k = 0.125 \text{ mm}$ ، ونفرض $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 0.8$ مردود المضخة ، كم تبلغ استطاعة محرك المضخة اللازمة للمضخ ؟

فكرة الحل : إن ضاغط المضخة اللازمة يجب أن يكافئ ارتفاع الفواقد الاجمالي الناشئ من فواقد الاحتكاك في الأنبوب المستقيم والفواقد الارادية في الصمامات والاكواع إضافة لارتفاع السرعة عند مخرج الأنبوب . فواقد الاحتكاك تحسب على أساس أن الجريان مضطرب ويقع في المجال الأملس - خشن هيدروليكيًا .

على هذا الأساس نجد استطاعة محرك المضخة بالحصان البخاري : $P_H = 13.65 \text{ HP}$.

ت ١٨٠١٨ : على عمق h من السطح السائب للماء في خزان يتفرع أنبوب تدريغ أفقي طوله الاجمالي l وقطره d ، وقد أضيفت فتحة التفريغ عند نهاية الأنبوب بهمام محكم .

نفتح الصمام فجأة ونحافظ على ارتفاع الماء في الخزان ثابتاً ، ونفرض أن فواقد الجريان لنحصر بفواقد الاحتكاك في الأنبوب فقط ، حيث λ معامل الاحتكاك .

المطلوب : ١ - حساب سرعة تفريغ التيار الحجمي الحدية $\bar{V}_{\text{H}_2\text{O}}$ ، ٢ - استخراج علاقة تغير السرعة مع الزمن ، ٣ (١) $\bar{V} = f(t)$ في الأنبوب ، ٣ - حساب الزمن اللازم لكي تصبح $\bar{V} \approx \bar{V}_{\text{H}_2\text{O}}$ ، ونفرض أن بعضها بما لا يزيد عن 10% ، ٤ - حساب الزمن اللازم لكي تصبح $\bar{V} = 1.5 \text{ m/s}$.

معطى : $h = 12 \text{ m}$ ، $l = 600 \text{ m}$ ، $d = 0.2 \text{ m}$ ، $\lambda = 0.02$.

الحل : ١ - اعتباراً من لحظة فتح الصمام يتعرض الجريان في الأنبوب لعملية تسارع مستمر إلى أن يستقر الجريان وتبلغ سرعة تفريغ التيار الحجمي قيمتها الحدية $\bar{V}_{\text{H}_2\text{O}}$. واعتباراً من لحظة الاستقرار ينضم الجريان إلى معادلة برنولي المطورة (18.4) ، التي إذا طبقت على نقطة من السطح السائب للماء ونقطة من فتحة تفريغ الأنبوب ، مع مراعاة

ان الضغط الجوي يؤثر لي كلتا المنطقتين ، نتلج العلاقة :

$$h = \frac{\bar{V}_{Gr}^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} \right) = C \cdot \frac{\bar{V}_{Gr}^2}{2g} \quad (a)$$

ومنها نجد :

$$\bar{V}_{Gr} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{C}} = 1.964 \text{ m/s} \quad (b)$$

٣ - بعد فتح الصمام مباشرة يتكون الجريان غير مستقر ويضع لمعادلة برنولي المطورة (18.5) ، التي تأخذ مع مراعاة شروط المسألة الصبيخة :

$$h = \frac{\bar{V}^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} \right) + \frac{1}{g} \int_{s=0}^{s=l} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} ds \quad (c)$$

ولمّا لشروط الاستمرار ولتكون $d = \text{const}$ فإن $\bar{V}$ تكون ثابتة على طول الأنبوب. وعليه فإن $\partial \bar{V} / \partial t = d\bar{V} / dt$ لا يتعلق بالاحداثي s ، وتصبح بالتالي (c) :

$$h = C \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{d\bar{V}}{dt} \quad (d)$$

نستخدم العلاقة (a) ونسب $\bar{V}$ إلى $\bar{V}_{Gr}$ والفصل المتحولات فنصبح (d) :

$$\frac{d(\bar{V} / \bar{V}_{Gr})}{1 - (\bar{V} / \bar{V}_{Gr})^2} = \frac{gh}{l \cdot \bar{V}_{Gr}} \cdot dt = \beta \cdot dt ,$$

حيث β قيمة عددية ثابتة : $\beta = 0.1 \text{ s}^{-1}$ ، تجري التكامل ونراعي شروط البدء :

$\bar{V}(t=0) = 0$ ، فنجد علاقة $\bar{V}$ مع الزمن خلال فترة الاستقرار بالصبيخة :

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_{Gr} \cdot \tanh(\beta t) \quad (e)$$

٣ - نضع في (e) : $\bar{V} / \bar{V}_{Gr} = 0.99$ فنحصل على الزمن اللازم لاستقرار الجريان :

$$t_n = 20.5 \text{ s}$$

٤ - نعوض في (١) : $\bar{v}/\bar{v}_{cr} = 1,5/1,904 = 0,7885$ فنجد الزمن اللازم لكي تصبح السرعة $\bar{v} = 1,5 \text{ m/s}$:

$$1-10,06 \text{ s}$$

وهو المطلوب .

ت ١٩٠٨ : يفرض شزان كبير الحجم أنبوباً فولاذياً طويلاً جداً بالماء . طول الأنبوب l وقطره $2R$ ، وسماكة جداره δ ، ويبلغ سرعة الماء في حالة الجريان المستقر $\bar{v}$ ، وتنظم بواسطة صمام مركب على فتحة تفريغ الأنبوب عند نهايته .

ثم يجب أن تكون القيمة الاعظمية للسرعة $\bar{v}$ ، إذا اردنا الا تعرض متانة جدار الأنبوب للخطر ونجتاوز الاجهادات الناشئة بسبب اغلاق صمام التفريغ فجأة اجهاد الشد المسموح به لحدوث الانبوب σ_{all} مع مراعاة مرونة جدار الأنبوب ومرونة الماء .

معطى : $d = 10 \text{ cm}$ ، $\delta = 0,5 \text{ cm}$. معامل المرونة للفولاذ :

$E_{steel} = 21,582 \cdot 10^9 \text{ N/cm}^2$ وللماء : $E_{water} = 20,6 \cdot 10^9 \text{ N/cm}^2$ ، $\rho_{water} = 6807 \text{ N/cm}^2$.

الحل : نفرض أن اغلاق الصمام حدث فجائياً (آتياً) ، عندئذ تتشكل بسبب المطرقة المائية موجة ضغط تنتشر بسرعة الصوت داخل الماء ، وتنعكس عند الخزان وترتد إلى الصمام بنفس السرعة . وعندما تصل من جديد إلى الصمام تكون قد انقضت فترة زمنية تعادل زمن الانعكاس $t_r = l/a$. وبسبب ان زمن اغلاق الصمام $t_n = 0$ فبالغ زيادة الضغط نتيجة المطرقة المائية قيمتها الاعظمية :

$$\Delta p_{max} = \rho \bar{v} . a \quad (a)$$

هذه الزيادة في الضغط تؤدي لتعدد محيط مقطع الأنبوب بسبب مرونته ولاضغاط مواد الماء في الأنبوب ، أيضاً بسبب مرونته ، وتنتج قيمة Δp_{max} من واقع أن القدرة الحركية للسائل التي تحولت إلى قدرة ضغط تعادل العمل المنجز لنشوء جدران الأنبوب والسائل معاً .

إن القدرة الحركية للسائل قبل اغلاق الصمام وبالنسبة لواحدة طول الأنبوب تبلغ :

$$\frac{\rho}{2} \pi R^2 \bar{v}^2 \quad (b)$$

ويبلغ العمل المنجز لنشوء جدران الأنبوب نصف جداره القوة في الاستطالة الناتجة عن التمدد ، فإذا فرضنا أن نصف قطر الأنبوب عدد مقدار ΔR فيكون العمل المنجز

للشوية وبالنسبة لواحدة طول الأنبوب مع اعتبار أن Δp_{wh} تؤثر على كامل السطح الداخلي للأنبوب :

$$\frac{1}{2} \Delta p_{wh} 2\pi R \cdot \Delta R \quad (c).$$

فإذا فرضنا σ_t الاجهاد الناطمي المحيطي فيكون حسب قانون هوك :

$$\sigma_t = \frac{\Delta R}{R} K_{Es} \quad (d).$$

و لكن σ_t يرتبط مع الضغط Δp_{wh} الذي يسببه بالعلاقة (راجع [154] ص ١١٨) :

$$\sigma_t = \frac{\Delta p_{wh} \cdot R}{\delta} \quad (e).$$

وعليه تصبح (c) بادخال (d) و (e) :

$$\frac{\Delta p_{wh}^2 \cdot \pi R^3}{\delta \cdot K_{Es}} \quad (f).$$

نفرض من جهة أخرى أن حجم عمود الماء في الأنبوب V قد تغير نتيجة تأثير Δp_{wh} بمقدار ΔV ، فيكون العمل المنجز بالنسبة لواحدة طول الأنبوب :

$$\frac{1}{2} \Delta p_{wh} \cdot \Delta V \quad (g).$$

ووفقاً لتعريف معامل المرونة الحجمي للماء (راجع [154] ص ٦١) وبالتال مع قانون هوك فإن :

$$K_{Ew} \frac{\Delta V}{V} = \Delta p_{wh} \quad (h).$$

وتصبح بالتالي (g) :

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta p_{wh}^2 \cdot \pi R^3}{K_{Ew}} \quad (i).$$

بوضع (b) = (f) + (i) نجد بعد اصلاح بسيط :

$$\Delta p_{wh} = p \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{K_{Ew}}{\delta} + \frac{2 \cdot p \cdot R}{\delta \cdot K_{Es}}}} \quad (j).$$

من مقارنة (a) مع (j) ننتج سرعة انتشار موجة الضغط الصدمية :

$$a = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K_{LW}} + \frac{2 \cdot \rho \cdot R}{\delta \cdot K_{ES}}}} \quad (k)$$

التي تصبح في حال افتراض جدران الأنبوب مطلقة الصلادة ، $K_{ES} = \infty$:

$$a = \sqrt{\frac{K_{LW}}{\rho}} \quad (l)$$

تبلغ سرعة انتشار الصوت في الماء بموجب (l) : 1435 m/s وفي الزيت : 1400 m/s ،
وأصبح (k) مع مراعاة إجهادات الشد الطولية $\sigma_l = \sigma_1 / 2$ إلى جانب إجهادات
الشد المحيطة :

$$a = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K_{LW}} + \frac{\delta \cdot \rho \cdot R}{2 \cdot \delta \cdot K_{ES}}}} \quad (m)$$

للإبقاء على متانة الأنبوب يجب أن يكون :

$$\sigma_{zul} \geq \sigma_1 = \frac{\Delta p_{wh} \cdot R}{\delta} \quad (n)$$

وبالتالي نجد من (a) ، (m) و (n) السرعة المسموح بها :

$$\bar{v}_{zul} \leq \sigma_{zul} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{1}{\rho \cdot a} \quad (o)$$

ادخال القيم العددية نجد :

$$a = 1289,7 \text{ m/s} \quad \text{حسب (m) :}$$

$$\bar{v}_{zul} = 5,325 \text{ m/s} \quad \text{حسب (o) :}$$

$$\Delta p_{wh} = 68,67 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad \text{حسب (a) :}$$

وهو المطلوب .

* * *

١٩. الجزيئات الحقيقية: ثنائية ومتناحية البعد

١.١٩ مبرهنات ومنطقات أساسية

في الفقرة (١٠.١٨) السابقة المخصصة لدراسة الجزيئات الحقيقية وحيدة البعد ظهر تأثير الاحتكاك في معادلة برنولي المطورة كمعادلة فقط يمثل ارتفاع الفواقد أو الحسارة في الضغط أو القدرة ويرتبط مع إجهاد القص τ الذي ينشأ بسبب لزوجة السائل وتشوه جزيئاته أثناء الحركة . ووفقاً لقانون نيوتن البسيط الاحتكاك فإن إجهاد القص $\tau = \eta \frac{dv}{dy}$ ، يتناسب مع سرعة تشوه الجزيئات ، خلافاً لقانون هوك البسيط في حالة الأجسام الصلبة حيث يتناسب τ مع مقدار تشوه الجزيئات $\tau = G \cdot \gamma$. وواضح من مقارنة القانونين أن اللزوجة η كثابتة مادة ومعامل تناسب في حالة السوائل يقابلها معامل الانزلاق الزاوي G كثابتة مادة ومعامل تناسب في حالة الأجسام الصلبة ، [١٥٤] ص ٤٧ .

إن نظرية خيط التيار تنطبق ، كما رأينا ، على الجزيئات في الانابيب والافنية . ولذا أمكن في هذه الحالات اعتبار حركة الجزيئات السائلية تم بشكل رئيسي في اتجاه خط التيار المركزي ، فإن حقول الجريان في جوار الأجسام التي تتحرك داخل سوائل حقيقية أو في حقول اعصارية تنصف في الحالة العامة بأنها ذات طابع ثلاثي البعد ، بمعنى أن جزيئات السائل تتحرك في ثلاثة اتجاهات متعامدة ، مما يجتم ظهور تأثير الاحتكاك في هذه الاتجاهات الثلاثة ، أو على الأقل في اتجاهين ، لذا أمكن اعتبار حقول الجريان مستوياً ، أي ثنائي البعد .

إن حقول الجريان في الحالة العامة يتحدد بمعرفة شعاع السرعة :

$$\mathbf{V}(x, y, z, t) = i u + j v + k w \quad (19.1),$$

حيث w, v, u مركبات السرعة في اتجاه المحاور الديكارتية x, y, z . إضافة لذلك تازم معرفة الضغط p والكثافة ρ . فإذا لم نراع تأثير درجة الحرارة على الكثافة واللزوجة، فيلزمنا خمس معادلات لتحديد الجاهيل ρ, p, w, v, u ، نحصل عليها من قانون المحفاظ كمية الحركة (الدفع)، ومن قانون المحفاظ الكتلة (معادلة الاستمرار) ومن معادلة الحالة الترموديناميكية $p = f(\rho, T)$ التي تقود لأحد قوانين تغير الحالة (154 ص ٧٢).

إن تطبيق قانون المحفاظ كمية الحركة بالاستناد إلى قانون التحريك الأساسي: القوة = الكتلة في التسارع، في اتجاه المحاور الثلاثة يقودنا إلى ثلاث معادلات حركية. فإذا فرضنا القوة الحجمية الحركية أو قوة دالمبير بالنسبة لواحدة الحجم ρ ، التسارع المادي الموزن من التسارع المكاني $\partial \mathbf{V} / \partial t$ وتسارع الحمل الشعاعية التالية:

$$\mathbf{F}_K = \rho \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_S = \rho \frac{D \mathbf{V}}{D t} = \rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{r}} \right] \quad (19.2),$$

القوة الحجمية $\mathbf{F}_V$ تعتبر، كقوة خارجية، معارضة وناتجة عن تأثير حقول قوى كموني يمثل بتابع الكمون Φ_s ولها ثلاث مركبات:

$$\mathbf{F}_V = i F_{Vx} + j F_{Vy} + k F_{Vz} = - \rho \text{grad } \Phi_s \quad (19.3),$$

أما القوى السطحية $\mathbf{F}_S$ فتتألف من قوى ضغط $\mathbf{F}_p$ وقوى احتكاك $\mathbf{F}_r$ تولدها أجهادات القص المماسية، ولها أيضاً ثلاث مركبات:

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_r = i F_{Sx} + j F_{Sy} + k F_{Sz} \quad (19.4),$$

إن تحديد القوى السطحية يستوجب معرفة العلاقة بين حالة الاجهاد العامة للسائل وحالة التشوه العامة . وكما هو الأمر في نظرية المرونة للأجسام الصلبة فإن هذه العلاقة لا يمكن تحديدها إلا بالتجربة والخبرة . وقد استطاع ستوكس أن يوجد قانوناً يعبر عن هذه العلاقة ويعرف باسم قانون ستوكس العام للاحتكاك في السوائل Stocks's friction law ، الذي يعتبر تعميماً لقانون نيوتن البسيط للاحتكاك ، وصنواً لقانون هوك العام في نظرية المرونة .

إن قانون انحفاظ الكتلة يتضمن أن الفرق بين كتلة السائل الخارجة والداخلية الى سطح معين بالنسبة لوحدة الحجم وفي واحدة الزمن يساوي تغير الكتلة داخل السطح . وتعتبر معادلة الاستمرار العامة ، [154] ص ٢٠١ ، عن هذا القانون ، وتأخذ في حالة سائل قابل للانضغاط وبكتابة شعاعية الصيغة :

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (19.5) .$$

وفي حالة سائل غير قابل للانضغاط :

$$\text{div} \mathbf{V} = 0 \quad (19.6) .$$

من قانون الحالة الترموديناميكية ووفقاً لشروط المسألة المطروحة نحصل على المعادلة المتبقية من المعادلات الخمسة المطلوبة لتحديد القيم الهيدرو - أو الايرو ديناميكية لحقل الجريان فإذا اعتمدنا في الحالة العامة شروطاً بوليترابية فيخضع حقل الجريان للقانون :

$$p/\bar{\epsilon}^n = \text{const} , \quad 1 \leq n \leq \infty \quad (19.7) .$$

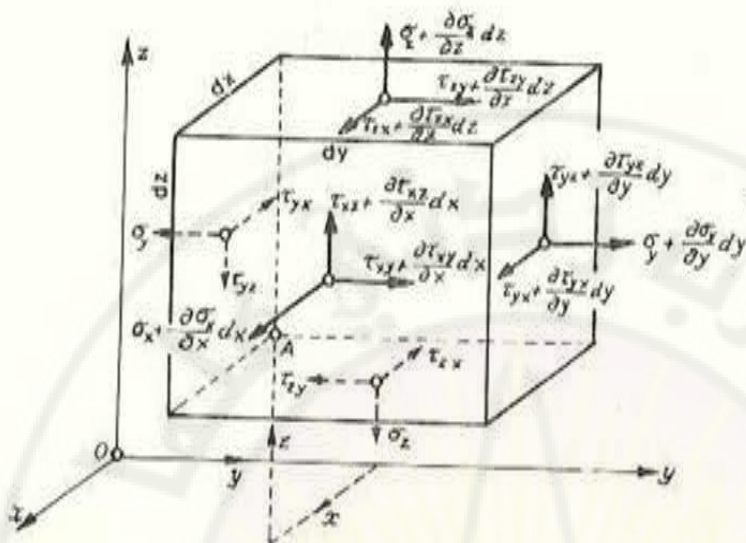
في ضوء ما تقدم فإن اشتقاق المعادلات الحركية التفاضلية يستلزم أولاً تحديد قانون الاحتكاك العام . فإذا تذكرنا أن الحلول المعروفة لمعادلات اويلر

الحركية العامة للجزيئات المثالية (راجع [154] ص ٣٩٣ وما بعدها)
محصورة في عدد قليل من الحالات الخاصة ، فإن المعادلات الحركية العامة
للجزيئات الحقيقية المعروفة باسم معادلات نافير - ستوكس ستكون من حيث
الصياغة أكثر تعقيداً من معادلات أويلر وحلها المتشابكة محصورة بعدد أقل
من الحالات الخاصة ، ذلك أن لزوجة السائل لا تسبب فقط ظهور إجهادات
ماسية في الجزيئات الحقيقية ، وإنما تؤدي أيضاً لتغيير قيمة الضغط بالمقارنة مع
قيمته في الجزيئات المثالية .

٢.١٩ اشتقاق قانون ستوكس العام لمرغظك في السوائل

إن قانون هوك Hooke العام ، كقانون أساسي لنظرية المرونة ، يعبر
عن العلاقة بين حالة الاجهاد العامة وحالة التشوه العامة للأجسام الصلبة المرونة ،
ويستند اشتقاقه على فرضية رئيسة مفادها أن الاجهادات الناعمة والماسية
تناسب طردياً مع مقادير التشوه الطولي والزواوي التي تطرأ على شكل الجسم .
وقد استطاع ستوكس Stokes أن يستخرج قانوناً أساسياً لنظرية الاحتكاك
في السوائل يربط ، مثل قانون هوك ، حالة الاجهاد العامة مع حالة التشوه العامة ،
والكنه يركز على فرضية أن الاجهادات تناسب طردياً مع سرعات
تغير الشكل .

نقتطع من داخل جسم صلب مرن ، أو سائل ، جزيئاً جعياً بشكل متوازي
مستطيلات ، ولتكن dx ، dy ، dz أطوال أضلاعه التي نختارها موازية لمحاور
الاحداثيات الديكارتية x ، y ، z ، الشكل (١.١٩) ، ولنفرض إحدى زواياه
واقعة في النقطة $A(x, y, z)$.



الشكل ١٩ : تعريف حالة الاجهاد لجزيء حجمي لانهائي الصغير من جسم صلب مرن او من سائل لزج .

نفرض F_{Sx} ، F_{Sy} ، F_{Sz} مركبات محصلة القوى السطحية بالنسبة لواحدة السطوح (الاجهاد الاجمالي) المؤثرة على وجوه متوازي المستطيلات الثلاثة المتعامدة مع المحاور x ، y ، z والمقاطعة في النقطة $A(x, y, z)$ ، فتكون مركبات الاجهاد الاجمالي المؤثرة على الوجوه الثلاثة المقابلة للاولى هي على

$$\text{التوالي : } F_{Sx} + \frac{\partial F_{Sx}}{\partial x} dx , F_{Sy} + \frac{\partial F_{Sy}}{\partial y} dy , F_{Sz} + \frac{\partial F_{Sz}}{\partial z} dz$$

وعليه تنتج كمحصلة لمركبات القوى السطحية باتجاه المحاور :

$$\frac{\partial F_{Sx}}{\partial x} , dx , dy , dz \quad \text{في اتجاه } x$$

$$\frac{\partial F_{Sy}}{\partial y} \cdot dy \cdot dz \cdot dx \quad : \text{ في اتجاه } y$$

$$\frac{\partial F_{Sz}}{\partial z} \cdot dz \cdot dx \cdot dy \quad : \text{ في اتجاه } z$$

وحيث أن حجم الجزيء $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ تنتج القوة السطحية المحصلة بالنسبة لوحدة الحجم الناشئة عن حالة إجهاد الجزيء :

$$F_S = \frac{\partial F_{Sx}}{\partial x} + \frac{\partial F_{Sy}}{\partial y} + \frac{\partial F_{Sz}}{\partial z} \quad (19.8).$$

نحل كلا من F_{Sx} ، F_{Sy} ، F_{Sz} إلى ثلاث مركبات : مركبة ناظرية على السطح تمثل الإجهاد الناظمي σ ، الذي اعتبر في الشكل (١٠١٩) كإجهاد شد موجب وميز بدليل يعطى اتجاه تأثيره ، ومركبتان مماسيتان على السطح تمثلان إجهاد القص τ ، الذي ميز بدليلين يعني الأول المحور المتعامد مع السطح الذي يؤثر عليه x ويعني الثاني اتجاه تأثير τ . وعليه يعني ، مثلاً ، σ_x الإجهاد الناظمي باتجاه x ، و τ_{xy} الإجهاد المماسي المؤثر على السطح $dy \cdot dz$ المتعامد مع x ، والمتجه باتجاه المحور y . بهذه الرموز تصبح :

$$\left. \begin{aligned} F_{Sx} &= i \sigma_x + j \tau_{xy} + k \tau_{xz} \\ F_{Sy} &= i \tau_{yx} + j \sigma_y + k \tau_{yz} \\ F_{Sz} &= i \tau_{zx} + j \tau_{zy} + k \sigma_z \end{aligned} \right\} \quad (19.9).$$

بذلك يتضح أن حالة الإجهاد تتحدد بمعرفة تسع قيم عددية تؤلف ما يسمى بتزود الإجهاد ويطلق على مجموع مركباته التسعة هذه مصفوفة الإجهاد Stress matrix . ولكن وفقاً لقانون معاملة إجهادات القص بالمثل المعروف في مقاومة المواد (راجع [67]) ، الذي ينطبق على السوائل أيضاً ، والقاضي بتساوي قيم إجهادات القص ذات الأدلة الواحدة التي تبادلات مواقعها ،

أي التي تؤثر على سطوح لانهاية الصغر متعامدة على بعضها البعض ، فإن
 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ وبالتالي فإن حالة الاجهاد تحددها في
 الواقع ست قيم عددية فقط ومثلها مصفوفة الاجهاد التالية المتناظرة بالنسبة
 للاقطار الرئيسية :

$$\pi = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (19.10).$$

من العلاقات (19.8) حتى (19.10) تنتج أخيراً القوة السطحية بالنسبة لواحدة
 الحجم بالصيغة :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_s = & \left. \begin{aligned} & i \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \dots \text{ المركبة باتجاه } x \\ & + j \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \dots \text{ المركبة باتجاه } y \\ & + k \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \dots \text{ المركبة باتجاه } z \end{aligned} \right\} (19.11) \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{yz} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{zx} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{xy} \end{aligned}$$

إن حالة التشوه التي يتعرض لها الجزيء الحجمي يمكن تحديدها بمعرفة
 الاستطالات النسبية الثلاثة باتجاه المحاور الناتجة عن التشوه الطولي للاضلاع :
 ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z إضافة للتشوهات الزاوية الناتجة عن تغير الزوايا القائمة الثلاثة :
 γ_{xx} , γ_{yz} , γ_{xy} ، وبالتالي بمعرفة ست قيم تشوه .

من جهة أخرى يمكن تحديد حالة التشوه للجزيء الحجمي على أساس أن
 أية نقطة منه محددة قبل التشوه بالاحداثيات x , y , z فإنها تصبح بعد التشوه
 محددة بالاحداثيات $x + \eta$, $y + \nu$, $z + \xi$ ، حيث نسمى ξ , η , ν مركبات
 شعاع الانزياح :

$$\mathbf{r} \equiv \mathbf{S} = i \xi (x, y, z) + j \eta (x, y, z) + k \zeta (x, y, z) \quad (19.12),$$

وترتبط قيم التشوه الستة مع مركبات شعاع الانزياح بالعلاقات التالية :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \partial \xi / \partial x ; \epsilon_y = \partial \eta / \partial y ; \epsilon_z = \partial \zeta / \partial z \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} ; \gamma_{yz} = \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} ; \gamma_{zx} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \epsilon_V &= \frac{d(\Delta V)}{dV} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \text{div } \mathbf{S} \end{aligned} \right\} (19.13),$$

حيث ϵ_V معامل التمدد الحجمي Volume dialation .

في إطار نظرية المرونة للأجسام الصلبة يعبر قانون هوك عن العلاقة القائمة بين الاجهادات المماسية والتشوهات الزاوية بالصيغة البسيطة التالية :

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} ; \tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz} ; \tau_{zx} = G \cdot \gamma_{zx} \quad (19.14)$$

حيث $G [N/m^2]$ معامل الانزياح أو القص .

بالمقابل فإن العلاقة بين الاجهادات الناعمية والتشوهات الطولية معقدة نسبياً ، ذلك أن الاجهاد الناعمي σ_x ، مثلاً ، يسبب من جهة استطالة نسبية ϵ_x باتجاه المحور x مقدارها : $\epsilon_x = \sigma_x / E$ ، باعتبار $E [N/m^2] \equiv K_V$ معامل المرونة ، ومن جهة اخرى تضيقاً عرضياً بالانتماهين المتعامدين على المحور x : $\epsilon_z = \epsilon_y = -\mu \cdot \epsilon_x = -\mu \cdot \sigma_x / E$ ، ويعرف μ باسم معامل التضيق العرضي أو ثابت بويسون Poisson وترتبط مع E و G بالعلاقة :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (19.15).$$

على اساس ما تقدم يأخذ قانون هوك كعلاقة بين الاجهادات الناعمية التشوهات الطولية باتجاه كل من المحاور الثلاثة الصيغة التالية :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu (\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \right\} \quad (19.16).$$

ويصبح معامل التمدد الحجمي معطى بالعلاقة :

$$\varepsilon_V = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (19.17).$$

نعيد صياغة العلاقة (19.16) بحيث تظهر على الطرف الأيسر الاجهادات الناعظمية بدلاً من الاستطالات النسبية . بإجراء حسابات بسيطة واستبدال E بـ G حسب (19.15) وإدخال معامل التمدد الحجمي ε_V نجد :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2G \left(\varepsilon_x + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \cdot \varepsilon_V \right) \\ \sigma_y &= 2G \left(\varepsilon_y + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \cdot \varepsilon_V \right) \\ \sigma_z &= 2G \left(\varepsilon_z + \frac{\mu}{1 - 2\mu} \cdot \varepsilon_V \right) \end{aligned} \right\} \quad (19.18).$$

كقيمة حسابية مهمة ندخل الآن المتوسط الحادي $\bar{\sigma}$ للاجهادات الناعظمية الذي لا تتغير قيمته من جراء تدوير مجموعة الاحداثيات :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (19.19).$$

بذلك يصبح ε_V حسب (19.17) بعد استبدال E بـ G :

$$\varepsilon_V = \frac{3}{2} \frac{1 - 2\mu}{G(1 + \mu)} \bar{\sigma} \Rightarrow \bar{\sigma} = \frac{2}{3} G \frac{1 + \mu}{1 - 2\mu} \varepsilon_V \quad (19.20)$$

إضافة $\bar{\sigma}$ إلى الطرف الأيمن للعلاقة (19.18) نجد باستخدام (19.20) :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \epsilon_x - \frac{2}{3} G \cdot \epsilon_V \\ \sigma_y &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \epsilon_y - \frac{2}{3} G \cdot \epsilon_V \\ \sigma_z &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \epsilon_z - \frac{2}{3} G \cdot \epsilon_V \end{aligned} \right\} (19.21).$$

من (19.13) ، (19.14) و (19.21) ينتج قانون هوك العام الذي يربط بين مركبات الاجهاد السنتية ومركبات الانزياح بالصيغة :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{2}{3} G \cdot \text{div } S \\ \sigma_y &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{2}{3} G \cdot \text{div } S \\ \sigma_z &= \bar{\sigma} + 2G \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{2}{3} G \cdot \text{div } S \\ \tau_{xy} &= G \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right); \quad \tau_{yz} = G \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right); \\ \tau_{zx} &= G \cdot \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} (19.22).$$

إن قانون ستوكس العام للاحتكاك في السوائل القابلة وغير القابلة للانضغاط ينتج الآن مباشرة من (19.22) إذا اعتمدنا فرضية ستوكس واعتبرنا الاجهادات متناسب مع سرعات تغير الشكل . وعليه نستبدل شعاع الانزياح S حسب (19.12) بسرعة الانزياح المكافئة لسرعة الجريان (راجع [154] ص ٢١٢ وما بعد) :

$$\frac{dS}{dt} = i \frac{d\xi}{dt} + j \frac{d\eta}{dt} + k \frac{d\zeta}{dt} = iu + jv + kw = \mathbf{V} \quad (19.23),$$

ونستبدل معامل الانزياح G باللزوجة التخريبكية η [Ns/m²] ، والمتوسط

الحسابي للاجهادات الناعمية σ بالضغط الستاتيكي أو ضغط أويلر p ، نظر لأنه في حالة الجريانات المثالية يكون $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$ ، وفي حالة الجريانات الحقيقية لا يتغير مفهوم الضغط ولكن قيمة الاجهاد الناعمي تتغير بسبب تأثير اللزوجة . وقد اعتبر p سالبا لان σ في الشكل (١٩٠١) موجب (اجهاد شد) . بذلك ينتج قانون ستوكس للاحتكاك بصيغة ماثلة للعلاقة (19.22):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -p + 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \eta \operatorname{div} \mathbf{V} \\ \sigma_y &= -p + 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \eta \operatorname{div} \mathbf{V} \\ \sigma_z &= -p + 2\eta \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \eta \operatorname{div} \mathbf{V} \\ \tau_{xy} &= \eta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) ; \tau_{yx} = \eta \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) ; \\ \tau_{xz} &= \eta \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} (19.24),$$

أو بصيغة مصفوفة الاجهادات في السوائل مع مراعاة (19.10) :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + \eta \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} + \eta \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} - \frac{2}{3} \eta \begin{pmatrix} \operatorname{div} \mathbf{V} & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{div} \mathbf{V} & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{div} \mathbf{V} \end{pmatrix} \quad (19.25).$$

لاظهار تأثير الزوجة نمثّر الاجهادات الناطمية مؤلفة من الضغط وعن
اجهاد ناظمي اضافي (ضغط) تسببه قوى الاحتكاك :

$$\sigma_x = -p + \sigma'_x ; \sigma_y = -p + \sigma'_y ; \sigma_z = -p + \sigma'_z \quad (19.26-a).$$

نقارن هذه العلاقة مع (19.24) فنجد مركبات الاجهاد الاضافية الناطمية
والمماسية الناتجة عن الاحتكاك :

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= \eta \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) ; \quad \tau_{xy} = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma'_y &= \eta \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) ; \quad \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \sigma'_z &= \eta \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) ; \quad \tau_{zx} = \eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (19.26).$$

هذه الاجهادات الاضافية تنعدم في حالة السوائل المثالية $\eta = 0$.

مركبات القوى السطحية بموجب (19.11) فنجد المعادلات الحركية بالصيغة :

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= F_{vx} + \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= F_{vy} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= F_{vz} + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} (19.27)$$

نستعين بقانون ستوكس للاحتكاك (19.24) ، ونلاحظ أنه في حالة $\rho = \text{const}$ يكون بموجب (19.6) : $\text{div } \mathbf{V} = 0$ ، وعليه تأخذ المعادلة الأولى من (19.24) الصيغة التالية :

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= F_{vx} + \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + 2\eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \right] \right. \\ &= F_{vx} - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= F_{Vx} - \frac{\partial p}{\partial x} + \\
&+ \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\
\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= F_{Vy} - \frac{\partial p}{\partial y} + \\
&+ \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\
\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= F_{Vz} - \frac{\partial p}{\partial z} + \\
&+ \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \quad (19.28)$$

التي تمثل معادلات نافير - ستوكس العامة للجويانات اللزجة ، غير القابلة للانضغاط وغير المستقرة ، وذلك نسبة للعالم الافرنسي نافير M. Navier ، الذي نشرها عام 1827 ، وللعالم الانجليزي ستوكس G. Stokes ، الذي نشرها عام 1845 مستقلاً عن نافير . هذه المعادلات اضافة لمعادلة الاستمرار :

$$\text{div } \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (19.29)$$

تمثل بمجموعة القوى الحجمية ومن حيث المبدأ ، أربع معادلات لإيجاد المجاميل الاربعة p, w, v, u

بكتابة شعاعية تصبح (19.28) بادخال اللزوجة الحركية $\nu = \eta/\rho$ ، واعتبار F_V قوة حجمية بالنسبة لواحدة الكتلة بدلاً من واحدة الحجم ، وباستخدام معامل لابلاس $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ من الشكل :

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \mathbf{F}_V - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta \mathbf{V} \quad (19.30)$$

وتصبح هذه المعادلة بعد فصل الحد الايسر الى جزء يعبر عن دوران جزيئات السائل ممثلاً بدوار شعاع السرعة ، وجزء يعبر عن اللادوران (راجع [154] ص ٣٩٨ وما بعد) ، وادخال Φ_s كتابع كمون لحقل القوى الجسمية :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \text{grad } \frac{V^2}{2} - \mathbf{V} \times \text{rot } \mathbf{V} + \text{grad } \Phi_s + \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \text{rot} . \text{rot } \mathbf{V} = 0 \quad (19.31).$$

عندما تنعدم اللزوجة ، $\nu = \eta = 0$ ، تأخذ معادلات نافير - ستوكس صيغة معادلات اويلر الحركية العامة للجويانات المثالية ، [154] . وعليه لا يجوز عند دراسة جريان حقيقي ، لزج ، سول جسم مثلاً ، حذف الحد $\nu \Delta \mathbf{V}$ المعبر عن مركبات قوى الاحتكاك .

في حالة الجريانات المستقرة ينعدم الحد $\partial \mathbf{V} / \partial t$ وبالتالي تنعدم مركباته . وتأخذ معادلات نافير - ستوكس (19.28) في حالة الجريانات المستقرة المستوية ، مع افتراض $w = 0$ مثلاً ، صيغة أبسط من الشكل :

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= - \frac{\partial \Phi_s}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (19.32)$$

وتصبح معادلة الاستمرار (19.29) .

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (19.33) ,$$

وبالتالي لدينا ثلاث معادلات للمجهول u, v, p .

من الجدير بالملاحظة ان معادلات نافير - ستوكس تأخذ في الحالة العامة لجريان غير مستقر قابل الانضغاط صيغة معدلة جداً ، لأن $\nabla \cdot \mathbf{v} \neq 0$ ، وبالتالي يدخل قانون ستوكس (19.24) يكامل محدود في المعادلات الحركية (19.27). كذلك فان معادلة الاستمرار (19.5) تكون بسبب (1) $\rho = \rho_0$ أكثر تعقيداً من (19.6) . يضاف الى ذلك ان اللزوجة η وكذلك الكثافة تتغيران مع درجة الحرارة . وعليه فان معرفة سائل الجريان تحتاج لتحديد سبعة مجاهيل : u, v, w, p, ρ, T . ونحتاج بالتالي إضافة لمعادلات نافير - ستوكس الحركية الثلاثة ومعادلة الاستمرار ، الاستعانة بالقانون الاساسي الاول للترموديناميك المعبر عن قانون انحفاظ القدرة والذي يسمح بتحديد توزيع درجة الحرارة T ، ومعادلة الحالة التي تربط بين الضغط والكثافة ودرجة الحرارة ، وأخيراً بالقانون التجريبي لعلاقة اللزوجة بدرجة الحرارة ، $\eta = \eta(T)$. بذلك يتوفر لدينا ، معلومية القوى المجهبة ، سبع معادلات لايجاد المجاهيل السبعة .

ب) جملة احداثيات اسطوانية

لدراسة بعض حقول الجريان ، خاصة المتناظرة دورانياً ، يفضل استخدام احداثيات اسطوانية r, φ, z . للانحناء القطري والمحيطي والمحوري ، بدلاً من الاحداثيات الديكارتية x, y, z . عندئذ تصبغ مركبات شعاع السرعة V_r, V_φ, V_z بدلاً من u, v, w . وتقوم بين الاحداثيات ومركبات السرعة في الجملتين العلاقات التالية :

$$x = r \cos \varphi ; \quad y = r \sin \varphi ; \quad z = z \quad (19.34)$$

$$u = V_r \cos \varphi - V_\varphi \sin \varphi ; \quad v = V_r \sin \varphi + V_\varphi \cos \varphi ; \quad V_z = w \quad (19.35)$$

في حالة الجريانات غير القابلة للانضغاط تصبغ مركبات الاجهاد (19.29) في الاحداثيات الاسطوانية من الشكل :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -p + 2\eta \frac{\partial V_r}{\partial r} ; & \tau_{r\varphi} &= \eta \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \right] \\ \sigma_\varphi &= -p + 2\eta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r}{r} \right) ; & \tau_{\varphi z} &= \eta \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} \right) \\ \sigma_z &= -p + 2\eta \frac{\partial V_z}{\partial z} ; & \tau_{rz} &= \eta \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (19.36)$$

ونأخذ معادلات نافير - ستوكس (19.28) ومعادلة الاستمرار (19.29) بعد تحويلها للاحداثيات اسطوانية الصيغة التالية :

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) &= F_{V_r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \eta \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \varphi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r V_\varphi}{r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right) &= F_{V_\varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \eta \left(\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) &= F_{V_z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} (19.37)$$

$$(19.38).$$

هذه المعادلات تتبسط بشكل ملحوظ اذا فرضنا أن مركبات السرعة لا تتعلق بالزمن (جريان مستقر) ونقتل مع الضغط نوابع للاحداثيين r و z فقط وبالتالي لا تتعاقب بـ φ . فإذا اعتبرنا تحت هذه الشروط حسب فوت كورمان أن مركبات السرعة والضغط تخضع للعلاقات التالية :

$$V_r = r \cdot f_1(z) ; V_\varphi = r \cdot f_2(z) ; V_z = f_3(z) ; p = p(z) \quad (19.39)$$

فإن المعادلات (19.37) بعد احوال القرى الجمعية والمعادلة (19.38) تتحول بادخال (19.39) إلى جملة المعادلات التفاضلية العادية التالية :

$$\left. \begin{aligned} f_1'' &= f_2'' + f_3 \frac{df_1}{dz} = \nu \frac{d^2 f_1}{dz^2} ; 2f_1 \cdot f_2 + f_3 \frac{df_2}{dz} = \nu \frac{d^2 f_2}{dz^2} ; \\ \frac{df_3}{dz} + 2f_1 &= 0 ; f_2 \frac{df_3}{dz} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \nu \frac{d^2 f_3}{dz^2} \end{aligned} \right\} (19.40).$$

التي يحملها ومراعاة الشروط الحدية للمسألة المطروحة تتحدد القيم الهيدروديناميكية لمقل الجريان تماماً .

ج) معادلات نافير - ستوكس كمعادلة انتقال اعصاري

في حالة الجريانات المستوية غير المستقرة تنتج معادلات نافير - ستوكس من (19.32) بإضافة $\partial u/\partial t$ إلى الطرف الأيسر للمعادلة الأولى و $\partial v/\partial t$ إلى الطرف الأيسر للمعادلة الثانية كحددين يعبران عن مركبتَي التسارع المكاني باتجاه x, y . ندخل دوائر شعاع السرعة الذي يكون له في حالة جريان في المستوى xy مركبة واحدة للدوران حول المحور z [154] :

$$\frac{1}{2} \text{rot } \mathbf{V} = \omega_z = \omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (19.41).$$

نعزل الضغط من معادلتَي نافير - ستوكس بأن نشتق جزئياً المعادلة الأولى بالنسبة لـ y ونطرح الناتج من المعادلة الثانية بعد اشتقاقها جزئياً بالنسبة لـ x . فإذا انتبهنا أن $\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x}$ وأن مشتق القرى الحجمية الثابتة معدوم ، نحصل بعد ادخال (19.41) من المعادلتين على معادلة واحدة بالصيغة :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (19.42).$$

أو بكتابة شعاعية واستخدام معامل لابلاس والكسر Δ التفاضلي المادي للسرعة الزاوية :

$$D\omega/Dt = \nu \cdot \Delta \omega \quad (19.43)$$

تسمى هذه العلاقة — معادلة الانتقال الاعصاري Vorticity transport equation — وتضمن أن التغير المادي للشدة الاعصارية ، المؤلف من جزء مكاني ، ينتج عن تغير ω في موقع ما مع الزمن ، وجزء انتقالي ، ينتج عن تغير ω عند

لانتقال من مكان لآخر ، يساوي التبديد Dissipation نتيجة الاحتكاك للشدة الاعصارية . (19.42) - مع معادلة الاستمرار (19.33) تشكلان معادلتين لتحديد مركبتي السرعة $u(x, y, t)$ و $v(x, y, t)$. هاتان المعادلتان يمكن تحويلهما إلى معادلة واحدة بادخال تابع التيار $\Psi(x, y)$.

نضع حسب [154] :

$$u = \partial \Psi / \partial y \quad ; \quad v = - \partial \Psi / \partial x \quad (19.44).$$

بذلك تصبح معادلة الاستمرار محققة بالتطابق ، وتأخذ (19.41) الصيغة التالية :

$$\omega = - \frac{1}{2} \Delta \Psi \quad (19.45),$$

وتتحول بذلك معادلة الانتقال الاعصاري (19.42) للصيغة :

$$\frac{\partial \Delta \Psi}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \Psi}{\partial y} = \nu \Delta \Delta \Psi \quad (19.46),$$

التي تحتوي مجهولاً واحداً هو تابع التيار Ψ . وقد استخدم هذه المعادلة التفاضلية من الدرجة الرابعة اللورد ويليه عام 1883 . لذلك يطلق عليها معادلة ويليه التفاضلية [7a] . ويمثل طرفها الايسر ، كما في معادلات نافير - ستوكس حدود قوى العطالة ، بينما يمثل طرفها الايمن حدود قوى الاحتكاك . وبسبب صفتها غير الخطية فإن حلها معقد جداً .

٤.١٩ الصفات العامة لمعادلات نافير - ستوكس والمعادلات هلمهولتز

تمثل معادلات نافير - ستوكس في كل لحظة حالة التوازن بين قوى العطالة والقوى اللصقية وقوى الضغط وقوى الاحتكاك المؤثرة على جزيء حجري من سائل لزج ، وبالتالي فهي تشكل الاساس الذي يعتمد عليه تحريك السوائل الحقيقية .

إن الفرضية الاعتبارية لعلاقة الاجهادات مع سرعات التثارة التي اعتمدت في قانون ستوكس العام للاحتكاك ودخلت بالتالي في صلب معادلات نافير - ستوكس تميز بعض الشك فيما إذا كانت هذه المعادلات تعطي وصفاً واقعياً ومؤكداً لمسائل الجريان الحقيقي على اختلافها وتنوعها . وبالفعل فقد بقي الاعتماد سائداً لفترة طويلة بعدم صلاحية هذه المعادلات سوى لمعالجة مسائل الجريان الصفائحي البسيطة . أما اليوم فقد ثبت بالبرهان القاطع [7a] أن معادلات نافير - ستوكس تصلح حتى لدراسة العمليات الاولية أو الجزئية للحركة المضطربة المعقدة ، كما سبقت الإشارة لذلك .

إن الحسدود المعثلة لقوى الاحتكاك في معادلات نافير - ستوكس ، تحديداً $\nu, \Delta \nu$ ، ترفع مرتبة هذه المعادلات إلى الدرجة الثانية وتزيل عنها الصفة الخطية ، مما يجعل امكانيات حلها العام محدودة جداً ومقرونة بصعوبات رياضية هائلة ، يمكن أن نتصور حجمها إذا تذكرنا أن الحلول الممكنة لمعادلات أويلر الحركية للجريانات المثالية محدودة ومعقدة رياضياً بشكل عام ، إلا في حالة الجريانات الكمونية التي تصبح عندها معادلات أويلر خطية (راجع [154] ص ٣٩٦) .

للعصول على حلول معقولة فيزيائياً لمعادلات نافير - ستوكس يلزم مراعاة شروط الحدودية التي يفرضها في حالة السوائل الحقيقية شرط الالتصاق وبقي أن تنعدم المركبة المماسية والناظمية لشعاع السرعة على الجدران الصلبة الثابتة :

$$V_n = V_t = 0 \quad \text{على الجدار} \quad (19.47)$$

حتى اليوم لم يعرف أي حل دقيق لمعادلات نافير - ستوكس روعيت حدود هذه المعادلات كافة وبعمومية تشمل التأثير المتبادل كما لا بين

قوى العطالة وقوى الاحتكاك . ولكن بشائر الامل في هذا الاتجاه أصبحت مشجعة جداً خاصة باستخدام الحراسب الالكترونية .

اقصد أمكن إيجاد عدد من المحاول الدقيقة لمعادلات نافير - ستوكس بالنسبة لبعض حالات الجريان الخاصة ذات الحركة الصفائحية . وما عدا ذلك فيمكن إيجاد حلول تقريبية لهذه المعادلات مبينة على أساس إهمال بعض الحدود بالمقارنة مع الحدود الأخرى .

إن الامكانيات المعروفة من وجهة نظر عملية لحل معادلات نافير - ستوكس ، بمعنى مكاملة هذه المعادلات مع مراعاة الشروط الحدية ، تندرج على سبيل العد لا الحصر تحت الحالات التالية :

١ - قوى الاحتكاك معدومة . عندئذ تأخذ معادلات نافير - ستوكس صيغة معادلات أويلر الحركية ، وتمثل الجريانات الكمونية دائماً حلاً لهذه المعادلات . وقد طور ميكانيك السوائل طرفاً عملية متعددة على أساس هذه الجريانات حل مسائل الجريان الأساسية (راجع [154] ، الفصل الخامس) .

٢ - فصيلة الجريانات الانسيابية الصفائحية Translation flows المتكونة تماماً والمستقرة ، مثل جريان كوكيت بين صفيحتين ، جريان هاجن - بوازويل في الانابيب . وقد أمكن الحصول على حلول دقيقة لمعادلات نافير - ستوكس لهذه الحالات تطابقت نتائجها بشكل جيد مع النتائج المقاسة .

٣ - قوى الاحتكاك كبيرة جداً بالمقارنة مع قوى العطالة ، بحيث يمكن إهمال الأخيرة : $DV/Dt = 0$ ، والانتقال للحالة اللدبية ذات اعداد رينولدز الصغيرة جداً وتنطبق هذه الحالة على ما يسمى فصيلة الجريانات الزاحفة Creeping flows ذات الحركة الصفائحية البطيئة التي تنسج لها الجريانات الصفائحية

في الانابيب والافنية بشكل عام ، جريان المياه الجوفية ، الجريان في المحامل
الانزلاقية وغيرها .

٤ - قوى الاحتكاك صغيرة جداً بالمقارنة مع قوى العطالة . وتطبق هذه
الحالة الحديدية ذات أعداد رينولدز الكبيرة جداً بصورة خاصة على جريانات
الطبقة الحديدية .

٥ - بعض حالات الجريان الخاصة مثل الجريان الركودي المستوي ،
حقول الجريان الاصلية وغيرها .

في الفصول اللاحقة سنركز البحث على حالتي الجريان الحديتين لاعداد
رينولدز الصغيرة جداً والكبيرة جداً ، وذلك بعد التوقف عند معالجة بعض
الحلول الدقيقة لمعادلات نافير - ستوكس . ومن الجدير بالملاحظة هنا أن
الحلول التقريبية للحالتين الحديتين قد أكدت نتائجها التجارب بشكل مقنع
أعطى البرهان عن كفاءة معادلات نافير - ستوكس . ولكن لم تتوفر حتى اليوم
أية إمكانية لإجراء استقواء داخلي أو خارجي للنتائج كي تشمل مجال اعداد
رينولدز المحصور بين هاتين الحالتين الحديتين .

٥.١٩ أسئلة مراجعة

س ١٠١٩ : أوضح الخصائص المميزة للجريانات الحلقية ثنائية وثلاثية البعد .

س ٢٠١٩ : استخرج قانون ستوكس للاحتكاك وبرهن أن قانون نيوتن البسيط
حالة خاصة منه .

س ٣٠١٩ : برهن أن معادلات نافير - ستوكس تمثل حالة توازن القوى كافة
المؤثرة على سائل لزج في أية لحظة وفي أي موقع .

من ٤.١٩ : استخرج قانون رينولدز للتشابه التحريكي بالاعتماد على معادلات نافير - ستوكس .

من ٥.١٩ : برهن أن معادلة الاستمرار $\text{div } \mathbf{v} = 0$ تنطبق على الجزيئات الحقيقية المستقرة وغير المستقرة .

من ٦.١٩ : تتبع بالتفصيل الخطوات اللازمة لنقل معادلات نافير - ستوكس ومعادلة الاستمرار من جملة إحداثيات ديكارتية لجملة إحداثيات اسطوانية .

من ٧.١٩ : أوضح الخصائص المميزة الرياضية والفيزيائية لمعادلات نافير - ستوكس وشرح معنى « حل دقيق » و « حل تقريبي » لهذه المعادلات .

★ ★ ★

الفصل الثامن

الجريانات الحقيقية غير القابلة للانضغاط ذات اعداد رينولدز الصغيرة والصغيرة جداً

سنكرس هذا الفصل لدراسة عددمن الحلول الدقيقة والتقريبية لمعادلات نافير - ستوكس . ولقد سبقت الإشارة أن إيجاد حلول دقيقة لهذه المعادلة يصطدم في الحالة العامة بصعوبات رياضية تبدو امكانية التغلب عليها ، الآن على الأقل ، شبه مستحيلة . ويعود ذلك إلى الصفة غير الخطية لهذه المعادلات التفاضلية التي نحول دون استخدام مبدأ التراكب Superposition principle الذي استخدم بنجاح حل مسائل الجريان الكعوي في ([154] ، الفصل الخامس) .

ان حالات الجريان التي تمثل حلولاً دقيقة خاصة لمعادلات نافير - ستوكس تنحصر غالباً بالحالات التي تنعدم فيها الحدود المربعة في هذه المعادلات تلقائياً ، والتي يبقى تأثير قوى الاحتكاك ضمن طبقة رقيقة مجاورة لجدار الجسم ولها بنية الطبقة الحدية . هذه الجريانات تنتمي غالباً لما يسمى فصيلة الجريانات الانسيابية Parallel flows .

أما حالات الجريان التي تمثل حلولاً تقريبية لمعادلات نافير - ستوكس فتتنتمي لفصيلة الجريانات الزاحفة ، التي تتميز بأن قوى العطالة يمكن اهمالها بالمقارنة مع قوى الاحتكاك .

سندرس جريانات غير قابلة للانضغاط فقط ، وسنعتبر أن القوى الحجمية

محصورة بقوة الثقالة ، التي نفرض أنها متوازنة مع دافعة أرخميدس المؤثرة على الجزيء السائلي ، بمعنى أننا نعتبر السائل ذا كثافة بدون وزن ، ونعتبر p مفهوم الضغط الديناميكي المساوي للفرق بين الضغط الكلي والضغط الهيدروستاتيكي (راجع [154] ، ص ٢٩٢) .

٢٠. الجريان الانسيابي كحل رقيق لمعادلات نافير - ستوكس

١.٢٠ استغناء المعادلات الحركية

تتميز فصيلة الجريانات الانسيابية بأن شعاع السرعة بلك مركبة واحدة فقط . فإذا فرضنا أن المركبة $u \neq 0$ ، بينما $v = w = 0$ ، فنجد من معادلة الاستمرار (19.29) أن $\partial u / \partial x = 0$ ، وبالتالي فإن u لا تتعلق بالاحداثي x ، ولها تكون :

$$u = u(y, z, t) ; v = w = 0 \quad (20.1).$$

بالعودة لمعادلات نافير - ستوكس (19.28) نجد بسهولة أن حدود تسارع المحل كافة في الطرف الأيسر للمعادلة الأولى معدومة . كما ينتج من المعادلة الثانية والثالثة أن $\partial p / \partial y = \partial p / \partial z = 0$ ، وبالتالي فإن الضغط يتغير فقط في اتجاه x ، أي اتجاه الجريانات . وعليه تبقى من معادلات نافير - ستوكس المعادلة التالية فقط :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (20.2)$$

كمعادلة تفاضلية خطية للمجهول الوحيد u . وتبسط هذه المعادلة عندما يكون الجريان مستقراً : $u = u(y, z)$ ، وتصبح :

$$\frac{dp}{dx} = \rho \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (20.3).$$

مساعدة (20.2) أو (20.3) يمكن مع مراعاة الشروط الحدية الخاصة بالمسألة المطروحة حساب نوزع السرعة ونوزع الضغط، كما سنبين ذلك في الأمثلة اللاحقة.

٢.٢٠ الجريان الانسيابي بين صفيحتين متوازيتين

لنعتبر الجريان الانسيابي المستوي المستقر في قناة ذات جدارين متوازيين ومتوازيين تفصلهما مسافة h . هذه الحالة تنطبق أيضاً على الجريان بين صفيحتين متوازيين ومتوازيين وثابتتين ذات مقاييس كبيرة نسبياً (انظر الشكل ت ٢٠١٨ ص ٦٤). نختار مجموعة إحداثيات x, y بحيث ينطبق المحور x على محور القناة ويوجه موجهاً باتجاه الجريان.

في هذه الحالة تكون $\partial u / \partial z = 0$ ، وبسبب أن $\partial u / \partial y = 0$ يكون تدرج الضغط باتجاه الجريان $dp/dx = p' = \text{const}$. بذلك تنبسط العلاقة (20.3) وتصبح:

$$\rho \nu \cdot \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx} = p' = \text{const} \quad (20.4),$$

مع وجوب تحقيق الشروط الحدية الناجمة عن شرط الالتصاق:

$$y = \pm h/2 \Rightarrow u = 0 \quad (20.5).$$

نسكالم (20.4) مرتين فنجد:

$$u(y) = \frac{p'}{2\rho\nu} y^2 + c_1 y + c_2 \quad (20.6).$$

ثابتا التكامل c_1, c_2 يتحددان من (20.5) كالتالي:

$$c_1 = 0; c_2 = -\frac{p'}{2\rho\nu} \cdot \frac{h^2}{4}.$$

وعليه يصبح توزيع السرعة في القناة :

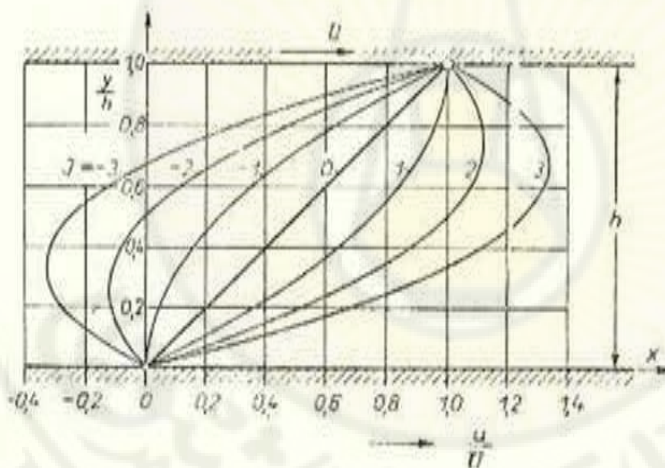
$$u(y) = \frac{p'}{2\rho\nu} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) \quad (20.7).$$

وهي معادلة قطع مكافئ، ذروته تقع على محور القناة حيث تكون السرعة الأعظمية :

$$U_{\max} = - \frac{p' \cdot h^2}{8\rho\nu} \quad (20.8).$$

وتبلغ السرعة الوسطية للتيار الحجمي : $\bar{U} = \frac{2}{3} U_{\max}$ ، وقد سبق الحصول على هذه النتائج بطريقة برهان أخرى (انظر ت ٢٠١٨ ص ٦٤) .

نفرض الآن أن الصفيحة العلوية تتحرك في مستويها وباتجاه المحور x بسرعة ثابتة U بينما تبقى الصفيحة السفلية ساكنة . يطلق على الجريان بين الصفيحتين في هذه الحالة جريان كوكيت ، الشكل (١٠٢٠) .



الشكل ١٠٢٠ توزيع السرعة لجريان كوكيت بين صفيحتين متحركتين ومتوازيتين في حالة تناقص وتزايد الضغط باتجاه الجريان : $J > 0$ ، الضغط يتناقص باتجاه سرعة الجريان U ، $J < 0$ ، الضغط يتزايد باتجاه U ويسبب جرياناً عكسياً ، $J = 0$ ، تدفق الضغط معدوم .

إن المعادلة التفاضلية لهذا الجريان تبقى هي نفسها (20.4) ولكن شروطها الحدية تتغير ، وتصبح عندما نختار المحور x منطبقاً على الصفيحة الساكنة :

$$y = 0 \Rightarrow u = 0 ; y = h \Rightarrow u = U \quad (20.9).$$

بذلك يصبح ثابتا التكامل في (20.6) :

$$c_1 = \frac{U}{h} - \frac{h}{2\rho\nu} \cdot p' ; c_2 = 0 \quad (20.10).$$

ويكون بالتالي توزيع السرعة معطى بالعلاقة :

$$u(y) = \frac{U}{h} y - \frac{h}{2\rho\nu} \cdot p' \cdot \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad (20.11).$$

السرعة $u(y)$ تتعلق بقيمة تدرج الضغط $p' = dp/dx$ ، ويتحدد شكل بروفيل السرعة بدلالة تدرج الضغط اللابيدي :

$$J = \frac{h^3}{2\rho\nu} (- dp/dx) \quad (20.12).$$

كما يتجلى ذلك بوضوح في الشكل (١٠٢٠) الذي رسمت فيه عدة منحنيات لبروفيل السرعة اللابيدية $u/U = f(y/h)$ ، كل منها من أجل قيمة معينة لـ J . وتلاحظ أنه عندما ينعدم تدرج الضغط ، $p' = 0 ; J = 0$ ، يصبح توزيع السرعة خطياً :

$$u/U = y/h \quad (20.13).$$

ونسمي الجريان في هذه الحالة جريان كوثيت البسيط (راجع [154] ص ١٥) أما جريان كوثيت العام مع وجود تدرج ضغط $J \neq 0$ فيمثل تضاماً لجريان كوثيت البسيط مع الجريان في قناة ثابتة الجدران . ويعني $J > 0$ أن الضغط يتناقص باتجاه سرعة جر الصفيحة العلوية U ، وتكون عندئذ السرعة u

موجبة على كامل عرض القناة . أما $J < 0$ فيعني أن الضغط يتزايد باتجاه (1) .
 وعندئذ يمكن أن تصبح « سالبة في جزء من مقطع القناة ويتكون ما يسمى
 بجريان عكسي على مقربة من الصفحة الساكنة ، كما هو مبين في الشكل (١٠٢٠)
 عندما تصبح $J = -1$. وتفسير ذلك أن جزيئات السائل القريبة من الصفحة
 الساكنة لا تملك القدرة الحركية الكافية للتغلب على تزايد الضغط باتجاه جريان
 العلوية فتعكس اتجاه حركتها وتكون جريانا عكسياً .

يتضح لاحقاً أن جريان كوثيت العام مع وجود تدرج ضغط له أهمية غير
 قليلة بالنسبة للنظرية الهيدروديناميكية للزيت المحامل الانزلاقية .

٣.٢٠ جريان هاجن — بوازيل في الانابيب المستقيمة الدائرية

المقطع

لقد سبق ودرسنا هذا الجريان في الفقرة (١٠٢٠١٨) من منطلق نظرية خط
 التيار . وسنذكر الآن أنه يعطي حلاً دقيقاً لمعادلات نايفير ... ستوكس لأنه
 يكافئ كجريان متناظر دورانياً الجريان المستوي في قناة الذي درسناه في
 الفقرة السابقة .

نختار المحور x منطبقاً على محور الانبوب وموجهاً باتجاه الجريان ، ونختار
 المحور y كإحداثي قطري يبدأ من محور الانبوب (خلافياً للشكل (٢٠١٨)
 ص ٤٤) . إن مركبة السرعة في الاتجاهين القطري والمحيطي معدومتان ،
 وتبقى المركبة المحورية فقط ، $(v) = u$. من جهة أخرى فإن الضغط p يتغير
 في اتجاه الجريان فقط ويسكون ثابتاً على أي مقطع للانبوب .

على أساس ما تقدم تبقى من معادلات نايفير ... ستوكس بإحداثيات اسطوانية
 (19.37) المعادلة بالاتجاه المحوري فقط ، التي تختصر الآن للصيغة البسيطة :

$$\eta \left(\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{du}{dy} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (20.14),$$

مع وجوب مراعاة الشروط الحدية : $u = 0$ عندما $y = R$. بإجراء التكامل نحصل على توزيع السرعة :

$$u(y) = - \frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dx} (R^2 - y^2) \quad (20.15),$$

وعليه فإن السرعة تتوزع وفقاً لجسم قطع مكافئ، دوراني ذروته واقعة على محور الانبوب . وإذا ادخلنا تدرج الجريان هذا بالصيغة :

$$J = - dp/dx = (p_1 - p_2) / l = \text{const} \quad (20.16),$$

الذي يعتبر ثابتاً ، تأخذ (20.15) صيغة مكافئة للعلاقة (18.29) :

$$u(y) = \frac{J}{4\eta} (R^2 - y^2) \quad (20.17),$$

وتكون السرعة الاعظمية عند محور الانبوب $u_{\max}$ والسرعة الوسطية للتيار الحجمي $\bar{u}$ مرتبطتين بالعلاقة :

$$u_{\max} = \frac{J R^2}{4\eta} = 2 \bar{u} \quad (20.18)$$

بالتطابق مع (18.33) .

يتضح مما تقدم أن جريان هاجن - بوازيل الصفائحي يمثل حلاً دقيقاً لمعادلات نافير - ستوكس مهما كانت قيم R ، η و dp/dx ، وبالتالي من أجل قيم اعتباطية لـ R ، η و J ، شريطة ألا يحدث الانتقال الصفائحي . المضطرب . وعليه تصلح الحلول السابقة طالما بقي عدد ديسولدز :

$$Re = \bar{U} d/\nu < Re_{cr} = 2320 \quad (20.19).$$

٢٠.٤ الجريان بين اسطوانتين مركبتين تدوران بسرعتين زاويتين

مختلفتين

نعتبر الجريان بين اسطوانتين دائريتين مركبتين (ذات محور مشترك) ،
وليكن R_1 نصف قطر الاسطوانة الداخلية و ω_1 سرعتها الزاوية ، و R_2 ، ω_2
نصف القطر والسرعة الزاوية للأسطوانة الخارجية .

في هذه الحالة تكون مركبتا السرعة القطرية والمحورية معدومتين ،
 $V_r = V_z = 0$ ، وبالتالي تبسط معادلات نافير - ستوكس (19.37)
بعد إهمال القوى الحجمية واعتبار السرعة المحيطية $V_\theta = V_\phi$ ، للصيغة التالية :

$$\rho \frac{V_\theta^2}{r} = \frac{dp}{dr} \quad (20.20),$$

$$\frac{d^2 V_\theta}{dr^2} + \frac{d}{dr} \left(\frac{V_\theta}{r} \right) = 0 \quad (20.21).$$

وتقضي الشروط الحدية أن تكون :

$$V_\theta (r = R_1) = R_1 \cdot \omega_1 ; V_\theta (r = R_2) = R_2 \cdot \omega_2 \quad (20.22).$$

توزع السرعة المحيطية ينتج من مكاملة (20.21) مع مراعاة (20.22) بالصيغة :

$$V_\theta (r) = \frac{1}{R_2^2 - R_1^2} \left[r (\omega_2 R_2^2 - \omega_1 R_1^2) - \frac{R_1^2 R_2^2}{r} (\omega_2 - \omega_1) \right] \quad (20.23).$$

وينتج توزيع الضغط القطري من مكاملة (20.20) بعد ادخال (20.23) .

يمكننا الآن استخلاص النتائج مباشرة لحالتين خاصتين . نفرض في الحالة

الاولى أن الاسطوانة الداخلية ساكنة ، وبالتالي $\omega_1 = 0$ ، بينما تدور الاسطوانة الخارجية بسرعة زاوية ω_2 . فإذا كان h ارتفاع كل من الاسطوانتين فيكون العزم الذي ينتقل من الاسطوانة الخارجية إلى السائل :

$$M_2 = 4 \pi \gamma_1 h \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega_2 \quad (20.24).$$

ويكون للعزم الذي ينتقل من السائل إلى الاسطوانة الداخلية نفس القيمة : $M_1 = M_2$. ويستفاد من هذه النتيجة عملياً في قياس اللزوجة التثريبية γ_1 ، إذ تقاس السرعة الزاوية ω_2 للاسطوانة الخارجية ، ويقاس العزم M_2 للاسطوانة الداخلية ، وعليه تتحدد γ_1 من (20.24) . والجدير بالإشارة هنا أن الحالة التي تكون فيها الاسطوانة الداخلية تدور بسرعة زاوية ثابتة بينما الاسطوانة الخارجية ساكنة ذات أهمية عملية في النظرية الهيدروديناميكية للتزيت إذا اعتبرنا الاسطوانة الداخلية تكافئ محور الإدارة لآلة تدور في محمل التزلاقي بوضعية مركزية ، (انظر لاحقاً { ٢.١.٢١ }) . ويبلغ في هذه الحالة عزم الدوران اللازم لتدوير الاسطوانة الداخلية :

$$M_1 = 4 \pi \gamma_1 h \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega_1 \quad (20.24a).$$

في الحالة الخاصة الثانية نفرض أن الاسطوانة الخارجية غير موجودة ، بينما تدور الاسطوانة الداخلية بسرعة زاوية ω_1 في سائل ساكن لانها في الامتداد . عندئذ تختصر العلاقة (20.23) ، إذا اعتبرنا $\omega_2 = 0$ ، $R_2 \rightarrow \infty$ ، ويصبح توزيع السرعة حول الاسطوانة ، $V_u = R_1^2 \omega_1 / r$ ، مكافئاً لتوزيع السرعة التي يجرها شريط اعصاري جولانه $\omega_1 R_1^2 = 2 \pi r_1^2$ في سائل مثالي (راجع [154] ص ١٢٥) :

$$V_r = \frac{r_1^2}{2 \pi r} \quad (20.25).$$

هذه النتيجة تعني أن الجريان المثالي عديم الاحتكاك في جوار خيط اعصاري يمثل حلاً لمعادلات نافير - ستوكس . من جهة أخرى ينتج العزم الذي ينتقل من السائل إلى الاسطوانة في هذه الحالة من (20.24a) :

$$M_I = 4 \pi \nu h R_I^2 \cdot \omega_I \quad (20.26).$$

٥.٢٠. انتشار الاعصاري في سائل لزج ونفاذ السرعة المحيطة

اعصار أوزين مع الزمن

كمثال عن الحلول الدقيقة لمعادلات نافير - ستوكس في حالة جريان مستوي غير مستقر نعتبر في سائل لانهائي الامتداد خيطاً اعصارياً مستقيماً متعامداً مع المستوي (y, x) ويتألف في لحظة البدء ، $t = 0$ ، من أعاصير كمونية جولانها I_0 . في حالة سائل مثالي ، $\nu = 0$ ، يخضع هذا الخيط الاعصاري حقلاً للسرعة بموجب (20.25) : $V_{\theta 0} = I_0 / 2 \pi r_0$ ، لا يتخامد مع الزمن . أما في حالة سائل لزج فإن الشدة الاعصارية لهذا الخيط تخضع لمعادلة الانتشار الاعصاري (19.43) ، التي كان أوزين C. W. Oseen أول من وجد حلاً لها بالصيغة ، [9] :

$$\omega = \omega(r, t) = \frac{I_0}{8 \pi \nu t} e^{-\frac{r^2}{4 \nu t}} \quad (20.27)$$

حيث ω السرعة الزاوية أو الشدة الاعصارية كمركبة وحيدة لدوران شعاع السرعة $\text{rot } \mathbf{v}$ في نقطة تبعد r عن مركز الاعصار وعند اللحظة t .

يطلق على الحقل الاعصاري المحدد بالعلاقة (20.27) غالباً اعصار أوزين . ويكون الجولان I لهذا الاعصار بموجب قانون ستوكس التكاملي (راجع [154] ص ٢٣٦) على طول دائرة مركزية حول مركز الاعصار نصف قطرها r ، وعند لحظة زمنية $t > 0$ معطى بالعلاقة :

$$I'(r, t) = 2 \int_0^t \omega \cdot 2\pi r dr = I_0 \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right) \quad (20.28),$$

ومنها تنتج السرعة المحيطية للأعصار :

$$V_\theta(r, t) = \frac{I'(r, t)}{2\pi r} = \frac{I_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right) \quad (20.29),$$

نحصل على نفس النتيجة إذا انطلقنا من معادلات نافير - ستوكس (19.37) ووضعنا مركبات القوة الحجمية، والسرعة القطرية V_r ، إضافة لـ V_θ ، مساوية للصفر . عندئذ تبقى فقط المعادلتان :

$$\frac{V_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} \quad (20.30),$$

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} \right) \quad (20.31),$$

إن تكامل (20.31) يعود للعلاقة (20.29) ، التي إذا ادخلت في (20.30) يمكن حساب توزيع الضغط في أعصار أوزين .

حسب | 7a | يمكن كتابة (20.29) بصيغة لا بعدية من الشكل :

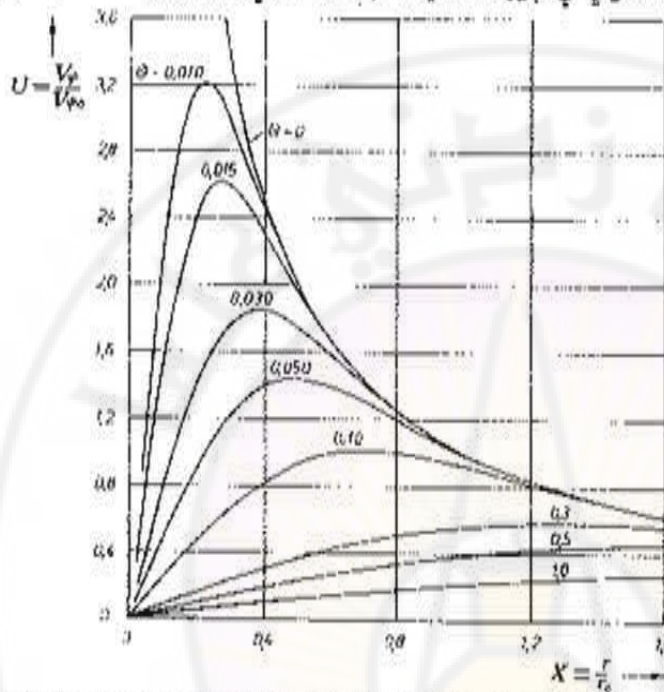
$$U = \frac{1}{X} \left(1 - e^{-X^2/4\Theta} \right) \quad (20.32),$$

بعد ادخال القيم اللابعدية :

$$U = V_\theta/V_{\theta 0} ; X = r/r_0 ; \Theta = t \cdot \nu/r_0^2 \quad (20.33),$$

حيث يكون لـ Θ ضمون وأهمية عدد تشابهي بالنسبة للعمليات غير المستقرة في الجريانات اللزجة . ويبين الشكل (٢.٢٠) العلاقة $U = U(X, \Theta)$ حسب (20.32) .

كما تقدم نستطيع تحديد فروقات أساسية بين اعصار اوزين في جريان لزج والاعصار الكهروني في جريان مثالي . فاعصار اوزين الممثل في لحظة البدء بخط



الشكل ٧.٢٠ : لقاعد السرعة المحيطة الأرضية من خيط اعصاري مع الزمن بسبب تأثير اللزوجة . عند لحظة البدء $l = 0$ ، أي $m = 0$ ، يتصرف الاعصار كاعصار كهروني.

اعصاري مستقيم يخترق المستوى yx ناظماً يبدأ فجائياً بالانتشار مع الزمن في الاتجاه القطري ، وتغير شدته الاعصارية المعثلة بالجولان حسب (20.28) بقدر :

$$\frac{DI(x,t)}{Dt} = \frac{\partial I^*(x,t)}{\partial t} = -\frac{I_0^* \cdot r^2}{4vt^3} \cdot \frac{r^2}{4vt} \quad (20.34).$$

وعليه فإن قانون طومسون المتعلق بثبات الجولان مع الزمن (راجع [154] ص ٢٣٧) في حالة اعصير كهروني في جريانات مثالية لا ينطبق على اعصار

أوزين في جربانات حقيقية . وبينما يعتبر جريان الأعصار الكموني مستقرا ، فإن جريبات أعصار أوزين غير مستقر . ولكن إذا اعتبرنا أزمنة محدودة ، وكاملنا (20.28) بالنسبة لتكامل المستوي yx ، فنؤكد أن $I'(r, t) \rightarrow I_0$ عندما $r \rightarrow \infty$ ، وبالتالي فإن عمالية الانتشار الأعصاري لا تؤدي بالحصلة الاجمالية لأي د فقد ، من قيمة الجولان الاجمالي .

من جهة أخرى يتضح من العلاقة (20.29) ومن الشكل (٢٠٢٠) أن السرعة المحيطية لأعصار أوزين تنقص باستمرار مع تزايد الزمن ، وبالتالي تنقص أيضاً القدرة الحركية للأعصار . ولكن النتيجة السابقة المتعلقة بثبات الجولان الاجمالي لا تنطبق على القدرة الحركية الاجمالية ، لأن جزءاً من هذه القدرة يتبدد بسبب تأثير قوى الاحتكاك وتحول الحرارة . هذا يعني أن الأعاصير ، التي تنتشر بالاتجاه القطري ، لا ترتبط مع كتل الجزيئات السائلة ، التي تبقى ، كما في البداية ، تتحرك على دوائر حول محور الأعصار ، طالما لا توجد حركة انسحابية للسائل بجموعه . لهذا يعتبر الانتشار الأعصاري ظاهرة مميزة للحركات الأعصارية في الجربانات اللزجة ، ونخضع ، كما أوضحنا أعلاه ، لمعادلات نافير - ستوكس .

للحصول على تصور عن د صو ، الأعصار في جريان لزج نحسب د زمن نصف القيمة v^* للسرعة المحيطية v_r ، أي الزمن اللازم حتى تنقص السرعة $v_{r0} = v_r(t=0)$ إلى نصف قيمتها . v^* ينتج من (20.29) بوضع :

$$\exp\left(-\frac{r^2}{4 \cdot \nu \cdot t^*}\right) = \frac{1}{2}$$

وبالتالي يكون :

$$t^* = \frac{r^2}{4 \cdot \nu \cdot \ln 2} \quad (20.35)$$

إذن كلما كانت اللزوجة الحركية ν كبيرة ، كلما كان الزمن t^* أصغر ، وبالتالي عمر الاغصان أقصر . وفي حالة السوائل ذات اللزوجة الثابتة تبلغ السرعة المحيطية نصف قيمتها في مواقع تبعد مسافة r صغيرة بوقت أقصر بالمقارنة مع المواقع التي تبعد مسافة r كبيرة . وإذا اعتبرنا $t^* = r$ يمثل الموقع الذي تسود فيه السرعة الاعظمية $V_{\eta \max}$ بعد مرور الزمن t^* فبالامكان مساعدة (20.35) بحساب « زمن نصف القيمة » لأغصان ذات مقاييس مختلفة .

لحساب قيم t^* بالنسبة لأغصان مختلفة ، نوزع سرعاتها المحيطية عند بدء العد الزمني مطابق للمنحنيات المعطاة بـ $0 < \Theta$ في الشكل (٢٠.٢٠) نجد بإجراء حساب بسيط العلاقة :

$$t^* = \frac{r^2}{4 \cdot \nu \cdot \ln \frac{1}{1 - 0.5 [1 - \exp(-X^2/4 \cdot \Theta)]_{\max}}} \quad (20.36).$$

التي تتحول من أجل $\Theta = 0$ ومراعاة الرموز حسب (20.33) إلى العلاقة (20.35) . وإذا حسبنا قيمة النهاية العظمى بوضع مشتق (20.32) مساوياً للصفر لوجدنا :

$$[X^2/(4 \cdot \Theta)]_{\max} = 1.25 = \text{const}$$

وتصبح (20.36) من الشكل :

$$t^* = \frac{r^2}{4 \cdot \nu \cdot \ln 1.56} \quad (20.37).$$

هذه العلاقة تنطبق على الانتشار الاغصاري في جريان صفائحي . أما في حالة جريان مضطرب فيازم استبدال اللزوجة النيوتونية ν باللزوجة الاغصارية ν_a ، ويكون حسب البرنيج [7a] « زمن نصف القيمة » ، مع مراعاة العلاقة (18.89) ، للانتشار الاغصاري المضطرب :

$$t^* = \frac{r_0}{4.1n 1.56} \cdot \frac{Re_{min}}{V_{\infty}} \quad (20.38)$$

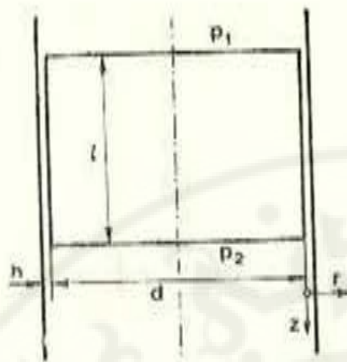
حيث r_0 الموقع الذي تسود فيه السرعة الاعظمية عندما $t = t_0$ و $Re_{min}=30-50$ حسب التجارب .

بموجب (20.37) وفي حال الهواء ذي اللزوجة الحركية $\nu = 15.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ فإن الاعاصير التي أقطارها على التوالي 0.1 m ، 1 m ، 10 m تخسر في حالة توضع صفائح نصف قدرتها الحركية بحسوبة بالسرعة الاعظمية بعد : 6 دقائق ، 11 ساعة ، 44 يوماً على التوالي ، وهي أزمته تهاشم كبيرة جداً ولا تتطابق مع الواقع . بالمقابل فإن الاعاصير من نفس الاقطار السابقة تخسر بموجب (20.38) نصف سرعتها المحيطية بعد 1 ثانية ، 10 ثواني ، 100 ثانية ، إذا كان الجريان مضطرباً واعتبرنا $Re_{min}/V_{\infty} = 18$. وهذه أزمته قريبة أكثر للواقع .

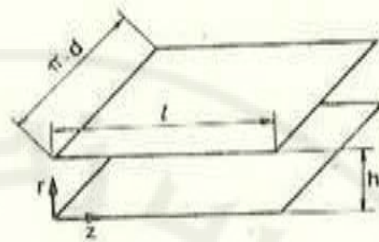
من الجدير بالاشارة هنا ، مرة أخرى ، أن البرننج وتلاميذه قد استطاعوا لي أساس معادلات نافير - ستوكس (19.28) أو (19.27) أو معادلة ريليه (19.46) ، وباستخدام التكامل العددي أحياناً لهذه المعادلات ، التوصل الى نتائج امة نذكر منها على سبيل العد لا الحصر : حساب الحقول الاعصارية المستوية سفاحية والمضطربة ، حساب تفاصيل الحركة الاعصارية مع وبدون مراعاة يو الضغط ، ابراز أهمية وامكانية دراسة العملية الجزيئية (الاولى) للحركة نظرية ، وكل ذلك في اطار استخدام هذه النتائج العملية في مجالات تطبيقية افة . ولا يزال البحث مستمراً في هذا المجال ، [161] ، [163] ، شر بايجاد حلول أدق للعديد من مسائل الجريان التي لا تزال حلولها مرضية .

٦.٢٠ أسئلة مراجعة وتمارين

- س ١.٢٠ : ماذا نعلم تحت جريان استعالي صفائي ، ولماذا نعتبره حلاً دقيقاً لمعادلات نافير - ستوكس ؟
- س ٢.٢٠ : أوضح مع التعليل الشروط الحدية لحل معادلات نافير - ستوكس وحساب توزيع السرعة للجريان بين أسطوانتين دائريتين مركزيتين تدوران بسرعتين زاويتين مختلفتين .
- س ٣.٢٠ : أوضح مع التعليل الشروط الحدية لحل معادلات نافير - ستوكس لحساب توزيع السرعة للجريان المستقر الصفائي في أنبوب مستقيم دائري المقطع .
- س ٤.٢٠ : في جريان كوكيت البسيط بنعدم تدرج الضغط بالاتجاه المتعامد على الجريان ، هل ينطبق ذلك على الجريان بين أسطوانتين تدوران مركزياً ؟ علل الاجابة .
- س ٥.٢٠ : أوضح الفوارق الرئيسة بين الاغصار الكموني واغصار اوزين .
- س ٦.٢٠ : ماذا يعني « زمن نصف المبعث » وهل يعبر عن « عمر » الاغصار ؟
- س ٧.٢٠ : لماذا يتلاقى اغصار بقطر معين في جريان مضطرب بوقت أقصر من تلاتشه في جريان صفائي لنفس السائل ؟
- س ٨.٢٠ : يستخدم شبك عش الذنحل ذوالعيون الضيقة لازالة التشويش الناتج عن الاغصار في الجريان قبل دخوله الى مقطع القياس في الاقنية الكهربائية الهوائية أو المائية. علل هذا الاجراء من منطلق مفهوم التلاشي الاغصاري .
- ت ١.٢٠ : بتألف صمام التحكم المركب في جملة هيدروليكية من مكبس قطره d وطوله l واسطوانة نصف قطرها يزيد عن نصف قطر المكبس بمقدار الخوص القطري d_1 الشكل (ت ١.٢٠) . إذا كان ضغط الزيت الهيدروليكي للجملة المؤثر على قاعدة المكبس p_1 والضغط المنخفض المؤثر على قاعدته الاخرى p_2 يطلب حساب التيار الحجمي الضائع بسبب التسرب عبر الخوص بين المكبس والاسطوانة ، بفرض أن الجريان صفائي حثرف ، وباعتبار η اللزوجة التحريكية للزيت و ρ كثافته .
- معطى : $p_1 = 20 \text{ MPa}$ ، $p_2 = 1,5 \text{ MPa}$ ، $d = 25 \text{ mm}$ ، $d_1 = 12,5 \text{ mm}$ ، $l = 0,005 \text{ mm}$ ، $\rho = 870 \text{ kg/m}^3$ ، $\eta = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/s}^2$.



الشكل ت ١.١٠



الشكل ت ١.٢٠

الحل ، من أجل الشروط الهندسية المعطاة في المسألة ، $d \gg h$ ، يمكن اعتبار الجريان في الطول بين المكبس والاسطوانة مكافئاً للجريان المستوي بين صفيحتين متوازيين متوازيين بطول l وعرض πd ، الشكل (ت ١.٢٠) . ومن الواضح أن السرعة مركبة واحدة $v_z = v_z(r)$ ، بينما المركبات الأخرى معدومة . كذلك فإن الضغط يتغير باتجاه z فقط ، ويكون

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dz} = - \frac{p_1 - p_2}{l} = \text{const} \quad (a).$$

التيار الحجمي المتسرب ينتج من العلاقة :

$$Q = \int_{(A)} v_z(r) dA ; dA = \pi d \cdot dr \quad (b).$$

نوزع السرعة بحسب من معادلات نافير - ستوكس التي نأخذ بعد التكامل صيغة العلاقة (20 . 6) ونكتب برمز الشكل (ت ١.٢٠) ومراعاة (a) :

$$v_z(r) = - \frac{1}{2\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot r^2 + C_1 \cdot r + C_2 \quad (c).$$

نأخذ التكامل بنحدان من الشروط الحدية : $v_z(0) = v_z(h) = 0$ ، بذلك تصبح (c) ،

$$v_z(r) = - \frac{h^2}{2\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} \left[\left(\frac{r}{h} \right)^2 - \frac{r}{h} \right] \quad (d).$$

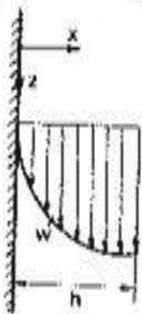
بإدخال (d) في (b) وإجراء التكامل في الحدود ما بين $r = 0$ و $r = h$ نجد :

$$Q = \frac{\pi d h^3 (p_1 - p_2)}{12 \eta l} \quad (e).$$

$$Q = 0,133 \text{ cm}^3/\text{s} \quad \text{عددياً ينتج :}$$

وهو المطلوب .

ت ٢٠٢ : تتساب طبقة رقيقة بسماكة h من زيت لزوجة الحركية η على طول جدار مستو شاقولي باتجاه الاسفل ، الشكل (ت ٢٠٢) . إن جريان الزيت في هذه الحانة يعني شيئاً طامناً $Re_{cr} = 400 < Re < 4$ ، ولكن سطحه السائب يتعرض للتمويج ، بينما لا تظهر أية موجات عندما يكون $Re < 4$. يطلب حساب السرعة الوسطية للتيار الحجمي والتأكد من وجود موجات على السطح السائب لطبقة الزيت عندما تكون :

$$h = 2 \text{ mm} \quad \eta = 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$


الشكل ت ٢٠٢

الحل : الجريان في طبقة الزيت مستوي وغير مقسارع ويتعرض لتأثير قوة اللزوجة الشاقولية . وبما أن الماركة الوحيدة للسرعة هي $w = w(x)$ فتتغير معادلات نافير ستوكس لمعادلة واحدة :

$$\eta \frac{d^2 w}{dx^2} = -R \quad (a).$$

تكامل (a) مرتين فنجد :

$$w(x) = -\frac{R}{2\eta} x^2 + c_1 x + c_2 \quad (b).$$

نحدد باقي التكامل من الشرطين الحديين :

$$x=0 \Rightarrow w=0 ; \quad x=h \Rightarrow \frac{dw}{dx} = 0 \quad (c).$$

حيث يعبر الشرط الثاني عن كون اتجاه الدفع على السطح السائب للزيت المعرض للهواء يسوى الى الصفر . بذلك تصبح (b) بعد اصلاح بسيط :

$$w(x) = \frac{R}{2\eta} (2hx - x^2) \quad (d).$$

السرعة الوسطية للتيار الحجمي ناتج من إزاحة (1) وبالنسبة لوحدته العرض :

$$\bar{W} = \frac{1}{h} \int_0^h w(x) \cdot dx = \frac{8h^2}{3\eta} = 0.131 \text{ m/s} \quad (e).$$

بذلك تكون قيمة عدد رينولدز :

$$Re = \bar{W} \cdot h / \nu = 2.62 < 1$$

اذن فان الجريان صفائحي والسطح السائب للزيت خالي من التموج .

ت ٣.٢٠ : يتألف المضخ الموري المبين في الشكل (ت ٣.٢٠) من إزاء اسطوانتي مملوءة بزيوت لزوجة التحريكية η ويؤثر عليه ضغط ثابت p_0 . يجري الزيت عبر انبوبة شعيرية بنصف قطر r وطول l مركبة في مركز غطاء الإزاء ويتجه قطرياً في جميع الاتجاهات ليصل إلى الثقب الضيق جداً المجد باللويس II بين غطاء الإزاء وصفيحة مستوية ساكنة نصف قطرها R . اذا كان الإزاء عازلاً تماماً بزيوت يسود فيه الضغط p_0 ، يطلب حساب القوة المورية الاجمالية التي يمكن أن تلتصقها الصفيحة ، وتحديد التيار الحجمي اللازم للابقاء على فيلم الزيت .

الحل : بما أن الجريان بين غطاء

الإزاء والصفيحة يتم في الاتجاه القطري

البحث x بدءاً من مركز الصفيحة ،

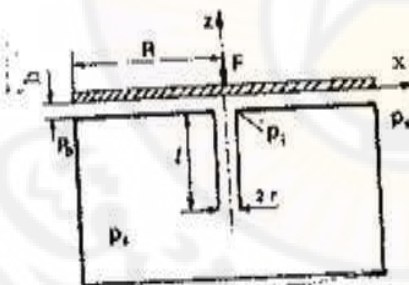
فان السرعة القطرية $u = u(x, z)$.

ويكون بالتالي تدرج الضغط بالاتجاه z

معدوماً ، بينما $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \neq 0$. وعليه

فان $p = p(x)$. وحيث أن

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x}$ ، وبالتالي يعتبر



الشكل ت ٣.٢٠

الجريان صفائحياً مستوياً ، فإن معادلات نافير - ستوكس (19.32) تختصر لمعادلة واحدة لانتهني فيها حدود قوى المطالة والقوى الحجمية وتصبح :

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{d^2u}{dz^2} \quad (a).$$

لتكامل مرتين ونزاعى الشروط الحدية : $u = 0$ من أجل $z = 0$ و $z = h$: لتحديد ثابت التكامل ، فنجد توزيع السرعة :

$$u = - \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (h - z) \cdot z \quad (b).$$

التيار الحجمي الجزئي الذي يعبر قيعن طبقة سائلة سماكة dz وطول محيط $2\pi x$ يبلغ : $dQ = 2\pi x \cdot dz \cdot u$ ، وعليه فان التيار الحجمي اللازم لتكوين فيلم الزيت بين غطاء الاناء والصفحة يبلغ باذغال (b) واجراء التكامل :

$$Q = - \frac{\pi}{\eta} \cdot x \cdot \frac{dp}{dx} \int_0^h (h - z) \cdot z \cdot dz = - \frac{\pi h^3}{6\eta} \cdot x \cdot \frac{dp}{dx} = C_1 \quad (c).$$

حيث C_1 ثابت عددي بموجب شرط الاستمرار لأن Q لا يتعلق بـ x . لذلك نكتب (c) بالصيغة :

$$x \cdot \frac{dp}{dx} = C_1$$

ونحصل على توزيع الضغط بالتكامل :

$$p(x) = C_1 \cdot \ln x + C_2 \quad (d).$$

حيث C_2 ثابت التكامل ، الذي يتحدد من الشرط الحدي : $p(x=r) = p_1$ ، وتأخذ بالنالي (d) الصيغة :

$$p(x) = p_1 - (p_1 - p_a) \cdot \frac{\ln x/r}{\ln R/r} \quad (e)$$

ويصبح بموجبها تدرج الضغط :

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{p_1 - p_a}{\ln R/r} \cdot \frac{1}{x} \quad (f).$$

ندخل (f) في (c) فنجد التيار الحجمي :

$$Q = \frac{\pi h^3}{6\eta} \cdot \frac{p_1 - p_a}{\ln R/r} \quad (g).$$

ولكن من جهة أخرى وبالنسبة للأنبوبة الشعرية بطول l وتدرج ضغط $(p_a - p_1) / l$

يبلغ التيار الحجمي حسب قانون هاجن - بواسيل (18.31) :

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta l} (p_s - p_i) \quad (h).$$

من مساواة (g) مع (h) نحصل على الضغط p_i على طرف الأنبوبة الشعرية بعد حساب بسيط :

$$p_i = \frac{3 \cdot r^4 \cdot p_s \cdot \ln R/r + 4 \cdot h^3 \cdot l \cdot p_a}{3 \cdot r^4 \cdot \ln R/r + 4 \cdot h^3 \cdot l} \quad (i).$$

الآن نستطيع حساب قوة الضغط الهورية التي تتحملها الصفيحة :

$$F_p = \int_r^R 2\pi x \cdot (p - p_a) dx + \pi r^2 \cdot (p_i - p_a),$$

التي تصبح بادخال (v) و (i) وإجراء التكامل :

$$F_p = \frac{\pi R^2}{2 \ln R/r} \cdot (p_i - p_a) \cdot (1 - r^2/R^2) \quad (j).$$

وهو المطاوب .

ت . ٢ . ٤ : بالنسبة للجريان الصفائحي في أنبوب اسطوانى حلقي نصف قطره الداخلى R_i والخارجى R_o يطلب حساب معامل الاحتكاك λ بدلالة نسبة انصاف الاقطار R_i / R_o .

الحل : اذا كان الجريان الصفائحي متكوناً تماماً والسرعة في اتجاه الجريان لا تتغير ، فإن معادلات نافير - ستوكس (19.37) تختصر لمعادلة واحدة :

$$0 = -\frac{dp}{dz} + \eta \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \quad (a).$$

حيث $w = v_r$ السرعة في الاتجاه الثوري z المنطبق على اتجاه الجريان .

بكامنة (a) مرتين وتحديد ثابتي التكامل من الشروط الحدية الناتجة عن شرط الالتصاق :
 $w = 0$ من أجل $r = R_i$ و $r = R_o$ نجد توزيع السرعة :

$$w = -\frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dz} \left[R_a^2 - r^2 + \frac{R_a^2 - R_i^2}{\ln R_a / R_i} \cdot \ln \frac{r}{R_i} \right] \quad (b)$$

حيث يكون تدرج الضغط بالنسبة لالنبوب مطوله l : $l = -\frac{dp}{dz} = \frac{p_1 - p_2}{l}$ من (b) يمكن تحديد السرعة الوسطية للتيار الجعيمي :

$$\bar{W} = \frac{1}{A} \int_{R_i}^{R_a} w(r) dA = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \cdot \left[R_a^2 + R_i^2 - \frac{R_a^2 - R_i^2}{\ln R_a / R_i} \right] \quad (c)$$

باستخراج معامل الاحتكاك من قانون دارسي - فايخ (18.187) :

$$f = \frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\lambda}{d_h} \frac{\rho}{2} \bar{W}^2 \Rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot f \cdot d_h}{\rho \bar{W}^2} \quad (d)$$

وإدخال عدد رينولدز حسب (18.188) : $Re = \bar{W} \cdot d_h / \nu$ نجد بالتطابق مع (18.192) معامل فقد :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{64}{Re} \cdot \varphi = \frac{64}{Re} \cdot f \left(R_a / R_i \right) = \\ &= \frac{64}{Re} \cdot \frac{\left(\frac{R_a}{R_i} - 1 \right)^2 \cdot \ln \frac{R_a}{R_i}}{\left[\left(\frac{R_a}{R_i} \right)^2 + 1 \right] \cdot \ln \frac{R_a}{R_i} - \left[\left(\frac{R_a}{R_i} \right)^2 - 1 \right]} \quad (e) \end{aligned}$$

ويمثل هذه العلاقة في الشكل (٤٥.١٨) المنحني ① .

* * *

٣١ . الجزيئات الرافعة كحللول تقريبية لمعادلات نافير - ستوكس

الحلول التقريبية لمعادلات نافير - ستوكس لنطبق على حالات الجزيئات التي تكون فيها بعض الحدود في المعادلات الحركية أقل تأثيراً من حدود أخرى

بحيث يمكن إهمال الأولى بالمقارنة مع الثانية . وتنحصر هذه الحلول بخاصة في حالتين حديثين : في الحالة الأولى تكون قوى الاحتكاك أكبر بكثير من قوى العطالة ، وفي الحالة الثانية تكون قوى العطالة أكبر بكثير من قوى الاحتكاك ، ولكن لا يجوز عندئذ إهمال حدود قوى الاحتكاك كافة لأن ذلك سيتناقض مع شرط الالتصاق ، وبالتالي مع الشرط الحدي الرئيسي للجريانات الحقيقية الذي يعبر على الفارق الجوهرى بين هذه الجريانات والجريانات المثالية ، غير الزجة .

سنكرس هذه الفقرة لدراسة ما أطلق عليه فصيلة الجريانات الزاحفة *Creeping flows* التي تقع في إطار الحالة الحدية الأولى للحلول التقريبية لمعادلات نافير - ستوكس ، وتصنف أيضاً تحت اسم الجريانات ذات أعداد وينولدز الصغيرة جداً ، وبالتالي تنطبق على الحالات التي تكون فيها سرعة الجريان صغيرة جداً ، أو لزوجة السائل كبيرة جداً .

سنقوم أولاً باستقاف المعادلات الحركية للجريانات الزاحفة ومن ثم سنطبقها على بعض الأمثلة العملية : الجريان حول كرة ، جريان هل - شو ، الجريان في المضاجع الانزلاقية .

١.٢١ استقاف المعادلات الحركية للجريانات الزاحفة

بما أن قوى العطالة تتناسب مع مربع السرعة ، بينما تتناسب قوى الاحتكاك مع الأس الأول للسرعة ، فمن الواضح أنه في مجال أعداد وينولدز الصغيرة جداً تكون قوى الاحتكاك أكبر بكثير من قوى العطالة .

نتطلق من معادلات نافير - ستوكس (19.30) الشعاعية ونهمل الطرف الأيسر الممثل لقوى العطالة ونعتبر السائل غير القابل للانضغاط ذا كتلة بدون وزن فنجد :

$$\text{grad } p = \eta \cdot \Delta V \quad (21.1)$$

هذه المعادلة بالإضافة لمعادلة الاستمرار :

$$\text{div } V = 0 \quad (21.2)$$

بمثلاث المعادلات الحركية للجزيئات الزاحفة ، التي تتطلب تحقيق نفس الشروط الحدية لمعادلات نافير-ستوكس : على الجدران المهددة تنعدم المركبة المماسية والناظمية للسرعة :

$$V_n = V_t = 0 \quad \text{على الجدران} \quad (21.3)$$

في جملة إحداثيات ديكارتية تصبح (21.1) و (21.2) بصيغة مركبات من الشكل :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (21.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (21.5)$$

لا يزال خاصية هامة للجزيئات الزاحفة نحسب تفرق طرفي (21.1) فنجد :

$$\text{div} (\text{grad } p) = \text{div} (\eta \Delta V) = \eta \cdot \Delta (\text{div } V),$$

مراعاة (21.2) واستخدام العلاقة بين التفرق والتدرج ينتج :

$$\text{div grad } p = \Delta p = 0 \quad (21.6)$$

هذه النتيجة تؤكد إذن حقيقة ان الضغط في أي جريان زاحف يحقق معادلة لابلاس ، وبالتالي فان الضغط كتابع مكاني $p = p(x, y, z)$ يمثل تابعاً

كهونياً ، ويمكن على هذا الأساس الاستفادة من الطرق المعروفة لحل معادلة لابلاس الكهونية ، مثل مبدأ التضايم ، ومبدأ التنازل ، لإيجاد توزيع الضغط في الجريان الزاحف .

بالنسبة للجريانات الزاحفة المستوية تبسط المعادلات (21.4) و (21.5) وتصبح في المستوي x, y :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (21.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (21.8).$$

ندخل تابع التيار $\Psi(x, y)$ للتعبير عن مركبات السرعة :

$$u = \partial \Psi / \partial y ; v = - \partial \Psi / \partial x \quad (21.9)$$

ومشتقاتها الجزئية ، فتصبح (21.7) بعد حساب بسيط :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\Delta \Psi) ; \frac{\partial p}{\partial y} = - \eta \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\Delta \Psi).$$

لعزل الضغط نشق المعادلة الأولى بالنسبة لـ y ، والثانية بالنسبة لـ x ونطرح مشتق المعادلة الثانية من مشتق الأولى فنجد :

$$\Delta \Delta \Psi = 0 \quad (21.9) ,$$

حيث Δ معامل لابلاس . وعليه فإن تابع التيار لجريان زاحف مستو يمثل تابعاً كهونياً مضاعفاً .

على أساس العلاقات السابقة سندرس الآن بعض الأمثلة العملية للجريانات الزاحفة .

٢.٢١ الجريان الانسيابي الزاحف حول كرة

١.٢.٢١ قانون ستوكس للمقاومة

نعتبر كرة نصف قطرها R ومركزها O منطبق على مركز الاحداثيات الديكارتية x, y, z ، ولتكن U_∞ سرعة الجريان الانسيابي غير المشوشة باتجاه $+x$. إن أية نقطة في حقل الجريان حول الكرة تتحدد بنصف القطر المكافئ $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ، عندئذ تتحدد الشروط الحدية للجريان مع مراعاة شرط الانسحاق كالتالي :

$$\left. \begin{aligned} r=R &\Rightarrow u=v=w=0 \\ r \rightarrow \infty &\Rightarrow u=U_\infty ; v=w=0 \end{aligned} \right\} \quad (21.10).$$

لقد كان ستوكس أول من تمكن عام 1851 ، باستخدام التوابع الكروية ، اعطاء حل للجريان الزاحف حول كرة في مجال اعداد وينولدز $Re \leq 1$. فقد وجد مجمل مجموعة المعادلات (21.4) و (21.5) مع مراعاة الشروط الحدية (21.10) مركبات السرعة بالصيغة :

$$\left. \begin{aligned} u &= U_\infty \left[\frac{3}{4} \frac{Rx^2}{r^3} \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) + \frac{1}{4} \frac{R}{r} \left(3 + \frac{R^2}{r^2} \right) + 1 \right] \\ v &= U_\infty \frac{3}{4} \frac{Rxy}{r^3} \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \\ w &= U_\infty \frac{3}{4} \frac{Rxz}{r^3} \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (21.11)$$

وننتج توزيع الضغط :

$$p - p_\infty = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\eta}{U_\infty} \cdot \frac{R}{r^3} \cdot x \quad (21.12),$$

حيث p_∞ الضغط في الجريان غير المشوش . على سطح الكرة بالذات ينتج من أجل $r = R$ توزيع الضغط :

$$p - p_\infty = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{Re} \cdot x \quad (21.13).$$

على المحور x وفي النقطتين $x = \pm R$ يسود الضغط الاعظمي والاصغري ويبلغ حسب (21.13) :

$$\frac{(p - p_\infty) \cdot R}{\frac{\rho U_\infty^2}{2}} = \pm \frac{3}{2} \quad (21.14).$$

أو بصيغة لا بعدية باستخدام معامل الضغط :

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho U_\infty^2}{2}} = \pm \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{Re} \cdot \frac{2}{R} = \pm 6/Re \quad (21.15).$$

حيث $Re = U_\infty d / \nu$ عدد رينولدز المحسوب بقطر الكرة $d = 2R$.

يشين ما تقدم أنه يسود في نقطة الركود الأمامية ($x = -R$) ضغط زائد أعظمي ، بينما يسود في نقطة الركود الخلفية ($x = +R$) ضغط ناقص اصغري . هذا يعني أن الكرة تتعرض لقوة باتجاه $+x$ تكافيء المقاومة الناتجة عن فرق الضغط فيما لو تحركت الكرة في سائل ساكن بسرعة U_∞ باتجاه $-x$. من جهة أخرى يبدو مفيداً أن نتذكر أن الكرة في جريان مثالي لا تتعرض لاية قوة (راجع [15+] ص ٥٥٤) ، ذلك أن توزيع معامل الضغط في هذه الحالة :

$$c_p = 1 - \frac{9}{4} \sin^2 \psi \quad (21.16)$$

يكون متناظراً ، وقيمته في نقطة الركود الامامية والخلفية ($\psi = 0^\circ, \pi$) تبلغ $c_p = 1$ تقابلها $c_p = \pm 60$ حسب (21.15) من أجل $Re = 0.1$.

حساب المقاومة الاجمالية للكرة يلزم حساب توزيع اجهادات القص على سطحها ، وذلك بالاستعانة بقانون ستوكس للاحتكاك وتوزيع السرعة (21.11) ، حيث ينتج أن اجهاد القص الاعظمي يؤثر في النقطتين $R \sin \theta = y$ من سطح الكرة ، وتعادل قيمته المطلقة قيمة الضغط الاعظمي أو الاصغري بموجب (21.14) .

من كمالة توزيع الضغط واجهاد القص على كامل سطح الكرة وجدستوكس قوة المقاومة الاجمالية للكرة :

$$F_w = 6 \cdot \eta \cdot \pi \cdot R \cdot U_\infty \Rightarrow Re \ll 1 \quad (21.17).$$

تعرف هذه العلاقة باسم قانون ستوكس للمقاومة . وتجدر الملاحظة هنا أن ثلث قيمة F_w يمثل مقاومة ضغط ، وثلاثا يمثلان مقاومة احتكاك . وكما هو واضح فإن F_w تتناسب مع السرعة U_∞ وليس مع مربع السرعة وفقاً لقانون المقاومة المربع .

لاعطاء (21.17) صيغة لا بعدية ندخل معامل المقاومة فنجد :

$$c_w = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{24}{Re} = f(Re) \quad (21.18).$$

بما يؤكد أن قانون التشابه التجريبي لهذا الجريان الزاحف ينحصر بعدد ديموندز . وقد اثبتت التجارب ذلك وأعطت تطابقاً جيداً بين القيم المقاسة لـ c_w والقيم المحسوبة بموجب (21.18) ، طالما $Re \leq 1$ ، بينما يعتبر هذا التطابق مرضياً من أجل $4 \leq Re \leq 1$ (انظر الشكل (١٠٢١)) .

إن جريان ستوكس حول الكرة يتحقق في حالة جريان السوائل عالية اللزوجة مثل الزيوت والشحوم ، أو في الحالات التي يكون فيها قطر الكرة صغيراً جداً ، كما هو الأمر بالنسبة لسقوط قطيرات الرذاذ في الهواء . وكما يتبين

من حساب بسيط فإن القيمة $Re = 1$ تتحقق من أجل قطيرة رذاذ كروية قطرها $d = 1 \text{ mm}$ تسقط في الهواء ($\nu = 0.14 \text{ cm}^2/\text{s}$) بسرعة $V = 1.4 \text{ cm/s}$.

٢.٢.٢١ قانون أوزين للمقاومة

إن الحل الذي قدمه ستوكس للجريان حول كرة لا يعطي نتائج مرضية في مجال أعداد رينولدز $1 < Re \leq 5$ ، ذلك أنه على بعد كبير كفاية من الكرة لا يمكن إهمال قوى العطالة تماماً بالمقارنة مع قوى الاحتكاك، كما هو الأمر في حالة $Re < 1$. ويمكن التأكد من ذلك بمقارنة مرتبة $u \partial u / \partial x$ مع مرتبة Δu من أجل قيم r كبيرة نسبياً.

لقد تصدى أوزين لهذه المسألة وراعى إلى حد ما تأثير قوى العطالة لتحسين مجال تطبيق قانون ستوكس (21.18) معتبراً أن مركبات السرعة تحقق العلاقات التالية :

$$u = U_{\infty} + u'; \quad v = v'; \quad w = w' \quad (21.19)$$

حيث تمثل u', v', w' سرعات تشويش ذات قيم أصغر بكثير من قيم السرعة غير المشوشة للجريان U_{∞} ، علماً أن هذه الفرضية غير صحيحة في الجوار المباشر تماماً لسطح الكرة.

بإعادة (21.19) تصبح مركبات قوى العطالة :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = U_{\infty} \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x}; \quad u \frac{\partial v}{\partial x} = U_{\infty} \frac{\partial v'}{\partial x} + u' \frac{\partial v'}{\partial x}; \quad u \frac{\partial w}{\partial x} = U_{\infty} \frac{\partial w'}{\partial x} + u' \frac{\partial w'}{\partial x}$$

فاذا أدخلت هذه التعابير في معادلات نافير - ستوكس (19.28) ومعادلة الاستمرار (19.29)، بعد إهمال الحدود من المرتبة الثانية التي لا تدخل فيها U_{∞} ، وإهمال القوى الحتمية بسبب $U_{\infty} = \text{const}$ ، نجد :

$$\left. \begin{aligned} \rho U \infty \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \eta_1 \Delta' u' \\ \rho U \infty \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} &= \eta_1 \Delta' v' \\ \rho U \infty \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial z} &= \eta_1 \Delta' w' \end{aligned} \right\} \quad (21.20)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (21.21).$$

إن معادلات أوزين هذه، مثلها مثل معادلات ستوكس (21.11)، ذات صفة خطية، وتتطلب لتحقيق نفس الشروط الحدية لمعادلات نافير - ستوكس. بحلها ننتج مركبات السرعة وبالتالي توزيع السرعة والضغط، ومن متكاملة توزيع الضغط واجهادات القص على سطح الكرة وجد أوزين قوة المقاومة للكرة:

$$F_W = 6 \cdot \eta_1 \cdot \pi \cdot R \cdot U_\infty \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{\eta_1 R \cdot U_\infty}{\eta_1} \right) \quad (21.22),$$

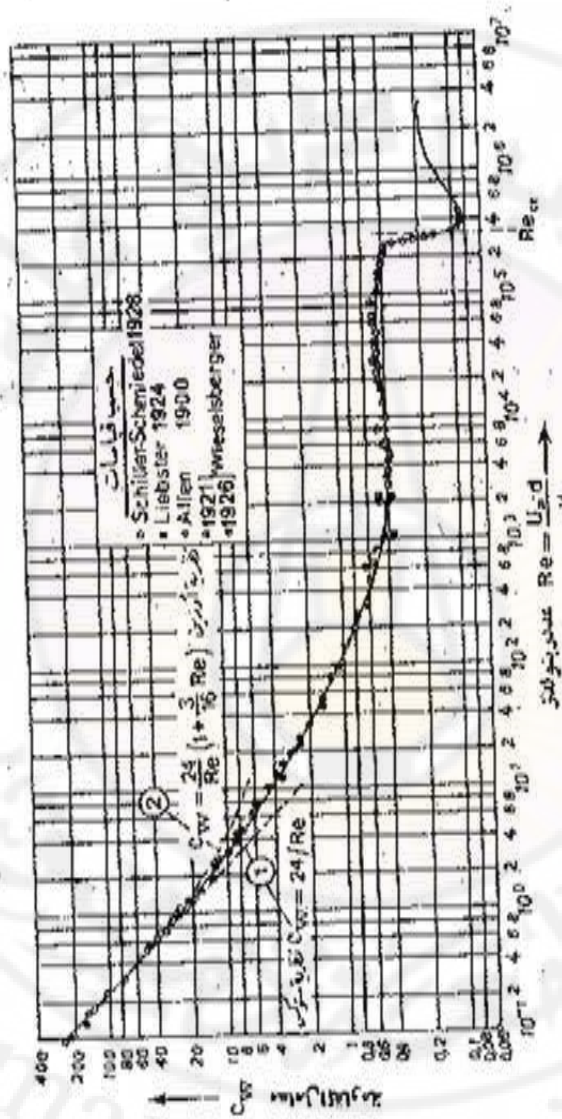
وبدالتها يصبح معامل المقاومة:

$$c_W = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} \cdot Re \right) \quad \text{مع} \quad Re \leq 5 \quad (21.23)$$

حيث $Re = U_\infty d / \nu$ ، وتعرف هذه العلاقة باسم قانون أوزين للمقاومة بالنسبة للجريان حول كرة.

الشكل (١٠٢١) يتضمن القيم المقاسة من باحثين مختلفين للعلاقة $c_W = f(Re)$ للجريان حول كرة في مجال أعداد ديفولدز حتى 10^6 . وقد رسم في الشكل المنحني (1) ممثلاً لقانون ستوكس (21.18)، والمنحني (2) ممثلاً لقانون أوزين (21.23)، حيث يتجلى بوضوح مجال تطبيق كل منها.

إن جريان ستوكس - أوزين حول الكرة له أهمية خاصة عند دراسة



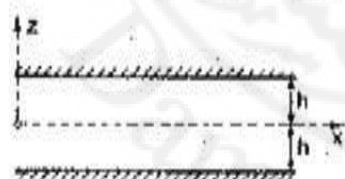
الشكل ١.٢٦ : قانون المقاومة للجريان حول كرة $C_w = f(Re)$ حسب قياسات مختلفة . التحفي ① يمثل قانون ستوكس (24.18) ، والتحفي ② يمثل قانون أوزوي (21.23) ، حسب [98] .

مركبة الجزيئات الصلبة في الهواء أو الغازات الأخرى ، كما في عمليات تنقية الهواء من الغبار . كما يلعب هذا الجريان دوراً أيضاً في بعض مسائل الجريانات متعددة الطور ، وفي مسائل النقل الهيدرومائيكي Pneumatic transport ، كما في عملية تفريغ الجيوب من البواخر ونقلها للصوامع (راجع مثلاً [7a]) .

٣.٢١ جريانات هل - شو

توجد فصيلة أخرى من الجريانات الزاحفة تعرف باسم جويانات هل - شو نسبة الى H.S.Hole - Shaw ، تعتبر حلولها متميزة وذات أهمية خاصة عملية وتجريبية ، وترتبط بالجريان الصفائحي المستقر بين صفيحتين مستويتين (من الزجاج مثلاً) ثابتتين ومتوازيتين تفصلهما مسافة صغيرة $2h$. فإذا وضعنا بين الصفيحتين جسماً اسطوانياً اعتباطياً المقطع (اسطوانة أو جناح حامل مثلاً) ، بحيث يملأ الفراغ بين الصفيحتين ، فإن صورة الجريان الزاحف حول هذا الجسم يتطابق بشكل ممتاز مع صورة الجريان المثالي (الكمويني) حول نفس الجسم . على هذا الأساس يمكن تجريبياً بمساعدة ما يسمى بجهاز هل - شو واستخدام إحدى طرق تربية الجريان المناسبة للحصول على صور خطوط التيار للجريانات الكموينية حول أجسام مختلفة الاشكال .

لإبرهان على صحة ما تقدم نختار وفقاً للشكل (٢ . ٢١) مجموعة إحداثيات ديكارتية بحيث يكون المستوي y, x أفقياً وموازياً للصفيحتين والمحور x منطبقاً على المحور الانتصافي بينهما وموجهاً باتجاه الجريان ، بينما يكون المحور z متعامداً على الصفيحتين . فإذا لاحظنا أن مركبة السرعة $w = 0$ ، وأهملنا القوى الطولية ، وكذلك تدرجات السرعة



الشكل ٢.٢١ : الجريان بين صفيحتين ثابتتين مستويتين .

بالمقارنة مع $\partial v / \partial y$, $\partial v / \partial x$, $\partial u / \partial y$, $\partial u / \partial x$ تأخذ عندئذ المعادلات الحركية للجريانات الزاحفة (21.4) الصيغة التالية :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (21.24).$$

من المعادلة الثالثة يتضح أن $\partial p / \partial x$ و $\partial p / \partial y$ لا يتعلقان بـ z ، وعليه نجد ، بعد إجراء التكامل ، مركبتي السرعة :

$$u = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2$$

$$v = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4 .$$

نحدد ثوابت التكامل من الشروط الحدية حسب الشكل (٢٠٢١) : $u=v=0$; من أجل $z = \pm h$ فنجد :

$$C_1 = C_2 = 0 ; \quad C_2 = - \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} ; \quad C_3 = - \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{h^2}{2} ,$$

وأصبح بذلك مركبتا السرعة :

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (z^2 - h^2) ; \quad v = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} (z^2 - h^2) \quad (21.25) .$$

نحسب الآن السرعة الوسطية للتيار الحجمي بين الصليحتين بالنسبة لواحده العرض فنجد :

$$\left. \begin{aligned} \bar{U} \cdot h &= \int_{z=0}^{z=h} u \cdot dz \Rightarrow \bar{U} = - \frac{h^3}{3\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \bar{V} \cdot h &= \int_{z=0}^{z=h} v \cdot dz \Rightarrow \bar{V} = - \frac{h^3}{3\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (21.26).$$

ان جرياناً مستويًا مثاليًا لا دورانياً يملك تابع كمون سرعة من الشكل :

$$\Phi = -\frac{h^2}{3\eta} p \quad (21.27)$$

نحقق مركبتا سرعته : $u_0 = \partial\Phi/\partial x$; $v_0 = \partial\Phi/\partial y$ العلاقة (21.26) ، مما يثبت التماثل بين الجريان الزاحف المعروف بمعدل السرعة الوسطية للتيار الحجمي والجريان الكعوني المثالي ، الذي يخضع لمعادلات أويلر الحركية المستوية ومعادلة الاستمرار (راجع [154] ص 394) :

$$\left. \begin{aligned} u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} &= -\frac{\partial p_0}{\partial x} \\ u_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y} &= -\frac{\partial p_0}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (21.28).$$

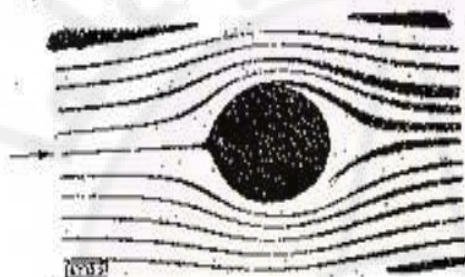
$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0$$

أن النتيجة السابقة تؤكد مضمون العلاقة (21.6) بأن الضغط في الجريان الزاحف هو تابع كروني يحقق معادلة لابلاس . ويعتبر التماثل بين الجريان الزاحف والكعوني أساساً ليس فقط للحصول على صور معبرة للجريان الكعوني وإنما أيضاً لحل مسائل عملية معقدة ، كما في جريان المياه الجوفية والرشحية (راجع [154] ص 631) .

من جهة أخرى فإن التبسيطات التي أدخلت على المعادلات الحركية تستلزم كشرط بضع صحة النتائج أن تكون المسافة بين الصفيحتين صغيرة للحد السكاني وسرعة الجريان ليست كبيرة . بتعبير آخر فإن النسبة بين قوى العطالة وقوى الاحتكاك يجب أن تبقى في حدود معينة . فإذا فرضنا U_0 السرعة غير المشوشة عند مسافة كافية قبل الجسم فإن المجال العيني المألول السابقة يتحدد بعدد رينولدز المنخفض [28] :

$$Re^* = \frac{U_0 L}{\nu} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \ll 1 \quad (21.29),$$

حيث Re^* مقياس طولي يميز للجسم في المستوي y, x . أمبسا من أجل $Re^* > 1$.
 فتصبح قوى العطالة ذات تأثير ملحوظ وينجم عندئذ اختلاف ملحوظ بالنتائج ،
 إذا ما قورنت مع الحل البسيط السابق ، ذلك أن خطوط التيار في الطبقات
 المختلفة الموازية لأصفيحتين تصبح غير متطابقة ، بسبب أن الجزيئات السائلة
 البطيئة القريبة من جدار الصفيحتين تتعرض خلال الجريان حول جسم لانحراف
 أشد من الجزيئات السريعة في المنتصف . هذا يؤدي بشكل ما لطمس خطوط
 التيار ، خاصة في منطقة الجريان خلف الجسم ، كما يبين ذلك الشكل (٣.٢١) .



الشكل ٣.٢١ :
 جريان هل - شو حول أسطوانة
 عند $Re^* = 110$ ، حسب ريفلز [28] .

يمكن من حيث المبدأ توسيع مجال التطبيق لحلول الجريان الزاحفة لتشمل أعداد
 ينولدز الكبيرة نسبياً باستخدام طريقة التقريب التعاقبي . ولكن الحسابات العملية تؤكد
 أن الجهد الحسابي يتخطى الحدود المقبولة بعد الخطوة التقريبية الأولى . أما في مجال أعداد
 ينولدز حتى $10 \approx Re^*$ فيمكن حسب طريقة طورها ريفلز (راجع [28]) تحسين الحل
 بسيط حسب هل - شو بحساب قوى العطالة وادخالها في الخطوة الحسابية التالية
 لقوى خارجية .

٤.٢١ الجريان في المحامل اللزجة ، النظرية الهيدروديناميكية

للمقريبت

نحل النظرية الهيدروديناميكية للتزييت Hydrodynamic theory of lubrication
 في باردة في برامج الانجاث العلمية ، نظراً لأن المحامل الانزلاقية glide bearing تدخل
 ناصر رئيسية في تصميم غالبية آلات العمل والقوة (محركات ، عتقات المضخات ،

ضواغط وضخا) . وتتجلى أهمية هذه النظرية في حقيقة أن الجريان المتكون في طبقة رقيقة جداً من سائل التزيت (زيت معدني مثلاً) خلال الخلاص بين محور الآلة والمحمل يولد فروق ضغط عالية جداً ، فنجم عنها قوة ضغط تحسول دون حدوث احتكاك جاف (معدن - معدن) ، وبالتالي تمنع التآكل المعدني وتعمل بشكل ماحوظ قوى الاحتكاك ، مما يزيد من مردود الآلة نفسها .

لقد وضع رينولدز عام 1886 حجر الأساس للنظرية الهيدروديناميكية للتزيت الثنائية البعد . وال جانب اسم الزواد الاوائل لهذه النظرية من أمثال هيتروف Petrov (1883) في روسيا ، ميتشل A.G.M. , Mitchell (1905) في أستراليا ، سومر فيلد A. Sommerfeld (1904) في ألمانيا [176] وغيرهم ، في تطوير طرق عملية لحساب الجريان في المحامل وتصميمها وفقاً لاضراس استعمالها المختلفة . كما قام فوجلبول G. Vogelopol (177 حتى 179) بدراسات متعددة، نظرية وتجريبية، لتبيان تأثير العوامل المختلفة على الجريان في المحامل ، وطور نظرية التشابه بين المحامل .

إن مؤلفاً بكامله ، مثلاً [180] ، يكاد يكفي لدراسة مبادئ النظرية الهيدروديناميكية للتزيت . لذلك فن البدعي أن نركز في إطار هذه الفقرة على المبادئ الرئيسة الموضحة لهذه النظرية . وسنبدأ أولاً بالمعامل الانزلاقية ذات السطوح المستوية وننتقل بعدها للمعامل الانزلاقية القطرية .

١.٤.٢١ الجريان في المحامل الزلقية ذات السطوح المستوية

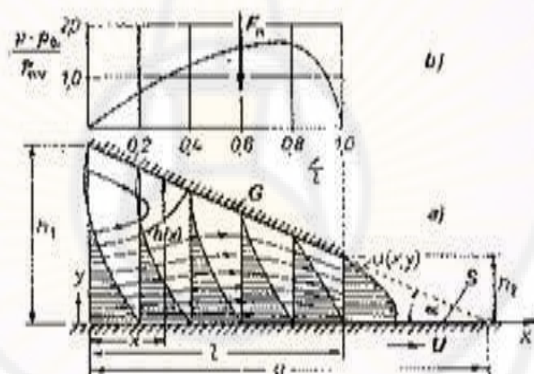
إذا أعطنا النظر في الشكل (١.٢٠) المتضمن توزيع السرعة لجريان كوثيت العام بين صفيحتين متوازيتين إحداهما ثابتة والأخرى متحركة ، فنخلص إلى نتيجة منطقية هي أن توزيعات السرعة ، باستثناء توزيع السرعة الخطي من أجل تدرج ضغط $J = 0$ ، لا يمكن تحقيقها عملياً إلا إذا كان مقطع الجريان متغيراً ، وبالتالي المسافة بين الصفيحتين $h(x) = f(x)$. وعليه يلزم تمثيل إحدى الصفيحتين زاوية صغيرة α ضد الأخرى .

الشكل (١.٢١) يوضح مثلاً بسيطاً لمحمل انزلاقي يتألف من سكة أفقية

وحذاء انزلاق يميل على السكة زاوية صغيرة α . نفرض أن عرض الحذاء والسكة في الاتجاه العمودي على الشكل كبير جداً بحيث يمكن اعتبار الجريان مستوياً .

للحصول على جريان مستقر نفرض أن الحذاء ثابت والسكة تتحرك بسرعة (1) باتجاه المحور x ، الذي نختاره موازياً للسكة ، بينما نختار المحور y عمودياً عليها . أما الخواص $h(x)$ فيفترض أن يكون صغيراً جداً بالمقارنة مع طول الحذاء l .

إن حل مسألة الجريان الزاحف هذه يقود إلى حساب توزيع السرعة وتوزيع الضغط وبالتالي حساب قوة الضغط الناعلمية المعبرة عن قوة تحميل الحذاء ، إضافة لحساب قوة الجار كمحصلة القوى اجهاد القص .



الشكل ٢.١ . الجريان في محل انزلاقي مستو : (a) صورة الجريان وتوزيع السرعة ، حيث S السكة ، G حذاء الانزلاق ، (b) توزيع الضغط p على حذاء الانزلاق من أجل $n/l = 1.57$ ، حسب [28] .

يتميز هذا الجريان بأن تدرج الضغط $\partial p / \partial x \neq 0$. كذلك فإن قوى العطالة غير معدومة ، مثلاً $\partial u / \partial x \neq 0$ ، ولكنها عملياً أصغر بكثير من قوى الاحتكاك بحيث

يمكن إهماله، كذلك فإن مركبة السرعة $u \gg v$ ، وبالتالي يمكن إهمال المشتقات الثانية لـ v بالنسبة للمجاور، مما يجمع باغفال كامل المعادلة الثانية، باتجاه y ، من مجموعة المعادلات الحركية (21.30) للجريانات الزاحفة. من جهة أخرى فإن تغير u باتجاه x أصغر من تغيرها باتجاه y ، وبالتالي يمكن إهمال $\partial^2 u / \partial x^2$ بالمقارنة مع $\partial^2 u / \partial y^2$ ، لأن الحد الأخير يكبر الحد الأول بمقدار يتناسب مع $(h/l)^2$ ، أما بالنسبة للضغط فيجب من جهة أن يحقق الشرط الحدي: $p = p_a$ من أجل $x = 0$ و $x = l$ ، ومن جهة أخرى يكون تدرج الضغط $\partial p / \partial y \approx 0$ ، بينما يكون في المجال $0 \leq x \leq l$ تدرج الضغط $\partial p / \partial x = dp/dx = f(x)$ متغيراً، خلافاً لحالة الجريان بين صفيحتين متوازيتين حيث $dp/dx = \text{const}$ على أساس ما تقدم تختصر المعادلات الحركية للجريانات الزاحفة (21.4) إلى معادلة واحدة:

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (21.30)$$

من جهة أخرى فإن شرط الاستمرار يستوجب بقاء قيمة التيار الحجمي في جميع المقاطع y ثابتة، وعليه ينتج بالنسبة لمساعدة العرض:

$$Q = \int_0^{h(x)} u dy = \text{const} \quad (21.31)$$

كما يجب أن تتحقق الشروط الحدية التالية:

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \Rightarrow u=U \\ y=h(x) \Rightarrow u=0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow p=p_a \\ x=l \Rightarrow p=p_a \end{array} \right\} \quad (21.32)$$

حساب توزيع السرعة نكامل (21.30) مرتين بالنسبة لـ y ونحدد ثابتي التكامل بمساعدة (21.32) فنجد:

$$v(y) = U \left(1 - \frac{y}{h} \right) - \frac{h^2}{2\tau_1} \cdot p' \cdot \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad (21.33)$$

حيث : $h=h(x)$, $p'=dp/dx$

حساب توزيع الضغط يجب أن نأخذ شرط الاستمرار (21.31) والشرطين
الطينيين للضغط في (21.32). لذلك ندخل (21.33) في (21.31) ونكامل
فينتج بعد حساب بسيط :

$$Q = U \frac{h}{2} - \frac{h^3}{12\tau_1} \cdot p' = \text{const} \quad (21.34)$$

وبذلك يصبح تدرج الضغط :

$$p' = dp/dx = 12\tau_1 \left(\frac{U}{2h^2} - \frac{Q}{h^3} \right) \quad (21.35)$$

نكامل هذه العلاقة مع مراعاة أن $Q = \text{const}$ و $p = p_0$ من أجل $x=0$ فنجد :

$$p(x) = p_0 + 6\tau_1 U \int_0^x \frac{dx}{h^2} - 12\tau_1 Q \int_0^x \frac{dx}{h^3} \quad (21.36)$$

من تحقيق الشرط الحدي $p(l) = p_0$ تصبح قيمة Q :

$$Q = \frac{U}{2} \frac{\int_0^l dx / h^2}{\int_0^l dx / h^3} \quad (21.37)$$

إن حل المعادلات (21.35) حتى (21.37) لحساب التباين الحدي Q ، وتدرج
الضغط p ، وتوزيع الضغط $p(x)$ يتطلب معرفة الشكل الهندسي المعلوم الاسمي بين
الحداء والبيكة المحدد بالتابع $h(x)$. ولتتعلق قيمنا التكاملية :

$$f_1(x) = \int_0^x dx / h^2 ; f_2(x) = \int_0^x dx / h^3 \quad (21.38)$$

المتضمنين في (21.36) فقط بالشكل الهندسي للحلوس ، وتعتبر النسبة :

$$c(x) = f_1(x) / f_2(x) \quad (21.39)$$

التي لها واحدة قياس الطول ، ذات أهمية كبيرة في النظرية الهيدرو ديناميكية للتزيت ، ويدل على قيمتها النسبة لكامل طول الاسفين :

$$H = c(l) = \left[\int_0^l dx/h^2 \right] / \left[\int_0^l dx/h^2 \right] \quad (21.40).$$

السماكة المميزة Characteristic thickness ، التي يتجلى مضمونها الفيزيائي إذا أدخلت في معادلة الاستمرار (21.37) ، التي تصبح :

$$Q = \frac{1}{2} \cdot U \cdot H \quad (21.41).$$

ويصبح بدلا منها ندرج الضغط حسب (21.35) :

$$p' = \frac{6\eta U}{h^2} \left(1 - \frac{H}{h} \right) \quad (21.42).$$

وتوزع الضغط حسب (21.36) بعد إدخال (21.38) :

$$p(x) = p_n + 6\eta \cdot U \cdot f_1(x) - 12\eta \cdot Q \cdot f_2(x) \quad (21.43).$$

من العلاقة (21.42) نستنتج بسهولة أن $p' = 0$ من أجل $h(x) = H$ ، ويكون بالتال للضغط في هذا المقطع نهاية عظمى أو صغرى . وإذا فرضنا كشرط حدي أن $p = p_n$ عند $h = 0$ ، وأن موقع السماكة المميزة H يتحدد بالاحداثي $x = x_H$ ، عندئذ يتوجب ليكون ندرج الضغط موجبا أو سائبا أن يتحقق :

$$\left. \begin{aligned} h(x) > H \text{ في المجال } 0 < x < x_H &\Rightarrow p' > 0 \\ h(x) < H \text{ في المجال } x_H < x < l &\Rightarrow p' < 0 \end{aligned} \right\} \quad (21.44)$$

بذلك يتضح أن الحصول على ضغط زائد $p - p_n$ يتطلب أن يكون الشكل الاسفيني للحلوس متشبيهاً بانحناء الجريان .

في الحالة الخاصة لمعمل انزلاقي ذي جدران مستوية ، وزاوية ميل الحذاء الانزلاقي « صغيرة جداً » ، الشكل (٤.٢١ - أ) ، يتحدد شكل الحلوس بالعلاقة :

$$h(x) = \alpha (a - x) = h_1 - \alpha \cdot x \quad (21.45),$$

حيث $\alpha \neq a$ ثابتان معلومان . بذلك يصبح التيار الججمالي Q حسب (21.37) بعد اجراء التكامل :

$$Q = U \cdot \alpha \cdot a \frac{a - l}{2a - l} \quad (21.46),$$

وينتج من (21.36) توزيع الضغط بعد اجراء التكامل وادخال قيمة Q حسب (21.46) :

$$p(x) = p_0 + 6 \cdot \gamma \cdot U \cdot \frac{x(l-x)}{h^3(x) \cdot (2a-l)} \quad (21.47),$$

الذي يعطي شكلاً قريباً جداً من القطع المكافئ . ونحصل الآن على توزيع السرعة $u(y)$ بموجب (21.33) بعد أن ندخل فيها p' حسب (21.35) و $h(x)$ حسب (21.45) و Q حسب (21.46) .

الشكل (٤٠٢١ - n) يبين توزيع السرعة في مقاطع مختلفة وشكل خطوط التيار للجريان بين السكة وحذاء الانزلاق . ويبين الشكل (٤٠٢١ - b) توزيع الضغط الزائد $p - p_0$ منسوباً لضغط وسطي ثابت p_{av} ، سنحدد قيمته لاحقاً . وكما هو واضح من الشكل يحدث جريان عكسي بالقرب من الجدار الثابت في منطقة تزايد الضغط ، فاما كما كانت الحال بالنسبة لجريان كوثيت العام بين حفيحتين متوازيتين احدهما متحركة ، مع وجود تدرج ضغط موجب ، الشكل (١٠٢٠) . ونستنتج ايضاً من الشكل (٤٠٢١ - b) أن الضغط الاعظمي p_{max} يؤثر إلى اليمين قليلاً من منتصف حذاء الانزلاق ، أي بعيد النقطة $x = l/2$.

عندما تكون زاوية ميل حذاء الانزلاق α صغيرة ، وبالتالي يكون منحنى

نوزع الضغط قريباً جداً من القطع المسكافي، تكون قيمة الضغط الاعظمي p_{max} قريبة جداً من الضغط p_m السائد في منتصف الحذاء . عندئذ يمكن اعتماد ضغط زائد وسطي p_{av} موزع بانتظام على طول الحذاء ، وبحق :

$$p_{av} \approx \frac{2}{3} (p_m - p_0) \quad (21.48).$$

p_m بحسب من (21.47) بعد وضع $x = l/2$ و $\alpha = h(l/2) = a$ و $h_m = h(l/2) = \alpha$ بحسب (21.45) . عندئذ يصبح بموجب (21.48) :

$$p_{av} \approx \gamma_f U \cdot \frac{l^2}{h_m^3 (2a - l)} \quad (21.49).$$

وبما أن $l \gg h_m$ فإن قيم p_{av} تكون عالية جداً . وبالفعل ينتج ، مثلاً ، من أجل : $h_m = 0,2 \text{ mm}$, $a = 0,2 \text{ m}$, $l = 0,1 \text{ m}$, $\gamma_f = 39,24 \text{ Ns/m}^2$, $U = 10 \text{ m/s}$ أن $p_{av} = 32,37 \text{ N/cm}^2$ ، أي ما يعادل 3,3 ضغطاً جويّاً . وتبلغ في الحالات العملية النسبة : 1000 حتى 500 . l/h_m . من جهة أخرى فإن مقارنة (21.49) مع العلاقة (21.14) تبين أن فرق الضغط المتكون في الجريان الزاحف بين حذاء الانزلاقي والسكة يتضاعف بمقدار $(l/h_m)^2$ بالمقارنة مع جريان ستوكس حول كرة ، وبلغ الدور الحاسم في ذلك زاوية ميل الحذاء α .

إن العلاقات السابقة نأخذ صيغاً أبسط إذا حدد شكل الخلوص الاسفيني بموجب (21.45) بدلالة الارتفاع عند مدخله : $h_1 = \alpha \cdot a$ ، وعند مخرجه : $h_2 = h_1 - \alpha \cdot l$ ، الشكل (1.31) . عندئذ تصبح الصيغة المعبرة بموجب (21.40) :

$$H = \frac{2h_1 \cdot h_2}{h_1 + h_2} \quad (21.50).$$

وبصريح التيار الحجمي للزيت بموجب (21.41) خاضعاً للعلاقة :

$$Q = U \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \quad (21.51)$$

المكافئة للعلاقة (21.46) ، كما يستوجب شرط الحصول على ضغط زائد موجب حسب (21.44) أن يتضيق الحلووس باتجاه الجريان ، وبالتالي أن يكون $h_1 > h_2$ ، وتأخذ علاقة توزيع الضغط (21.47) الصيغة :

$$p(x) = p_0 + 6 \cdot \gamma \cdot U \cdot \frac{x(l-x)}{h_1^2(x) \cdot l} \cdot \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 + h_2)} \quad (21.52)$$

هذه العلاقة تبين أنه في حالة جدران متوازية ، $h_1 = h_2$ ، يكون $p = p_0$ ، وبالتالي لا يمكن أن يتكون ضغط زائد أو تنشأ محصلة قوى ضغط تستطيع أن تتلقى الحمل المؤثر على الحذاء .

الضغط الاعظمي p_{max} يتحدد موقعه حسب (21.42) و (21.50) من أجل :

$$p' = 0 \Rightarrow h = H = 2 h_1 h_2 / (h_1 + h_2) \quad (21.53)$$

وننتج بذلك قيمته من (21.52) بعد ادخال قيمة h حسب (21.53) و x حسب (21.45) ، حيث نجد من أجل قيمة مميزة (انظر لاحقاً) للنسبة : $h_1/h_2 \approx 2,2$

$$p_{max} = 0,256 \frac{\gamma \cdot U \cdot l}{h_2^2} \quad (21.52n)$$

إن النظرية السابقة والعلاقات التي نتجت عنها تبقى صحيحة ، طالما بقيت الفرضيات والتبسيطات التي أدخلت على المعادلات المركبة للجريانات الزائفة ضمن المجالات التي حددت لها ، وبخاصة طالما بقيت قوى الاحتكاك مهيمنة بحيث يمكن إهمال قوى العطالة بالمقارنة معها . وإذا أردنا تقدير النسبة بين قوى العطالة والاحتكاك للحصول على معيار يحدد مجال انطباق النظرية نلاحظ أن المركبة العظمى لقوى العطالة تؤثر باتجاه الجريان x وتتناسب مع $\rho u \partial u / \partial x$ ، بينما

تناسب مركبة قوى الاحتكاك العظمى في نفس الاتجاه مع $\eta \partial^2 u / \partial y^2$ وعليه تكون نسبة :

$$\frac{\text{قوى العطالة}}{\text{قوى الاحتكاك}} = \frac{\rho u \partial u / \partial x}{\eta \partial^2 u / \partial y^2} = \frac{\rho U^2 / l}{\eta U^2 / h} = \frac{U \cdot l}{\nu / \rho} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2$$

ويمكن بالتالي إهمال قوى العطالة واستخدام النتائج السابقة ، عندما يكون عدد رينولدز الخفض .

$$Re^* = \frac{U \cdot l}{\nu} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \ll 1 \quad (21.54).$$

كمثال عددي لتوضيح أهمية Re^* نجد من أجل : $\nu = 4.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $U = 10 \text{ m/s}$, $h = 0.2 \text{ mm}$, $l = 100 \text{ mm}$ أن عدد رينولدز عموماً بطول حذاء الانزلاق يبلغ $Re = U l / \nu = 2.5 \cdot 10^4$ ، بينما يكون $Re^* = 0.1$ حسب (21.54) .

٢١.٤.٢١ حساب قوة التحميل وقوة الجبر

ان قوة التحميل F_n التي يمكن أن يتلقاها حذاء الانزلاق تحددها قوة الضغط F_p كمحصلة لقوى الضغط الزائد المؤثرة على الحذاء . فإذا فرضنا b عرض الحذاء تكون :

$$F_n = F_p = b \int_{x=0}^{x=l} [p(x) - p_a] \cdot dx .$$

ندخل (21.52) ونضرب حسب (21.45) : $x = (h_1 - h) / \alpha$: $dx = -dh / \alpha$ ونجري التكامل ما بين $h = h_1$ و $h = h_2$ ، بدلاً من $x = 0$ و $x = l$ ، فنجد :

$$F_p = F_n = b \frac{6 \cdot \eta \cdot U (h_1 - h_2)}{\alpha^2 \cdot l \cdot (h_1 + h_2)} \cdot \left[(h_1 + h_2) \ln \frac{h_1}{h_2} - 2(h_1 - h_2) \right] \quad (21.55).$$

حيث يتبين أنه لا يمكن تحميل الحذاء ، $F_{11} = 0$ ، عندما $h_1 = h_2$ ، وبالتالي عندما يكون ارتفاع الحلو ص ثابتاً ، $h = \text{const}$ ، كما يتضح أن F_{11} تتأثر جداً بزاوية ميل الحذاء α وتزداد بشدة كلما صغرت α .

نضع الاختصار : $k = h_1/h_2$ ونلاحظ أن $h_1 - h_2 = \alpha \cdot l$ ، فتصبح العلاقة السابقة :

$$F_{11} = b \cdot \frac{6 \cdot \gamma \cdot U \cdot l^2}{h_2^3 (k-1)^3} \cdot \left[\ln k - 2 \frac{k-1}{k+1} \right] \quad (21.56).$$

فإذا عدنا مشتق F_{11} بالنسبة لـ k نجد قوة الضغط الاعظمية ، وبالتالي قوة التحميل الاعظمية من أجل :

$$k = h_1/h_2 \approx 2,2 \Rightarrow F_{11 \max} = F_{11 \max} = 0,16 \cdot \frac{b \cdot \gamma \cdot U \cdot l^2}{h_2^3} \quad (21.57).$$

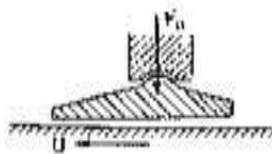
من هذه العلاقة يتضح أن عملاً كائين في الشكل (٤.٣١) يستطيع تحمل قوة كبيرة إذا كانت مماسة طبقة الزيت وسطحاً صغيرة (بحدود 0,1...0,3 mm) ، واللزوجة γ صغيرة نسبياً أيضاً ، وهي تسمح في حالة الحمل الاعظمي ، عندما يكون معلوماً ، تحديد الارتفاع h_2 ، وبالتالي شكل الحلو بين الحذاء والسكة .

تؤثر قوة الضغط F_{11} في مركز الضغط M الذي ينطبق على نقطة تأثير الضغط الاعظمي $p_{\max}$ ، وبالتالي يقع إلى اليمين قليلاً من منتصف الحذاء . ويتحدد موقع مركز الضغط بالاحداثي :

$$x_M = \frac{l}{2} \cdot \left[\frac{2k}{k-1} - \frac{k^2-1}{(k^2-1) \cdot \ln k} - \frac{2k \cdot \ln k}{2(k-1)^2} \right] \quad (21.58).$$

وعليه فإن $x_M = f(h_1/h_2) = f(l/n)$ ، فإذا لم تؤثر قوة التحميل F_{11} في نفس الموقع x_M تنشأ مزدوجة من القوتين F_{11} و F_{11} تؤدي لتغيير الزاوية α وبالتالي لاختلال عمل الحمل .

في ضوء ما تقدم والاستخدام العملي كحامل محورية Axial bearing صمم



ميتشل A. G. H. Michell عملاً انزلاقياً يسمى

باسمه ، الشكل (٥٠٢١) ، يتميز بأن الحذاء

يستطيع الدوران حول مفصل يقع إلى يمين المنتصف

بقليل . فإذا تغيرت قوة التحميل F_{11} تغيرت تلقائياً

زاوية ميل الحذاء α إلى القيمة التي يتطلبها نشوء قوة

ضغط كافية لعدم اختلال عمل المحمل : $F_{11} = F_{12}$ وعلى منحنى واحد .

لحساب قوة الجار الأفقية F_1 اللازمة للتغلب على قوة المقاومة بسبب الاحتكاك

تتطلب معرفة توزيع الجهود القص على السكة أو الحذاء . فإذا اعتبرنا قوة

الاحتكاك موجبة فيكون الجهد القص ، بموجب قانون نيوتن للاحتكاك

(18.17) واستخدام علاقة توزيع السرعة $u(y)$ حسب (21.33) ، على السكة :

$$\tau_0 = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \eta \frac{U}{h} + \frac{p' \cdot h}{2} \quad (21.59)$$

وعلى الحذاء :

$$\tau_0 = -\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h} = \eta \frac{U}{h} - \frac{p' \cdot h}{2} \quad (21.60)$$

نستبدل تدرج الضغط p' حسب (21.42) ونستعين بالعلاقة (21.50)

فتصبح العلاقتان السابقتان :

$$\tau_0 = 4 \cdot \eta \cdot U \cdot \frac{1}{h} - 6 \cdot \eta \cdot U \cdot \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \cdot \frac{1}{h^2} \quad (21.61)$$

$$\tau_0 = -2 \cdot \eta \cdot U \cdot \frac{1}{h} + 6 \cdot \eta \cdot U \cdot \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \cdot \frac{1}{h^2} \quad (21.62)$$

ان قوة الجار الأفقية الموازية للسكة تنتج مباشرة كمحصلة لقوى الجهود

القص dF_0 وبالتالي من مكاملة العلاقة (21.61) بين $x = 0$ و $x = l$ ، وتنتج أيضاً كمحصلة لقوى إجهادات القص dF_0 مضافاً إليها المركبة الأفقية الناتجة عن قوة الضغط ، وعليه تكون :

$$F_1 = F_0 = h_0 \int_{x=0}^{x=l} \tau_{0x} dx = h \int_{x=0}^{x=l} \tau_{1x} dx + F_p \cdot \alpha \quad (21.63).$$

فإذا استبدلنا حسب (21.45) : $dx = -dh/\alpha$ ، واعتبرنا $k = h_1/h_2$ ، وحسب بموجب الشكل (٤.٢١) : $\alpha \approx (h_1 - h_2)/l = h_2 (k - 1)/l$ ، تنتج من (21.63) قوة الجبر بعد إجراء التكامل في الحدود ما بين $h = h_1$ و $h = h_2$ بالصيغة :

$$F_1 = F_0 = b \frac{\eta \cdot U \cdot l}{h_2} \cdot \left(\frac{4}{k-1} \ln k - \frac{6}{k+1} \right) \quad (21.64).$$

تحت الشروط التي تؤثر عندها قوة الضغط الاعظمية ، وبالتالي من أجل $k = 2,2$ ، تصبح قوة الجبر :

$$F_1 = 0,75 \cdot \frac{b \cdot \eta \cdot U \cdot l}{h_2} \quad (21.65).$$

وعليه تتناسب قوة الجبر بالنسبة لمعدل طوله معلوم طردياً مع اللزوجة وسرعة الانزلاق وعكساً مع سماكة طبقة الزيت .

المقارنة مع الاحتكاك الجاف يعرف معامل الاحتكاك :

$$f = F_1 / F_p \quad (21.66).$$

الذي تنتج قيمته تحت شروط التحميل الاعظمي من (21.57) و (21.65) :

$$f = 4,69 \cdot (b_2/l) \quad (21.67).$$

وعليه يتناسب معامل الاحتكاك طردياً مع (l/a) ، وبأخذ بالتالي قيمة صغيرة جداً
 لأجراء حساب تقريبي لقوة الجبر ، دون جهد حسابي كبير ، يمكن على
 غرار الضغط الوسطي p_{av} تعريف الجهد القص وسطوي τ_{av} موزع بانتظام على
 سطح الحذاء ، فإذا اعتبرنا عند h_m - h توزيع السرعة خطياً ، فيكون حسب
 قانون نيوتن المبسط للاحتكاك :

$$\tau_{av} \approx \eta \frac{U}{h_m} \quad (21.68).$$

h_m ينتج من (21.69) بدلالة p_{av} . ونجد بعد حساب بسيط :

$$\tau_{av} = \sqrt{\frac{\eta \cdot U \cdot p_{av}}{l}} \cdot \sqrt{\frac{2a-l}{l}} \quad (21.69).$$

بذلك يصبح معامل الاحتكاك :

$$f = \tau_{av} / p_{av} = \sqrt{\frac{\eta \cdot U}{p_{av} \cdot l}} \cdot \sqrt{\frac{2a-l}{l}} \quad (21.70).$$

فإذا كانت مقاييس حذاء الانزلاق a ، l معطاة ، فإن معامل الاحتكاك
 يتناسب مع $(\sqrt{\eta \cdot U / (p_{av} \cdot l)})$.

كمثال عددي نفرض $\eta = 10^{-3} \text{ Ns/cm}^2$ ، $\rho = 30 \text{ at}$ ، $p_{av} = 294,3 \text{ N/cm}^2$ ،
 $U = 100 \text{ cm/s}$ ، $a = 2 \text{ l} = 20 \text{ cm}$ ، عندئذ تنتج السماكة الوسطية لفلم الزيت
 $h_m = 0,0333 \text{ mm}$ ، ويكون الجهد القص الوسطي $\tau_{av} = 0,297 \text{ N/cm}^2$ ، ومعامل
 الاحتكاك $f = 0,001$.

المعامل الانزلاقي ذات السطوح المتحركة ، وبخاصة معامل ميتشل ، نجد استخداماً
 عملياً في الآلات ذات محاور الإدارة الشاغولية ، كما في العنفات المائية الضخمة ، حيث

يمكن أن تبلغ قوة تحميل المعدل 4500 طن . ومن البديهي أن النظرية السابقة لحساب قوة التحميل والجر لا تنطبق تماماً على مثل تلك العامل ذات العرض المحدود (1) .

عندما يكون عرض حذاء الانزلاق محدوداً فإن الجريان بينه وبين السكة يصبح مسألة فراغية . وقد كان ميتشل أول من أعطى حلولاً عملية تصميمية لهذه المسألة انطلاقاً من النظرية التي ساهبها رينولدز وأفنانغا إلى حد بعيد سومرفيلد .

إن تفاصيل النظرية الفراغية يمكن دراستها في المراجع المختصة ، مثلاً [180] . ونكتفي هنا لتبيان تأثير العرض المحدود للحذاء أن نشير إلى أن شرط الاستمرار حسب (21.34) لا يبقى عتقاً ، ذلك أن الزيت لا يجري فقط في اتجاه انزلاق حذاء المعدل x ، وإنما أيضاً في الاتجاه z العمودي على مستوي الشكل (1.4.1) وبسرعة w ، حيث يبلغ التيار الحجمي في هذا الاتجاه :

$$Q_z = \int_0^h w \, dy = \frac{1}{2} h W - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (21.71)$$

W مثل أيضاً سرعة حذاء الانزلاق في الاتجاه x . بذلك يأخذ شرط الاستمرار الصيغة :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u \, dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w \, dy = 0 \quad (21.72)$$

أو بكتابة أخرى :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta \left[\frac{\partial}{\partial x} (h U) + \frac{\partial}{\partial z} (h W) \right] \quad (21.73)$$

وتعرف هذه العلاقة باسم معادلة رينولدز للتزييت (راجع [180] [28 a]) .

نتيجة لا ندم فإن الضغط المتكون في طبقة الزيت يقل بالمقارنة مع العلاقة (21.47) وبالتالي تصغر قوة التحميل بموجب (21.56) ، عندما يكون عرض الحذاء محدوداً . وإذا فرضنا أن قوة التحميل في حالة $h/h_0 = \infty$ تبلغ $1''$ ، فإنها تصبح حسب حسابات

اجراءا ميسر (راجع [9]) من أجل $1 = \eta / \nu$ فقط $0.422.10^{-3}$ ، ومن أجل $1/3 = \eta / \nu$ فقط $0.031.10^{-3}$ ، وحتى هذه القيم لا يمكن تطبيقها في الواقع ، لأن الفرضيات التي اعتمدت حسابيا تنطبق جزئياً فقط على العامل العملية . فقد اشترطت النظرية الكلاسيكية ألا يحدث أي تماس بين المعدن والمعدن ، وأن تكون عملية التغذية بالزيت كافية للابقاء على الخلوص ملوفاً بالزيت ، كذلك افترضت درجة حرارة ثابتة وبالتالي لزوجة ثابتة للزيت . ومن البدهي أن هذه الشروط والفرضيات لا يمكن تحقيقها بالكامل . فاللزوجة مثلاً تتغير مع درجة الحرارة ومع الضغط أيضاً وفقاً لعلاقات غير بسيطة معقدة (راجع [180]) . ولهذا الأسباب يستمر البحث العلمي في مجال النظرية الهيدروديناميكية للتزيت بهدف تطوير طرق عملية لحساب وتصميم المحامل تراعي أكثر فأكثر شروط التشغيل الواقعية ، [181] ، [182] ، [183] .

من الجدير بالإشارة هنا أن النظرية الهيدروديناميكية للتزيت في المحامل المحورية خاصة استغللت في السنوات الأخيرة انتبهاً ملحوظاً من الباحثين ، [150] ، [192] ، [193] . وبين الشكل (ت ٣٠٢) مبدأ عمل محل محوري هيدروديناميكي ، ويظهر بوضوح الفرق الجوهرى بينه وبين مبدأ عمل المحمل الهيدروديناميكي . ففي الأخير يتكون توزيع الضغط في فيلم الزيت تحريكياً نتيجة انزلاق الحذاء على السكة . أما في الأول فإن سائل التزيت يدخل إلى خلوص المحمل بضغط زائد تولده مضخة خارجية مثلاً . وقد أكدت الخبرة أن المحمل الهيدروديناميكي ، الذي يراعى شروط التصميم الأفضل ، يتفوق ، خاصة عندما تكون قوى التحميل كبيرة نسبياً ، على المحمل الهيدروديناميكي بميزات عدة منها : معامل الاحتكاك صغير جداً جداً ، تصميم بسيط ، نأكل قليل .

٢.٤.٢١ المبراه في المحامل اللزوقية افطرية

ترتبط النظرية الهيدروديناميكية الكلاسيكية للتزيت المحامل الانزلاقية القطرية Journal bearing بأسماء روادها الأوائل ، وبخاصة وينولدز ، سومرفيلد وبيتروف ، علماً أن الدراسة الأولى المعروفة عنها نشرها عام 1849 فون باولي von Pauli ، [180] . ومنذ ذلك التاريخ حتى يومنا هذا لم تنقطع الأبحاث العلمية ، النظرية والتجريبية ، مستهدفة تطوير طرق عملية لحساب

وتصميم المحمل الافضل Optimal bearing مع مراعاة ظروف وعوامل التشغيل المختلفة .

إن الجريان في المحلوس بين قشرة المحمل وعمود الادارة ، الذي يفرضه بدور بسرعة زاوية ثابتة ، لا يختلف من حيث المبدأ على الجريان في المحلوس بين حذاء الانزلاق وسكته . لذلك يمكن الاستفادة الى حد بعيد من النتائج المستخلصة في الفقرة السابقة (١.٤.٣١) ، اذا اعتمدنا حسب سومرفيلد الفرضيات الاساسية التالية :

١ - المحمل محيط بمحور الادارة بالكامل ، والزيت بلا المحلوس بينهما تماماً ، بحيث لا توجد أية نقطة تماس معدن - معدن . وعليه نفترض حالة التزييت الكامل او السابح Swimming lubrication .

٢ - المحلوس القطري Radial clearance صغير جداً بالمقارنة مع نصف قطر محور الادارة R ، كما يفترض أن الالامر كروية ، أصغر من θ .

٣ - الجريان مستوي ، أي أن عرض المحمل ∞ ، وقوى العطالة مهملة بالمقارنة مع قوى الاحتكاك .

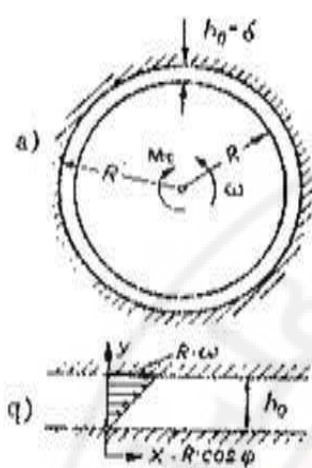
٤ - لزوجة الزيت التهرىكية ثابتة لا تتغير مع الضغط ودرجة الحرارة .

على أساس هذه الفرضيات سندرس أولاً الجريان في حالة وضعية هو كروية لمحور الادارة والمحمل بدون قوة تحميل ، ومن ثم الجريان في حالة وضعية لامر كروية لمحور الادارة ، كما هو الامر فعلاً في الواقع العملي .

١.٣.٤.٣١ الجريان في حالة انه امر قوة التحميل - قانون بيزنوف

عندما تكون قوة تحميل محور الادارة معدومة او صغيرة جداً ، وسرعة

دورانه ω كبيرة جداً فلشأ تحت تأثير القوة النابذة حالة سكونية يأخذ فيها المحور



وضعية مركزية في المحمل ، الشكل

(٢١ - ٦ - ا) ، وتكون عندئذ سماكة

فيلم الزيت ثابتة على محيط محور الادارة ومساوية

للخوص القطري : $h_0 = R' - R = \text{const}$.

فاذا انشرنا مقطع محور الادارة والمحمل في

المستوي yx نرى بسهولة ان الجريان في هذه

الحالة الحدية يكافئ جريان كوثيت البسيط

بين صفيحة مستوية تتحرك في مستويها بسرعة

ثابتة $U = R \cdot \omega$ ، وصفيحة موازية لها ثابتة ،

الشكل (٢١ - ٦ - ب) ، وبسبب أن

$h_0 \ll R$ يكون توزيع السرعة في طبقة الزيت

خطياً :

$$u(y) = R \cdot \omega \cdot \frac{y}{h_0} \quad (21.74)$$

ويكون إجهاد القص بموجب قانون ليونن الاحتكاك :

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} = \eta \cdot R \cdot \omega / h_0 = \text{const} \quad (21.75)$$

فهو إذن موزع بانتظام على محيط محور الادارة . وعليه فان قوة الاحتكاك

المماسية بالنسبة لواحدة العرض :

$$F_t = F_r = \tau \cdot 2 \pi \cdot R = 2 \pi \cdot \eta \cdot \omega \cdot R^2 / h_0 \quad (21.76)$$

بذلك يبلغ عزم الدوران اللازم للتغلب على العزم المحصل لقوى الاحتكاك :

$$M_t = M_r = F_t \cdot R = 2 \pi \cdot \eta \cdot \omega \cdot R^3 / h_0 \quad (21.77)$$

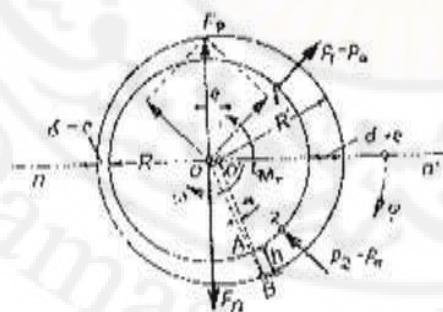
تنسب هذه العلاقة الى المهندس الروسي بيتروف الذي استخرجها عام 1883 ،
ويطلق عليها لذلك قانون بيتروف .

إن تدرج الضغط على محيط محور الادارة معدوم ، وبالتالي فإن الضغط
ثابت ، تماماً كما في حالة الجريان بين صفيحتين متوازيتين إحداهما متحركة . لذلك
فإن المحور لا يستطيع ، نظرياً ، نقل أية قوة تحميل .

٢.٢.٤.٢١ الجريان مع قوة تحميل — حساب توزيع الضغط

تؤثر على محور الادارة في الحالات العملية قوة تحميل F_n ، وبأخذ عندئذ
وضعية لامركزية داخل الحمل بحيث ينزاح مركزه عمودياً على مماس F_n
وباتجاه الدوران . هذه الحقيقة مؤكدة بالخبرة والتجربة ويمكن إثباتها نظرياً .

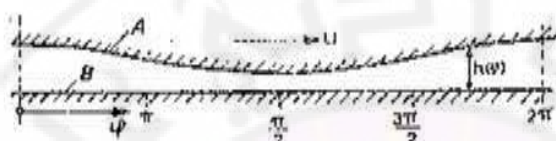
نفرض كما في الشكل (٧.٢١) ، أن مركز دائرة مقطع محور الادارة O
ونصف قطره R ، ومركز دائرة مقطع الحمل O' ونصف قطره R' . عندئذ
تمثل المسافة $\overline{OO'} = e$ التباعد المركزي أو اللامركزية Eccentricity ،
وبمثل $h = R' - R = e$ الخالص القطري ، ويكون المحور $n'n$ ، الذي
افتراضاً هنا أفقياً ، محوياً تناظرياً هندسياً يمر من OO' ، وبشكل مع أي
نصف قطر يصل بين O ونقطة ما B من محيط دائرة الحمل أو محور الادارة



الشكل ٧.٢١ : عندما تؤثر
قوة تحميل F_n على محور الادارة
بأخذ وضعية لامركزية داخل الحمل
بتباعد مركزي e ، ولتأثير قوة
ضغط F_n عمودية على محور التناظر
المماسي mn .

الزاوية φ ، التي تتعدد بدالاتها سماكة فيلم الزيت ، $h = h(\varphi)$ ، المتغيرة وذات الشكل الاسفيني .

إن التأثير الاسفيني للخلوص بين محور الادارة والمحمل يظهر بوضوح إذا نشرنا دائرتي مقطعيهما في مستو ، الشكل (٨.٢١) ، ولأحظنا الشبه الكبير



الشكل ٨.٢١ : منشور دائرتي محور الادارة A والمحمل B يظهر التأثير الاسفيني للخلوص . $U = R \cdot \omega$ السرعة المحيطية لمحور الادارة .

مع الشكل (٤.٢١) . إن منشور محور الادارة ، الذي يدور بسرعة زاوية ثابتة ω ، يكافئ سكة الانزلاق لمحمل ذي جذران مستوية تتحرك بسرعة $U = R \cdot \omega$ ، ويكافئ منشور المحمل جذاء الانزلاق ، ويكون على هذا الاساس الجريان في الخلوص ، الذي ينشأ نتيجة دوران محور الادارة وجو طبقة الزيت الملتصقة به من الجزء المتوسع الى الجزء المتضيق للخلوص ، مستقواً .

على أساس ما تقدم وبسبب أن $h(\varphi) \ll H$ فإن تدرج الضغط يخضع للعلاقة (21.35) ، إذا اعتبرنا x كإحداثي محيطي : $x = R \cdot \varphi$ ، وبالتالي $dx = R \cdot d\varphi$. بذلك يصبح :

$$\frac{dp}{R \cdot d\varphi} = 6 \cdot \eta \left(\frac{U}{h^3} - \frac{2Q}{h^3} \right) \quad (21.78)$$

ويلزم تحديد $h = h(\varphi)$ للتمكن من مكاملة هذه العلاقة وإيجاد توزيع الضغط .

نعتبر في الشكل (٧.٢١) الزاوية المحصورة بين On' و BO ، ولتكن C

(لا تظهر في الشكل ١) مسقط O' على BO ، حيث B نقطة اختيارية من محيط دائرة الحمل . عندئذ نجد برموز الشكل :

$$\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OC} + \overline{OB} \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$R + h = e \cdot \cos \varphi + R' \cdot \cos \alpha .$$

وبما أن الزاوية α ، عملياً ، صغيرة جداً ، لذلك نعتبر $\cos \alpha \approx 1$ ، ونضع $R' = R$ ، فنجد توزيع سماكة فيلم الزيت :

$$h(\varphi) = \delta + e \cdot \cos \varphi = \delta \cdot (1 + \epsilon \cdot \cos \varphi) \quad (21.79),$$

حيث $\epsilon = e/\delta$: اللامركزية النسبية .

يمكن اشتقاق علاقة أكثر دقة لحساب $h(\varphi)$ تأخذ بحسب (180) الصيغة :

$$h(\varphi) = \delta(1 + \epsilon \cdot \cos \varphi - \frac{\epsilon^2}{2} \frac{\delta}{R'} \sin^2 \varphi) \quad (21.80).$$

وبما أن δ/R من مرتبة 10^{-3} ، نبين أن العلاقة (21.79) أعطي بدقة كافية جداً توزيع سماكة فيلم الزيت .

إن التابع $h(\varphi)$ ، كما هو واضح من العلاقة (21.79) ، هو تابع دوري مستمر ، وبالتالي فإن توزيع الضغط $p(\varphi)$ ، الذي ينتج من مكاملة العلاقة (21.78) بعد إدخال $h(\varphi)$ إليها ، سيكون أيضاً تابعاً دورياً مستمراً. هذا يعني أن ميل منحنى توزيع الضغط في النقاط المتناظرة من محيط محور الإدارة واحد ، وتكون لفروق الضغط في هذه النقاط قيم متساوية أيضاً واتجاهات متعاكسة ، كما يبين ذلك الشكل (٧ . ٢١) بالنسبة للنقطتين 1 و 2 . وعليه يجب بسبب دورية تابع توزيع الضغط أن يتحقق الشرط الحدي :

$$p(\varphi = 0) = p(\varphi = 2\pi) \quad (21.81)$$

بمساعدة (21.81) نستطيع الآن بكامة (21.78) ، بعد ادخال h حسب
(21.79) ، حساب التيار الحجمي Q لجريان الزيت في الخلوص الاسفيني ، حيث
نجد :

$$p(2\pi) - p(0) = 0 = - \frac{6 \cdot \eta \cdot U \cdot R}{\delta^3} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^2} - \frac{12 \cdot \eta \cdot R \cdot Q}{\delta^3} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^3}$$

وبعد اصلاح بسيط تنتج العلاقة :

$$\frac{U}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^2} = \frac{Q}{\delta} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^3} \quad (21.82)$$

لقد كان سومرفيلد أول من حل هذين التكاملين على اساس إدخال تابع جديد
بحسب العلاقة :

$$\cos \beta = \frac{\varepsilon + \cos \varphi}{1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi} \quad (21.83)$$

بذلك ، ودون الدخول هنا في تفاصيل الحل الرياضي (راجع [180] ، [42]) ،
تنتج في حالة $\varepsilon^2 > 1$ قيم التكاملات المحدودة اللازمة لهذا البحث
كالتالي :

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi} = \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \cdot \arctan \left[\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}} \cdot \tan \frac{\varphi}{2} \right] =$$

$$= \frac{2\pi}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (21.84)$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \varepsilon \cdot \cos \varphi)^2} = \frac{2\pi}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \quad (21.85)$$

$$I_3 = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 + \frac{e}{2} \cos \frac{\varphi}{2})^3} = \frac{\pi (2 + e^2)}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (21.86).$$

بذلك ينتج التيار الحلقي من (21.82) ، (21.85) و (21.86) بالصيغة :

$$Q = \frac{U \cdot \delta \cdot (1 - e^2)}{2 + e^2} \quad (21.87).$$

ويتحدد بالتالي تدرج الضغط حسب (21.78) بالعلاقة :

$$\frac{dp}{d\varphi} = \frac{6 \cdot \eta \cdot U \cdot R}{h^3} \cdot \left[h - \frac{2\delta(1 - e^2)}{2 + e^2} \right] \quad (21.88).$$

من أجل وضعية محددة لمحور الإدارة داخل الحمل ، وبالتالي عندما تكون e معلومة ، فإن مواقع الضغط الأعظمي p_{max} والأصغري p_{min} تتحدد من (21.88) بوضع $dp/d\varphi = 0$. وفي الحالة الخاصة عندما $e = 0$ ، حيث يأخذ محور الإدارة وضعية مركزية ، (الشكل ٦.٢١) ، ويصبح $h = \delta = \text{const}$ ، ينتج من (21.88) : $(dp/d\varphi)_{e=0} = 0$ ، وبالتالي يكون $p = \text{const}$. عندئذ تنعدم محصلة قوى الضغط ، ولا يمكن بالتالي تحميل محور الإدارة .

لايجاد توزيع الضغط يجب مكاملة (21.88) بعد استبدال h حسب (21.79) . وتوجد حسب [180] ثلاث إمكانيات رئيسة لإجراء التكامل بشكل مغلق تنتج من الشروط الحدية التي نستوجب معرفة قيمة الضغط في مواقع معينة . وتكفي لذلك معرفة المواقع التي يكون فيها فرق الضغط $p - p_{\text{min}} = 0$ ، وذلك :

١ - عند $\varphi = 2\pi$ ، وهذا ما يعرف باسم شرط سومرفيلد الكامل .

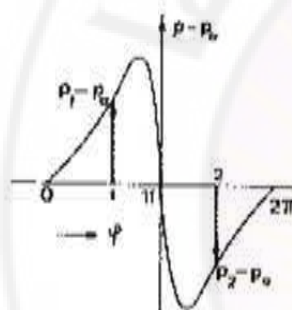
٢ - عند $\varphi = \pi$ ، وهذا ما يعرف باسم شرط سومرفيلد النصف .

٣ - عندما $dp/d\varphi = 0$ من أجل $\varphi > \pi$ وهذا ما يعرف باسم شرط دينولدز .

مع مراعاة شرط سومرفيلد الكامل ينتج توزيع الضغط حسب [180] بالصيغة :

$$p - p_0 = \frac{6 \cdot \gamma_1 \cdot U \cdot R}{\delta^3} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \sin \varphi \cdot (2 + \frac{\varepsilon \cdot \cos \varphi}{2 + \varepsilon^2})}{(2 + \frac{\varepsilon^2}{2}) \cdot (1 + \frac{\varepsilon \cdot \cos \varphi}{2 + \varepsilon^2})^3} \quad (21.89) .$$

الشكل (٩ . ٢١) يبين توزيعاً موضوعياً للضغط $p(\varphi)$ ينتج حسب (21.89) من أجل $\varepsilon = \text{const}$. في المجال $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ يسود ضغط سالب ، وبالتالي

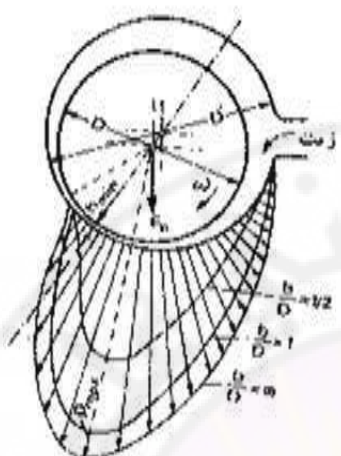


الشكل ٩ . ٢١ : منحنى توزيع الضغط حسب شرط سومرفيلد الكامل من أجل $\varepsilon = \text{const}$ في إبه نقطتين متناظرتين 1 و 2 تؤثر ضغوط متساوية ومتعاكسة .

فإن فيلم الزيت معرض لخطر التشكيف (التبخر الموضوعي) ، الذي يسبب حدوثه انقطاع فيلم الزيت وانزياح قوة الضغط ، وبالتالي خطر حدوث تمزق معدن - معدن . وقد تمكن جيمبل L. Guemhel من تطوير نظرية سومرفيلد بحيث يمكن تجنب نشوء ضغوط ناقصة خطيرة (راجع [180] مثلاً) .

الضغط الاعظمي يتحدد في ضوء ما تقدم من العلاقة :

$$(p - p_0)_{\max} = \frac{6 \cdot \gamma_1 \cdot U \cdot R}{\delta^3} \cdot \frac{\varepsilon}{4 \cdot (2 + \frac{\varepsilon^2}{2})} \cdot \left(\frac{4 - \frac{\varepsilon^2}{2}}{1 + \frac{\varepsilon^2}{2}} \right)^{3/2} \quad (21.89 \text{ a}) .$$



الشكل ١٠.٢١ : يؤثر الضغط
الاعظمي p_{max} في نقطة تقع قبيل
الحلوس الاصغري p_{min} وباتجاه الدوران.
وتقل قيم الضغط ، وبالتالي قوة التجهيل ،
كما صغرت نسبة عرض الحمل b الى قطر
محور الادارة D .

الشكل (١٠.٢١) يتضمن نتائج حسابات أجراها كليمنشك Klemencic ،
ويوضح أن الضغط الاعظمي p_{max} يؤثر في نقطة تقع قبيل الحلوس الاصغري
 p_{min} بقليل وباتجاه ω . كذلك يبين الشكل تأثير عرض الحمل b على توزيع
الضغط ، حيث تقل قيم الضغط ، وبالتالي قوة التجهيل ، كلما صغرت النسبة b/D .
من جهة أخرى تجدر الإشارة الى أن المحور التناظري الهندسي المار من $O'O$
بأخذ في الحالة العملية العامة وضعية مائلة ، وبالتالي غير مطابقة z أما الوضعية
الافقية في الشكل (٧.٢١) ، لأن مركز محور الادارة O يتعرض في الواقع
لاتزاح أفقي وشاقولي . ومع ذلك تبقى الزاوية المحصورة بين منحى قوة التجهيل
وخط المركزين $O'O$ ، التي يجب أن تكون بحسب نظرية سومر فيلد قائمة ،
لا تختلف إلا قليلاً عن $\pi/2$.

٣.٢.٤.٣.١ حساب مزمز الموضنك ، قوة التجهيل ومعامل الموضنك

إن عزم الدوران M_t اللازم للتغلب على عزم الاحتكاك M_f تسببه
اجهادات القص τ المؤثرة على محيط محور الادارة .

نعتبر ، كما في حالة حذاء الانزلاق ، τ_0 موجباً ، ونوجه الإحداثي y من محيط محور الإدارة موجباً باتجاه الخارج . عندئذ ينتج إجهاد القص τ_0 موجب قانون نيوتن للاحتكاك وباعتماد نفس العلاقة (21.33) لتوزع السرعة وإدخال تدرج الضغط حسب (21.78) بالصيغة :

$$\tau_0 = - \eta (du/dy)_{y=0} = \frac{\eta_0 U}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{R \cdot d\varphi} \Rightarrow$$

$$\tau_0 = \frac{2}{h^2} \eta_0 (2U, h - 3Q) \quad (21.90).$$

بذلك ينتج عزم الاحتكاك منسوباً لوحدة طول محور الإدارة :

$$M_r = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} dM_r = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \tau_0 \cdot R \, d\varphi \cdot R = 4 \eta_0 U R^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h} + 6 \eta_0 Q R^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h^2}.$$

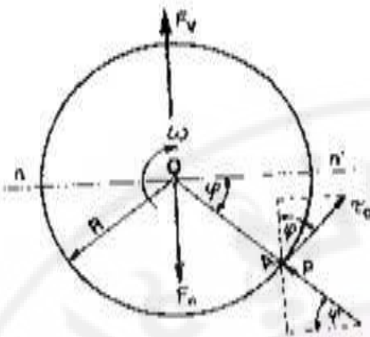
بإستبدال $h(\varphi)$ حسب (21.79) و Q حسب (21.87) وإدخال قيمة التكاملين I_1 حسب (21.84) و I_2 حسب (21.85) نجد بعد إجراء حسابات بسيطة :

$$M_r = \frac{4 \eta_0 R^2 U \pi \cdot (1 + 2\varepsilon^2)}{\delta(2 + \varepsilon^2) \cdot (1 - \varepsilon^2)^{1/2}} = \frac{4 \eta_0 R^2 U \pi \cdot (1 + 2\varepsilon^2)}{\delta(2 + \varepsilon^2) \cdot (1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (21.91).$$

في حالة وضعية مركزية ، $\varepsilon = 0$ ، تتحول هذه العلاقة إلى قانون بيمتروف (21.77) .

إن قوة التحميل الشاقولية F_n الموجهة للأسفل والتي يمكن أن يتلقاها محور الإدارة يجب أن تساوي وتعاكس محصلة المركبات الشاقولية للقوى الهيدروديناميكية الناتجة عن الضغوط وإجهادات القص المؤثرة على محيط محور الإدارة F_r . ومن الواضح أن $F_n = f(U, \varepsilon)$ عند لزوجة ثابتة .

نعتبر نقطة A من محيط محور الإدارة حيث يؤثر الضغط p وإجهاد القص τ_0 ، الشكل (١١.٢١) إن المركبة الشاقولية الجزئية للقوى المؤثرة على عنصر سطحي $dA = R \cdot d\varphi$ ١ نحسب بسهولة من العلاقة :



الشكل ١١.٢١ : حساب قوة التجهيل الشاغوية .

$$dF_v = (p \sin \varphi + \tau_0 \cos \varphi) \cdot R d\varphi$$

وتنتج محصلة هذه المركبات بالتكامل :

$$F_v = R \cdot \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} [p \sin \varphi + \tau_0 \cos \varphi] d\varphi \quad (21.92).$$

باستخدام قانون التكامل الجزئي (تكامل الجداولات) ، وملاحظة أن

$$\sin \varphi \cdot d\varphi = -d(\cos \varphi) \text{ ، وأن } \left[p \cdot \cos \varphi \right]_0^{2\pi} = 0 \text{ ، بسبب دورية}$$

التابعين $p(\varphi)$ و $\cos \varphi$ ، نجد :

$$\int_0^{2\pi} p \sin \varphi d\varphi = - \int_0^{2\pi} p \cdot d(\cos \varphi) = - \left[p \cdot \cos \varphi \right]_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \cos \varphi \cdot \frac{dp}{d\varphi} d\varphi$$

بذلك تأخذ (21.92) الصيغة :

$$F_v = R \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi + R \int_0^{2\pi} \tau_0 \cdot d\varphi \quad (21.93) .$$

من مقارنة العلاقتين (21.78) و (21.90) مع بعضهما البعض نجد أن نسبة τ_0 إلى $dp/d\varphi$ تعادل نسبة h إلى R ، وبالتالي يمكننا ، بسبب $h \ll R$ ، إهمال قيمة التكامل الثاني في (21.93) بالمقارنة مع قيمة التكامل الأول ، بإعادة ذلك

وإدخال $dp/d\varphi$ حسب (21.78) و $h(\varphi)$ حسب (21.79) و Q حسب (21.87) تصبح (21.93) :

$$F_v \approx R \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{6 \cdot \gamma \cdot U R^2}{\delta^2} \left[\int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^2} - \frac{2(1 - e^2)}{2 + e^2} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^3} \right] \quad (21.94).$$

طل هذين التكاملين نلاحظ أن

$$\frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^2} = \frac{1}{e} \left[\frac{d\varphi}{1 + e \cdot \cos \varphi} - \frac{d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^2} \right],$$

$$\frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^3} = \frac{1}{e} \left[\frac{d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^2} - \frac{d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^3} \right].$$

فإذا راعينا التكاملات (21.84) حتى (21.86) نجد بسهولة :

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^2} = \frac{I_1 - I_2}{e} = \frac{2 \pi e}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (21.95),$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{(1 + e \cdot \cos \varphi)^3} = \frac{I_2 - I_3}{e} = \frac{3 \pi e}{(1 - e^2)^{5/2}} \quad (21.96).$$

بذلك تنتج قوة التحميل بالنسبة لواحدة عرض المحمل بعد حسابات بسيطة :

$$F_v = F_n = \frac{12 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot R^2 \cdot U \cdot e}{\delta^2 \cdot (2 + e^2) \cdot (1 - e^2)^{1/2}} = \frac{12 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot R^2 \cdot U \cdot e}{(2\delta^2 + e^2) \cdot (e^2 - e^4)^{1/2}} \quad (21.97),$$

من هذه العلاقة التي تربط بين قوة التحميل F_n والسرعة المحيطة U واللامركزية e نستنتج في حالة كون U محدودة ومعطاة واللامركزية $e = 0$ أن $F_n = 0$ ، وبالتالي فإن محور الإدارة لا يستطيع تحمل أية قوة (الشكل ٦.٢١).

وعندما تكون F_n معطاة فإن ، تقل كلما زادت U ، وبأخذ محور الادارة
وضعية مركزية داخل المحمل : $e \rightarrow 0$ ، عندما $U \rightarrow \infty$.

بطريقة مماثلة لطريقة حساب F_v يمكننا أن نحسب محصلة المركبات الأفقية
للاجهادات المؤثرة على محيط محور الادارة فتنتج $F_n = 0$. هذا يعني أن محور
الادارة بعد أن يأخذ وضعية محددة داخل المحمل ، كما في الشكل (٧.٢١)
مثلاً ، فإنه لا يتعرض لانتزاح افقي .

لنتمكن من مقارنة الاحتكاك « الجاف » مع الاحتكاك « السائلي » ،
وعلى غرار ما فعلنا بالنسبة للمحمل الانزلاقي ذي الجدران المستوية ، نعرف
معامل الاحتكاك للمحمل الانزلاقي القطري بالصيغة :

$$f = \frac{M_r}{F_n \cdot R} \quad (21.98) .$$

ندخل M_r حسب (21.91) و F_n حسب (21.97) فيصبح بعد حساب بسيط :

$$f = \frac{\delta}{3R} \cdot \frac{2\varepsilon^2 + 1}{\varepsilon} = \frac{2\varepsilon^2 + \delta^2}{3R\delta} \quad (21.99) .$$

من هذه العلاقة يمكن تحديد وضعية محور الادارة التي يكون عندها عزم
الاحتكاك اصغوياً ، وذلك من اجل :

$$\frac{df}{d\varepsilon} = \frac{\delta}{3R} (2 - 1/\varepsilon^2) = 0 \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{2}/2 \text{ او } \varepsilon = \delta/\sqrt{2} \quad (21.100) .$$

هذه القيمة تصبح معامل الاحتكاك الاصغري :

$$f_{min} = 0,94 \cdot \delta/R \quad (21.101) ,$$

وعزم الاحتكاك الاصغري :

$$M_{r \min} = 0,94 \cdot \delta \cdot F_n \quad (21.102) .$$

إن الملاحظات التي أوردناها في ستمام الفقرة (٢١ . ٤ . ١) من مدى انطباق النظرية الهيدروديناميكية الكلاسيكية للتزيت الحامل الانزلاقية ذات السطوح المستوية تنطبق من حيث المبدأ على نظرية سومرفيلد بالنسبة للحامل الانزلاقية القطرية . فمن البديهي أن تحقيق فرضيات النظرية الكلاسيكية على الحامل الفعلية بصورة كاملة ، ومع مراعاة ظروف التشغيل المتعددة ، والمتباينة جداً ، يعد ضرباً من المستحيل .

إن العرض المحدود للحامل الفعلية يستوجب مراعاة شروط جديدة إضافية لتوزيع السرعة والضغط على نهايتي محور الإدارة ، ويقود ذلك إلى تقليل الضغط الهيدروديناميكي المتكون في فيلم الزيت ، وبالتالي تخفيض قوة التحميل (الشكل ٢١ . ١٠) ، كما يستلزم ذلك تغذية الحلوس باستمرار بزيادة التزيت للحفاظ على فيلم الزيت مستمراً . من جهة أخرى فإن الضغوط العالية تؤدي لزيادة درجة الحرارة لمادة التزيت ، وبالتالي لانقاس اللزوجة η . كذلك يجب أن يؤخذ بالحسبان أن خشونة السطح ، التي يستعمل نجدها تماماً ، يمكن أن تسبب خاصة في منطقة الحلوس الأصغر ، تماساً مباشراً بين تقوأت الخشونة لمحور الإدارة وقشرة الحمل ، وبالتالي تحدث ظاهرة ما يسمى الاحتكاك المختلط . وأخيراً لا آخراً فإن قوى العطالة ليست في كل حالات التشغيل صغيرة لدرجة يمكن إهمالها بالمقارنة مع قوى الاحتكاك ، خاصة عندما تكون سرعة الدوران كبيرة ودرجات الحرارة عالية ، وبالتالي اللزوجة η صغيرة .

بالرغم من الاعتراضات السابقة تعتبر نظرية سومرفيلد و رينولدز الكلاسيكية أساساً ومنطلقاً للأبحاث النظرية والتجريبية كافة التي تتناول الجوانب والطوابع المختلفة للنظرية الهيدروديناميكية الحديثة للتزيت ، بهدف تصميم الحمل الأفضل المناسب لظروف تشغيل معينة . ولعلنا بإشارة مقتضبة ، وفلاً لما يسمح به المجال في هذه الفقرة ، إلى أهمية صغيرة من الدراسات المنشورة في مجالات عملية اختصاصة ، نستطيع تسليط الضوء على اتجاهات البحث العلمي حول نظرية الحامل الانزلاقية .

شبيجل و نواك [78] Spiegel & Noak طرزا مخططات تحميل Load diagram للتصميم الافضل لحامل قطرية ذات تبريد ذاتي ، تتحدد بموجبها قوة التحميل المسموح بها ودرجات الحرارة المتوقعة لغالبية الربوت المعدنية المستعملة في الآلات . أما فوجلبول (Vogel) ، صاحب كتاب « الحامل الانزلاقية الأمونة » [72] ، فقد أغنى النظرية الهيدروديناميكية للتزيت بأبحاث متميزة ، وبخاصة في مجال نظرية تشابه الحامل [177] ، التي ستطرق إليها في الفقرة التالية ، وفي مجال الاحتكاك المختلط ، حيث يمكن [178] ، التي ستطرق إليها في الفقرة التالية ، وفي مجال الاحتكاك المختلط ، حيث يمكن

من حساب السباكة الاصغرية المسموح بها لفلز الزيت وسرعة الدوران الانتقائية ما بين الاحتكاك المختلط والسابع (السائل) [170] ، [184] . واستطاع جليز H. Glaeser [185] حساب الضغوط الاعظمية تحت شروط التحميل الديناميكي ، ودرس قوم H. Thum [186] تأثير احداث فرضية طولية فوقشرة الحمل على توزيع الضغط ، وبالتالي قوة التحميل . وتوصل بيكن H. Peeken [187] لنتائج عامة في دراساته حول تأثير درجة الحرارة على جاهزية عمل الحمل ، وذلك عندما يختلف درجة الحرارة الخارجية عن القيمة التصميمية التي تؤخذ عادة 20°C ، [188] ، او عندما تتكون درجات حرارة داخلية عالية ، كما في منشآت الطاقة النووية ، تجعل امكانية استخدام الزوت المعدنية كخفة تربيت في الحمل مستحيلة ، مما يستوجب استخدام نفس السائل الجاري في المشاة (الغاز مثلا) كخفة تربيت [189] . وقد اصبحت النظرية الهيدروديناميكية للتربيت الحديثة تعتمد الى حد بعيد على الحسابات الالكترونية ، الرقمية والتأليلية ، لتخفيف من الجهد الحسابي [190] ، [191] والتوصل لحلول وطرق تصميمية افضل . أخيراً نشير الى ان ظاهرة التكيف في الحمل الانزلاقية ، والنظر للتكيف الذي نسبته ، عولت في ابحاث عديدة ، مثلا [187] ، كما خصصت ابحاث مستديضة عن الاختيار المناسب لمعدن الحمل [180] .

٢١ . ٤ . ٢ . ٤ قانون سومر فيدر الفأبري

إن تطبيق نظرية التشابه (راجع الفصل السادس) على الجريان في المحامل الانزلاقية يستهدف الربط بين المتغيرات المعتمدة المتعلقة بالتصميم والشكل الهندسي للمحمل وكذلك بظروف التشغيل ، واستنتاج علاقات وقوانين لابعدية تسهل جداً الدراسة النظرية والتجريبية ، والتعرف بعلم على العوامل المحددة لجاهزية عمل المحمل بأمان ، وبالتالي استخلاص الاسس الهامة لتصميم المحمل الافضل .

إن استنتاج قوانين التشابه التحريكي للمحامل ، التي تتطلب مبدئياً تحقق تشابه هندسي كامل شامل حتى لحثونات السطح ، يمكن ان يتم بمساعدة نظرية الـ « التحليل البعدي » { ١٦ . ٢ . ٢ . ٢ } . هذه القوانين تربط تحت الشروط السابقة بين الشكل الهندسي للمحمل ، قوة التحميل F_n ، سرعة الانزلاق المحيطية U

واللزوجة التحريكية ν ، وقد اسهم بخاصة فوجلبول بدراساته النظرية والتجريبية [172] [177] [178] إسهاماً قيماً في هذا المجال .

لكتابة العلاقات الرئيسة المشتقة في الفقرات السابقة بصيغة لا بعدية نلاحظ أن التعبير $\eta U R / \delta^2$ له واحدة قياس الضغط $[N/m^2]$ ، كما أن التعبير ν له واحدة قياس قوة / طول $[N/m]$. كذلك نسب الخواص القطري δ إلى نصف قطر محور الادارة R ، ونسمي $\delta/R = \psi$ الخواص القطري النسبي .

لنفرض p^* الضغط اللابعدي ، فيكون حسب (21.89) :

$$p^* = (p - p_n) / \frac{\eta \cdot U \cdot R}{\delta^2} = 6 \cdot \frac{\epsilon \cdot \sin \varphi (2 + \epsilon \cdot \cos \varphi)}{(2 + \epsilon^2) \cdot (1 + \epsilon \cdot \cos \varphi)^2} \quad (21.103)$$

ويصبح حسب (21.89 - a) الضغط الأعظمي اللا بعدي :

$$p^*_{max} = \frac{3 \cdot \epsilon}{2 \cdot (2 + \epsilon^2)} \cdot \left(\frac{4 - \epsilon^2}{1 - \epsilon^2} \right)^{3/2} \quad (21.104)$$

في الماهل المتشابهة هندسياً يكون لمنحنيات الضغط اللابعدي $f(\varphi) = p^*$ نفس الشكل ويأخذ p^*_{max} نفس القيمة ، من أجل قيمة معطاة لـ ϵ . أما القيم الفعلية للضغط p^* و p^*_{max} فتتعلق ببارامترات التشغيل الخارجية : ν ، U ، R و δ لكل حمل :

للحصول على تابعة قوة التحميل $F_n [N/m]$ بصيغة لا بعدية نكتب العلاقة

(21.97) بعد وضع $U = R \cdot \omega$ بالشكل :

$$\frac{F_n}{2 R \cdot 1 \cdot \nu \cdot \omega} \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right)^2 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \epsilon}{(2 + \epsilon^2) \cdot (1 - \epsilon^2)^{1/2}} \cdot$$

نسمي $p_{av} = F_n / 2R = F_n / D$ الضغط الوسطي بالنسبة لوأحدة عرض الحمل ،

$b = 1$ ، فنجد من العلاقة السابقة :

$$\frac{p_{av} \cdot \psi^2}{\gamma_c \cdot \omega} = \frac{6 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (21.105).$$

الطرف الأيسر لهذه العلاقة يمثل عدداً لا بعدياً كنسبة بين قوى الضغط والاحتكاك . وقد أطلق عليه سومرفيلد اسم العدد المميز للمحمل ، وسماه فيما بعد فوجلبول باسم عدد سومرفيلد So ، وهي التسمية السائدة اليوم . وعليه تكتب العلاقة السابقة بالصيغة :

$$So = \frac{p_{av} \cdot \psi^2}{\gamma_c \cdot \omega} = f(\varepsilon) \quad (21.106),$$

حيث يمثل $So = \text{const}$ قانون سومرفيلد التشابهي ، ويعني أن وضعية محور الإدارة داخل المحمل تتحدد تماماً من أجل قيمة ثابتة واحدة لعدد سومرفيلد ، ويتحقق التشابه التجريبي بين محملين متشابهين هندسياً من أجل قيمة معينة للخواص القطري النسبي $\psi = \text{const}$ ، عندما يكون $So = \text{const}$ في المحملين ، بغض النظر عن قيم قوة التحميل أو سرعة الدوران أو الزووجة في كليهما . لذلك يعتبر So أساساً للدراسة النظرية والتجريبية للجريان في المحامل ولتقارنتها مع بعضها البعض .

في الحالة التي تكون فيها قوة التحميل صغيرة وسرعة الدوران كبيرة نسبياً ، فإن اللامركزية النسبية ε تكون صغيرة أيضاً ، وبالتالي يمكن اعتبار $\varepsilon \approx 0$ ، وتصبح عندئذ حسب (21.105) و (21.106) :

$$\varepsilon = So/3 \quad (21.107),$$

أي أن ε تتناسب طردياً مع So .

للحصول على علاقة لابعدية لعزم الاحتكاك نكتب علاقة معامل الاحتكاك (21.98) بعد ادخال الخواص القطري النسبي ψ بالصيغة :

$$\Gamma^* = \frac{1}{\psi} = \frac{M_r}{F_{n,0}} \quad (21.108).$$

لقد اطلق فوجلبول على Γ^* معامل الاحتكاك المميز أو المعيم ويمكن بمساعدة قوانين التحليل البعدي البرهان أن

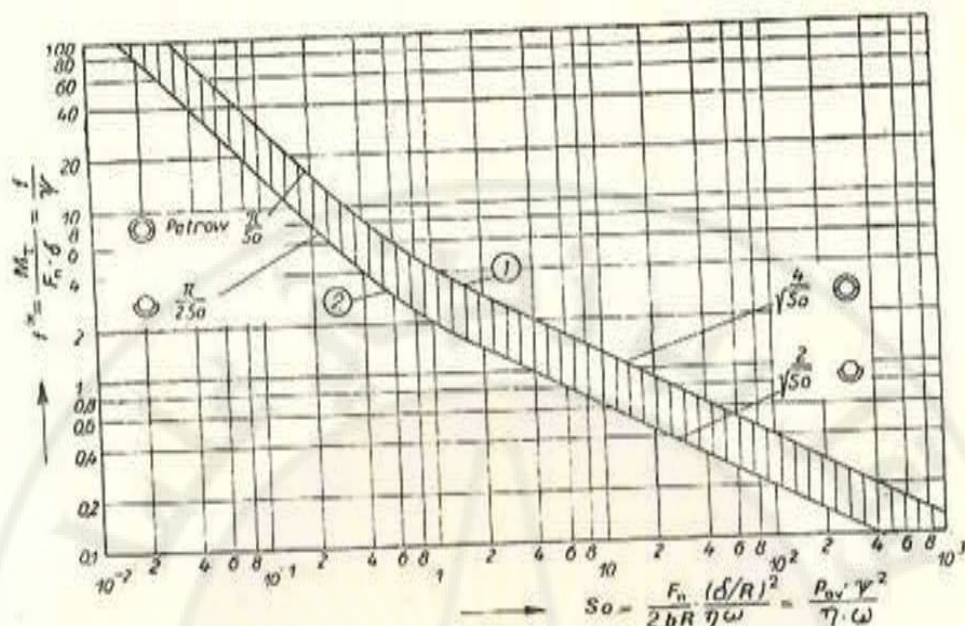
$$\Gamma^* = f(S_0) = \frac{C}{S_0} \quad (21.109),$$

حيث C عدد يراعي درجة امتلاء الخوص بين محور الادارة وقشرة الحمل بمائل التزييت، وشكله الهندسي، ويكون في الحالة العامة $C < \pi$ [178]. ويمكن التأكد من ذلك بمساعدة قانون بيتروف (21.77)، الذي يأخذ بعد تقسيم الطرفين على $F_{n,0}$ واستخدام الرموز السابقة الصيغة اللابعدية :

$$\Gamma^* = \frac{\pi}{S_0} \quad (21.110),$$

التي بمقارنتها مع (21.109) نستنتج أنه في الحالة الحدية المطابقة لوضعية مركزية تماماً لمحور الادارة ، $e=0$ ، يكون $C=\pi$ ، وبالتالي يكون $C < \pi$ عندما $e \neq 0$.

لقد أثبت فوجلبول أن العلاقة (21.109) تشكل أساساً جيداً لحساب وتصميم المحامل الانزلاقية ذات العرض اللانهائي ، والحدود $b = \text{const}$ ، والتي يكون فيها فيلم الزيت مستمراً ، أي بدون احتكاك مختلط ، وسواء كان الحمل محيط كاملاً أو نصفياً بمحور الادارة ، حيث يأخذ الثابت C في كل من هذه الحالات قيمة معينة . ففي الشكل (١٢.٣١) وقعت القيم المقاسة كافة للعلاقة $\Gamma^* = f(S_0)$ في المجال الضيق المباشر المحصور بين المنحنيين النظريين المحسوبين بموجب (21.109) . ونلاحظ أن قانون بيتروف (21.110) في حالة حمل كامل يظهر في الشكل محققاً في مجال اعداد سومرفيلد الصغيرة ،



الشكل ١٢.٢١ : علاقة معامل الاحتكاك المعمم f^* مع عدد سومرفيلد So حسب (21.109) لمعامل ذات فيلم زيت مستمر . المنحنيان الحديان النظريان ① و ② المحسوبان لمعامل تلميع كاملاً أو نصفياً بمحور الإدارة وذات عرض محدود لا يصران المجال الممشر الذي تقع فيه نتائج القياسات كافة التي أجراها فوجلبول .

$1 \geq So \geq 3 \cdot 10^{-2}$ ، وبالتالي عندما تكون قوة التحميل صغيرة جداً أو سرعة الدوران كبيرة جداً . وتأخذ العلاقة (21.110) في حالة تحمل نصف الصيغة :

$$f^* = \frac{\pi}{2 So} \quad (21.111).$$

في مجال أعداد سومرفيلد الكبيرة ، وبالتالي عندما تؤثر قوة تحميل كبيرة ، تأخذ العلاقة (21.109) في حالة تحمل كامل الصيغة :

$$f^* = \frac{4}{\sqrt{So}} \quad (21.112).$$

وفي حالة الحمل نصف الصيغة .

$$f^* = \frac{2}{\sqrt{S_0}} \quad (21.113).$$

ويؤكد الشكل (١٢.٣١) صحة هذه العلاقات بشكل جيد .

في حالة الاحتكاك المختلط ، حيث يحدث ، خاصة في منطقة الحلوص الاصغري ، تماس معدن - معدن بين نتوءات الحشونة ، فإن جزءاً من قوة التحميل تتلقاه قوة الضغط الهيدروديناميكي المتشكلة في فيلم الزيت ، وتتلقى الجزء المتبقي قمم الحشونة ، ويزداد عندئذ عزم الاحتكاك بشدة ، وكذلك خطر التآكل . ويوجد حسب فوجلبول عدد دورات اصغري $n_{min} [rpm]$ يحدث عنده الاحتكاك المختلط ويتحدد من أجل قوة تحميل F_n معلومة من العلاقة :

$$\frac{F_n}{\eta \cdot \pi \cdot R^3 \cdot b \cdot n_{min}} \approx C' \quad (21.114).$$

حيث تبلغ قيمة الثابت $C' \approx 10^7 [m^{-1}]$ من أجل محامل تعمل في ظروف تشغيل عادية ، ويمكن أن تصل قيمته في حالة محامل جيدة التصميم ، وعند اختيار معادن مناسبة للمحمل إلى 5 حتى 8 مرات القيمة السابقة .

الاحتكاك المختلط بسبب ارتفاع درجة حرارة سائل التزييت . فإذا كانت ΔT زيادة درجة حرارة الزيت المسموح بها فتنتج كمية الزيت اللازمة للتبريد حسب [72] من العلاقة التقريبية :

$$Q_c = \frac{\dot{M}_z}{170} \cdot \frac{\omega}{\Delta T} \cdot 10^{-3} [m^3/s] \quad (21.115).$$

٥٠٢١ أسئلة مراجعة ونماذج

س ١٠٢١ : ما هي الصفات المميزة للجريانات الزاحفة ؟ استخرج المعادلات التفاضلية الحركية لهذه الجريانات ، واستوضح أمكانيات حلها .

س ٢٠٢١ : برهن أن الضغط في الجريانات الزاحفة يمثل تابعاً كونيّاً ، وإن تابع التبار يمثل تابعاً كونيّاً مضاعفاً . ما هو تأثير الصفة الكونية لهذين التابعين على حلول مسائل الجريان الزاحف ؟

س ٣٠٢١ : استخرج قانون ستوكس للمقاومة التي تتعرض لها كرة في جريان زاحف ، وقارن بينه وبين قانون أوزين . ما هي الأهمية العملية لهذا الجريان ؟

س ٤٠٢١ : ناقش قانون المقاومة العام للجريان حول كرة الممثل في الشكل (١٠٢١) معللاً سبب تغير معامل المقاومة c_w مع تزايد Re .

س ٥٠٢١ : حسب الشكل (١٠٢١) فإن قيمة c_w للكرة في مجال الجريان الزاحف ($Re \leq 5$) أكبر من قيمته في مجال الجريان المضطرب ($Re < 2.10^5$) . هل تنطبق هذه النتيجة على قوة المقاومة أيضاً ؟ علل الإجابة .

س ٦٠٢١ : بأية متحولات يتعلق معامل المقاومة للكرة ؟ أوضح مستعيناً بالرسم إحدى الطرق التجريبية لقياس c_w .

س ٧٠٢١ : قارن بين توزيع الضغط على كرة في جريان ستوكس الزاحف وفي جريان مثالي . ماذا تستنتج ؟

س ٨٠٢١ : عندما تقطع فجأة خيطاً علقت به كرة مغمورة كلياً داخل سائل لزج وتتحرك شاقولياً للأسفل بسرعة بطيئة جداً ، يطلب تحديد القوى المؤثرة على الكرة فبما واتجاهها .

س ٩٠٢١ : عرف عدد رينولدز المنخفض .

س ١٠٠٢١ : ما هي الخصائص المميزة لجريانات هل - شو ، وما هي أهميتها العملية والتجريبية ؟

س ١١٠٢١ : عدد الدريجات الأساسية للمطربة الهيدروديناميكية الكلاسيكية للتزييت ، وأوضح مدى تطابقها مع الواقع .

س ١٢.٢١ : برهن أن حذاء الانزلاق لعمل ذي جدران مستوية لا يستطيع تلقي أية قوة تحميل إلا إذا كان مائلاً على سكة الانزلاق .

س ١٣.٢١ : استخرج العلاقة المدة لقوة التحميل وقوة الجبر وناقش ارتباط هاتين العلاقتين مع المتحولات الهندسية التصميمية لعمل ذي جدران مستوية .

س ١٤.٢١ : قارن بين مبدأ عمل ميليشل المحوري وعمل هيدروستاتيكي .
س ١٥.٢١ : استخرج العلاقة المدة لقوة التحميل وعزم الاحتكاك وناقش ارتباط هاتين العلاقتين مع المتحولات التصميمية لعمل انزلاقي قطري .

س ١٦.٢١ : تحت أية شروط تحدث ظاهرة التكيف في الحامل القطرية وما هي نتائجها ؟

س ١٦.٢١ : عدد الموضوعات الرئيسة التي تعالجها النظرية الهيدروديناميكية الحديثة للتزيت.

س ١٧.٢١ : عرف عدد سوميرفيلد واوضح مضمونه الفيزيائي . لماذا يعتبر قانون سوميرفيلد التشابهي أساساً جيداً لحساب وتصميم الحامل الانزلاقي ؟

س ١٩.٢١ : ماهو الفرق بين الاحتكاك السابق والخلط وكيف نتجنب حدوث الأخير ؟

س ٢٠.٢١ : لماذا ومنى تفضل كتابة العلاقات الرئيسة لحساب الحامل بصيغة لا بعدية ؟

ت ١.٢١ : نضع داخل سائل كثافته $\rho = \text{const}$ ولزوجته الحركية ν كرتين صغيرتين نصف قطر الأولى R_1 والثانية R_2 ، وكثافة مادة الأولى ρ_1 والثانية ρ_2 . إذا كانت القبة النهائية لسرعة سقوط الكرة الأولى V_1 ، والثانية V_2 ، ثم تبليغ عندئذ كثافة ولزوجة السائل الحركية ؟

الحل : نتعرض كل من الكرتين لثلاث قوى شاقولية : قوة الثقالة F_G للأسفل ، دافعة أرخميدس F_A للأعلى وقوة المقاومة F_W للأعلى ونحسب من قانون ستوكس (21.17) . وعليه نتحقق حالة التوازن عندما : $F_{G1,2} = F_{W1,2} + F_{A1,2}$ ، فننتج عندئذ من أجل القبة النهائية لسرعة السقوط العلاقتان :

$$6 \pi \nu \rho_1 R_1 V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 g (\rho_1 - \rho) \quad (a),$$

$$6 \pi \nu \rho_2 R_2 V_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 g (\rho_2 - \rho) \quad (b),$$

بحساب بسيط نجد :

$$\gamma = \frac{\rho_1 R_1^2 V_2 - \rho_2 R_2^2 V_1}{R_1^2 V_2 - R_2^2 V_1} \quad (c),$$

$$\gamma = \frac{2}{9} R \frac{R_1^2 R_2^2 (\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 R_1^2 V_2 - \rho_2 R_2^2 V_1}$$

وهو المطلوب.

ت ٢٠٢١ : تتحرك كرة صغيرة نصف قطرها R في سائل ساكن حركة أفقية منتظمة بسرعة U_∞ ، إذا كان عدد رينولدز $Re = U_\infty \cdot 2R/\nu = 1$ يطلب حساب معامل مقاومة الضغط c_{wp} ومعامل مقاومة الاحتكاك c_{wf} والبرهان أن $c_{wf}/c_{wp} = 2$.
الحل : نفرض أن الكرة تتحرك باتجاه $-x$ ، فتكون U_∞ باتجاه $+x$ ، وتكون قوة المقاومة للكرة باتجاه U_∞ .

نقيس الزاوية القطبية φ بدءاً من المحور $-x$ باتجاه عقارب الساعة . إن المركبة الأفقية للقوة الضغطية المؤثرة على عنصر من سطح الكرة : $dA = 2\pi \cdot R \sin \varphi \cdot R d\varphi$: نبلغ :

$$dF_{px} = dF_{wp} = p \cdot dA \cdot \cos \varphi = 2\pi R^2 \cdot p \cdot \sin \varphi \cos \varphi \cdot d\varphi \quad a).$$

وبما أن $Re = 1$ فإن توزيع الضغط يقع في مجال جريان ستوكس على سطح الكرة وينتج من (21.13) بعد وضع φ بالصيغة :

$$p = p_\infty + \frac{3}{2} \frac{\eta U_\infty}{R} \cdot \cos \varphi \quad (b).$$

ندخل (b) في (a) ونكامل العلاقة الناتجة بين 0 و π ، فإذا لاحظنا أن :

$$\int_0^\pi \sin \varphi \cos \varphi \cdot d\varphi = \left[\frac{\sin^2 \varphi}{2} \right]_0^\pi = 0$$

$$\int_0^\pi \sin \varphi \cos^3 \varphi \cdot d\varphi = \left[-\frac{1}{3} \cos^3 \varphi \right]_0^\pi = \frac{2}{3}$$

تصبح قوة المقاومة الناتجة عن فرق الضغط :

$$F_{WP} = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot \pi \cdot R \cdot U_{\infty} \quad (c).$$

وحيث أن المقاومة الاجالية للكرة تساوي مجموع مقاومة الضغط والاحتكاك :

$$F_W = F_{WP} + F_{WT} \quad (d)$$

نجد بعد ادخال F_W حسب قانون ستوكس (21.17) أن :

$$F_{WT} = 4 \cdot \rho \cdot v \cdot \pi \cdot R \cdot U_{\infty} \quad (e).$$

بتقسيم طرفي (e) و (c) على $(\rho U_{\infty}^2 / 2) \cdot \pi R^2$ ووضع $Re = U_{\infty} \cdot d / \nu$ نجد :

$$c_{WP} = 8/Re ; c_{WT} = 16/Re \Rightarrow c_{WT} - c_{WP} = 2 ,$$

وعليه فإن تلك قوة المقاومة الاجالية تمثل مقاومة ضغط وتمثل الباقي مقاومة احتكاك .

ت ٣٠٧١ : ثبتت كرة صغيرة نصف قطرها R وكثافتها مادتها ρ داخل سائل لزج كثافته $\rho_0 < \rho$ وزوجته الحركية v وعلى عمق كبير من سطحه السائب . نفلت الكرة فجأة فنندفع شاقولياً للأعلى تحت تأثير قوة ثقلها ، ومقاومة الاحتكاك ودافعة أرخيدس . فإذا فرضنا أن الكتلة الهيدروديناميكية للكرة في مرحلة الحركة المتسارعة مساوية لقيمتها في جريان مثالي ، يطلب تحديد تغير سرعة الكرة مع الزمن وقيمتها النهائية .

فكرة الحل : محصلة القوى المؤثرة على الكرة تساوي جداء كتلتها الظاهرية $(m_a + m_h)$ في التسارع dv/dt . ومع ملاحظة أن مقاومة الاحتكاك تخضع لقانون ستوكس (21.17) ، والكتلة الهيدروديناميكية تساوي نصف كتلة السائل المزاح [154] ، نجد من قانون التحريك بعد فصل المتحولات واجراء التكامل ، ومراعاة شروط البدء ، عندما $v = 0$ ، علاقة تغير السرعة مع الزمن :

$$v(t) = a (1 - e^{-bt})$$

$$v(t \rightarrow \infty) = a \quad \text{والسرعة النهائية :}$$

حيث الثابتان :

$$a = \frac{2}{9} \frac{R^2}{\nu} g (1 - \rho_0/\rho) ; b = \frac{2}{9} \frac{R^2}{\nu} \left(\frac{1}{2} + \rho_0/\rho \right)$$

وهو المطلوب .

ت ٣١٠٤ : يبلغ نصف قطر محور الادارة لعمل انزلاقي R ونصف قطر قشرة العمل R' ، وجرض العمل h . اذا كان محور الادارة يدور بسرعة زاوية ω وبوضعية

مركزية داخل الحمل ، ويدرس m كثافة زيت التزيت ، η لزوجة التمهريكية و c_p حرارته النوعية ، وبجميع هذه القيم لا تغبر مع درجة الحرارة ، فكم يجب أن يكون التيار الحجمي الزيت اللازم لكي لا تتجاوز زيادة درجة حرارة الزيت قيمة مسموح بها ΔT °K .

معطى : $\omega = 3,14 \text{ s}^{-1}$ ، $b = 120 \text{ mm}$ ، $R' = 60,12 \text{ mm}$ ، $R = 60 \text{ mm}$ ، $\Delta T = 0 \text{ °K}$ ، $c_p = 1,84 \text{ kJ/kg.°K}$ ، $\eta = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ N.s/m}^2$ ، $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$

الحل : الحمل الحراري Q_r الذي يتعد التيار الحجمي للزيت Q يكافي استطاعة الاحتكاك الناتجة عن إجهادات القص المؤثرة على السطح الخارجي لمور الإدارة وذلك بإهمال الإشعاع الحراري عبر السطح الخارجي للشفرة الحمل :

$$Q_r = P_r \quad (a) .$$

بما أن الخلو الفطري $R \ll R' - R \approx R$ ، ومور الإدارة يدور بوضعية مركزية ، وبالتالي $\delta = \text{const}$ ، فإن الجريان في الحمل يمكن اعتباره مائلاً لجريان كوثيت البسيط (الشكل ٢١ ، ٦) ، وينتج عزم الاحتكاك من قانون بيتروف (21 ، 77) ، وتكون بالتالي استطاعة الاحتكاك :

$$P_r = M_r \cdot \omega = b \cdot \frac{2 \pi \eta \omega^2 \cdot R^3}{R' - R} \quad (b) .$$

أما التيار الحراري الزيت فينتج من العلاقة :

$$Q_r = \rho Q \cdot c_p \cdot \Delta T \quad (c) .$$

من (a) ، (b) ، (c) نجد أخيراً التيار الحجمي للزيت اللازم للتبريد :

$$Q = \frac{b \cdot 2 \pi \eta \omega^2}{\rho \cdot c_p \cdot \Delta T} \cdot \frac{R^3}{R' - R} \quad (d) .$$

$$Q = 3,2685 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{معدياً لحسب :}$$

وهو المطلوب .

ت ٢١ ، ٥ ، من أجل نفس شروط ومعطيات المسألة السابقة (ت ٢١ ، ٤)

يطلب حساب التيار الحجمي زيت التبريد على أساس توزيع السرعة الدقيق في الخلوص القطري للمحمل ومقارنة النتيجة مع نتيجة المثال السابق الذي اعتمد فيه توزيع خطي للسرعة .

فكرة الحل: إن التوزيع الدقيق للسرعة المحيطية ينتج من معادلات نافير - ستوكس باحداثيات اسطوانية (19,37) . فإذا اعتبرنا مركز الاحداثيات منطبة على مركز محور الادارة ، وكان r الاحداثي القطري فنتج السرعة المحيطية :

$$V_{\theta} = V_{\theta}(r) = \frac{(R'^2/r) - r}{(R'/R)^2 - 1} \cdot \omega \quad (a)$$

ويصبح بذلك الجهد القص على سطح محور الادارة :

$$\tau_w = -\eta \left. \frac{dV_{\theta}}{dr} \right|_{r=R} \quad (b)$$

بذلك نتج استطاعة الاحتكاك :

$$P_f = D \cdot 2 \pi \eta \omega^2 \frac{(R'^2 + R^2) \cdot R^2}{R'^2 - R^2} \quad (c)$$

وينتج التيار الحجمي زيت التبريد :

$$Q = 3,2783 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

ويتكون الخطأ النسبي للحل التقريبي في المسألة السابقة بالمقارنة مع الحل الدقيق هنا :

$$\Delta Q/Q \approx 0,3\%$$

وهو المطلوب .

ت ٢١ . ٦ : لتوضيح كيفية استخدام النمط (٢١ . ١٢) لحساب ونصيب المحامل الانزلاقية نفرض أن محور الادارة معنفة يتلقى قوة تحميل P_H ويدور بسرعة n ونصف قطر R . فإذا اخترنا عرض المحمل b ، والخلوص القطري h ، وزيتاً لزجته التحريكية η ، فكم تبلغ عندئذ استطاعة الضائبة بالاحتكاك P_f ، وكم يبلغ التيار الحجمي الزيت اللازم للتزيت ، واللازم للتبريد بحيث لا تتجاوز زيادة درجة الحرارة القيمة المسموح بها ΔT ، وما هي قيمة عدد الدورات الاصغرى n_{min} بحيث لا يحدث احتكاك مختلط ؟

معطى : $h = 0,6 \text{ m}$ ، $n = 3000 \text{ rpm}$ ، $R = 0,25 \text{ m}$ ، $F_n = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N}$ ،
 $\Delta T = 10^\circ \text{C}$ ، $\eta = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ، $\delta = 0,4 \text{ mm}$

الحل : نحسب أولاً قيمة عدد سومرفيلد فنجد حسب (21.106) :

$$So = \frac{P_{av} \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega} = \frac{F_n \cdot (\delta/R)^2}{2 R h \cdot \eta \cdot \pi n / 30} =$$

$$= \frac{1,5 \cdot 10^5 \cdot (0,0004 / 0,25)^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 0,6 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 3,14 \cdot 3000 / 30} = 0,34 \quad (a).$$

حسب الشكل (١٢.٢١) يتبين ان العمل يعمل في مجال شروط هيرتوف ، وبالتالي ينضج للملاقة (21.110) :

$$\Gamma^* = \frac{M_r}{F_n \cdot \delta} = \frac{\pi}{So} \Rightarrow M_r = \frac{\pi}{So} \cdot F_n \cdot \delta \quad (b).$$

ويصبح بذلك عزم الاحتكاك :

$$M_r = \frac{3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^5 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{0,34} = 554,12 \text{ Nm} \quad (c).$$

وتكون الاستطاعة الضائعة بالاحتكاك :

$$P_r = M_r \cdot \omega = 554,12 \cdot 314 = 173,37 \text{ kW} \quad (d).$$

ان التيار المحجمي زيت التزيت حسب كما في جريان كوثيت البسيط ، الشكل (١٢.٢١) :

$$Q = h \int_0^\delta u(y) dy = h \int_0^\delta R \omega \cdot \frac{y}{\delta} dy = \frac{1}{2} h \cdot R \cdot \omega \cdot \delta \quad (e).$$

وعددياً نجد :

$$Q = \frac{9,42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{1} = 9,42 \text{ l/s} \quad (f).$$

النبار الحجمي لثيت التبريد ينتج من علاقة فوجلبول التبريدية (21.115) ، واعتماد
جهد القياس العالمية :

$$Q_c = \frac{P_r}{170 \cdot 0,81 \cdot \Delta T} = \frac{173 \cdot 370}{170 \cdot 0,81 \cdot 10} = 10,4 \text{ t/s} \quad (\mu).$$

عدد الدورات الحدي الاصفري لمنع حدوث الاحتكاك المختلط ينتج من (21.114)
ووضع $C' = 10^7$:

$$n_{min} \geq \frac{F_n}{b \cdot \eta \cdot n R^2 \cdot C'} = \frac{1,5 \cdot 10^5}{0,6 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \cdot 3,14 \cdot 0,25^2 \cdot 10^7} \quad (h)$$

$$n_{min} \geq 10,62 \text{ (rpm)},$$

وهو المطاوب .

* * *

الفصل التاسع

الجريانات الحقيقية غير القابلة للانضغاط ذات أعداد رينولدز الكبيرة

- مرغل الى نظرية الطبقة الحدودية -

الجريانات الحقيقية ذات أعداد رينولدز الكبيرة ، المنتشرة في الغالب بجريانات السوائل النيوتونية ذات اللزوجة الصغيرة نسبياً كالماء والهواء ، تخطو بأهمية تكنيكية كبيرة في فروع عديدة من العلوم الهندسية التطبيقية مثل تكنيك الطيران ، آلات الجريان ، تكنيك السفن وغيرها ، وتغوى أهميتها بكثير أهمية الجريانات الاضطرابية بشكل عام ، (١٠٠٠٠) . إن إيجاد حلول تقريبية ، مقبولة عملياً ، لمعادلات نافير - ستوكس في حالة الجريانات ذات أعداد رينولدز الكبيرة ، كمسألة صعبة ، قد أصبح ممكناً بعد أن اكتشف براندل عام 1904 ، (4a) (104) ، لفكرة الطبقة الحدودية Boundary-Layer Theory ، ووضع بذلك حجر الأساس لميكانيك السوائل الحديثة ، الذي لا يمكن أن نتصوره اليوم بدون هذه النظرية .

لقد خلقت نظرية الطبقة الحدودية ، وبصورة شبه مفاجئة ، إمكانيات واقعية لإيجاد حلول عملية مقبولة لعدد من مسائل الجريان التي كان من المستحيل حلها بالطرق التجريبية البحتة أو الرياضية الصرفة . ونذكر من هذه المسائل ، على سبيل العد لا الحصر :

- حساب مقاومة الاحتكاك التي يتعرض لها سطح جسم يتحرك داخل سائل ، كما في حالة طائرة أو سفينة مثلاً .

- تحديد الشكل الهندسي الافضل لجسم يتحرك داخل سائل ، بحيث تكون مقاومته الاجالية أقل ما يمكن ، وذلك بتجنب ظاهرة انفصال الجريان الصارية .

- تحديد الشكل الهندسي الافضل للفئة بمعبرها الجريان ، بحيث يبقى فوائده الجريان في حدودها الدنيا .

- التحقق في دراسة عمليات الجريان في الاقنية المشككة ما بين ريش آلات الجريان (صناعات ، مضخات ضواغط وغيرها) وحول الريش ، بحيث نحصل على التصميم الاجود للدولاب الدائر والثابت ، الذي يعطى مردوداً افضلأ الآلة (66,65,67,60,44) .

- دراسة وتفسير عمليات الجريان حول جناح حامل (هادي أو بشكل γ أو بشكل دلتا Δ) عند شرمط تحقيق قوة الرفع الاعظمية Maximum lift ، التي تلعب دوراً هاماً في عمليات القلاع وهبوط الطائرات الحديثة . وترتبط هذه العمليات بظاهرة انقصاص الطبقة الحدية (100) ، (63) .

-- تفسير ودراسة نشوء الاضطراب والانتقال الصفائحي - المضطرب .

- دراسة الانتقال الحراري بين جسم ثابت وسائل يجري حوله ، حيث تلعب في هذه الحالة ما أطلق عليه الطبقة الحدية الحرارية دوراً رئيساً .

- دراسة مسألة تسخين سطح الجسم نتيجة حرارة الاحتكاك التي تتكون خاصة عند سرعات كبيرة جداً ، كما هو الحال بالنسبة للصواريخ والقذائف ، والطيران فوق الصوتي خاصة .

لقد انحصر تطوير نظرية الطبقة الحدية حتى أواسط العشرينات بالمساهمة المباشرة من قبل براندل واثراه ولامبده ، أمثال فون كرمان ، بيتس ، شليختنج ، تولمين ، جورتلر ، تروكتهروت ، بلازيوس وغيرهم . وماليت أن انضم إليهم باحثون من بلدان مختلفة ، وفي نهاية العقد الخامس لاكتشاف هذه النظرية ، أواسط الخمسينات ، قدر عدد الابحاث النظرية والتجريبية التي كانت تنشر سنوياً حولها بـ 120 بحثاً (64) . أما اليوم فيوجد جيش من الباحثين في مختلف بلدان العالم يسعون بدأب لاجلاء الفواض المتبقية من هذه النظرية وتوسيع وتعميق مجالات تطبيقاتها المتشعبة ، ويصعب تقدير عدد الابحاث التي تنشر سنوياً حولها . ويبدو مفيداً اذا أشرنا في هذا الصدد الى مؤلفات جامعة تعالج نظرية الطبقة الحدية ، من أبرزها كتاب « نظرية الطبقة الحدية » مؤلفه شليختنج Sollichting ، H. [28] [28] ، الذي ترجم الى لغات مختلفة ، وكتاب « نظرية الطبقة الحدية بعد خمسين عاماً » الذي نشره جورتلر وتولمين Goertler & Tollmien [29] عناسفة البروبيل التجسبي لاكتشاف هذه النظرية ، وجعا فيه الابحاث الاصلية لأبرز الباحثين

في هذا المجال . يضاف الى هذين المؤلفين بحث نشره شلشتنيج «مسام 1960 وما يلي فيه
» تطورات نظرية الطبقة الحدية خلال الثلاثين سنة الماضية « [64] .

في ضوء ما تقدم فإننا لا نطمح في هذا الفصل لأكثر من جعله مدخلاً مختصراً وواقعياً
قدر الامكان لنظرية الطبقة الحدية ، نوضح فيه أهم شخصياتها الفيزيائية والرياضية ،
ونبرز إمكاناتها في حل بعض مسائل الجريان المعقدة . وسنقتصر البحث بشكل رئيسي
على الجريانات المستوية غير القابلة للانضغاط .

٢٢. الخصائص المميزة للفيزيائية والرياضية للطبقة الحدية

١٠٢٢ مفهوم الطبقة الحدية وصفاتها الرئيسية

لقد نوهنا في نهاية الفصل السابع أن إيجاد حل دقيق لمعادلات نافير -
ستوكس في الحالة التي تكون فيها قوى العطالة للجريان من مرتبة قوى
الاحتكاك لا يزال مستعصياً حتى اليوم . وفي الفصل الثامن أوضحنا أن بعض
الحلول الدقيقة لهذه المعادلات تنحصر بالجريانات الانحدابية التي تنعدم فيها قوى
العطالة أصلاً . كما بيننا أنه بالنسبة للجريانات الزاحفة ذات اللزوجة الكبيرة
والتي تمثل حالة حدية للجريانات ذات أعداد ريمولدز الصغيرة جداً توجد حلول
تقريبية مقبولة عملياً لمعادلات نافير - ستوكس مبنية على أساس إهمال قوى
العطالة بالمقارنة مع قوى الاحتكاك .

بالنسبة لجريانات السوائل ذات اللزوجة الصغيرة جداً ، كالماء والهواء ، التي
تمثل حالة حدية للجريانات ذات أعداد ريمولدز الكبيرة جداً فإن إمكانية
إيجاد حلول تقريبية لمعادلات نافير - ستوكس تتجلى فيزيائياً بوضوح إذا
لاحظنا أن الاجهادات الاضافية ، المماسية والناظمية ، التي تسببها لزوجة السائل
بموجب (19.26) ، تؤثر بشكل ملحوظ فقط عندما يكون تدرج السرعة
كبيراً ، لأن η صغيرة . وعليه نرى أن داخل الجريان ، أي على مسافة كافية من
الحدان الصلبة ، قوى العطالة ، بينما تنعدم هنا قوى الاحتكاك تقريباً . ويختلف

الامر في الجوار المباشر لجدار الجسم الصلب ، حيث يقضي شرط الانسحاق أن
تعدم السرعة على الجدار ، وتزداد باتجاه الناظم الى أن تبلغ قريباً قيمة السرعة
للجريان الخارجي القريب جداً من الجريان المثالي عديم الاحتكاك ، وعليه
يشأ في طبقة رقيقة نسبياً ، مجاورة لجدار الجسم مباشرة ، تدرج كبير للسرعة
من الصفر وحتى قيمة السرعة المثالية تقريباً ، مما يجعل تأثير قوى الاحتكاك في
هذه الطبقة ملحوظاً لا يمكن إهماله . وبخلاف البيانات الزاحفة فإن قوى العطالة
تؤثر في هذه الطبقة بدرجة لا يمكن إهمالها تماماً . هذه الطبقة الرقيقة أطلق عليها
براندل [194] الطبقة الحدية أو طبقة الاحتكاك .

أن فكرة براندل العبقري ، التي صاغها عام 1904 معلناً بذلك اكتشاف نظرية
الطبقة الحدية تبدو اليوم ، كككل الأفكار العظيمة ، بسيطة وتتلخص بأن
حقل الجريان في الحالة الحدية لاعداد دينولدز الكبيرة جداً يتألف من منطقتين :

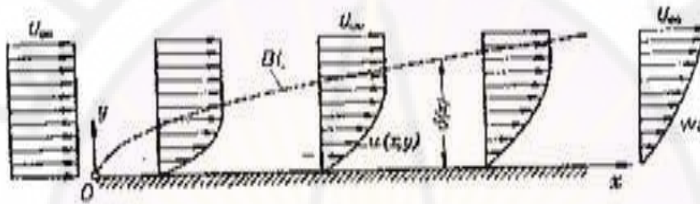
١ - منطقة الجريان في الطبقة الحدية الرقيقة المجاورة للجدار الصلب ،
وتتزايد فيها السرعة باتجاه الناظم n على الجدار من الصفر وحتى قيمة تساوي
تقريباً قيمة السرعة لجريان مثالي عديم الاحتكاك . لذلك تصكون جهودات
القوى $\tau = \eta \partial u / \partial n$ في الطبقة الحدية ذات قيم كبيرة ، حتى في حالة كون
اللزوجة التمرينية η صغيرة ، لأن تدرج السرعة $\partial u / \partial n$ كبير .

٢ - منطقة الجريان خارج حدود الطبقة الحدية ، التي يكون فيها تدرج
السرعة $\partial u / \partial n$ صغيراً لدرجة تسمح باعتبار الجريان في هذه المنطقة مثالياً ،
عديم الاحتكاك .

على أساس ما تقدم فإن الجريان الحقيقي ، اللزج ، في الطبقة الحدية وحدها
يخضع لمعادلات نافير - ستوكس ، بينما يخضع الجريان خارج هذه الطبقة
لمعادلات أويلر الحركية ، أو لقوانين الجريانات الكمونية [54] . غير أنه
لا يجوز أن نفهم من التقسيم السابق أن حدود الطبقة الحدية تفصل تماماً بين

منطقتي الجريان ، ذلك أن الانتقال من الطبقة الحدية الى الجريان الخارجي يتم بشكل مقادير Asymptotic . لهذا السبب اتفق على تعريف سماكة الطبقة الحدية Boundary - layer thickness ، δ ، بأنها البعد الناطقي عن الجدار الصلب الذي تصبح عنده السرعة أقل بـ 1% لا يزيد عن 10% فقط من سرعة الجريان المثالي .

لتوضيح نشوء الطبقة الحدية فيزيائياً نعتبر ، كمثال بسيط جداً ، الجريان فوق جدار مستوي (صفيحة) ، الشكل (١.٢٢) . الحافة الأمامية O للصفيحة



الشكل ١.٢٢ : نشوء الطبقة الحدية على جدار مستوي (صفيحة) وتوزيع السرعة فيها ، وقد رسمت السلكة δ بقياس مكبر جد . III . حدود الطبقة الحدية (رمزياً) ، w أثر الخرج .

مثل نقطة ركود فعدم فيها السرعة وتكون فيها سماكة الطبقة الحدية $\delta = 0$ ، ولكن كلما ابتعدنا عن النقطة O فإن تأثير قوى الاحتكاك في منطقة الجريان القريبة من الصفيحة تؤدي لكبح عدد اكبر من جزيئات السائل ، وبالتالي تزداد سماكة الطبقة الحدية باطراد مع البعد عن حافة الصفيحة (أو الجسم) الأمامية . ويستمر تأثير قوى الاحتكاك في جريان أثر الخرج Wake حتى مسافة معينة بعد الحافة الخلفية للجسم مسبباً عدم انتظام توزيع السرعة ، وبالتالي أحداث تجويف dimple بروفيل السرعة . وتقوم علاقة وثيقة بين وجود هذا التجويف ومقايسة وبين المقاومة الاجالية للجسم (راجع [154] ص ٣٤٥) .

إن طبيعة الجريان في الطبقة الحدية يمكن أن تبقى على طول حدود الجسم صفائحية صرفة أو مضطربة صرفة . ولكن في كثير من حالات الجريان تتكون الطبقة الحدية الصفائحية على الجزء الامامي من الجسم وتستمر من حافته الامامية وحتى نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب ، التي تبدأ منها الطبقة الحدية المضطربة ، الشكل (٢.٢٢) . ويحدث الانتقال الصفائحي - المضطرب عند قيمة حرجية لعدد وينولدز Re_{crit} تختلف حسب نوع الجريان وشكل الجسم ، وتكون عملية الانتقال في حالات كثيرة ذات طابع متقطع ، صفائحي مضطرب - صفائحي . . . (راجع ص ٧٣) ، وتعتبر ظاهرة استقرار $Stability$ الطبقة الحدية الصفائحية واستعدادها للتحول لطبقة مضطربة إحدى المسائل الهامة جداً لنظرية الطبقة الحدية ، التي نتناول المعالجة التفصيلية في فقرة لاحقة (راجع [١٠٢٤]) .

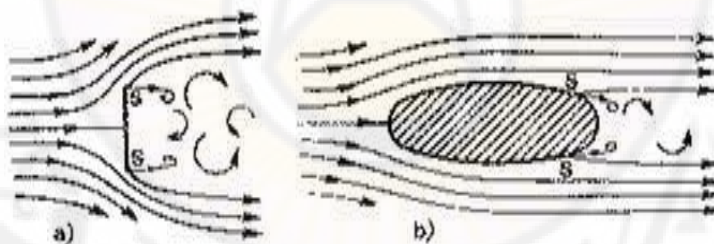


الشكل ٢.٢٢ : تبقى الطبقة الحدية لصفائحية مستوية صفائحية حتى مسافة x_f من الحافة الامامية للصفائحية ، هناك $\delta_l(x)$ ، ثم يحدث الانتقال الصفائحي - المضطرب في النقطة x_f ، وتصبح الطبقة الحدية مضطربة هناك $\delta_t(x) \gg \delta_l(x)$. BL - حدود الطبقة الحدية .

إن شكل بروفيل السرعة في الطبقة الحدية (الشكل ١.٢٢) ، الذي يحدد كيفية تغير السرعة فيها من الصفر وحتى قيمة السرعة للجريان المثالي ، يختلف حسب ما يكون الجريان في الطبقة الحدية صفائحي أو مضطرباً ، ويؤثر عليه بشكل حاسم توزيع الضغط باتجاه الجريان . وفي كل الحالات تتشكل في الطبقة الحدية المضطربة وعلى الجدار مباشرة طبقة صفائحية تحتية رقيقة جداً ،

(الشكل ١٧.١٨) ، سبق وأوضحنا أهميتها الفيزيائية بالنسبة لحساب الجريان المضطرب في الأنابيب (انظر ص ١٤٢) .

لقد رأينا عند دراسة الجريان عبر الأنابيب والافنية ، الفقرة { ١٨.١ } ، ان تأثير قوى الاحتكاك يشمل كامل مقطع الجريان ، وبالتالي فإن سماكة الطبقة الحدية تعتبر متدة من جدار الأنبوب وحتى محوره . أما في حالة الجريان حول أجسام ، خاصة اذا كانت أشكالها انسيابية ورقية ، فإن سماكة الطبقة الحدية تبقى صغيرة جداً بالمقارنة مع الطول المميز للجسم . ففي حالة صفيحة مستوية طولها l تكون $l \gg \delta$. ويحدث في كثير من الحالات أن تتجمع جزيئات السائل في الطبقة الحدية بسبب تعرضها للتزايد باتجاه الجريان لعملية كبح ناشئة عن قوى الاحتكاك ، مما يؤدي لتزايد سماكة الطبقة الحدية خاصة في جوار الحافة الخلفية للجسم للدرجة تؤدي ، تحت شروط معينة ، لانعكاس اتجاه الحركة في الطبقة الحدية ، وظهور جريان عكسي يزيد جزيئات الطبقة الحدية المتباطئة عن الجدار . تسمى هذه الظاهرة انفصام الطبقة الحدية ، Boundary - layer separation ، ويجدونها يزول شرط وجود الطبقة الحدية بالمفهوم الموضح أعلاه .



الشكل ٣.٢٢ : انفصام الطبقة الحدية على الاطراف الحادة (ا) وعلى الحافة الخلفية المقاطعة لجسم (ب) . نقطة الانفصام .

نحدث ظاهرة انفصام الطبقة الحدية في حالة الجريان حول أجسام ذات حافة خلفية مقلطحة ، كالكرة أو الاسطوانة وأمثالها ، كما تحدث على الاطراف

المادة (راجع [154] ص ٢٨٦) ، وفق ما يبينه الشكل (٣٠٢٧) .
 وتحدث هذه الظاهرة أيضاً في الاكواع (الشكل ٦٠.١٨) ، وفي الناضرات
 ذات زوايا الانفراس الكبيرة (الشكل ٧٣.١٨) . وفي كل الحالات يرتبط مع
 هذه الظاهرة دائماً نشوء أعاصير عنيفة وتكون مناطق ركود (ماء ميت) تسبب
 خسارة كبيرة في قدرة الجريان . وسوف نعطي في فقرة لاحقة تفسيراً رياضياً
 وفيزيائياً لهذه الظاهرة الهامة .

إن المسألة الرئيسة المطلوب حلها عند حساب الطبقة الحدية تشمل حساب
 سماكة الطبقة الحدية وقيمتها المميزة ، حساب مقاومة احتكاك السطح ، إلى
 جانب تحديد نقطة الانقصاص إن وجدت ، والتعرف على العوامل المؤثرة على
 هذه الظاهرة بتصدع تجربتها (راجع [٢٠٢٤]) .

٢.٢٢ القيم المميزة للطبقة الحدية

١٠٢.٢٢ تقرير سماكة الطبقة الحدية

لا يمكن إعطاء تعريف رياضي دقيق لسماكة الطبقة الحدية لأن الانتقال
 من السرعة في الطبقة الحدية إلى السرعة في الجريان الخارجى المثالي يتم بصورة
 مقاربة . ولكن بإمكاننا أن نقدر بسهولة السماكة الطبقة حدية ملاصقة لجدار
 جسم طوله المميز باتجاه الجريان L .

في الطبقة الحدية تعتبر قوى الاحتكاك من مرتبة قوى العطالة ، بينما يمكن
 إهمال قوى الاحتكاك في الجريان خارج الطبقة الحدية . فإذا فرضنا U سرعة
 الجريان الخارجى المثالي ، u السرعة في الطبقة الحدية ، واهملنا القوى الحجمية ، فإن
 قوة العطالة بالنسبة لوحدة الحجم تبلغ $\rho u \partial u / \partial x$ ، حيث x الإحداثي المنطبق
 على جدار الجسم باتجاه الجريان . ولكن تغير السرعة باتجاه الجريان $\partial u / \partial x$

يتناسب مع U/L ، وبالتالي تكون قوة العطالة من مرتبة U^2/L ، $F_e \sim U^2/L$.

إن قوة الاحتكاك بالنسبة لوحدة الحجم تساوي $\partial \tau / \partial y$ ، حيث y الاحداثي الناقصي على الجدار . فإذا فرضنا أن الجريان في الطبقة الحدودية صفائحي واجهاد القص يخضع لقانون نيوتن $\tau = \nu \cdot \partial u / \partial y$ فإن قوة الاحتكاك تكون من مرتبة $F_r \sim \nu \cdot \partial^2 u / \partial y^2$.

بوجب شرط الاتصاف فإن السرعة على الجدار $u(y=0) = 0$ ، وبالتالي فإن تغير السرعة باتجاه الناقص $\partial u / \partial y$ يكون من مرتبة U/δ . وتصبح بذلك قوة الاحتكاك بالنسبة لوحدة الحجم : $F_r \sim \nu \cdot U/\delta^2$. وعليه تنتج من تساوي F_e و F_r في الطبقة الحدودية العلاقة :

$$\rho U^2/L \approx \nu U/\delta^2$$

التي تنتج منها سماكة الطبقة الحدودية الصفائحية :

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\nu L}{U}} = \sqrt{\frac{\nu L}{U}} \Rightarrow \boxed{\delta \sim \sqrt{\nu}} \quad (22.1).$$

وعليه فإن δ تتناسب مع الجذور التربيعية للزوج الحركية ، وبالتالي كلما كانت ν صغيرة كلما كانت δ صغيرة أيضاً . وثبتت هذه النتيجة بعض الحلول الدقيقة لمعادلات نافير - ستوكس .

بالنسبة لصفحة مستوية طولها $l = 1$ ، الشكل (١.٢٢) ، حسب بلازيوس بدقة (١.١.٢٣) معامل التناسب في العلاقة (22.1) ووجد من أجل $u = 0.99 \cdot U_\infty$ أن سماكة الطبقة الحدودية الصفائحية عند نهاية الصفحة :

$$\delta(x=1) = 5 \cdot \sqrt{\frac{\nu \cdot l}{U_\infty}} \quad (22.2).$$

وتبلغ عند مسافة x من الحافة الامامية للصفيفة :

$$\delta(x) = 5 \cdot \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (22.3).$$

إن السماكة النسبية للطبقة الحدية منسوبة لطول الصفيفة تنتج من (22.2) :

$$\frac{\delta(l)}{l} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty l}} = \frac{5}{\sqrt{Re}} \quad (22.4).$$

حيث عدد رينولدز $Re = U_\infty l / \nu$. هذا يعني أن السماكة النسبية تتناقص بمعدل $1/\sqrt{Re}$ ، وبالتالي تكون δ صغيرة ، كلما زادت قيمة Re ، وتصبح $0 \rightarrow \delta$ عندما $Re \rightarrow \infty$ ، وذلك في حالة جريان مثالي .

كتقدير عام يمكن أن نعتبر حسب الشكل (٢.٢٢) أن السماكة النسبية للطبقة الحدية الصفائحية في جوار نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب $\delta/x_T \approx 0.01$ ، بينما تؤخذ السماكة النسبية للطبقة الحدية المضطربة $\delta/x \approx 0.03$. وعليه ففي كل حالات الجريان التي تتكون فيها طبقة حدية يتحقق الشرط : $\delta \ll 1$.

كمثال عددي يعطي فكرة عن سماكة الطبقة الحدية الصفائحية نفترض أن السرعة غير المشوشة للهواء جريان صفائحي ($Re \ll 10^6$) على صفيفة مستوية طولها $l = 1m$. يبلغ $U_\infty = 15 m/s$ ، فإذا اعتبرنا لزوجة الهواء الحركية $\nu = 16 \cdot 10^{-6} m^2/s$ ، تكون سماكة الطبقة الحدية عند نهاية الصفيفة حسب (22.2) : $\delta = 5 mm$ ، ونصبح δ في حالة جريان الماء بسرعة $U_\infty = 5 m/s$ ، ولزوجة حركية $\nu = 10^{-6} m^2/s$: $\delta = 2.21 mm$.

إن صعوبة تحديد δ استدعى تعريف قيم مميزة للطبقة الحدية واضحة المضمون فيزيائياً ورياضياً ، وتعتبر عن التأثيرات المختلفة للطبقة الحدية على الجريان .

٢.٢.٢٢ سماكة الانزياح للطبقة الحدية وأهميتها

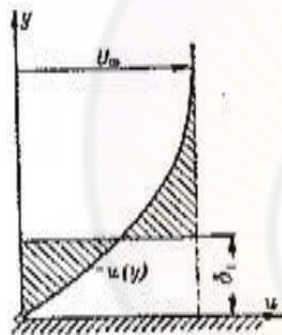
إن شكل الطبقة الحدية على جدار الجسم يحدث تأثيراً انزياحياً Displacement effect تتزاح بوجبه خطوط التيار للجريان المثالي عن الجدار ، وينقص نتيجة لتأثير قوى الاحتكاك في الطبقة الحدية التيار الحجمي بالنسبة لواحدة العرض بمقدار $\int_0^{\infty} (U_{\infty} - u) dy$ ، حيث U_{∞} سرعة الجريان المثالي غير المشوش .

كقيمة مميزة تعبر عن تأثير الانزياح للطبقة الحدية ، وكقياس لسماكتها بضمون فيزيائي واضح ، تعرف سماكة الانزياح Displacement thickness للطبقة الحدية δ_1 حسب الشكل (٤.٢٢) بالعلاقة :

$$U_{\infty} \delta_1(x) = \int_0^{\infty} (U_{\infty} - u) dy \quad (22.5),$$

أو بصيغة أعم وبالنسبة لأي جسم :

$$\delta_1(x) = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (22.6),$$



الشكل ٤.٢٢ : تعريف سماكة الانزياح δ_1 للطبقة الحدية حسب (22.5).

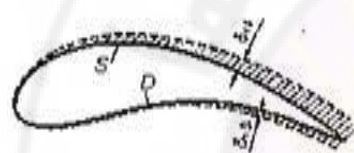
حيث U السرعة في الجريان المثالي خارج الطبقة الحدية ، $u(x,y)$ السرعة في الطبقة الحدية . في حالة صفيحة مستوية تنتج سماكة الانزياح للطبقة الحدية الصفاحية من العلاقة :

$$\delta_1(x) = 1.73 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (22.7),$$

وبالتالي تبلغ سماكة الطبقة الحدية δ حسب (22.3) حوالي ثلاثة أضعاف سماكة الانزياح δ_1 .

عند مكاملة (22.6) نلاحظ أن التكامل ينعدم من أجل $u(y) = u(\delta) = 0$ ولذلك يكفي إجراء التكامل في المجال المحصور بين $y = 0$ و $y = \delta$ فقط .

إن الأهمية العملية لمعكاة الانزياح δ_1 تنجلي في حقيقة أن الجريان الحقيقي حول جسم ما ذي شكل محدد يكافئ الجريان المثالي حول نفس الجسم بعد أن تكبر مما كته بمقدار δ_1 ، الشكل (٢٢ . ٥) . وعلى هذا الأساس يمكن حساب توزيع السرعة والضغط الفعليين على محيط جناح حامل مثلاً بمساعدة طرق ميكانيك السوائل للجريانات الكمونية ، كطريقة النقاط الشاذة ، أو غيرها (راجع [25] ، [129] ، [154]) و تتم طريقة الحساب هذه بثلاث خطوات :



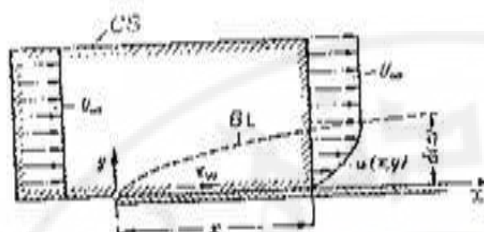
الشكل ٢٢ . ٥ : يمكن مراعاة تأثير الاحتكاك على الجريان المثالي حول جناح حامل باستبدال البروفيل الأصلي ببروفيل فعال تختلف سماكته عن الاول بمقدار سماكة الانزياح δ_1

- ١ - حساب توزيع السرعة والضغط الكموني حول البروفيل الأصلي .
- ٢ - حساب الطبقة الحدودية ، وبخاصة توزيع معكاة الانزياح على طول محيط بروفيل الجسم ، وتحديد شكل البروفيل الفعال Effective profile .
- ٣ - حساب توزيع السرعة والضغط الفعليين حول البروفيل الفعال .

٣.٢.٢٢ - معاكسة خسارة تيار الدفع للطائفة المحدبة:

إن تأثير قوى الاحتكاك في الطبقة الحدودية يؤدي لتكبح جزيئات السائل وبسبب بالتالي خسارة في تيار الدفع الذي يعبر أي سطح لمحرك (C.S) بر مجاذة جدار الجسم ، بالمقارنة مع الجريان المثالي . فإذا فرضنا U السرعة المثالية ، غير المشوشة ، $u(x,y)$ السرعة في الطبقة الحدودية ، فإن خسارة تيار الدفع في

حالة الجريان على طول صفيحة مستوية ، الشكل (٦.٢٢) ، وبالنسبة لواحداً العرض b تبلغ :



الشكل ٦.٢٢ : تطبيق قانون الدفع على الطبقة الحدية الصفيحة مستوية . τ_w : مجهود القص على الصفيحة ، δ : حدود الطبقة الحدية ، CS : سطح غشيم .

$$\Delta L_v = \rho \int_0^{\infty} u (U_{\infty} - u) dy.$$

على هذا الأساس يمكن تحديد مقاومة الاحتكاك لوجه الصفيحة (أو الجسم) المائل (راجع [154] ص ٣٥ وما بعد) وتعريف سماكة خسارة تيار الدفع Momentum thickness ، δ_2 ، بالصيغة :

$$F_{wv} = b \rho \int_0^{\infty} u (U_{\infty} - u) dy = b \int_0^{\infty} \tau_w(x) \cdot dx = b \cdot \rho U_{\infty}^2 \cdot \delta_2(x) \quad (22.8),$$

حيث τ_w مجهود القص على الجدار . بذلك تنتج سماكة خسارة تيار الدفع :

$$\delta_2(x) = \int_0^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}} \right) dy \quad (22.9),$$

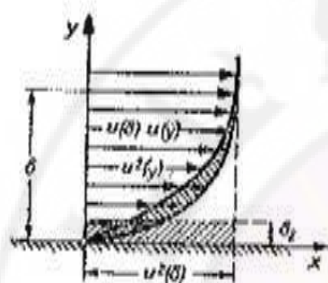
ونأخذ في حالة الطبقة الحدية الصفائحية صفيحة مستوية الصيغة :

$$\delta_2(x) = 0.664 \sqrt{\frac{\nu x}{U_{\infty}}} \quad (22.10),$$

في الحالة العامة للجريان حول جسم ، ونفرض $U = u(\delta)$ سرعة الجريان

المثالي خارج الطبقة الحدية ، تعرف سماكة خسارة تيار الدفع حسب الشكل (٧.٢٢) بالعلاقة :

$$\delta_e(x) = \int_{y=0}^{\infty} \frac{u(y)}{U} \left(1 - \frac{u(y)}{U} \right) dy \quad (22.11),$$



الشكل ٧.٢٢ : تعريف سماكة
خسارة تيار الدفع للطبقة الحدية δ_e .
 $u(y)$ السرعة في الطبقة الحدية ،
 $u(\delta) = U$ سرعة الجريان المثالي
خارجها .

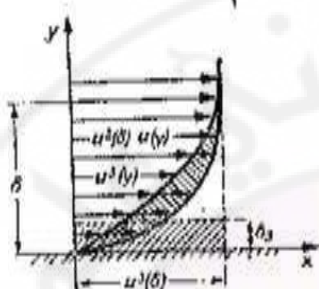
حيث $x \equiv \xi$ الإحداثي المنطبق على جدار الجسم و $y \equiv \eta$ الإحداثي الناطقي عليه . وكما هو واضح ينعدم التكامل عندما $u(y) = u(\delta) = U$ ، ولذلك يكفي إجراء التكامل في المجال ما بين $y = 0$ و $y = \delta$.

يطلق على نسبة سماكة الانزياح إلى سماكة خسارة تيار الدفع للطبقة الحدية : $H_{12} = \delta_1/\delta_2$ اسم معامل الشكل Shape factor ويلعب دوراً هاماً في حساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة ، ويبلغ في حالة الطبقة الحدية الصفائحية لصفحة مستوية حسب (22.7) و (22.10) : $H_{12} = 2.60$. بالمقابل تبلغ نسبة سماكة الطبقة الحدية إلى سماكة خسارة تيار الدفع ، كأساس تقديري : $\delta/\delta_e \approx 6 \dots 10$.

٤.٢.٢٢ سماكة خسارة القدرة للطبقة الحدية

بالمقارنة مع الجريان المثالي بسبب تأثير قوى الاحتكاك في الطبقة الحدية

خسارة في القدرة الميكانيكية للجريان (قدرة الضغط + القدرة الحركية)
تتبدد بشكل حرارة ، وتبلغ هذه الخسارة بالنسبة لوحدة العرض وفي
وحدة الزمن :



$$\frac{\rho}{2} \cdot \int_0^{\delta} u (U^2 - u^2) dy.$$

فاذا اعتبرت هذه الخسارة تساوي

$\frac{\rho}{2} U^3 \cdot \delta_E$ ، حيث δ_E سماكة خسارة

القدرة Energy thickness للطبقة الحدية ،

نتج معادلة تعريف الاخيرة ، الشكل

(٨٠٢٢) ، وبالنسبة للجريان حول

جسم ما ، بالصيغة :

الشكل ٨٠٢٢ : تعريف سماكة خسارة
القدرة للطبقة الحدية δ_E ، السرعة $u(y)$
في الطبقة الحدية ، $u(\delta) = U$ ، سرعة
الجريان المثالي خارجها .

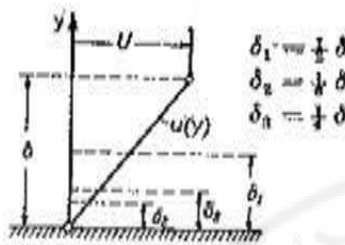
$$U^3 \cdot \delta_E(x) = \int_0^{\delta} u (U^2 - u^2) dy \quad (22.12).$$

وعليه تصبح :

$$\delta_E(x) = \int_0^{\delta} \frac{u(y)}{U} \left(1 - \frac{u^2(y)}{U^2} \right) dy \quad (22.13).$$

حيث $U = u(\delta)$ سرعة الجريان المثالي خارج الطبقة الحدية ، $u(y)$ توزيع
السرعة داخل الطبقة الحدية ، x الاحداثي الموازي للجدار ، y الاحداثي الناقصي
عليه . وكما هو واضح ينعدم التكامل عندما $u(y) = u(\delta) = U$ ، ولذلك يكتب
باجراء التكامل في المجال المحصور بين $y = 0$ و $y = \delta$ فقط .

الشكل (٩٠٢٣) يعطي فكرة واضحة عن النسبة بين سماكة الطبقة



الحدية δ وكل من القيم المميزة : سماكة
الانزياح δ_1 ، سماكة خسارة تيار الدفع
 δ_2 وسماكة خسارة القدرة δ_3 ، وذلك
في حالة الجريان البسيطة لطبقة
حدية ذات توزيع سرعة خطي :
 $u(y) = U y/\delta$ حيث تنتج من
مكاملة (22.6) ، (22.11) و (22.13)
النسب التالية :

$$\delta_1/\delta = 1/2 ; \delta_2/\delta = 1/6 ; \delta_3/\delta = 1/4 \quad (22.14)$$

الجدير بالملاحظة هنا أن نسبة سماكة خسارة القدرة إلى خسارة تيار الدفع
 $\delta_3/\delta_2 = 1/3$ تلعب دوراً هاماً في حساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة .

٣.٢٢ المعادلات الحركية التفاضلية للمجريان في الطبقة الحدية

إن مفهوم الطبقة الحدية ، كما أوضحناه في الفقرة { ١.٢٢ } ، يسمح بإدخال
تبسيطات كبيرة على معادلات نافير - ستوكس ، بحيث تأخذ صيغاً قابلة للحل في حالات
عديدة وعامة لجريانات السوائل ذات اللزوجة الصغيرة .

سنقوم أولاً باستنتاج المعادلات التفاضلية الحركية لجريان الطبقة الحدية ، المعروفة
باسم معادلات براندل ، ومن ثم سنوضح خصائصها العامة الرئيسة وإمكانات حلها الدقيق
والتقريبي . كما أننا سنلخص الأفكار الرئيسة لاسدي الطرق العملية المعروفة لحساب القيم
المميزة للطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة . وسوف نقصر البحث على الطبقة الحدية
للمجريانات المستقرة المستوية غير القابلة للانضغاط وذات اللزوجة الثابتة .

١.٣.٢٢ اشتقاق معادلات براندل للطبقة الحدية المستوية

نعتبر جرياناً مستوياً لاسدي لزوجته صغيرة وثابت الكثافة حول جسم

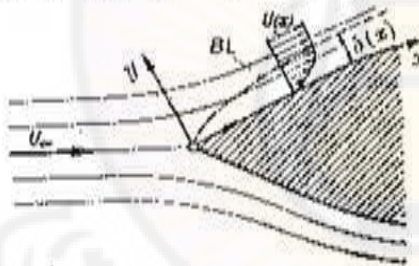
أسطوانة كبيرة الامتداد ذي جدران مستوية أيضاً ، الشكل (١٠.٢٢) . نختار مجموعة إحداثيات مستوية بحيث يكون المحور $x \equiv 0$ منطبقاً على جدار الجسم ، والمحور $y \equiv n$ ناظماً عليه . بإهمال القوى الحجمية تصبح معادلات نافير - ستوكس حسب (19.28) لهذا الجريان :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} (22.15),$$

وتصبح معادلة الاستمرار حسب (19.29) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22.16).$$

إن تطبيق هذه المعادلات على الجريان في الطبقة الحدية ، التي تتزايد سماكتها



الشكل ١٠.٢٢ : اشتقاق معادلات براندل للطبقة الحدية المستوية .
الحدود الطبقة ، $\delta(x)$ سماكتها ،
 $U(x) = u(\delta)$ سرعة الجريان التام.

$\delta(x)$ باضطراب بدءاً من نقطة الركود الأمامية 0 ، حيث $\delta(0) = 0$ ، يسمح بادخال تبسيطات هامة تجعل بوضوح من خلال تقدير مرتبة كل من حدود مجموعة المعادلات (22.15) و (22.16) مع مراعاة الخصائص الرئيسة للطبقة الحدية .

نفرض أن δ الطول المميز للجسم باتجاه x ، فتكون سماكة الطبقة الحدية حسب ما أوضحنا في الفقرات السابقة :

$$\delta \ll 1, \quad \delta(x) \ll x.$$

نكتب الآن مجموعة المعادلات السابقة بصيغة لا بعدية ، وذلك بأن ننسب السرعات كافة الى سرعة الجريان الوارد غير المشوش U_∞ ، وننسب الاطوال كافة الى الطول المميز للجسم L ، الذي نختاره بحيث تكون مرتبة تدرج السرعة اللابعدي باتجاه x في مجال الجريان المعتبر لا تتعدى الواحد : $\partial u / \partial x \sim 1$. أما الضغط فننسبه الى ρU_∞^2 ، وننسب الزمن الى L / U_∞ . فإذا اعتبرنا ، إضافة لذلك ، أن عدد رينولدز $Re = \rho U_\infty L / \mu$ ، الذي يفترض أن يكون كبيراً جداً ، تصبح معادلات نافير - ستوكس (22.15) بصيغة لا بعدية من الشكل :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (22.17),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (22.18),$$

وتصبح معادلة الاستمرار (21.16) اللابعدية :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22.19),$$

حيث استخدمت للقيم اللابعدية نفس الحروف المستخدمة للقيم البعدية ، وكتبت تحت كل تعبير المرتبة التي يمثلها والمستنتجة من الاعتبارات التالية .

إن سماكة الطبقة الحدية اللابعدية ، المسماة للسماكة المطلقة منسوبة للطول المميز للجسم L ، والتي نرمز لها هنا بـ δ أيضاً ، ستكون وفقاً للفرضيات المعتمدة

أعلاه من مرتبة أصغر بكثير من الواحد : $1 \gg \delta$ ، وذلك باستثناء النقطة $x = 0$ التي تبدأ عندها الطبقة الحدية . بذلك يكون أيضاً $\partial x \gg \partial y$ لأن $\partial x \sim 1$ بينما $\partial y \sim \delta$. وبما أن شرط الالتصاق يستوجب أن تنعدم على الجدار ، $y = 0$ ، المركبة المماسية والناظمية للسرعة ، $u = v = 0$ ، بينما تصبح السرعة على حدود الطبقة الحدية ، $y = \delta$ ، مساوية لسرعة الجريان المثالي (1) ، وحيث أننا افترضنا $\partial u / \partial x \sim 1$ ، فينتج من معادلة الاستمرار (22.19) أن : $\partial v / \partial y \sim 1$ ، وتكون بالتالي المركبة النازمية للسرعة في الطبقة الحدية $\delta \sim v$. وعليه نجد أن $\partial v / \partial x \sim \delta$ وكذلك $\partial^2 v / \partial x^2 \sim \delta$. بالمقابل نجد على أساس نفس الاعتبارات السابقة بالنسبة لتدرج السرعة المماسية للجدار باتجاه الناظم أن

$$\frac{\partial u}{\partial y} \sim \frac{1}{\delta} ; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \sim \frac{1}{\delta^2} ,$$

وبالنسبة لتدرج السرعة العمودية على الجدار باتجاه الناظم :

$$\frac{\partial v}{\partial y} \sim 1 ; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \sim \frac{1}{\delta} .$$

نفرض إضافة لما تقدم أن الجريان لا يتعرض لتسارعات فجائية كبيرة ، نتيجة عن موجات ضغط صدمية مثلاً ، فيمكن عندئذ أن يعتبر التسارع المسكافي من مرتبة تسارع الحل وبالتالي يكون :

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx u \frac{\partial u}{\partial x} \sim 1 ; \quad \frac{\partial v}{\partial t} \approx v \frac{\partial v}{\partial y} \sim \delta .$$

على أساس التقدير السابق لمراتب الحدود الداخلة في مجموعة المعادلات (22.17) حتى (22.19) نستطيع الآن أن نبسط هذه المعادلات بأعمال الحدود ذات المراتب العليا ، أي ذات القيم العددية الصغيرة ، بالمقارنة مع تلك ذات المراتب الدنيا أو القيم العددية الكبيرة .

من مقارنة طرفي المعادلة (22.17) أو (22.18) نستنتج بسهولة أن شرط تساوي مرتبة قوى العطالة مع مرتبة قوى الاحتكاك يقضي بأن يكون :

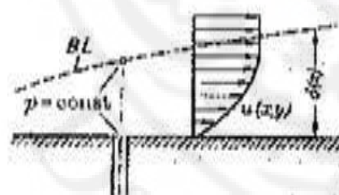
$$Re \sim 1/\delta^2 \quad (22.20).$$

وقد حصر براندل في حينه مجال تطبيق نظرية الطبقة الحدية على الجريانات التي يتحقق فيها الشرط السابق ، وبالتالي التي تكون فيها قيم أعداد رينولدز كبيرة جداً .

من جهة أخرى نستنتج من المعادلة (22.17) أن الحد أن $\delta^3 u/\partial x^3 \sim 1$ يمكن إهماله بالمقارنة مع $1/\delta^2 \sim \delta^3 u/\partial y^3$ ، بينما يكون تدرج الضغط باتجاه الجريان $\partial p/\partial x \sim 1$. ونستنتج من المعادلة الثانية (22.18) أن $\partial p/\partial y \sim \delta$ ، وبالتالي فإن فرق الضغط عبر الطبقة الحدية ، ناظماً على الجدار ، سيكون من مرتبة δ^2 ، أي صغيراً جداً ويمكن إهماله واعتبار :

$$\partial p/\partial y = 0 \quad (22.21).$$

هذا يعني أن الضغط الستاتيكي ضمن الطبقة الحدية بالاتجاه الناقضي على الجدار يبقى ثابتاً ومساوياً للضغط في الجريان الخارج الكموئي على حدود الطبقة الحدية ، أو بتعبير آخر يمكن القول أن الضغط في الطبقة الحدية يفرض عليها من الجريان المثالي (تقريباً) خارجها . وعليه يعتبر توزيع الضغط في الطبقة الحدية



الشكل ٢٢ . ١١ : يبقى الضغط الستاتيكي عبر الطبقة الحدية ثابتاً ، ويمكن قياسه بواسطة ثقب في الجدار .

معلوماً ، ونادراً للاحداثي x . وللزمن t فقط في حالة جريان غير مستقر : ويمكن تحديد توزيع الضغط بالقياس بأحداث ثقب في جدار $p = p(x,t)$.

الجسم ، الشكل (٢٤ . ١١) ، ووصله بانومتر (راجع [154] ص ٢٩٠) . كما يمكن حسابه نظرياً بمساعدة طرق ميكانيك السوائل المعروفة لحل مسائل الجريان الكموفي الاساسية ، كطريقة النقاط الشاذة مثلاً ([154] ، الفصل الخامس) ، التي نحصل منها على توزيع السرعة المثالية $U(x,t)$ على طول جدار الجسم ، وينتج بذلك توزيع الضغط من معادلة برنولي بالصيغة البعدية :

$$\rho \int \frac{\partial U}{\partial t} dx + \frac{\rho}{2} U^2 + p = C_{np}(t) \quad (22.22)$$

في حالة جريان غير مستقر ، او بالصيغة :

$$\frac{\rho}{2} U^2 + p = C_{np} = \text{const} \quad (22.23)$$

في حالة جريان مستقر ، حيث يكون عندئذ $p = p(x)$ وتدرج الضغط باتجاه الجريان :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (22.24)$$

خلاصة لما تقدم نستنتج أن إهمال الحدود ذات القيم الصغرى في معادلات نافير - ستوكس يسقط ، من جهة ، المعادلة الحركية (22.18) باتجاه الناظم على الجدار y بكاملها ، ويبسط ، من جهة أخرى ، المعادلة الحركية (22.17) باتجاه x ، بينما تبقى معادلة الاستمرار (22.19) كما هي . بذلك نحصل من جهة المعادلات الثلاث على المعادلتين التاليتين ، المعروفتين باسم معادلات براندل للطبقة الحدية غير المستقرة :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (22.25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22.26)$$

وقد كتبنا هنا بصيغة بعدية ، ويستوجب حلها تحقيق الشروط الحدية :

$$y = 0 \Rightarrow u = 0, v = 0 ; y = \delta(x) \Rightarrow u = U(x,t) \quad (22.27).$$

وكما ذكر أعلاه فإن توزيع السرعة المثالية $U(x,t)$ يعتبر معلوماً . إضافة لذلك يجب أن تكون شروط البدء عند $t = 0$ معلومة أيضاً .

في حالة الجريان المستقر تبسط معادلات براندل الحركية للطبقة الحدية المستوية وتصبح :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (22.28) ,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22.29) .$$

وتكون الشروط الحدية :

$$y = 0 \Rightarrow u = 0, v = 0 ; y = \delta(x) \Rightarrow u = U(x) \quad (22.30) .$$

إن معادلات براندل للطبقة الحدية بقيت كمعادلات تفاضلية ذات صفة غير خطية ، مثلها مثل معادلات نافير - ستوكس . ولكنها أصبحت تمثل جملة معادلتين تفاضيتين لمجهولين فقط : u و v ، بدلاً من ثلاثة مجاهيل u, v, p ، ذلك أنه ينظر الى توزيع الضغط كتابع معلوم ينتج بالقياس أو من حساب الجريان الكمر في .

إن معادلات براندل لا تنطبق على نقطة الركود الامامية $x = 0$ ، حيث يبدأ تشكل الطبقة الحدية ، لذلك تلزم الى جانب الشروط الحدية (22.27) أو (22.30) معرفة بروفيل السرعة في الطبقة الحدية (x_0, y) عند مقطع معين $x = x_0$ ، ونحصل بالتالي من حل معادلات براندل على تطور بروفيل السرعة

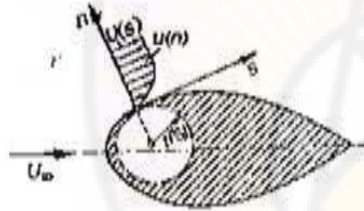
في الطبقة الحدودية ، أي توزيع مركبي السرعة u و v ، اعتباراً من بروفيل السرعة الابتدائي المعلوم وبالنسبة لجريان كروي معطى .

الجدير بالملاحظة أن كتابة العلاقة (22.20) بالصيغة :

$$\frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}} = \sqrt{\frac{\nu}{U_{\infty} L}} \quad (22.31) \quad \delta \sim \sqrt{\nu x}$$

تقودنا إلى العلاقة (22.1) المتضمنة أن سماكة الطبقة الحدودية تتناسب مع الجذر التربيعي للزوجية الحركية ، وبالتالي فإنها تقل كلما صغرت ν .

إن النتائج السابقة تنطبق أساساً على جريان الطبقة الحدودية على سطوح مستوية. غير أن تصميمها بحيث تنطبق على الجريان حول جدران منحنية لا يشكل صعوبة كبيرة (راجع التفصيل في [28a] مثلاً). فننظر في هذه الحالة جملة أمثليات مقوسة $\theta = \theta(x)$ ، حيث θ منطبق على قوس انحناء الجدار ، و n متعامد مع الجدار في النقطة المعنية ، الشكل (١٢.٢٢) ، ولتكن u و v مركبي السرعة باتجاه x و y ، بينما يمثل $r(x)$ نصف قطر انحناء الجدار في الموقع x ويمتد موجياً إذا كان الجدار محدباً للخارج ، وسالباً إذا كان مقعراً .



الشكل ١٢.٢٢

جريان الطبقة الحدودية على جدار مقوس .

على هذا الأساس استطاع تولمين Tollmien استخراج معادلات نافير - ستوكس الكاملة لهذا الجريان . فإذا قدرت مراتب الحدود الداخلة في هذه المعادلات بنفس الطريقة المطبقة أعلاه بالنسبة للجدران المستوية يتبين أن معادلات براندل (22.28) و (22.29) تنطبق أيضاً على

السطوح المنحنية ، شريطة أن تبقى سماكة الطبقة الحدودية صغيرة بالمقارنة مع نصف قطر الانحناء للجدار $r(x) \gg \delta(x)$ ، وأن لا تطرأ تغيرات شديدة لانحناء الجدار تسبب عدم بقاء $1 \gg dr/dx$. كما يتبين أيضاً أن $\frac{dp}{dx} = \frac{\rho U_{\infty}^2}{r}$ ، وبالتالي فإن تغير الضغط باتجاه الناعلم على الجدار هو من مرتبة 1 ، بينما كان من مرتبة δ في حالة الجدران المستوية . ولكن حيث تكون سماكة الطبقة الحدودية صغيرة جداً ، فإن فرق الضغط بين الجدار وحدود الطبقة الحدودية سيكون صغيراً جداً ، وبالتالي يمكن إهماله واعتبار أن الضغط يبقى عبر الطبقة الحدودية بالاتجاه الناعلمي على الجدار ثابتاً تقريباً .

٢٠٣٠٣٢ بعض الاستنتاجات الهامة من معادلات الطبقة الحدودية

مول خصائصها الفيزيائية

قبل أن نتعرض الى امكانيات وكيفية حل المعادلات التفاضلية للطبقة الحدودية يمكننا استخلاص عدد من الاستنتاجات الهامة المتعلقة بخصائص الجريان الفيزيائية فيما .

نعتبر الجريان المستقر والمستوي على جدار حلب مستوي أو طفيف التقوس . وليكن x الاحداثي المنطبق على الجدار والموجه باتجاه الجريان ، y الاحداثي الناقص على الجدار . عندئذ تنطبق على جريان الطبقة الحدودية حلة المعادلات (22.28) و (22.29) ، ونتيج من المعادلة الاولى مع مراعاة الشروط الحدودية (22.30) بالنسبة لنقاط الجدار نفسه ، $y = 0$ ، العلاقة :

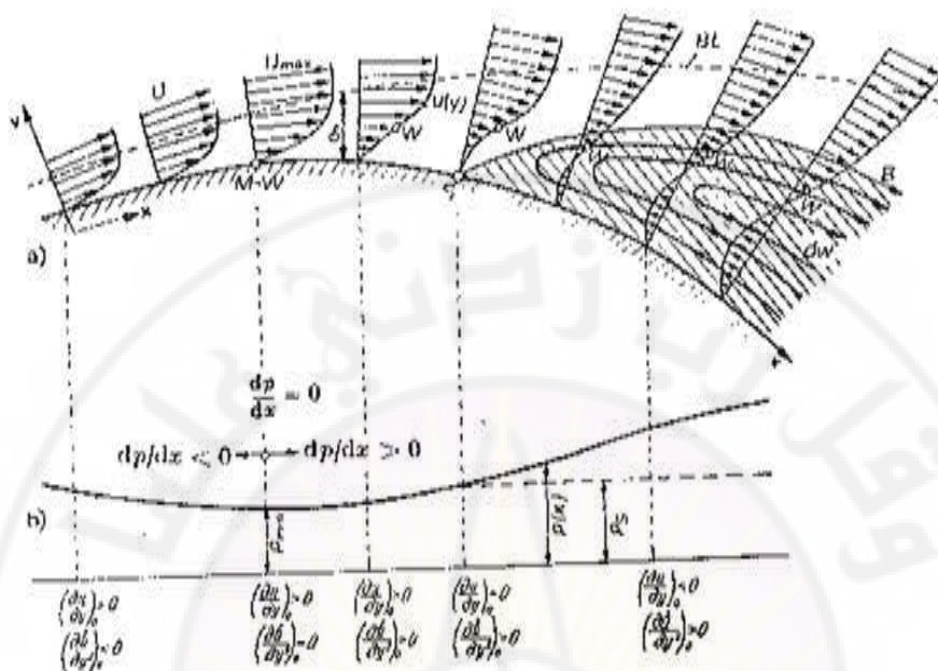
$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{y=0} = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} \quad (22.32).$$

التي تصبح بعد اشتقاقها مرة أخرى بالنسبة لـ y :

$$\left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)_{y=0} = 0 \quad (22.33).$$

هذا يعني أن انحناء بروفيل السرعة للطبقة الحدودية في الجوار المباشر للجدار يتعاق فقط بتدرج الضغط باتجاه الجريان ، وتتغير إشارة انحناء بروفيل السرعة على الجدار مباشرة مع تغير تدرج الضغط . وعليه يمكننا أن نناقش ، وفقاً لشكل انحناء الجدار ، ثلاث حالات :

١ - الضغط يتناقص باتجاه الجريان ، $dp/dx < 0$ ، وبالتالي الجريان



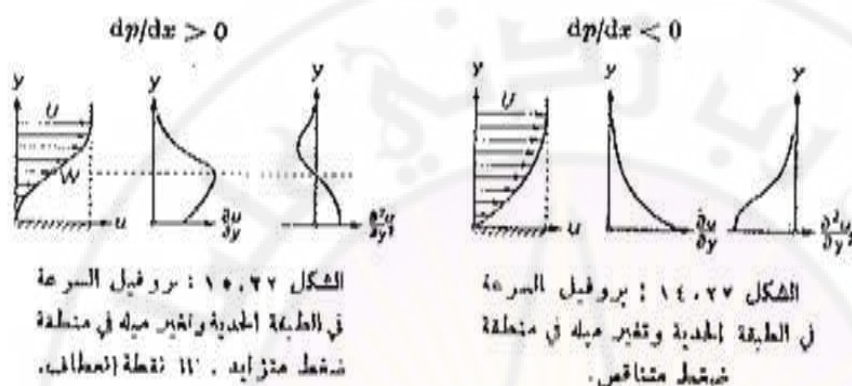
الشكل ١٣.٢٢ : تطور الطبقة الحدودية على طول جدار سلب طفيف الانحناء .
 (a) بروفيلات السرعة في الطبقة الحدودية $u(y)$ في منطقة الضغط المتناقص (يساراً) والضغط المتزايد (يميناً) ؛ U : السرعة المثالية ، u_{max} : السرعة الاعظمية المثالية في النقطة M حيث يسود الضغط الاسفري $W = p_{min}$ نقطة انعطاف ، S : نقطة الانقسام ، SB : الخط الفاصل بين الجريان الاساسي المتقدم والجريان العكسي في المنطقة المشفرة حيث يتولد «ماء ميت» ، BL ، dw : حدود الطبقة الحدودية ذات السماكة δ . (b) توزيع الضغط المثالي $p(x)$ على طول الجدار ، وقد كتبت تحته في مواقع مختلفة اتجاهات ميل بروفيل السرعة على الجدار ، u_s : الضغط الفعلي السائد في منطقة الانقسام .

متسارع ، كما هي الحالة مثلاً في قناة متضيقية أو على الجزء الامامي لاسطوانة (انظر الشكل ٣.١٧) .

٢ - الضغط يتزايد باتجاه الجريان ، $dp/dx > 0$ ، وبالتالي الجريان متباطيء ، كما هي الحالة مثلاً في قناة متوسعة أو على الجزء الخلفي لاسطوانة .

٣ - الضغط ثابت باتجاه الجريان ، $dp/dx = 0$ ، كما في حالة الجريان على طول صفيحة مستوية .

الحالات الثلاث والنتائج المرتبطة بكل منها موضحة رمزياً بالأشكال (١٥.٢٢ ، ١٤.٢٢ ، ١٣.٢٢)



في الحالة الأولى ينتج من (22.32) ، بسبب $dp/dx < 0$ ، أن $(\partial^2 u / \partial y^2)_{y=0} < 0$ على الجدار ، بينما يكون $(\partial u / \partial y)_{y=0} > 0$ وعليه فإن $\partial u / \partial y > 0$ و $\partial^2 u / \partial y^2 < 0$ في المجال $0 \leq y \leq \delta$ ، أي عبر سماكة الطبقة الحدودية بأكملها ، حيث يكون منحنى بروفيل السرعة $u(y)$ محدباً باتجاه الجريان ، الشكل (١٣.٢٢) ، يار النقطة M ، والشكل (١٤.٢٢) . هذا يعني أن جزيئات الطبقة الحدودية كافة تتقدم باتجاه الجريان .

في الحالة الثانية وبسبب $dp/dx > 0$ فإن $(\partial^2 u / \partial y^2)_{y=0} > 0$ على الجدار ، ويكون بالتالي منحنى بروفيل السرعة على الجدار مقعراً باتجاه الجريان ، ولكن جزيئات الطبقة الحدودية تحافظ في بداية تزايد الزايد الضغط على حركتها المتقدمة ، أي أن الكسر التفاضلي $\partial u / \partial y$ على الجدار يبقى موجباً ، $(\partial u / \partial y)_{y=0} > 0$ ، الشكل (١٥.٢٢) ، والشكل (١٣.٢٢) يبين النقطة M . ولكن بما أنه على بعد كبير نسبياً من الجدار يصبح في كل الحالات $(\partial^2 u / \partial y^2) < 0$ لذلك

بتحتم وجود نقطة داخل الطبقة الحدية يكون فيها $\partial^2 u / \partial y^2 = 0$ ، ومثل بالتالي نقطة انعطاف Point of inflexion لبروفيل السرعة . ونجدد الإشارة هنا أن وجود نقطة الانعطاف هذه يعتبر شرطاً مميزاً للانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية ، وبالتالي فهو هام جداً للمعكم على استقرارية Stability بروفيل السرعة (راجع { ١٠٢٤ }) .

مع استمرار تزايد الضغط في اتجاه الجريان تعرض جزئيات السائل في الطبقة الحدية أكثر فأكثراً لعملية كسح ، وبالتالي تزايد سماكتها باستمرار . وإذا تمكن الجريان الخارجي أن يجر معه في بداية تزايد الضغط جزئيات الطبقة الحدية البطيئة ، ذات القدرة الحرارية الضعيفة ، باتجاه الجريان ، فإن استمرار تزايد الضغط سيسبب إيقاف هذه الجزئيات في موقع معين S على الجدار ، ولا يبقى أمامها بعد هذا الموقع إلا أن تعكس حركتها مكونة جويئاً عكسياً بين سطح الجسم وحدود الطبقة الحدية ، تنجم عنه عملية نقل لجزئيات الطبقة الحدية إلى داخل الجريان الخارجي الذي يتزاح ، بسبب ذلك ، أو ينفصم عن جدار الجسم . ولذلك تسمى هذه الظاهرة انفصام الطبقة الحدية ، التي سبقت الإشارة إليها . ويتشكل بين الجريان الخارجي المتقدم والجريان العكسي بدءاً من نقطة الانفصام S سطح فاصل (راجع [154] ص ٢٨٦) لا يلبث أن يتفكك إلى أعاصير فردية تباعد مع الجريان الخارجي التي تستمد منه القدرة اللازمة لتشكيلها . لذلك فإن نشوء ظاهرة الانفصام يقترن دائماً بفواقد إضافية تخسرها من القدرة الميكانيكية للجريان الخارجي وتكافئها زيادة المقاومة التي يتلقاها الجسم . على أساس ما تقدم نعرف نقطة انفصام الطبقة الحدية S على جدار الجسم بالموقع x_0 حيث يكون :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \Rightarrow \text{نقطة الانفصام} \quad (22.34)$$

هذا يعني أن نقطة الانقسام تتحدد حيث ينعدم ميل مماس بروفيل السرعة على الجدار . وعليه يلزم لتحديد هذه النقطة إجراء تكامل معادلات الطبقة الحدودية (22.28) لتحديد بروفيل السرعة $u = u(x, y)$. أما في منطقة الجريان العكسي عند $x \gg x_s$ فيكون $(\partial u / \partial y)_{y=0} \ll 0$ و $(\partial^2 u / \partial y^2)_{y=0} \gg 0$.

أنت تفاصيل الجريان في منطقة الانقسام ، التي تسمى أيضاً منطقة « الماء الميت » Dead water أو « الماء الراكد » ، موضحة رمزياً في الشكل (١٣.٢٢ - أ) ، حيث رسمت خطوط التيار للجريان العكسي على مقربة من نقطة الانقسام ونماذج من بروفيلات السرعة . ويبدو جلياً من الآن أن ظاهرة الانقسام تؤثر بشكل حاسم على حقل الجريان الخارجي الكهروني ، خاصة بعد نقطة الانقسام . فمن جهة سيحول وجود منطقة « الماء الميت » دون إعادة التثام الجريان الكهروني عند الحافة الخلفية للجسم (انظر الشكل ٣.٢٢) ، كما هو الامر في حالة الجريان المثالي . وينجم عن ذلك أن الضغط في منطقة الانقسام سيكون أقل بشكل ملحوظ من الضغط المقابل في الجريان الكهروني . ولهذا لا يجوز تطبيق معادلة الطبقة الحدودية (22.28) على منطقة الانقسام ، لأن تدرج الضغط dp/dx ، الذي يدخل فيها ، لم يعد مكافئاً لقيسته المأخوذة من حساب الجريان الكهروني الخارجي ، الامر الذي يستوجب ، من أجل حسابات تقريبية ، قياس توزيع الضغط على جدار الجسم في منطقة الانقسام ، أو اعتماد فرضية مقبولة عملياً لهذا التوزيع ، كذلك الفرضية القائلة بأن توزيع الضغط في منطقة الانقسام يبقى ثابتاً ومساوياً للضغط الكهروني عند نقطة الانقسام ، الشكل (١٣.٢٢ - ب) . ومن جهة أخرى تصبح سماكة الطبقة الحدودية في منطقة الانقسام ، خاصة مع استمرار تزايد الضغط ، كبيرة لدرجة يبطل عندها الشرط الرئيسي لنظرية الطبقة الحدودية نفسها ، القاضي بوجود بقاء δ أصغر بكثير من الطول المميز للجسم .

أخيراً في الحالة الثالثة ، عندما لا يتغير الضغط في اتجاه الجريان ،
 $dp/dx = 0$ ، فإن $(\partial^2 u / \partial y^2)_{y=0} = 0$ ، ويجب (22.32) . عندئذ تقع
 نقطة الانعطاف لبروفيل توزيع السرعة على الجدار مباشرة ، ويكون بسبب
 $(\partial u / \partial y)_{y=0} > 0$ ، بروفيل السرعة محدباً باتجاه الجريان . هذه الحالة تنطبق على
 الجريان الطولي حول صفيحة مستوية ، ونمثّلها في الشكل (١٣.٢٢) النقطة
 M حيث تسود السرعة المثالية الأعظمية U_{max} المقابلة للضغط الاصغري p_{min} .
 من المناقشة السابقة نخلص لنتيجة هامة جداً بالنسبة للتطبيقات العملية
 مفادها أن انفصام الطبقة الحدية لا يحدث إلا إذا كان الجريان متباطئاً ، وبالتالي
 ترتبط هذه الظاهرة بوجود منطقة ضغط متزايد في اتجاه الجريان كشرط لازم
 ولكنه غير كافٍ في كل الحالات لحدوث ظاهرة الانفصام ، إذ من المؤكد ،
 نظرياً وتجريبياً ، أن حدوث الانفصام تحدده معدلات تزايد الضغط من جهة ،
 وطبيعة الجريان في الطبقة الحدية (هل هو صفائحي أم مضطرب) من جهة
 أخرى . فعندما يكون تزايد الضغط طفيفاً ، وبالتالي ميل منحنى توزيع الضغط
 صغيراً ، فمن الممكن أن يتعادل تأثير فعل الجر للجريان الخارجي مع تأثير تزايد
 الضغط بحيث لا تنفصم الطبقة الحدية . أما إذا كان ميل منحنى توزيع الضغط
 حاداً فإن ذلك يساعد جداً على حدوث الانفصام . كذلك تساعد عمليات المزج
 والانتقال المستمر جزيئات السائل في الطبقة الحدية المضطربة لكي تقاوم تأثير
 تزايد الضغط لمسافة أطول في اتجاه الجريان بالمقارنة مع جزيئات الطبقة الحدية
 الصفائحية . وفي كل الحالات تبقى ظاهرة انفصام الطبقة الحدية ، لارتباط نشوئها
 دائماً بزيادة الفراقد والمقاومة ، إحدى المسائل العملية الهامة جداً المطروحة على
 نظرية الطبقة الحدية ، التي أسهمت ، حتى الآن ، اسهاماً بارزاً في تحديد العوامل
 المؤثرة على هذه الظاهرة ، واستنتاج الاجراءات العملية التي تقود الى تجنب
 نشوئها أو تخفيف تأثيراتها الضارة . وسنعالج أهم هذه الاجراءات في فقرة
 مستقلة لاحقة (راجع { ٢.٢٤ }) .

٤.٢٢ منطقات الحلول الدقيقة والتقريبية لمعادلات الطبقة الحدية

الحلول الدقيقة لمعادلات الطبقة الحدية تنتج من إجراء تكامل مغلق لتكامل معادلات الطبقة الحدية ، بدون إهمال أي من حدودها ، حيث يمكن إجراء التكامل بطريقة تحليلية Analytical أو عددية Numerical .

بالمقابل تنتج الحلول التقريبية لجريان الطبقة الحدية من المعادلات التكاملية Integral equations التي يشكّل ، في الغالب ، قانون الدفع ومعادلة القدرة أساس اشتقاقها .

١.٤.٢٢ أمثليات إجراء نظام مغلق لمعادلات الطبقة الحدية

بالرغم من أن معادلات الطبقة الحدية ، كمعادلات تفاضلية من طراز قطع مكافئ Parabolic type ، تمتاز بالمقارنة مع معادلات نافير - ستوكس ، كمعادلات تفاضلية من طراز قطع ناقص Elliptical type بالنسبة لمجاور الاحداثيات ، بتبسيطات كبيرة جداً ، فإن حلولها الرياضية الدقيقة تقترب بصعوبات كبيرة للدرجة أن إيجاد هذه الحلول لا يزال منحصراً بعدد قليل من حالات الجريان البسيطة نسبياً . ويعود السبب إلى أن هذه المعادلات تبقى في الغالب ذات صفة غير خطية ، وبالتالي يستلزم حلها عادة إرجاعها إلى تعابير بشكل سائلة أو استخدام الطرق العددية .

لإجراء تكامل معادلات الطبقة الحدية المستوية (22.25) و (22.26) في حالة الجريان غير المستقر ، أو (22.28) و (22.29) في حالة الجريان المستقر ، يستخدم في الغالب تابع ثيار (x, y, t) ، بحقق معادلة الاستمرار بالتطابق ، وتنتج بدلالته من كتبنا السرعة من العلاقاتين (راجع [154] ص ١٣٣) :

$$u = \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \quad ; \quad v = -\frac{\partial \psi^*}{\partial x} \quad (22.35).$$

ندخل هاتين العلاقتين في (22.25) فتصبح :

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y \partial t} + \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} \quad (22.36).$$

هذه معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثالثة بالنسبة للمجهول $\psi^*(x, y, t)$ ، ويشترط حلها ، من جهة ، تحقيق الشروط الحدية الناتجة عن شرط الالتصاق على الجدار :

$$u = v = 0 \Rightarrow (\partial \psi^* / \partial y)_{y=0} = (\partial \psi^* / \partial x)_{y=0} = 0 \quad (22.37).$$

ومن جهة ثانية يجب وفقاً لشروط البدء أن يكون توزيع السرعة $u = \partial \psi^* / \partial y$ عند $t = 0$ معلوماً في كامل حقل الجريان . إضافة لذلك يجب الأخذ بالاعتبار أن السرعة u تسعى عند حدود الطبقة الحدية إلى سرعة الجريان الكهوفي $u(\delta) = U$.

في حالة الجريان المستقر يصبح $\psi^* = f(x, y)$ وتأخذ (22.36) الصيغة :

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} \quad (22.38).$$

فإذا قارنا هذه المعادلة مع المعادلة (21.9) ، التي نتجت من معادلات نافير - ستوكس الكاملة ، نستنتج أن التبسيطات المرتبطة بمفهوم الطبقة الحدية قد خفضت مرتبة المعادلة التفاضلية من الدرجة الرابعة إلى الدرجة الثالثة .

إن إمكانيات إجراء تكامل مغلق لمعادلات الطبقة الحدية تنتج من بعض الخصائص العامة لهذه المعادلات ، ومن نوع المسألة المطروحة (راجع التفاصيل في [28 a]) . إحدى هذه الإمكانيات ترتبط بالسؤال عن العلاقة بين تطور الطبقة الحدية على جدار جسم شكله معلوم

مع عدد رينولدز ، معلومة الجريان الكروي حول هذا الجسم يمكن كتابة معادلات الطبقة الحدية بصيغة لا بعدية لتصل متباين مركبي السرعة اللاحدين: u/U_∞ و $(y/L)^{1/2} Re$ ، لا يتعلقان بعدد رينولدز $Re = U_\infty L/\nu$ ، حيث L الطول المميز للجسم ، U_∞ السرعة غير المشوشة . على أساس قانون رينولدز التشابهي هذا يمكن بالنسبة الجسم معلوم الشكل أن تحسب الطبقة الحدية مرة واحدة فقط بالنسبة القيمة معينة لعدد رينولدز ، فيتمدد من ذلك تطور الطبقة الحدية بالنسبة لأية قيمة أخرى Re يبقى عندها الجريان صفائياً ، ذلك أن تغير قيمة Re يؤدي فقط للتدوير الشابي لبروفيل السرعة اللاحدية ، بحيث نتج أن تضرب الاحداثي الناطقي على الجدار والسرعة العرضية بـ $(Re)^{-1/2}$ ، والمهم أيضاً أن مواقع نقطة الانقسام لا تتعلق بعدد رينولدز .

لمعالجة ما يسمى مسائل متابعة Continuation حساب تطور الطبقة الحدية على جدار جسم معلوم الشكل ، التي تكون فيها الطبقة الحدية على موقع معين x من الجدار معطاة ، تستخدم طريقة عددية لحل معادلات الطبقة الحدية تتطابق من نشر تابع بروفيل السرعة في الموقع x المعطى ، كسلسلة أسية من الشكل :

$$u(x,y) = a_1 y + \frac{a_2}{2!} y^2 + \frac{a_3}{3!} y^3 + \dots + \frac{a_n}{n!} y^n \quad (22.39)$$

حيث المعاملات a_n تمثل توابع للاحداثي x : $a_n = f(x)$. وقد تبين أن عدداً من هذه المعاملات ، تحديداً المعاملات : $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ ، يمكن اختيارها اعتباطياً ، بينما يرتبط باقي المعاملات مع هذه عبر مسا تسمى شروط الملازمة على الجدار Compatibility Conditions at wall . وغنى العلاقات (22.32) و (22.33) نموذجين لهذه الشروط الجدارية بالنسبة للمعاملين a_2 و a_3 ، حيث ينتج من الأولى أن $a_2 = dp/dx$ ، ومن الثانية $a_3 = 0$. أما العلاقات الجدارية الباقية فيجب تحديدها بدقة كافية لكي تكون متابعة حساب تطور الطبقة الحدية ممكنة ، والنتائج مقبولة عملياً .

بالنسبة لعدد من الجريانات العملية الهامة يكون توزيع السرعة للجريانات الكروي حول جسم شكله معلوم معطى بالعلاقة : $U(x) = \text{const.} x^n$ ، أي أن السرعة المثالية تتناسب مع الاحداثي الطولي x المرفوع لاس معين ،

والمحسوب اعتباراً من نقطة الركود الامامية للجسم . فإذا تحقق هذا الشرط تكون بروفيلات السرعة في الطبقة الحدودية متشابهة ، ويمكن أن تصبح متطابقة affine بالنسبة للمواقع x كافة ، المحسوبة اعتباراً من نقطة الركود الامامية ، إذا استخدمت معاملات مقياس Scale factor مناسبة لجعل مركبتي السرعة u و v لابعديتين ، أو لجعل الاحداثي الناطقي y لا بعدياً . كعامل مقياس للسرعة $u(x)$ تؤخذ السرعة المثالية $U(x)$ عادة ، حيث تتغير عندئذ باتجاه y المركبة الطولية اللابعدية للسرعة في كل موقع x من الصفر الى الواحد . وكعامل مقياس للاحداثي y يفضل اختيار معامل مقياس $g(x)$ يتناسب مع سماكة الطبقة الحدودية الموضعية . عندئذ يقضي مطلب التشابه ، أن تحقق مركبة السرعة الطولية في موقعين اختياريين x_1 و x_2 العلاقة التالية :

$$\frac{u [x_1, y/g(x_1)]}{U(x_1)} = \frac{u [x_2, y/g(x_2)]}{U(x_2)} \quad (22.40).$$

إن طريقة الحلول « المتشابهة » « Similar » solutions لمعادلات الطبقة الحدودية تسمح بتحويل المعادلة التفاضلية الجزئية (22.36) أو (22.38) إلى معادلة تفاضلية عادية . فإذا قصرنا البحث على الجريان المستقر واستبدلنا في (22.38) $U \frac{dU}{dx}$ بـ $-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$ حسب (22.24) نجد :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} \quad (22.41).$$

يمكن البرهان بشكل عام (راجع [28 a] [29]) أن هذه المعادلة التفاضلية الجزئية تتحول إلى عادية بواسطة اختيار معاملات مقياس مناسبة . غير أن المعادلة التفاضلية العادية التي نحصل عليها تبقى معقدة رياضياً بحيث لا يمكن حلها في الحالة العامة بشكل مغلق . وتستخدم حلها في الغالب طريقة النشر

كاملة . وقد أمكن بمساعدة هذه الطريقة حل عدد من مسائل الجريان
نذكر منها : الجريان على طول صفيحة مستوية رقيقة ، الجريان المستوي على
جدار عرضي على اتجاه الجريان والمسمى الجريان الركوندي المستوي ، الجريان
المستوي حول جسم مخروطي أسطواني ، والجريان المستوي في قناة منضبة
(نقاصة) . وستطبق هذه الطريقة ، في فقرة لاحقة ، لحساب الطبقة الحدية
الصفيحية على طول صفيحة مستوية (راجع [١.١.٢٣]) .

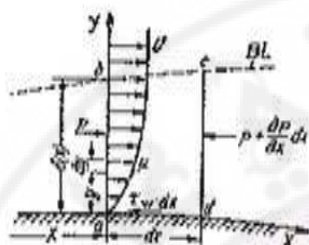
يتضح مما تقدم أن الحلول الدقيقة لمعادلات الطبقة الحدية تنحصر ، من
جهة ، بمجالات جريان محدودة جداً ، وتطلب ، من جهة أخرى ، جهداً رياضياً
كبيراً ، لا تبرره غالباً المتطلبات العملية . ولهذا فإن غالبية الطوق العملية
لحساب الطبقة الحدية ، إن لم نقل كلها ، هي طرق تقريبية تتركز في جوهرها
على فكرة أساسية مفادها الاكتفاء بتحقيق معادلات الطبقة الحدية وسعياً
بالنسبة لتكامل سماكتها δ ، بدلاً من تحقيقها بالنسبة لكل طبقة منها موازية
لجدار الجسم . هذه الفكرة الأساسية تكمن في ما يسمى المعادلات التكاملية
لنظرية الطبقة الحدية ، التي تنتج من قانون الدفع أو معادلة القدرة ، والتي
سنقوم باستقائها في الفقرة اللاحقة .

٢.٤.٢٢ المعادلات التفاضلية لنظرية الطبقة الحدية

١.٣.٤.٢٢ اشتقاق قانون الدفع لنظرية الطبقة الحدية

نفرض أن الجريان مستقر ومستوي وغير قابل للانضغاط ، ولتكن
 $\delta(x)$ سماكة الطبقة الحدية المتغيرة كتابع للاحداثي الطولي x المنطبق
على جدار الجسم . نحيط ، كما في الشكل (١٦.٢٢) ، عنصراً طولياً dx للطبقة
الحدية ، محصوراً بين مقطعين عرضيين عند x و $x + dx$ ، بسطح تحكم

CS $\equiv$ abcd ، ونطبق عليه قانون الدفع الخطي للجريانات المستقرة (راجع [154] ص ٣٢٥ وما بعد) في اتجاه x ، وبجيب هذا القانون فإن محصلة تيارات الدفع الخارجة من CS والداخلية اليه تساوي الى محصلة القوى الخارجية



المؤثرة على كتلة السائل داخل سطح التحكم في نفس الاتجاه ، حيث يعتبر تيار الدفع الداخل سالبا والخارج موجبا . فإذا اعتبرنا حجم العنصر مساويا لوحدة الطول ، ولاحتلنا أن القوى الخارجية تنحصر هنا بقوى الاحتكاك الناتجة عن اجهاد القص على الجدار τ_w ، وبقي

الشكل ٢٢ ١٦ : اشتقاق قانون الدفع لنظرية الطبقة الحدية التي يحددها BL ، الضغط ، الذي نفرضه ثابتا على المقطع العرضي عبر الطبقة الحدية ، فإن قانون الدفع للطبقة الحدية يأخذ الصيغة التالية :

$$\rho \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{y=0}^{y=\delta} u^2 dy \right] - \rho U \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_{y=0}^{y=\delta} u dy \right] dx = - \frac{dp}{dx} \delta - \tau_w \quad (22.42).$$

على الطرف اليسر يمثل الحد الاول الفرق بين تيار الدفع الخارج من δc والداخل إلى $a b$ ، ويمثل الحد الثاني تيار الدفع الداخل عبر $b c$ بسرعة U ، لأن شرط الاستمرار يقضي أن يدخل إلى سطح التحكم عبر حدود الطبقة الحدية $b c$ تيار إجمالي يساوي الفرق بين التيار الإجمالي الخارج من $d c$ والداخل إلى $a b$.

لقد اشتق العلاقة (22.42) فون كارمن عام 1921 ، ولذلك تسمى أحيانا معادلة فون كارمن التكاملية للطبقة الحدية . وطالما لم نحدد ماعية اجهاد القص الجداري τ_w ، تنطبق (22.42) على الجريانات الصفائحية والمضطربة ،

ويكون في حالة الجريان الصفائحي $w = (du/dy)_{y=0}$ وفقاً لقانون ليونين الاحتكاك .
 باختبار علاقة تقريبية لتوزيع السرعة في الطبقة الحدية δ ، بصيغة سلسلة
 أسية كما فعل بوهاوزن مثلاً ، تحقق الشروط الحدية كافة ، يمكن بسهولة عندئذ
 متكاملة العلاقة (22.42) ، وحساب توزيع سماكة الطبقة الحدية $\delta = \delta(x)$ على
 طول الجدار . وقد تبين أن الأهم بالنسبة للحسابات العملية معرفة توزيع القيم
 المميزة الأخرى للطبقة الحدية ، مثل سماكة الانزياح δ^* أو سماكة خسارة تيار
 الدفع δ_e ، (راجع { ٢.٢٢ }) ومن هذا المنطلق اشتق جروسشفلس
 H. Gruschwitz عام 1931 (راجع { 28u }) صيغة عملية لقانون الدفع
 للطبقة الحدية المستوية وغير القابلة للانضغاط ، سنوضحها فيما يلي .

نكامل معادلة براندل الحركية للطبقة الحدية (22.28) مع مراعاة (22.24)
 في الحدود ما بين $y = 0$ (على الجدار) و $y = h$ ، حيث $h > \delta$ بالنسبة لكافة
 المقاطع على الجدار ، فنجد :

$$\int_{y=0}^{y=h} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy = - \frac{r_w}{\rho} \quad (22.43).$$

نعرض بموجب معادلة الاستمرار (22.29) السرعة العرضية بـ $v = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy$
 فتصبح (22.43) :

$$\int_{y=0}^{y=h} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy - U \frac{\partial U}{\partial x} \right] dy = - \frac{r_w}{\rho} \quad (22.44).$$

نصلح الحد الثاني من الطرف الأيسر بتطبيق التكامل الجزئي فيصبح :

$$\int_{y=0}^{y=h} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) dy = U \int_0^h \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dy .$$

ونأخذ بذلك (22.44) الصيغة :

$$\int_{y=0}^{y=h} \left[2u \frac{\partial u}{\partial x} - U \frac{\partial u}{\partial x} - U \frac{\partial U}{\partial x} \right] dy = - \frac{\tau_w}{\rho} ,$$

التي تصبح بعد اصلاح بسيط من الشكل :

$$\int_{y=0}^{y=h} \frac{d}{dx} [u(U-u)] dy + \frac{dU}{dx} \int_{y=0}^{y=h} (U-u) dy = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (22.45).$$

هذه الصيغة تنتج أيضاً من (22.42) بعد إصلاح بسيط ومراعاة (22.24) .
وبما أن التكاملين في هذه العلاقة ينعدمان من أجل $y \geq h$ ، لأن $u(h) = U$ ،
لذلك يمكن أن نجعل الحد الأعلى للتكامل ∞ . فإذا أدخلنا سماكة الانزياح δ_1
بحسب (22.6) بالصيغة :

$$\delta_1 \cdot U = \int_{y=0}^{\infty} (U-u) dy ,$$

وسمكة خسارة تيار الدفع δ_2 بحسب (22.11) بالصيغة :

$$\delta_2 \cdot U^2 = \int_{y=0}^{\infty} u(U-u) dy .$$

وراعينا أنه في العلاقة (22.45) يمكن مبادلة الاشتقاق بحسب x بالتكامل بحسب y ، لأن الحد الأعلى للتكامل h لا يتعلق بـ x ، فإن (22.45) تأخذ الصيغة
العملية التالية :

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{d}{dx} (U^2 \delta_2) + \delta_1 U \frac{dU}{dx} \quad (22.46) .$$

المعروفة باسم قانون الدفع للطبقة الحدية المستوية وغير القابلة للانضغاط ، الذي ينطبق على الجريانات الصفائحية والمضطربة مع إدخال قيمة إجهاد القص على الجدار τ_w وفقاً لطبيعة الجريان . ولهذا يشكل هذا القانون الأساس لعدد من الطرق التحليلية لحساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة .

٢٢. ٢. ٤. ٢ استنفاف قانون الفقرة لنظرية الطبقة الحدية

إن السعي الحثيث لتطوير طرق تدريبية لحساب الطبقة الحدية ، تعطي نتائج أكثر دقة ، خاصة بالنسبة لدراسة ظاهرة انفصال الطبقة الحدية وتحديد نقطة الانفصال ، دفع فينجهارد K. Wieghard عام 1948 لاستنتاج قانون القدرة للطبقة الحدية ، منطلقاً من فكرة رئيسية مفادها أن الحسارة في القدرة الميكانيكية للجريان في الطبقة الحدية بالمقارنة مع الجريان المثالي ، يجب أن تتساوى مع القدرة المتبددة ، التي تحولت إلى حرارة نتيجة الاحتكاك .

نفرض ، كما في الفقرة السابقة ، أن الجريان مستو ، مستقر وغير قابل للانضغاط ، وإضافة لذلك نفرض أن الطبقة الحدية صفائحية . نطلق من معادلة براندل (22.28) بعد استبدال dp/dx بحسب (22.24) وخرب طرفيها بـ u فتصبح :

$$u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + u v \frac{\partial u}{\partial y} - u U \frac{dU}{dx} = \nu u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (22.47)$$

مع مراعاة الشروط الحدية (22.30) . نعوض السرعة العرضية v بقيمتها الناتجة عن متكاملة معادلة الاستمرار (22.29) بالنسبة لـ y ، ونكامل (22.47) في الحدود بين $y = 0$ و $y = \delta$ فنجد :

$$\int_{y=0}^{y=\delta} \left[u^2 \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy - u U \frac{dU}{dx} \right] dy = \nu \int_{y=0}^{y=\delta} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dy \quad (22.48)$$

نصلح الحدود التكاملية في هذه العلاقة : إن تكامل الحد الأول في الطرف الأيسر يكتب بالصيغة :

$$\int_0^b u^2 \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{1}{3} \int_0^b \frac{\partial (u^3)}{\partial x} dy$$

ويصبح الحد الثاني بعد تطبيق التكامل الجزئي من الشكل :

$$\begin{aligned} \int_0^b \left[u \frac{\partial u}{\partial y} \left(\int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \right] dy &= \frac{1}{2} \int_0^b \left[\frac{\partial (u^2)}{\partial y} \left(\int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \right] dy = \\ &= \frac{1}{2} \left[u^2 \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^y u^2 \frac{\partial u}{\partial x} dy \right]_0^b = \frac{1}{2} u^2 \int_0^b \frac{\partial u}{\partial x} dy - \frac{1}{6} \int_0^b \frac{\partial (u^3)}{\partial x} dy \end{aligned}$$

ويأخذ الحد الثالث ، بتطبيق التكامل الجزئي أيضاً ، الصيغة :

$$\int_0^b u U \frac{dU}{dx} dy = \frac{1}{2} \int_0^b u \frac{d(U^2)}{dx} dy = \frac{1}{2} \int_0^b \frac{\partial (u U^2)}{\partial x} dy - \frac{1}{2} U^2 \int_0^b \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

نطبق أخيراً التكامل الجزئي على الطرف الأيمن للعلاقة (22.48) فنجد :

$$\nu \int_0^b u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = \nu \left[\left(u \frac{\partial u}{\partial y} \right)_0^b - \int_0^b \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy \right] = - \nu \int_0^b \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy$$

لأن الحد $\left(u \frac{\partial u}{\partial y} \right)_0^b$ ينعدم بسبب أن $u=0$ عندما $y=0$ و $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ من أجل $y=b$ ، حيث $u=b$.

بإستخدام التكاملات السابقة ، التي يجب أن نجري جميعها في الموضع x ،
 وبإدخال اللزوجة التحريكية $\mu = \eta \rho$ نحصل من (22.48) على قانون القدرة
 التكاملية لنظرية الطبقة الحدودية الصفائحية بالصيغة :

$$\frac{\rho}{2} \frac{d}{dx} \int_{y=0}^{y=\delta} u (U^2 - u^2) dy = \eta \int_{y=0}^{y=\delta} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy \quad (22.49).$$

وفقاً لتعريف مماكسة الطبقة الحدودية فإن $U^2 - u^2 = 0$ و $\partial u / \partial y = 0$ من أجل $y \geq \delta$. وعليه لا تتغير قيمتا التكاملين في (22.49) إذا جعلنا الحد الأعلى للتكامل $y \rightarrow \infty$. مراعاة ذلك ، وإدخال مماكسة خسارة القدرة للطبقة الحدودية حسب (22.12) ، فإن (22.49) تأخذ الصيغة العملية التالية :

$$\frac{\rho}{2} \frac{d}{dx} (U^3 \delta_3) = \eta \int_0^{\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy \quad (22.50).$$

الطرف الايسر لهذه العلاقة يمثل خسارة القدرة الميكانيكية (القدرة الحركية
 وقدرة الضغط) في الطبقة الحدودية بالنسبة لراحدة الزمن ولواحدة طول الاحداثي
 الطولي x ، بينما يمثل الطرف الايمن القدرة المتبددة Dissipation ، التي تتحول
 لحرارة بسبب قوى الاحتكاك .

في حالة الطبقة الحدودية المضطربة يأخذ قانون القدرة حسب [28] صيغة
 مختلفة قليلاً من الشكل :

$$\frac{d}{dx} (U^3 \delta_3) = 2 \int_{y=0}^{\infty} \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} dy \quad (22.51)$$

لقد طورت على أساس قانون القدرة ، وغالباً بالارتباط مع قانون الدفع الطبقة الحدية ، عدة طرق تقريبية لحساب الطبقة الحدية ، الصفائحية والمضطربة ، المستوية والمتناظرة دورانياً ، تعطي نتائج عملية مقبولة جداً . وسنعالج في الفترة اللاحقة بعضاً من هذه الطرق .

٢٣ . طرق حساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة

لقد أوضحنا في الفقرة { ٢٢ . ٤ } المطلقات الأساسية المحلول الدقيقة والتقريبية لمعادلات الطبقة الحدية المستوية . وقد طورت بناء على هذه المطلقات طرق متعددة عملية لحساب الطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة ، لا يتسع المجال هنا لذكرها كلها ، ناهيك عن معالجتها حتى باختصار شديد . ونقتصر لهذه الغاية بالعودة الى المصادر المختصة ، مثلاً { 28 a } ، { 156 } .

في الطبقة الحدية الصفائحية المتكونة تماماً تخضع عمليات الجريان لتأثير اللزوجة والعتالة ، وبالتالي يسود فيها وضوح كامل خوطها . ولهذا كان ممكناً تطوير طرق دقيقة لحساب الطبقة الحدية الصفائحية لبعض حالات الجريان ، وسنوضح لاحقاً أهم مثال الجريان على طول صفيحة مستوية إحدى هذه الطرق الدقيقة بنية مقارنة نتائجها مع إحدى الطرق التقريبية .

إن الجريان في الطبقة الحدية المضطربة المتكونة تماماً يتمتع بنفس الصفات المميزة للجريان المضطرب في الأنابيب ، وبالتالي فإن عمليات الجريان لا تخضع لتأثير اللزوجة والعتالة فقط ، وإنما تتأثر أيضاً بالاجهادات الاعصابية الإضافية التي تولدها لهذه ذات السرعة الناتجة عن حركة المزج الدائمة والانتماق باللزوجة ، مما يحدد جداً دراسة الطبقة الحدية المضطربة ويجعل الامر ، حتى الآن ، مستبعداً لتطوير طريقة دقيقة لحسابها . لهذا فان الطرق العملية لحساب الطبقة الحدية المضطربة المعروفة حتى اليوم كلها طرق تقريبية تعتمد على المعادلات التكاملية للطبقة الحدية : قانون الدفع وقانون القدرة . وسنوضح في فقرة لاحقة إحدى هذه الطرق .

١.٢٣ حساب الطبقة الحدية الصفائح المنكسرة تماماً

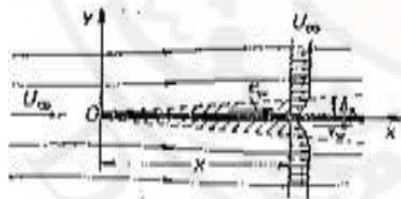
١.١.٢٣ الحساب الدقيق للطبقة الحدية بدون تدرج ضغط -

الجريان على طول صفيحة مستوية (طريقة بولانيوس)

لقد أثرنا فيما سبق أن الحلول الدقيقة لمعادلات الطبقة الحدية تنحصر بأربعة بسيطة وقليلة جداً ، تعتمد في الغالب على فكرة الحلول المتشابهة لبروفيلات السرعة . ويعتبر الجريان على طول صفيحة مستوية رقيقة جداً من أبسط تلك الأمثلة لحساب الطبقة الحدية الدقيق ، إلى جانب أنه المثال الكلاسيكي الأول ، الذي برهن بولانيوس على أساسه عام 1908 صحة نظرية الطبقة الحدية لبواندل . لذلك فإننا سنعالج هذا المثال بالتفصيل بهدف التعرف على الخطوات الرئيسية لطريقة الحلول « المتشابهة » ، من جهة ، ولتبيان الأهمية الخاصة للنتائج المستخلصة من الحل بالنسبة لتطبيقات نظرية الطبقة الحدية العملية ، من جهة أخرى .

(٦) حساب توزيع السرعة :

يبين الشكل (١.٢٣) الجريان الانسيابي الصفائحي على طرفي صفيحة رقيقة مستوية وطويلة جداً . نختار مجموعة إحداثيات بحيث ينطبق المحور x



الشكل ١.٢٣ : حساب الطبقة الحدية لصفائح مستوية رقيقة في جريان انسيابي .

على الصفيحة الموازية للسرعة غير المشوشة (١) ، بينما يتعامد المحور y مع مستوى الصفيحة ، وينطبق مركز الإحداثيات (١) على الحافة الأمامية للصفيحة . إن

سرعة الجريان المثالي في هذه الحالة تكون ثابتة ، $U = U_\infty = \text{const}$ ، وبالتالي فإن تدرج الضغط باتجاه الجريان معدوم ، $dp/dx \equiv 0$.

على طرفي الصفيحة تنشكّل طبقة حدية تتزايد سماكتها $\delta(x) = \delta_x$ باضطراب بدءاً من نقطة الركود الامامية في $x = 0$ ، حيث $\delta = 0$. وبما أن الجبهة لا ذلك طولاً مميّزاً ، فمن المعقول جداً الافتراض أن بروفيلات السرعة في الطبقة الحدية عند مسافات مختلفة x من الحافة الامامية تكون متشابهة ، كما يبين ذلك الشكل (١.٢٢) ، وبالتالي تطرح نفسها بنفسها بطريقة الحلول « المتشابهة » .

ننتقل من المعادلة (22.41) ، التي تصبح -بسبب $dU/dx = 0$ من الشكل :

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \quad (23.1)$$

مع وجوب مراعاة الشروط الحدية الناتجة عن شرط الالتصاق :

$$\left. \begin{aligned} y = 0 &\Rightarrow u = \partial \psi / \partial y = 0 ; v = -\partial \psi / \partial x = 0 \\ y = \delta(x) &\Rightarrow u = U_\infty \end{aligned} \right\} \quad (23.2)$$

نختار كمعامل مقياس للاحداثي العرضي y ، وبما أن $\delta(x) \sim \sqrt{\nu x / U_\infty}$ حسب (22.1) ، فإن الاحداثي العرضي اللابعدي ، المعبر عن البعد الناظمي عن الجدار ، يصبح :

$$\eta \sim \frac{y}{\delta} \sim y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (23.3)$$

نعتبر η متحولاً لتابع $f(\eta)$ يمثل تابع التيار اللابعدي بموجب العلاقة :

$$f = f(\eta) \sim \frac{\psi}{\sqrt{\nu x U_\infty}} \quad (23.4)$$

بذلك نكون في الواقع قد حولنا مجموعة المعادلتين التفاضليتين الجزئيتين لادبقة الحدية (22.28) و (22.29) في حالة صفيحة مستوية إلى معادلة تفاضلية عادية واحدة .

لحساب مركبي السرعة u و v نضع حسب (23.4) تابع التيار :

$$\Psi'(x, y) = \sqrt{v x U_{\infty}} \cdot f(\eta) \quad (23.5)$$

وتصبح بالتالي حسب (22.35) :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{d f(\eta)}{d \eta} \cdot \sqrt{v x U_{\infty}} \cdot \sqrt{\frac{U_{\infty}}{v x}} = U_{\infty} \cdot f'(\eta) \quad (23.6)$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\left[\frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \sqrt{v x U_{\infty}} + \frac{f(\eta)}{2} \sqrt{\frac{v U_{\infty}}{x}} \right] .$$

ولكن حسب (23.4) فإن :

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{y}{x \sqrt{v x U_{\infty}}} = -\frac{1}{2} \frac{\eta}{x} ,$$

وعليه نجد :

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v U_{\infty}}{x}} \left[\eta \cdot f'(\eta) - f(\eta) \right] \quad (23.7)$$

لتحديد بروفيل السرعة $u(x, y)$ نلزمنا الآن معرفة التابع $f(\eta)$ لذلك نعود للمعادلة التفاضلية الجزئية (23.1) وندخل فيها مشتقات u بموجب (23.5) فنحصل على معادلة تفاضلية عادية غير خطية ومن الدرجة الثالثة بالنسبة لـ $f(\eta)$ بالصيغة :

$$-\frac{U_\infty^2}{2x} \frac{d^3 f}{d\eta^3} \frac{df}{d\eta} \eta + \frac{U_\infty^2}{2x} \left(\eta \frac{df}{d\eta} - f \right) \frac{d^2 f}{d\eta^2} = \frac{U_\infty^2}{x} \frac{d^3 f}{d\eta^3},$$

التي يمكن اختصارها لتصبح من الشكل :

$$2 \frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} - 2 f'' - f f'' = 0 \quad (23.8).$$

ونصبح الشروط لهذه المعادلة التفاضلية مع مراعاة (23.6) و (23.7) :

$$\eta_1 = 0 \Rightarrow f = 0, \quad f' = 0; \quad \eta_1 = \infty \Rightarrow f' = 1 \quad (23.9).$$

إن إيجاد حل مغلق تحليلي للمعادلة التفاضلية (23.8) غير ممكن . لذلك يعتمد حلها إما على طرق عددية بحتة ، أو باستخدام سلسلة مناسبة للتابع f وتحديد ثوابتها من الشروط الحدية . وقد استخدم بلازيوس حلها سلسلة أسية للتابع $f(\eta_1)$ بالنسبة للنقاط القريبة من الجدار ، $\eta_1 \approx 0$ ، إلى جانب استكمال مقارب من أجل النقاط البعيدة جداً عن الجدار $\eta_1 \rightarrow \infty$. ويتوجب أن يعطي كلا الحلان قيمة واحدة للتابع $f(\eta_1)$ في نقاط محددة .

بالنسبة للنقاط القريبة من الجدار نأخذ السلسلة الأسية الصيغة التالية

$$f(\eta_1) = A_0 + A_1 \eta_1 + \frac{A_2}{2!} \eta_1^2 + \frac{A_3}{3!} \eta_1^3 + \dots \quad (23.10),$$

حيث A_n ثوابت عددية . ويصبح بذلك المشتق الأول مثلاً :

$$f'(\eta_1) = A_1 + A_2 \eta_1 + \frac{A_3}{2!} \eta_1^2 + \frac{A_4}{3!} \eta_1^3 + \dots$$

حسب (23.9) ينتج من الشرط الحدي الأول من أجل $\eta_1 = 0$ أن :
 $A_0 = A_1 = 0$. وإذا أدخلنا (23.10) في المعادلة التفاضلية (23.8) نجد

بسهولة أن الثوابت $A_2, A_3, A_4, \dots$ وحدها لا تساوي الصفر ، ويمكن أن نغير عنها بدلالة الثابت A_2 ، بينما بقية الثوابت معدومة . لهذا يفضل من أجل $f(\eta)$ اختيار السلسلة التالية ، بعد وضع $A_2 = \alpha$:

$$f(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \frac{\alpha^{n+1} C_n}{(3n+2)!} \cdot \eta^{3n+2} \quad (23.11).$$

إن قيمة الامثال C_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) نتج من مقارنة (23.11) مع (23.10) . وقد وجد بلازيوس قيم الامثال الخمسة الاولى كالتالي :

$$C_0 = 1 ; C_1 = 1 ; C_2 = 11 ; \\ C_3 = 375 ; C_4 = 27\,897 ; C_5 = 3\,817\,137 .$$

من أجل الحل المقارب Asymptotic solution ، وعلى أساس التقارب التحاقبي ، وجد بلازيوس (انظر [28]) من أجل قيم η الكبيرة ، أي بالنسبة للنقاط البعيدة عن الجدار ، وبعد الخطوة التقريبية الثانية ، العلاقة التالية :

$$f(\eta) \sim \eta + \gamma \int_{\eta}^{\infty} d\eta \int_{\eta}^{\infty} e^{-\frac{1}{4}(\eta-\beta)^2} d\eta \quad (23.12),$$

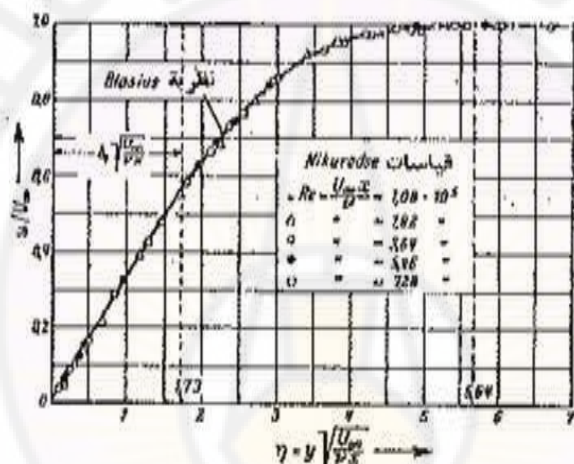
حيث β و γ ثابتا تكامل يتحددان من الشرطين الحديين في (23.2) ، اللذين لم يتحققا بعد .

من أجل نقطة مناسبة ، $\eta_1 = \eta_2$ مثلاً ، ينطبق فيها الحل الناتج عن السلسلة الاسية والحل المقارب يتوجب أن تتطابق قيم f'' ، f' ، f الناتجة من كل من العلاقتين (23.11) و (23.12) . بذلك نتج ثلاث معادلات لتحديد الثوابت الثلاثة الحرة في العلاقتين : α ، β ، γ . وعندئذ تتطابق الكسور التفاضلية

العلية لـ λ الناتجة من السلسلة الأسية والحل المقارب مع بعضها البعض ذاتياً وقد نتجت قيم الثوابت الثلاثة من حسابات بلازيوس العددية كالتالي :

$$\lambda_2 = \alpha = 0.322 ; \beta = 1.73 ; \gamma = 0.231 \quad (23.13).$$

من القيم العددية المحسوبة للتابع $f(\eta)$ بتحدد التابع نفسه ، وبذلك يتحدد حسب (23.6) توزيع السرعة الطولية (بروفيل السرعة) : $u/U_\infty = f'(\eta)$.
وبين الشكل (٢٠٢٣) مقارنة بين توزيع السرعة النظري حسب بلازيوس



الشكل ٢٠٢٣ : مقارنة توزيع السرعة في الطبقة الحدودية الصفائحية لسرعة مستوية المسوي نظرياً حسب بلازيوس مع نتائج قياسات نيكورادسي ، حسب [28] .

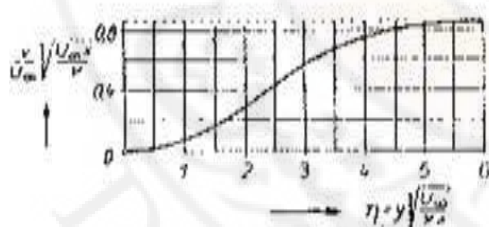
مع نتائج القياسات التي أجراها نيكورادسي ، حيث ثبات السرعة اللاحدية u/U_∞ بدلالة الاحداثي اللاحدي η حسب (23.3) ، وتظهر المقارنة التطابق شبه الكامل بين النظرية والتجربة . وكما هو واضح من الشكل فإن بروفيل السرعة للجريان حول صفيحة مستوية ذو الخشاء صغير جداً في جوار الجدار ، بينما

ينحرف بشدة كبيرة في اتجاه خطه المقارب لتصبح $U \rightarrow u$ ، عندما نبتعد عن الجدار مسافة كبيرة نسبياً . على الجدار نفسه توجد نقطة العطف البروفيل السرعة لأن $\partial u / \partial y = 0$ من أجل $y = 0$. ولا يحدث انفصام للطبقة الحدية مطلقاً لأن تدرج الضغط في اتجاه الجريان على طول الصفيحة معدوم ، $dp/dx = 0$ ، وبالتالي لا توجد أية نقطة بسود فيها تزايد ضغط .

لقد قام باحثون عديدون بحل معادلة بلازيوس التفاضلية (23.8) بطرق مختلفة ، مثل طريقة رونجي - كوتا Runge - Kutta - Method (راجع [84] [152]) وغيرها . ويعتبر الحل الذي توصل اليه هوارث Howarth ، عام 1938 من أدق الحلول لتلك المعادلة ، الجدول (١٠.٢٣) .

توزيع السرعة العرضية v ينتج من (23.7) . وبين الشكل (٣.٢٣) تغير v بمتمثيل لا بعدي $\eta = y \sqrt{U_{\infty} / \nu x}$. والجدير بالملاحظة أن السرعة العرضية v لا نستخدم عند حدود الطبقة الحدية ، أي من أجل $\eta \rightarrow \infty$ ، بل تأخذ القيمة :

$$v_{\infty} = v(\eta \rightarrow \infty) = 0,865 U_{\infty} \sqrt{\frac{\nu}{U_{\infty} x}} \quad (23.14).$$



الشكل ٣.٢٣ : توزيع السرعة العرضية في الطبقة الحدية الصفيحة مستوية ، [28] .

هذا يعني وجود جريان عرضي عند حدود الطبقة الحدية ، ناتج عن انزياح السائل قليلاً عن جدار الصفيحة ، بسبب تمسك الطبقة الحدية المتزايد باتجاه الجريان .

الجدول ٢٣ . ١ : القيم العددية للتابع $f(\eta)$ ، واشتقاقه الأول $f'(\eta)$ والثاني $f''(\eta)$ التي حسبها هوارث بالنسبة للتطبيق الحدية على طول صفيحة مستوية ، حسب [28] .

$\eta = y \sqrt{\frac{U_{\infty}}{\nu x}}$	$f(\eta)$	$f' = \frac{u}{U_{\infty}}$	f''
0	0	0	0.33206
0.2	0.00664	0.08641	0.33199
0.4	0.02856	0.13277	0.33147
0.6	0.06074	0.19894	0.33098
0.8	0.10611	0.26471	0.32739
1.0	0.16567	0.32979	0.32301
1.2	0.23795	0.39378	0.31662
1.4	0.32298	0.45627	0.30787
1.6	0.42032	0.51676	0.29667
1.8	0.52052	0.57477	0.28293
2.0	0.62003	0.62977	0.26875
2.2	0.71120	0.68132	0.24835
2.4	0.82230	0.72899	0.22809
2.6	1.07252	0.77246	0.20046
2.8	1.23099	0.81162	0.18401
3.0	1.39082	0.84605	0.16126
3.2	1.56911	0.87609	0.13913
3.4	1.74690	0.90177	0.11788
3.6	1.92054	0.92333	0.09809
3.8	2.11005	0.94112	0.08013
4.0	2.30570	0.95652	0.06424
4.2	2.49800	0.96988	0.05052
4.4	2.69238	0.97687	0.03897
4.6	2.88820	0.98259	0.02948
4.8	3.08534	0.98779	0.02187
5.0	3.28329	0.99155	0.01591
5.2	3.48189	0.99425	0.01134
5.4	3.68094	0.99616	0.00793
5.6	3.88031	0.99748	0.00543
5.8	4.07990	0.99830	0.00365
6.0	4.27964	0.99898	0.00240
6.2	4.47946	0.99937	0.00155
6.4	4.67938	0.99961	0.00098
6.6	4.87931	0.99977	0.00061
6.8	5.07928	0.99987	0.00037
7.0	5.27926	0.99992	0.00022
7.2	5.47925	0.99996	0.00013
7.4	5.67924	0.99998	0.00007
7.6	5.87924	0.99999	0.00004
7.8	6.07923	1.00000	0.00002
8.0	6.27923	1.00000	0.00001
8.2	6.47923	1.00000	0.00001
8.4	6.67923	1.00000	0.00000
8.6	6.87923	1.00000	0.00000
8.8	7.07923	1.00000	0.00000

ب) حساب مقاومة احتكاك الصفيحة

بمعلمية توزيع السرعة u نستطيع الآن بسهولة حساب مقاومة الاحتكاك $F_w = F_r$ الناتجة عن اجهادات القص τ_w المؤثرة على وجهي الصفيحة ، الشكل (١.٢٣) . فاذا فرضنا b عرض الصفيحة و l طولها تنتج المقاومة الاجمالية :

$$F_w = F_r = 2b \int_{x=0}^{x=l} \tau_w dx \quad (23.15).$$

اجهاد القص الموضعي على الجدار ينتج من قانون نيوتن للاحتكاك باستخدام (23.6) :

$$\tau_w = \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \mu \cdot U_\infty \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_{y=0} =$$

$$= \mu \cdot U_\infty \frac{\partial \eta}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right)_{\eta=0}.$$

مع مراعاة (23.3) ووضع $\alpha = 0.322$ $f''(0) = u$ نحصل

(23.13) او الجدول (١.٢٣) يصبح :

$$\tau_w = \mu \cdot \alpha \cdot U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (23.16).$$

بذلك تصبح مقاومة الاحتكاك حسب (23.15) :

$$F_w = 2b \cdot \mu \cdot \alpha \cdot U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}} \int_0^l x^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$F_w = 1,328 \cdot b \rho \sqrt{U_\infty^3 \nu l} \quad (23.17).$$

ندخل معامل المقاومة اللابدي ، المستخدم غالباً في التطبيقات العملية ،
والمعرّف في حالة الصفيفة هذه بالعلاقة :

$$c_l = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 \cdot 2 b l} \quad (23.18) ,$$

فنجد من (23.17) :

$$c_l = 1,328 \cdot \sqrt{\frac{\nu}{U_\infty l}} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_l}} \quad (23.19) ,$$

حيث $Re_l = U_\infty l / \nu$ عدد رينولدز المحسوب بسرعة ورود الجريان غير
المشوشة وبطول الصفيفة الاجمالي . هذه العلاقة تعرف باسم قانون بلازيوس
لمقاومة الصفيفة في جريان صفائحي ، وبالتالي ينطبق القانون طالما عدد
رينولدز: $Re_l \leq Re_{cr} = 5 \cdot 10^5 - 10^6$. أما في مجال الجريان المضطرب فتزداد
قيمة c_l بشكل ملحوظ ، كما سنبين ذلك لاحقاً (راجع { ٢.٢.٢٣ }) .

الجدير بالملاحظة أن قوة المقاومة حسب (23.17) تتناسب مع $l^{3/2}$ ، بينما
كانت تتناسب مع l في حالة الجريانات الزاحفة (العلاقة (21.17)) . إضافة
لذلك فإن F_w تزايد مع $l^{1/2}$. هذا يعود الى أن إجهاد القص على الجدار τ_w
حسب (23.16) يتناقص كلما ابتعدنا عن حافة الصفيفة الامامية ، وبالتالي فإن
الطبقة الحدية في الجزء الخلفي من الصفيفة ، ذات السماكة الكبيرة نسبياً ، تساهم
بقسط أقل نسبياً من الطبقة الحدية في الجزء الامامي في تكوين مقاومة
الاحتكاك . وينجم عن ذلك أيضاً أن معامل المقاومة c_l حسب (23.19)
يقل كلما زادت قيمة عدد رينولدز .

ج) حساب سماكة الطبقة الحدية والقيم المميزة لها

لقد سبق وأوضحنا (ص ٤٥) أنه لا يمكن تحديد سماكة الطبقة الحدية بدقة لأن المركبة الطولية للسرعة $u(x, y)$ تسمى بشكل مقارب إلى السرعة المثالية للجريان الكعوني خارج حدود الطبقة الحدية ، $u = U_\infty$ ، أي أن التابع $1 \rightarrow f'(\eta)$ بشكل مقارب . فإذا افترضنا ، اعتباطياً تماماً ، أن سماكة الطبقة الحدية $\delta(x)$ في موقع ما x تتحدد عندما تصبح $u/U_\infty \approx 0.99$ ، نجد من الجدول (٢٣ . ١) قيمة η_1 التقريبية المقابلة والبالغة $\eta_1 = y/\delta \approx 5.0$. وعليه تصبح :

$$\delta(x) \approx 5.0 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.20)$$

بالتطابق مع (23.3) . ولكن حسب الشكل (٢٣ . ٢) فإن استبدال الثابت 5.0 بـ 5.64 يعطي قيمة أدق للسماكة δ .

من أجل توزيع سماكة الانزياح $\delta_i(x)$ المعرفة بالعلاقة (22.6) والشكل (٢٣ . ٤) نجد باستخدام توزيع السرعة $f'(\eta) = u/U_\infty$ حسب (23.6) :

$$\begin{aligned} \delta_i &= \int_{y=0}^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty} \right) dy = \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \int_{\eta=0}^{\infty} [1 - f'(\eta)] d\eta = \\ &= \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} [\eta_1 - f(\eta_1)] = \beta \cdot \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \end{aligned}$$

حيث η_1 نقطة خارج الطبقة الحدية ، و β الثابت المتضمن في الحل المقارب (23.12) . فإذا وضعنا $\beta = 1.73$ حسب (23.13) تصبح سماكة الانزياح :

$$\delta_1(x) = 1,73 \cdot \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.21)$$

بالتطابق مع (22.7) . وقد رسم في الشكل (٢.٢٣) البعد عن الجدار $y = \delta_1$ الذي يمثل مسافة انزياح خطوط تيار الجريان الكمو في عن جدار الصفيحة بسبب تأثير الطبقة الحدية .

بنفس الطريقة نستطيع حساب توزيع سماكة خسارة تيار الدفع $\delta_2(x)$ المعرفة بالعلاقة (22.9) والشكل (٧.٢٢) فنجد :

$$\delta_2(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \int_0^\infty (1 - \eta^2) d\eta$$

$$\delta_2(x) = 0,664 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.22)$$

بالتطابق مع (22.10) .

من الجدير بالملاحظة أن النتائج السابقة لحساب الطبقة الحدية لا تنطبق على الجريان في جوار الحافة الامامية للصفيحة ، حيث لا تتحقق فرضية أن $\left| \partial^2 u / \partial y^2 \right| \ll \left| \partial^2 u / \partial x^2 \right|$. ولحساب الجريان في هذه المنطقة يلزم استخدام معادلات نافير - ستوكس كاملة . وعليه لا يمكن استخدام نتائج نظرية الطبقة الحدية إلا بدءاً من قيمة محددة لعدد رينولدز $Re_x = U_\infty x / \nu$. من جهة أخرى يمكن استخدام العلاقة (23.16) لحساب اجهاد القص على جدار قليل الانحناء بصورة تقريبية ، ولكن يتوجب الانتباه في هذه الحالة ان الطبقة الحدية يمكن أن تتعرض للانقسام عندما يسود تزايد ضغط كافٍ لحدوث ذلك (راجع ٢.٣.٢٢) .

٢.١.٢٣ الحساب التقريبي للطبقة الحدية الصفائح على طول صفيحة مستوية

(طريقة بولهاوزن)

إن مثال الصفيحة المستوية ، الذي عالجناه في الفقرة السابقة ، يوضع بجلاء أن الحساب الدقيق للطبقة الحدية في الحالة العامة للجريان حول جسم ما شكله معلوم تعترضه صعوبات رياضية كبيرة جداً لا يمكن حلها بالطرق التحليلية المعروفة . وتتطلب الطرق الحسابية جهداً حسابياً ضخماً لا يمكن قبوله عملياً ، حتى في حالة الجريان المستوي ، خاصة إذا تعلق الأمر بحساب أمثلة متعددة .

لهذه الأسباب دعت المتطلبات العملية الملحة الى تطوير طرق تقريبية لحساب الطبقة الحدية الصفائحية تتنازل بشكوكين رياضي سهل نسبياً وتتطلب من أجل إيجاد القيم المميزة للطبقة الحدية جهداً حسابياً مقبولاً عملياً ، طبعاً على حساب دقة النتائج بالمقارنة مع الطرق التحليلية الدقيقة . وجميع هذه الطرق تنطلق أساساً من المعادلات التكاملية للطبقة الحدية [٢٠٤ ، ٢٧] ، وبالتالي فهي تكتفي بتحقيق المعادلة التفاضلية للطبقة الحدية « وسعياً » عبر سماكة الطبقة الحدية ، وليس بالنسبة لكل جزئية سائلية في الطبقة الحدية .

من الطرق التقريبية العديدة المعروفة لحساب الطبقة الحدية الصفائحية سنختار طريقة بولهاوزن [196] (راجع أيضاً [28 a]) التي تعتمد على قانون الدفع للطبقة الحدية [٢٠٤ ، ٢٠٥ ، ٢٠٦] . وسنوضح الأفكار الرئيسة لهذه الطريقة من خلال المثال البسيط للجريان على طول صفيحة مستوية ، لأن ذلك يتيح مقارنة النتائج التقريبية لقيم الطبقة الحدية مع النتائج الدقيقة للطريقة بلازيوس .

نعتبر الجريان الانسيابي على أحد وجهي الصفيحة المستوية ، ونختار مجموعة الإحداثيات x, y وسطوح التحكم CS كما في الشكل (٦.٢٢) . بسبب أن

تدرج الضغط في هذه الحالة معدوم ، $dp/dx \equiv 0$ ، والسرعة المثالية $U = U_\infty = \text{const}$ ينتج من تطبيق قانون الدفع حسب (22.8) :

$$\tau_w(x) = \rho \frac{d}{dx} \int_{y=0}^{\infty} u (U_\infty - u) dy \quad (23.23) .$$

حيث يتوجب اجراء التكامل عند المقطع x . من جهة أخرى يأخذ قانون الدفع للطبقة الحدودية (22.46) في هذه الحالة الصيغة المبسطة :

$$U_\infty^2 \frac{d\delta_2(x)}{dx} = \frac{\tau_w(x)}{\rho} \quad (23.24) .$$

إن الفكرة الجوهرية لطريقة بوهاوزن التقريبية تتلخص باختيار تعبير مناسب لتوزيع السرعة في الطبقة الحدودية $u(y)$ بشرط أن يحقق أهم الشروط الحدودية لـ $u(y)$ من جهة ، ويتضمن ، من جهة أخرى ، وسيطاً متحولاً (بارامتر) ، مثلاً سماكة الطبقة الحدودية δ ، أو سماكة خسارة تيار الدفع δ^* . ويتم تحديد هذا البارامتر من قانون الدفع (23.23) ، وله تأثير يميز على شكل بروفيل السرعة ، ولذلك يسمى معامل الشكل Shape parameter .

بالنسبة لحساب الطبقة الحدودية الصفاحية في الحالة العامة أختار بوهاوزن لتوزيع السرعة التعبير التالي :

$$u/U = f(\eta) = a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3 + a_4 \eta^4 \quad (23.25) .$$

حيث $\eta = y/\delta$ و a_i ثوابت عددية حرة تتحدد من الشروط الحدودية التالية :

$$\left. \begin{aligned} y=0 \Rightarrow u=0 ; \quad \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -U \frac{dU}{dx} \\ y=\delta \Rightarrow u=U ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 ; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23.26)$$

لأن التابع $f(\eta)$ يحقق شرط الالتصاق من نفسه . وواضح أن الشرط الحدي الثاني له أهمية خاصة من حيث أنه يحدد انحناء بروفيل السرعة في الجوار المباشر للجدار ، ويضمن عدم وجود نقطة انعطاف لهذا البروفايل في حالة تناقص الضغط ، ووجود نقطة انعطاف في حالة تزايد الضغط (راجع { ٢.٣.٢٢ }) .
كعامل شكل لبروفيلات السرعة اختار بولهاوزن التعبير اللابعدي التالي :

$$\Lambda = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dU}{dx} = - \frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\rho \nu U / \delta} \quad (23.27) ,$$

الذي يمثل فيزيائياً نسبة قوى الضغط الى قوى الاحتكاك . ولكن من الأفضل اختيار قيمة مميزة محددة فيزيائياً في علاقة Λ ، مثل سماكة خسارة تيار الدفع δ بدلاً من السماكة δ ، التي يصعب تحديدها بدقة . وهذا ما قام به فعلاً هولشتاين و بولن Holstein & Bohlen ، اللذان طوروا في وقت لاحق طريقة بولهاوزن .

بعد تحديد الثوابت η من الشروط الحدية نحصل على جزمة من بروفيلات السرعة تخضع للتابع :

$$u/U = f(\eta, \Lambda) \quad (23.28) ,$$

التي يتحدد شكلها حسب قيمة معامل الشكل Λ كوسيط منحول تتغير قيمته في المجال $12 \leq \Lambda \leq 12$. ويحدث انفصام الطاقة الحدية من أجل :

$$\Lambda = -12 \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \Rightarrow \Lambda = -12 \quad (23.29) .$$

بيناً يصبح من أجل $\Lambda > 12$ شرط وجود الطبقة الحدودية غير محقق . ونحصل على بروفيل السرعة في نقطة الركود من أجل $\Lambda = 7.052$.

بالنسبة لمثال الصفيحة المستوية يمكن الاستفادة من « تشابه » بروفيلات السرعة ، وتصبح (23.28) على هذا الأساس بعد وضع $U = U_\infty$ بالصيغة :

$$u / U_\infty = f(\eta) = f(y/\delta) \quad (23.30) ,$$

حيث $f(\eta)$ بموجب (23.25) ، ولكن الشروط الحدودية (23.26) تصبح الآن بسبب $dp/dx = 0$ ، من الشكل :

$$\left. \begin{aligned} y=0 \Rightarrow u=0 ; \partial^2 u / \partial y^2 &= 0 \\ y=\delta \Rightarrow u=U_\infty ; \partial u / \partial y &= 0 ; \partial^2 u / \partial y^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23.31) ,$$

وتحدد على أساسها الثوابت a_n كالتالي :

$$a_1 = 2 ; \quad a_2 = 0 ; \quad a_3 = -2 ; \quad a_4 = 1 \quad (23.32) .$$

وعليه يصبح التابع $f(\eta)$ بحسب (23.25) من الصيغة :

$$u / U_\infty = f(\eta) = \eta - 2\eta^3 + \eta^4 \quad (23.33) ,$$

وبذلك نستطيع الآن حساب سماكة الطبقة الحدودية وفيهما المميزة .

نحسب التكامل في (23.23) فنجد مع مراعاة (23.30) و (22.8) :

$$\begin{aligned} U_\infty \delta_2(x) &= \int_{y=0}^{\delta} u (U_\infty - u) dy = U_\infty^2 \delta(x) \int_0^1 f(\eta) (1 - f(\eta)) d\eta = \\ &= U_\infty^2 \delta(x) \cdot \alpha_1 \quad (23.34) , \end{aligned}$$

حيث α ثابت عددي يمثل معامل التناسب بين سماكة الطبقة الحدية δ وسماكة خسارة تيار الدفع δ_2 :

$$\delta_2 = \alpha_1 \cdot \delta \quad (23.35)$$

من جهة أخرى فإن لإجهاد القص الصفائحي على الجدار يبلغ :

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} = \frac{\nu U_\infty}{\delta} \left(\frac{df}{d\eta} \right)_{\eta=0} = \beta_1 \cdot \frac{\nu U_\infty}{\delta} \quad (23.36)$$

حيث $\beta_1 = f'(0)$ ثابت عددي أيضاً . ندخل (23.36) في (23.24) مع مراعاة (23.35) فنجد بعد إصلاح بسيط :

$$\delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{\nu}{U_\infty}$$

بكاملة هذه العلاقة مع مراعاة أن $\delta = 0$ عند $x = 0$ نحصل على توزيع سماكة الطبقة الحدية :

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{2\beta_1}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.37)$$

ونحصل بذلك أيضاً على توزيع سماكة خسارة تيار الدفع حسب (23.35) :

$$\delta_2(x) = \sqrt{\frac{2\alpha_1 \beta_1}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.38)$$

سماكة الانزياح δ_1 تتحدد من (22.6) بالصيغة :

$$\delta_1(x) = \int_{y=0}^{\delta} \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy = \delta \int_0^1 (1 - f) d\eta = \alpha_2 \cdot \delta \quad (23.39)$$

حيث α_2 معامل تناسب عددي آخر ، وتصبع بادخال (23.37) :

$$\delta_1(x) = \alpha_2 \cdot \sqrt{\frac{2\beta_1}{\alpha_1}} \cdot \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \quad (23.40)$$

أخيراً تنتج مقاومة الاحتكاك الاجمالية للصفحة المبلاة من طرفيها وذات العرض h والطول l مع مراعاة (23.36) و (23.37) وإجراء حساب بسيط :

$$F_w = 2b \int_{x=0}^{x=l} \tau_w dx = 2b\rho \sqrt{2\alpha_1\beta_1} \sqrt{\nu l U_\infty^3} \quad (23.41)$$

إن قيمة الثوابت العددية α_1 ، α_2 ، β_1 ، كما هي معرفة أعلاه ، تنتج بسهولة بمساعدة التابع $\{ \eta \}$ حسب (23.33) كالآتي :

$$\alpha_1 = 37/315 ; \alpha_2 = 0,3 ; \beta_1 = 2 \quad (23.42)$$

بذلك تصبح القيم المميزة للطبقة الحدودية كالآتي :

$$\delta_1(x) = 5,83 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \Rightarrow \text{سمكة الطبقة الحدودية} \quad (23.43)$$

$$\delta_2(x) = 0,686 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \Rightarrow \text{سمكة خسارة تيار الدفع} \quad (23.44)$$

$$\delta_3(x) = 1,752 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \Rightarrow \text{سمكة الانزياح} \quad (23.45)$$

وتصبع قوة مقاومة الاحتكاك الاجمالية حسب (23.41) :

$$F_w = 1,372 \cdot b\rho \sqrt{\nu l U_\infty^3} \quad (23.46)$$

وينتج بذلك معامل المقاومة حسب (23.18) :

$$c_f = 1,372 / \sqrt{Re_{cr}} \quad (23.47).$$

إن مقارنة هذه العلاقات مع العلاقات المقابلة المشتقة من الحل الدقيق لطريقة بلازيوس تسمح بالاستنتاج أن التركيب الرياضي لها واحد في الحالتين ، ويتركز الاختلاف على فروقات بسيطة المعاملات العددية فقط ، متقابل تخفيف الجهد الحسابي بشكل ملحوظ . فمثلاً تبلغ حسب بلازيوس نسبة السماكات $11_{12} = \delta_1 / \delta_2 = 8,6$ بينما تبلغ هذه النسبة حسب بولهاوزن $11_{12} = 2,55$ ، وهذا فرق مقبول جداً في الحسابات العملية .

٢.٢٣ حساب الطبقة الحدية المضطربة

١.٢.٢٣ أهم الخصائص المميزة للطبقة الحدية المضطربة

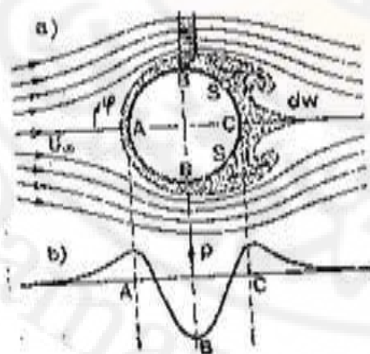
كما هو الأمر بالنسبة للجريان عبر الأنابيب (٣.١٨) يحدث انتقال صفائحي ... مضطرب في الطبقة الحدية للجريان حول الأجسام عند قيمة حرجية لعدد دينولدز . وتختلف قيمة عدد رينولدز الحرج Re_{cr} حسب شكل الجسم ودرجة الاضطراب للجريان الانسيابي قبله ، فهو يباين في حالة صفيحة مستوية مثلاً :

$$Re_{cr} = \left(\frac{U_{\infty} x}{\nu} \right)_{cr} = 3.10^5 \text{ حتى } 3.10^6$$

وفي حالة الجريان حول كرة . $Re_{cr} = \left(\frac{U_{\infty} d}{\nu} \right)_{cr} = 3.10^5$ ، وذلك حسب قيمة معامل درجة الاضطراب المعرف بالعلاقة (18.59) .

إن جزيئات السائل في الطبقة الحدية المضطربة تقوم بحركة وسطية شبه مستقرة وحركة اعصارية غير مستقرة (متذبذبة) ، تسبب عمليات مزيج وانتقال مستمر بين الجزيئات (راجع { ١٠١٠٤٠١٨ }) . وكما أوضحنا في الفقرة { ٢٠١٠٤٠١٨ } تنشأ في الجريان المضطرب ، الى جانب اجهادات القص النيوتونية اجهادات قص اعصافية تتعلق بتذبذبات السرعة ، وليس بازووجة السائل (العلاقة (18.70)) . كما أن المنطلقات النظرية لحساب الجريان المضطرب المتضمنة في الفقرة { ٢٠٤٠١٨ } تبقى هي نفسها بالنسبة لجريان الطبقة الحدية .

إن قوى الاحتكاك التي يتعرض لها جدار جسم في حالة جريان مضطرب تفوق بأضعاف قوى الاحتكاك في حالة جريان صفائحي . وبالرغم من هذه الحقيقة فقد أكدت التجارب أن المقاومة الاجمالية التي يتعرض لها جسم ، مثل كرة أو اسطوانة أو ما شابهها من الاجسام ذوي الحافة الخلفية المفلطحة ، نهبط بشكل فجائي وماحوظ ، عندما يتحول الجريان من صفائحي الى مضطرب (انظر الشكل { ١٠٢١ } و { ٥٠١٧ }) . ولكن السبب الفيزيائي لهذا المبوط المفاجيء للمقاومة يرتبط ، كما أشرنا الى ذلك سابقاً ، بظاهرة انفصام الطبقة الحدية ، ويفسره بسهولة الشكل { ٤٠٢٣ } لمثال الجريان حول اسطوانة دائرية (رمزياً) . إن

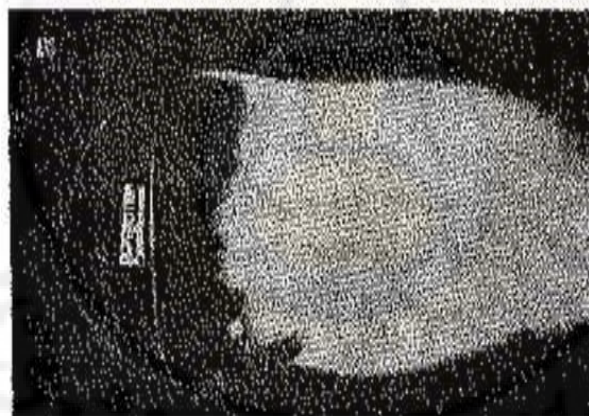
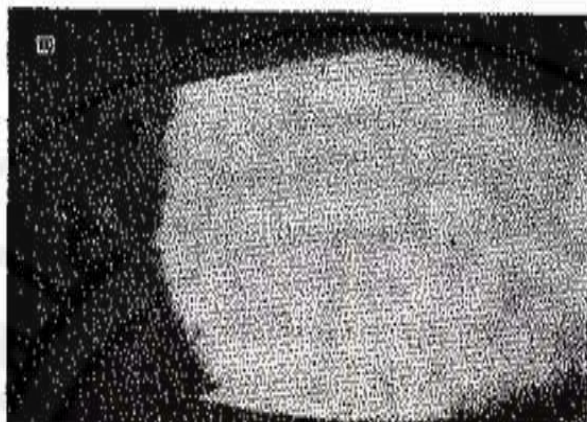


الشكل ٤.٢٣ : انفصام الطبقة الحدية وتشكل الأعاصير في اثر الخرج للجريان حول اسطوانة دائرية (« : توزيع الضغط (p) للجريان العكسوي (u) . S نقطة الانفصام ، dw منطقة الركود (ماء ميت) .

جزيرات السائل في الطبقة الحدية تتعرض في النصف الامامي للاسطوانة بين A و B لضغط متناقص ، وبالتالي فإن سماكتها تكون صغيرة ، بينما تتعرض في النصف الخلفي بين B و C لضغط متزايد . فإذا كان الجريان في الطبقة الحدية صفائحية ، وبالتالي القدرة الحركية للجزيرات القريبة من جدار الاسطوانة ضعيفة جداً ، يحدث انفصام الطبقة الحدية بجوار النقطة B تقريباً ، عند $90^\circ \approx \varphi$. وتشكل منطقة ركود خلفية (ماء ميت) عريضة نسبياً ، تعج بالاعاصير المختلفة المقاييس . أما إذا كان الجريان في الطبقة الحدية مضطرباً فإن الجزيرات القريبة من الجدار تلك نتيجة عمليات « المزج » قدرة حركية أكبر ، وتستطيع بالتالي مقاومة تزايد الضغط لمسافة أطول ، بمعنى أن نقطة الانفصام تنزاح للخلف وتقع عند $140^\circ \approx \varphi$. وينجم عن ذلك تشكل منطقة ركود في أثر المخروطية نسبياً بالمقارنة مع الحالة الصفائحية . وحيث أن الجزء الأكبر للمقاومة الاجمالية للاجسام الشبيهة بالاسطوانة ينشأ كمقاومة ضغط ، فإن ربط المبوط المفاجيء لمقاومة الاسطوانة (أو الكرة) بالانتقال الصفائحي - المضطرب للطبقة الحدية منطقي ومعقول . ونخلص من ذلك الى نتيجة هامة مفادها أن الطبقة الحدية المضطربة تستطيع تحمل تزايد ضغط أكبر بالمقارنة من الطبقة الحدية الصفائحية .

لقد استطاع براندل أن يؤكد تجريبياً صحة التفسير الفيزيائي السابق ، عندما استخدم ، في تجربة الكرة الشهيرة ، سلك توتر Trip Wire رفيع واهل حول الكرة قبيل المنتصف بقليل ، ويمكن بذلك من أحداث عملية الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية اصطناعياً عند عدد رينولدز أصغر من Re_{crit} . وبين الشكل (٥.٢٣) بوضوح نتائج هذه التجربة ، التي أجراها فيزلسبرجر Wieselsberger ، والتي فتحت الباب أمام امكانيات أخرى ذات أهمية عملية كبيرة للتأثير والتحكم بالطبقة الحدية لتحقيق نتائج عملية هامة ، مثل

تخفيض المقاومة ، زيادة قوة الرفع بجناس حامل وغيرها ، وستعرض لهذه
الامكانيات في فقرة لاحقة (راجع ٢.٢٤) .



الشكل ٢.٢٣ : صورة الجريان حول كرة ، حسب شارب فيزلسبرجر (انظر
[28]) . « في حالة الجريان الصفائحي (تحت المخرج) $Re < Re_{crit}$ تنقسم الطبقة الحدية
عند منتصف الكرة تقريباً وتشكل منطقة ركود خلفية عريضة . (« باستخدام
« ذلك تعتبر » بتحول الجريان « اصطناعياً » الى مضطرب وانزاح نقطة الانقسام
الخلف ، وتشكل منطقة ركود أخفى .

في ضوء ما تقدم يتضح أن حساب الطبقة الحدية المضطربة يتضمن الجانب حل المسائل المطاوعة في حساب الطبقة الحدية الصفائحية ، مثل تحديد بروفيل السرعة ، إجهاد القص الجداري ، نقطة الانفصال وغير ذلك ، أيضاً تحديد نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب ، لأنه لا يتوجب بالضرورة أن تكون الطبقة الحدية حول جسم إما صفائحية أو مضطربة بالكامل . وتعتبر هذه المسألة من أعقد المسائل التي عالجها ، ولا يزال يعالجها ، ميكانيك السوائل ، لأنها ترتبط بحل مسألة استقرار Stability problem الطبقة الحدية الصفائحية ، وبالتالي تتعلق بنظريات نشوء الاضطراب (راجع (١٨ ، ١٣ ، ١٠)) . وسنفردها هذه المسألة بحثاً لاحقاً لأهميتها . ولكن من الآن يمكننا اعتبار أن نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب التقريبية تنطبق على النقطة التي يسود فيها الضغط الاصفوري للجريان الكهربي الخارج ، كما يؤكد ذلك العديد من مسائل الجريبات العملية .

إن حساب الدقيق لبروفيل السرعة في الطبقة الحدية المضطربة بمساعدة معادلات براندل التفاضلية لا يزال مستعصياً حتى الآن ، ليس فقط بسبب الجهد الحسابي والصعوبات الرياضية التي تفوق ما لا يقاس تلك التي أشرنا إليها في الحالة الصفائحية ، وإنما أيضاً بسبب وجود الطبقة الحدية التعتيمية الصفائحية الملاصقة للجدار ، وتكون المنطقة الانتقالية بين هذه الطبقة والطبقة الحدية المضطربة لا تزال مكتشفة بالعموم (انظر الشكل (١٨ ، ١٧)) . يضاف إلى ذلك وجوب أخذ تأثير خشونة الجدار الحامض بالاعتبار ، ولهذا فإن طرق حساب الطبقة الحدية المضطربة كافة طرق تقريبية تعتمد على المعادلات التكاملية : قانون الدفع وقانون القدرة .

سنعالج أولاً مثال الطبقة الحدية المضطربة للجريان على طول صفيحة مستوية ، ملساء وخشنة هيدرودينامياً ، بدرن تدرج ضغط وبدون انفصال ، وسنتمكن من

مقارنة النتائج مع تلك التي حصلنا عليها بالنسبة لهذا المثال البسيط في الحالة الصفائحية ومن ثم ستعرف على إحدى الطرق التقريبية لحساب الطبقة الحدية المضطربة مع وجود تدرج ضغط وامكانية حدوث انفصام .

٢.٢.٢٣ حساب الطبقة الحدية المضطربة على طول صفيحة مستوية

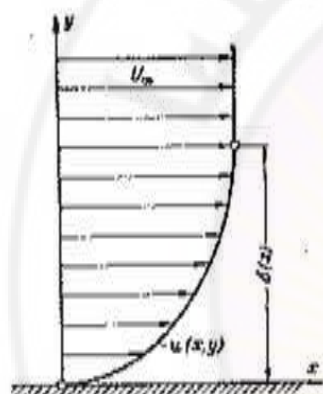
إن نتائج حساب الطبقة الحدية المضطربة لصفحة مستوية ذات أهمية عملية كبيرة لأن مقاومة الاحتكاك التي تتلقاها تشكل الجزء الأكبر للمقاومة الاجمالية التي تتعرض لها الاجنحة الطائرة ، هياكل الطائرات ، ريش العنفات والمضخات والمراوح وكذلك هياكل السفن . وكما فعلنا بالنسبة للجريان في الانابيب لا بد هنا من التمييز بين الصفحة المساءة ، الخشنة ، والمساءة - الخشنة هيدروليكياً .

سنعتبر صورة الجريان الموضحة في الشكل (١٠٢٣) ، مع افتراض ان الطبقة الحدية المضطربة مشكونة تماماً وتبدأ من الحافة الامامية للصفحة عند $x = 0$. ان قانون الدفع بصيغة معادلة فون كارمن التكاملية (22.46) يشكل أساس الطريقة التقريبية لحساب الطبقة الحدية المضطربة ، مع الاخذ بالاعتبار أننا نحتاج الى علاقة تعبر عن توزيع السرعة ، كما كان الامر في الحالة الصفائحية ، اضافة الى علاقة تعبر عن اسهام القس على الجدار ، وفي هذا الصدد برهنت التجارب صحة فوضيعة براندل (راجع [48]) التي اعتبر فيها أن توزيع السرعة في الطبقة الحدية لصفحة مستوية قريب جداً من توزيع السرعة على مقطع أنبوب من أجل اعداد وينولدن الكبيرة جداً ، وذلك بالرغم من وجود اختلاف جوهري بين الجريان في أنبوب وحول صفحة ، يمكن في حقيقة ان الجريان في الانابيب يرتبط دائماً مع تناقص (خسارة) ضغط ، بينما نعدم تدرج الضغط في الجريان حول صفحة . وقد انتهت الفرضية السابقة

امكانية الاستفادة من النتائج العامة الغريبة ، النظرية والتجريبية ، لدراسة الجريان في الانابيب ، حيث تقابل السرعة الاعظمية في الانبوب سرعة الجريان غير المشوش للصفحة $U_{\infty} \equiv V_{max}$ ، ويقابل نصف قطر الانبوب سماكة الطبقة الحدودية $\delta \equiv R$ ، مع ملاحظة أن السماكة $\delta(x)$ تزداد باتجاه الجريان x .

١.٢.٣.٢٣ الصفيحة المستوية المساء هيررويكياً

(أ) حساب توزيع السرعة والقسم المميزة للطبقة الحدودية



الشكل ٦.٢٣ ، توزيع السرعة (رمزياً) في الطبقة الحدودية المضطربة لصفحة مستوية .

لأن توزيع السرعة النموذجي في الطبقة الحدودية المضطربة في موقع ما x على الصفيحة المستوية يوضحه (رمزياً) الشكل (٦.٢٣). وقد تبين أنه في مجال أعداد رينولدز $Re = U_{\infty} l / \nu < 10^6$ يمكن بموجب فرضية بوفدل اعتماد قانون الاس السبعي (18.124) للجريان في الانابيب كعلاقة لتوزيع السرعة في الطبقة الحدودية للصفحة المستوية ، الذي يأخذ هنا الصيغة التالية :

$$\frac{u}{U_{\infty}} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad (23.48).$$

ونستند هذه العلاقة على فرضية تشابه بروفيلات السرعة ، بمعنى أن جميع بروفيلات السرعة تنطبق على منحني واحد إذا مثلت بالصيغة $u/U_{\infty} = f(y/\delta)$ ، أما في مجال أعداد رينولدز الكبيرة جداً ، حتى $Re = 10^6$ ، كما هو الحال بالنسبة لجناح طائرة مريضة أو سفينة (انظر الجدول (٦.١٨) ، فقد أثبتت

التجارب أن توزيع السرعة في الطبقة الحدية المضطربة الصفحية مستوية ينخفض لقانون لوغارمي من الشكل (18.101) ويمكن كتابته بالصيغة :

$$\frac{u}{v_*} = C_1 \lg \frac{y v_*}{\nu} + C_2 \quad (23.49),$$

حيث $v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ سرعة إجهاد القص الجداري ، بالنسبة للجريان في الأنابيب تبلغ قيمتا الثابتين $C_{1,2}$ حسب (18.102-b) : $C_1 = 5.75$ ، $C_2 = 5.5$. بالمقابل أكدت التجارب الشاملة التي أجراها شولتس - جرونو (راجع [28]) وجود اختلاف بسيط بين توزيع السرعة في الأنابيب وحول الصفحية ، مما استدعى تغييراً بسيطاً لقيمة الثابتين $C_{1,2}$ بحيث يصبح قانون توزيع السرعة اللوغارمي للصفحية من الشكل :

$$\frac{u}{v_*} = 5.85 \lg \frac{y v_*}{\nu} + 5.56 \quad (23.50).$$

لحساب القيم المميزة للطبقة الحدية نستعين بقانون الدفع الصفحية طولها x وعرضها b ومبلة من طرف واحد . حسب (22.8) يكون :

$$F_w(x) = b \int_0^x \tau_w(x) dx = \rho b \int_0^{\delta(x)} u (U_\infty - u) dy = \rho b U_\infty^2 \delta_2(x) \quad (23.51),$$

حيث $F_w(x)$ المقاومة الجزئية ، $\tau_w(x)$ إجهاد القص الجداري الموضعي و $\delta_2(x)$ مماسة خسارة تيار الدفع ؟ يجب (22.9) عند الموقع x . وواضح أنه يتوجب إجراء التكامل الثاني في الموقع x . باستقاق هذه العلاقة بالنسبة لـ x نجد :

$$\frac{1}{b} \frac{dF_w}{dx} = \tau_w(x) = \rho U_\infty^2 \frac{d\delta_2}{dx} \quad (23.52),$$

وذلك بالتعاطي مع (23.24) . ولكن يتوجب هنا استخدام قانون مناسب لاجهاد القص الجداري τ_w ، الذي لا ينحصر قطعاً لقانون نيوتن ، كما كان الامر في الحالة الصفحية . لهذه الغاية نستعين بقانون بلازيوس (18.142) المعروف

من دراسة جريان الانابيب والذي يأخذ بالنسبة للصفيحة المستوية الصيغة

$$\frac{U_{\infty}}{v_{rw}} = 0,74 \left(\frac{v_{rw} \delta}{\nu} \right)^{1/4} \quad (23.53).$$

من هذه العلاقة تنتج سرعة اجهاد القص الجداري :

$$v_{rw} = \sqrt{\tau_w / \rho} = 0,15 U_{\infty}^{7/8} \left(\frac{\nu}{\delta} \right)^{1/8}$$

ويكون بالتالي لاجهاد القص الجداري :

$$\tau_w = 0,0225 \rho U_{\infty}^2 \left(\frac{\nu}{\delta} \right)^{1/4} \quad (23.54)$$

أو بصيغة لا بعدية :

$$\frac{\tau_w}{\rho U_{\infty}^2} = 0,0225 \left(\frac{\nu}{U_{\infty} \delta} \right)^{1/4} \quad (23.55).$$

بمساعدة قانون توزيع السرعة (23.48) تنتج مماثلة الانزياح δ_1 حسب (22.5) ومماثلة خسارة تيار الدفع δ_2 حسب (22.9) كالتالي :

$$\delta_1(x) = \frac{8}{8} (x) ; \quad \delta_2(x) = \frac{7}{72} \delta(x) \quad (23.56),$$

وعليه يتوجب تحديد $\delta(x)$ لهذا ندخل $\delta_2(x)$ حسب (23.56) في (23.52) فنجد :

$$\frac{\tau_w}{\rho U_{\infty}^2} = \frac{7}{72} \frac{d\delta}{dx} \quad (23.57).$$

نساوي بين هذه العلاقة والعلاقة (23.55) فنجد :

$$\frac{7}{72} \frac{d\delta}{dx} = 0,0225 \left(\frac{\nu}{U_{\infty} \delta} \right)^{1/4} \quad (23.58).$$

فإذا كملنا هذه المعادلة التفاضلية مع مراعاة القيمة الابتدائية : $\delta = 0$ عند $x = 0$ ، تنتج مماكة الطبقة الحدية الموضعية :

$$\delta(x) = 0,37 \cdot x \cdot \left(\frac{U_\infty x}{\nu} \right)^{-1/2} = 0,37 \cdot \left(\frac{\nu}{U_\infty} \right)^{1/2} \cdot x^{1/2} \quad (23.59),$$

وتصبح حسب (23.56) مماكة الانزياح :

$$\delta_1(x) = 0,046 \cdot x \cdot \left(\frac{U_\infty x}{\nu} \right)^{-1/2} \quad (23.60),$$

ومماكة خسارة تيار الدفع :

$$\delta_2(x) = 0,036 \cdot x \cdot \left(\frac{U_\infty x}{\nu} \right)^{-1/2} \quad (23.61).$$

يتضح مما تقدم أن مماكة الطبقة الحدية المضطربة $\delta_1 \sim x^{1/2}$ ، بينما كانت في الحالة الصفائحية $\delta_1 \sim x^{1/2}$.

ب) استخراج قانون المقاومة

إن مقاومة الاحتكاك الإجمالية للصفحة مستوية طولها l وعرضها b ومبلة من طرف واحد فقط تنتج من (23.51) بإدخال قيمة $\delta_2(l)$ حسب (23.61) بالصيغة :

$$F_w = 0,036 \rho U_\infty^2 b l \left(\frac{l}{\nu} \right)^{1/2} \quad (23.62).$$

لأن مقارنة هذه العلاقة مع (23.46) نوضح أن مقاومة الصفحة في الحالة المضطربة تتناسب مع $U_\infty^{3/2}$ و $l^{1/2}$ ، مقابل $U_\infty^{3/2}$ و $l^{1/2}$ في الحالة الصفائحية .

للحصول على علاقات لابعدية ندخل معامل المقاومة الاجمالية c_f والموضعية c_f' بالصيغة :

$$c_f = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2 \cdot b \cdot l} ; \quad c_f' = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2} \quad (23.63).$$

عندئذ يكون حسب (23.51) و (23.52) :

$$c_f = 2 \frac{\delta_y(l)}{l} ; \quad c_f' = 2 \frac{d \delta_y}{d x} \quad (23.64),$$

ونحصل باستخدام (23.61) على العلاقتين :

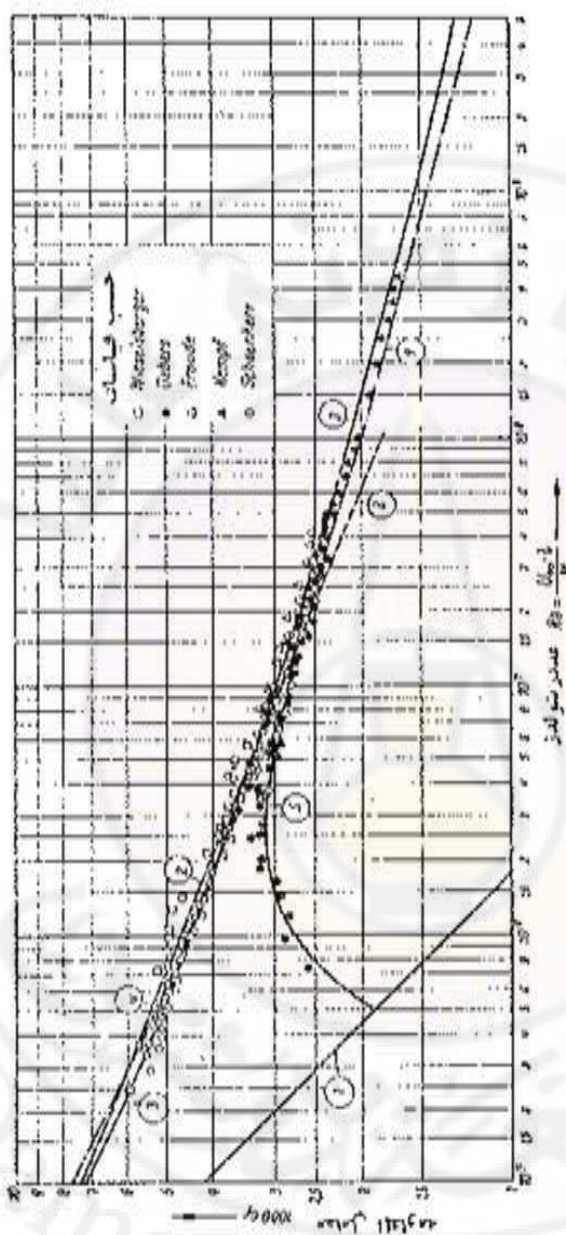
$$c_f = 0,072 \cdot (U_\infty l / \nu)^{-1/2} \quad (23.65)$$

$$c_f' = 0,0576 \cdot (U_\infty x / \nu)^{-1/2} \quad (23.66).$$

ولقد تبين أن قيم c_f تتطابق بشكل أفضل مع النتائج التجريبية ، إذا استبدل الثابت 0.072 بـ 0.074 . وعليه يصبح قانون المقاومة الاجمالية بوضع $Re_l = U_\infty \cdot l / \nu$ بالصيغة :

$$c_f = 0,074 (Re_l)^{-1/2} ; \quad 5 \cdot 10^3 < Re_l < 10^7 \quad (23.67).$$

هذا القانون المعروف أيضاً باسم قانون براندل ينطبق طبعاً في مجال اعداد رينولدز الذي يصلح فيه القانون الاسي (23.48) . كما يشترط ان تكون الطبقة الحدية مضطربة بدءاً من الحافة الامامية للصفحة . ويظهر الشكل (٧.٢٣) التطابق الجيد لهذا القانون ، كما نرى ، مع القيم المقاسة حتى $Re_l = 10^7$.



الشكل ٧.٧٧ : قانون المقاومة للصفحة المتحركة للسائل عند جريان بطون زائدية وروت : مقارنة النتائج النظرية مع القيم الخاصة ، [١٧] .

المنحنيات النظرية : ① هفانج ، بلازوس حسب (28.19) ؛ ② مضطرب ، براندل حسب (23.67) ؛ ③ مضطرب ، براندل - شافلتج حسب (23.70) ؛ ④ مضطرب ، شولس - جرونو حسب (23.72) ؛ ⑤ إيتنالي، هفانج - مضطرب حسب (23.71) .

في غالب الحالات العملية تكون الطبقة الحدية على مقدمة الصفيحة صفائحية، ومن ثم يحدث الانتقال الصفائحي - المضطرب (انظر الشكل ٢٠٢٢) في موقع x_{cr} يتحدد بدلالة عدد دينولدن الحرج ، الذي تتغير قيمته وفقاً لدرجة اضطراب الجريان الخارجي ، وتقع في المجال :

$$Re_{x_{cr}} = (U_{\infty} x / \nu)_{cr} = 3 \cdot 10^5 \text{ حتى } 3 \cdot 10^6 .$$

وتسبب مسافة البدء الصفائحية هذه انخفاض المقاومة بقدر يتناسب عكساً مع Re_l وبما أن حسب براندل بحسب إضافي للعلاقة (23.67) بحيث تصبح من الشكل :

$$c_f = \frac{0,074}{\sqrt{Re_l}} - \frac{A}{Re_l} ; 5 \cdot 10^5 \leq Re_l \leq 10^7 \quad (23.68),$$

حيث $A = Re_{x_{cr}} (c_{f_i} - c_{f_l})$ ثابت تتغير قيمته حسب شتاتنج [28] وفق الجدول التالي :

$Re_{x_{cr}}$	$3 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	10^6	$3 \cdot 10^6$
A	1050	1700	3300	8700

وعليه تصبح (23.68) من أجل $Re_{x_{cr}} = 5 \cdot 10^5$:

$$c_f = 0,074 \cdot Re_l^{-1/2} - 1700/Re_l \quad (23.69).$$

للحصول على قانون المقاومة يصلح لأعداد دينولدن $Re_l \geq 10^7$ يجب استخدام قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي (23.50) بدلاً من قانون الأس السبعيني (23.48) . إن اشتاق مثل هذا القانون يقود الى مجموعة علاقات معقدة نسبياً ويتطلب حسابها العددي جهداً ليس بقليل (راجع التفاصيل في [28a]) .

وقد استطاع شلشكنج على أساس هذه الحسابات استخراج قانون المقاومة كعلاقة استقرأ داخلي تأخذ في حالة طبقة حدية متكونة تماماً على كامل طول الصفيحة الصيغة التالية :

$$c_f = \frac{0.455}{(\lg Re)^{2.58}} \quad (23.70),$$

بدلاً من (23.67) ، وتأخذ في حالة وجود مساهمة صفائية عند بداية الصفيحة الصيغة التالية :

$$c_f = \frac{0.455}{(\lg Re)^{2.58}} \frac{A}{Re_f} \quad (23.71),$$

بدلاً من (23.68) ، حيث الثابت $A = 1700$ عند $Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$ وفقاً للجدول السابق ، وتعرف هذه العلاقة كقانون براندل - شلشكنج للمقاومة . في الشكل (٧.٢٣) تظهر العلاقة (23.70) كمنحنى ③ ، والعلاقة (23.71) كمنحنى ④ . وكما تبين المقارنة مع النتائج التجريبية فإن العلاقةين تصلحان حتى $Re_f \approx 10^9$.

شولس - جرونو (راجع [28]) أجرى تجارب متميزة لتحديد توزيع السرعة في الطبقة الحدية المضطربة لصفحة مستوية ويمكن على أساسها من اشتقاق قانون للمقاومة ، أيضاً كعلاقة استقرأ داخلي ، بالصيغة التالية :

$$c_f = 0.427 (\lg Re_f - 0.407)^{-2.64} \quad (23.72),$$

ويمثل هذا القانون في الشكل (٧.٢٣) المنحنى ⑤ ، الذي يظهر اختلافاً بسيطاً مع المنحنى ③ الممثل لقانون براندل - شلشكنج

العلاقة (18.175) ، أو بمساعدة الشكل (٣٣-١٨) أو الشكل (٣٧-١٨) بعد وضع $d = 28$.

انخشونة المسموح بها k_{zul} ، التي يبقى عندها الجريان أملس هيدروليكيًا ، تتحدد من العلاقة (18.177) ، التي تصبح في حال الصفيحة :

$$k_{zul} \leq 100 \frac{\nu}{U_{\infty}} = l \frac{100}{Re_l} \quad (23.73) ,$$

حيث $Re_l = U_{\infty} \cdot l / \nu$. ويستعان لتحديد k_{zul} بالنسبة للجريانات العملية بالشكل (٣٤-١٨) .

أخيراً فإن انخشونة الطرحة k_{op} ، التي تسبب الانتقال الصفائحي - المضطرب للعابطة الحدية ، تتحدد بالنسبة لخشونات السطحية ، مثل الخشونات الرملية ، من العلاقة (18.181) :

$$\frac{U_{\infty} \cdot k_{op}}{\nu} \leq 120 \quad (23.74) .$$

وبالنسبة لخشونات فردية ، من العلاقة (18.180) :

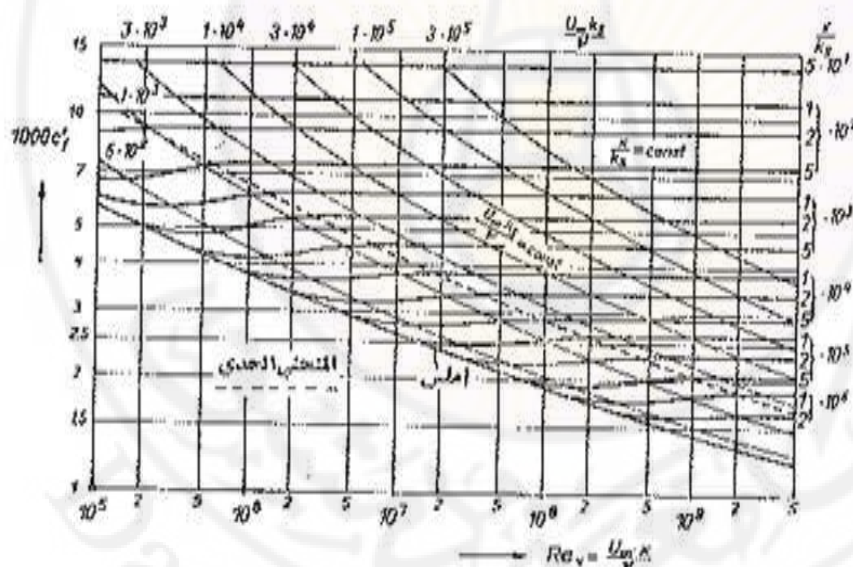
$$\frac{U_{\infty} \cdot k_{op}}{\nu} = 15 \quad (23.75) .$$

ب) المخطط العام للمقاومة الموضعية والاجمالية

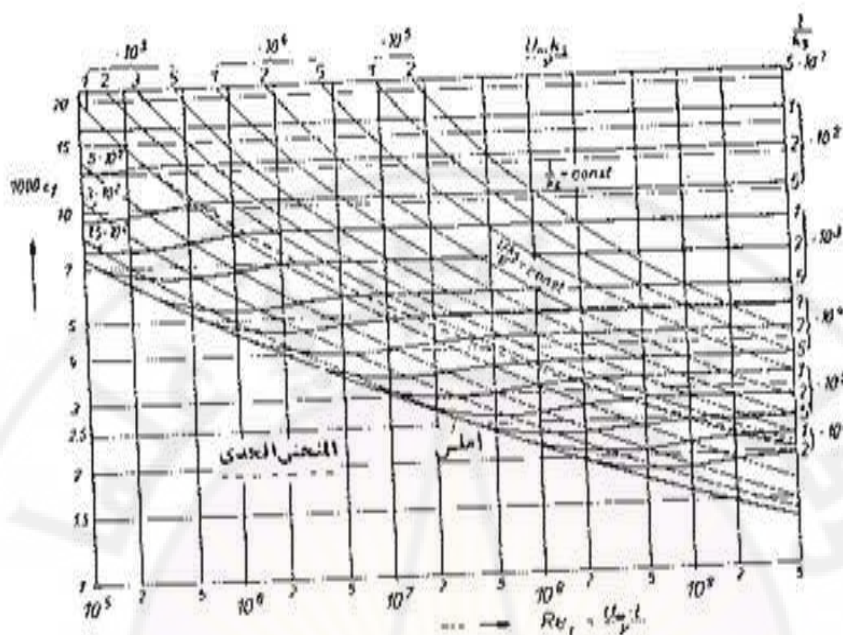
بخطوات مماثلة للخطوات التي تم بموجبها اشتقاق قانون المقاومة للصفيحة الملساء هيدروليكيًا يمكن براندل و شليشنيج (راجع [28a]) من استخراج قوانين المقاومة للصفيحة الخشنة ، التي تسمح بحساب معامل المقاومة الموضعية c_f :

والاجمالية c_f حسب (23.6b) ، واعتماداً في حساباتها أساساً على قانون نوزغ السرعة اللوغاريتمي للأنايبب الحشنة بصيغة العلاقة (18.152) ، وعلى النتائج التجريبية لنيمكوداسي ، التي توضح علاقة تابع الحشونة مع عدد الحشونة المميز $v_r.k_s/v$ ، والمبينة في الشكل (27.18) ص ١٤٨ .

الشكل (٨.٢٣) يمثل ، كنتيجة نهائية لحسابات براندل - شلشتنج ، المخطط العام للمقاومة الموضعية للصفحة الحشنة ومائياً كعلاقة $c_f = f(Re_s, x/k_s)$ ، والشكل (٩.٢٣) يمثل المخطط العام للمقاومة الاجمالية كعلاقة $c_f = f(Re_s, l/k_s)$ ، حيث $Re_s = U_m x/v$ ، $Re_l = U_m l/v$ ، كلا المخططان يفترضان أن الطبقة الحدية المضطربة متكونة تماماً اعتباراً من الحافة الامامية للصفحة ، وبمعجم ، كما هو واضح ، بتحديد معامل المقاومة الموضعية أو الاجمالية في مجال الجريان



الشكل ٨.٢٣ : المخطط العام للمقاومة الموضعية للصفحة الحشنة ومائياً ، حسب [28] .



الشكل ٩.٢٣ : المخطط العام للمقاومة الاجمالية للصفيحة المستوية الخشنة
رملياً ، حسب [28]

المضطرب الاملس هيدروليكيًا ، الاملس - خشن هيدروليكيًا والخشن تمامًا .
وقد رسم في المخططين المنحني الحدي الذي يقع على يمينه المجال الخشن هيدروليكيًا
(انظر مخطط مودي ، الشكل (٣٦.١٨)) .

عند الاستخدام العملي للمخططين (٨.٢٣) أو (٩.٢٣) من أجل
حساب c_f أو Re_{τ} يُؤخذ الانتباه أن مخطط المقاومة الموضوعة يتضمن
حزمة منحنيات تمثل $x/l_0 = \text{const}$ وحزمة أخرى تمثل
 $l/k_0 = \text{const}$ ، فبالإضافة لمخطط المقاومة الاجمالية حزمة المنحنيات $l/k_0 = \text{const}$
و $l/k_0 = \text{const}$ ، فإذا كانت مقاييس الصفيحة معلومة ، وبالتالي $l/k_0 = \text{const}$
(أو $x/l_0 = \text{const}$) ، وتغيرت سرعة الورد U_0 ، عندئذ يتغير معامل المقاومة c_f
(أو Re_{τ}) على طول منحني $l/k_0 = \text{const}$ (أو $x/l_0 = \text{const}$) ، أما إذا تغير

طول الصفيحة فيبقى $k_v/v = \text{const}$ ، وبالتالي يتغير معامل المقاومة وفقاً لمنحن
عدد بريمكة ثابتة $k_v/v = \text{const}$.

من الجدير بالملاحظة أن المخططين السابقين بصالحان للاستخدام من أجل
خشونات تختلف عن تلك التي اعتمدت في استخراجها ، إذا اعتبرنا أن k_v تمثل
الحشونة الرملية المكافئة . فمثلاً يمكن استخدامها لحساب معامل المقاومة لطائرة
دهنت بطلاء قوي مثلاً ، إذا اعتبرنا في هذه الحالة الحشونة الرملية المكافئة
0,2mm حتى $k_v = 0,003$ ، علماً أنه في مجال الطيران نحت الصوتي لا يتعلق
تأثير الحشونة بعدد ماخ ، أي بانضغاطية الهواء [17] .

لحساب العددي ، وللتمكن من المقارنة مع قانون المقاومة للأنايب الحشنة
هيدروليكية تماماً (18.163) ، فإن قانون المقاومة الموضعية للصفيحة الحشنة
هيدروليكية تماماً كعلاقة استقرار داخلي يأخذ الصيغة :

$$c_x = \left(3,87 + 1,58 \lg \frac{x}{k_v} \right)^{-2,6} = f(x/k_v) \quad (23.76),$$

ويأخذ قانون المقاومة الاجالية الصيغة :

$$c = \left(1,89 + 1,68 \lg \frac{l}{k} \right)^{-2,6} = f(l/k_v) \quad (23.77),$$

وينطبقان في المجال $10^2 < l/k_v < 10^4$ ، [28] .

٣.٢.٢.٢٣ حساب عزم الدوران لقرص دائري يدور بسرعة

زاوية ثابتة

إن حساب الجريان في الجوار المباشر لقرص مستو يدور بسرعة زاوية ثابتة
ذو أهمية عملية كبيرة بالنسبة لحساب عزم الدوران اللازم للتغلب على قوى
الاحتكاك المؤثرة على دولاب معدل لآلة أو على الدولاب الدائر لآلة جريان مثلاً .

من هنا تأتي أهمية دراسة الموضوع ، حيث سنميز بين قوس محور يدور في سائل لانهاى الامتداد ، و قوس يدور داخل حجوة Housing ، مع اعتبار حالتي الجريان الصفائحي والمضطرب ، والتركيز على النتائج دون الدخول في حساب التفاصيل ، التي يمكن التعمق بها في المصادر المختصة التي سنشير لبعضها .

٢ () القرص الحر الدوار في سائل لانهاى الامتداد

نعتبر قرصاً دائرياً نصف قطره R يدور في سائل لانهاى الامتداد لزوجته الحركية ν بسرعة زاوية ثابتة ω حول المحور z المتعامد مع مستوي القرص والمار من مركزه .

بسبب شرط الانساق فإن الجزيئات القريبة من جدار القرص تتلقى حركة دورانية ، وتعرض نتيجة لذلك لقوى نابذة تدفع بها باتجاه الخارج . لهذا تكون حركة هذه الجزيئات لولبية . من جهة أخرى فإن شرط الاستمرار يقضي بتوجه جزيئات من السائل الخارجى محورياً الى القرص للتعرض عن الجزيئات المندفعة للخارج تحت تأثير القوى النابذة . وعندها تصبح الجزيئات الجديدة في الجوار المباشر لجدار القرص تتعرض لنفس المصير الذي تعرضت له سابقتها .

عندما تكون اللزوجة الحركية للسائل ν صغيرة فمن الواضح أن « سماكة » طبقة السائل المعرضة لعملية الطرد المركزي ستكون صغيرة أيضاً ، بحيث يمكن إخضاعهم للمفهوم الطبقة الحدية على جدار صلب ودراسة الجريان على هذا الأساس .

لقد أكدت التجارب ، التي أجراها تيودورسون Th. Theudorson و ريجير A. Regier (راجع [28] ، [9]) ، أن الجريان في الجوار المباشر للقرص يبقى صفائحيًا ، طالما بقي عدد دينولدز :

$$Re = \frac{U \cdot R}{\nu} = \frac{\omega R^2}{\nu} \approx 3 \cdot 10^5 \quad (23.78),$$

وعندئذ يمكن حساب هذا الجريان كحل دقيق لمعادلات نافير - ستوكس باحداثيات اسطوانية (19.37) و (19.38) بعد تحويلها بحسب فون كاردن الى صيغة المعادلات التفاضلية العادية (19.40) وإجراء التكامل مع مراعاة الشروط الحدية التالية :

$$\left. \begin{aligned} z = 0 &\Rightarrow V_r = 0; V_\theta = r\omega; V_z = 0, \\ z = \infty &\Rightarrow V_r = 0; V_\theta = 0. \end{aligned} \right\} \quad (23.79),$$

حيث يفترض في البدء أن نصف قطر القرص لانهائي ، $r \rightarrow \infty$ ، ولكن نتائج الحساب يمكن ارجاعها بسهولة لحالة قرص ذي نصف قطر محدود R .

على أساس ما تقدم طور فون كاردن طريقة تقريبية لحساب الجريان الصفائحي في الجوار المباشر لقرص دوّار ، واستطاع كوثشمان W. G. Cochran بعده ، باستخدام التكامل العددي ، الحصول على نتائج أدق للحسابات (راجع التفاصيل في [28 a]) . وكخلاصة للنتائج الرئيسة لهذه الحسابات تبين أن سماكة الطبقة الحدية ، المعروفة بفعل الدوران تخضع للعلاقة :

$$\delta = 2.58 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \sim \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (23.80),$$

التي تكافئ مضموناً العلاقة (22.3) بالنسبة لسماكة الطبقة الحدية الصفائحية على صفيحة مستوية حيث $\delta \sim \sqrt{\nu x / U_\infty}$. ولكن المهم أن نلاحظ أن δ في حالة القرص الدوّار لا تتعلق بنصف القطر r ، أي بالمسافة عن محور الدوران ، وهي تقل كلما زادت السرعة الزاوية ω ، وكلما صغرت اللزوجة الحركية للمائع ν . أما إجماع القس الجداري فقد نتج بالصيغة :

$$\tau_w \sim \rho r \omega^2 \delta \sim \rho r \omega \sqrt{\nu \omega}$$

ويكون عزم الدوران المكافئ لمحصلة موزم إجهادات القص الجدارية لقرص نصف قطره R :

$$M_t \sim \tau_w \cdot R^3 \sim \rho R^4 \omega \sqrt{\nu \omega}$$

وإذا اعتبرنا أن القرص مبدل من طرفيه، وكاملنا عزم الاحتكاك الجزئي لعنصر سطحي خائفي على بعد r من محور الدوران وبعرض dr ينتج عزم الدوران الإجمالي لوجهي القرص :

$$M_t = M_r = \int_0^R dM_r = \int_0^R \tau_{rz} \cdot 2\pi r dr \cdot r$$

$$M_t = 0,616 \pi \rho R^4 (\nu \omega^3)^{1/2} \quad (23.81)$$

للوصول على علاقة لابعدية يستخدم عادة معامل عزم الدوران الإجمالي :

$$c_M = \frac{M_t}{\frac{\rho}{2} \omega^2 R^5} \quad (23.82)$$

وتصبح بذلك (23.81) من الشكل :

$$c_M = 3,87 \cdot Re^{-1/2} ; \quad Re = R^2 \omega / \nu \leq 3 \cdot 10^5 \quad (23.83)$$

أخيراً يبدو مفيداً إعطاء علاقة التيار الحجمي لكمية السائل المطرودة خارجياً بفعل تأثير القوى النابذة . بالنسبة لوجه واحد لقرص نصف قطره R يبلغ التيار الحجمي هذا بموجب الحسابات آنفة الذكر :

$$Q = 2 \pi R \int_{z=0}^{\infty} V_r dz = 0,866 \pi R^2 \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$$

$$Q = 0,866 \pi R^2 \omega Re^{-1/2} \quad (23.84)$$

وبقضي طبعاً شرط الاستقرار أن يعبر في الاتجاه المحوري z نفس التيار الحجمي.

عندما يصبح عدد ويتولد $Re = R^2 \omega / \nu > 3 \cdot 10^5$ فإن الجريان على القوس الحر الدوار يكون مضطرباً ، كما تؤكد ذلك التجارب التي أجراها بخاصة شمت W. Schmidt و كيمف G. Kempf (راجع [9] ، [88a]) ، وبينت أن عزم الدوران M_t من أجل سرعات زاوية كبيرة يزداد بؤثر أكبر بالمقارنة مع حالة الجريان الصفائحي .

حساب الطبقة الحدودية المضطربة على قرص حر دوار طور فون كادم من طريقة تقريبية ، شديدة جداً بطريقته لحساب الطبقة الحدودية على صفيحة مستوية الموضحة في الفقرة { ٢٠٢٣ } ، من حيث أنها تتركز على قانون الدفع وتفترض أن السرعة المحيطية في الطبقة الحدودية موزعة بموجب قانون الأس السبعيني . ومنخلص الآن النتائج الرئيسة للحسابات بموجب هذه الطريقة (راجع [88]) .

إن إجهاد القص الجداري τ_w ، الذي يتساوى مركبته القطرية مع القوة النابذة المؤثرة في هذا الاتجاه ، وتخضع مركبته المحيطية لعلاقة متكافئة للعلاقة (23.54) في حالة صفيحة مستوية بعد وضع $U_\infty = r\omega$ ، يمكن تقديره من العلاقتين :

$$\tau_w \cos \theta \sim \rho (\omega r)^{7/4} \cdot (\nu / \omega)^{1/4} ; \quad \tau_w \sin \theta \sim \rho r \omega^2 \delta$$

حيث θ الزاوية التي يصنعها τ_w مع الاتجاه المحيطي . من هاتين العلاقتين يمكن تقدير سماكة الطبقة الحدودية المضطربة :

$$\delta \sim r^{3/6} \cdot (\nu / \omega)^{1/6}$$

وقد حددت الحسابات آنفة الذكر ثابت التناسب بحيث تصبح :

$$\delta = 0,526 \cdot r^{3/6} \cdot (\nu / \omega)^{1/6} = 0,526 \cdot r \left(\frac{\nu}{\omega r^2} \right)^{1/6} \quad (23.85).$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (23.80) نستنتج أن سماكة الطبقة الحدية المضطربة تزداد باتجاه الخارج بمعدل $r^{1/6}$ ، بينما تبقى ثابتة على طول نصف القطر في الحالة الصفائحية . من جهة أخرى تعطي الحسابات المشار إليها عزم الدوران الإجمالي لقرص مبلل من طرفيه ونصف قطره R بحسب العلاقة :

$$M_i = 0,073 \rho \omega^2 R^5 (\nu / \omega R^2)^{1/6} \quad (23.86),$$

وبالتالي فإن معامل عزم الدوران الإجمالي المعروف بالعلاقة (23.82) يبلغ :

$$c_{M_i} \sim 0,146 \cdot Re^{-1/6} ; \quad Re = R^2 \omega / \nu > 3.10^5 \quad (23.87).$$

أخيراً فإن التيار الطعني القادم إلى القرص بالاتجاه المحوري بحسب من العلاقة :

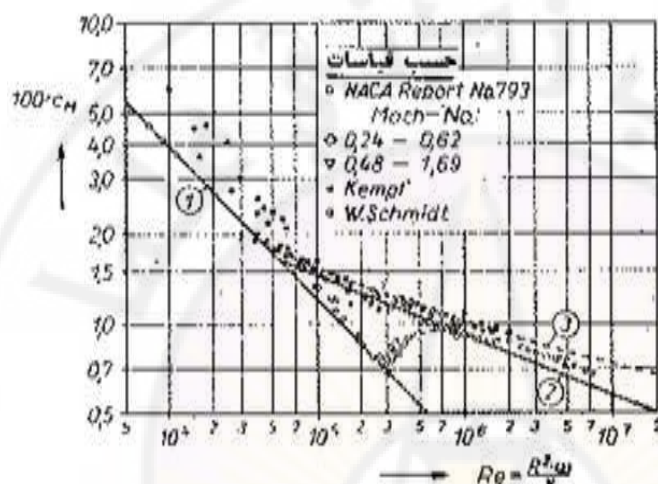
$$Q = 0,219 R^3 \omega Re^{-1/6} \quad (23.88),$$

وذلك بالمقارنة مع (23.84) في الحالة الصفائحية .

الشكل (١٠ . ٣٣) يسمح بمقارنة مدى تطابق العلاقات النظرية لحساب عزم الدوران الإجمالي لقرص حر دوّار مع النتائج التجريبية لباحثين مختلفين ، حيث يمثل بقياس لوغاريتمي المنحني ① العلاقة (23.83) للجريان الصفائحي ، والمنحني ② العلاقة (23.87) للجريان المضطرب . أما المنحني ③ فيمثل نتيجة الحساب التقريبي الذي أجراه جولدشتاين S. Goldstein واقتضى فيه توزيع

السرعة المحيطية خاضعاً لقانون لوغاريتمي مكافئ، للعلاقة (23.49) ، بدلاً من قانون الاس السعبي ، وتوصل بالنتيجة للقانون :

$$\frac{1}{\sqrt{c_M}} = 1.97 \lg (Re \sqrt{c_M}) + 0.3 \quad (23.89),$$



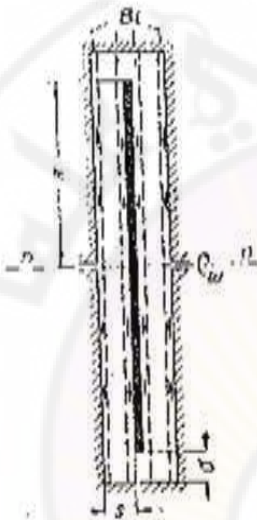
الشكل ١٠.٢٣ تغير معامل عزم الدوران لقرص حر مع عدد رينولدز ومقارنة النظرية مع التجربة : المنحني (١) حسب (23.83) صفائحي ، المنحني (٢) حسب (23.87) مضطرب ، المنحني (٣) حسب (23.89) مضطرب ، [١٨] .

الذي يشبه من حيث الصياغة الرياضية قانون بواندول لحساب معامل المقاومة في الانابيب (18.135) .

ب) القرص الدوار داخل حجرة

يبين الشكل (١١.٢٣) رمزياً حالة الجريان حول قرص دائري نصف قطره R يدور بسرعة زاوية ثابتة ω حول المحور mn داخل حجرة جدرانها ثابتة

ومجموعة مسائل لزوجته الحركية v . ويفترض ، كما هو الامر في الحالات العملية ، أن يكون الحلوص المحوري θ بين مستوي القرص وجدران الحجرة صغيراً بالمقارنة مع R . وتلعب قيمة θ دوراً كبيراً في تحديد حالة الجريان حول القرص .



الشكل ١١.٢٣ مرسوم رمزي للجريان
حول قرص يدور داخل حجرة BI .
الطبقة الحدية δ ، الحلوص المحوري θ ،
الحلوص القطري α ، محور الدوران .

إن أبسط حالة للجريان الصفائحي حول القرص تتحقق عندما يكون الحلوص المحوري θ أصغر من سماكة الطبقة الحدية . عندئذ يمكن أن ندرس الجريان على أساس أنه بكافي جريان كوكيت البسيط بين صفيحتين متوازيتين أحدهما متحركة والأخرى ثابتة . فإذا اعتبرنا شريحة خائفة على بعد r من محور الدوران وبعرض dr فإن اجهاد القص الجداري المؤثر على هذه الشريحة بحسب من قانون نيوتن البسيط على أساس افتراض توزيع خطي للسرعة المحيطية بين جدار الحجرة والقرص ، ويكون بالتالي :

$$\tau_w = \gamma_1 \frac{\omega r}{s} .$$

وعليه فإن عزم الاحتكاك الجزئي المؤثر على الشريحة الحادية يبلغ :

$$dM_r = dF_r \cdot r = \eta \frac{\omega r}{\delta} \cdot 2\pi r dr \cdot r = \frac{2\pi\eta\omega}{\delta} r^3 dr$$

بذلك ينتج عزم الدوران الاجمالي محسوباً لوجهي القرص :

$$M_t = 2 \int_0^R dM_r = \frac{4\pi\eta\omega}{\delta} \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi\eta\omega R^4}{\delta} \quad (23.90)$$

ويكون معامل عزم الدوران الاجمالي حسب (23.82) معطى بالعلاقة :

$$C_M = 2\pi \frac{R}{\delta} \frac{1}{Re} ; Re = R\omega^2/\nu \lesssim 10^4 \quad (23.91).$$

لقد أكدت تجارب تسومبوش Zumbusch صحة هذه العلاقة ، المثلة بالمنحنى (1) في الشكل (١٢.٢٣) ، بشكل جيد ، طالما بقي $Re \lesssim 10^4$. من أجل قيم كبيرة نسبياً للخلوص δ ، تصل لعدة أضعاف سماكة الطبقة الحدية ، فإن الجريان بين القرص وجدار الحجرة يأخذ طابعاً معقداً . فعلى جدار القرص تتحرك جزئيات السائل في الطبقة الحدية من محور الدوران باتجاه الخارج ، بينما يتشكل على جدار الحجرة جريان بالاتجاه المعاكس ، الشكل (١١.٢٣) . أما السائل المحصور بين هاتين الطبقتين الحديتين فيدور بسرعة زاوية أصغر من السرعة الزاوية ω للقرص بحوالي النصف تقريباً ، وتكون السرعة القطرية لجزيئاته شبه معدومة .

لقد طور شولتز - جرونو Schulz - Grunow طريقة تقريبية لدراسة حالة الجريان السابقة ، الصفائحية والمضطربة ، وأجرى التجارب اللازمة لتأكيد

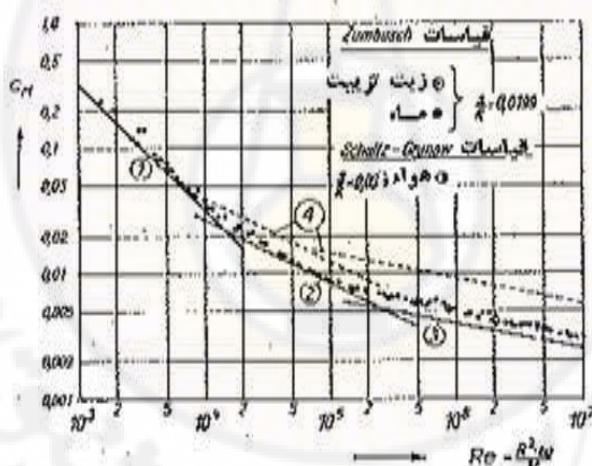
صحة نظريته (راجع [28]) ، وقد توصل في حالة الجريان الصفائحي لنتيجة مفادها أن عزم الدوران الاجمالي محسوباً لوجهي القرص يخضع لعلاقة من الشكل :

$$M_t = 1,334 \cdot \eta \cdot R^4 \cdot (\omega^2/\nu)^{1/2} \quad (23.92)$$

وبالتالي فهي تختلف عن العلاقة (23.81) للقرص الحر فقط بالمثل العددي . وينتج بذلك معامل عزم الدوران الاجمالي حسب (23.82) :

$$c_M = 2,67 \cdot Re^{-1/2} \quad ; \quad Re \leq 2 \cdot 10^3 \quad (23.93)$$

هذه العلاقة يمثلها في الشكل (١٢.٢٣) المنحني ② ، الذي يعتبر امتداداً للمنحني ① الممثل للعلاقة (23.91) .



الشكل ١٢.٢٣ : تغير معامل عزم الدوران الاجمالي للقرص يدور داخل سيطرة مع عدد رينولدز ومقارنة النظرية بالتجربة : المنحني ① حسب (23.91) صفائحي ، المنحني ② حسب (23.93) صفائحي ، المنحني ③ حسب (23.95) مضطرب ، المنحني ④ للقرص الحر [28] .

إن الجريان حول القرص يغدو مضطرباً عندما يصبح عدد رينولدز $Re > 3 \cdot 10^5$ ، كما هي الحال بالنسبة للقرص الحر . وقد طور شولتس - جوروفو طريقة تقريبية لحساب الجريان المضطرب افترض فيها توزيع السرعة المحيطية خاضعاً لقانون الأس السبعي . ويبلغ حسب هذه الطريقة عزم الدوران الاجمالي لوجهي القرص :

$$M_1 = 0,0311 \cdot \rho \omega^2 R^5 \left(\nu / \omega R^2 \right)^{1/5} \quad (23.94)$$

وعليه يكون معامل عزم الدوران الاجمالي :

$$c_M = 0,0622 \cdot Re^{-1/5} ; \quad Re > 3 \cdot 10^5 \quad (23.95)$$

يمثل هذه العلاقة في الشكل (١٢.٢٣) المنحني ③ ، ونلاحظ أن القيم النظرية المحسوبة بموجبها تقل عن القيم المقاسة بحوالي ١٧ % . ويعود ذلك للطابع التقريبي لطريقة الحساب .

من الجدير بالملاحظة أن عزم الدوران للقرص الدوار داخل حجرة بموجب (23.92) او (23.95) لا يتعلق بقيمة الحلو σ ، طالما كانت قيمته اكبر من سماكة الطبقة الحدية . أما من أجل قيم صغيرة جداً لـ σ فيتناسب معامل عزم الدوران c_M عكساً مع σ حسب (23.91) . وفي هذه الحالة أكدت التجارب أن الحلو القطري σ الموضع في الشكل (١١.٢٣) يؤثر أيضاً على عزم الدوران . من جهة أخرى فإن مقارنة المنحنيين ④ مع المنحني ② و ③ في الشكل (١٢.٢٣) تبين أن عزم الدوران اللازم للقرص حر اكبر من عزم الدوران لقرص داخل حجرة . وسبب ذلك يعود لوجود « نواة » بين الطبقة الحدية على جدار القرص وعلى جدار الحجرة تدور بنصف السرعة الزاوية للقرص . ونتيجة لذلك فإن قيمة تدرج السرعة المحيطية عمودياً على القرص تكون في حالة القرص الحر ضعف ما هي عليه في حالة القرص داخل حجرة .

٣.٢٣ الطرق التقريبية لحساب الطبقة الحديدية الصفائحجية والمضطربة مع

وجود تدرج ضغط (طريقة نروكنبروت - شوانس)

إن حساب الطبقة الحديدية على جدار مع وجود تدرج ضغط، زائد أو ناقص، ذو أهمية كبيرة جداً بالنسبة لمسألة حساب قوة المقاومة لجناح حامل، أو ريشة عذفة أو مضخة، أو فائرة، وغير ذلك من الأمثلة العملية. ومن البديهي أن تكون طرق الحساب في مثل هذه الحالات أكثر تعقيداً مما هي عليه في حالة الصفيحة المستوية، وبالتالي فإن الجهد الحسابي المطلوب سيكون أكبر.

إن تدرج الضغط يؤثر بشكل حاسم على تكوين الطبقة الحديدية، خاصة في حالة تزايد الضغط، الذي يمكن أن يسبب انفصام الطبقة الحديدية. لذلك فإن حساب الطبقة الحديدية في هذه الحالات يشمل، إلى جانب حساب مقاومة الاحتكاك، تحديد ما إذا كان سيحدث انفصام للطبقة الحديدية وأين تقع، في حالة الانحياز، نقطة الانفصام.

لقد طورت خلال السنوات الماضية طرق عديدة لحساب الطبقة الحديدية المضطربة، تختلف في المنطلقات وأسلوب المعالجة، وتشترك كافة وبدون استثناء، بكونها طرقاً تقريبية تنطلق من المعادلات التكاملية للطبقة الحديدية [٢.٤.٢٢] وتشابه في ذلك مع الطرق التقريبية لحساب الطبقة الحديدية الصفائحجية [٢.٤.٢٣]. إضافة لذلك فإن عدم وجود قوانين نظرية مجتة لحساب أجهاد القص الجداري والتبدد الطافي للجريان المضطرب يستدعي لزماً الحصول على معلومات عن هذه القيم من التجارب المنظمة. ولهذا تأخذ طرق حساب الطبقة الحديدية المضطربة طابعاً نصف تجريبي Half - empirical.

إن أول طريقة لحساب الطبقة الحدودية المضطربة مع وجود تدرج ضغط مدور - جروشفيتس E. Gruschwitz في ألمانيا عام 1931، ونشر في نفس العام بوري A. Buri طريقة لا تختلف في أساسها عن الطريقة الأولى. أما في أمريكا فقد نشرت طريقة فون دونيوف - تيتريفين A. E. von Doenhoff and N. Tetervin عام 1943، التي انطلق منها وحسبها من حيث الجهد الحسابي جارنر H. C. Garner في إنجلترا عام 1944. وفي عام 1952 نشر تروكسبروت E. Truckenbrodt [44] طريقة بسيطة أدخل فيها نتائج أحدث الأبحاث النظرية والتجريبية المتعلقة بالطبقة الحدودية المضطربة. وقد أكمل شولتز N. Scholz [45] هذه الطريقة فيما بعد، بحيث بسط عمليات الحساب ووسع مجال استخدامها. والجدير بالذكر أن كرايمر K. Kraemer [46] استطاع تطوير مسطرة حاسبة لهذه الطريقة فتمكن الجهد الحسابي في الدراسات العلمية المنظمة [47] لحد مقبول جداً.

إن الطرق الآتية الذكر جميعها تشترك بقاسم مشترك يتمثل بالتالي :

١ - اعتبرت سماكة خسارة تيار الدفع المعرفة بالعلاقة (22.11) :

$$\delta_p = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (23.96)$$

كقيمة مميزة لسماكة الطبقة الحدودية .

٢ - لتحديد التأثير الشديد لتدرج الضغط على بروفيلات السرعة أدخل مايسمي معامل (بادامتر) الشكل Shape parameter لبروفيل السرعة ، الذي يعرف بصيغ مختلفة من طريقة لأخرى .

بوري Buri اختار معامل الشكل كقيمة لا بعدية بالصيغة :

$$\Gamma = \frac{\delta_2}{U} \frac{dU}{dx} \left(\frac{U \delta_2}{\nu}\right)^{1/4} \quad (23.97)$$

ويعني $\Gamma > 0$ جرياناً متسارعاً و $\Gamma < 0$ جرياناً متباطئاً ، بينما تتحدد نقطة الانفصال من أجل $\Gamma = 0.06$ ، كما أثبتت ذلك قياسات نيكورادسي .

جروشيتس Grushwitz عرف معامل الشكل بالصيغة :

$$\gamma_1 = 1 - \left(\frac{u(\delta_2)}{u(\delta_1)} \right)^2 \quad (23.98).$$

حيث $u(\delta)$ تعني السرعة في الطبقة الحدية على بعد $\delta = \gamma$ من الجدار . ويكون في مجال الجريان المتسارع ، حيث يتناقص الضغط ، $\gamma_1 < 0.40$ ، وفي مجال الضغط المتزايد $\gamma_1 > 0.40$ ، بينما تتحدد نقطة الانعكاس من أجل $\gamma_1 = 0.8$.

فون دونوف و تيفرفين وكذلك جارتر استخدموا لمعامل الشكل النسبة بين سماكة الانزياح δ حسب (22.6) وسماكة خسارة تيار الدفع δ^* حسب (23.96) بالصيغة :

$$H_{12} = \delta_1 / \delta_2 \quad (23.99).$$

وتبين أن انقسام الطبقة الحدية يحدث في المجال : 2.4 حتى 1.8 H_{12} .

لقد أكدت القياسات التجريبية المختلفة صحة الفرضية المتعمدة في غالبية طرق حساب الطبقة الحدية المضطربة والقائلة أن بروفيلات السرعة المضطربة تمثل حزمة منحنيات ذات بارامتر وحيد . وعلى أساس هذه الفرضية توجد علاقة واضحة فريدة بين معاملات الشكل المختلفة ، مثلاً بين γ_1 و H_{12} ، ويمكن تحديد هذه العلاقة من القياسات وأحياناً بالاستقاقات النظرية .

من بين الطرق العديدة لحساب الطبقة الحدية المضطربة مع وجود تدرج ضغط ، التي أشرنا إلى بعض منها فقط ، سنتعرض لطريقة تروكنبوت [44] ، التي ، كما ذكرنا ، بسطها ووسع مجال تطبيقاتها - شولتس [45] ، وتعتبر من حيث الاستخدام والتطبيقات العملية ذات أهمية كبيرة بالمقارنة مع الطرق الأخرى المعروفة . ولا نبغي هنا التعرض إلى التفاصيل الرياضية والفيزيائية لطريقة تروكنبوت - شولتس ، حيث ننصح من أجل ذلك العودة إلى المصادر الأصلية [44] [45] [46] ، أو إلى بعض المصادر المختصة بنظرية الطبقة الحدية ، مثلاً [28] . إن ما نبغيه هو التعرف على مجالات استخدام هذه

الطريقة ، وبعض منطقاتها الأساسية ، وصولاً الى نموذج حسابي يمكن بمساعدته إجراء حساب الطبقة الحدية ببسر وسهولة .

إن الميزة العامة لطريقة تروكنبوت التقريرية تجعلها تصلح لحساب الطبقة الحدية ، الصفائية والمضطربة ، المستوية والمتناظرة دورانياً . وبالرغم من أن هذه الطريقة بنيت ، كما هو الحال بالنسبة للطرق الأخرى المعروفة ، على أساس المعادلات التكاملية للطبقة الحدية ، قانون الدفع وقانون القدرة ، إلا أن تروكنبوت سلك طريقاً متميزة إذ استطاع حساب سماكة خسارة تيار الدفع مباشرة من تكامل قانون القدرة ، ويمكن من حساب معامل الشكل من خلال شرط جديد نتج من ربط قانون الدفع (22.46) مع قانون القدرة (22.51) ، منطلقاً من فرضية كون بروفيلات السرعة في الطبقة الحدية ذات بارامتر وحيد .

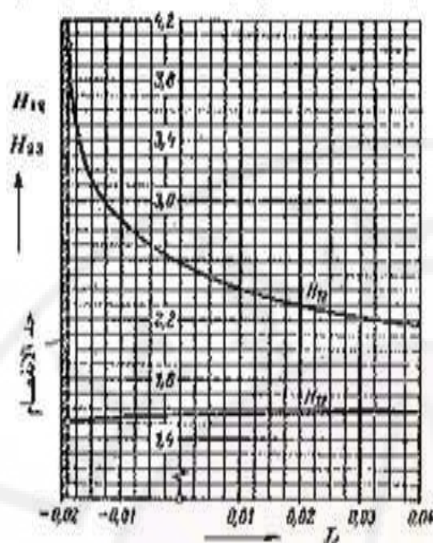
بمساعدة طريقة تروكنبوت - شولس لا نستطيع تحديد بروفيلات توزيع السرعة الموضعية في الطبقة الحدية ، ولكننا نحصل بالنتيجة النهائية على توزيع القيم المميزة للطبقة الحدية : سماكة الانزياح $\delta_1(x)$ ، سماكة خسارة تيار الدفع $\delta_2(x)$ وسماكة خسارة القدرة $\delta_3(x)$ ، حيث « الاحداثي الطولي المنطبق على جدار الجسم » .

لمعرفة مدى جنوح الطبقة الحدية للانقسام ، وبالتالي تحديد نقطة أو مجال الانقسام ، أدخل تروكنبوت معامل الشكل L ، الذي يرتبط مع كل من H_{12} ، كنسبة بين السماكتين δ_1 و δ_2 حسب (23.99) ، ومع

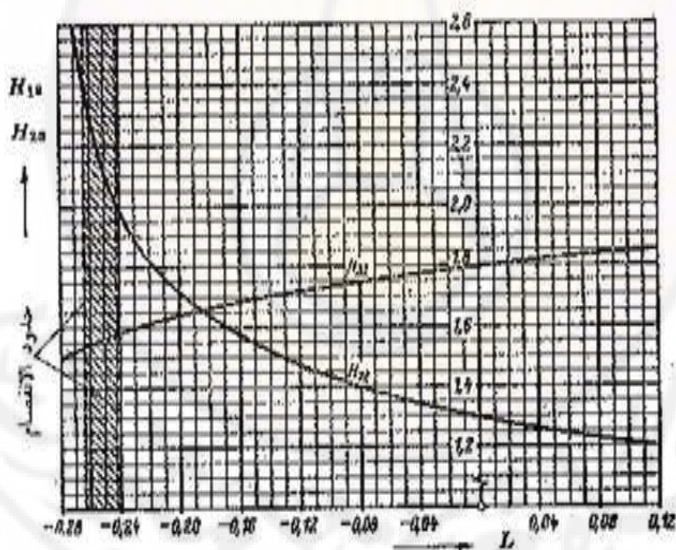
$$H_{12} = \delta_1 / \delta_2 \quad (23.100)$$

كنسبة بين سماكة خسارة القدرة δ_3 وخسارة تيار الدفع δ_2 ، بعلاقة عامة وحيدة بثلاث في حالة الطبقة الحدية الصفائحية الشكل (١٣.٢٣) ، وفي الحالة

المضطربة الشكل (١٤.٢٣) . وتقوم على أساس فرضية البارامتر الوحيد لبروفيلات



الشكل ١٣.٢٣ ، العلاقة بين
معامل الشكل ١. وكل من نسبة
الساكنات H_{12} و H_{22} من أجل
طبقة حديدية صفائحية ، بحسب
تروكشروت [١٤٤] [٢٥] .
نقطة الانقسام تتحدد عند
 $L = -0.018$.



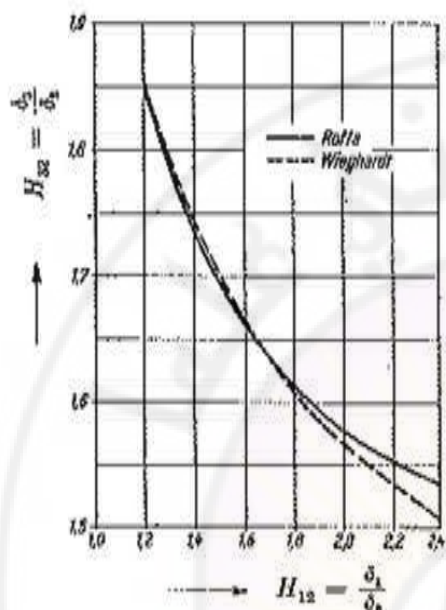
الشكل ١٤.٢٣ : العلاقة بين معامل الشكل ١. للطبقة الحديدية وكل من نسبة
الساكنات H_{12} و H_{22} من أجل طبقة حديدية مضطربة ، بحسب شولكس
[١٤٥] [٢٥] . مجال الانقسام يتحدد ما بين $L = -0.242$ و $L = -0.264$.

السرعة أيضاً علاقة وحيدة بين H_{32} و H_{12} تظهر بوضوح في الشكل (١٥.٢٣) .
وقد استطاع تروكنبوت ، خلافاً لغيره من الباحثين ، أن يحول المعادلة

التفاضلية لحساب معاملات
الشكل I. الى علاقة تراسيع
Quadrature ، يدخل فيها
التكامل :

$$L = \int_{H_{32} = H_{32_0}}^{H_{32}} \frac{dH_{32}}{(H_{12} - 1) H_{32}} \quad (23.101)$$

الذي يمثل ارتباط I. بشكل من
 H_{32} و H_{12} . وقد اختير الحد
الادنى للتكامل H_{32_0} بحيث
يمثل $L = 0$ حالة الجريان بدون
تدرج ضغط ، المطابقة للجريان
على صفيحة مستوية . وبقابل
ذلك حسب الشكل (١٥.٢٣) :



الشكل ١٥.٢٣ : العلاقة بين نسبتي السماكات
 H_{32} و H_{12} للطبقة الحدودية المضطربة حسب روتا
و فيجهارت ، [28] .

$$H_{32_0} \approx 1.73 \text{ و } H_{12_0} \approx 1.4$$

لقد حدد تروكنبوت نقطة الانقسام للطبقة الحدودية الصفائحية عند
 $L \approx -0.018$ او $H_{12} \approx 4.15$ ، الشكل (١٣.٢٣) . بالمقابل لا توجد نقطة
انقسام محددة للطبقة الحدودية المضطربة ، وإنما مجال انفصال يبدأ ، حسب
تروكنبوت ، عند $L = -0.13$ ، المقابل لـ $H_{12} = 1.8$ ، ويستمر حتى

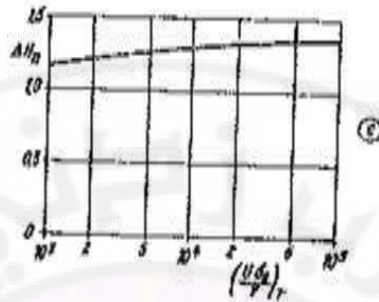
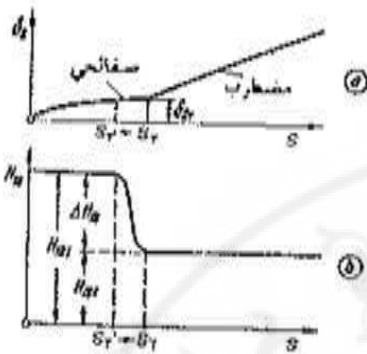
$L = -0.18$ ، المقابل $L = 2.4$ ، H_{12} ، حيث يكون الانقسام قد حدث فعلاً . أما شولتس [45] فقد حدد مجال الانقسام ما بين $L = -0.242$ و $L = -0.264$ ، الشكل (١٤.٢٣) .

إن الحساب العملي الكامل للطبقة الحدية المضطربة حسب طريقة تروكسبروت يتم على النحو التالي : معطى توزيع السرعة الخارجية للجريان الكميوني (٨) على طول جدار الجسم المنطبق على الإحداثي x ، وكذلك عدد رينولدز $Re_x = U_\infty x / \nu$ ، حيث U_∞ السرعة غير المشوشة ، ν الطول المميز للجسم ، المكافئ لطول الوتر في حالة جناح حامل مثلاً . يحدد وفقاً لقيمة Re_x معامل المقاومة C_f للجريان المضطرب على طول صفيحة مستوية ، الجدول (٤.٢٣) ، (راجع أيضاً [٢.٢.٢٣]) ، إضافة لبعض الثوابت التي تدخل في العلاقات الرئيسية للطريقة ، الجدول (٣.٢٣) . المطلوب تحديد توزيع سماكة خسارة تيار الدفع (٥) δ_0 وتوزيع معامل الشكل (٥) L أو (٥) H_{12} ، وبذلك يتحدد توزيع كل من سماكة الانزياح (٥) δ_1 وسماكة خسارة القدرة (٥) δ_2 . وخلال عمليات الحساب المتعاقبة تبرز ميزة هامة لطريقة تروكسبروت ، بالمقارنة مع الطرق الأخرى ، حيث لا نحتاج لاستنتاج $U(x)$ بالنسبة لـ x .

في الحالة التي لا تبدأ فيها الطبقة الحدية المضطربة اعتباراً من نقطة الركود الامامية ، وإنما اعتباراً من نقطة الانتقال الصفائحية - المضطرب على بعد x_{tr} من الحافة الامامية ، عندئذ يتوجب أن تكون سماكة خسارة تيار الدفع المطبقة المضطربة δ_{e1} والصفائحية δ_{e2} متساويتين في النقطة x_{tr} (الشكل ١٦.٢٣ - ٨) :

$$\delta_{e1}(x_{tr}) = \delta_{e2}(x_{tr}) = \delta_{e1} \quad (23.102)$$

في جوار نقطة الانتقال نهبط قيمة H_{12} بشكل ملاحظ ، كما يتضح ذلك من الشكل (١٦.٢٣ - ٨) ، الذي يمثل رمزياً توزيع H_{12} على طول جدار الجسم .



الشكل ١٦.٢٣ : تغير سماكة خسارة تيار الدفع δ_2 ومعامل الشكك Π_{12} في جوار نقطة الانتقال الصفائحي -- المضطرب ، حسب [28] [44] .
 (a) توزيع δ_2 على طول الجدار ؛ (b) توزيع Π_{12} على طول الجدار ؛ (c) مقدار التغير $\Delta \Pi_{12}$ في جوار نقطة الانتقال بدلالة عدد رينولدز $Re = U_{\delta_{21}} \delta_{21} / \nu$ حسب تروكنبروت .

وقد تمكن تروكنبروت من تحديد مقدار تغير Π_{12} نتيجة الانتقال الصفائحي - المضطرب :

$$\Delta H_{12} = H_{12} (S_T) - H_{12} (S_T) \quad (23.103)$$

في جوار نقطة الانتقال وبدلالة عدد رينولدز $Re = U_{\delta_{21}} \delta_{21} / \nu$ ، الشكل (c - ١٦.٢٣) .

لقد سبقت الإشارة أن كرايمر Kraemer [46] استطاع تطوير مسطرة حاسبة خاصة لحساب δ_2 ومعامل الشكل L للطبقة الحدية المضطربة والصفائحية حسب طريقة تروكنبروت . أما شولتز N. Scholz [25] [45] فقد وضع نموذجاً حسابياً يتضمن 21 خطوة حسابية ويمكن بواسطته حساب الطبقة الحدية المستوية ، الصفائحية المضطربة ، بسهولة كبيرة نسبياً ، والحصول بالنتيجة على

توزع القيم المميزة الثلاث للطبقة الحدية : δ_1 ، δ_2 ، δ_3 . لقد بني هذا النموذج الحسابي على المعادلات التالية :

$$\frac{\delta_A(s)}{l} = H_{32}(s) \frac{\delta_2(s)}{l} = H_{32s} \frac{c_f}{2} \frac{\Theta(s)^{1/n}}{\left(U(s)/U_\infty \right)^3} \quad (23.104).$$

حيث :

$$\Theta(s) = \left[\frac{2}{c_f} \frac{\delta_2(s_0)}{l} \frac{H_{32}(s_0)}{H_{32s_0}} \left(\frac{U(s_0)}{U_\infty} \right)^3 \right]^n + \int_{s'=s_0}^s \left(\frac{U(s')}{U_\infty} \right)^q d\left(\frac{s'}{l}\right) \quad (23.105),$$

بالإضافة الى :

$$A(s) = \Theta(s_0)^{n+1} \left(f(s_0) - L_\infty - \ln \frac{U(s_0)}{U_\infty} - e \ln \Theta(s_0) \right) - d \int_{s'=s_0}^s \left(\frac{U(s')}{U_\infty} \right)^q \Theta(s')^n \ln \frac{U(s')}{U_\infty} d\left(\frac{s'}{l}\right) \quad (23.106),$$

$$f_s = L_\infty + \ln \frac{U(s)}{U_\infty} + e \ln \Theta(s) + \frac{A(s)}{\Theta(s)^{n+1}} \quad (23.107),$$

إن الثوابت التي تتضمنها هذه المعادلات ، وتدخل بالتالي في النموذج الحسابي ، أدرجت في الجدول (٣ . ٢٣) لحالة الصفائح والمضطربة ، أما قيم معامل المقاومة c_f للصفيحة المستوية ، أي حالة طبقة حدية بدون تدرج ضغط ، فقد أدرجت في الجدول (٤ . ٢٣) ولجالات الجريان المختلفة .

الجدول ٢.٢٣ : نموذج حساب القيم المميزة للطبقة الحدودية المستوية المصفحة
والخطية حسب طريقة تروكذبروت - شولتس وبمساعدة الجدولين (٣.٧٣) و (٤.٢٣)
والشكلين (١٣.٢٣) و (١٤.٢٣) ، حسب [25] .

①	الرقم المستعمل في نقطة الحساب	η	$\frac{\eta}{\eta_0}$
②	الاحتكاك اللامعني	τ/τ_0	$\frac{\tau}{\tau_0}$
③	السرعة الخارجة اللامعنية	U/U_0	$\frac{U}{U_0}$
④	③ ^٣		
⑤	② ^٣	$d\theta/d\frac{s}{l}$	θ من الجدول (٣.٢٣)
⑥	$\theta_0 + \int_0^s ⑤ d\frac{s}{l}$	θ	$\theta_0 \approx \theta (s=0)$
⑦	⑤ ^{١/٣}		p من الجدول (٣.٢٣)
⑧	⑦ / ④	$\frac{\delta s}{l} / H_{250} \frac{c_1}{2}$	
⑨	⑧ ^٣		η_0 من الجدول (٣.٢٣)
⑩	d ② ③ ⑨	$dA/d\frac{s}{l}$	δ من الجدول (٣.٢٣)
⑪	$A_0 = \int_0^s ⑩ d\frac{s}{l}$	A	$A_0 \approx A (s \approx 0)$
⑫	⑪ / ⑤ ⑨		
⑬	$\ln ④$		
⑭	$\pi \ln ⑤$		ϵ من الجدول (٣.٢٣)
⑮	⑫ + ⑬ + ⑭	$L_{00} = L_{000}$	
⑯	⑮ + L_{00}	L	L_{00} من الجدول (٣.٢٣)
⑰	من الشكل (١٣.٢٣) أو (١٤.٢٣) بدلالة L	H_{33}	لحساب المود ⑩ نأخذ c_1 من الجدول (٤.٢٣) و H_{250} من الشكل (١٣.٢٣) أو (١٤.٢٣) بدلالة L_{00} .
⑱	من الشكل (١٣.٢٣) أو (١٤.٢٣) بدلالة L	H_{13}	
⑲	⑧ ^٣ / 2 H_{250}	$\frac{\delta_2}{l}$	مسافة خسارة القدرة النسبية
⑳	⑲ / ⑩	$\frac{\delta_0}{l}$	مسافة خسارة تيار الدفع النسبية
㉑	⑩ ⑲	$\frac{\delta_1}{l}$	مسافة الانزياح النسبية

الجدول ٣.٢٣ : قيم الثوابت اللازمة لحساب الطبقة الحدودية بموجب النموذج الحسابي (الجدول ٣.٢٣) ، حسب [25] .

	صفاتي	مضطرب	
		أملس هيدروليكي	خشن هيدروليكي
α	0.5	$1.12/\lg Re$	$1.00/\lg \left(2 + \frac{l}{k_s} \right)$
p	2	$1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}$	
q	5	$3 + 2 \frac{\alpha}{1-\alpha}$	
m	6	3	
d	7	4.24	
e	0	0.026	
Ln	0	$0.0685 \lg Re - 0.486$	$0.0685 \lg \frac{l}{k_s} - 0.340$

الجدول ٤.٢٣ : معامل المقاومة c_f للصفيحة المستوية في المجالات الفتاتفة للجريان على طول الصفيحة ، حسب [25] ، Re_x الخشونة الزمنية المكافئة .

معامل المقاومة c_f	نوع الجريان
$1.328 \cdot Re_x^{-0.5}$	صفاتي
$0.455 \cdot (\lg Re_x)^{-2.58} = 0.003 \frac{Re_{cr}}{Re}$	انتقالي صفاتي - مضطرب
$0.455 \cdot (\lg Re_x)^{-2.58}$	مضطرب أملس هيدروليكي
$0.438 \cdot \left[2 + \lg \left(\frac{l}{k_s} \right) \right]^{-2.58}$	مضطرب خشن هيدروليكي

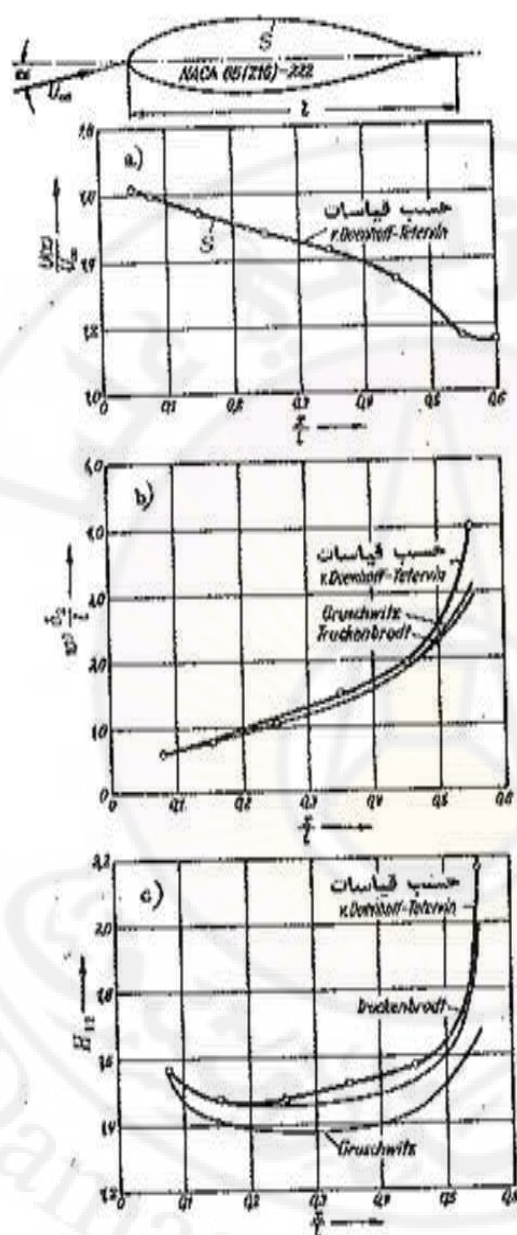
عند إجراء الحساب العددي للتكاملين الداخليين في العلاقاتين (23.105) و (23.106) لحساب قيم $f(s)$ و $\theta(s)$ ينصح باختيار نقاط الحساب المتسلسلة بحيث تكون متساوية البعد عن بعضها البعض ، وأن تكون خطوات

الحساب $\Delta s = \text{const}$ صغيرة قدر الامكان ، إضافة لذلك ينصح بإبقاء عدد المراتب ، خاصة في خطوات الحساب الاولى ، كبيراً ، بما يجعل بحال عدم الدقة في حساب معامل الشكل L ، بسبب الحد الأخير في العلاقة (23.107) ، يتأشى بسرعة بعد نقاط الحساب الاولى . والجدير بالإشارة هنا أن s يعني إحداثي النقطة المتحركة و s إحداثي نقطة الحساب المختارة .

إن النموذج الحسابي في الجدول (٢.٢٣) يصلح لحساب الطبقة الحدية التي تملك عند نقطة البدء ، $s = 0$ ، سماكة محدودة . وهو يصلح أيضاً لحساب الطبقة الحدية التي تبدأ صفائحية اعتباراً من نقطة الركود الأمامية ، وتتحول اعتباراً من النقطة s_p الى مضطربة . عندئذ تحسب الطبقة الحدية الصفائحية ما بين نقطة الركود الأمامية ، حيث $\Theta(s=0) = 0$ و $A(s=0) = 0$ ، ونقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب s_p ، ويستكمل اعتباراً من هذه النقطة حساب الطبقة الحدية المضطربة مع مراعاة الشرط (23.102) . ولا تؤثر في هذه الحالة القيمة الابتدائية لمعامل الشكل L في نقطة الركود على نتيجة الحساب بشيء يذكر ، وهي تبلغ في حالة الطبقة الحدية الصفائحية $L = 0.0292$ ، [25] .

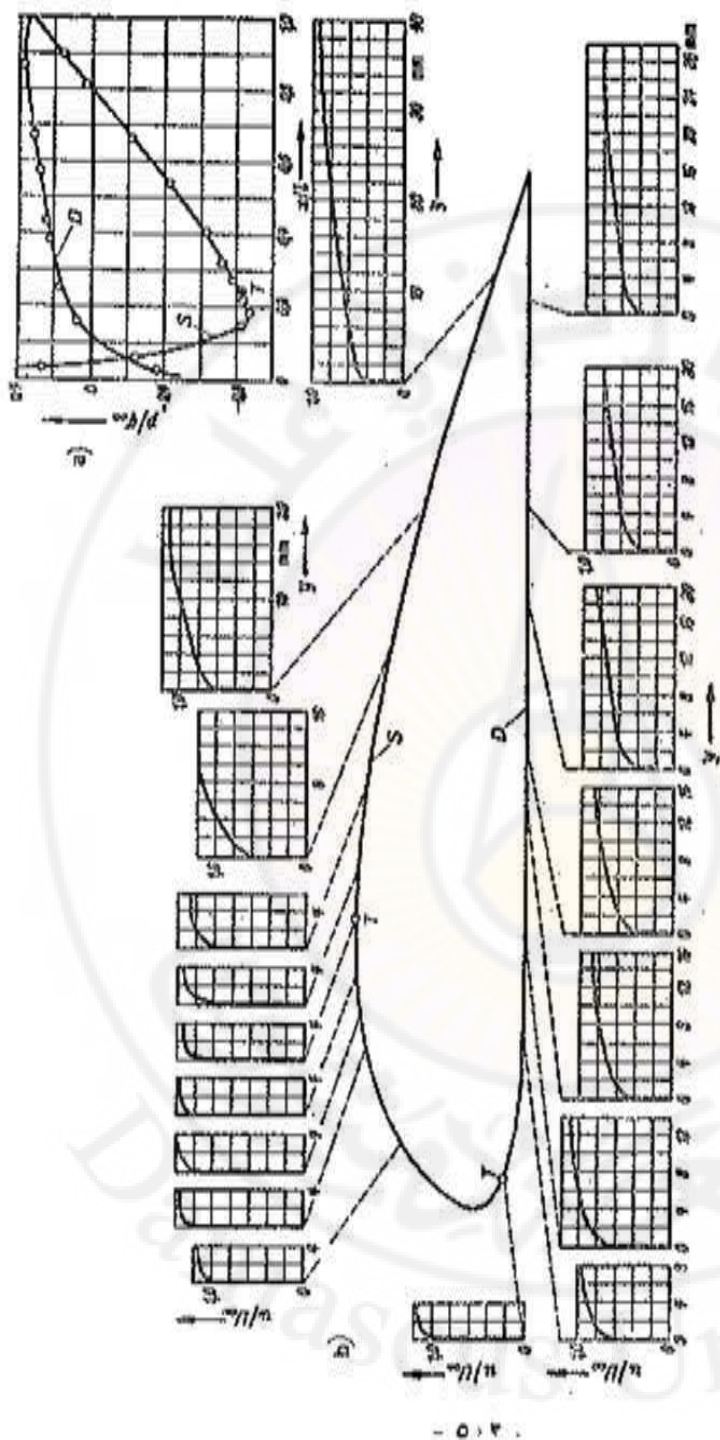
يتم حساب الطبقة الحدية بالنسبة لعدد دينولدز محدد ، نحسب قيمته عند استخدام النموذج الحسابي بدلالة الطول الاجمالي للطبقة الحدية ، وسرعة الورد غير المشوشة U_∞ : $Re = U_\infty L / \nu$ ، وقد نسبت في النموذج الحسابي الأبعاد الطولية كافة الى L للحصول على قيم لا بعدية .

سنعرض الآن مثالين عن حساب الطبقة الحدية مقتصرين على نتائج الحساب الرئيسة فقط . في المثال الاول ، الشكل (١٧.٢٣) ، حسبت الطبقة الحدية المضطربة المستوية على طرف السحب للجناح الحامل NACA-65(216)-222 عند عدد دينولدز $Re = U_\infty L / \nu = 2.6 \cdot 10^6$. وقد اعتبر كأساس للحساب توزيع السرعة الخارجية $U(x)$ المحسوبة من توزيع الضغط المقاس ، الشكل



الشكل ١٧-٢٣ : حساب الطبقة الحدية الخطيرة المستوية على طرف السحب S
 الجناح الماخمل 222-65(216) NACA عند زاوية ورود $\alpha = 10.1^\circ$ وعدد
 رينولدز $Re = 2.6 \cdot 10^6$ حسب [15].

a) توزيع السرعة الخارجة القاسية، b) مقارنة بين توزيع سماكة خضارة خبار الموقع و
 انحدار بوجبة طريقة كروكيوت وطريقة جروشفيتس والقاسية، c) توزيع نسبة السكيات
 $H_{12} = 1.8$ انحدار والقاسية. مجال الانحدار ما بين 2.2 حتى 1.8.



الشكل ٨.٢٤ : الطبقة الحدية حول بروفييل جناح حامل حسب قياسات أجراءها شترومر Slooper
 في حالة الطيران الخرف عند معامل قوة رفع $C_L = 0.4$ وعدد رينولدز $Re = 4.26 \cdot 10^6$ ، حسب [17] ، [28] .
 (a) توزيع الضغط اللابعدي $p^+ = \frac{p - p_\infty}{\rho U_\infty^2}$ ، (b) توزيع السرعة في الطبقة الحدية ، S : طرف البحر ،
 D : طرف الضغط ، T : نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب .

(١٧.٢٣ - ٥) وكما هو واضح من الشكل (١٧.٢٣ - ١) فإن نتائج حساب سماكة خسارة تيار الدفع اللابعدي $\delta_e/l = f(x/l)$ بموجب طريقة تروكنبوت تتطابق بشكل ممتاز مع النتائج المحسوبة بموجب طريقة جروشفسس ، من جهة ، وتتطابق بشكل جيد مع نتائج القياسات التي أجراها فون دونوف و تيرفين ، باستثناء منطقة صغيرة في جوار الحافة الخلفية للجناح تشكل مجال الانقسام . أما بالنسبة لمعامل الشكل ، كنسبة بين سماكة الانزراج وسماكة خسارة تيار الدفع $H_{12} = \delta_1/\delta_2$ ، فإن النتائج المحسوبة بموجب طريقة تروكنبوت تتطابق مع نتائج القياس بشكل أفضل من تلك المحسوبة بموجب طريقة جروشفسس ، الشكل (١٧.٢٣ - ٥) . وتحدد منطقة الانقسام في المجال 2.2 حتى $H_{12} = 1.8$.

المثال الثاني الموضح في الشكل (١٨.٢٣) يتضمن نتائج قياسات الطبقة الحدية على جناح حامل في حالة الطيران الحر ، التي أجراها شتويبر I. Stueper (راجع [17] ، [28 a]) . ونلاحظ أن تزايد الضغط المستمر على طرف الضغط للبروفيل ، الشكل (١٨.٢٣ - ٥) ، يسبب تحول الطبقة الحدية الى مضطربة بالكامل اعتباراً من الحافة الامامية . بالمقابل تسود على طرف السحب طبقة حدية صفائحية اعتباراً من الحافة الامامية وحتى نقطة الضغط الاصغري ، حيث يحدث الانتقال الصفائحي - المضطرب ، وتصبح بعدها الطبقة الحدية مضطربة حتى الحافة الخلفية ، الشكل (١٨.٢٣ - ١) .

٢٤ . بعض مسائل البحث الرئيسية لنظرية الطبقة الحدية

يضيّق المجال هنا حتى لتعداد مسائل البحث التي تعالجها نظرية الطبقة الحدية في إطار تطبيقات ميكانيك السوائل النكبيبة المتعددة والمتنوعة ، لذلك سنكتفي بالتمرض لثلاثة موضوعات رئيسية وهامة استحوذت اهتمام الباحثين ، نظرياً وتجريبياً ، منذ اكتشاف

نظرية الطبقة الحدودية وحتى الآن . هذه الموضوعات هي : نظرية استقرار الطبقة الحدودية الصفائحية ، طرق التأثير والتحكم بالطبقة الحدودية ، حساب مقاومة البروفيل .

١.٢٤ الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحرة:

يعتبر نشوء أو تولد الاضطراب Origin of turbulence ، المعروف أيضاً باسم الانتقال الصفائحي - المضطرب ، من المسائل الهامة جداً ، ليس فقط بالنسبة للأبحاث العلمية الأساسية ، وإنما أيضاً بالنسبة لعدد كبير من المواضيع العملية مثل حساب المقاومة ، والانتقال الحراري بين جدار الجسم والسائل الجاري حوله وغير ذلك . وبالمقابل يعتبر هذا الموضوع من أعقد المواضيع التي عالجها ويعالجها ميكانيك السوائل من حيث الدراسة الفيزيائية والرياضية .

لقد تعرضنا في فقرات سابقة (راجع [١٠.٣.١٨ ، ١٠.٤.١٨ ، ١٠.٣.٢٣ ، ١٠.٣.٢٣]) لموضوع نشوء الاضطراب من الناحية الفيزيائية الوصفية . أما المعالجة الرياضية فهدفها بالدرجة الأولى التعميد النظري لعدد وينولدز الطويل الذي يحدث عنده الانتقال الصفائحي - المضطرب .

إن غالبية الدراسات النظرية لموضوع نشوء الاضطراب تنطلق من فوضوية وينولدز ، التي طرحتها لأول مرة عام 1883 ، والتي اعتبر فيها السؤال عن نشوء الاضطراب مسألة استقرار Stability problem ، بمعنى أن الحركة الصفائحية ، التي تمثل من حيث المبدأ وعند أية قيمة لعدد وينولدز سلا لمعادلات نافير - ستوكس الحركية ، تصبح في مجال أعداد وينولدز فوق الحرجية ، $Re > Re_{cr}$ ، غير مستقرة أو قلقة Unstable ، وتتحول بالتالي ، تحت شروط معينة ، لحركة مضطربة . على هذا الأساس يمكننا اعتماد حلويقة التذبذبات الصغيرة Method of small oscillations ، مثلاً ، لحل مسألة الاستقرار نظرياً على النحو التالي :

تتصور في البداية حركة صفائحية صرفة ، ونفرض أن تشويشات أو تذبذبات صغيرة تراكبت فيها . فإذا تقامدت هذه التشويشات مع الزمن أو في بحري الحركة فإن الحركة الصفائحية تكون مستقرة ، أما إذا تضاعفت هذه التشويشات مع الزمن أو في اتجاه الجريان فتكون الحركة الصفائحية غير مستقرة ، ويمكن أن تتحول الحركة مضطربة إذا توفرت الشروط المناسبة لذلك (راجع [١.٣.١٨]) .

أقد أصبحت فرضية دينولدز آتفة الذكر حقيقة واقعة مبرعة نظرياً وموثقة تجريبياً بفضل الأبحاث المتواصلة حتى الآن والتي أسهم بها شخصياً براندل ، تولمين ، شلستنج ، أولوش ، شوباور Schubauer ، سكرامستاد Skramstad وغيرهم كثير . ونجد في عدد من المراجع المختصة ، مثلاً [28 a] ، [29] ، [64] ، [156] ، [157] ، عرضاً تاريخياً عن تطور نظرية استقرار الجريان الصفائحي وماخصاً لأهم نتائج الأبحاث النظرية والتجريبية حول هذه النظرية .

للتعرف تماماً على الأفكار الرئيسة لنظرية استقرار الطبقة الحدية الصفائحية سنستعرض في الفقرة التالية مسألة حساب عدد دينولدز الحرج للانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية الصفائحية حول صفحة مستوية بدون تدرج ضغط ، ومن ثم سنلخص نتائج تأثير تدرج الضغط على الانتقال الصفائحي - المضطرب .

١.١.٢٤ نظرية استقرار الطبقة الحدية الصفائحية بدون تدرج

ضغط (طريقة تولمين)

تمكن تولمين W. Tollmien عام 1929 أن يقدم برهاناً نظرياً قاطعاً للفرضية دينولدز عن مسألة استقرار الحركة الصفائحية ، وطور طريقة أصبحت فيما بعد حجر الأساس لتطور نظرية الاستقرار اللاحقة .

نفترض للبساطة جرياناً مستوياً ونهمل القوى الحجمية . نعتبر هذا الجريان مكوناً من جريان أساسي صفائحي مستقر قيمه الهيدروديناميكية توابع مكانية بحتة ، ومن جريان ثانوي ناشئ عن تشويشات صغيرة وتعلق قيمه الهيدروديناميكية بالزمان والمكان . ولنفرض أيضاً أن الجريان الأساسي مجرد ذاتي . وكذلك الجريان الاجمالي بحقة قان معادلات نافير - ستوكس الحركية . فإذا كانت $\bar{u}(x,y)$ ، $\bar{v}(x,y)$ مركبتا السرعة للجريان الأساسي و $\bar{p}$ الضغط الستاتيكي ، بينما $u'(x,y,t)$ ، $v'(x,y,t)$ ، $p'(x,y,t)$ القسم الهيدروديناميكية للجريان الثانوي المشوش فنكون بالنسبة للجريان الاجمالي :

$$u = \bar{u} + u' ; v = \bar{v} + v' ; p = \bar{p} + p' \quad (24.1).$$

إن دراسة استقرار الجريان الصفائحي بالاعتماد على طريقة التذبذبات الصغيرة تسمح باعمال الحدود المربعة للقيم المشوشة باعتبار أن u' ، v' ، p' كلها هي مفروض أصغر بكثير من $\bar{u}$ ، $\bar{v}$ ، $\bar{p}$.

لتبسيط الدراسة أكثر نفرض أن الجريان الصفائحي الاساسي يمثل جرياناً زاحفاً بسيطاً باتجاه x يحقق العلاقات :

$$\bar{u} = \bar{u}(y) ; \bar{v} = 0 ; \bar{p} = \bar{p}(x,y) \quad (24.2).$$

ندخل كلاً من (24.1) و (24.2) في معادلات نافير - ستوكس (19.28) وفي معادلة الاستمرار (19.29) مع مراعاة الحالة المستوية ، $w = 0$ ، والفرضيات الموضحة أعلاه فنحصل بالنسبة للمعركة المشوشة على جملة المعادلات الثلاث التالية :

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \right) \quad (24.3).$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v'}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} \right) \quad (24.4),$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (24.5),$$

بالنسبة للمجهول p' ، u' ، v' ، حيث $\nu = \eta/\rho$ اللزوجة الحركية . وتقضي الشروط الحدية الملزمة لهذه المعادلات أن تنعدم بموجب شرط الاتصاف مركبتا السرعة u' و v' على الجدران الصلبة المحيطة للجريان في حالة أنبوب أو صفيحة ، وكذلك عند مسافة كبيرة جداً عن الجدار في حالة جريانات الطبقة الحدية .

إذا عزلنا الضغط p' من المعادلتين (24.3) و (24.4) ، وذلك بأن نشتق الأولى بالنسبة لـ y والثانية بالنسبة لـ x ، ومن ثم نطرح (24.4) من (24.3) ، فنحصل بذلك على معادلة واحدة تتضمن فقط المجهولين u' ، v' ، اللذين يمكن التعبير عنهما بادخال تابع تيار $\psi(x, y, t)$ ، بحيث تتحقق معادلة الاستمرار (24.5) وتكون :

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad ; \quad v' = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (24.6).$$

بادخال هذين التعبيرين في المعادلة الناتجة من (24.3) و (24.4) بعد عزل الضغط p' نحصل بالنتيجة على معادلة تفاضلية واحدة من الدرجة الرابعة تتضمن كجهول واحد تابع التيار ψ ، ونعتبر أساساً لدراسة استقرار الجريان الاسامي الصفائحي بعد تحديد نوع الحركة المشوشة .

كحركة مشوشة في اتجاه الجريان الرئيسي المطابق لاتجاه x نعتبر حركة موجية Wave motion ما من النوع الذي يقبل تحليل الحركة حسب فورييه Fourier إلى ذبذبات جزئية يمكن اختيار تابع تيار لكل منها بالصيغة :

$$\Psi(x, y, t) = \varphi(y) \cdot e^{i(\alpha x - \beta t)} \quad (24.7),$$

حيث يمثل $\varphi(y)$ تابع سعة الذبذبة Amplitude function ، و α عدداً حقيقياً
يمثل $\lambda = 2\pi/\alpha$ ، بينما يمثل

$$\beta = \beta_r + i\beta_i \quad (24.8),$$

قيمة مركبة ، جزؤها الحقيقي β_r يساوي التردد الزاوي Angular frequency
الذبذبة ، ويحدد جزؤها التخيلي β_i تضامد أو تضاعف الذبذبة . وبوضع ذلك
بإدخال (24.8) في (24.7) ، حيث يصبح الجزء الحقيقي للأس موجباً من
أجل $\beta_i > 0$ ، وبالتالي يتزايد Ψ في هذه الحالة مع الزمن وتتضاعف
الذبذبة عندئذ ، مما يسبب عدم استقرار الجريان الصفائحي . أما في حالة $\beta_i < 0$
فإن الذبذبة تتضامد ويبقى الجريان الصفائحي مستقراً . أما الذبذبات التي
تحقق $\beta_i = 0$ فتسمى ذبذبات محايدة Neutral وتشكل حد الاستقرار
Limit of stability .

من (24.6) و (24.7) نتج مركبتا السرعة للحركة المشوشة بالصيغة :

$$\left. \begin{aligned} u' &= \varphi'(y) \cdot e^{i(\alpha x - \beta t)} \\ v' &= -i\alpha \varphi(y) \cdot e^{i(\alpha x - \beta t)} \end{aligned} \right\} \quad (24.9).$$

ندخل v' ، u' حسب (24.9) في المعادلة التفاضلية لـ η' الناتجة من (24.3)
و (24.4) بعد عزل p' فنحصل على معادلة تفاضلية خطية عادية من الدرجة
الرابعة لتابع سعة الذبذبة $\varphi(y)$ من الشكل :

$$\begin{aligned} (\alpha^2 u' - \beta) \left[\frac{d^2 \varphi(y)}{dy^2} - \alpha^2 \varphi(y) \right] - \alpha \frac{d^2 u'}{dy^2} \varphi(y) = \\ = -i\alpha \left[\frac{d^4 \varphi(y)}{dy^4} - 2\alpha^2 \frac{d^2 \varphi(y)}{dy^2} + \alpha^4 \varphi(y) \right] \quad (24.10) \end{aligned}$$

وتسمى المعادلة التفاضلية للموجة المشوشة وكذلك معادلة أور - سومرفيلد Orr - Sommerfeld . هذه المعادلة يمكن كتابتها بصيغة لا بعدية إذا نسبت الأطوال كافة الى طول مميز مناسب δ (مماكة الطبقة الحدية مثلاً) ، ونسبت السرعات كافة الى السرعة الاعظمية للجريان الاسامي $\bar{u}_{max}$. فاذا اعتبرنا $Re = \bar{u}_{max} \cdot \delta / \nu$ القيمة المميزة لعدد رينولدز بالنسبة للجريان الاسامي ، وأدخلنا الى جانب α و β القيمة :

$$c = \beta / \alpha = c_r + i c_i \quad (24.11)$$

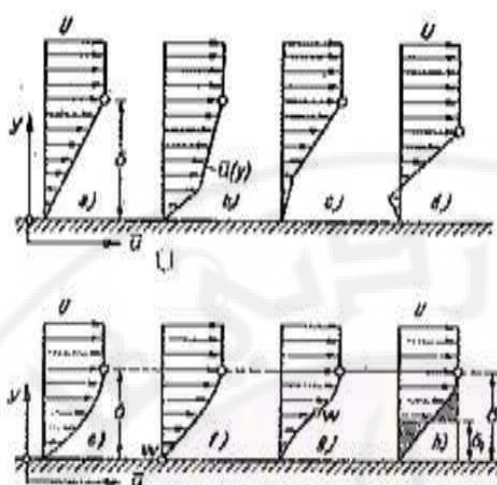
حيث تعني c_r سرعة انتشار الموجة ، بينما تحدد c_i بإشارتها الموجبة او السالبة تضاعف او تخامد الذبذبة الجزئية و $c_i = 0$ الذبذبات المحايدة ، فتصبح بذلك (24.10) بالصيغة اللا بعدية التالية :

$$(\bar{u} - c) (\varphi'' - \alpha^2 \varphi) - \bar{u}'' \varphi = - \frac{i}{\alpha Re} (\varphi'''' - 2 \alpha^2 \varphi'' + \alpha^4 \varphi) \quad (24.12)$$

φ تعني $\varphi(y)$ والفتحة (') تعني مشتق φ او $\bar{u}$ بالنسبة لـ y/δ . الشروط الحدية لهذه المعادلة تقضي بأن تنعدم u' و v' على الجدار وعند مسافة كبيرة عنه :

$$y = 0 \text{ او } y \rightarrow \infty \Rightarrow u' = v' = 0 ; \quad \varphi = \varphi' = 0 \quad (24.13)$$

إن حل مسألة الاستقرار أصبح الآن مرهوناً بحل المعادلة التفاضلية (24.10) او (24.12) مع مراعاة الشروط الحدية (24.13) ، وذلك من أجل جزيئات صفائحي معلوم ذي بروفيلات سرعة $u(y)$ مختلفة ، حسب الشكل (١.٣٤) مثلاً ، وعند قيمة معلومة لعدد رينولدز Re . ويتوجب الحل اعتبار المسألة كمسألة قيمة ذاتية Eigenvalue problem ، حيث يلزم من أجل قيم Re المعلومة



الشكل ١.٢٤ : بروفيلات سرعة مختلفة لدراسة استقرار الطبقة الحدية الصفائحية .
 U : سرعة الجريان الخارجى ، $u(y)$: سرعة السرعة ، δ_j سماكة الطبقة الحدية ، δ سماكة الانزياح ، w نقطة انعطاف بروفيل السرعة ، y المسافة عن الجدار .
 من أجل $Re \rightarrow \infty$ تكون البروفيلات من النوع (a) ، (b) ، (c) و (f) مستقرة ،
 ومن النوع (e) ، (d) و (g) غير مستقرة . البروفيل (c) يسود في منطقة ضغط متناقص ،
 (f) في منطقة ضغط ثابت و (g) في منطقة ضغط متزايد .

وكذلك قيم أطوال الموجة ، المعطاة لإيجاد القيم الذاتية $\beta = \beta_r + i\beta_i$ الموافقة
 وكذلك التواضع الذاتية $\varphi(y)$. عندئذ نحدد إشارة β_r (أو β_i) ما إذا كان
 الجريان الصفائحي مستقراً أم لا .

لأن الصعوبات الرياضية الهائلة لحل مسألة الاستقرار ألزمت الباحثين الأوائل
 لإدخال تبسيطات مختلفة على المعادلة (24.12) ، بعضها غير مسحوح به جزئياً ،
 وبالتالي لم تتحقق النتائج المرجوة . وفي عام 1929 استطاع تولمين تقديم الجزء
 الهام من الصعوبات الرياضية مراعاة تأثير اللزوجة على الحركة المشوشة وحسب

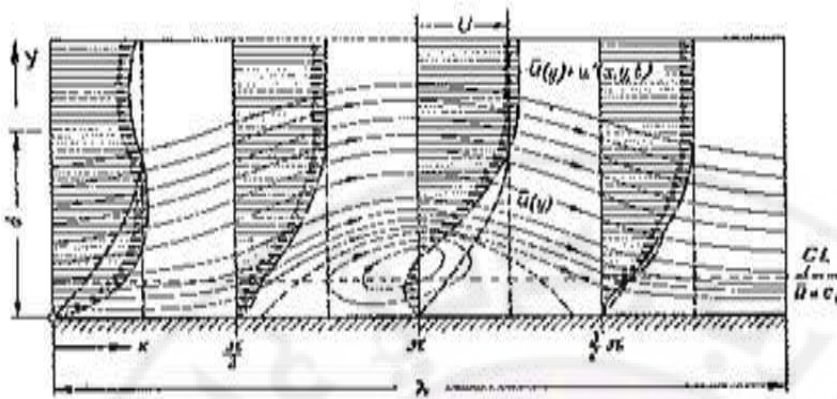
لأول مرة، كمثال، عدد ديمولدوف المخرج للطبقة الصفائحية حول صفيحة مستوية ومن خلال الأبحاث اللاحقة التي أجراها توابن، شلشتننج وباشنوف أفذاذ آخرون تبلورت نظريتان عامتان وهامتان جداً بالنسبة لمسألة الاستقرار نكتفي بإيراد نصها دون برهان :

النظرية الأولى : تتعلق بما يسمى قاعدة نقطة الانعطاف Inflexion point criterion ، وتنص أن وجود نقطة انعطاف لبروفيل السرعة يعتبر شرطاً لازماً وكافياً لظهور ووجود ذبذبات مضاعفة غير مستقرة . وتعتبر هذه القاعدة اليوم ذات أهمية جوهرية بالنسبة لنظرية الاستقرار .

النظرية الثانية : تنص أن سرعة انتشار الأمواج من أجل تشويشات محايدة ($c_i = 0$) في الطبقة الحدية تكون أصغر من السرعة الأعظمية للجريان الأساسي ، $u < u_0$. هذا يعني في حالة تشويشات محايدة وجود نقطة داخل الجريان تكون فيها $c_r = u$ ، وتمثل نقطة شاذة ، وتعتبر هذه الحقيقة ذات أهمية أساسية بالنسبة لنظرية الاستقرار . ويطلق على الطبقة التي تكون فيها $c_r = u$ اسم الطبقة الحرجة Critical layer للجريان الأساسي (الشكل ٢.٢٤) .

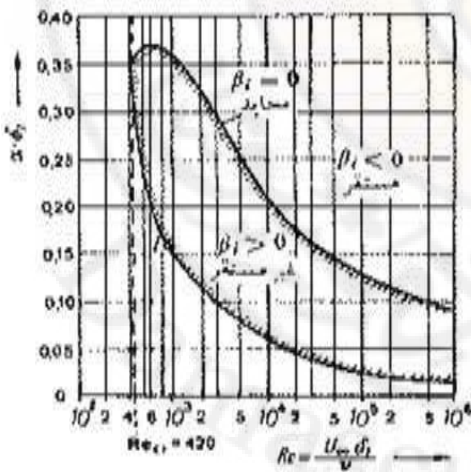
لنستعرض الآن أهم نتائج نظرية الاستقرار بالنسبة للطبقة الحدية حول صفيحة مستوية بدون تدرج ضغط .

الشكل (٢.٢٤) يبين بوضوح صورة الجريان وتوزيع السرعة في الطبقة الحدية لصفحة مستوية بدون زاوية ورود بعهد تراكم الجريان الأساسي الصفائحي مع تشويش محايد Neutral يقع تماماً على المنحني الفاصل بين منطقة الاستقرار وعدم الاستقرار (التشويش ١ في الشكل ٣.٢٤) . وتتطابق صورة الجريان هذه ، التي حسبها شلشتننج عام 1935 ، بشكل جيد مع صور فوتوغرافية للجريان في حالة مماثلة .



الشكل ٣.٢١ : صورة الجريان وتوزيع السرعة من أجل نشوئ سبيدي
(I) الشكل ٣.٢٤) في الطبقة الحدية للجريان على طول صفيحة مستوية ، حسب
شلتنجر [28 a] . $\bar{u}(y)$ توزيع السرعة للجريان الاسامي ، $u'(x, y, t)$ السرعة
المشوشة ، (ا) الطبقة الخارجة عند $\bar{u} = c_p$ ، U سرعة الجريان الخارجى ، δ سماكة الطبقة
الحدية .

النتيجة البارزة لنظرية الاستقرار تتجلى في الشكل (٣.٢٤) ، الذي
يتضمن ما يسمى المنحنى المحايد Neutral curve للطبقة الحدية بالنسبة لمثال



الشكل ٣.٢٤ : المنحنى
المحايد للطبقة الحدية على طول
صفيحة مستوية وفقاً لنظرية
تولين مع اعتماد بر وفيلد بلازولوس
لتوزيع السرعة ، وذلك لتبيان
علاقة أطوال موجبة التشوشات
بـ $\delta_i = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ مع عدد رينولدز
المسوحب بالسرعة غير المشوشة
وسماكة الاضطراب ، حسب [28] .

الجريان على طول صفيحة مستوية . هذا المنحني يحصر دائره المجال غير المستقر $\beta_1 > 0$ ، وبسود خارجه المجال المستقر $\beta_1 < 0$ ، بينما مثل حدوده الذبذبات الهابدة من أجل $\beta_1 = 0$ او $\beta_1 = 0$ ، وتفصل بين المجال المستقر وغير المستقر .

الشكل (٣.٢٤) يعطي نتائج الحسابات النظرية التي أجراها تويلين معتمداً بروفيلات بلازيوس لتوزيع السرعة $\bar{u}(y)$ (راجع { ١.١.٢٣ }) ، ومثلها بالصيغة : $\alpha \delta_1 = 2\pi \delta_1 / \lambda = f(Re_{\delta_1})$ ، حيث λ طول موجة الذبذبة ، $Re_{\delta_1} = U_{\infty} \delta_1 / \nu$ عدد دينولدن المنسوب للسرعة غير المشوشة وسماكة الانزياح . ويتضح من الشكل أن تأثير طول الذبذبة λ انطوى ، ينحصر في مجال ضيق فقط لأطوال موجات الذبذبة . من جهة أخرى يحدد المماس على المنحني الهابيد الموازي للمحور الشاقولي عدد دينولدن الحرج النظري والبالغ هنا :

$$Re_{cr} = (U_{\infty} \delta_1 / \nu)_{cr} = 420 \quad (\text{ نقطة عدم الاستقرار }) \quad (24.14)$$

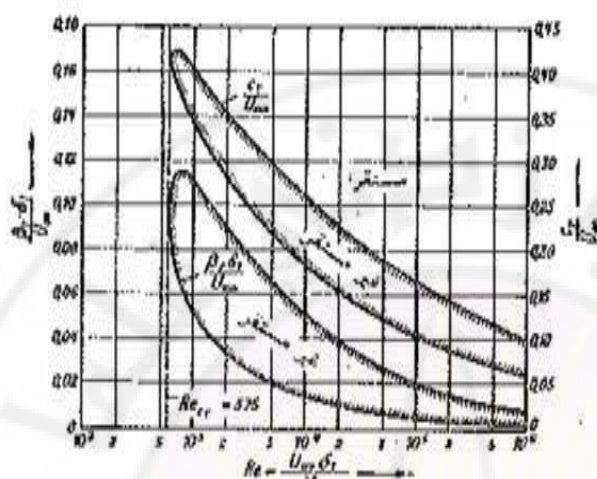
هذه القيمة تحدد ما يسمى نقطة عدم الاستقرار Instability point ، لأن الانشوبات كافة التي من أجهابها يكون $Re_{\delta_1} > Re_{cr}$ تنضامد ، وعلى أساس هذه القيمة نستطيع تحديد طول الموجة الاضغري غيرالمستقر λ_{min} والبالغ هنا :

$$\alpha \delta_1 = 0,36 \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{2\pi}{0,36} \delta_1 = 17,5 \cdot \delta_1 \approx 6 \delta \quad (24.15)$$

وبالتالي فهو يبلغ ستة أضعاف سماكة الطبقة الحدية . ونستنتج مما تقدم ان وجود الحد الأدنى لقيمة عدد دينولدن يقابله وجود الحد الأعلى لطول الموجة الحرج ، كأحد القيم المميزة للذبذبة ، الذي اذا تم تجاوزه ينتهي ، نظرياً ، عدم الاستقرار .

الشكل (٤.٢٤) يتضمن المنحني الهابيد للطبقة الحدية الصفائحية حول صفيحة مستوية من أجل العلاقة بين كل من تردد الذبذبة β و سرعة انتشار

الموجة c_r وعدد رينولدز Re_{δ_i} المحسوب بالسرعة غير المشوشة . الحسابات

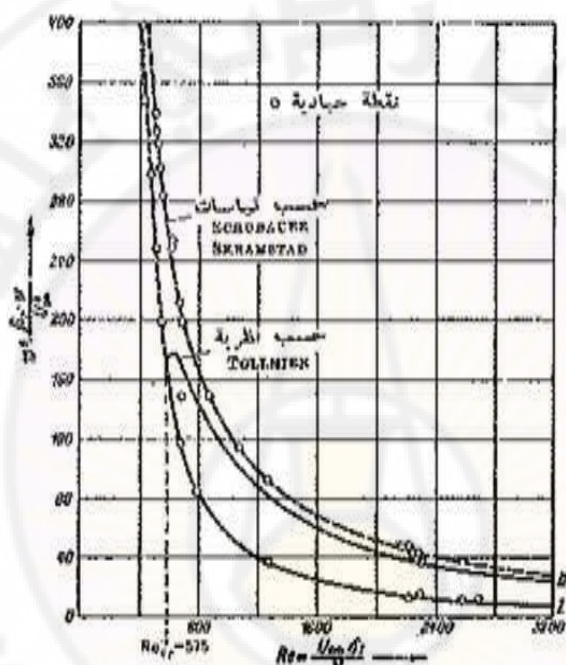


الشكل ٧، ٤ : المنحني الحايك للطبقة الحدودية الصفائحية حول صفيحة
مستوية من أجل تردد الذبذبات β وسرعة انتشار الموجة c_r
بدلالة عدد رينولدز Re_{δ_i} ، حسب تولمين - شلشتنج ، (١٧١)

النظرية أجراها شلشتنج بدقة معتمدة نظرية تولمين وبروفيلات بلازيوس لتوزيع السرعة . ونلاحظ ، هنا أيضاً ، أن الترددات و سرعات انتشار الموجة و الطولوة ، محصورة في مجال ضيق فقط . أما نقطة عدم الاستقرار فتتحدد من أجل $Re_{\delta_{cr}} = 575$ ، بالمقارنة مع الرق 420 حسب الشكل (٣٠٢٤) ، والجدير بالإشارة أن شلشتنج و أولوش Ulrich أجريا في وقت لاحق حسابات اعتمدت بروفيلات بوهاوزن وتوصلا إلى قيمة أخرى لعدد رينولدز الحرج تبلغ $Re_{\delta_{cr}} = 645$ (الشكل ٦٠٢٣) .

لقد بقيت نتائج نظرية الاستقرار مثاراً للجدل فترة طويلة حتى استطاع شوباو و سكروامستاد Schubauer & Skramstad إثبات صحتها تجريبياً

بما لا يقبل الشك ، ويؤكد ذلك الشكل (٥ ، ٢٤) ، حيث تقع القيم المقاسة لترددات الذبذبات الهابطة على المنحني الهابذ النظري بشكل جيد ، مما يؤكد صحة فرضية ديتولدز بكون عملية الانتقال الصفائحي - المضطرب تعود لعدم استقرار الجريان الصفائحي .



الشكل ٥ ، ٢٤ : التوافق الجيد بين المنحني الهابذ النظري والمقاس بالنسبة لتردد الذبذبات الهابطة يؤكد صحة نظرية الاستقرار اللطيفة الحدية الصفائحية حول حبيضة مستوية . [١٧] .

إن نقطة عدم الاستقرار لا تتطابق مع نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب ، وثبت ذلك التجارب بوضوح . فإذا اعتبرنا حسب (٢٣ ، ٢١) مماثلة الانزياح $\delta_1(x) = 2.73 \sqrt{\nu x / U_m}$ نستطيع حساب عدد ديتولدز الخارج

$Re_{x,cr} = (U_\infty x / \nu)_{cr}$ المكافئة لقيمة $Re_{\delta_{1,cr}}$ ، الجدول (٢٤ : ١) . ويتبين أن قيم $Re_{x,cr}$ المحسوبة نظرياً أصغر بشكل ملحوظ من القيم المقاسة والبالغة في حالة صفيحة مستوية (انظر ص ٤٦٠) :

$$Re_{x,cr} = 3 \cdot 10^5 \dots 3 \cdot 10^6 \quad (24.16).$$

الجدول ١٠٢٤ : قيم أعداد رينولدز للدرجة المحسوبة نظرياً لتحديد نقطة عدم الاستقرار .

اسم الباحث	$Re_{\delta_{1,cr}} = (U_\infty \delta_1 / \nu)_{cr} =$	$Re_{x,cr} = (U_\infty x / \nu)_{cr} =$
تولين	420	$0,59 \cdot 10^6$
شلفنيج	575	$1,10 \cdot 10^6$
شلفنيج - أولرش	645	$1,40 \cdot 10^6$

هذا يعني أن نقطة الانتقال تبعد عن نقطة عدم الاستقرار مسافة معينة في اتجاه الجريان . وتفسير ذلك أن قيمة Re_{cr} المحسوبة نظرياً تحدد في الواقع حد الاستقرار حيث ينتهي تخامد الذبذبات . أما الانتقال الصفائحي - المضطرب فيستلزم تكوين حقل اعصاري ينشأ عن تضاعف الذبذبات غير المستقرة على طول المسافة بين نقطة عدم الاستقرار ونقطة الانتقال ، وتقتصر أو تطول هذه المسافة تبعاً لقيمة تضاعف الذبذبات ، ولدرجة اضطراب الجريان غير المشوش .

٢.١.٢٤ تأثير تدرج الضغط على الانتقال الصفائحي - المضطرب

إن تأثير تدرج الضغط ، الموجب والسالب ، على جريان الطبقة الحدية ، يتجلى في حقيقة أن بروفيلات السرعة في الطبقة الحدية الصفائحية تختلف عن

بعضها البعض من نقطة الى أخرى وفقاً لتوزيع تدرج الضغط، الشكل (١٣.٢٢) ،
 (١٨.٢٣ + ١٠.٢٤) ، وبالتالي لا تكون هذه البروفيلات «مماثلة» كما هو الحال
 بالنسبة للطبقة الحدية حول صفيحة مستوية بدون تدرج ضغط (الشكل ١.٢٢) .
 ونتيجة لذلك يمكن في حالة الصفيحة المستوية تحديد نقطة عدم استقرار
 واحدة لبروفيلات السرعة كافة من أجل $Re_{crit} = 575$ ، الجدول (١٠.٢٤) ،
 بينما تختلف قيم Re_{crit} في حالة الجريان حول جسم ما من نقطة الى أخرى
 بشكل ملحوظ ، وتكون هذه القيم في منطقة الضغط المتناقص أكبر من القيمة
 المحسوبة للصفيحة المستوية ، وفي منطقة الضغط المتزايد أصغر .

لقد خص شليشمنج تأثير تدرج الضغط الحاسم على استقرار الطبقة الحدية
 الصفائحية بالنقاط التالية :

١ - أثبتت نظرية الاستقرار أن تناقص الضغط يوفر الاستقرار ، بينما
 يسبب تزايد الضغط عدم استقرار الجريان الصفائحي .

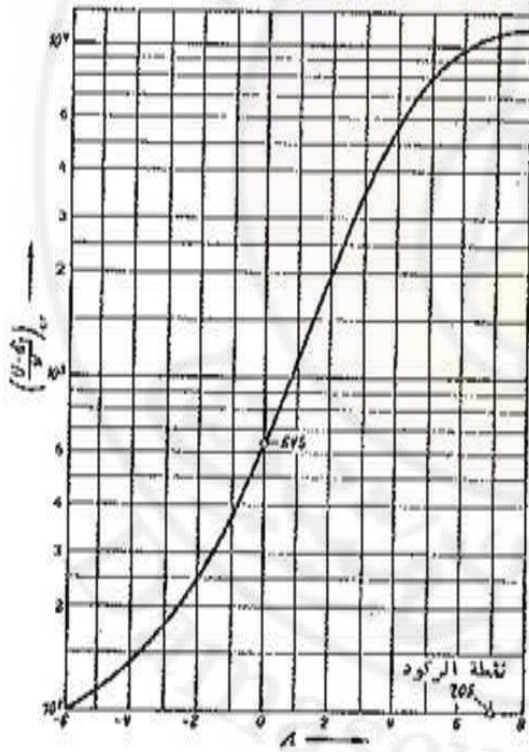
٢ - إن موقع السرعة الأعظمية المكافئ لنقطة الضغط الاضغري للجريان
 الكهوفني الخارجى له تأثير حاسم على تحديد نقطة عدم الاستقرار ونقطة
 الانتقال . ويمكن بصورة تقريبية أولية ومن أجل قيم متوسطة لأعداد رينولدز ،
 $Re = 10^6 \dots 10^7$ ، اعتبار نقطة عدم الاستقرار منطبقة على نقطة الضغط
 الاضغري وتفصلها عن نقطة الانتقال مسافة قصيرة باتجاه الجريان .

٣ - بالنسبة للجريان حول بروفيل جناح حامل تتحول نقطة عدم الاستقرار
 ونقطة الانتقال ، في حالة بقاء قيمة Re ثابتة مع تزايد زاوية الورود ، على طرف
 السحب الى الامام باتجاه الحافة الامامية ، وعلى طرف الضغط الى الخلف باتجاه
 الحافة الخلفية . أما في حالة بقاء زاوية الورود ثابتة مع تزايد قيمة Re فتتجهول
 نقطة عدم الاستقرار الى الامام على طرف البروفيل .

٤ - من أجل قيم كبيرة لأعداد رينولدز ، وعندما يكون منحني تزايد الضغط منبسطاً ، فمن الممكن أن تقع نقطة عدم الاستقرار في حالات معينة قبيل نقطة الضغط الاصفري .

٥ - عند قيم صغيرة لأعداد رينولدز ، $Re = 10^3 \dots 10^4$ ، يمكن أن تقع نقطة عدم الاستقرار ونقطة الانتقال قبل نقطة انفصال الجريان الصفائحي . ولكن توجد حالات جريان تنفصم فيها الطبقة الحدية الصفائحية ، ومن ثم تعود فتلتصق بالجدار بعد أن تتحول إلى مضطربة .

الشكل (٦.٢٤) يبين وفقاً للنتائج العامة للحسابات النظرية لمسألة الاستقرار التي أجراها شلشتنج و أولوش العلاقة بين عدد رينولدز الحرج لنقطة عدم الاستقرار Re_{crit} ومعامل الشكل λ المعروف بالعلاقة (23.27) :



الشكل ٦.٢٤ : تغير عدد رينولدز الحرج لنقطة عدم الاستقرار Re_{crit} بدلالة معامل الشكل λ في مجال تزايد وتناقص الضغط ، [28] .

$$\Lambda = \frac{\delta^*}{v} \frac{dU}{dx} \quad (24.17)$$

بموجب طريقة بولهاوزن ، والذي تتغير قيمه ما بين $\Lambda = -7.05$ (نقطة الركود) و $\Lambda = -12$ (نقطة الانفصال) . ويمثل المجال $\Lambda > 0$ منطقة الضغط المتناقص ، والمجال $\Lambda < 0$ منطقة الضغط المتزايد ، وينعدم من أجل $\Lambda = 0$ تدرج الضغط . ويتضح من الشكل بجلاء مدى التأثير الحاسم لمعامل الشكل Λ ، وبالتالي لتدرج الضغط ، على تحديد قيمة Re_{δ_1} لنقطة عدم الاستقرار . ومن الجدير بالإشارة هنا أن الاختلاف بين قيمة Re_{δ_1} للصفحة المستوية ، $\Lambda = 0$ ، والبالغة 645 ، والقيمة المحددة في الشكل (٤.٢٤) يعود الى حقيقة أن الحسابات النظرية للشكل (٦.٢٤) اعتمدت بروفيلات بولهاوزن التقريبية لتوزيع السرعة بدلاً من بروفيلات بلازيوس الدقيقة .

بمساعدة الشكل (٦.٢٤) نستطيع الآن تحديد نقطة عدم الاستقرار للجريان الصفائحي حول جناح حامل ، أو أي جسم آخر ، شكله معلوم ، ويلزم لذلك اجراء العمليات الحسابية التالية تباعاً :

١ - حساب توزيع الضغط الكهوف في النظري على طول محيط مقطع الجسم بمساعدة إحدى طرق ميكانيك السوائل المناسبة (راجع [154] ، الفصل الخامس) .

٢ - حساب الطبقة الحدية الصفائحية باعتماد توزيع الضغط الناتج وبمساعدة إحدى الطرق المعروفة ، مثلاً طريقة بلازيوس أو بولهاوزن (راجع { ١.٢٣ }) .

٣ - تحديد نقطة عدم الاستقرار لكل من بروفيلات توزيع السرعة في الطبقة الحدية بمساعدة الشكل (٦.٢٤) .

إن التأثير الشديد لتناقض الضغط بالجسماء الأبداء على استقرار الجريان ، وبالتالي تأخير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب ، يعتبر الأساس الفيزيائي لتطوير ما يسمى البروفيلات الصفائحية laminar profile للأجنحة الحاملة ، التي صممت بحيث تقع حائتها الأعظمية على مقربة من منتصف البروفيل . بذلك تفزاح نقطة الضغط الأصغري مسافة كبيرة نسبياً باتجاه الخافضة الخلفية بالمقارنة مع البروفيلات العادية ، مما يضمن بقاء الجريان صفائحي على القسم الأكبر من سطح البروفيل الصفائحي ، ويسبب بالتالي تخفيض مقاومة الاحتكاك بشكل ملحوظ (راجع لاحقاً { ٢٠٢٤ }) .

من جهة أخرى لا يمكن تقدير « سر » السرعة الكبيرة للدلافين ، التي تصل إلى 15 m/s ، والتي تستطيع أن تصبح بها مسافات طويلة ، على أساس حساب الاستطاعة الناتجة عن السرعة ومقاييس أجسامها . لقد أثبتت الأبحاث المختلفة حول هذا الموضوع أن البشرة العلوية للدلافين من النوع المرن والتمد للأمتزازات ، مما يمكنها من المحافظة على طبقة سدية صفائحية حتى قيم كبيرة لأعداد رينولدز تصل إلى $Re \approx 3 \cdot 10^7$ ، وبالتالي فإن مقاومة الاحتكاك التي تتعرض لها أثناء سبحها تكون صغيرة جداً . وقد جرت محاولات جديدة في النطاق الجبري « انقليد » بشرة الدلافين في بناء السفن .

٢.٢٤ التحكم بالطبقة الحدية وطرق العملية

يعني التحكم بالطبقة الحدية Boundary layer control الإجراءات المتخذة بموجب طرق محددة للتأثير على الطبقة الحدية ، وبالتالي على مجمل الجريان حول جسم ما ، بهدف التوصل إلى نتائج مرغوبة ومطلوبة . ونظراً لأهمية النتائج التطبيقية ، التي أسهمت بشكل ملحوظ في تطوير هندسة الطيران ، مثلاً [63] ، وهندسة آلات الجريان ، مثلاً [197] ، بشغل موضوع التحكم بالطبقة الحدية اليوم حيزاً كبيراً في نطاق الأبحاث العالمية ، النظرية والتجريبية ، لنظرية الطبقة الحدية ، الشيء الذي يجعل بإصدار كتب اختصاصية تتناول الجوانب المختلفة للموضوع [198] .

إن طرق التحكم بالطبقة الحدية تنوخى نتيجتين رئيسيتين .

١ - تجنب حدوث انفصام الطبقة الحدية ، أو على الأقل إضعاف تأثير ظاهرة الانفصام إلى الحد الأدنى الممكن ، وذلك بهدف تقليل الفواقد بالنسبة للجريان في الأقنية المتوسعة (الناشرات) ، أو زيادة قوة الرفع الأيروديناميكية وتخفيض المقاومة للأجنحة الحاملة .

٢ - تأخير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب في الطبقة الحدية حول الأجسام الانسيابية ، كالأجنحة الحاملة ، أو ريش الدولاب الدائر لآلات الجريان ، إلى نقطة تبعد أكبر مسافة ممكنة عن الحافة الامامية ، إذا لم يكن يمكن تجنب حدوث الانتقال بالتكامل ، وذلك بهدف الحصول على أقل مقاومة إجمالية ممكنة .

لقد كان براندل أول من أدرك أهمية التحكم بالطبقة الحدية وسلط الضوء على إمكانيات تطوير طرق مناسبة للتأثير ، اصطفاً ، على الطبقة الحدية ، وكانت أول محاولة في هذا الاتجاه استخدام « سالك تيمر » في تجربة الكرة المشهورة ، الشكل (٥٠٢٣) ، لتفسير سبب الهبوط المفاجئ لمقاومة الكرة بعد حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب . ومنذ ذلك الوقت ، وثنية متطلبات تطوير هندسة الطيران بصورة خاصة ، طورت على أساس تجريبي ، أو نظري جزئياً ، طرق مختلفة للتحكم بالطبقة الحدية تعرف اليوم بالتسميات التالية :

١ - طريقة تحريك الجدار Moving of the Wall

٢ - طريقة تسريع الطبقة الحدية Acceleration of boundary layer

٣ - طريقة مص (أو امتصاص) الطبقة الحدية Suction of boundary layer

٤ - تأخير الانتقال الصفائحي - المضطرب باستخدام أشكال أجسام مناسبة
مثل البروفيلات الصفائحية .

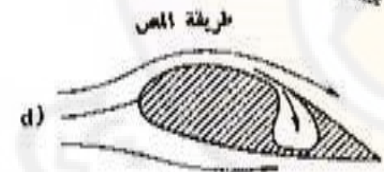
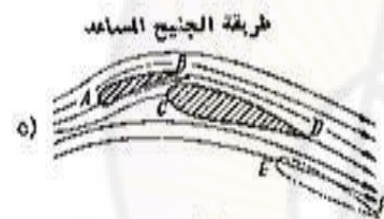
منستعرض باختصار مبادئ هذه الطرق ، وسنوضح بأمانة قليلة أهم نتائجها
العملية ، دون التعرض للتفاصيل النظرية .

١.٢.٢٤ طريقة تحريك الجدار

لا شك أن الطريقة الفضلى للتحكم بالطبقة الحدية ومنع حدوث الانفصام
كلياً ترتكز على إمكانية وجود وسيلة تصميمية مناسبة عملياً تحول دون تشكل
طبقة حدية حول الجسم أصلاً . بحيث أن تشكل الطبقة الحدية ينجم عن
وجود فرق سرعة بين جدار الجسم والجريان الخارجى ، فن الواضح أن الطبقة
الحدية لا تتشكل عندما يتحرك جدار الجسم بنفس سرعة الجريان الخارجى
وفي المواقع كافة . ومن البدهي أن إمكانية تحقيق ذلك عملياً بالنسبة لحالات
الجريان المختلفة ضرب من المستحيل .

بالنسبة لبعض حالات الجريان البسيطة ، كما في حالة الجريان الجولاني
حول اسطوانة ، أعطت طريقة تحريك الجدار نتائج جيدة جداً . فإذا جعلنا
اسطوانة دائرية تدور حول محورها بسرعة زاوية ثابتة في جريان انسحابي
منتظم محوري على مولد الاسطوانة فإن صورة الجريان حول الاسطوانة الناتجة
من أجل سرعات زاوية مناسبة تكافئ إلى حد كبير جداً صورة الجريان
الكموفي (قارن الشكل (١٢.١٢) مع (١٣.١٢) في [154]) . على الطرف
العلوي للأسطوانة ، حيث يتطابق اتجاه الدوران مع اتجاه الجريان ، لا يحدث
أي انفصام ، ولا يظهر أي أثر لشكل الأعاصير . وعلى الطرف السفلي ، حيث
يتعاكس اتجاه الدوران مع اتجاه الجريان ، تظهر بوادر الانفصام بالكاد ،

وتتشكل منطقة اعصارية محدودة جداً . ومن المعروف أن الاسطوانة في هذه الحالة تتلقى قوة رفع عرضانية على اتجاه الجريان تعرف باسم تأثير هاجنوس (راجع [154] ص ٤٩٩) .



الشكل ٧.٢٤ : أم الطرق المستخدمة لتحكم بالطبقة الحدية .

بالنسبة لأجسام ذات أشكال أخرى فإن تطبيق طريقة تحريك الجدار تصطدم بصعوبات تكنيكية كبيرة . ونذكر هنا المحاولة التي قام بها هافوي Vauve عام 1938 لتطبيق الطريقة على جناح حامل ، الشكل (٧.٢٤ - ب) ، والتي لم يكتب لها النجاح عملياً .

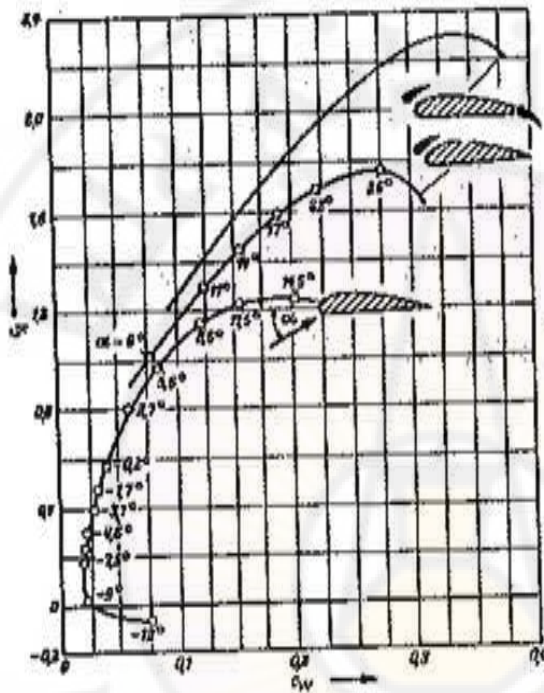
٢.٢.٢٤ طريقة تسريع الطبقة الحدية

تعتمد هذه الطريقة على فكرة شحن الطبقة الحدية بقدرة جديدة ، بحيث تتمكن جزيئات السائل المتباعدة من التغلب على تزايد الضغط ، وبالتالي لا يحدث انفصال الطبقة الحدية . ويمكن تحقيق ذلك بأحدى وسيلتين : الأولى تستلزم قدرة خارجية تؤمن بواسطة مروحة تركيب داخل الجسم تنفخ سائلاً جديداً داخل الطبقة الحدية . أما الثانية ، وهي الأسهل ، فتستخلص القدرة اللازمة لتسريع جزيئات الطبقة الحدية من الجريان الرئيسي نفسه .

أقد طبقت طريقة النفخ Blowing out في هندسة الطيران على الاجنحة الحاملة كما في الشكل (٧ . ٢٤ - b) ، حيث يتم نفخ هواء جديد على الطرف العلوي للجنح عبر شق مناسب . وقد تبين عملياً وجود صعوبات تصميمية في احتواء المروحة داخل الجناح ، من جهة ، ومن جهة أخرى يستدعي تصميم شق النفخ عناية كبيرة حتى لا يتفكك التيار ، بعد خروجه من الشق بقليل ، إلى أعاصير مسببة تحول الطبقة الحدية الصفاحية الى مضطربة ، مما يزيد مقاومة الاحتكاك . أما في حال ترصيع شق النفخ على مقربة من الحافة الخلفية للجنح فإن طريقة النفخ أثبتت جدواها - بنجاح - في تحقيق زيادة قوة الرفع الايروديناميكية [17] ، [60] .

إن طريقة الجنيح المساعد Auxiliary wing ، الذي يشكل مع الجناح الاصلي ما يسمى الجناح المشقوب Slotted wing ، اثبتت كطريقة لتسريع الطبقة الحدية نجاحاً عملياً مرموقاً في تكتيك الطيران . الشكل (٧ . ٢٤ - c) يوضح فعالية هذه الطريقة . فالجريان المتسارع الذي يعبر الشق المتضيق بشكل نفثة والمتكون ما بين الجنيح المساعد الامامي Slat ، AB ، والجناح الاصلي ، DC ، يحمل الطبقة الحدية المتشكلة حول AB ، الى الجريان الخارجي ، وبذلك يبدأ تكوين طبقة حدية جديدة اعتباراً من C يمكن تحت شروط معينة أن تستمر بدون انفصام حتى الحافة الخلفية D للجناح الاصلي . إن جزئيات السائل في الطبقة الحدية تكتسب قدرة حركية من الجريان الرئيسي ، مما يمكنها أن تقاوم تزايد الضغط ولا تنفصم عن الجدار حتى زوايا ورود أكبر بكثير مما هي عليه في حالة الجناح الاصلي بفردة . وينجم عن ذلك زيادة ملحوظة لقوة الرفع الاعظمية . ونحصل على نتائج مشابهة في حالة استخدام جنيح مساعد خلفي ، أو كما يسمى الجنيح القلاب Flap wing ، (EF) في الشكل (٧ . ٢٤ - c) . وتبرز المنحنيات القطبية في الشكل (٨ . ٢٤) ، كعلاقة

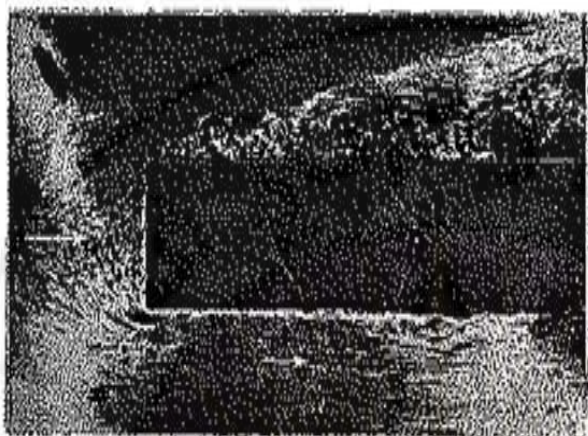
بين معامل قوة الرفع C_L ومعامل المقاومة C_W عند زوايا ورود α مختلفة ،
التأثير الملحوظ للجنيح المساعد بالنسبة لزيادة قوة الرفع الاعظمية (راجع
أيضاً [60])



الشكل ٨.٢٤ : المنحنيات
الاعظمية لطناح حامل عادي ،
وجناح مشعب ذي جنيح
مساعد أمامي وجنيح قلاب .
 C_L معامل قوة الرفع ،
 C_W معامل المقاومة ، α زاوية
الورود ، حسب [١٧]

تستخدم الجنيحات المساعدة كويش توجيه Guide vane في حالات
جريان أخرى متعددة كوسيلة فعالة لمنع حدوث الانفصام أو الحد من تأثيره
على الفواقد والمقاومات . ولقد أوضحنا ذلك بالنسبة للجريان في الأفقية
(الهوائية والمائية) والاكواع ذات الانحناء الكبير ، الشكل (٦٠.١٨) .
وبين الشكل (٩.٢٤) بوضوح أن الجنيح المساعد المركب أمام الحافة الامامية
الحادة المسببة للجسم منع حدوث الانفصام وتشكل الاعاصير على الطرف

السفلي للجسم بخلاف الطرف العلوي . وينجم عن ذلك انخفاض ملحوظ
للمقاومة الجسم .



الشكل ٩٧ : استخدام جنيب مساعد كرشية توجيهية للجريان حول الحافة الامامية
السلبية الحادة لمنع حدوث الانقسام وتشكل الاغصير على الطرف السفلي للجسم .

٣.٢.٢٤ طريقة امتصاص الطبقة الحرة

لقد حققت طريقة امتصاص Suction الطبقة الحرة نجاحاً متميزاً ومشجعاً
جداً في التطبيقات العملية ، سواء في هندسة الطيران [17] [18] [28a] [60]
أو آلات الطيران [197] ، حيث تستخدم لمدين :

١ - تجنب حدوث الانفصام ، وبالتالي تحقيق زيادة ملحوظة لقوة الرفع
الايرو ديناميكية مع تخفيض لقوة المقاومة ،

٢ - منع أو تأخير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب ، أي إبقاء
الجريان صفائحيًا على القسم الأعظم الممكن من سطح الجسم ، وبالتالي تحقيق
تخفيض ملحوظ لقوة المقاومة .

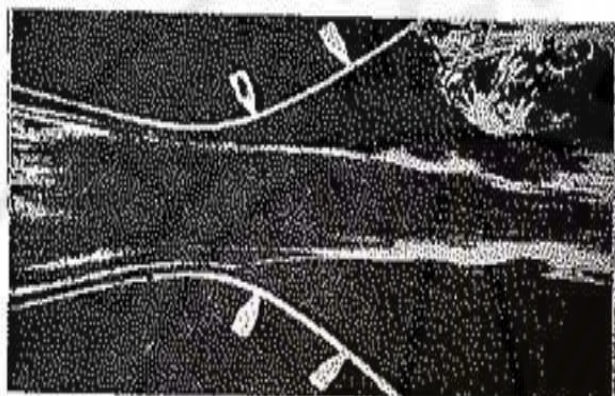
إن فعالية هذه الطريقة فيما يتعلق بمنع حدوث الانفصام تركز على أساس أن امتصاص جزئيات الطبقة الحدية المتباطئة في منطقة تزايد ضغط وابعادها عبر شق امتصاص Suction slit مناسب ، الشكل (٧٠٢٤ - ١) ، وقبل أن يؤدي تجمع هذه الجزئيات لحدوث انفصام الجريان ، سيساعد جزئيات الطبقة الحدية المتشكلة مجدداً بعد شق الامتصاص للتغلب على تزايد ضغط معين . وإذا أحسن اختيار عدد ومواقع شقوق الامتصاص فبالإمكان منع حدوث الانفصام نهائياً .

وتجلى فعالية طريقة الامتصاص بالنسبة لمنع أو تأخير الانتقال الصفائحي - المضطرب بإزاحة نقطة الانتقال باتجاه الحافة الخلفية للجسم . ويتأتى ذلك ، من جهة ، بسبب أن مماكة الطبقة الحدية تقل نتيجة لامتصاص جزئيات منها ، وبقل بالتالي جنوحها أو استعدادها للتحويل إلى مضطربة . ومن جهة أخرى فإن بروفيلات السرعة في الطبقة الحدية المعرضة للامتصاص ، بالمقارنة مع تلك بدون امتصاص ، تكون ذات أشكال تمنع بشدة التحويل المضطرب ، حتى في حالة مماكة واحدة للطبقة الحدية .

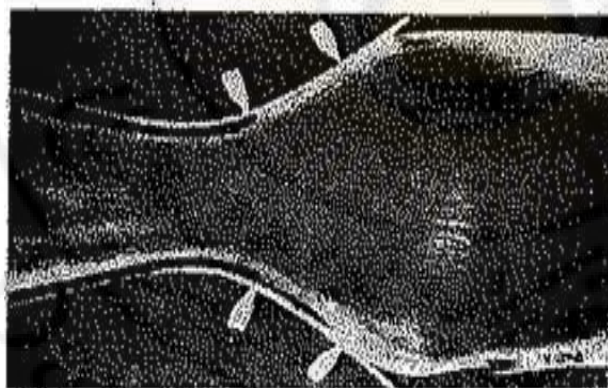
لقد كان براندل [48] أول من أدرك فعالية طريقة امتصاص الطبقة الحدية ، وأول من طبقها لمنع حدوث الانفصام في منطقة الضغط المتزايد للجريان حول أسطوانة ، وفي الألفية المتوسعة بشدة (الناضرات) ، كما يوضح ذلك بجلاء من مقارنة الشكل (١٠٠٢٤) مع (١١٠٢٤) .

في مركز الاختبارات الأيروديناميكية AVA في جوتنجن (ألمانيا) أجرى شرينك O. Schrenk في أواخر العشرينات أولى التجارب المنظمة والشاملة لتحديد مدى تأثير امتصاص الطبقة الحدية على زيادة قوة الرفع للأجنحة الطائرة . نتيجة لهذه التجارب ، والأبحاث التجريبية والنظرية التي أعقبتها في ألمانيا ، إنجلترا ، أمريكا وبلدان أخرى ، ولا تزال مستمرة حتى اليوم (راجع

[17] ، [18] ، [28 a] ، [29] ، [60] ، [63] ، [198]) ، ثبت بما لا يقبل الشك أن امتصاص الطبقة الحديدية من شق على طرف المحب ، الشكل (٧٠٢٤ - ١١) ، يسمع بتكبير زاوية الورود بشكل ملحوظ ، وبالتالي الحصول على زيادة مرموقة لقوة الرفع الايرو ديناميكية ، بسبب أن فعل الامتصاص يمكن



الشكل ١٠ . ٢٤ : الجريان في قناة متوسعة بشدة (بدون امتصاص)
وشكل متعلقة احصائية نتيجة انقسام الجريان ، [28] .



الشكل ١١ . ٢٤ : امتصاص الطبقة الحديدية عبر ثغوب في جانبي قناة متوسعة
بشدة لمنع حدوث الانقسام بتأثير [28] .

جزيئات الطبقة الحدية من مقاومة تزايد ضغط أكبر بكثير مما هو في الحالة العادية للجناح ، ودون حدوث انفصام .

إن فعالية طريقة امتصاص الطبقة الحدية لزيادة قوة الرفع تتأثر بعوامل عديدة أهمها (راجع [60]) :

١ - مكان وشكل شق الامتصاص ، حيث تبين أنه الموضع الأفضل لشق الامتصاص من أجل تحقيق أحسن النتائج يقع إما في نقطة الانفصام المتوقعة بدون امتصاص أو على الحافة الخلفية للجناح . كما يفضل أن يكون عرض الشق أصغر مما يمكن . وفي بعض الحالات ينصح باستخدام شقي امتصاص بدلاً من شق واحد .

٢ - شكل بروفيل الجناح ، حيث تلعب ممانعة البروفيل ونصف قطر أنفه دوراً هاماً . وقد تبين وجود ممانعة نسبية d/l أفضلية تتحقق عندها أعلى زيادة لقوة الرفع عند عدد وينولدز ثابت وطاقة امتصاص معينة .

٣ - معامل تيار الامتصاص الحجمي ، المعروف بالعلاقة :

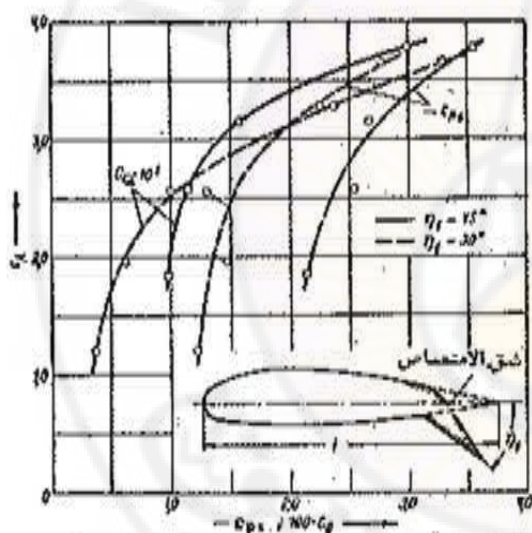
$$c_q = Q / U_\infty A \quad (24.18)$$

حيث Q تيار الامتصاص الحجمي الإجمالي و A المساحة الإجمالية للمسطح المبالي والبالغة في حالة صفيحة مستوية $A = b \cdot l$. وقد أثبتت التجارب أن معامل قوة الرفع الأعظمية $c_{q_{max}} = f(c_q)$ ، وتكون معدلات تزايد معامل قوة الرفع في بداية تزايد قيم c_q كبيرة بشكل ملحوظ . ومن ثم تنخفض هذه المعدلات اعتباراً من قيمة محددة الفضلية لـ c_q ، يصبح يتجاوزها الجهد المبذول لعملية الامتصاص بدون جدوى تكنولوجية مقبولة إذا ما قورن بالزيادة الطفيفة المحققة لمعامل قوة الرفع . وتبلغ هذه القيمة الفضلية بمقدور $c_q = 0.02$. ومن البديهي

أن تغير قيم c_0 يرتبط بضغط الامتصاص p_0 السائد في شق الامتصاص الذي يعبر عنه معامل ضغط الامتصاص :

$$c_{p_0} = (p_0 - p_\infty) / \frac{\rho}{2} U_\infty^2 \quad (24.19).$$

في الشكل (١٢.٢٤) تظهر الفعالية الكبيرة لطريقة الامتصاص في حالة جناح حامل كبير المماكة ذي جنين قلاب . باختيار شق الامتصاص عند ثلثة الجنين أمكن تجنب الانقاص على الجنين وزيادة قوة الرفع الاعظمية حتى $c_{A \max} = 4$ وذلك في مجال معامل تيار الامتصاص الخلفي : $c_0 = 0,01$ حتى



الشكل ١٢.٢٤ :

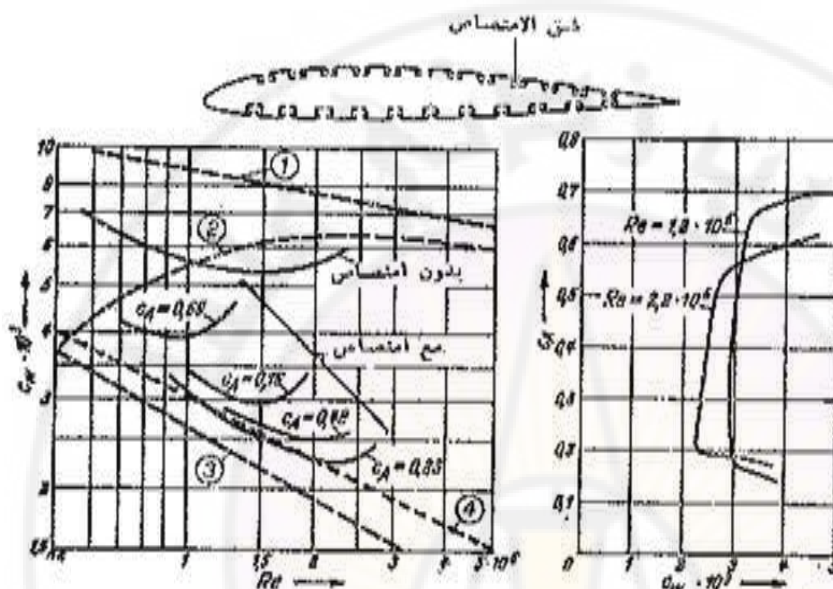
معامل قوة الرفع c_A
لبروفيل جناح حامل كبير
المماكة ذي جنين قلاب
بدلالة معامل تيار الامتصاص
الخلفي c_0 ومعامل ضغط
الامتصاص c_{p_0} حسب
لتجارب شيرينيك [١٧] .

$c_0 = 0,03$ ومن أجل معامل ضغط الامتصاص : -4 حتى -2 ، $c_{p_0} = -2$ وقد حقت في تجارب أخرى (راجع [60]) على بروفيلاات مماثلة زيادة قوة الرفع الاعظمية من $c_{A \max} = 2,6$ (بدون امتصاص) الى $c_{A \max} = 4,1$ (مع امتصاص)

عند استخدام طريقة امتصاص الطبقة الحدية لإبقاء الصفائح على القسم الأعظم من سطح الجسم بهدف تخفيض مقاومة الاحتكاك للجسم ، سواء كان جناحاً حاملاً أو صفيحة مستوية ، إلى الحد الأدنى الممكن ، فقد تبين أن فعالية الطريقة تكون أجدي ما يمكن إذا استخدم الامتصاص السطحي أو المتجانس Homogeneous suction بواسطة ثقب أو مسامات امتصاص موزعة على كامل سطح الجسم ، بدلاً من شق امتصاص واحد. ولكن شقوق الامتصاص يمكن أن تسبب بسهولة تشوشات تؤدي لحدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب المبكر ، وبالتالي فإن تصميم شقوق أو مسامات الامتصاص يستلزم عناية كبيرة . وقد أسهم بصورة خاصة شلشنج ، أولريش و تروكنبروت في وضع الأسس النظرية لحساب الطبقة الحدية الصفائحية لصفحة مستوية وجناح حامل في حالة الامتصاص المتجانس أو المنتظم ، وتوصلوا إلى نتائج نظرية مرضية بالمقارنة مع النتائج التجريبية لباحثين مختلفين (راجع [28 a]) .

الشكل (١٣ . ٢٤ - a و b) يتضمن نتائج بعض التجارب الشاملة التي أجراها بفيننجر W. Pfenniger لتبيان فعالية طريقة الامتصاص على تخفيض مقاومة الاحتكاك لجناح حامل قليل السماكة ومجهز بعدد كبير من شقوق الامتصاص. إن منحنيات تغير معامل المقاومة للبروفيل c_w بدلالة عدد وينولدز Re ، الشكل (١٣ . ٢٤ - a) ، تبين بوضوح أن امتصاص الطبقة الحدية يؤدي لتخفيض كبير لمعامل المقاومة ، حتى في حال تضعينه استطاعة المروحة المستخدمة لعملية الامتصاص. وقد رسمت في الشكل (١٣ . ٢٤ - a) ، للمقارنة ، المنحنيات $c_w = f(Re)$ للصفحة المستوية في حالات الجريان الصفائحي ، المضطرب والانتقالي بدون امتصاص ، إضافة لحالة الجريان مع « امتصاص أمثل » ممثلة بالمنحنى ④ . وقد حسبت قيم c_w التابعة لهذا المنحنى على أساس نظرية الاستقرار للطبقة الحدية حول صفيحة مستوية مع اعتماد أصغر قيمة لمعامل تيار الامتصاص الحجمي c_0 التي

تضمن ، حسب نظرية الاستقرار ، بقاء الطبقة الحدودية صفائحية . ونلاحظ في الشكل أن قيم c_w للجناح الحامل عند قيم وسعاية لمعامل قوة الرفع قريبة جداً من القيم النظرية لمعامل مقاومة الصفيحة المستوية في حالة « الامتصاص الامثل » .



الشكل ١٣.٢٤ - ١ : قيم معامل المقاومة c_w الافضلية لجناح رفيق بدلالة عدد رينولدز Re من أجل قيم مختلفة لمعامل قوة الرفع c_A ، حسب تجارب بفينسفر [17] ، [64] .

امتصاص الطبقة الحدودية عبر شقوق امتصاص عديدة يخفض قيم c_w المتضمنة استمالة مروحة الامتصاص تخفيضاً كبيراً . المقارنة بين المنحنيات $c_w = f(Re)$ للصفيحة المستوية بدون امتصاص : (1) في جريان مضطرب صرف ؛ (2) في جريان انتقال صفائحي - مضطرب ؛ (3) في جريان صفائحي ؛ ويثل (4) حالة « الامتصاص الامثل » للصفيحة .

- ٥٣٢ -

الشكل ١٣.٢٤ - ٢ :

تغير معامل قوة الرفع c_L لجناح حامل مجهز بشقوق امتصاص عديدة بدلالة معامل المقاومة c_w من أجل قيمتين لعدد رينولدز ، حسب تجارب بفينسفر ، [17] .

قيم c_w الصغرى جداً نورد في عمال كبير جداً لمعامل قوة الرفع c_A .

الشكل (١٣.٢٤ - b) يتضمن المنحنيات القطبية $c_A = f(c_w)$ للبروفيل المرسوم فوق الشكل من أجل قيمتين لعدد وينولدز . وتلفت الانتباه حقيقة أن قيم معامل المقاومة الصغيرة جداً جداً ، $c_w = 0,0025 - 0,005$ ، تسود في مجال واسع لمعامل قوة الرفع ، $c_A = 0,15 - 0,7$. كما نلاحظ أن قيمة معامل قوة الرفع الأعظمية تقل مع ازدياد Re .

إن فعالية طريقة الامتصاص في تحقيق ه وفر ه ملحوظ في المقاومة تستلزم ، وفقاً لنتائج عدد من الدراسات الشاملة الحديثة ، معرفة دقيقة لتوزيع السرعة الكمونية حول بروفييل الجناح الحامل . وبوضوح أكثر يلزم أن يحقق توزيع السرعة الكمونية تناقصاً في الضغط على الجزء الأعظم من حدود البروفيل . وعليه ، يتوجب حل المسألة الأساسية الثالثة (راجع [154] ص ٥١٤) لتحديد شكل البروفيل المطاوب من أجل توزيع معلوم للسرعة الكمونية .

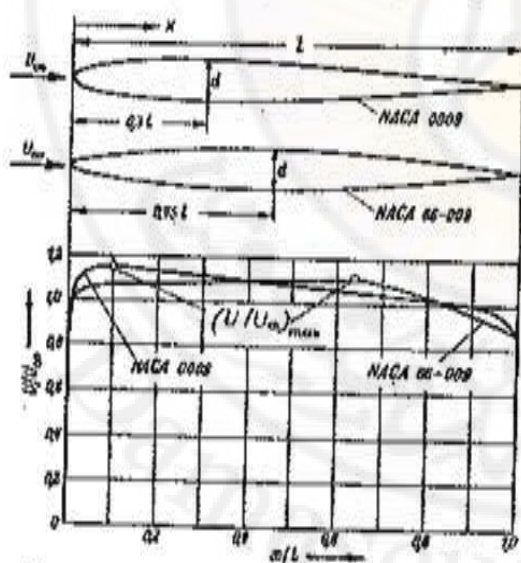
٤.٢.٢٤ تأثير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب باستخدام

أشكال أجسام مناسبة (البروفيلات الصفائحية)

إن الفكرة الفيزيائية لامتكانية الإبقاء على جريان الطبقة الحدية صفائحية باستخدام أجسام ذات أشكال مناسبة تركز على حقيقة أثبتتها نظرية الاستقرار (راجع { ١٠.١.٢٤ }) ومفادها أن الطبقة الحدية الصفائحية في منطقة الضغط المتناقص تحافظ على استقراريتها ولا تنجح للتحويل إلى مضطربة ، وأن نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب تقع على مقربة من نقطة الضغط الأصغري (انظر ص ٤٦٤) . على هذا الأساس طورت البروفيلات الصفائحية المشار إليها سابقاً (ص ٥٢٠) والتي تمتاز بأن موقع سماكتها الأعظمية قد أزيح بعيداً إلى الخلف ، باتجاه الخافة الخلفية .

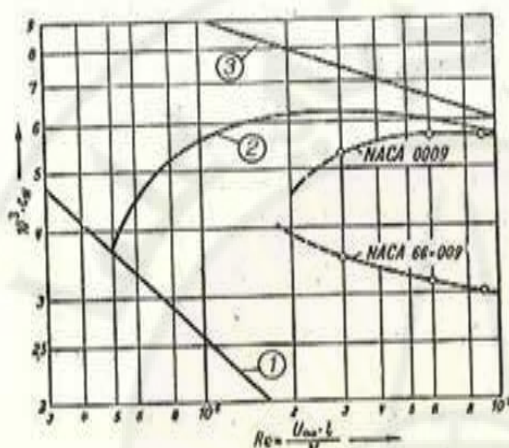
لقد أثبتت الدراسات التجريبية ، التي بدأها دويتش H. Doetsch في ألمانيا في بداية الأربعينات ، والنظرية اللاحقة أن البروفيلات الصفائحية تحقق وفراً في المقاومة بالمقارنة مع البروفيلات العادية يصل الى 30 % حتى 50 % ، وذلك في مجال اعداد رينولدز $2.10^6 - 3.10^7$ ، [28] ، وبالتالي فهو قريب جداً من الوفر الذي تحققه طريقة امتصاص الطبقة الحدية .

الشكل (١٤.٢٤) يسمح بالمقارنة بين توزيع السرعة المثالية حول بروفيل جناح حامل « عادي » NACA 0009 ذي سماكة اعظمية d تبعد $0.3 l$ عن أنف البروفيل ، و حول بروفيل صفائحي NACA 66-009 ، سماكته الاعظمية تبعد $0.45 l$ عن أنفه . في حالة البروفيل العادي يبعد موقع السرعة الاعظمية ، وبالتالي موقع الضغط الاصغري ، فقط $0.1 l$ عن أنف البروفيل ، بالمقارنة مع $0.65 l$ في حالة البروفيل الصفائحي ، وبالتالي تبقى الطبقة الحدية صفائحية على حوالي 65 % من سطح البروفيل الصفائحي . ونتيجة لذلك يبلغ معامل المقاومة للبروفيل الصفائحي حوالي نصف قيمته في حالة البروفيل العادي ، كما يبين ذلك



الشكل ١٤.٢٤ : مقارنة بين توزيع السرعة حول بروفيل « عادي » و بروفيل صفائحي في جريان بدون زاوية ورود . موقع السرعة الاعظمية للبروفيل الصفائحي يتأخر بعداً باتجاه الخلفية ،

الشكل (١٥ . ٢٤) في مجال أعداد رينولدز : $Re \approx 3 \cdot 10^6 - 10^7$ وقد رسمت في الشكل المقارنة المنحنيات $c_w = f(Re)$ للصفحة المستوية في حالات جريان مختلفة .



الشكل ١٥.٢٤ : مقارنة

بين معامل المقاومة بدلالة عدد رينولدز لبروفيل صفائحي وعادي وصفحة مستوية [17] ، نتيجة تأخير حدوث الانتقال الصفائحي - المضطرب تهبط مقاومة البروفيل الصفائحي الى النصف بالمقارنة مع البروفيل العادي .
المنحنيات الصفحية المستوية : ① في جريان صفائحي ، ② في جريان انتقالي ، ③ في جريان مضطرب صرف .

لقد بينت دراسات مكثفة أجريت في أميركا لتحديد الصفات الايروديناميكية للبروفيلات الصفائحية صعوبات جديّة تعيق استخدامها العملي ، الذي يتطلب عناية خاصة فيما يتعلق بصقل سطوحها ، حتى لا يفتي تأثير خشونة الجدار فعالية التأثير الصفائحي .

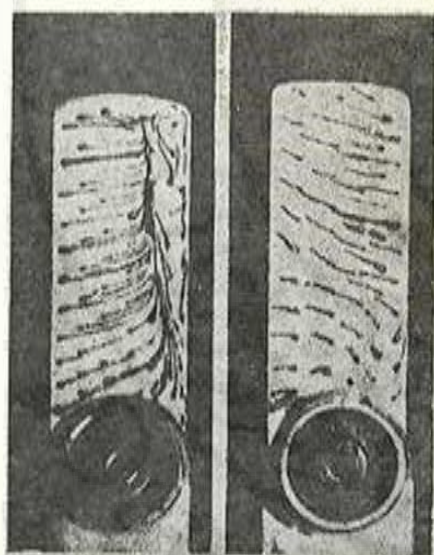
٥.٢.٢٤ تأثير الدوران على الطبقة الحدية

السؤال عن مدى تأثير الدوران على المواصفات الايرو - او الهيدروديناميكية لبروفيل جناح حامل ، وبخاصة ما يتعلق بقوة الرفع والمقاومة ، يقتون بأهمية عملية كبيرة لأن جوابه الشافي يوضح مدى امكانية الاستفادة من النتائج الغريبة ،

النظرية والتجريبية ، لنظرية الجناح الحامل في تصميم ريش آلات الطيران
المحورية مثل المراوح ، الدواسر ، العنفات ، الضواغط ، المضخات وغيرها
(راجع مثلاً [105] [115]) .

لقد أثبتت التجارب التي أجريت على مراوح ودواسر هوائية محورية مصممة
على أساس القيم المقاسة في أقنية هوائية لبروفيل جناح حامل ثابت أن الملاحظات
الايرو ديناميكية لنفس البروفيل تتغير بشكل ملحوظ إذا استخدم في ريشة
مروحة دوارة . وقد لفت الانتباه بصورة خاصة أن معامل قوة الرفع
الاعظمية يزداد في بعض الحالات زيادة كبيرة نتيجة الدوران فقط ، وبالتالي
بدون اتخاذ أي إجراء آخر لإحداث هذه الزيادة ، مما يؤكد أن الطبقة الحدية
تتعرض نتيجة الدوران لعمليات تؤثر بطريقة مشابهة لتأثير بعض إجراءات
التحكم بالطبقة الحدية كالامتصاص مثلاً .

الصورة الفوتوغرافية في الشكل (١٦٠٢٤) ، التي حصل عليها جوتشي



الشكل ١٦٠٢٤ : الجريان في الطبقة
الحدية حول طرف الضغط وطرف
السحب لريشة مروحة دوارة ، حسب
جوتشي [199] .

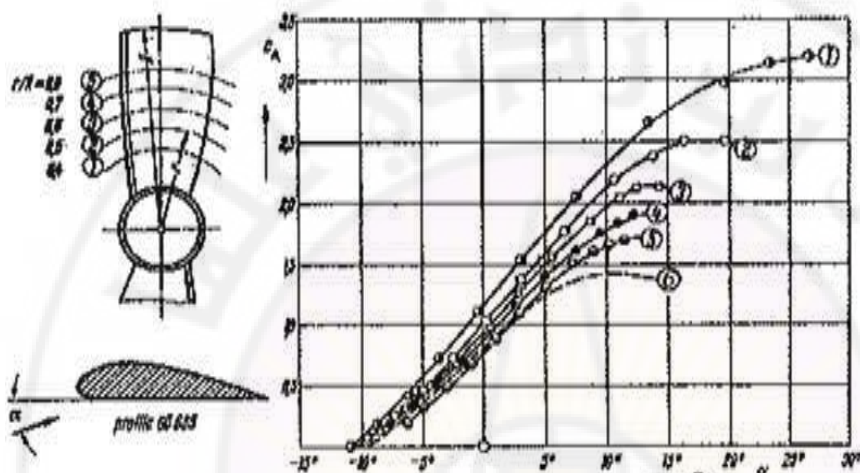
← طرف الضغط ← طرف السحب →

[199] F. Gutsche من تجاربه على مروحة دوارة ، تظهر بوضوح تفاصيل الجريان في الطبقة الحدية حول طرف السحب وطرف الضغط لريشة المروحة ، التي رشت عليها قبل التجربة نطف من صباغ زيتي لترئية الجريان ، على طرف الضغط لا يظهر أي أثر لانفصام الطبقة الحدية ، وتتطابق صورة الجريان الى حد بعيد مع الصورة المتكونة حول جناح حامل ثابت له نفس البروفيل . بالمقابل تنفصم الطبقة الحدية على كامل طول طرف السحب الريشة . وتعرض الجزيئات المنفصمة تحت تأثير القوى النابذة لعملية جرف للخارج باتجاه قطري عمودي تقريباً ، مما يجعل مماسة الطبقة الحدية تقل كلما اقتربنا من صرة المروحة ، ونجزم عن ذلك ، بالنتيجة ، إزاحة نقطة الانفصام باتجاه الحافة الخلفية للبروفيل بشكل ملحوظ ، بالمقارنة مع حالة جناح حامل غير دوّار (ثابت) .

هيملسكامب H. Himmelskamp [61] (راجع أيضاً [60]) أجرى ، ولأول مرة ، قياسات دقيقة في الطبقة الحدية لمروحة هوائية دوارة ذات ريشتين بهدف التعرف على العمليات الفيزيائية في الطبقة الحدية والاجابة على السؤال المطروح في بداية هذه الفقرة . لقد صممت ريشة المروحة على كامل طولها من نفس البروفيل GÜ 625 (الشكل ١٧.٢٤) بسجاطة أعظمية $d = 24 \text{ mm}$ وطول وتر $l = 120 \text{ mm}$. والمقارنة أجرى هيملسكامب نفسه قياسات في قناة هوائية على جناح حامل ثابت له نفس البروفيل السابق .

من قياس توزيع الضغط حول البروفيل حسب هيملسكامب معامل قوة الرفع الموضعية (راجع [151] ص ٢٩٤) . وينضم الشكل (١٧.٢٤) منحنيات تغير معامل قوة الرفع الموضعية C_x بدلالة زاوية الورود « لبروفيل الريشة عند خمس مقاطع قطرية مختلفة ، إضافة لمنحني نفس البروفيل المقاس في قناة هوائية . وكما هو واضح بجلاء فإن الدوران يسبب زيادة مرموقة القوة

الرفع الاعظمية ، وتقل معدلات هذه الزيادة كلما ابتعدنا قطرياً عن حصة المروحة . ففي المقطع ① المجاور للمحور تبلغ قيمة معامل قوة الرفع الاعظمية للبروفيل الدوار $\lambda_{max} = 3,2$ ، بالمقارنة مع $c_{A \max} = 1,4$ للبروفيل الثابت .



الشكل ١٧.٢ : المقارنة بين معامل قوة الرفع الموضعية c_A بدلالة زاوية ورود α لبروفيل ريشة مروحة دوارة عند مقاطع قطرية مختلفة (المنحنيات ① حتى ⑤) و لبروفيل جناح حامل ثابت (المنحني ⑥) ، حسب قياسات هيلمسكامب [61] .

إن زيادة قوة الرفع الاعظمية نتيجة الدوران تعزى لانزياح نقطة انفصال الطبقة الحدية باتجاه زوايا ورود أكبر . والتعليل الفيزيائي والنظري لذلك يتركز على تأثير القوى السائدة وقوى كوريوليس Coriolis ، كقوى إضافية تؤثر على الطبقة الحدية الدوارة (راجع التفاصيل في [60] [62] . ومن المؤكد أن التأثير الحاسم تولده قوى كوريوليس التي تسبب تسارعاً إضافياً في اتجاه الجريان بضعف تأثير الضغط المتزايد ، مما يؤخر حدوث الانفصال في

الطبقة الحدية حتى زوايا ورود كبيرة . هذا يعني أن الطبقة الحدية على بروفيل دوّار تتحمل تزايد ضغط أكبر بالمقارنة مع البروفيل الثابت . إضافة لذلك تساهم القوى النابذة بتأثير طفيف على زيادة قوى الرفع ناتج عن عملية « ترقيق » الطبقة الحدية . فبما أن القوة النابذة المؤثرة على جزيء في الطبقة الحدية تتناسب طرذاً مع نصف القطر لذلك تكون كمية جزيئات الطبقة الحدية المتجهة إلى مقطع ما للريشة من الداخل أقل من كمية الجزيئات المتجهة من نفس المقطع للخارج . ونتيجة لذلك ترقى سماكة الطبقة الحدية ، بالمقارنة مع حالة الجريان المستوي حول نفس البروفيل الثابت ، وتصبح بذلك أقل جرحاً للانفصال .

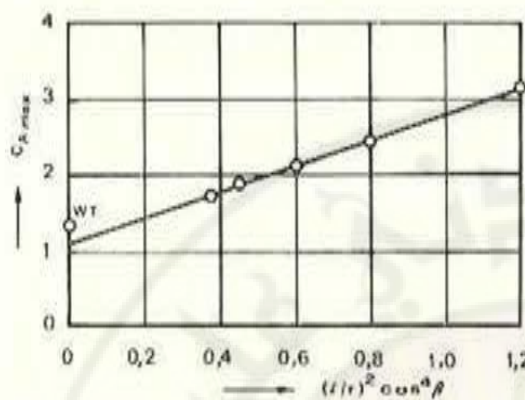
لقد درس بيلس A. Betz [62] الظواهر الفيزيائية الموضحة أعلاه واستنبط من منطقات تشابهية الأسس لطريقة نظرية تقريبية يمكن بموجبها حساب معامل قوة الرفع الاعظمية لبروفيل جناح حامل دوّار . فإذا كان $C_{A \max}$ معامل قوة الرفع الاعظمية لبروفيل الجناح الثابت ينتج في حالة طبقة حدية صفائحية معامل قوة الرفع الاعظمية لبروفيل الجناح الدوّار من العلاقة :

$$\left[\frac{C_{A \max}}{C_{A \max 0}} \right]_{\text{lam}} = 1 + C_{\text{lam}} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \cos^4 \beta \quad (24.20)$$

وفي حالة طبقة حدية مضطربة :

$$\left[\frac{C_{A \max}}{C_{A \max 0}} \right]_{\text{turb}} = 1 + C_{\text{turb}} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \left(\frac{W \cdot l}{v} \right)^{-0.1} \cos^4 \beta \quad (24.21)$$

C_{lam} و C_{turb} ثوابت عددية تتحدد من التجارب بالنسبة لمنطقة الجريان الحرجة المجاورة لمنطقة الانفصال . ويمثل $W = r\omega/\cos \beta$ السرعة النسبية المحصلة ، بينما تحني β الزاوية بين اتجاه الجريان ومستوي الدوران . وقد وجد بيلس بالاستناد على تجارب هيلمسكامب ، التي تنطبق عليها العلاقة (24.21) ، القيمة $C_{\text{turb}} = 5.5$ وحصل بذلك على الشكل (٢٤ ، ١٨) الذي يمثل تغير



الشكل ٢٤ ١٨ : معامل قوة
الرفع الاعظمية البروفيل ريشة
دولاب دوّار بالاستناد إلى
تجارب هيمسكامب ، حسب
[62] . $l =$ طول وتر
البروفيل ، $r =$ بعد البروفيل
عن محور الدوران ، $\beta =$
الزاوية بين اتجاه الجريان
ومستوي الدوران .
حسب القياسات في قناة هوائية
جناح ثابت .

$C_{A \max}$ بدلالة $\beta \cdot \cos^2$ (24.21) بموجب . ونلاحظ أن القيم المحسوبة
تقع جميعها على مستقيم يتقاطع مع محور $C_{A \max}$ في نقطة تمثل ، نتيجة الاستقراء
الخارجي ، الحالة $l/r \rightarrow 0$ المكافئة لحالة الجناح الثابت ، وتحدد بالتالي القيمة
 $C_{A \max 0} = 1.1$. وتعادل هذه القيمة فقط 71% من القيمة المقاسة في قناة
هوائية جناح ثابت من نفس البروفيل والبالغة $C_{A \max 0} = 1.4$. ويرجع أن
يكون هذا الفرق ناتجاً بشكل رئيسي عن وجود فرق الضغط ما قبل
وما بعد الدولاب الدائر وانعدامه في حالة الجناح الثابت . وفي كل الحالات
فإن الإجابة الشافية على السؤال المتعلق بمدى تأثير الدوران على الطبقة الحدية
تستلزم دراسات نظرية وتجريبية أكثر عمقاً وشمولاً .

٣.٢٤ تحرير مناوئز البروفيل

تتألف المقاومة الاجمالية التي يتلقاها جسم يتحرك داخل سائل نيوتوني
من مجموع مقاومة الاحتكاك ، كتشاكل لقوى اجهاد القص الجداري ،

و مقاومة الضغط ، كتكامل للقوى الضغط الناعمية . ونظراً لتأثر المقاومة الشديد بشكل الجسم يطلق عليها اسم مقاومة الشكل أو مقاومة البروفيل . Profile drag

إن الحساب النظري لمقاومة الاحتكاك بمساعدة نظرية الطبقة الحدية أصبح اليوم ممكناً بالنسبة لعدد كبير من حالات الجريان العملية (راجع [59] حتى 53 ، 57 ، 65 ، 66]) ، خاصة إذا لم تحدث ظاهرة الانفصال . بالمقابل لا يزال الحساب النظري لمقاومة الضغط يعطى بصعوبات كبيرة جداً . ولذلك يبقى تحديد المقاومة الاجمالية في كثير من الحالات العملية مرهوناً بالطرق التجريبية .

لقد رسمت مسألة المقاومة الى حد بعيد مسار تطور ميكانيك السوائل التكنيكي ، وهي لا تزال حتى اليوم تشغل جزءاً هاماً من أبحاثه العملية .

١٠٣٠٢٤ تحديد مقاومة البروفيل تجريبياً

بالامكان قياس مقاومة البروفيل مباشرة باستخدام ما يسمى ميزان القوى والعزوم ، الذي توجد منه نماذج لقياس مركبتين (قوة الرفع والمقاومة) أو ثلاث أو ست مركبات للقوى والعزوم (راجع [35]) . لهذه الغاية يثبت الجسم ، أو نموذج عنه ، على الميزان وبعلى في قناة هوائية أو مائية . ومنعاً لتشويش الجريان حول جسم يوضع ميزان القوى إما خارج مقطع الجريان أو يركب داخل النموذج نفسه . بمساعدة قوانين التشابه يمكن تحديد مقاومة البروفيل للجسم الاصيل من نتائج القياس للنموذج . ولكن في كثير من الحالات تكون نتائج هذه الطريقة غير دقيقة ، لأن وسائل تعليق النموذج والميزان ، كالاسلاك وغيرها ، تشوش الجريان وتحدث مقاومة إضافية .

إن الطريقة التجريبية الأهم والأشمل تطبيقاً تعتمد على العلاقة السببية بين مقاومة البروفيل ونوزع السرعة غير المنتظم في أثر المخر (جريان المؤخرة) ، ذلك أن وجود تجويف السرعة يعبر عن مقدار انخفاض قدرة الجريان الأمامية بما يعادل مقاومة البروفيل . وتوضح هذه الفكرة الجوهرية بجلاء إذا استعرضنا الجريان على طول صفيحة مستوية ، كما هو مبين في الشكل (١.٢٢) أو (٦.٢٢) ، حيث يتحول النوزع المنتظم للسرعة غير المشوشة قبل الصفيحة ، بسبب تكون الطبقة الحدية وتأثير قوى الاحتكاك ، إلى نوزع غير منتظم بعد الحافة الخلفية ويصبح لبروفيل السرعة تجويف يتدبر سماكة الطبقة الحدية . على هذا الأساس وبمساعدة قانون الدفع الحظي طور أولاً بيتس [99] وبعده بقليل دجونس [100] طريقة تجريبية عملية لتحديد مقاومة الشكل لجسم مستوي أو متناظر دورانياً .

تتميز العلاقة النهائية لطريقة دجونس بسهولة تركيبها وتطبيقها بالمقارنة مع تلك لطريقة بيتس . ولذلك فإن غالبية القياسات تعتمد اليوم على طريقة دجونس ، التي استعرضنا أسسها وشروطات اشتقاق علاقتها النهائية لحساب معامل مقاومة البروفيل بالتفصيل في [154] ص ٣٤٨ وما بعد . فإذا فرضنا p_∞ الضغط الاستاتيكي ، $p_{tot_\infty} = p_\infty + q_\infty$ الضغط الكلي و $q_\infty = \frac{\rho}{2} U_\infty^2$ الضغط الدينامي للجريان غير المشوش قبل الجسم ، p_2 و p_{tot_2} الضغط الاستاتيكي والكلي للجريان في مقطع (2) على مقربة من حافة الجسم الخلفية في أثر المخر ينتج :

$$c_w = 2 \int_{(2)} \sqrt{\frac{p_{tot_2} - p_2}{q_\infty}} \left[1 - \sqrt{\frac{p_{tot_2} - p_\infty}{q_\infty}} \right] d \left(\frac{y}{l} \right)_2 \quad (24.22) ,$$

حيث l طول وتر البروفيل أو الطول المميز لمقطع الجسم .

٢٠٣.٢٤ حساب مقاومة البروفيل نظرياً

إن الطرق النظرية المعروفة لحساب مقاومة البروفيل تركز من حيث المبدأ على نفس الأسس التي تركز عليها الطرق التجريبية أعلاه ، ولكنها بدلاً من إجراء عمليات القياس تستعين بطرق حساب الطبقة الحدية الموضحة في الفقرة { ٢٣ . } . فإذا شكلت مقاومة الاحتكاك الجزء الأعظم من مقاومة البروفيل ، كما هو الأمر بالنسبة لغالبية الأجسام الانسيابية ، كالأجنحة الحاملة ، فإن النتائج النظرية تكون عملياً مرضية جداً . أما إذا استدعى الأمر حساب مقاومة الضغط فإنه يتوجب في كل الحالات الاستعانة ببعض العلاقات التجريبية .

بتطبيق قانون الدفع الخطي على سطح منحني يحيط بكامل الجسم ويمر في منطقة الجريان غير المشوش قبل الجسم وفي أثر الخرج على مسافة كبيرة كافية خلف الجسم (انظر الشكل (٦.٢٢) والشكل (١٤.٨) في [١٥١]) ننتج حسب (22.8) مقاومة البروفيل (الاجالية) بالصيغة :

$$F_w = \rho \int_{y=-\infty}^{y=\infty} u (U_\infty - u) dy \quad (24.23) ,$$

حيث b عرض الجسم الاسطواني ، $u(y)$ السرعة في أثر الخرج و U_∞ السرعة غير المشوشة . ونلاحظ أن التكامل يندعم خارج مجال تجويف السرعة ، حيث $u(y) = U_\infty$. بادخال معامل مقاومة البروفيل : $c_w = F_w / \left(\frac{\rho}{2} U_\infty^2 b L \right)$ ، حسب (22.9) ، بالنسبة لمقطع ومماثلة خسارة تيار الدفع للطبقة الحدية ، $\delta_{2\infty}$ ، حسب (22.9) ، بالنسبة لمقطع يقع في أثر الخرج على بعد كبير خلف الجسم :

$$\delta_{2\infty} = \int_{y=-\infty}^{\infty} \frac{u}{U_\infty} \left(1 - \frac{u}{U_\infty} \right) dy \quad (24.24)$$

تأخذ (24.23) الصيغة اللابعدية :

$$c_w = 2 \frac{\delta_{2\infty}}{l} \quad (24.25)$$

بمساعدة طرق حساب الطبقة الحدية يمكن تحديد توزيع سماكة تيار الدفع $\delta_2(x)$ على طول محيط الجسم ، وبالتالي يمكن في حالة عدم حدوث انقصاص تحديد السماكة $\delta_{2\infty}$ على الحافة الخلفية للجسم فقط ، وليس في أثر الخثر ، وتشكل فكرة إيجاد علاقة بين $\delta_{2\infty}$ و δ_{210} المضمون الاساسي للطريقة طورها سكواير و H. B. Squire و A. D. Young (راجع التفاصيل في [28 a]) بهدف استخدام العلاقة (24.25) لحساب معامل مقاومة البروفيل نظرياً . لقد انطلقا من قانون الدفع للطبقة الحدية (22.46) الذي يمكن كتابته بالصيغة :

$$\frac{d\delta_2}{dx} + (2 + H_{12}) \frac{dU}{dx} \frac{\delta_2}{U} = \frac{c_w}{\rho U^2} \quad (24.26)$$

حيث U سرعة الجريان المثالي . فاذا اعتمدت قيمة وسطية لمعامل الشكل $H_{12} = \delta_1 / \delta_2$ ، مثلاً القيمة الموافقة للجريان على طول صفيحة مستوية وبالغة ، و $H_{12} \approx 1.4$ ، وتم اختيار تعبير مناسب لاجهاد القص على الجدار τ_w يمكن بمساعدة (24.26) حساب توزيع $\delta_2(x)$ على حدود الجسم وإيجاد قيمة δ_{210} عند الحافة الخلفية ، شريطة عدم حدوث انقصاص (انظر أيضاً الجدول ٢٣ ، ٢) . ولكن العلاقة (24.26) تنطبق أيضاً على الجريان في أثر الخثر خلف الجسم اذا وضعنا طرفها الايمن مساوياً للصفر لان اجهاد القص الجداري $\tau_w = 0$. على هذا الاساس اشتق سكواير و يونج علاقة عامة تربط بين $\delta_{2\infty}$ و δ_{210} بالصيغة :

$$\delta_{2\infty} = \delta_{210} \left(\frac{U_{10}}{U_\infty} \right)^{(11.10 - \delta_1) / 2} \quad (24.27)$$

حيث $H_{10} = (\delta_1 / \delta_2)_{10}$ قيمة معامل الشكل و U_{10} سرعة الجريان المثالي .
عند الحافة الخلفية للجسم . فإذا اعتمدت كقيمة وسطية $H_{10} = 1.4$ تصبح
العلاقة السابقة من الشكل :

$$\delta_{2\infty} = \delta_{210} \cdot (U_{10} / U_{\infty})^{3/2} \quad (24.28)$$

وبإدخال هذه العلاقة في (24.25) يصبح معامل مقاومة البروفيل :

$$c_w = 2 \frac{\delta_{210}}{l} \cdot (U_{10} / U_{\infty})^{3/2} \quad (24.29)$$

بمساعدة العلاقة السابقة يمكن حساب معامل المقاومة الإجمالية لطرفي البروفيل ،
العلوي وطرف السحب والتحتي أو طرف الضغط ، إذا اعتبرت δ_{210} تمثل مجموع
سمكة خسارة تيار الدفع على طرفي الحافة الخلفية للبروفيل . ولكن في الحالة
العامة لا تكون العلاقة الخدية المتشكلة على طرفي البروفيل واحدة . ولذلك
ينصح بحساب c_w لكل طرف على حده . ويتوجب لهذه الغاية تحديد سمكة
خسارة تيار الدفع ، δ_{210} ، وكذلك السرعة النظرية الكمونية U_{10} على الحافة
الخلفية للبروفيل الفعال للجسم (انظر ص ٤١٢) ، أي مراعاة تأثير الانزياح
للطبقة الخدية . U_{10} يمكن تحديدها من قياس الضغط الستاتيكي عند الحافة
الخلفية . كما يمكن الاستغناء عن تحديد U_{10} / U_{∞} إذا أدخلت في (24.29)
علاقة δ_{210} / l الناتجة بموجب طريقة تروكنبروت [44] (راجع { ٣٠.٢٣ })
واعتبرت بتقريب جيد في العلاقة الناتجة قيمة الحد المتضمن U_{10} / U_{∞} مساوية
للوحد بسبب أن U_{10} لا تختلف بشيء يذكر عن U_{∞} . بذلك ينتج من (24.29)
معامل مقاومة أحد طرفي البروفيل بالصيغة [28a] :

$$c_w = \frac{0.074}{Re^{1/5}} \left[\int_{x_T/l}^1 \left(\frac{U}{U_{\infty}} \right) d \left(\frac{x}{l} \right) + C \right]^{0.8} \quad (24.30)$$

حيث $Re = U_{\infty} l / \nu$ عدد رينولدز و x_r إحداثي نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب . وتحدد قيمة الثابت C من شرط تساوي سماكة خسارة تيار الدفع للطبقة الحدية الصفائحية والمضطربة في نقطة الانتقال بموجب (23.102) فينتج :

$$C = 62.5 Re^{1/4} \left(\frac{\delta_{2r}}{l} \right)^{5/4} \cdot \left(\frac{U_r}{U_{\infty}} \right)^{3/5} \quad (24.31).$$

سماكة خسارة تيار الدفع في نقطة الانتقال تنتج من حساب الطبقة الحدية الصفائحية (راجع الفقرة { 3.23 } ، والجدول { 2.23 }) . وتنعدم قيمة الثابت ، $C = 0$ ، إذا بدأت الطبقة الحدية المضطربة من الحافة الامامية للجسم . كما تأخذ العلاقة (24.30) صيغة العلاقة (23.67) للصفحة المستوية في حالة جريان انسيابي منتظم $U(x) = U_{\infty} = \text{const}$

شولس [52] طور طريقة حساب مقاومة البروفيل لتشمل الحالة المستوية والمتناظرة دورانياً وكذلك حالة السطوح الملساء والخشنة ، وبحال أعداد رينولدز الكبيرة جداً . كما يمكن من خلال حساب عدد كبير من الأمثلة إيجاد قانون مبسط يسمح بتحديد تأثير سماكة البروفيل على مقاومة الشكل بالمقارنة مع الصفحة المستوية . واستطاع تروكنبروت [98] أن يبسط العلاقة (24.30) إلى عدد كبير بحيث أدخل فيها شكل الجسم بدلاً من توزيع السرعة النظرية الكمونية . وتجدر الإشارة أن طريقة حساب مقاومة البروفيل قد طورت لاستخدامها في حساب فواقد الجريان عبر شبك بروفيلات مستقيم ، كمعصر أساسي لنقل القدرة في آلات الجريان المحورية ، وأعطت نتائج مرضية ومشجعة جداً (راجع [49] [50] [57] [65] [66]) في اتجاه تحديد مردود الآلة وحقلها المميز نظرياً ، الشيء الذي سيؤثر تأثيراً حاسماً على تطوير آلات الجريان الحديثة .

٤.٢٤ استعراض مراجعة وتمارين (للمقررات ٢٢ . حتى ٢٤ .)

- س ١.٢٢ : اشرح الفكرة الفيزيائية الرئيسة التي بدت عليها نظرية الطبقة الحدودية .
- س ٢.٢٢ : ما هي المسائل الرئيسة التي يمكن حلها بمساعدة نظرية الطبقة الحدودية ؟
- س ٣.٢٢ : لماذا لا نستطيع تحديد سماكة الطبقة الحدودية بدقة ؟ برهن أن δ تتناسب مع الجذر التربيعي للزوجة السائل الحركية .
- س ٤.٢٢ : عرف فيزيائياً ورياضياً القيم المميزة للطبقة الحدودية : سماكة الانزياح ، سماكة خسارة تيار الدفع ، سماكة خسارة القدرة .
- س ٥.٢٢ : اشرح أسس حساب توزيع السرعة الفعلي على حدود جسم مع مراعاة تأثير الانزياح للطبقة الحدودية .
- س ٦.٢٢ : ما هي الفرضيات التي يعتمد عليها اشتقاق معادلات براندل للطبقة الحدودية ؟
- س ٧.٢٢ : استخرج معادلات براندل للطبقة الحدودية المستوية ، وبرهن أن تطبيقها ينحصر في مجال أعداد رينولدز الكبيرة .
- س ٨.٢٢ : باعتماد خطأ نسبي لا يتجاوز 1% أوجد القيمة الاسمية لعدد رينولدز التي تحدد مجال تطبيق نظرية الطبقة الحدودية (الجواب : $10^4 \leq Re$) .
- س ٩.٢٢ : قارن بين الصيغ الرئيسة لمعادلات نافير - ستوكس ومعادلات براندل للطبقة الحدودية موضحةا التبسيطات العامة التي أدخلت على الأخيرة .
- س ١٠.٢٢ : علل فرضية براندل عن ثبات الضغط الاستاتيكي عبر الطبقة الحدودية وأوضح أهميتها .
- س ١١.٢٢ : كيف يمكن قياس توزيع السرعة للجريان الكهولي الخارجي حول محيط جسم ؟
- س ١٢.٢٢ : في الطبقة الحدودية التي يشكلها الهواء الطبيعي فوق سطح الأرض والتي تمتد من 1 حتى 10 km ، هل يبقى الضغط الذي يسجله بارومتر معلق ببالون يصعد شاقولياً ثابتاً بموجب فرضية براندل ؟

من ١٣.٢٢ : أوضح تأثير تدرج الضغط باتجاه الجريان على تحديد شكل بروفييل السرعة في الطبقة الحدية .

من ١٤.٢٢ : ما هو التفسير الفيزيائي لحدوث ظاهرة انقسام الطبقة الحدية ، وما هي الصفات المميزة لبروفييل السرعة في الجوار المباشر لنقطة الانقسام ؟

من ١٥.٢٢ : لماذا تكون الفواقد في قناة متضيقة المقطع (نفثة) أقل بكثير من تلك في قناة مائلة متوسعة المقطع (فاشرة) ؟

من ١٦.٢٢ : ما هو الفرق بين الحلول الدقيقة والحلول التقريبية لمعادلات الطبقة الحدية ؟

من ١٧.٢٢ : عدد الامكانيات التي تسمح بإيجاد حلول دقيقة لمعادلات الطبقة الحدية ، وأشرح أسس طريقة الحمول « المتشابهة » .

من ١٨.٢٢ : ماذا يعبر قانون الدفع (22.16) للطبقة الحدية ، وهل ينطبق هذا القانون على الحالة الصفائحية والمضطربة ؟ علّل الاجابة .

من ١٩.٢٢ : أشرح الفكرة الرئيسة لاشتقاق قانون القدرة للطبقة الحدية (22.50) . لماذا تختلف صيغته في الحالة الصفائحية والمضطربة ؟

من ٢٠.٢٣ : أشرح أسس طريقة بلازيوس لحساب الطبقة الحدية الصفائحية على طول صفيحة مستوية .

من ٢١.٢٣ : ما هي العوامل المحددة لسماكة الطبقة الحدية الصفائحية على طول صفيحة مستوية ؟

من ٢٢.٢٣ : في الطبقة الحدية الصفائحية على طول صفيحة مستوية يكون اجهاد القص الجداري $\tau_w \sim (U_\infty x / \nu)^{-1/2}$. هل يمكن بمساعدة هذه العلاقة حساب τ_w على مقدمة الصفيحة عند $x = 0$ ؟ علّل الاجابة .

من ٢٣.٢٣ : عندما تتشابه بروفييلات توزيع السرعة في الطبقة الحدية حول أجسام مختلفة الاشكال ، $u/U_\infty = f(y/\delta)$ ، ولا تتغير السرعة غير الملوثة U_∞ واللوجة الحركية ν ، فهل يزداد اجهاد القص الجداري مع ازدياد السماكة δ أم ينقص ؟

من ٢٤.٢٣ : برهن أن مقاومة الاحتكاك لصفيحة مستوية في جريان صفائحي صرف تتناسب مع الجذر التربيعي لطولها . كيف يتغير معامل المقاومة c_f مع تزايد درجة الحرارة ؟

من ٦٠.٢٣ : لماذا لا يتغير بتناثر حدوث انقسام للطبقة الحديدية على طول صفيحة مستوية ؟

من ٧٠.٢٣ : لماذا تكون قيمة إجهاد الفس الجداري على الجزء الأمامي للصفيحة مستوية أكبر من قيمته على الجزء الخلفي ؟

من ٨٠.٢٣ : اشرح أسس طريقة بوشاوزن التقريبية لحساب الطبقة الحديدية الصفاحية على طول صفيحة مستوية . ما هو مقدار الخطأ النسبي في حساب القيم المميزة للطبقة الحديدية ومعامل المقاومة بالمقارنة مع طريقة بلازيوس ؟

من ٩٠.٢٣ : ما هي أهم الخصائص المميزة للطبقة الحديدية المضطربة ؟

من ١٠٠.٢٣ : لماذا لم تطور طرق دقيقة لحساب الطبقة الحديدية المضطربة ؟

من ١١٠.٢٣ : بواسطة تلك تعارض ملفوف حول كرة وآخر حول صفيحة مستوية تتحول الطبقة الحديدية الصفاحية حول كل منها « اصطفايحاً » إلى مضطربة . اشرح تأثير ذلك على المقاومة الاجمالية للكرة وللصفيحة مستوية بالاسم .

من ١٢٠.٢٣ : الجريان في الطبقة الحديدية على طول صفيحة مستوية يتغير في الحالة العامة من صفاحي إلى مضطرب شتت ، فانتقال إلى أملت . شتت ويصيح على الجزء الخلفي للصفيحة أملت هيدروليكيًا . علل ذلك .

من ١٣٠.٢٣ : اشرح أسس طريقة حساب سماكة الطبقة الحديدية المضطربة للصفيحة مستوية مساءة وقيمها المميزة وقارن بينها وبين القيم المقابلة في الحالة الصفاحية .

من ١٤٠.٢٣ : برهن أن مقاومة الاحتكاك للصفيحة مستوية مساءة في جريان مضطرب صرف تتناسب مع $Re^{1/5}$.

من ١٥٠.٢٣ : قارن بين خطاط مودي لحساب الجريان في الأنابيب خشنة ، الشكل (٣٦٠١٨) ، والخطاط العام للمقاومة الاجمالية للصفيحة مستوية خشنة ، الشكل (٩٠.٢٣) ، وأوضح كيفية استعمال الأخير في الحسابات العملية .

من ١٦٠.٢٣ : أوضح طبيعة الجريان على قرص دائري مستوي يدور في سائل لا لزالي الامتداد ولي داخل حجرة ، وبين أهمية هذا الجريان عملياً .

من ١٧٠.٢٣ : أوضح الاسس المشتركة لطرق حساب الطبقة الحديدية المضطربة مع وجود تدرج ضغط .

من ١٨.٢٣ : أوضح المذطلقات الرئيسة لطريقة تروكزيموت - شولفس وميزاتها الهامة . هل يمكن مساعدة هذه الطريقة بحساب توزع السرعة في الطبقة الحدية ؟

من ١٩.٢٤ : أوضح مضمون فرضية رينولدز بالنسبة لنشوء الاضطراب . من ٢٠.٢٤ : اشرح المذطلقات الفيزيائية والرياضية لنظرية استقرار الطبقة الحدية الصاعدة اصفية مستوية بحسب طريقة تولمين .

من ٢١.٢٤ : ما هي الخصائص المميزة لمعادلة اور - سويرفيلد التفاضلية للحركة المشوشة وما هي معويات حلها الرياضي ؟

من ٢٢.٢٤ : ماذا يمثل المنحني المتزايد للطبقة الحدية ، وكيف يمكن مساعدته بتحديد نقطة عدم الاستقرار ؟

من ٢٣.٢٤ : لماذا لا تلتصق نقطة عدم الاستقرار على نقطة الانتقال الصفاحي - المضطرب ؟

من ٢٤.٢٤ : اوضح كيفية تأثير تدرج الضغط باتجاه الجريان على عملية الانتقال الصفاحي - المضطرب .

من ٢٥.٢٤ : إن سرعة الدلائل الفعلية تفوق بتأثير السرعة المدونة على أساس استطاعتها العنصرية المبنية على مقاييس أجسامها . هل ذلك ؟

من ٢٦.٢٤ : عدد الطرق الفعلية المطبقة للتحكم بالطبقة الحدية وأوضح أهدافها الرئيسة ومذطلقاتها الفيزيائية العامة .

من ٢٧.٢٤ : أوضح الاسس الفيزيائية لطريقة كسريع الطبقة الحدية ووسائل تطبيقها العملية وقدم أمثلة .

من ٢٨.٢٤ : أوضح الاسس الفيزيائية لطريقة امتصاص الطبقة الحدية وأهداف تطبيقها الرئيسة وقدم أمثلة .

من ٢٩.٢٤ : ما هي العوامل المدونة لمعادلة طريقة الامتصاص ؟

من ٣٠.٢٤ : أوضح الصفات الهندسية والايرو ديناميكية المميزة للبرونيلات الصفاحية .

من ٣١.٢٤ : إن تأثير الدوران على الطبقة الحدية (رشة مروحة يشبه من حيث التأثيرات تأثير امتصاص الطبقة الحدية فيما يتعلق بزيادة قوة الرفع . أوضح الاسباب الفيزيائية الكامنة وراء ذلك .

س ١٤.٢٤ : لماذا ينقص معامل قوة الرفع الأعظمية لبروفيل ريشه مروحة دوارة كلما ابتعدنا قطرياً عن حصة المروحة ؟

س ١٥.٢٤ : لماذا تصمم الأجسام الحاملة ، والأجسام الانسيابية كافة ، بحيث تكون حافتها الخلفية رقيقة قدر الامكان ؟

س ١٦.٢٤ : أشرح الأسس التجريبية لتحديد مقاومة البروفيل .

س ١٧.٢٤ : أشرح الأسس الفيزيائية والرياضية التي تركز عليها طرق حساب مقاومة البروفيل نظرياً ، وحده الصعوبات التي تعترض تطوير طرق دقيقة .

ت ١.٢٣ : تتحرك صفيحة مستوية طولها l وعرضها b في الهواء بسرعة منتظمة موازية لطول الصفيحة . إذا كانت اللزوجة الحركية للهواء ν وكثافته ρ فطلب حساب مقاومة الاحتكاك الاجمالية لوجهي الصفيحة وسماكة الطبقة الحدودية عند حافتها الخلفية .

معطى : $b = 0,5 \text{ m}$ ، $l = 2 \text{ m}$ ، $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ ، $\nu = 0,15 \text{ cm}^2/\text{s}$ ، $U_\infty = 2 \text{ m/s}$.

الحل : نحسب عدد رينولدز لتحديد طبيعة الجريان :

$$Re = U_\infty l / \nu = 200 \cdot 200 / 0,15 = 2,67 \cdot 10^5 \quad (a)$$

بما ان عدد رينولدز الخارج يبلغ $Re_{cr} = 3 \cdot 10^5$ فإن $Re < Re_{cr}$ ، وبالتالي فالجريان حول الصفيحة صفائحي .

حسب طريقة بلازيوس نبلغ مقاومة الاحتكاك الاجمالية للصفيحة بحسب (23.17) .

$$F_W = 1,328 \cdot b \rho \sqrt{U_\infty^3 \nu l} \quad (b)$$

وعليه ننتج بإدخال القيم العددية :

$$F_W = 1,328 \cdot 0,5 \cdot 1,23 \cdot \sqrt{2^3 \cdot 0,15 \cdot 10^{-4} \cdot 2} = 1,27 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

سماكة الطبقة الحدودية ننتج حسب (23.20) من أجل $x = l$:

$$\delta(l) = 5 \sqrt{\nu l / U} \Rightarrow \delta = 5 \cdot l / \sqrt{Re_l} \quad (c)$$

ونجد عددياً :

$$\delta = 2.10 \times 10^{-5} / \sqrt{2.87 \times 10^6} = 10.34 \text{ mm}$$

وهو المطلوب

ت ٢٣ ، ٢ : إذا كان بروفيل توزيع السرعة في الطبقة الحدودية الصفائحية على طول صفيحة مستوية ينضغ للنابع :

$$\frac{u(y)}{U_{\infty}} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{\delta}\right) \quad (a).$$

وبفرض l طول الصفيحة و τ_w عرضها ، يطلب :

١ - استخراج علاقة لحساب توزيع سماكة الطبقة الحدودية $\delta(x)$ على طول الصفيحة اعتباراً من مسافتها الامامية $x = 0$.

٢ - استخراج علاقة لحساب توزيع سماكة الانزياح $\delta_1(x)$.

٣ - استخراج علاقة لحساب مقاومة الاحتكاك لأحد وجهي الصفيحة .

الحل : نستعين بقانون الدفع للطبقة الحدودية الذي يأخذ في حالة صفيحة مستوية $(dp/dx = 0)$ الصيغة (24.24) :

$$U_{\infty}^2 \frac{d\delta_2(x)}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (b).$$

سماكة خسارة تيار الدفع $\delta_2(x)$ حسب (22.0) ناتج من العلاقة :

$$\delta_2 = \delta \int_0^1 \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (c).$$

بإدخال u/U_{∞} حسب (a) وإجراء التكامل نجد :

$$\delta_2(x) = 0.1300 \cdot \delta(x) \quad (d).$$

إيجاد القس الجداري ينتج من قانون نيوتن للاحتكاك مع مراعاة توزيع السرعة (a) :

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} = \nu \frac{U_{\infty}}{\delta} \left(\frac{d(u/U_{\infty})}{d(y/\delta)} \right)_{y/\delta=0} = 0 = \frac{\pi}{2} \frac{\nu U_{\infty}}{\delta} \quad (e).$$

٢ - لحساب توزيع سماكة الطبقة الحدودية $\delta(x)$ ندخل (c) و (d) في (b) فنحصل على المعادلة التفاضلية التالية :

$$\delta \, d\delta = 11,5 \frac{\nu}{U_{\infty}} \, dx \quad (d)$$

وبإجراء التكامل نجد :

$$\int_0^{\delta} \delta \, d\delta = 11,5 \cdot \frac{\nu}{U_{\infty}} \int_0^x dx \Rightarrow$$

$$\delta(x) = \underline{4,795 \cdot \sqrt{\nu x / U_{\infty}}} \quad (e)$$

بالمقارنة مع الحل الدقيق حسب (23.20) .

٣ - سماكة الانزياح ننتج من معادلة تعريفها (22.6) بالصيغة :

$$\delta_1(x) = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy \approx \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (f)$$

وتصبح بعد ادخال (a) وإجراء التكامل واستبدال δ حسب (e) بالصيغة :

$$\delta_1(x) = 0,368 \cdot \delta(x) = \underline{1,74 \cdot \sqrt{\nu x / U_{\infty}}} \quad (g)$$

وذلك بالمقارنة مع (23.21) .

٤ - مقاومة الاحتكاك لاجد وجهي الصفيحة تساوي محصلة قوى اجهاد اللص وتنتج بموجب (23.15) :

$$F_W = b \int_0^l \tau_w \cdot dx \quad (h)$$

بادخال τ_w حسب (c) نجد بعد استبدال δ حسب (e) وإجراء التكامل :

$$F_W = \underline{0,655 \cdot b \rho \sqrt{U_{\infty}^3 \cdot \nu \cdot l}} \quad (i)$$

هذه العلاقة تكافئ رياضياً العلاقة الدقيقة (23.17) باستثناء قيمة الثابت العددي ، وهو المطلوب .

ت ٣.٢٣ : في الحساب التقريبي للطبقة الحدية الصفاحية على طول صفيحة مستوية في جريان مرعته غير المشوشة U_∞ يعتمد لبروفيل السرعة لأبع مثلثي عام بالصيغة :

$$u(y) = A \sin(By) + C$$

أوجد قيمة الثوابت C ، B ، A بتطبيق ثلاثة شروط حدية مناسبة للطبقة الحدية .

الحل : من الشروط الحدية المتضمنة في العلاقة (23.26) نجد :

$$A = U_\infty \quad ; \quad B = \frac{\pi}{2\delta} \quad ; \quad C = 0 \Rightarrow u/U_\infty = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{y}{\delta}\right)$$

وهو المطلوب .

ت ٤.٢٣ : تخضع بروفيلات السرعة $u(y)$ في الطبقات الحدية الصفاحية في حالات جريان عديدة بصورة تقريبية لأحد التوابع التالية :

$$u/U_\infty = y/\delta \quad \text{١ - تابع خطي} :$$

$$u/U_\infty = 2 \frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \quad \text{٢ - تابع قطع مكافئ} :$$

$$\text{٣ - تابع تكعيبي من الدرجة الثالثة} :$$

$$u/U_\infty = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

$$\text{٤ - تابع من الدرجة الرابعة} :$$

$$u/U_\infty = 2 \frac{y}{\delta} - 2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4$$

٥ - تابع مثالي :

$$u/U_{\infty} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{y}{\delta}\right)$$

احسب نسبة كل من سماكة الانزياح δ_1 وسماكة خسارة تيار الدفع δ_2 الى سماكة الطبقة الحدودية لكل من البروفيلات السابقة وقارن النتائج مع نتائج طريقة بلازيوس .

فكرة الحل : بتطبيق قانون الدفع الخطي للطبقة الحدودية كما في (ت ١٠٢٣) والاستعانة بقانون نيوتن للاحتكاك ومعادلة تعريف δ_1 و δ_2 نجد النسبة δ_1/δ للحالات السابقة كالتالي :

$$1. : \delta_1/\delta = 0,5 ; 2. : \delta_1/\delta = 0,333 ; 3. : \delta_1/\delta = 0,375 ; 4. : \delta_1/\delta = 0,300$$

$$5. : \delta_1/\delta = 0,363 .$$

تتم الحل تلتج بعدئذ بسهولة .

ت ٥٢٣ : صفيحة مستوية ماساء مستطيلة الشكل طولها l وعرضها b مثبتة في جريان مائي سرعته غير المشوشة باتجاه طول الصفيحة U_{∞} . بفرض ν لزوجة الماساء الحركية و ρ كثافته يطلب تحديد موقع نقطة الانتقال الصفائحي - المضطرب عن مقدمة الصفيحة وحساب سماكة الطبقة الحدودية في تلك النقطة ، ومقاومة الاحتكاك الاجمالية لأحد وجهي الصفيحة .

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 ; \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} ; U_{\infty} = 1 \text{ m/s} ; b = 1,5 \text{ m} ; l = 3 \text{ m}$$

الحل : نحسب عدد رينولدز عند نهاية الصفيحة :

$$Re_l = U_{\infty} l / \nu = 1 \cdot 3 / 10^{-6} = 3,10^6 \quad (a)$$

فإذا فرضنا عدد رينولدز الحرج $Re_{cr} = 5,10^5$ نجد أن الطبقة الحدودية عند نهاية الصفيحة تكون مضطربة . ويحدد موقع نقطة الانتقال من :

$$Re_{x_{cr}} = \frac{U_{\infty} x_{cr}}{\nu} = 5,10^5 \Rightarrow \quad (b)$$

$$x_{cr} = 5,10^5 \cdot \nu / U_{\infty} = 5,10^5 \cdot 10^{-6} = 0,5 \text{ m}$$

سمائة الطبقة الحدية $\delta(x_T)$ عند نقطة الانتقال تنتج من قانون بلازيوس :

$$\delta(x_T) = 5 \cdot x_T / \sqrt{Re_{cr}} = 5 \cdot 50 / \sqrt{5 \cdot 10^5} = 0,354 \text{ cm} \quad (c)$$

مقاومة الاحتكاك الاجالية للصفحة تتألف من مقاومة الاحتكاك الصفاحية في المجال

$$: x_T \leq x \leq l \text{ والمضطربة في المجال } : 0 \leq x \leq x_T$$

$$F_W = F_{Wl} + F_{Wt} \quad (d)$$

مقاومة الاحتكاك الصفاحية تنتج من قانون بلازيوس (23.10) :

$$F_{Wl} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_{x_T}}} \cdot \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 \cdot b \cdot l = \frac{1,328}{\sqrt{5 \cdot 10^5}} \cdot \frac{10^3}{2} \cdot 1^2 \cdot 1,5 \cdot 3 \quad (e)$$

$$F_{Wl} = 4,226 \text{ N}$$

مقاومة الاحتكاك المضطربة تنتج كفرق بين قيمتها F'_{Wl} في حالة طبقة حدية

مضطربة على كامل طول الصفحة ما بين $x = 0$ و $x = l$ وقيمتها F''_{Wl} لطبقة حدية

مضطربة ما بين $x = 0$ و $x = x_T$:

$$F_{Wt} = F'_{Wl} - F''_{Wl} \quad (f)$$

بتطبيق قانون براندل (23.67) نجد :

$$F'_{Wl} = 0,074 \cdot (Re_l)^{-1/5} \cdot \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 \cdot b \cdot l \quad (g)$$

$$F''_{Wl} = 0,074 \cdot (Re_{x_T})^{-1/5} \cdot \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 \cdot b \cdot x_T \quad (h)$$

وتصبح بالتالي حسب (f) :

$$F_{Wl} = 0,074 \cdot \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 \cdot b \left[l \cdot (Re_l)^{-1/5} - x_T (Re_{x_T})^{-1/5} \right] \quad (i)$$

$$F_{Wl} = 0,074 \cdot \frac{10^3}{2} \cdot 1^2 \cdot 1,5 \cdot \left[3 \cdot (3 \cdot 10^5)^{-1/5} - 0,5 \cdot (5 \cdot 10^5)^{-1/5} \right]$$

$$F_{Wl} = 6,41 \text{ N}$$

وننتج مقاومة الاحتكاك الاجمالية حسب (d) .

$$F_W = 10,636 \text{ N}$$

وهو المطلوب

ت ٢٣ . ٦ : تثبت صفيحة مستوية ملساء مربعة الشكل طول ضلعها l في جريان هوائي مرعته ضفير المشوشة الموازية لمستوي الصفيحة $Re_{\delta_1 cr}$ فيحدث الانتقال الصفائحي المضطرب في الطبقة الحدودية المتكونة على وجهي الصفيحة عند عدد رينولدز حرج $Re_{\delta_1 cr}$ وعلى بعد x_1 من مقدمتها . فإذا فرضنا ρ كثافة الهواء و ν لزوجته الحركية فالمطلوب :

١ - حدد إحداثي نقطة الانتقال x_1 وسماكة الطبقة الحدودية في هذه النقطة .

٢ - احسب القيم المميزة للطبقة الحدودية عند نهاية الصفيحة .

٣ - احسب مقاومة الاحتكاك الاجمالية للصفيحة .

٤ - قارن القيم الناتجة من الطلبين الاخيرين مع القيم الناتجة عندما تسود عل طول الصفيحة (أ) طبقة حدية صفائحية صرفه ، (ب) طبقة حدية مضطربة صرفه .

$$Re_{\delta_1 cr} = 10^5 \text{ ; } \nu = 15,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{معطى :}$$

$$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3 \text{ ; } U_\infty = 20 \text{ m/s} \quad l = b = 1 \text{ m}$$

فكرة الحل ، استخدم طريقة بلازيوس لحساب الطبقة الحدودية الصفائحية حتى نقطة الانتقال ، حيث تكون سماكة الطبقة الحدودية وقيمها المميزة للحالة الصفائحية والمضطربة واحدة .

اتبع خطوات حل المثال (ت ٢٣ . ٥) لحساب F_W .

ت ٢٣ . ٧ : قرص دائري رقيق السماكة نصف قطره R يدور بسرعة زاوية ثابتة ω في حجرة مغلقة مملوءة بزيت لزوجته التمهريكية η (الشكل ٢٣ . ١١) .

إذا كان الخواص المحوري s بين كل من وجهي القرص وجدار الحجرة المقابل له صغيراً جداً ، يطلب حساب الاستطاعة المبذولة للتغلب على الاستطاعة المستهلكة نتيجة قوى الاحتكاك ، وذلك باهمال نصف قطر محور ادارة القرص .

$$\eta = 0,5 \text{ Ns/m}^2 \text{ ; } \omega = 150 \text{ s}^{-1} \text{ ; } s = 2 \text{ mm} \text{ ; } R = 20 \text{ cm} \quad \text{معطى :}$$

الحل : باعتبار أن الخوص $R \gg s$ صغير جداً ، لذلك يكون الجريان على وجهي القرص صفائحياً ويمكن بتقريب جيد افتراض توزيع خطي للسرعة باتجاه الناطم على جدار الحجرة والقرص :

$$u(r) = \frac{U}{s} y = \frac{\omega r}{s} y \quad (a)$$

حيث $0 \leq r \leq R$ نصف قطر متغير يحدد بعد المقطع المعتبر عن محور الدوران .
إن الاستطاعة المبذولة تحسب من العلاقة :

$$P = M_I \omega = M_T \omega \quad (b)$$

حيث M_I عزم الدوران الخارجي اللازم للتغلب على محصلة عزوم قوى الاحتكاك M_T للحفاظ على الحركة الدورانية المنتظمة . M_T ينشأ بسبب اجهادات القص التي تحسب من قانون نيوتن والعلاقة (a) :

$$\tau = \eta_1 \frac{du}{dy} = \eta_1 \frac{\omega}{s} r = f(r) \quad (c)$$

= يتعلق بنصف القطر r ، وبالتالي فإن قوى الاحتكاك الموضعية وعزومها غير موزعة بانتظام على القرص ، لذلك يتطلب حساب M_T عملية تكامل .

لنأخذ عنصراً سطحياً حلقياً على بعد r ، بعرض dr ومساحة $dA = 2\pi r dr$ ، فيكون عزم قوة الاحتكاك الجزئية المؤثرة على dA بالنسبة لاجند وجهي القرص وبإدخال (c) :

$$dM_T = dF_T \cdot r = \tau \cdot dA \cdot r = \frac{2\pi\eta_1\omega}{s} r^3 \cdot dr$$

ونحصل على عزم الدوران الاجمالي بالنسبة لوجهي القرص بعد اجراء التكامل :

$$M_I = M_T = 2 \int_0^R dM_T = \frac{\pi\eta_1\omega R^4}{s} \quad (d)$$

وتكون حسب (b) الاستطاعة المبذولة :

$$P = \frac{\pi\eta_1\omega^2 R^4}{s} \quad (e)$$

ويجد بعد تعويض القيم العددية :

$$P = 28,26 \text{ kW}$$

وهو المطلوب

ت ١٠٢٤ : جناح حامل مستو امتداده l وطول وتر بروفيله $b \gg l$ مثبت في جريان هوائي كثافته ρ ومرعته المنتظمة في مقطع (∞) على مسافة كبيرة قبل الجناح U_∞ والضغط الستاتيكي عبر المشوش p_∞ . يقاس توزيع السرعة والضغط في مقطع (1) خلف الجناح في اثر آخر فيبين أن الضغط $p_1 = p_\infty$ بينما تخضع السرعة في مجال تجويف السرعة $h \leq y \leq -h$ للتابع :

$$u(y) = U_\infty \left[0,9 - 0,1 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{h} y \right) \right] \quad (a)$$

وتسود خارج هذا المجال السرعة المنتظمة $u(y) = U_\infty$. يطلب تحديد المقاومة الاجالية للجناح F_W ومعامل المقاومة c_W .

معطى : $h = 2 \text{ cm}$ ، $U_\infty = 40 \text{ m/s}$ ، $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ ، $l = 10 \text{ cm}$ ، $b = 5 \text{ m}$

الحل : من تطبيق قانون الدفع الخطي على مقطع تحكم يمر من المقطعين (∞) و (1) ويحيط بالجناح نجد (راجع [154] ص ٣٤٨) :

$$F_W = 2 b \rho \int_0^h u (U_\infty - u) dy \quad (b)$$

حيث حصر التكامل في مجال تجويف السرعة فقط $h \leq y \leq -h$ ، لأن قيمته تعدم خارج هذا المجال بسبب $u = U_\infty$.

ندخل (a) في (b) ونجري التكامل مع ملاحظة أن :

$$\int \cos^2 my dy = \frac{y}{2} + \frac{1}{4m} \sin 2my \quad (c)$$

فننتج المقاومة الاجالية للجناح :

$$F_W = 0,17 b \rho h U_\infty^2 \quad (d)$$

ويكون بالتالي معامل المقاومة :

$$c_w = \frac{F_w}{\frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 b l} = \frac{0,34 \cdot h}{l} \quad (c)$$

محدداً لمجد :

$$\underline{F_w = 34 \text{ N}} \quad ; \quad \underline{c_w = 0,058}$$

وهو المطلوب .

* * *

فهرس أهم الرموز والادنة المستخدمة

مربة أجديا

الرمز	المعنى	النظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
A	السطح ، مساحة المقطع	عام	m ²
A	شعاع النافذ على السطح	عام	m ²
A	قيمة أساسية بعدية	(10.39)	
A ₀	ثابت عددي	(23.10)	f
A ₀₁	مساحة مقطع التيار النافذ	(18.223)	m ²
a	سرعة الصوت	(18.282)	m/s
B	تابع المخشونة	(18.152)	
b	شعاع التنازع المادي	(19.2)	m/s ²
b _{1,2,3,4}	مركبات B باتجاه x, y, z	عام	m/s ⁴
b _{1,2,3,4}	مركبات B باتجاه x, y, z	عام	m/s ⁴
b	عرض جدار ، ارتفاع أسطوانة	عام	m
C, c	معامل تناسب ، ثابت عددي ، ثابت تكامل	عام	1
c	معامل لا بعد لقيمة فبرائية	عام	1
C ₀	عدد كوشي	(10.34)	1
C ₀	معامل قوة الرفع بجناب حامل	{ ٢٠١٧ }	1
C _{0 max}	معامل قوة الرفع الاعظمية	(21.20)	1
C _f	معامل الاحتكاك أو المقاومة الاجمالية لسطحية	(23.18)	1
C _f	معامل الاحتكاك أو المقاومة الموضعية لسطحية	(23.63)	1
C _{He}	معامل عدم انتظام القدرة الحركية	[٦٠]	1
C _M	معامل عزم الدوران	(23.83)	1
C _n	امثال عددية	(23.11)	1

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
c_p	الحرارة النوعية عند ضغط ثابت	[٣٩٧]	Nm/kg °K
c_p	معامل الضغط	{ ٣٠٧ }	1
c_{ps}	معامل ضغط الامتصاص	(24.19)	1
c_q	معامل تيار الامتصاص	(24.18)	1
c_p	سرعة انتشار موجة الدفعية	(24.11)	m/s
c_s	منعطف تحكم	عام	
c_w	معامل المقاومة	{ ٢٠٧ } (24.22)	1
D, d	قطر الأنبوب ، اسطوانة ، كرة	عام	m
$D... / Dt$	كسر تفاضلي مادي	(19.43)	
dA	عنصر سطحي	عام	m ²
ds	عنصر طولي	عام	m
dV	عنصر حجمي	عام	m ³
d_n	قطر الأنبوب الخارجي	[١٩٢]	m
d_{ig}	قطر الأنبوب الاقتصادي	{ ٨١٠١٨ }	m
d_{eq}	قطر مكافئ	(18.205)	m
d_h	قطر هيدروليكي	(18.187)	m
d_i	قطر الأنبوب الداخلي	[١٩٢]	m
E	معامل المرونة	(19.15)	N/m ²
e	لامركزية المحمل	(21.79)	m
E_{eff}	عدد اويلر	(16.13)	1
$e_{r,q,v}$	اشعة الواحدة بانجاه 1,4%	عام	1
F	شعاع القوة	عام	N
$F = F $	طويلة شعاع القوة	عام	N
f	المسافة بين العضلات	(18.183)	m
f	معامل الاحتكاك لمجمل انزلاقي	(21.06)	1
f^*	معامل الاحتكاك المميز	(21.100)	1
f_{min}	معامل الاحتكاك الاضغري	(21.101)	1
$f(\tau_i)$	تابع تيار لابعدي	(23.4)	1

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] { الشكل }	وحدة القياس
F_r	عدد فروود	(10.8)	1
F_A	قوة الرفع الهيدرو. أو الأبروديناميكية	عام	N
F_E	قوة مرونة	[٨]	N
F_G	قوة ثقالة	[٨]	N
F_k	قوة عطالة ، قوة حجمية حركية	[٨]	N
F_n	قوة تحميل الحمل	(21.07)	N
F_p	قوة ضغط	[٨]	N
F_s	قوة سطحية	(19.4)	N
F_t	قوة جر الحمل	(21.08)	N
F_v	قوة حجمية	[٨]	N
F_v	قوة الضغط التماثلية لحمل	(21.02)	N
F_w	قوة المقاومة لجسم	(16.30)	N
F_u	قوة التوتر سطحي	[٨]	N
F_i	قوة احتكاك أو فتن	[٨]	N
G	معامل الانزياح الزاوي	(19.14)	N/m ²
g	تسارع الجاذبية	عام	m/s ²
H_{11}	ارتفاع هيدروليكي	عام	m
H	ضغط المضخة	(18.248)	m
H	السمكة المعبرة لحمل انزلاقي	(21.40)	m
$H_{12} = \delta_1/\delta_2$	معامل الشكل الاول	(23.99)	1
$H_{12} = \delta_1/\delta_2$	معامل الشكل الثاني	(23.100)	1
H_{geo}	ضغوط المضخة الستاتيكي الكلي	(18.250)	m
$H_{D,geo}$	ارتفاع الضغط المكاني للمضخة	(18.250)	m
$H_{s,geo}$	ارتفاع السحب المكاني للمضخة	(18.250)	m
$H_{s,min}$	ارتفاع السحب المانومتري	(18.250)	m
$H_{s,max}$	ارتفاع السحب الأمثل المسوح به	(18.237)	m
H_{10}	معامل الشكل الاول عند الحافة الخلفية	(21.27)	1
I	كمية الدفع	[٨٩]	Ns

الرمز	المعنى	اللقب (المعادلة) (الصفحة) (الشكل)	وحدة القياس
I	تيار الدفع الخطي	[٨٩]	N
I_n	شدة التيار الكهربائي	[٩٣]	A
i	شعاع الواحدة باتجاه X	عام	1
$i = \sqrt{-1}$	واحدة الأعداد التخيلية	(24.7)	1
J	تدرج الجريان	(20.10), (18.27)	1
I	شعاع الواحدة باتجاه Y	عام	1
K_F	معامل المرونة	[٢٩٧]	N/m ²
K	شعاع الواحدة باتجاه Z	عام	1
k	ثابت عددي لطول المزج	(18.81)	1
k	ارتفاع الخشونة المطلقة	(18.13)	m
$\bar{k}$	ارتفاع الخشونة الوسطي	[١٩١]	m
k_{er}	خشونة حرجية	(18.180)	m
k_s	خشونة رمليّة مكافئة	(18.149)	m
k_{ant}	خشونة مسموح بها	(18.177)	m
L	طول ، طول مميز للجسم	عام	m
L_d	معامل الشكل حسب تروكثيروت	(23.107)	1
L_e	طول مميز لعنصر الاضطراب	(18.62)	m
l	طول الأنبوب ، أو وتر برونيل	عام	m
l_{nn}	مسافة الاذنين	[٤٠١٨]	m
l_{pi}	مسافة الدخول الضفالية	(18.199)	m
l_{eq}	طول مكافئ لانيوب	(18.47)	m
l_{gi}	مسافة الدخول المضطربة	(18.72)	m
l_{m}	طول المزج حسب براندل	[١٨٩]	m
l_i	مقياس عنصر الاضطراب	(18.88)	m
l_v	طول المزج حسب فابلور	[٦٩]	m
m	كتلة	عام	kg
Ma	عدد ماخ	(16.25)	1
M_i	عزم الدوران	(23.81)	Nm

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
M_t	عزم قوى الاحتكاك	(21.01)	Nm
$M_{t \min}$	عزم الاحتكاك الاصغري لحمل	(21.102)	Nm
n	احداثي ناظم على الجدار	(18.17)	m
$n = 0, 1, 2, \dots$	أعداد طبيعية	(8.111)	l
n	ثابت اسي	(18.111)	l
n	عدد الدورات / الدقيقة	عام	rpm
$n_{\min}$	عدد الدورات الاصغري لمنع الاحتكاك المختلط	(21.114)	rpm
P	قدرة ، استطاعة	عام	J/s = W
P_{it}	بالميكال ، واحدة قياس الضغط	عام	N/m ² = Pa
P_{kn}	قدرة حركية	[٦١]	W
P_M	استطاعة محرك المضخة	(18.249)	W
P_p	استطاعة المضخة	(18.248)	W
P_r	الاستطاعة الضائعة بالاحتكاك	[٣٩٨]	W
p	ضغط ستاتيكي	عام	N/m ²
p^*	ضغط لا بعدي	(21.103)	l
p'	تذبذب الضغط	(24.1), (18.53)	N/m ²
$\bar{p}$	القيمة الوسطية زمنية للضغط في الجريان الاساسي	(24.1)	N/m ²
p_a	الضغط الجوي	عام	N/m ²
p_m	الضغط في الجريان في الموش	عام	N/m ²
p_{av}	الضغط الوسطي لحمل	(21.48)	N/m ²
p_D	الضغط بعد مخرج المضخة	(18.250)	N/m ²
p_S	الضغط قبل مدخل المضخة	(18.250)	N/m ²
$p_{S \min}$	الضغط الاصغري عند مدخل المضخة	[٢٦٠]	N/m ²
p_{tot}	الضغط الكلي	[٥٤٢]	N/m ²
p_w	ضغط احتساري	(18.64)	N/m ²
Q	قيمة فيزيائية	(16.88)	
Q	غازة التدفق ، التيار الحجمي	(18.31)	m ³ /s
Q	غازة تصريف مشعة	(18.249)	m ³ /s
Q_{ω}	كمية زيت التبريد للمحمل	(21.109)	m ³ /s

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
$\dot{Q}_T$	النيار الحراري ، السيلة الحرارية	[٢٩٧]	J/s
$q = \frac{P}{A} \sqrt{2}$	الضغط التبريكي ، ضغط الركود	م.م	N/m ²
R	نصف قطر انبوب ، اسطوانة ، كرة	م.م	m
R	مقاومة كهربائية	(18.71)	Ω
R	نصف قطر انحناء كوع	{ ١٨.١٨ }	m
R_o	نصف قطر الانحناء الخارجي	{ ٢٢.١٨ }	m
R_i	نصف قطر الانحناء الداخلي	{ ٢٢.١٨ }	m
Re	عدد ريتولند	(16.11)	l
Re'	عدد ريتولند محسوباً بدلالة R_{ii}	(18.190)	l
Re''	عدد ريتولند المختلص	(21.20)	l
Re_{crit}	عدد ريتولند الحرج	(18.11)	l
R_{ii}	نصف القطر الهيدروليكي	(18.186)	m
Re_l	عدد ريتولند محسوباً بطول الجسم	(23.07)	l
Re_{δ_l}	عدد ريتولند محسوباً بسماكة الانزياح	(24.14)	l
r	نصف قطر مكاني	(10.2)	m
r'	نصف قطر متحول ، البعد عن محور الأنبوب	(18.120)	m
$r_{\phi, \theta}$	احداثيات اسطوانية	(19.34)	m, rad, m
S	شعاع الانزياح	(19.12)	m
So	عدد سويسر فيلد	(21.106)	l
Sto	عدد ستوكس	(16.20)	l
s	احداثي معاسي على الجدار ، او باتجاه الجريان	{ ١٢.٢٢ }	m
s	شلوخ مجري	{ ١١.٢٣ }	m
s'	احداثي نقطة متحولة	(23.105)	m
s''	احداثي نقطة الانتقال	(23.102)	m
T	درجة الحرارة المطلقة	م.م	°K
Tu	معامل درجة الاضطراب	(18.59)	l
t	درجة الحرارة التوبة	م.م	°C
t	الزمن	(16.32)	s

الرمز	المعنى	انظر (المادة) [الصفحة] (الشكل)	وحدة القياس
t^*	زمن نصف القيمة	(20.35)	s
t_r	زمن العكاس الموجة	(18.284)	s
t_s	زمن التوصيل	(18.284)	s
$U(s); U(x)$	سرعة الجريان المثالي	(23.104), (١٠, ٢٢)	m/s
U	محيط المقطع المثل	(18.228-١١)	m
U_e	جهد كهربائي	[٩٣]	V
U_{en}	لدبذب الجهد الكهربائي	[٩٤]	V
U_{max}	السرعة الانظمية على محور الانبوب	(20.18)	m/s
U_{10}	سرعة الجريان المثالي عند العانة الخلفية	(24.27)	m/s
U_{∞}	سرعة الجريان في الممدوش	عام	m/s
u	توزيع السرعة في الطبقة العذبة	{ ١٣.٢٢ }	m/s
u, v, w	مركبات السرعة باتجاه x, y, z	عام	m/s
u', v', w'	لدبذبات السرعة باتجاه x, y, z	(24.4), (18.53)	m/s
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	مركبات السرعة الوسطية زمنيا باتجاه x, y, z	(24.4), (18.53)	m/s
v	شعاع السرعة	(19.4)	m/s
$V_{\infty} = v $	طويلة شعاع السرعة	عام	m/s
V'	الحجم	عام	m ³
$\dot{V}$	التيار الحجمي	عام	m ³ /s
$\bar{V}$	شعاع السرعة الوسطية زمنيا	(18.52)	m/s
v'	شعاع لدبذب السرعة	(18.51)	m/s
$\bar{V}$	سرعة التيار الحجمي الوسطية	(18.3)	m/s
V_n	سرعة التفريغ	(18.206)	m/s
$\bar{V}_{cr}$	السرعة الحرجة	(18.46)	m/s
V_{cr}	سرعة التفريغ العذبة	[٢٩٥]	m/s
V_{max}	السرعة الانظمية في الأنبوب	(18.30)	m/s
V_n	مركبة السرعة الناعلمية	(19.47)	m/s
$V_{x,y,z}$	مركبات السرعة باتجاه x, y, z	(19.35)	m/s
V_t	مركبة السرعة المماسية	(19.47)	m/s
$V_{0, \infty}$	مركبة السرعة المحيطية	(20.21)	m/s

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	وحدة القياس
V_{∞}	السرعة غير المتوشحة	{ ٣٤.١٨ }	m/s
V	توزيع السرعة المتوسطة في أنبوب	{ ٢٠.١٨ }	m/s
V_1	السرعة في الطبقة التحتية السفلية	(18.106)	m/s
V_e	سرعة إجهاد القص	(18.10)	m/s
V_{tw}	سرعة إجهاد القص الجداري	(18.03)	m/s
$V_{\tau w}$	سرعة إجهاد القص الاعماري	(18.83)	m/s
W	السرعة النسبية	(24.21)	m/s
W_{∞}	السرعة غير المتوشحة لشبك بروفيلات	{ ٣٥.١٨ }	m/s
W_c	عدد فيشر	(16.21)	1
x, y, z	إحداثيات ديكارتية	عام	m, m, m
x_p	فاصلة نقطة الانتقال	{ ٢.٢٢ }	m
x_n	فاصلة نقطة الانفصال	{ ١٣.٢٢ }	m
y	المسافة من الجدار	(18.114)	m
z	إحداثي شاتولي ، ارتفاع مكاني	(18.2)	m
σ	زاوية التفراج الناعمة	{ ٧.١٨ }	°
σ, σ_H	زاوية الدورود (الهجوم)	{ ١٧.٢٣ } ، { ٣٠ }	°
α	عدد حقيقي لحساب طول الموجة	(24.7)	m ⁻¹
α	ثابت عددي	(23.13)	1
α_{tr}	زاوية التفراج الناعمة الحرجة	(18.228)	°
σ_1	معامل تناسب	(23.35)	1
σ_2	معامل تناسب	(23.39)	1
β	ثابت عددي	(23.13)	1
β	الزاوية بين اتجاه الجريان ومستوى الدوران	(24.21)	°
β_1	معامل تناسب	(23.36)	1
β_2	معامل تضامد أو تضامف اللدبنة	(24.8)	s ⁻¹
β_3	التردد الزاوي للذبذبة	(24.8)	s ⁻¹
r	الجولان	(30.25)	m ² /s
r_s	جولان الاعمار الكوني	(20.27)	m ² /s

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
Γ	معامل الشكل حسب بوري	(23.07)	1
γ	معامل التقطيع	{ ٨٠.١٨ }	1
γ	الانزياح الزاوي	{ ٣٠٠ }	1
γ	ثابت عددي	(23.13)	1
γ	سرعة التشوه الزاوي	{ ٣٠٠ }	K^{-1}
Δ	فرق بين قيمتين	معام	
$\Delta_{\dots}$	معامل لابلاس	(18.46)	m^{-2}
ΔI_p	خسارة تيار الدفع	{ 4١٣ }	N
Δh_{KPSH}	ارتفاع المنسوب الموجب المصافي	(18.257)	m
Δh_v	ارتفاع الفوائد	(18.35)	m
$\Delta h_{v \text{ tot}}$	ارتفاع الفوائد الاجمالي	(18.251)	m
ΔP_v	خسارة القدرة	(18.4)	m^2/s^2
ΔP_{vt}	بيد طافي صفائحي	{ ١٨١ }	W
ΔP_{vt}	بيد طافي مضطرب	{ ١٨١ }	W
Δp	فرق الضغط	(18.127)	N/m^2
Δp_v	خسارة الضغط	{ ٢٤ }	N/m^2
Δp_{vt}	خسارة الضغط بسبب الانعطاف	(18.200)	N/m^2
$\Delta p_{v \text{ tot}}$	خسارة الضغط الاجمالية (لكوع)	(18.209)	N/m^2
Δp_{vw}	خسارة الضغط بسبب الاحتكاك (لكوع)	(18.209)	N/m^2
Δp_{wh}	زيادة الضغط بسبب المطرقة المائية	(18.282)	N/m^2
δ	زاوية انحراف كوع	{ ٤٨٠.١٨ }	"
δ	زاوية ميل الأنبوب العمري	{ ٦٧.١٨ }	"
δ	خلوص نظري	(21.79)	m
δ	سمائة الطبقة الحدية	(22.1)	m
δ_1	سمائة الطبقة الحدية الصفائحية	{ ٧.٢٢ }	m
δ_1	سمائة الطبقة الحدية المضطربة	{ ٧.٢٢ }	m
δ_1	سمائة الانزياح	(22.6)	m
δ_2	سمائة خسارة تيار الدفع	(22.9)	m
δ_3	سمائة خسارة القدرة	(22.13)	m

الرمز	المعنى	الرقم (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	وحدة القياس
δ_{21}	مسافة خسارة تيار الدفع عند الحافة الخلفية	(24.27)	m
$\delta_{2\infty}$	مسافة خسارة تيار الدفع في الزاوية	(24.25)	m
κ	إبعاد طاقى نووى	[١٨١]	W/kg
ϵ	لامركزية نسبية	(21.79)	1
κ_0	معامل التمدد الحجمي	(19.43)	1
ζ	معامل الفقد	(18.106)	1
ζ_{11}	معامل الفقد للأنبوب الراسي	[٢٣٢]	1
ζ_{12}	معامل الفقد للأنبوب المتوازي	[٢٣٢]	1
ζ_{13}	معامل فقد الانعطاف	(18.209)	1
ζ_{14}	معامل فقد المدخل	(18.203)	1
ζ_{15}	معامل فقد الاحتكاك لتكور	(18.208)	1
ζ_{16}	معامل الفقد بسبب التضيق	(18.202)	1
ζ_{17}	معامل الفقد بسبب الدفاعة	(18.201)	1
ζ_{21}	معامل فقد الاحتكاك لنافذة	(18.234)	1
ζ_{22}	معامل فرق الضغط	(18.237)	1
ζ_{23}	معامل الفقد المسمى لنافذة	(18.240)	1
γ_1	لزوجة تحريكية	عام	Ns/m ²
γ_2	احتمالي تاطفي لايمدي	(23.3)	1
γ_3	معامل الشكل بسبب جروشفتس	(23.98)	1
γ_{1111}	مردود النافذة	(18.221)	1
γ_{11}	مردود المضخة	(18.249)	1
γ_{12}	لزوجة تحريكية ظاهرية	(18.07)	Ns/m ²
γ_{13}	المردود الأدنى لنافذة	(18.244)	1
γ_{14}	لزوجة تحريكية اعصارية	(18.06)	Ns/m ²
(6)	عدد تشابهي	(20.33)	1
gms	قيمة تكاملية لحساب الطبقة الحدودية	(23.105)	1
α	الانسي الاديباتي	عام	1
β	معامل الفقد الاحتمالي	(18.204)	1

الرمز	المعنى	أنظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	وحدة القياس
λ	معامل الشكل حسب بوفهاوزن	(23.27)	1
$A(\%)$	قيمة تكاملية لحساب الطبقة الحدودية	(23.106)	1
λ	معامل الاحتكاك (المقاومة)	(18.128)	1
λ	طول موجة اللدبدي	$\{ 2.04 \}$	m
λ'	معامل الاحتكاك لقطع غير دائري	(18.191)	1
λ_{cr}	قيمة أساسية لمعامل المقاومة	(18.181)	1
λ_{min}	طول الموجة الأصغر	(24.15)	m
λ_r	معامل الاحتكاك لجريان خشن	(18.171)	1
λ_s	معامل الاحتكاك لجريان أملس	(18.170)	1
μ	معامل التضييق العرضي	(19.15)	1
μ_2	معامل التضييق	(18.202)	f
ν	لزوجة حركية	عام	m ² /s
ν_m	لزوجة حركية اعتيادية	(18.78)	m ² /s
$\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3$	مركبات شعاع الاطوار	(19.12)	m, m, m
π	قيمة لا بعدية	(16.41)	1
σ	مصفوفة الاجهادات	(19.10)	
ρ	الكثافة	عام	kg/m ³
σ	اجهاد ناظمي	(19.9)	N/m ²
σ	خلوص قطري	$\{ 11.23 \}$	m
σ'	اجهاد ناظمي اضافي	(19.20-n)	N/m ²
$\bar{\sigma}$	اجهاد ناظمي وسطي	(19.19)	N/m ²
τ	اجهاد القص	عام	q/m ²
τ_{nv}	اجهاد قص وسطي	(21.68)	N/m ²
τ_1	اجهاد قص صفائحي	$[9.5]$	N/m ²
τ_1	اجهاد قص مضطرب	$[9.5]$	N/m ²
τ_m	اجهاد قص اعتيادي	(18.66)	N/m ²

الرمز	المعنى	انظر (المعادلة) [الصفحة] (الشكل)	واحدة القياس
Φ	تابع كمون السرعة	(21.27)	m^2/s
Φ_v	تابع كمون حمل القوى الحجمية	(19.3)	m^2/s^2
φ	مداد شكل مقطع الانبوب	(18.192)	1
ψ	زاوية مركوبة	(21.79)	"
ψ_{II}	معامل تصحيح السرعة	[٢٠٥]	1
$\eta(y)$	تابع سرعة اللدبلة	(24.7)	m^2/s
η'	تابع التيار	(19.44)	m^2/s
ψ	خارج قطري نسبي	(21.105)	1
ψ_c	معامل الارتباط	(18.61)	1
ψ_{II}	معامل التصريف	(18.207)	1
ω	شعاع الامعاء	(10.43)	s^{-1}
ω	السرعة الزاوية	(20.27)	s^{-1}

* * *

فهرس أهم الرموز المستخدمة

الدليل	المفرد المقصود	الدليل	المفرد المقصود
A	أول الرفع الهيدر - أو الأبروديشاميكية	m10	قيمة أصغرية
a	الهواء الجوي	n	اتجاه النظم على الجدار
α	التفريغ من فتحة	n	أعداد طبيعية
α	النفق في الأنبوب الفرضي	P	المنشأ الأسلي
αbs	قيمة مطلقة	P	المضخة
αv	قيمة وسطية	p	المسقط
b	التسارع	Q	التيار الحجمي
cr	قيمة حرجية	r	اتجاه نظري
D	طرف الضغط لبروفيل أو مضخة	r, r, z	إحداثيات أسطوانية
d	فازرة التصريف في وصلة الناييب	S	سطحي
d	فازرة التصريف في الأنبوب المتواصل	S	طرف السحب لبروفيل أو مضخة
E	مدخل الأنبوب	S	نقطة الانعصام
e	كهربائي	s	انجاء الجريان أو المعاس على الجسم
f	مقاومة الاحتكاك	st	تيار التناغرة
G	الجاذبية الأرضية	T	نقطة الانتقال
Gr	قيمة حدية نهائية	T	الحرارة
H	أغني	t	اتجاه مماسي على الجدار
I	الدفع (كمية الحركة)	t, (m)	جريان مضطرب
I.	الطول المميز للجسم	te	الحافة الطافية للبروفيل
I	طول الصفيفة أو ربر البروفيل	tol	كل ، إجمالي
I, J, m	الجريان الصفائحي	u	اتجاه محيطي
m	النموذج	u	القيمة الدلالية
m	أعداد طبيعية	v	اتجاه شائولي
mαn	مانومتر	V	القوة الحجمية
max	قيمة أعظمية	v	خسارة ، فقد

الدليل	المسدى المقصود	المسدى المقصود
W'	قوة المقاومة	امعاري
W	نقطة الانعطاف	جريان غير مشوش
W	القيم الجدارية	المسبب الصغير ، السطح السائب
x	القيمة المحسوبة بالمسافة X	مقطع الدخول
x,y,z	المحاور الديكارتية	مقطع الخروج
δ_1	القيمة المحسوبة بمسافة الانزياح	قيمة وسطية زمنية خلال A
σ	التوتر السطحي	قيمة وسطية موزعة بانتظام على المقطع A
ϵ	اجهاد القوى	

* * *

فهرس المصادر

- [1] **N. J. Kotschin, J. A. Kiebel, N. W. Rose** : Theoretische Hydromechanik. Bd. I 1954; Bd. II 1955, Akademie - Verlag, Berlin
- [2] **L. M. Milne-Thomson** : Theoretical Hydrodynamics Macmillan and Comp. Ltd., London 1960
- [3] **L. M. Milne-Thomson** : Theoretical Aerodynamics. Macmillan and Comp. Ltd., London
- [4] **L. Prandtl** : Strömungslehre. Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig 1960 (Abriss der Strömungslehre 1931)
- [4a] **L. Prandtl** : Essential of Fluid Dynamics. Blackie and sons Ltd., London and Glasgow 1952
- [5] **O. Tietjens** : Strömungslehre, Physikalische Grundlagen vom technischen Standpunkt. Bd. I : Hydro - und Aero- statik, 1960 ; Bd. II : Bewegung der Flüssigkeiten und Gase, 1970, Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg
- [6] **V. L. Streeter** : Fluid Mechanics. Mc Graw Hill Books comp., Kogakusha 1966
- [7] **W. Albring** : Angewandte Strömungslehre. Verlag von Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig, 1. Auflage 1961
- [7a] **W. Albring** : Angewandte Strömungslehre. Verlag von Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig, 4. Auflage 1970

- [8] **B. Eck** : Technische Strömungslehre. Springer - verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961
- [9] **W. Kaufmann** : Technische Hydro - und Aerodynamik. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963
- [10] **E. Truckenbrodt** : Strömungsmechanik, Grundlagen und technische Anwendungen. Springer - Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg/New York 1968
- [11] **R. L. Daugharty and J. B. Franzini** : Fluid Mechanics with Engineering Applications. Mc - Graw-Hill Books comp., New York 1965
- [12] **M. Hackeschmidt** : Grundlagen der Strömungstechnik, Bd. I : Einführung. VEB Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1969
- [13] **M. Hackeschmidt** : Grundlagen der Strömungstechnik, Bd. II : Felder. VEB Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1970
- [14] **M. Hackeschmidt** : Strömungsmechanik : Aehnlichkeit-Analogie-Modell. VEB Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1972
- [15] **E. Neunass** : Praktische Strömungslehre. VEB Verlag Technik, Berlin 1967
- [16] **N. S. Arshanikow und W. N. Malzew** : Aerodynamik. VEB Verlag Technik, Berlin 1960
- [17] **H. Schlichting und E. Truckenbrodt** : Aerodynamik des Flugzeuges, Bd. I, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1962
- [18] **H. Schlichting und E. Truckenbrodt** : Aerodynamik des

Flugzeuges, Bd. II. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/
Heidelberg 1960

- [19] H. Richter : Rohrhydraulik, Springer-Verlag, Berlin/
Göttingen/Heidelberg 1962
- [20] A. Wechmann : Hydraulik, VEB Verlag für Bauwesen,
Berlin 1966
- [21] B. Nekrasov : Hydraulics, Mir Publishers, Moscow 1969
- [22] A. Hausschild : Wasserversorgungsanlagen, VEB Verlag
Technik, Berlin 1966
- [23] R. Sauer : Einführung in die Gasdynamik, Springer -
Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1951
- [24] K. Oswatitsch : Gasdynamik, Springer-Verlag, Wien 1952
- [25] N. Scholz : Aerodynamik der Schaufelgitter, Bd. I, Verlag
G. Braun, Karlsruhe 1965
- [26] A. Betz : Einführung in die Theorie der Strömungsma-
schinen, Verlag G. Braun, Karlsruhe 1959
- [27] A. Betz : Konforme Abbildung, Springer-Verlag, Berlin/
Göttingen/Heidelberg 1964
- [28] H. Schlichting : Grenzschicht-Theorie, Verlag G. Braun,
Karlsruhe 1958
- [28a] H. Schlichting : Boundary-layer Theory, McGraw-Hill
Book comp., New York, 1960
- [29] H. Görtler und W. Tollmien : 50 Jahre Grenzschichtfor-
schung, Verlag F. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1955.
- [30] Autrenkollektiv : Taschenbuch Maschinenbau, Bd. I :

Grundlagen. VEB Verlag Technik, Berlin 1966.

- [31] **Autorenkollektiv** : Taschenbuch Maschinenbau, Bd. II : Energieumformung und Verfahrenstechnik. VEB Verlag Technik, Berlin 1966.
- [32] **Autorenkollektiv** : Hütte 1 : Theoretische Grundlagen. 28. Auflage, Verlag von W. Ernst und Sohn, Berlin 1955
- [33] **M. Kornfeld** : Elastizität und Festigkeit von Flüssigkeiten. VEB Verlag Technik, Berlin 1952
- [34] **G. F. Berg** : Hydraulische Bauelemente in der Automatisierungstechnik. Reihe Automatisierungstechnik, Bd. 29, VEB Verlag Technik, Berlin 1968
- [35] **W. Wuest** : Strömungsmesstechnik, Uni-Text, Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig 1969
- [36] **W. H. Westphal** : Physik. Springer-Verlag, Berlin Göttingen/Heidelberg 1959
- [37] **E. Schmidt** : Einführung in die technische Thermodynamik. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963
- [38] **J. Wallot** : Grössengleichungen, Einheiten und Dimensionen. J. A. Barth-Verlag, Leipzig 1957
- [39] **G. Oberdorfer** : Das internationale Mass-System und die Kritik seines Aufbaus. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1970
- [40] **K. Diebner und H. Völcker** : Eine praktische Einführung in das internationale Mass-System, HANSA, Schifffahrt-Schiffbau-Hafen, 98. Jg. (1961), S. 2015-2018
- [41] **Gesetzblatt der DDR** : Anordnung über die Tafel der gesetzlichen Einheiten vom 26. 11. 1968

- [42] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew : Taschenbuch der Mathematik, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1958
- [43] W. Albring : Helmholtz schuf eine Aehnlichkeitstheorie für Strömungen. Maschinenbautechnik 15 (1966), S. 113-118
- [44] E. Truckenbrodt : Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Grenzschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung. Ing. - Archiv 20 (1952), S. 211-228
- [45] N. Scholz : Ergänzungen zum Grenzschichtquadraturverfahren von E. Truckenbrodt. Ing. - Archiv 29 (1960), S. 82-92
- [46] K. Kraemer : Praktische Berechnung von Grenzschichten. Luftfahrttechnik (1956), S. 8-13
- [47] K. Kraemer : Grenzschichtberechnung an zwölf Profilen. Bericht 55/A/01 der Aerodyn. Versuchsanstalt Göttingen (1955)
- [48] M. J. Lighthill : On Displacement Thickness. Journal of Fluid Mechanics. Vol. 4 (1958), P. 383-392
- [49] H. Schlichting : Anwendung der Grenzschicht-Theorie auf Strömungsprobleme von Turbomaschinen. Siemens-Zeitschrift 33 (1959), S. 429-438
(Application of Boundary-Layer Theory in Turbomachinery. Trans. ASME, Journ. Basic Engineering 81 (1959) P. 543-551)
- [50] H. Schlichting : Neuere Untersuchungen über Schaufelgitterströmungen. Siemens-Zeitschrift 37 (1963), S. 827-837

- [51] Th. von Kármán : Theorie des Reibungswiderstandes. Hydrodynamische Probleme des Schiffsantriebes, Hamburg, S. 50-73
- [52] N. Scholz : Ueber eine rationelle Berechnung des Strömungswiderstandes schlanke Körper mit beliebig rauher Oberfläche. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft 45 (1951), S. 244-259, Diskussion dazu : S. 259-263
- [53] G. Kempf und K. Karhan : Zur Oberflächenreibung des Schiffes. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, S. 228-236
- [54] J. Rotta : Schubspannungsverteilung und Energiedissipation bei turbulenten Grenzschichten. Ing.-Archiv 20 (1952) S. 195-207
- [55] W. Szabłowski : Wandgesetze inkompressibler turbulenter Grenzschichten und Prandtlischer Mischungsweg. Monatsbericht der deutschen Akad. d. Wissenschaften zu Berlin, Bd. 6 (1964), S. 805-809
- [56] O. Parr : Untersuchungen der dreidimensionalen Grenzschicht an rotierenden Drehkörpern bei axialer Anströmung. Ing. - Archiv 32 (1963), S. 393-413
- [57] N. Scholz : Berechnung der Kennlinie eines Axialverdichters auf Grund grenzschichttheoretischer Gitteruntersuchungen. Jahrbuch der WGL (1955), S. 205-213
- [58] E. Wolff : Einfluss der Abrundung scharfer Eintrittskanten auf den Widerstand von Flügeln. Ing. - Archiv 4 (1933), S. 521-544.
- [59] A. Betz und J. Lotz : Verminderung des Auftriebes von Tragflügeln durch den Widerstand. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorschiffahrt 23 (1932), S. 277-279

- [60] **A. Ackl** : Auftriebsmaximum an Flügeln und an rotierenden Rädern. Kleine Studienarbeit an der Schiffbautechnischen Fakultät der Universität Rostock, 1962 (unveröffentlicht)
- [61] **H. Himmelskamp** : Profiluntersuchungen an einem umlaufenden Propeller. Mitteilung aus dem Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Nr. 2, Göttingen 1950
- [62] **A. Betz** : Höchstauftrieb von Flügeln an umlaufenden Rädern. Zeitschrift für Flugwissenschaften 9 (1961), S. 97-99
- [63] **H. Schlichting** : Aerodynamische Probleme des Höchstauftriebes. Zeitschrift für Flugwissenschaften 13 (1965), S. 1-14
- [64] **H. Schlichting** : Entwicklung der Grenzschicht-Theorie in den letzten drei Jahrzehnten. Zeitschrift für Flugwissenschaften 8 (1960), S. 93-111
- [65] **H. Schlichting und N. Scholz** : Ueber die theoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters. Ing. - Archiv 19 (1951), S. 42-65
- [66] **L. Speidel und N. Scholz** : Untersuchungen über die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern. VDI-Forschungsheft 464 (1957), Düsseldorf.
- [67] **L. Szabó** : Einführung in die technische Mechanik. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1966
- [68] **L. Melton, Jr., and A. Rogowski** : The Interaction of Air Motion, Fuel Spray and Combustion in the Diesel Combustion Process. Trans. ASME, Journal of Engineering for Power (1972), P. 11-16

- [69] W. Albring : Vermischen, Verdampfen, Verbrennen, Verteilen, ein Beitrag des Strömungstechnikers zu einigen Kraftwerkproblemen. *Energietechnik* 22 (1972), S. 142-147
- [70] M. Lawson and H. von Ohain : Electrofluid Dynamic Energy Conversion, Present Status and Research Areas. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Power* (1971), P. 201-220
- [71] E. Minardi : Computed Performance Characteristics of Electrofluid Dynamic Colloid Generators. *Trans. ASME, Journal of Engineering for Power* (1971), P. 183-161
- [72] G. Vogelpohl : Betriebssichere Gleitlager. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958
- [73] K. Spiegel und G. Noack : Tragfähigkeitsdiagramme zum optimalen Auslegen von Radialgleitlagern. *Konstruktion* 24 (1972), S. 473-477
- [74] L. Johnson : The hydraulic springs. *Machine Design* 32 (1960), P. 114-117 (zitiert in *Konstruktion* 13 (1961), S. 499-500)
- [75] A. Linford : Flow Measurement and Meters. E. & F. N. Spon Ltd., London 1961
- [76] G. F. Berg : Anwendung der Hydraulik in der Automatisierungstechnik. Reihe Automatisierungstechnik, Bd. 37, VEB Verlag Technik, Berlin 1973
- [77] Autorenkollektiv : Das Fachwissen des Ingenieurs, Bd. I/1, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1967
- [78] I. Weinberg and K. Kalitenko : Instrumentation and

Controls in the Oil and Petrochemical Industries. Mir Publishers, Moscow 1971

- [79] E. Heidenreich : Valuation of Centrifuge-Processes. Paper presented on the 13 th Science Week of the SAR, Aleppo. 18. - 24. Nov. (1972)
- [80] C. Pfeiderer und H. Petermann : Strömungsmaschinen, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1964
- [81] Autorenkollektiv : Strömungslehre, Lehrbriefe 1, 2, 3, 4 für das Hochschulförnstudium. VEB Verlag Technik, Berlin 1971
- [82] W. Wuest : Sichtbarmachung von Strömungen, II. : Flüssigkeitsströmungen. Archiv für Technisches Messen V 144-3 (1963), S. 123-128
- [83] H. Bippes und P. Colak-antie' : Der Wasserschleppkanal der DFVLR in Freiburg i. Br., Zeitschrift für Flugwissenschaften (1973), P. 113-120
- [84] W. I. Smirnow : Lehrgang der Höheren Mathematik, Teil II. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1961
- [85] W. Kucharski : Strömungen einer reibungslosen Flüssigkeit bei Rotation fester Körper. Verlag R. Oldenburg, München und Berlin 1918
- [86] W. Albring : Beschauung radialer Strömungsmaschinen. Bericht Nr. I 225/3 des Instituts für angewandte Strömungslehre der TH Dresden (1957)
- [87] M. Hackeschmidt : Zur konformen Abbildung der Strömung um beliebige Tragflügelprofile unter Verwendung

- des elektrolytischen Troges. Maschinenbautechnik 8 (1959), S. 259-262
- [88] M. Hackeschmidt : Zur Berechnung der Potentialströmung um beliebige ebene gerade Profilkitter unter Verwendung des elektrolytischen Troges. Maschinbautechnik 8 (1959), S. 357-363
- [89] DIN 1952 : Durchflussmessung mit genormten Düsen, Blenden und Venturidüsen (VDI - Durchflussmessregeln), 1971
- [90] E. D. Klomp and G. Sovran : The Fluid Mechanics of Multiple-Venturi-Systems and their Application to Flow-Rate Metering. Trans. ASME, Journal of Basic Engineering (1972), P. 39-45
- [91] G. Flügel : Berechnung von Strahlapparaten. VDI - Forschungsheft 393 (1951), VDI - Verlag, Düsseldorf
- [92] R. Jung : Die Berechnung und Anwendung des Strahlgebläses. VDI - Forschungsheft 479 (1960), VDI - Verlag, Düsseldorf
- [93] R. Bauer : Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Strahlapparaten für kompressible Strömungsmittel (Strahlverdichter). VDI - Forschungsheft 514 (1966), VDI - Verlag, Düsseldorf
- [94] W. Pohlitz : Pumpen für Flüssigkeiten. VEB Verlag Technik, Berlin 1970
- [95] E. Truckenbrodt : Zur Ermittlung der Kräfte bei instationären Flüssigkeitsbewegungen in oben offenen Gefäßen. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 53 (1973), S. 729-735

- [96] R. C. Worster : The Flow in Volutes and its Effect on Centrifugal Pump Performance. Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 177 (1963), P. 843-864
- [97] W. Albring : Probleme bei der Gestaltung verlustarmer Gehäuse von Strömungsmaschinen. Wiss. Zeitschrift der TH Dresden 8 (1958/59)
- [98] E. Truckenbrodt : Die Berechnung des Profilwiderstandes aus der vorgegebenen Profilform. Ing. Archiv 21 (1953), S. 176-186
- [99] A. Betz : Ein Verfahren zur direkten Ermittlung des Profilwiderstandes. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Bd. 16 (1925), S. 42-44
- [100] B. B. Jonse : The Measurement of Profile Drag by the Pitot Traverse Method. Aeronautical Research Committee Report 1688 (1936)
- [101] W. Kutta : Auftriebskräfte in strömenden Flüssigkeiten. Sitzungsberichte Bayr. Akad. Wiss., Math. Phys. Kl. (1910) und (1911)
- [102] N. Joukowsky : Ueber die Konturen der Tragflächen der Drachenflieger, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt Bd. 1 (1910) S. 281-284, Bd. 3 (1912) S. 81-86
- [103] N. Scholz : Strömungsuntersuchungen an Schaufelgittern. VDI-Forschungsheft 442 (1954), Düsseldorf
- [104] H. Schlichting : Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forschungsheft 447 (1955), Düsseldorf.
- [105] M. E. Deje und B. M. Trojanovskij : Untersuchungen und

Berechnungen axialer Turbinenstufen. VEB Verlag Technik, Berlin 1973

- [106] M. Hoffmeister : Die Entwicklung von radialen Laufschaufeln unter Benutzung des Singularitätenverfahrens. Maschinenbautechnik 8 (1959), S. 77-83
- [107] Y. R. Reddy and S. Karl : Optimum Vane Number and Angle of Centrifugal Pumps with Logarithmic Vanes. Trans ASME, Jour. Bas. Eng. 1971, P. 411-425
- [108] A. Ackl : Die Verfahren der Singularitätenmethode zur Berechnung der ebenen Strömung in radialen Schaufelgittern. Hauptentwurf am Institut für Strömungsmaschinen der Schiffbautechnischen Fakultät der Univ. Rostock (unveröffentlicht)
- [109] A. Betz : Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. In : Vier Abhandlungen zur Hydro- und Aerodynamik, von Prandtl und Betz, Göttingen 1927
- [110] A. Betz und H. Helmbold : Zur Theorie stark belasteter Schraubenpropeller. Ing. Archiv, Bd. 3 (1932), S. 1
- [111] Th. Theodorson : Theory of propellers. Mc Graw Hill Books Comp., New York/Toronto/London, 1948
- [112] M. Strscheletzky : Berechnungskurven für dreiflüglige Schiffsschrauben. Verlag G. Braun, Karlsruhe 1955
- [113] H. W. Lerbs : Moderately Loaded Propellers with Afinite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation. Trans of SNAME, Vol. 60 (1952), P. 73-117
- [114] K. O. Edel : Der Entwurf von Nachstrompropellern nach Lerbs, Eckart und Morgan. Schiffbauforschung, H. 1+2 (1973), S. 56-60

- [115] F. Weinig : Aerodynamik der Luftschraube, Berlin 1940
- [115] D. Weicker : Die Vortriebswirkung des Schiffsruders im Propellerstrahl. Schiffbauforschung, H. 5+6 (1965)
- [117] M. P. Tulin : Supercavitating Propellers : History, Operating Characteristics, Mechanism of Operation. 4. Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington, 1962
- [118] E. Dörp : Propeller bei voller Saugseitenkavitation und Wirbeltheorie des Propellers. Schiffbauforschung H. 5+6 (1972), S. 169-185
- [119] K. Kafali : An Investigation of the Pressure Distribution Around the Profiles Suitable for Marine Propeller. International Shipbuilding Progress, Vol. 12 (1965), Nr. 128, P. 139-154
- [120] A. Betz : Windenergie und ihre Anwendung durch Windmühlen. Verlag Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen 1926
- [121] G. Schmitz : Theorie und Entwurf von Windrädern optimaler Leistung. Wiss. Zeitschrift der Universität Rostock (1955/56)
- [122] H. Lamb : Lehrbuch der Hydrodynamik, Uebersetzung der 5. englischen Ausgabe, Leipzig 1931
- [123] K. Wendel : Hydrodynamische Massen und hydrodynamische Massenträgheitsmomente, Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, 1950, S. 207-255
- [124] G. Schmitz : Kräfte und Momente infolge der Bewegung eines Schiffes auf gerader und gekrümmter Bahn. Sonderbeilage der Schiffbautechnik (1956), S. 10-18
- [125] G. Schmitz : Querkraft und Moment infolge Schräganströmung von Schiffsrudern, Schiffskörpern und Gleit-

flächen. Schiffbautechnik 9 (1959), S. 561-569

- [126] R. W. Kermeen, I. T. Mc Graw and B. R. Parkin : Mechanism of Cavitation Inception and the Related Scale Effects Problems. Trans ASME 77 (1955), P. 533-541
- [127] G. Ziegler : Zugspannungen in strömendem Wasser. Maschinenbau und Wärmewirtschaft, 9. Jg., S. 343-349
- [128] J. W. Daily and V. E. Johnson : Turbulence and Boundary Layer Effects on Cavitation Inception from Gas Nuclei. Trans. ASME 78 (1956), P. 1695-1706
- [129] A. Ackl : Zur Bestimmung des Kavitationsbeginns an ebenen Gitterprofilen in realen Strömungen. Dissertation an der Universität Rostock, 1967
- [130] M. Lagally : Berechnung der Kräfte und Momente, die strömende Flüssigkeiten auf ihre Begrenzung ausüben. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 2 (1922), S. 409-422
- [131] A. Betz : Singularitätenverfahren zur Ermittlung der Kräfte und Momente auf Körper in Potentialströmungen. Ing. Archiv, Bd. 3 (1932), S. 454-462
- [132] H. Glauert : Grundlagen der Tragflügel- und Luftschraubentheorie. Berlin 1929
- [133] W. Birnbaum und W. Ackermann : Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung des ebenen Problems der Tragflügeltheorie. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 3 (1923), S. 290-297
- [134] F. Riegels : Das Umströmungsproblem bei inkompressiblen Potentialströmungen. Ingenieur-Archiv, Bd. 16 (1948), S. 373-376 (I. Mitteilung); Bd. 17 (1949), S. 94-106 (II. Mitteilung); Bd. 18 (1950), S. 321

- [135] E. G. Felndt : Beitrag zu den Grundlagen des Singularitätenverfahrens der Strömungsmechanik. Zeitschrift für Flugwissenschaften (1962), S. 446-456
- [136] I. Weissinger : Neue Entwicklungen in der Tragflügeltheorie bei inkompressibler Strömung. Zeitschrift für Flugwissenschaften (1956), S. 225-236
- [137] A. Walz : Uebertragung gemessener Druckverteilungen auf beliebige Anstellwinkel. Luftfahrtforschung 16 (1939) S. 121
- [138] R. Döge : Ueber die Genauigkeit der Methoden zur Berechnung der inkompressiblen Potentialströmung durch ein ebenes gerades Schaufelgitter und ihre Brauchbarkeit für die Praxis. Maschinenbautechnik 9 (1960), S. 22-39
- [139] F. W. Riegels : Fortschritte in der Berechnung der Strömung durch Schaufelgitter. Zeitschrift für Flugwissenschaften 9 (1961), S. 2-15
- [140] Ch. Shah : Methode für den Entwurf optimaler ebener Verzögerungsgitter in inkompressibler Strömung bei gegebenem Geschwindigkeitsdreieck. Dissertation T H Aachen, 1961
- [141] W. Richter : Berechnung der Druckverteilung von ebenen Schaufelgittern mit stark gewölbten dicken Profilen bei inkompressibler ebener Strömung. Ingenieur - Archiv 1960), S. 351-373.
- [142] W. H. Isay : Beitrag zur Potentialströmung durch axiale Schaufelgitter. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (33), S. 397-409
- [143] F. Martensen : Die Berechnung der Druckverteilung an dicken Gitterprofilen mit Hilfe von Fredholmschen In-

tegralgleichungen zweiter Art. Mitteilung aus dem Max-Planck-Institut für Strömungsforschung und der Aerodynamischen Versuchsanstalt, Nr. 23 (1959)

- [144] G. Fuhrmann : Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Ballonmodellen. Jahrbuch der Motorluftschiff-Studiengesellschaft, Bd. 5 (1911/12), S. 63-123
- [145] E. König : Potentialströmung durch Gitter. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Bd. 2 (1922), S. 422-429
- [146] A. I. Acosta : An Experimental and Theoretical Investigation of Two-Dimensional Centrifugal pump Impeller. Trans. ASME (1954), P. 749-763
- [147] M. Hackeschmidt : Der Entwurf aerodynamisch günstiger Gleichdruck-Gitterprofile unter Verwendung des Holographenverfahrens. Maschinenbautechnik 12 (1963), S. 638-643, und 13 (1964)
- [148] W. Albring : Ein Näherungsverfahren zur Konstruktion ebener stossfrei angeströmter Schaufelgitter und Berechnung ihrer Druckverteilung bei stationärer Strömung. Maschinenbautechnik 5 (1956), S. 207-219
- [149] F. Schlender : Erweiterung des Kreisscheibenverfahrens für starkumlenkende Gitter mit grossen Teilungsverhältnissen. Maschinenbautechnik 8 (1959) S. 661-663
- [150] H. Ihlenfeld : Aufzeichnung von Isklinen und Isotachen mit Hilfe der Seifenhautanalogie bei Schaufelgittern. Maschinenbautechnik 9 (1969), S. 374-380
- [151] D. Beutcher und D. Sturm : Elektrolytische Analogiemessungen zur Bestimmung der Geschwindigkeit bei dreidimensionaler Strömung, am Beispiel eines Automobilmodells dargestellt. Maschinenbautechnik 10 (1961)

- [152] R. Zurmühl : Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1963.
- [153] J. Zierep : Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1972.
- [154] A. Aekel : Technical Fluid Mechanics. Vol. I, Damascus - University Press, 1976 (in Arabic).
- [155] J. Zierep : Theoretische Gasdynamik, Bd. 1 & 2, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1972.
- [156] V. L. Streeter (Adit.) : Handbook of Fluid Mechanics. Mc Graw Hill Books Co., 2. Ed., 1961.
- [157] J. O. Hintze : Turbulence. Mc Graw Hill Books Co., 1975.
- [158] W. Albring : Die Beschreibung des turbulenten Elementarvorganges. Maschinenbautechnik 19 (1970), S. 58-60.
- [159] W. Albring : Kritische Reynolds - Zahl und mechanische Ähnlichkeit, Wiss. Zeitschrift der TH Dresden, 3 (1953/54), S. 81-86.
- [160] W. Albring : Rückblick und Zielpunkte der Turbulenzforschung. Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, 19 (1970), S. 975-979.
- [161] W. Albring : Wirkung zeitabhängiger Wirbelsysteme in Wandgrenzschichten. Maschinenbautechnik, 30 (1981), S. 251-256.

- [162] H. Strickert : Hitzdraht - und Hitzfilmanemometrie. VEB Verlag - Technik, Berlin, 1974.
- [163] R. Dittmar : Berechnung des Schallspektrums mit Hilfe der Theorie der Elementarturbulenz. Maschinenbautechnik 30 (1981), S. 267 - 270.
- [164] G. Naue, F. Liepe u. a. : Technische Strömungsmechanik I & II. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1975.
- [165] DISA: Laser Doppler Anemometry. Equipment catalogues DISA - Publ. 1978.
- [166] W. Nunner : Wärmeübergang und Druckabfall im rauhen Rohr. VDI - Forschungsheft 455 (1956).
- [167] C. F. Colebrook : Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough laws. J. Inst. Civ. Engrs., Vol. 11 (1938/39).
- [168] L. F. Moody : Friction factors for pipe flow. Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. 671 (1944).
- [169] K. Kauder : Ueber den Strömungswiderstand in gewellten Rohren, Ein Beitrag zum Rauheitsproblem. Konstruktion, 1972, S. 169 - 174.
- [170] J. Nikuradse: Turbulente Strömung in nichtkreisförmigen Rohren. Ing. - Archiv, Bd. I (1930).
- [171] KSB - Amag : Handbuch Pumpen. Verlag Klein, Schanzlin & Becker AG, Frankenthal/Pfalz, 1968.

- [172] C. Pfleiderer : Die Kreislumpen für Flüssigkeiten und Gase. Springer - Verlag, Berlin / Göttingen / Heidelberg, 1961.
- [173] A. J. Stepanoff : Centrifugal and Axial Flow Pumps. 2d ed., John Wiley & Sons, New York, 1957.
- [174] Autorenkollektiv : Technisches Handbuch Pumpen. VEB Verlag Technik, Berlin 1972.
- [175] A. T. Troskolanski & S. Lazarkiewiez : Kreislumpen, Berechnung und Konstruktion. Birkhäuser - Verlag, Basel/ Stuttgart, 1974.
- [176] A. Sommerfeld : Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung. Zeitschrift Math. Phys. 50 (1904).
- [177] G. Vogelpohl : Beiträge zur Kenntnis der Gleitlagerreibung. VDI - Forschungsheft 386 (1937).
- [178] G. Vogelpohl : Ähnlichkeitsbeziehungen der Gleitlagerreibung und untere Reibungsgrenze. VDI - Zeitschrift, 16 (1949), S. 379 - 384.
- [179] G. Vogelpohl : Geringste zulässige Schmierfilmdicke und Uebergangsdrehzahl. Konstruktion 14 (1962), S. 461-468.
- [180] A. Cameron : Principles of Lubrication. Longmans, London, 1966.
- [181] W. Frössel : Berechnung axialer Gleitlager mit ebener Gleitflächen. Konstruktion, 13 (1961), S. 138-148

— ٥٦٣ —

- [182] P. Müller: Druckübertragung an Gleitflächen bei erhöhtem Umgebungsdruck. Konstruktion, 24 (1972), S. 401-408.
- [183] J. Fricke : Zur Berechnung von Axial - Gleitlagern. Konstruktion, 25 (1973), S. 54 - 58.
- [184] G. Voglepohl : Bestimmung der Uebergangsdrehzahl nach dem Auslaufverfahren. Konstruktion, 16 (1964), S. 491 - 496.
- [185] H. Gläser : Berechnung der maximalen Schmierfilmdrücke in dynamisch beanspruchten Radiallagern. Maschinenbautechnik, 20 (1971), S. 191 - 198.
- [186] H. Thum : Der Schmierfilmdruckverlauf in Radialgleitlagern bei einer Veränderung der Formpaarung. Maschinenbautechnik, 20 (1971), S. 43 - 46.
- [187] H. Mohle : Einige Gedanken zur Kavitation in Gleitlagern. Der Maschinenschaden, (1967), S. 127 - 137.
- [188] H. Peeken : Gleitlagertemperatur bei von 20 °C abweichenden Umgebungstemperaturen. Konstruktion, 18 (1966), S. 232-236.
- [189] H. Peeken : Gleitlager in Kernenergieanlagen. Konstruktion, 15 (1963), S. 1 - 9.
- [190] G. S. A. Shawki : Das Verhalten dynamisch belasteter Gleitlager, Berechnung mittels elektronischer Digitalrechner. Konstruktion, 24 (1972), S. 386-393.

- [191] **W. Keuseh** : Entwicklung und Auswahl von Gleitlagervarianten mit Hilfe von EDV - Programmsystemen. Konstruktion, 24 (1972), S. 397-401.
- [192] **H. Peeken & M. Heil** : Das optimale hydrostatische Axiallager. Konstruktion, 24 (1972), S. 381-386.
- [193] **G. d'Albon & H. Dinulescu** : Optimierung der axialen hydrostatischen Lager. Konstruktion, 24 (1972), S. 17 - 19.
- [194] **L. Prandtl** : Die Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. Verhandlungen d. III. internationalen Math. - Kongresses, Heidelberg, 1904.
- [195] **H. Blasius** : Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. Zeitschrift Math. Phys., Bd. 56 (1908).
- [196] **K. Pohlhausen** : Zur näherungsweisen Integration der Differentialgleichungen der laminaren Grenzschicht. Zeitschrift angew. Math. Mech., Bd. I (1921), S. 252.
- [197] **K. Düge** : Hochdruckaxiallüfter mit Grenzschichtbeeinflussung für den Einsatz in Kraftwerken. Energietechnik, 22 (1972), S. 183 - 188.
- [198] **G. V. Lachmann** : Boundary Layer and Flow Control. Vol. I & II, Pergmann Press, Oxford / London / New York / Paris, 1961.
- [199] **F. Gutsche** : Versuche an umlaufenden Flügelschnitten mit abgerissener Strömung. Mitt. d. Preuss. Versuchsanstalt f. Wasser - , Erd - u. Schiffbau, Berlin, 1940.



معجم المصطلحات العلمية

مرتبة أبجدياً بالانجليزية

انجليزي	ألماني	عربي
Accelerated flow	Beschleunigte Strömung	جريان متسارع
Acceleration	Beschleunigung	تسارع (تسريع)
— of boundary layer	— der Grenzschicht	تسريع الطبقة الحدودية
— ratio	Beschleunigungsverhältnis	نسبة التسارعات
Accumulation distance	Akkumulationsstrecke	مسافة ادخار
Adherence condition	Haftbedingung	شرط الالتصاق
Affine	Affin	مطابق
Affinity	Affinität	تطابق
Air	Luft	هواء
Air - conditioning	Klimatisierung	تكييف
Amortization	Amortisation	استهلاك القسيمة
Amplification	Anfachung	تضاعف ، تضخيم
Amplitude	Amplitude	سعة المذبذبة
— function	Amplitudenfunktion	تابع سعة المذبذبة
Analogue	Analog	مماثل
— computer	Analogrechner	حاسب مماثل
Analogy	Analogie	تمثيل
— computer	Analogierechner	حاسب تمثيل
Analysis	Analyse	تحليل
Analytical	Analytisch	تحليلي
— method	Analytische Methode	طريقة تحليلية
Anemometer	Anemometer	البيومتر (مقياس سرعة)
Angle	Winkel	زاوية
— valve	F Eckventil	صمام زاوي
Angular deformation	Winkeldeformation	تشوه زاوي
— frequency	Kreisfrequenz	تردد زاوي (دائري)
Apparant	Scheinbar	ظاهري

انجليزي	الماني	عربي
— stress	Scheinbare spannung	اجهاد ظاهري
— viscosity	— Viskosität	لزوجة ظاهرية
Approximate method	Näherungsmethode	طريقة تقريبية
— solution	Näherungsloesung	حل تقريبي
Approximation	Näherung	تقريب
Asymptotic	Asymptotisch	مقارب
— solution	Asymptotische Loesung	حل مقارب
Auxiliary wing	Hilfsflügel	جناح مساعد
Average pressure	Mittlerer Druck	سفلق وسطي
Axial	Axial	محوري
— bearing	Axiallager	محمل محوري
Axially symmetrical	Axialsymmetrisch	متناظر محوريا
Bearing	Lager	محمل
Blowing out - method	Ausblasen - Methode	طريقة النفخ
Borda - mouth - piece	Borda - Mündung	فتحة بوردا
Boundary	Grenze, Rand	حد (طرف) الجسم
— curve	Grenzkurve	المنحني الحدي
— conditions	Randbedingungen	شروط حدية
— layer	Grenzschicht	طبقة حدية
— layer control	Grenzschichtbeeinflussung	التحكم بالطبقة الحدية
— layer - equations	Grenzschichtgleichungen	معادلات الطبقة الحدية
— theory	Grenzschichttheorie	نظرية الطبقة الحدية
— thickness	Grenzschichtdicke	سمك الطبقة الحدية
— sublayer	Grenzunterschicht	طبقة متدلية تحتية
Butterfly valve	Drosselventil	صمام الخنق
By - pass	Bypass	دائرة لمرعية
Capilar tube	Kapillarroehre	أنبوبة شعيرية
Cavitation	Kavitation	تكاف
— erosion	Kavitationsanfressung (- erosion)	تآكل تكاف
Cartesian coordinates	Kartesische Koordinaten	إحداثيات ديكارتية
Central core of flow	Zentralkern der Stroemung	نواة الجريان
Centrifugal force	Zentrifugalkraft	قوة نابذة
Characteristic factor	Kennzahl	عدد مميز
— of roughness	Rauhigkeitskennzahl	عدد الخشونة المميز
— friction factor	Reibungskennzahl	عدد الاحتكاك المميز

— number of bearing	Lagerkennzahl	عدد المحمل المميز
— thickness	Charakteristische Dicke	سمك مميزة
Circulation	Zirkulation	جولان
Circular	Kreisförmig	دائري
Clearance	Spiel, Spalt	خلوص
Communicated vessels	Kommunizierende Gefaesse	أواني مستطرفة
Compatibility condition	Verträglichkeitsbedingung	شرط ملائمة
Completely laminar	Vollausgebildet, laminar	مستطفي صرف
— turbulent	— turbulent	مضطرب صرف
— rough	Vollkommen rauh	خشين تماما
— — flow	Voilausgebildete Rauheitsstroemung	جريان خشين تماما
Compressible	Kompressibel	قابل للانضغاط
Computer	(Elektronischer) Rechner	حاسوب (الإلكتروني)
Computer technics	Rechnertechnik	تكنيك الحاسبات الإلكترونية
Cone angle	Öeffnungswinkel	زاوية الانتاج
Concentric	Konzentrisch	مركزه المركز
Concave	Konkav	مقععر
Convex	Konvex	محدب
Convergent	Konvergent	متقارب
Conservation	Erhaltung	حفظ
— of mass	— der Masse	الحفاظ على الكتلة
— of momentum	— der Bewegungsgrösse	الحفاظ على كمية الحركة
Control surface	Kontrollfläche	سطح تحكم
Control valve	Regelventil	صمام تحكم
Contraction	Kontraktion	تضيق
— coefficient	Kontraktionsziffer	معامل التضييق
Continuation problem	Fortsetzungsaufgabe	مسألة متابعة
Continuity condition	Kontinuitätsbedingung	شرط الاستمرار
— equation	Kontinuitätsgleichung	معادلة الاستمرار
Couchy number	Couchysche Zahl	عدد كوشي
Core	Kern	نواة
Correlation	Korrelation	ارتباط
— coefficient	— skoeffizient	معامل الارتباط
— function	— sfunktion	تابع الارتباط
Coriolis force	Coriolis Kraft	قوة كوريوليس
Couette flow	Couette Stroemung	جريان كوفيت
Creeping flow	Schleichende Stroemung	جريان زاحف
Critical	Kritisch	مهم

Critical velocity	Kritische Geschwindigkeit	سرعة حرجية
— layer	— Schicht	طبقة حرجية
— Reynolds' number	— Reynolds - Zahl	عدد رينولدز المخرج
Cross - section	Querschnitt	مقطع عرضي
Cylindrical coordinates	Zylindrische Koordinaten	إحداثيات أسطوانية
Damped	Gedaempft	متضامد
Damping	Daempfung	تخميد
— degree	Daempfungsgrad	درجة التضامد
Dead water	Totwasser	ماء ميت
Deceleration	Verzoegerung	تباطؤ (كبح)
Decelerated flow	Verzoegerte Stroemung	جريان متباطئ
Deductive	Deduktiv	استقرائي
Deductive theory of turbulence	Deduktive Turbulenztheorie	نظرية الاضطراب الاستقرائية
Deflexion	Kruemmung	الحناء
— loss	— sverlust	فقد الانحناء
— ratio	— sverhaeltnis	نسبة الانحناء
Deformation	Doformation	تشوه
— value	— sgröesse	قيمة تشويهية
— state	— szustand	حالة التشوه
Degree of disturbance	Stoerungsgrad	درجة التشويش
Density	Dichte	كثافة
Differential equation	Differentialgleichung	معادلة تفاضلية
— — ordinary,	— gewoefnliche,	معادلة تفاضلية عادية
— — partial,	— partielle,	معادلة تفاضلية جزئية
Diffusion	Diffusion	انتشار
Diffuser	Diffusor	ناشرة
— efficiency	— wirkungsgrad	مردود الناشرة
Digital	Digital	رقمي
Digital - computer	Digitalrechner	حاسوب رقمي
Dilatation	Dilatation	تعداد لسبي
— volumetric,	Volumendilatation	تعداد مجسمي نسبي
Dimension	Dimension	مقياس (بعد)
Dimensional analysis	Dimensionsanalyse	تحليل بعدي
Dimensionless	Dimensionslos	لا بعدي
Dimensionless number	Dimensionslose Zahl	عدد لا بعدي
Dimple	Delle	تجويف (بروليل السرعة)

Heat transport	Waermetransport	نقل حراري
Heat stream	Waermestrom	تيار حراري
Hele - Shaw - flow	Hele - Shaw - Stroemung	جريان هل - شو
Heuristical	Heuristisch	لتقبيبي
Heuristical method	Heuristische Methode	طريقة تقببية
Homogeneous	Homogen	متجانس
— suction	— e Absaugung	امتصاص متجانس
— turbulence	— e Turbulenz	اضطراب متجانس
Hooke's law	Hooke'sches Gesetz	قانون هوك
Hot - wire - anemometer	Hitzdrahtanemometer	مسبار السرعة ذو المسلك الساخن
Hot - film - anemometer	Hitzfilm - anemometer	مسبار السرعة ذو الفلم الساخن
Housing	Gehaeuse	حجرة ، غلاف
Hydraulics	Hydraulik	الهيدروليكا
Hydraulic diameter	Hydraulischer Durchmesser	قطر هيدروليكي
— head	Hydraulische Hoeh	ارتفاع هيدروليكي
— radius	Hydraulischer Radius	نصف قطر هيدروليكي
Hydraulically	Hydraulisch	هيدروليكيًا
— rough	— rau	خششن هيدروليكيًا
— smooth	— glatt	أمان هيدروليكيًا
— smooth - rough	— glatt - rau	أمان ، خششن هيدروليكيًا
Hydrodynamics	Hydrodynamik	الهيدروديناميك
Hydrodynamical	Hydrodynamisch	هيدروديناميكي
Hydrodynamic bearing	Hydrodynamisches Lager	محمل هيدروديناميكي
— lubrication theory	Hydrodynamische Schmierungs-theorie	النظرية الهيدروديناميكية للتزييت
Hydrostatics	Hydrostatik	الهيدروستاتيك
Hydrostatlcal	Hydrostatisch	هيدروستاتيكي
— bearing	Hydrostatisches Lager	محمل هيدروستاتيكي
Hydrostatic pressure	Hydrostatischer Druck	ضغط هيدروستاتيكي
Ideal flow	Idealstroemung	جريان مثالي
Incompressible	Inkompressibel	غير قابل للانضغاط
Inductive	Induktiv	تأريضي
— theory of tubulence	Induktive Turbulenztheorie	نظرية الاضطراب، المتعريضية
Inertia force	Traegheitskraft	قوة عطالة
Infinitesimal	Infinitesimal (unendlich klein)	متناهي الصغر
— disturbance	— e Stoerung	تسويوش متناهي الصغر

Form drag	Formwiderstand	مقاومة الشكل
Forking	Verzweigung	لتفرع
— pipeline	Rohrverzweigung	تفرع الانابيب
Foot valve	Fussventil	صمام قدمي
Fractional analysis	Fraktional Analyse	تحليل تجريبي
Free turbulence	Freie Turbulenz	اضطراب حر
Frequency	Frequenz	تردد
Friction	Reibung	احتكاك
— force	Reibungskraft	قوة الاحتكاك
— coefficient	Reibungsbeiwert	معامل الاحتكاك
Frictionless	Reibungslos	عديم الاحتكاك
— fluid	— e Flüssigkeit	سائل عديم الاحتكاك
Friction law	Reibungsgesetz	قانون الاحتكاك
— layer	Reibungsschicht	طبقة الاحتكاك
— torque	Reibungsmoment	عزم الاحتكاك
Froude number	Froudesche Zahl	عدد فروود
Function	Funktion	دالة
Fuller	Voelliger	الظلمة المظلمة
Gas dynamics	Gasdynamik	ديناميك الغازات
Geodetical suction head	Geodaetische Saughoehe	ارتفاع السحب الجيوداتي
— pressure head	Geodaetische Druckhoehe	ارتفاع الضغط الجيوداتي
Geometrical similarity	Geometrische Aehnlichkeit	تشابه هندسي
Gradient	Gradient	تدرج
— of geodetical head	Geodaetischer Hoehengradient	تدرج الارتفاع الجيوداتي
— of pressure head	Druckhoehengradient	تدرج ارتفاع الضغط
Gravitation	Gravitation	جاذبية
— force	Gravitationskraft	قوة الجاذبية : الثقالة
Guide vane	Leitschaufel	ريشة توجيه
Hagen - Poiseuille flow	Hagen - Poiseuillesche Stroemung	جريان هاجن - بواسيل
Half - empirical	Halbempirisch	نصف تجريبي
Half - value - time	Halbwert - Zeit	زمن نصف القيمة
Head	Hoehe	ارتفاع
Head of losses	Verlusthoehe	ارتفاع الخسائر
Heat	Waerme	حرارة
Heat transfer	Waermuebergang	انتقال حراري

Klementary	عناصرية	Elementar
— process	عملية	Fluentsprozess
Elongation	استطالة	Längenveränderung
— relative (rate of)	نسبية (معدل)	Verhältnis
Empirical	تجريبي	Empirisch
Empirical - heuristic	تجريبي - استدلالي	Empirisch - heuristisch
Theory of turbulence	نظرية الاضطراب	Turbulenztheorie
Empirical law	قانون تجريبي	Empirisches Gesetz
End diffuser	منفذ ختامي	Enddiffusor
Energy	طاقة	Energie
— dissipation	تبديد	— dissipation
— loss thickness	سمك الخسارة	— verlustdicke
— integral equation	معادلة تكاملية	— integralgleichung
— transport	نقل	— transport
Entrance length	طول المدخل	Einlaufstrecke
— loss	خسارة	Eintrittsverlust
Equivalent	مكافئ	Aquivalent
— diameter	قطر	— er Durchmesser
— length	طول	— e Länge
Euler's motion equations	معادلات حركة أويلر	Eulersche Bewegungsgleichungen
Euler number	عدد أويلر	Euler - Zahl
Exact solution	حل دقيق	Exakte Lösung
Expansion	توسع	Erweiterung
Extrapolation	استقراء	Extrapolation
— formula	صيغة	— sformel
Kan	قناة	Gebäuse
Fine turbulence	اضطراب دقيق	Feine Turbulenz
Trap wings	أجنحة الفخ	Klappenflügel
Flow	جريان	Stromung
— acceleration	تسارع	Stromungsbeschleunigung
— gradient	تدرج	Stromungsgradient
— , starting from rest	من السكون	Anlaufstromung
Fluctuation	تذبذب	Schwankung
Fluctuating motion	حركة متذبذبة	Schwankungsbewegung
Fluid	سائل	Flüssigkeit
— friction	احتكاك	Flüssigkeitsreibung

Inflexion point	Wendepunkt	نقطة انعطاف
— — criterion	— kriterium	معاملة لقطة الانعطاف
Initial disturbances	Anfangsstörungen	تurbulences أولية
Intet	Einlauf	مدخل
— flow	Einlaufstroemung	جريان المدخل
Integral Energy method	Energieintegralmethode	طريقة تكامل القدرة
— equation	Integralgleichung	معادلة تكاملية
Intermittency	Intermittenz	تقطع
— factor	— faktor	عامل التقطع
— flow	— stroemung	جريان متقطع
Interpolation	Interpolation	استقراء داخلي
Interpolation formula	Interpolationsformel	ملاقة استقراء داخلي
Instability	Instabilitaet	عدم استقرارية
— definite,	Bestimmte Instabilitaet	لا استقرارية محدودة
— point	Instabilitaetspunkt	نقطة عدم الاستقرار
Irregular	Unregelmassig	شاذ ، غير نظامي
Isotachic line	Isotachenlinie	منحني السرعة الثابتة
Isotropic	Isotropisch	ايزوتروبي (موحد الخواص)
— turbulence	Isotropische Turbulenz	اضطراب ايزوتروبي
Junction	Verbindungsknoten	مقطة ربط (الانابيب)
Journal	Zapfen	مقب مجور الادارة
— bearing	Radialgleitlager	محامل التزلق قطري
Kirchhoff's law	Kirchhoffsches Gesetz	قانون كرشوف
Kinetic energy	Kinetische Energie	قدرة حركية
Kinematic similarity	Kinematische Aehnlichkeit	تشابه حركي
— volume force	— Volumenkraft	قوة حجمية حركية
— viscosity	— Viskositaet	لزوجة حركية
Knee piece	Knietueck	وصلة ركبية
Laminar	Laminar	اسفالي
— profile	Laminarprofil	بروفيل صفائي
— sublayer	Laminare Unterschicht	طبقة تحتية صفائية
— - turbulent transition	Laminar-turbulenter Umschlag	انتقال صفائي - مضطرب
Laplace operator	Laplace Operator	معامل لابلاسي
Laser	Laser	ليزر

Leading edge	Vorderkante	حافة امامية
Liable	Instabil	قليل ، غير مستقر
Lift	Auftrieb	قوة الرفع الهيدرود. أو الأيرو ديناميكية
— maximum	Maximalauftrieb	قوة الرفع الاعظمية
Limit	Grenze	حد ، نهاية
— curve	Grenzkurve	منحنى حدي
Limit case	Grenzfall	حالة حدية
— of stability	Stabilitätsgrenze	حد الاستقرار
Linear deformation	Laengendeformation	انحراف طولي
Load diagram	Belastungsdiagramm	منحني حمل
— force	Tragkraft	قوة التحميل
Logarithmic law	Logarithmisches Gesetz	قانون لوغاريتمي
— of velocity distribution	— der Geschwindigkeitsverteilung	قانون توزيع السرعة اللوغاريتمي
Loss	Verlust	خسارة ، فقد
— coefficient	— beiwert	معامل الفقد
— head	— hoehe	ارتفاع الفواتد
Lubricant	Schmiermittel	سائل تزييت
Mach number	Mach'sche Zahl	عدد ماخ
Main velocity	Hauptgeschwindigkeit	سرعة رئيسية
— flow	Hauptstromung	جريان رئيسي (أساسي)
Manometer	Manometer	مانومتر
Manometric suction head	Manometrische Saughöhe	ارتفاع السحب المانومتري
Mathematisches Model	Mathematisches Modell	نموذج رياضي
Maximum admissible suction lift	Maximale zulässige Saughöhe	ارتفاع السحب الاعظمي المسموح به
Mean motion	Mittlere Bewegung	حركة وسطية
— velocity	— Geschwindigkeit	سرعة وسطية
— turbulence intensity	— Turbulenzintensität	شدة الاضطراب الوسطية
Mechanical similarity	Mechanische Aenlichkeit	تشابه ميكانيكي
— energy	Mechanische Energie	طاقة ميكانيكية
Merging	Vereinigung	توحيد
— pipeline	Rohrvereinigung	توحيد الانابيب
Mesh	Masche	شبكة (المنبكية)
Method of elementary turbulence	Methode der Elementar-turbulenz	طريقة الاضطراب الاولى
— of finite disturbances	Methode der endlichen Störungen	طريقة الاضطرابات المحدودة

— of similar solutions	Methode der aehnlichen Loesungen	طريقة الحلول المشابهة
— of small disturbances	Methode der kleinen Stoerungen	طريقة الاضطرابات الصغيرة
— of small oscillations	Methode der kleinen Schwingungen	طريقة الاهتزازات الصغيرة
Minimum pressure	Minimaldruck	ضغط اصغري
Minor losses	Kleinverluste	فوائد صغيرة (فردية)
Mitchell's bearing	Mitchell - Lager	محامل ميتشل
Mixed lubrication	Mischschmierung	احتكاك مختلط
Mixing coefficient	Austauschgroesse	قيمة (معامل) التبادل
— length	Mischungsweg	طول المزج
— — theory	Mischungsweg - Theorie	نظرية طول المزج
— motion	Mischbewegung	حركة مزج (نماذج)
— process	Mischvorgang	عملية مزج
Model	Modell	نموذج
Modelling	Modellierung	نمذجة
— laws	Modeligesetze	قوانين النمذجة
— technics	Modelltechnik	تكنيك النماذج
Molecular friction	Molekularreibung	احتكاك جزيئي
Momentum	Impuls	الدفع (كمية الحركة)
— equation	— gleichung	معادلة (قانون) الدفع
— integral equation	— integralgleichung	معادلة الدفع التكاملية
— loss thickness	— verlustdicke	سماكة خسارة تيار الدفع
— stream	— strom	تيار الدفع
— transport	— transport	نقل الدفع
Motion	Bewegung	حركة
— equations	— sgleichungen	معادلات الحركة
Moving of the wall-method	Methode des Mitbewegens der Wand	طريقة تحريك الجدار
Navier - Stokes - equations	Navier - Stokes sehe Gleichungen	معادلات نافير - ستوكس
Necessary and sufficient condition	Notwendige und hinreichende Bedingung	شرط لازم وكاف
Net positive suction head	Haltdruck	ارتفاع السحب الموجب الذاتي
Neutral	Neutral	حيادي ، محايد
— curve	— e Kurve, Indifferenzkurve	المنحنى المحايد
— disturbance	— e Stoerung	تشويش محايد
Newtonian fluid	Newtonsche Flussigkeit	سائل نيوتوني
Newton's friction law	Newtonsches Reibungsgesetz	قانون نيوتن للاحتكاك

Non - Newtonian fluid	Nicht - Newtonsche - Flüssigkeit	اسائل غير نيوتوني
Non - return valve	Rueckschlagventil	صمام عدم رجوع
Nozzle	Düse	نفثة
Numerical integration	Numerische integration	تكامل عددي
Nomogram	Nomogramm	نوموجرام
Ohm's law	Ohm'sches Gesetz	قانون اوم
One - parameter - curves	Einparametrische Kurven	منحنيات ذات متحول واحد
Opening	Oeffnung	فتحة
Operation conditions	Betriebsbedingungen	ظروف التشغيل
Optimal	Optimal	المثالي
— efficiency	Optimaler Wirkungsgrad	مردود المثلي
— suction	Optimale Absaugung	امتصاص أمثل
Origin of turbulence	Turbulenzentstehung	نشوء الاضطراب
Oscillation	Schwingung	اهتزاز ، ذبذبة
— motion	— sbewegung	حركة تذبذبية
Oseen's friction law	Oseenisches Reibungsgesetz	قانون أولسين للاحتكاك
— vortex	Oseenischer Wirbel	اعصار أولسين
Parabolic	Parabolisch	نطح مكافئ
Parallel flow	Parallelstromung	جريان السحابي منتظم
Parameter	Parameter	معامل ، متحول
Partial oscillation	Partialschwingung	ذبذبة جزئية
Periodical	Periodisch	دوري
Periodical function	— e Funktion	تابع دوري
— motion	— e Bewegung	حركة دورية
Pipe	Rohr	اليسوب
Pipes branching	Rohrverzweigung	تفرع الانابيب
— in parallel	Rohre in Parallelschaltung	وصل الانابيب على التفرع
— in series	Rohre in Reihenschaltung	وصل الانابيب على التسلسل
— fittings	Rohrverbindungsstücke	وصلات الانابيب
Pipe network	Rohrnetz	شبكة انابيب
Plane bearing	Ebenes Gleitlager	محمل مستو
— guide	Gleitschiene	سكة الانزلاق
Pneumatic transport	Pneumatischer Transport	نقل بشوماتيكي (هوائي)
Polar diagram	Polardiagramm	مخطط قطبي
Potential	Potential	كروني ، كروني

— flow	— stromung	جريان كموني
— function	— function	تابع الكمون
— vortex	— wirbel	امعصار كموني
Power law of velocity distribution	Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung	قانون توزيع السرعة الاسي
Power series	Potenzreihe	سلسلة اسية
Point of inflexion	Wendepunkt	نقطة انعطاف
Prandtl's tube	Prandtl - Rohr	انبوبة براندل
Pressure	Druck	ضغط
— center	— zentrum	مركز الضغط
— coefficient	— beiwert	معامل الضغط
— drag	— widerstand	مقاومة السحب
— energy	— energie	قدرة الضغط
— force	— kraft	قوة الضغط
— gradient	— gradient	لدرج الضغط
— head	— hoehe	ارتفاع الضغط
Probability theory	Wahrscheinlichkeitstheorie	نظرية الاحتمالات
Problem of stability	Stabilitätsproblem	مسألة استقرار
Profile	Profil	بروفيل (جناح حامل)
— drag	— widerstand	مقاومة البروفيل
Prototype	Prototyp	النمط الاساسي
Pump	Pumpe	مضخة
— centrifugal,	Zentrifugalpumpe	مضخة طاردة مركزية
— piston,	Kolbenpumpe	مضخة مكبسية
— volumetric,	Volumetrische Pumpe	مضخة حجمية
Pump impeller	Pumpenlaufrad	الدوالب الدائر للمضخة
— pressure line	Pumpendruckleitung	خط دفع المضخة
Pumping lift (head)	Foerderhoehe der Pumpe	نشاط المضخة
— suction lift (head)	Pumpensaughoehe	ارتفاع سحب المضخة
Pump suction line	Pumpensaugleitung	خط السحب للمضخة
— vane	Pumpenschaufel	ريشة مضخة
Quadratic resistance law	Quadratisches Widerstandsgesetz	قانون المقاومة التربيع
Quadrature	Quadratur	تربيع
— method	— methode	طريقة (التربيع)
Quasi - steady	Quasi - stationaer	شبه مستقر
Quieting degree	Beruhigungsgrad	درجة التهدئة

الانجليزي	الماني	عربي
Radial	Radial	قطري
— clearance	Radialspiel	خلوص قطري
— — relative,	Relatives Radialspiel	خلوص قطري نسبي
Real	Real	حقيقي
— fluid	— e Flüssigkeit	سائل حقيقي
— vortex	— or Wirbel	اضمار حقيقي
Reduced Reynolds number	Reduzierte Reynoldssche Zahl	عدد رينولدز المختص
Reflected wave	Reflektierte Welle	موجة معكوسة
Reflection time of wave	Reflexionszeit der Welle	زمن انعكاس الموجة
Relief valve	Entlastungsventil	صمام تنفيس
Resistance coefficient	Widerstandsbeiwert	معامل المقاومة
— formula	Widerstandsgesetz	قانون المقاومة
Reverse flow	Rückstromung	جريان عكسي
Reynolds number	Reynoldssche Zahl	عدد رينولدز
Rotation	Rotation, Drehung	دوران
Rotationally symmetrical	Rotations-symmetrisch	متناظر دورانيا
Rough	Rauh	خشن
Rough turbulence	Große Turbulenz	اضطراب خشن
Roughness	Rauhigkeit	خشونة
— absolute,	Absolute Rauhigkeit	خشونة مطلقة
— admissible,	Zulässige Rauhigkeit	خشونة مسموح بها
— critical,	Kritische Rauhigkeit	خشونة حرجية
— equivalent sand,	Äquivalente Sandrauhigkeit	خشونة رمالية مكافئة
— function	Rauhigkeitsfunktion	تابع الخشونة
— regular,	Regelmässige Rauhigkeit	خشونة منتظمة
— relative,	Relative Rauhigkeit	خشونة نسبية
— sand,	Sandrauhigkeit	خشونة رمالية
— single,	Einzelne Rauhigkeit	خشونة افرادية
— standard,	Normale Rauhigkeit	خشونة نظامية
— technical,	Technische Rauhigkeit	خشونة تكتيكية
Runge - Kutta - method	Runge - Kutta - Methode	طريقة رونجي - كوتا
Scale	Massstab	مقياس
— effect	— effekt	تأثير المقياس
— factor	— faktor	معامل المقياس
— ratio	— verhältnis	نسبة المقياس
Secondary flow	Sekundär strömung	جريان ثانوي

Section	Querschnitt	مقطع
— form	— form	شكل المقطع
Separation	Abloesung	انفصال
— loss	— sverlust	فقد الانفصال
— of boundary layer	Grenzschichtablosung	انقسام الطبقة الحدية
— point	Abloesungspunkt	نقطة الانفصال
Series	Reihe	سلسلة
Shape factor (parameter)	Formparameter	معامل الشكل (الطبقة الحدية)
Shear stress	Schubspannung	اجهاد القص
— — velocity	— geschwindigkeit	سرعة اجهاد القص
Shearing modulus	Schubmodul	معامل الانزلاق (القص)
Shock loss	Stossverlust	فقد صدمي
— — coefficient	— ziffer	معامل الفقد الصدمي
Similar	Aehnlich	متشابه
— solutions	— e Loesungen	حلول متشابهة
Similarity hypothesis	Aehnlichkeitshypothese	فرضية التشابه
— law	Aehnlichkeitsgesetz	قانون تشابه
— number	Aehnlichkeitszahl	عدد تشابهي
— theory	Aehnlichkeitstheorie	نظرية التشابه
— types	Aehnlichkeitsarten	طرق التشابه
Skin friction	Wandreibung	احتكاك جداري
Slat wing	Vorderfluegel	جناح امامي
Slide bearing	Gleitlager	محامل انزلاقي
Slide block	Gleitschuh	حذاء الانزلاق
Slide valve	Schieberventil	صمام انزلاقي
Slit	Schlitz	شق
Slotted wing	Schlitzfluegel	جناح مشعب
Smooth	Glatt	أملس
— rough	Glatt - rau	أملس - خشن
Sommerfeld's number	Sommerfeld'sche Zahl	عدد سومرفيلد
— similarity law	Sommerfeld'sches Aehnlichkeitsgesetz	قانون سومرفيلد التشابه
Sound spectrum	Schallspektrum	طيف صوتي
Specific	Spezifisch	نوعي
— dissipation	— e Dissipation	تبدد طائي نوعي
— heat	— e Waerme	حرارة نوعية
Spectrum	Spektrum	طيف
Sphere function	Kugelfunktion	تابع كروي

Spiral type	Spiralfoermig	لولبي ، حلزوني
Stable	Stabil	مستقر
Stability	Stabilitaet	استقرار
— problem	— sproblem	مسألة الاستقرار
— theory	— stheorie	نظرية الاستقرار
Stagnation	Stau	ركود
— flow	— stroemung	جريان ركودي
— point	— punkt	نقطة ركود
Standard	Standard	مستند ، معاري
Stand pipe	Standrohr	أنبوب صاعد
State equation	Zustandsgleichung	معادلة الحالة
State of deformation	Deformationszustand	حالة التشوه
State of stress	Spannungszustand	حالة الاجهاد
Statistical	Statistisch	احصائي
— mathematics	Statistische Mathematik	رياضيات احصائية
— theory of turbulence	— Turbulenztheorie	نظرية الاضطراب الاحصائية
Steady flow	Stationaere Stroemung	جريان مستقر
Stokes' friction law	Stokessches Reibungsgesetz	قانون ستوكس للاحتكاك
Stress	Spannung	اجهاد
— matrix	Spannungsmatrix	مصفوفة الاجهادات
— normal,	Normalspannung	اجهاد ناظمي
— tangential,	Tangentialspannung	اجهاد مماسي
— tensor	Spannungstensor	تensors الاجهادات
Strike line	Streichlinie	خط الاتجاه
— surface	— flaeche	سطح الاتجاه
Structure	Struktur	بنية
— of turbulence	Turbulenzstruktur	بنية الاضطراب
Subcritical	Unterkritisch	تحت حرج
Subsonic	Unterschall	تحت صوتي
Substantial acceleration	Substantielle Beschleunigung	تسارع مادي
Successive approximation	Schrittweise Naehung	تقريب تعاقبي
— — method	— — smethode	طريقة التقريب التعاقبي
Suction	Absaugen	امتصاص (مس) ، سحب
— filter	Saugfilter	مصفاة السحب
— of boundary layer	Grenzschichtabsaugung	امتصاص الطبقة الحدودية
— slit	Absaugschlitz	شق الامتصاص
Sudden	Plotzlich	فجائي

— contraction	— e Verengung	تضييق فجائي
— expansion	— e Erweiterung	توسيع فجائي
Supercritical	Ueberkritisch	لأعلى حرج
Supporposition principle	Ueberlagerungsprinzip	مبدأ التضاف (التراكب)
Supersonic	Ueberschall	أعلى صوتي
Surface force	Flächenkraft	قوة سطحية
— roughness	Flächenrauigkeit	خشونة سطحية
— suction	Flächenabsaugung	امتصاص سطحي (متجانس)
— tension force	Oberflächenspannungskraft	قوة التوتر سطحي
Surge tank	Beruhigungskessel	خزان موازنة
Swimming lubrication	Schwimmschmierung	ترطيب سباح (سائل)
Switching time	Schaltzeit	زمن (التحويل)
System	System	نظام ، جملة
Systematical	Systematisch	منظم
Tangential	Tangential	مماسي
Technically smooth	Technisch glatt	أملس تكتيكية
Theoretical	Theoretisch	نظري
— fluid dynamics	— e Strömungslehre	ميكانيك السوائل النظري
Thermal boundary layer	Thermische Grenzschicht	طبقة حدية حرارية
Thermodynamics	Thermodynamik	الترموديناميك
Thinking model	Gedankenmodell	نموذج تفكيري
Total	Total	كامل ، اجمالي
— drag	Gesamtwiderstand	مقاومة اجمالية
Total pressure	Totaldruck	نقطه كلي
Towing force	Schleppkraft	قوة الجر
Trailing edge	Hinterkante	جناح خلفيه
Transition	Umschlag	انتقال (صفائحي - مضطرب)
— flow	Uebergangsströmung	جريان انتقالي
— layer	Uebergangsschicht	طبقة انتقالية
— point	Umschlagpunkt	نقطة الانتقال
— region	Uebergangsgebiet	منطقة انتقالية
Transverse	Quer -	عرضي
— contraction factor	Querkontraktionszahl	معامل التضييق العرضي
Trip wire	Stolperdraht	سلك تعثر
Turbine	Turbine	خفلة
— vane	Turbinenschaufel	ريشة خفلة

Turbomachinery	Turbomachinen	الات الجريان المتدفقة
Turbulent	Turbulent	مضطرب
Turbulence	Turbulenz	اضطراب
— component	— komponente	مركبة اضطراب
— degree	— grad	درجة الاضطراب
— element	— element	عنصر الاضطراب
— scale	— massstab	مقياس الاضطراب
— slug	— ballen	كتلة الاضطراب
— spectrum theory	— Spektrum - Theorie	نظرية طيف الاضطراب
— spot	— fleckchen	بقعة اضطراب
— structure	— struktur	بنية الاضطراب
— value	— groesse	قيمة الاضطراب
Undamped	Ungedaempft	غير متخامد
Universal	Universell	عام
— friction law in pipes	Universelles Rohrreibungsgesetz	قانون الاحتكاك العام في الانابيب
— law	Universelles Gesetz	قانون عام
— resistance diagram	— Widerstandsdiagramm	منحط المقاومة العام
Unsteady flow	Instationaere Stroemung	جريان غير مستقر
Unstability	Instabilitaet	عدم استقرارية
Vane	Schaufel	دبشة
Vapour pressure	Dampfdruck	ضغط التبخر
Velocity	Geschwindigkeit	سرعة
— correction factor	— akorrekturbeiwert	معامل تصحيح السرعة
— distribution	— sverteilung	نوع السرعة
— fluctuation	— sschwankung	تذبذب السرعة
— head	— shoehe	ارتفاع السرعة
— profile	— sprofil	بروفيل (نوع) السرعة
— ratio	— sverhaeltnis	نسبة السرعة
Viscosity	Viskositaet	لزوجة
Volume force	Volumenkraft	قوة حجمية
— stream	— strom	تيار حجمي
Vortex	Wirbel	اعصار
— field	— feld	حقل اعصاري
— filament	— faden	خيوط اعصاري
— formation	— bildung	تشكل الاعاصير

— motion	— bewegung	حركة اعصارية
— street	— strasse	شارع اعصاري
Velocity transfer equation	Wirbeltransport - Gleichung	معادلة النقل الاعصاري
— — theory	— — Theorie	نظرية الانتقال الاعصاري
Wake	Nachlauf	الر المخسر
Wall	Wand	جدار
— law of velocity distribution	Wandgesetz der Geschwindigkeitsverteilung	قانون توزيع السرعة الجداري
— roughness	Wandrauhigkeit	خشونة جدارية
Water hammer	Wasserschlag	مطرقة مائية
— — analysis	— analyse	تحليل المطرقة المائية
Wave	Welle	موجة
— motion	— nbewegung	حركة موجية
— resistance	— nwiderstand	مقاومة الموج
— length	— nlaenge	طول الموجة
Waviness	Welligkeit	تموج
— degree	— sgrad	درجة التموج
— resistance	— swiderstand	مقاومة التموج
Wavy	Wellig	متتموج
Weber - number	Webersche Zahl	عدد هيبير
Wing	Tragfluegel	جناح حامل
Wing profile	Tragfluegelprofil	بروفيل جناح حامل
Wind - tunnel	Windkanal	قناة هوائية
— — turbulence	Windkanalturbulenz	اضطراب الانسياب الهوائية

* * *

