



نظرية القرارات الإدارية





منشورات جامعة دمشق
كلية الاقتصاد

نظرية القرارات الإدارية

تأليف

الدكتور جمال سلمان اليوسف
أستاذ مساعد في قسم إدارة الأعمال

1434-1434

2012 - 2011

جامعة دمشق



قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوعات
13	الفصل الأول: اتخاذ القرارات الإدارية في الفكر الإداري
14	تعريف نظرية القرارات الإدارية
15	تطور نظرية القرارات الإدارية
22	ماهية القرار الإداري
23	أنواع القرارات الإدارية
29	أهمية عملية اتخاذ القرار الإداري
30	خصائص عملية اتخاذ القرار الإداري
32	نماذج اتخاذ القرار الإداري
36	عملية اتخاذ القرارات الإدارية (مراحل اتخاذ القرار)
48	العوامل المؤثرة في عملية اتخاذ القرار الإداري
52	الصعوبات التي تعترض عملية اتخاذ القرار
54	مشاركة الأفراد في اتخاذ القرارات
57	الفصل الثاني: مقدمة في الاحتمالات
59	مقدمة
59	التجارب وفضاء العينة
60	فضاء العينة
65	قانون جمع الاحتمالات
67	الحدث الأكيد والحدث المستحيل
69	العمليات الأساسية على الاحتمالات
71	الاحتمال الشرطي

الموضوعات	رقم الصفحة
ضرب الاحتمالات	72
التوزيعات الاحتمالية غير المستمرة - المنقطعة	75
توزيع بواسون	78
التوزيعات الاحتمالية المستمرة	79
التوزيع الطبيعي	83
التوزيع الطبيعي المعياري	75
التوزيع الأسّي	87
توزيع غاما	89
أسئلة الفصل الثاني	90
الفصل الثالث: اتخاذ القرارات في ظروف المخاطرة والقرار البايزي	93
مصفوفة القرار - جدول المدفوعات	95
أسلوب القيمة المتوقعة	96
تكلفة الفرصة الضائعة المتوقعة	99
القيمة المتوقعة للمعلومات التامة	101
أسلوب القيمة المتوقعة - قرار صيانة الآلات	103
أسلوب التباين والقيمة المتوقعة	107
أسلوب المستقبل الأكثر احتمالاً	111
القرار البايزي	112
شجرة القرارات	128
أسئلة الفصل الثالث	136
الفصل الرابع: معايير اتخاذ القرارات في ظروف عدم التأكد التام	141
مقدمة	143

الموضوعات	رقم الصفحة
أسلوب لابلاس (الاحتمالات المتساوية)	145
الأسلوب المتفائل	145
الأسلوب المتشائم	148
أسلوب الندم/ الأسف	150
أسلوب هرويز	152
أسئلة الفصل الرابع	155
الفصل الخامس: نظرية المباريات	163
مقدمة	165
تعريف نظرية المباريات الاستراتيجية	167
المفاهيم الأساسية في نظرية المباريات	168
أنواع المباريات الإستراتيجية	169
المباراة الثنائية ذات المجموع الصفري	171
حل المباريات الإستراتيجية الثنائية الصفرية	173
حل المباريات باستخدام مفهوم الشعاع المسيطر	176
حل المباريات التي لا تحتوي على نقطة توازن	178
الحل الهندسي للألعاب	181
حل المباراة من النوع $2.n$	182
حل المباراة من النوع $m.2$	188
حل المباراة من نوع $(m.n)$	195
مسائل الفصل الخامس	205
الفصل السادس: القرار الماركوفي	207
المقدمة	209

الموضوعات	رقم الصفحة
قضية البستاني	209
حل قضية البستاني لعدد محدود من السنوات	211
حل القضايا لفترة زمنية غير محدودة	218
أسلوب تحسين السياسة	219
أسلوب تحسين السياسة مع الخصم	225
صياغة قضايا اتخاذ القرار الماركوفية على شكل برنامج خطي	232
أسئلة الفصل السادس	240
الفصل السابع: جدولة المشروعات - أسلوب بيرت	243
المقدمة	245
ترتيب أنشطة المشروع	248
المسار الحرج	251
قضية تحقيق الاستقرار في استدراج الموارد	261
المخططات الزمنية	266
تخصيص الموارد المتاحة	270
عدم التحديد في تقويم المشروعات ومراجعتها	277
قضية ضغط أرملة التنفيذ ودراسة العلاقة بين التكلفة و الزمن	284
تحديد العلاقة بين الزمن و التكلفة	286
أسئلة الفصل السابع	298
الفصل الثامن: نظرية الخدمة العامة (خطوط الانتظار)	303
مقدمة	305
عناصر أنظمة تقديم الخدمة	306
توزيع طلبات الوصول	311

رقم الصفحة	الموضوعات
313	توزيع زمن تأدية الخدمة
314	نظام خدمة عام من النوع ($G D / \infty / \infty$) : (M/M/1)
320	نظام خدمة عام من النوع: ($G D / \infty / \infty$) : (M/M/S)
325	تحليل تكلفة صفوف الانتظار
327	نظام خدمة عام من النوع: ($G D / \infty / \infty$) : (M/G/1)
331	أسئلة الفصل الثامن
333	الفصل التاسع المحاكاة
335	أنواع المحاكاة
336	مدخل جدولة الحدث
339	مدخل فحص النشاط
340	مدخل العمليات
347	محاكاة المخاطر
354	محاكاة المخزون
260	محاكاة أنظمة الخدمة العامة
364	محاكاة نظام الخدمة
369	أسئلة الفصل التاسع
373	قائمة المصطلحات العلمية
377	قائمة المراجع العلمية
379	اللجنة العلمية



المقدمة:

تعد القرارات الشغل الشاغل لمعظم المديرين؛ لذلك سعى، ويسعى المدبرون والمفكرون الإداريون لتحديد الأساليب والطرائق التي تساعد متخذي القرارات في عملهم، وظهر العديد من المدارس والاتجاهات فهذا المجال حيث انعكس تخصص كل منهم في آرائه وأفكاره، منهم من اتجه للجانب الكمي، في حين ركز البعض الآخر على الجانب الإنساني أو المعنوي، لكن معظم الكتابات جاءت غير متكاملة؛ وخاصة لجهة الجانب الكمي، وفي أحسن الظروف لم تغط الجوانب التي نراها لازمة وضرورية لاتخاذ القرارات؛ لذلك حاولنا في كتابنا المتواضع أن نقدم الأسس الكمية التي تساعد طلاب قسم إدارة الأعمال على النجاح في هذا المجال، حيث حرصنا على أن يكون متمماً لما تعلموه في المقررات التي تعلموها (يفترض تعلموها) في السنوات السابقة. ونرجو من الله التوفيق في كتابنا هذا، وتقديم ما هو مفيد لأبنائنا الطلبة في تحصيلهم العلمي وحياتهم العملية؛ بالإضافة لجميع المهتمين باتخاذ القرارات في المؤسسات العلمية والمنظمات في بلدنا الحبيب.

المؤلف

الأستاذ المساعد الدكتور

جمال سلمان اليوسف

الفصل الأول

اتخاذ القرارات الإدارية في الفكر الإداري





تمهيد

تتطوي حياتنا اليومية على قرارات فردية أو جماعية؛ لأن القيام بالأعمال لبلوغ الأهداف المنشودة يسبقها تفكير ومفاضلة، وهذا هو جوهر اتخاذ القرار، وعدم اتخاذ قرار يعني الجمود والحيرة، وعدم القدرة على القيام بأي عمل بناءً ومحقق لأهداف الفرد والجماعات (المنظمات)؛ لأن نجاح الأعمال يتطلب اتخاذ القرارات الصائبة، وتتألف عملية اتخاذ القرار من سلسلة متعاقبة من الخطوات والإجراءات، تبدأ بتحديد الأهداف، ودراسة الظروف الداخلية والخارجية المحيطة بها، وتعريف المعنيين بها وصولاً إلى تحديد الإجراءات الواجب اتخاذها، وتقويمها، وتهيئة الظروف الملائمة لتنفيذها.

وتعد عملية اتخاذ القرارات أساس العملية الإدارية وجوهرها، ومهنة الرجل الإداري (المدير)، وهي عملية مستمرة تترجم واقع الوظائف الإدارية من تخطيط، وتنظيم، وتوجيه، ورقابة.

تعريف نظرية القرارات الإدارية

تعد نظرية القرارات علم صناعة القرار الإداري وفنه الذي يتناول أسس عملية اتخاذ القرار وقواعدها الإداري ومبادئ صياغته، ومتابعة تنفيذه، وتطورت عملية اتخاذ القرار بالاستناد إلى أفكار فريدريك تايلور الذي حاول تطبيق طرق البحث العلمي في اتخاذ القرار بدل الأحكام الشخصية والتخمين، واستمر تطور نظرية القرارات حتى بداية الخمسينيات، ومنذ ذلك الوقت اكتسب مفهوم اتخاذ القرارات أهمية كبرى، حيث أشار بيتر دراكر إلى "أن الفكر الإداري قد ركز اهتمامه قبل تلك الفترة على دراسة العلاقات الإنسانية في التنظيم، ونظريات، التنظيم، والإدارة،

والتحليل الاقتصادي، والنشاطات التي يمارسها المديرون، وإعطاء الاهتمام الكافي لمفهوم اتخاذ القرارات، و أساليب اتخاذها كجزء أساسي من عمل المدير¹.

تطور نظرية القرارات الإدارية

تطور مفهوم اتخاذ القرار حيث تناولته مدارس الفكر الإداري من وجهات نظر متباينة رغم اتفاق هذه المدارس على أهمية اتخاذ القرارات، وأثرها على نجاح الأعمال، وسنتعرف إعلى عملية اتخاذ القرار من وجهة نظر أهم مدارس الفكر الإداري².

1- المدرسة التقليدية للقرار :

افتترضت هذه المدرسة أن متخذ القرار يتصرف برشد، وقراراته رشيدة، وقد عرف "الرشد" (Rationality) على أنه الاختيار الأفضل من الناحية الاقتصادية، وبهذا يؤدي القرار الإداري الرشيد إلى تحقيق المصلحة الاقتصادية للمؤسسة؛ وبالإضافة لذلك افترضت هذه المدرسة أن بحوزة متخذ القرار المعلومات التامة (أو الكاملة) عن القضية التي تتطلب الحل، وعن جميع البدائل الممكنة لحلها وتحقيق الهدف، وعن جميع النتائج المترتبة على اختيار كل بديل منها، ونظراً إلى أن هدف متخذ القرار هو تعظيم المردود الاقتصادي، فإنه سوف يختار في ضوء هذه المعلومات المتكاملة، ذلك البديل الذي يحقق أفضل النتائج الاقتصادية المستهدفة.

كما نشير إلى أن هذه النظرية تعرف أيضاً بـ " نظرية القرار الرشيد" ، حيث تمثل النموذج المغلق في اتخاذ القرار، ولقد سادت مفاهيمها حتى الربع الأول من القرن العشرين.

¹ ناديا أيوب، "نظرية القرارات الإدارية"، (جامعة دمشق، سوريا، 1997)، ص: 22.

² خليل محمد حسن الشماع، "مبادئ الإدارة مع التركيز على إدارة الأعمال"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 111.

وبالرغم مما قدمته المدرسة التقليدية من أفكار ومفاهيم مهمة في اتخاذ القرار، وتطور نظرية القرارات الإدارية، إلا أنها لم تسلم من بعض الانتقادات التي قامت على أساسها المدرسة السلوكية في اتخاذ القرار، ونورد فيما يلي أهم الانتقادات التي تعرضت لها هذه المدرسة:

- رفض فكرة أن المنظمة نظام مغلق بعيد عن تأثيرات البيئة الداخلية والخارجية للمؤسسة.

- أهملت هذه المدرسة الجانب الإنساني (العلاقات الإنسانية) داخل المنظمة وخارجها، وركزت على الجانب الفني في اتخاذ القرار؛ مما جعل فكرة القرار الرشيد غير صحيحة؛ لأن السلوك الإنساني يخضع لمجموعة من العوامل والمؤثرات والاتجاهات المختلفة التي يصعب إخضاعها لقاعدة معينة تبنى على الأحكام والاستنتاجات، وهذا يفسر فكرة أن العمل في المؤسسات البشرية يحتوي بشكل عام على درجات من عدم الرشيد.

- الرشيد مفهوم نسبي لا يؤدي دائماً إلى القرار الأفضل بسبب خضوع متخذ القرار لعوامل مختلفة تحد من قدراته على اتخاذ القرار الرشيد، و كما ترى المدرسة السلوكية فإن المدير يعتمد على الرشيد المحدد في اتخاذ قراراته للوصول إلى القرار المناسب، و ليس القرار الرشيد.

- إن متخذ القرار يمكن ألا يكون عقلانياً أو منطقياً في اتخاذ القرار، و يتأثر بالأطراف و العوامل المحيطة به.

- إن وجود أهداف متعددة متناقضة في بعض الأحيان أمام متخذ القرار تجعل عملية الرشيد في اتخاذ القرار أمراً غير مضمون دائماً.

2- المدرسة السلوكية للقرار :

تؤكد هذه المدرسة على أن متخذ القرار، كفرد، له أفضلياته الخاصة به، وهو يتأثر بالقيم والعادات والتقاليد، وإلى جانب ما يتسم به من دوافع لا شعورية، ومهارات ومشاعر، تؤثر جميعها في عملية اتخاذ القرار، أضف إلى ذلك أن متخذ القرار يواجه معلومات غير تامة عن الموقف، وعن البدائل الممكنة وعن نتائج كل بديل، وقد برز هنا مفهوم " الرشد المحدود" الذي يؤكد على أن متخذ القرار - وفي ضوء عدم اكتمال المعلومات - يحدد عدداً قليلاً من البدائل، ويتوقع عدداً قليلاً من النتائج لكل بديل للوصول إلى هدف غير مصاغ بدقة، وهذا يعني أن متخذ القرار، إذا استهدف الرشد، فإنه يعمل ضمن الحدود المذكورة، كما أنه يستهدف تحقيق الحلول المرضية وليس تلك التي تؤدي إلى تعظيم النتائج وبالتالي، فإنه عندما يبحث عن الحلول المرضية يكتفي بعدد محدود من البدائل، لكل منها عدد محدود من النتائج، وهكذا فإن مفهوم " الحل المرضي" يتوافق مع مفهوم " الرشد المحدود".

3- المدرسة الكمية:

تعد عملية اتخاذ القرار جوهر العملية الإدارية وفق هذه المدرسة حيث تسعى الإدارة لاتخاذ القرار السليم في ضوء الأهداف المنشودة وضمن الإمكانيات والموارد المتاحة، ولعل أبرز سمة للمدرسة الكمية استخدامها فرقاً من العلماء الذين ينتمون إلى مناهج متعددة، مثل: بحوث العمليات، والرياضيات، والاقتصاد، والإحصاء، وغيرها من العلوم الأساسية، ويمكن القول: إن المدرسة الكمية تستخدم جميع الأدوات العلمية التي توفرها مختلف حقول المعرفة لتوفير أساس كمي يساعد المدير في اتخاذ القرارات الإدارية.

تتخذ القرارات وفق المدرسة الكمية على مراحل وخطوات محددة على النحو الآتي:

1. صياغة المشكلة كمياً، وحسب طبيعتها لتشكل نموذجاً يمثل النظام.
2. استنباط حل للنموذج (واختيار الحل الأفضل إن وجد أكثر من حل).
3. في أثناء استنباط الحل يجب بناء أسلوب يراقب الحل في مراحله جميعها.
4. وضع الحل موضع التنفيذ، ورقابة، التنفيذ، وتعميم النتائج.

4- مدرسة النظم:

ظهرت هذه المدرسة للتوفيق بين المدارس التي سبقتها؛ لأن كل مدرسة غالت في جانب واحد من جوانب العملية الإدارية، وبخاصة للتوفيق بين المدرسة التقليدية ومدرسة العلاقات الإنسانية، حيث نظر أوائل رواد هذه النظرية إلى المنظمة - أي اعتبار أنها نظام اجتماعي معني باتخاذ القرارات، ثم تطورت هذه النظرة بحيث أصبحت تعد المنظمة نظاماً مفتوحاً يضم جميع المعنيين (أصحاب رؤوس الأموال، رجال الأعمال، العاملين، العملاء، المتعاملين)، وحسب مدرسة النظم يقبل الجميع الانضمام للنظام، وقبولهم لسلطته هو قناعتهم بأن انضمامهم للنظام يحقق لهم رغباتهم، ويلبي حاجاتهم.

هدف مدرسة النظم الرئيس من تطبيق فكرة مدخل النظم هو تسهيل وتحسين فهم المديرين للبيئة المحيطة بالمنظمة، وهذا يساهم في فهم المديرين لأبعاد البيئة المحيطة ويمكنهم من ترشيدهم قراراتهم الإدارية¹.

تعمل نظرية النظم على تنظيم هيكل المنظمة على شكل هيكل نظم بدلاً من هيكل سلطة؛ أي تدخل مفهوم النظم كطريقة حديثة في التفكير الإداري، حيث تركز الإدارة على الكليات في معالجة القضايا الإدارية من دون إهمال الجزئيات، حيث تعد المنظمة كلاً متكاملاً مترابط الأجزاء، فالقرار يتخذ نتيجة

¹ إنعام باقية؛ حسن مشرقى - نظرية القرارات الإدارية - مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية - جامعة حلب -

سلسلة مترابطة من العمليات الذهنية في مختلف أجزاء المنظمة، ونتيجة للظروف والعوامل الداخلية والخارجية المحيطة بالمنظمة. وفق مدرسة النظم تعد الوظائف الإدارية الخمس مترابطة، وذات علاقة متبادلة مع بعضها، كما يعد نظام الإدارة نظاماً فرعياً لنظام أعلى هو المنظمة التي تشكل جزءاً من نظام أكبر هو نظام الاقتصاد العام، وهكذا توضح نظرية النظم كيف تعمل وتتفاعل النظم التي يعتمد بعضها على البعض.

5- المدرسة الظرفية :

تؤكد المدرسة الموقفية على أن متخذ القرار يبدل في أسلوبه تبعاً للمشكلة التي يواجهها، ويتأثر اختيار المدير لأسلوب اتخاذ القرار بالعوامل الآتية:

- مشكلة القرار، أو التي تتضمن درجة قربة منها، وإطلاعها عليها، ووضوحها، ودرجة تعقيدها، ومدى تغيير المعايير، والأهداف والقيود.
- بيئة القرار التي تتضمن القدرة على اتخاذ قرار معاكس، ودرجة مساءلة المدير أمام الغير بسبب اتخاذه للقرار، والقيود المالية والزمنية على القرار.
- صفات متخذ القرار نفسه، مثل معرفته، قابليته، ودوافعه، بل وشخصيته وسلوكه، فالقرارات المعروفة لدى المدير يمكن أن تتخذ بحكم العادة، هذا في حين أن القرارات المعقدة بالنسبة للمدير، وللمؤسسة تتطلب استخدام الأساليب الكمية أو التحليلية الأكثر تعقيداً، بشرط توافر الوقت والمال، ومعرفته بخصوصيات القرار، وهكذا فاختيار أسلوب اتخاذ القرار هو حصيلة المقارنة بين رغبة المدير في القرار الصحيح وبين التكلفة المتمثلة بالوقت والمال التي يسببها ذلك القرار.

6- نظرية X و Y في الإدارة¹:

¹ جابر، جوليا- إدارة الأعمال بين العلم والممارسة، مؤسسة الريحاني للطباعة 1984

النقد الإداري حسب رأي دوغلاس ماك غريكور يعني التحول من نظرية X إلى نظرية Y ، حيث تفترض نظرية X أن الإنسان غير جدير بالثقة ويجب إعطاؤه أوامر محددة وإخضاعه لإشراف دقيق، أما نظرية Y تذهب إلى الطرف الآخر حيث ترى أن الإنسان بطبيعته يحب العمل ويخلص له، ويتجاوب مع المعاملة الحسنة والمبادرة الطيبة، ولا لزوم لتشديد الرقابة عليه، لأنها قد تؤدي إلى نتائج سلبية؛ إضافة إلى هدرها للموارد، ويطبق اليابانيون نظرية Y بتتبعها حاجات العمال، والعمل على تحقيق رضاهم من دون طلب منهم، بينما يطبق الأمريكيون النظرية الأولى؛ أي نظرية X .

عادة يسيطر جو من التفاهم والعرف العائلي على الورشة المحكومة بنظرية Y ، في حين يستمر التنافس والتناحر في الورشة المحكومة بنظرية X، وهذا متوقع؛ لأن المدير وفق Y يعمل عادة في جميع الأقسام والمستويات لفترات مبرمجة قبل أن يصل إلى وظيفته المحددة (المنشودة)؛ مما يجعله أكثر تفهماً وتعاوناً مع رؤوسه في هذه الأقسام، لذلك نجد المديرين اليابانيين لا يحبذون أن يكونوا في المواقف التي تستوجب اتخاذ قرارات، وخاصة القرارات غير المدروسة، وبالتالي يسعون لإجراء دراسة كافية حول المشكلة (القضية) لاتخاذ قرار بحلها، على عكس المديرين الأمريكيين الذين ينظرون إلى القرار على أنه من الأعمال الجريئة التي تصنع منهم الأساطير، وعظماء المديرين.

يختلف وزن الخبرة والتجربة في عملية اتخاذ القرار عند اليابانيين عنه عند الأمريكيين، فاليابانيون يعدون تجاربهم اليومية في المنظمة بمثابة مختبر للتعليم ينشُدون منه الحكمة وبالتالي لا تبحث عن مديريها المقبلين في مدارس إدارة الأعمال؛ وإنما تتولى تنشئتهم من داخل المنظمة ذاتها بإثرائهم بالخبرة الوظيفية طوال حياتهم على عكس المنظمات الأمريكية.

يذهب اليابانيون إلى عد المدير الناجح في اتخاذ القرارات هو ذلك الرجل الذي يقاوم الرغبة في وضع حد للأمور، والبت فيها إلى أن يرى ما هو مطلوب منه فعلاً، أما الأمريكيون فيرغبون بالإجراءات السريعة وبالحركة الدائمة في كل الاتجاهات ليتمكنوا من اتخاذ القرارات المفضلة.

ماهية القرار الإداري

1. تعريف القرار الإداري

هناك تعريفات متعددة لمفهوم القرار الإداري وضعها مفكرو الإدارة، منها :

عرف سايمون Simon القرار " هو اختيار بديل من بين البدائل المتاحة لإيجاد الحل المناسب لمشكلة جديدة ناتجة عن عالم متغير، وتمثل جوهر النشاط التنفيذي في الأعمال"¹

- عرفه يونج "Yong القرار هو الاستجابة الفعالة التي توفر النتائج المرغوبة لحالة أو حالات حالية أو محتملة في المنظمة".

- عرفه بارنار Barnard " القرار هو ذلك التصرف الذي يأتي نتيجة التدابير والحساب والتفكير"²

- "مسار فعل يختاره متخذ القرار لاختيار أنسب وسيلة متاحة أمامه لإنجاز الهدف أو الأهداف التي يبتغيها"³

¹ إبراهيم النائب - إنعام باقية - نظرية القرارات - نماذج وأساليب كمية محوسبة - دار وائل للنشر - عمان - الأردن 2001 - ص 37

² علي السلمي - الإدارة العلمية - دار المعارف بمصر - القاهرة - 1970 - ص 191

³ محمد يس - إبراهيم درويش - المشكلة الإدارية وصناعة القرار - الهيئة المصرية العامة للكتاب - القاهرة - 1975 ص 201

- "القرار: هو الاختيار المدرك بين البدائل المتاحة في موقف معين، أو هو المفاضلة بين حلول بديلة لمواجهة مشكلة معينة، و اختيار الحل الأمثل من بينها"¹.

ويعرف القرار الإداري أيضاً أنه "يقوم على عملية المفاضلة، وبشكل واع ومدرك، بين مجموعة بدائل، أو حلول (على الأقل بديلين أو أكثر) متاحة لمتخذ القرار لاختيار واحد منها باعتباره أنسب وسيلة لتحقيق الهدف أو الأهداف التي يبتغيها متخذ القرار"².

أنواع القرارات الإدارية:

تختلف القرارات الإدارية التي يتخذها المدير من خلال الآتي :

- باختلاف المركز الإداري الذي يشغله المدير داخل المنظمة.
- بمدى الصلاحيات التي يتمتع بها المدير.
- البيئة التي تعمل ضمنها المنظمة.

ونتيجة لهذه الاختلافات الكبيرة فإن القرارات الإدارية تصنف إلى أنواع استناداً إلى معايير عديدة، أهمها ما يلي³:

أولاً: تصنيف القرارات وفق الناحية القانونية للقرار

نقسم القرارات وفق هذا المعيار إلى أربعة أقسام، وهي :

1- مدى القرار وعموميته: ويتضمن القرارات الأتية :

- القرارات التنظيمية : المتعلقة بالقواعد العامة الملزمة التي تطبق على عدد غير محدد من الناس ، كاللوائح التنظيمية والسلطات والسياسات في المنظمة.

¹ : إبراهيم عبد العزيز شبحا، أصول الإدارة العامة. منشأة المعارف . الإسكندرية. 1993، ص : 341.

² منعم زمير المومني، "اتخاذ القرارات الإدارية-مدخل كمي - دار اليازوري العلمية، عمان، 1998، ص:13.

³ ناديا أيوب، "نظرية القرارات الإدارية"، (جامعة دمشق، سوريا، 1997)، مرجع سبق ذكره.

- القرارات المركبة: المتعلقة بمخاطبة فرد محدد كقرار التعيين.

2- تكوين القرار :

- قرارات بسيطة: لها كيان مستقل، وأثر قانوني سريع كتعيين موظف أو مكافأته.
- قرارات مركبة: تتألف من عملية قانونية تتم على مراحل عديدة كإجراء مناقصة أو مزاد.

3- أثر القرار في الأفراد:

- التعويض: كالأوامر الإدارية.
- قرارات لا تحمل صفة الإلزام: كالنشرات، والتعليمات التي توضح إجراءات العمل.

4- قابلية القرار للإلغاء أو التعويض :

- قرارات قابلة للإلغاء أو التعويض كقرارات الفصل والعقوبة.
 - قرارات غير قابلة للإلغاء كالأعمال التنظيمية التي يصدرها مجلس الإدارة.
- ثانياً: تصنيف القرارات وفق طبيعة القرار الإداري
- تقسم القرارات وفق هذا المعيار إلى ثلاثة أقسام:

1- القرارات الأساسية و الروتينية :

- القرارات الأساسية: تتطلب إجراءات كثيرة قبل اتخاذها لمعالجة المشكلات التي لا تتكرر باستمرار، وتكون قرارات استراتيجية كاختيار موقع المشروع أو طريقة الإنتاج.
- القرارات الروتينية: مكررة باستمرار، وتتخذ لتعالج الأعمال المتكررة، مثل: الرقابة على جدولة الإنتاج.

2-القرارات التنظيمية و الفردية:

- القرارات التنظيمية: تتعلق بعمل المنظمة ونشاطها، وتتخذ من قبل المدير من خلال سلطته الرسمية.
- القرارات الفردية: ليست لها صفة رسمية، وترتبط بالشخص الذي يتخذها كالأستقالة.

ثالثاً: تصنيف وفق قابليتها للبرمجة:

قسم سايمون* (H.Simon) القرارات إلى نوعين، وهما¹ :

-القرارات المبرمجة (Programmed Decision): وهي تلك القرارات التي تتصف بأنها متكررة بصورة مستمرة، وتتعلق غالباً بالأعمال الجارية والمعتادة، وعادة تكون هناك إجراءات شكلية تتخذ وفقها القرارات، حيث يمكن جدولتها أو برمجتها وفقاً لروتين معين، ويمكن البت فيها بناء على التجارب السابقة، وهذه القرارات تتخذ عادة بطريق تلقائي وفوري، ولا تحتاج إلى دراسة وتحليل وجهد ذهني لاتخاذها، ومن أمثلة هذه القرارات : القرار بمنح إجازة لأحد العاملين بالمنظمة، أو القرار بالتصريح له بالخروج قبل إنهاء العمل الرسمي، أو القرار بصرف العلاوة الدورية للموظف أو العامل، أو القرار بتحديد ساعات العمل الإضافية، الخ.

- القرارات غير المبرمجة (Non-Programmed Decision): وهي القرارات التي تتخذ بقصد معالجة المشاكل النوعية (المعقدة/ النادرة) التي تتطلب اهتماماً خاصاً، وتتصف هذه القرارات بالديمومة، والالتزام بتنفيذها لفترة طويلة؛ لذلك فإن الإخلال بها أو القصور في تنفيذها يهدد المنظمة، ويعرضها للمخاطر،

* سايمون (H.Simon) : اقتصادي أمريكي ولد سنة 1916، صاحب جائزة نوبل للاقتصاد سنة 1978،

ركزت أعماله على أساليب اتخاذ القرار، اهتم بالعديد من العلوم أهمها : علم الاقتصاد، علم النفس، علم الاجتماع و المعلوماتية من ناحية الذكاء الاصطناعي.

1 (10) إبراهيم بادر شهاب، "معجم مصطلحات الإدارة العامة"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 240 و 242.

واتخاذ هذه القرارات يتطلب الدراسة المعمقة، كما في اختيار موقع المنظمة أو المشروع أو السوق، أو تحديد مجال النشاط الإنتاجي أو الخدمي الذي سيمارسه، ... الخ. وتحتّم طبيعة هذه القرارات، وأهميتها، وأثرها على مستقبل وفعالية المنظمة أن تتخذ في مستويات الإدارة العليا التي تقوم بتحديد الأهداف ورسم السياسات العامة، كما القرارات المبرمجة فتتخذ في المستويات التنفيذية.

رابعاً: تصنيف القرارات وفق بيئة القرار الإداري:

نقسم القرارات وفق هذا المعيار إلى الأنواع الآتية:

1. القرارات في ظروف التأكد التام:

يتخذ هذا النوع من القرارات عندما يكون متخذ القرار يعلم بشكل مسبق علم اليقين بيئة القرار من حيث المتغيرات ونوعيتها والعوامل المؤثرة عليها، ودرجة تأثيرها على القرار، ونتائج هذا التأثير بشكل أكيد لا لبس فيه.

2. القرارات في ظروف المخاطرة:

تتخذ القرارات من هذا النوع في الظروف التي يمكن لمتخذ القرار معرفة جميع العوامل التي قد تؤثر على القرارات المتخذة، ويعرف درجة تأثيرها لكنه لا يعلم بشكل قطعي أيها منها سيؤثر فعلاً على القرارات المتخذة؛ بل يمكنه تقدير احتمالات حدوث (تأثير) هذه العوامل ودرجة تأثيرها، وتنشأ المخاطرة من احتمال اتخاذ قرار على أمل وقوع حدث ما وبصاف عدم وقوعه أو وقوع حوادث جعل نتائج القرار تؤثر سلباً على متخذه.

3. قرارات عدم التأكد:

تتخذ القرارات من هذا النوع في الظروف التي لا تتوفر لمتخذ القرار معلومات كافية عن بيئة القرار، أي لا يعلم متخذ القرار بشكل مسبق ما هي المتغيرات أو الظروف التي ستؤثر على القرار المتخذ، ولا يمكنه معرفة احتمالات تأثير هذه

المتغيرات، بكلمة أخرى لا تتوفر لمتخذ القرار بيانات تمكنه من اتخاذ القرار بالدقة المطلوبة.

خامساً: تصنيف القرارات الإدارية وفق وظائف المنظمة:

تقسم القرارات الإدارية وفق وظائف المنظمة إلى الأنواع الآتية :

1. قرارات تتعلق بالوظائف الإدارية : تشمل القرارات التي تتعلق بتحديد الأهداف المطلوب تحقيقها والسياسات العامة والفرعية والإجراءات التي تتبع في التنفيذ، وكذلك القرارات المتعلقة بتصميم الهيكل التنظيمي وإسناد المناصب الإدارية فيه، وتوجيه العاملين وإرشادهم وتحديد المعايير الرقابية.

2. قرارات تتعلق بالإنتاج: يتضمن هذا النوع قرارات عديدة، مثل: قرارات تحديد موقع المصنع وحجمه وحجم الإنتاج وسياساته، وقرارات ترتيب المصنع وأنواع الآلات، كذلك تتضمن هذه القرارات المتعلقة بتحديد مصادر الحصول على عناصر الإنتاج والرقابة على الإنتاج وجودته.

3. قرارات متعلقة بالتسويق: تشمل القرارات المتعلقة بتحديد نوعية السلعة ومواصفاتها، وتحديد الأسواق التي سيتم البيع فيها وقنوات التوزيع التي توصلها إلى السوق، كما تتضمن القرارات المتعلقة بتعبئة المنتجات وتغليفها وتسعيرها والقيام ببرامج الإعلان والدعاية وبحوث التسويق المستخدمة وتقديم خدمات البيع.

4. قرارات متعلقة بالتمويل: تشمل القرارات المتعلقة بتحديد حجم رأس المال اللازم ورأس المال العامل والسيولة النقدية، وطرق التمويل، كما تتضمن تحديد نسبة الأرباح المطلوب تحقيقها وكيفية توزيعها والإجراءات المحاسبية الخاصة بذلك.

5. قرارات متعلقة بشؤون العاملين: تشمل القرارات المتعلقة بتحديد القرارات التي تتعلق بتحديد مصادر الحصول على الأفراد، وطرق اختيارهم وتعيينهم وبرامج تدريبهم، وأسس تحليل الوظائف وتوصيفها وتقويمها، وسياسات دفع

الأجور والتعويضات والمكافآت، كما تتضمن تحديد أساليب الترقية والتقاعد والفصل من العمل، ومعالجة التأخير والغياب وشكاوى العاملين، وعلاقة المؤسسة بالاتحادات والنقابات العمالية، والمؤسسات المختلفة المرتبطة بالعاملين¹.

سادساً: تصنيف القرارات الإدارية وفق خصائصها:

في إطار تصنيف القرارات الإدارية، وتحديد خصائصها فلقد قدم أنسوف (Ansoff) التصنيف الآتي للقرارات:

1. القرارات الاستراتيجية التي تتخذ من قبل الإدارة العليا:

- قرارات اختيار مزيج السلعة - السوق (Mix Product-Market) التي تساعد على تعظيم معدل العائد على الاستثمار.
- قرارات تخصيص الموارد على استخداماتها البديلة أو الخاصة بالفرص المرتبطة بالسلعة و السوق.
- قرارات التنوع.
- قرارات اختيار توقيت أزمنة البدء في التوسع غير المتكرر.
- وتتصف القرارات الاستراتيجية بأنها غير متكررة كما أنها تحظى بدرجة عالية من المركزية في اتخاذها.

2. القرارات التنظيمية أو الإدارية:

- هي القرارات التي تتصف بالتكرار إذا قورنت بالسابقة (القرارات الاستراتيجية)، وتصدر عن الإدارة الوسطى، من أمثلتها ما يلي :
- القرارات الخاصة بإجراءات توزيع الموارد على استخداماتها البديلة.
 - القرارات الخاصة بتنظيم الموارد و تملكها و تنميتها.

¹بشير العلاق، "أسس الإدارة الحديثة-نظريات ومفاهيم"، (دار اليازوري العلمية، عمان، 1998)، ص: 149.

- القرارات التنظيمية المرتبطة بتدفق المعلومات وتحديد الحريات والصلاحيات المخولة للأفراد (السلطة) وكذلك المسؤولين.
 - القرارات الخاصة بخطوات تنفيذ وتدفق الأعمال والأنشطة وتوزيع الخدمات والتسهيلات بين الأقسام أو الوحدات التنظيمية.
3. القرارات التشغيلية

تتصف هذه القرارات بدرجة عالية من اللامركزية و بالتكرار أي أنها مبرمجة، ومن الأمثلة على هذه القرارات :

- توزيع الموارد المتاحة على الأنشطة الوظيفية الرئيسة.
- جدولة الإنتاج، وجدولة استخدامات الموارد وتشغيلها.
- أساليب الإشراف والرقابة على العمليات.
- تحديد مستويات التشغيل؛ أي حجم الإنتاج، ومستويات المخزون.
- القرارات الخاصة بالتسعير وسياسات التنمية والبحوث...الخ.

تصدر هذه القرارات عن مستويات الإشراف، وتعنى بالقرارات التشغيلية، وللقرارات خصائص متباينة، ومعرفتها أمر ضروري لمتخذ القرار.

أهمية عملية اتخاذ القرار الإداري:

يعد اتخاذ القرارات محور عمل المدير، فهو يتخذ قرارات في العديد من الحالات، منها: عندما يوقع بريده اليومي، يوافق على إجازة موظف، أو يجيب على استفساره، أو يطلب من أحد موظفيه أداء عمل ما، أو يقوم بتشكيل لجنة، أو تعيين رئيس قسم، أو ترقية موظف أو إيفاده في برنامج تدريبي، أو تغيير أسلوب العمل...الخ، وهكذا فإن اتخاذ القرارات هو من المهام الأساسية للمدير أو الرئيس، ويعد الكثير من كتاب ومفكري الإدارة أن عملية اتخاذ القرارات أهم عنصر في عمل المؤسسات وحياتها، وهي قلب الإدارة النابض الذي ينبض المؤسسة البقاء

والنمو والازدهار، وتأسيساً على ما سبق تتضح بصورة جلية أهمية اتخاذ القرارات الصائبة، فالقرارات التي يتخذها المدير تؤثر كثيراً على وضعه الوظيفي وتقدمه، وتؤثر أيضاً على الجماعة التي يشرف عليها، ولها تأثيرها على عمل المنظمة عامة. وتزداد أهمية عملية اتخاذ القرارات مع زيادة تعقد أعمال المؤسسات، وتوسعها، وتنوعها. ومع تزايد التحديات التي تواجهها من التغيرات المتسارعة، والمنافسة الحادة، وتسارع ظاهرة العولمة. وقد أصبح أساس الحكم على المدير الناجح هو كفاءته ومقدرته في اتخاذ القرارات الصائبة السليمة، والإخفاق في ذلك يعني تجمد العمل وشل النشاط؛ وبالتالي اضمحلال المنظمة وفناؤها، وهكذا ترتبط كفاءتها وفعاليتها بكفاءة وسلامة القرارات التي تتخذ في مستوياتها المختلفة¹.

خصائص عملية اتخاذ القرار الإداري:

تجدر الإشارة في إطار تحديد مفهوم عملية اتخاذ القرارات إلى الخصائص الآتية للقرارات²:

-إن عملية اتخاذ القرار مرحلة متقدمة في العملية الإدارية، وأن المراحل السابقة لعملية اتخاذ القرار هي مقدمات أساسية للقرار السليم، على الرغم من أنه في كل مرحلة من مراحل العملية تظهر عملية صنع القرار بشكل أو بآخر، لكنها تتجسد في مرحلة اتخاذ القرار بخطة عمل أو إجراء...الخ. فالقراري يقوم بالأساس على وجود مهمة عمل يجب أن تنفذ أو قضية قائمة تحتاج إلى حل، وفي كلتا الحالتين يجب توافر الإمكانيات بين أيدي متخذ القرار، ويفترض توافر بدائل للتنفيذ وحلول

¹ حسين حريم، شفيق حداد وآخرون، "أساسيات الإدارة"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 139.

² كاسر نصر المنصور، "نظرية القرارات الإدارية- مفاهيم وطرائق كمية"، ص: 31.

للقضية، والقرار الإداري يكون باختيار البديل الأمثل (لتنفيذ المهمة أو لحل القضية) وغالباً ما تكون نتيجة القرار، وخاصة فيما يتعلق بالقضايا هي حلول توفيقية تركيبية ما بين الإمكانيات المتاحة والحاجات والمتطلبات المفروضة والشروط، والعوامل، والظروف داخل البيئة وخارجها، وهذا ناتج عن كون عملية اتخاذ القرار الإداري تحتوي على المفاضلة والاختيار والتوفيق والتركيب والتصنيف والترتيب بين الإمكانيات المتاحة والأهداف المرسومة. هناك عدة عناصر ترتبط بالقرارات كلها، والاختيارات بين المسارات البديلة للعمل، وهي

- شخص لديه قضية وهو متخذ القرار والقائم على عملية الاختيار (المدير).

- هدف يريد متخذ القرار تحقيقه (هدف تنظيمي).
- بيئة تشكلت فيها المشكلات تتمثل في حالات طبيعة ليست تحت سيطرة متخذ القرار، بمعنى أنه لا يمكنه التحكم فيها، وذلك مثل ظروف الطلب على السلعة التي لا يمكن للمؤسسة أن تخضعها لسيطرتها.
- طرق للوصول إلى الهدف المطلوب تحقيقه.
- نتيجة تمثل محصلة ما ينتج عن اتباع مسار معين للعمل في ظل حالة طبيعة معينة، وإذا تمت ترجمة النتائج في شكل قيم يطلق عليها عوائد.
- حالة من الرغبة في تحديد مسار العمل الأفضل، ولهذا يتم الاختيار على أساس قاعدة معينة؛ مثل: تعظيم الدخل أو المنفعة أو خفض التكلفة أو غير ذلك.

يجب أن يكون متخذ القرار مدركاً للأهداف التي يسعى إلى تحقيقها وللحالات الطبيعية التي تؤثر في مشكلته، وللمسارات البديلة المتاحة، وقادراً على تقويمها، والمفاضلة بينها مفاضلة موضوعية قبل اتخاذه لقرار بشأن اختيار أحدها، لكي يتم الاختيار على أسس رشيدة.

تعد عملية اتخاذ القرار وظيفة إدارية و عملية تنظيمية، فهي وظيفة إدارية حيث تعد من المسؤوليات الرئيسة التي يتحملها المدير، كما أنها عملية تنظيمية حيث أن اتخاذ كثير من القرارات تعد عملية أكبر من أن ينفرد بها المدير وحده، فهي ناتج جهود كثير من الأفراد على شكل جماعات أو مجالس إدارة، بل في بعض الحالات تكون ناتج الكمبيوتر...، فالمدير في الوقت الحاضر لا يعمل في عزلة، بل يتأثر في قراراته بأراء المحيطين به و أفكارهم، و بطبيعة البيئة التي يعمل فيها.

إن أبسط أسلوب لعملية اتخاذ القرار هو النظر إليها على أنها اختيار يقوم به متخذ القرار لاختيار البديل الأفضل من بين بدائل عديدة، ومن ثم تمثل نشاطاً أو مجموعة من الأنشطة للمفاضلة بين البدائل المحتملة، وفي بعض الحالات قد لا تنحصر عملية الاختيار في أنشطة معينة، وفي كثير من الحالات قد لا تكون هذه الأنشطة منظورة أو يمكن ملاحظتها مباشرة، بل في حالات عديدة ينتج عن القرار بعض الأنشطة الظاهرة: كالقوانين، والسياسات، والأوامر، والتعليمات، والإجراءات وغيرها.

نماذج اتخاذ القرار الإداري :

يعرف نموذج اتخاذ القرار بأنه الطريقة التي تتم فيها عملية اتخاذ القرار، وفي الحياة العملية نلاحظ نماذج متعددة لاتخاذ القرارات ولكل منها مؤيدوه ومنتقدوه، أي لا يوجد نموذج مثالي كامل لاتخاذ القرار؛ لأن القرار المثالي يجب أن يكون قادراً على وصف أعقد الحالات التي تصادف عملية اتخاذ القرار وأبسطها، وأن يكون قادراً على تمييز جميع الأبعاد الموجودة في حالات اختيار القرار المناسب، وهذا لم يتوفر حتى الآن بنموذج محدد.

1- عناصر النموذج

- يحتوي النموذج بشكل عام على ستة عناصر رئيسة هي¹ :
- حالات الطبيعة التي تتعلق بالظواهر الخاصة بظروف البيئة التي يتم اتخاذ القرار فيها ويكون لها تأثير مباشر في عملية اتخاذ القرار، وتتمثل هذه الحالات بالعلاقات الموجودة بين النتائج والاختيار سواء كانت علاقات عشوائية أو احتمالية أو غير معروفة.
 - متخذ القرار (المدير) الذي يخضع لتأثير حالات الطبيعة ويتخذ القرار في ضوءها.
 - الأهداف التي يريد متخذ القرار تحقيقها من قراره سواء كانت هذه الأهداف واضحة أو غير واضحة سواء كانت مستقرة أو غير ذلك.
 - البدائل وطرق العمل المتاحة أمام متخذ القرار وينتجب الاختيار منها.
 - عملية ترتيب البدائل حسب أولوية نتائجها وأهمية كل منها بالنسبة لمتخذ القرار.
 - عملية الاختيار لبدل أو أكثر من البدائل المتاحة.

2- أنواع النماذج:

انطلاقاً من أهمية الدور الذي تؤديه القرارات وحيويته في نجاح المؤسسات على اختلاف أنواعها، فقد حاول بعض الكتاب توضيح طريقة اتخاذ القرارات وتفسيرها، واقترحوا عدداً من النماذج لاتخاذ القرارات، وسنستعرض فيما يلي أهم هذه النماذج².

¹ ناديا أيوب، "نظرية القرارات الإدارية"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 26.

² حسين حريم، شفيق حداد وآخرون، "أساسيات الإدارة"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 145.

لقد ميز هيربـت سايمون (Herbert Simo) بين نموذجين لاتخاذ القرارات:
1-النموذج الراشد (Rational): بموجب هذا النموذج يقوم المدير
بالخطوات المتتابعة الآتية :

- تعريف المشكلة (التحري).
 - وضع حلول، و تقويمها (التصميم).
 - اختيار الحل الأنسب.
 - التنفيذ و المتابعة.
- و يستند هذا النموذج إلى افتراض أن المدير يحاول تحقيق الأمثل والأفضل حين اتخاذ قرار ما من خلال تطوير أفضل حل ممكن، وهذا النموذج حسب رأي سايمون يفترض أن المدير:
- لديه معرفة وعلم تام بجميع البدائل الممكنة.
 - لديه معرفة كاملة عن نتائج كل بديل.
 - لديه منظومة ثابتة من الأفضليات لهذه النتائج.
 - يمتلك مقدرة حسابية لمقارنة النتائج و تقرير ما هو الأفضل.
- و قد أكد سايمون أن الرشد الكامل مناقض ومخالف للواقع، واقترح الرشد المحدود (Bounded Rationality)؛ لأن المدير يواجه قيوداً ومحددات كثيرة في عملية اتخاذ القرارات، بعضها شخصية والبعض الآخر بيئية، وتعمل جميعها من دون تحقيق الرشد الكامل في اتخاذ القرارات.
- 2- النموذج المرضي (Statisficing)؛ أو نموذج الرجل الإداري (Administrative man): وفق هذا النموذج يسعى المدير للوصول إلى قرار معقول (مرضٍ و ليس مثالياً)، يتوقف بحثه عن البدائل عند توصله إلى بديل

معقول يقتنع أنه مناسب على الرغم من احتمال وجود بدائل أفضل، ويعرف بالنموذج المفتوح لاتخاذ القرار الذي يتخذه الرجل الإداري، وهذا النموذج تبنته المدرسة السلوكية في اتخاذ القرار التي نظرت إلى المنظمة على أنها نظام مفتوح متفاعل مع البيئة التي يعمل ضمنها (متاثراً و مؤثراً). يتميز النموذج المفتوح في اتخاذ القرار بأن عملية اتخاذ القرار فيه تتم بصورة ديناميكية ضمن إطار عام فيه هدف محدد و بدائل معينة لتحقيقه.

ويرى سايمون أن النموذج الثاني هو الطريقة السائدة في اتخاذ القرارات الإدارية في المؤسسات شتى بسبب صعوبة حصر البدائل الممكنة جميعها ، ومعرفة جميع النتائج لكل بديل، وبسبب الوقت والجهد والقدرة الذهنية التي تتطلبها عملية اتخاذ قرارات مثلى بطريقة راشدة، هذا بالإضافة إلى وجود عوامل غير رشيدة (Irrational) مثل أخلاق متخذ القرار وشخصيته ودوافعه وميوله.

أما لوثانز (Luthans) فيصنف نماذج اتخاذ القرارات إلى أربعة نماذج، هي:

1- النموذج الاجتماعي المنطقي (Econologic) : هذا النموذج مشتق من النموذج الاقتصادي التقليدي، و يناظر النموذج الراشد عند سايمون، و ينظر هذا النموذج إلى متخذ القرار على أنه عقلاني و راشد بصورة كاملة، و في الجوانب جميعها.

2- النموذج الاجتماعي (social) : هذا النموذج عكس النموذج الراشد، وتم تطويره من قبل علماء النفس، استناداً لنظرية فرويد (Freud) التي تعتبر الإنسان مجموعة من النزوات والغرائز والعواطف، ويرى أتباع هذا النموذج أن المؤثرات الاجتماعية لها تأثير كبير على سلوك متخذ القرار، وفق ذلك فإن الضغوط والتأثيرات الاجتماعية يمكن أن تقود المديرين إلى اتخاذ قرارات غير رشيدة (و يمكن القول إن كلا النموذجين الرشد والاجتماعي غير واقعي).

3- نموذج الرضا - الرشد المحدد - (تحدثنا عنه سابقاً)

4- نموذج الخبرة والتجربة (Judgmental Heuristics and Biases):

وفق هذا النموذج يعتمد متخذ القرار على الاستكشاف والحكم والاجتهاد استناداً للتجربة والخبرة العلمية وليس المعرفة العامة، وعلى الحدس، والمحاولة الخطأ، والاستفادة من التجارب السابقة؛ مما يسهل الأمور، ويساعد متخذ القرار ولكن يمكن أن يؤدي تحت ظروف معينة إلى قرارات خاطئة.

عملية اتخاذ القرارات الإدارية:

تناول الأكاديميون عملية اتخاذ القرارات بالكثير من الدراسة والتدقيق، حيث قسمها جميعهم إلى مراحل وخطوات وبينوا ما الذي يجب عمله في كل مرحلة من هذه المراحل حرصاً منهم على تعليم المعنيين كيفية اتخاذ القرارات بشكل سليم، وإن اختلفوا بعدد المراحل وبأهمية كل مرحلة، اتفقوا على أهمية القرارات وعلى ضرورة اتخاذها وفق أسس علمية، وسنعمد على التقسيم الموسع لعملية اتخاذ القرارات فقط، حيث تقسم هذه العملية إلى المراحل الآتية:

1. الوعي بالمشكلة.
 2. تعريف المشكلة.
 3. البحث عن بدائل الحل.
 4. تقويم بدائل الحل.
 5. اختيار أنسب بديل للحل.
 6. تطبيق الحل ومتابعة.
- ويوضح المخطط رقم (1-1) مراحل اتخاذ القرارات الإدارية وعلاقتها فيما بينها؛ وسنتعرف في الفقرات الآتية على هذه المراحل.

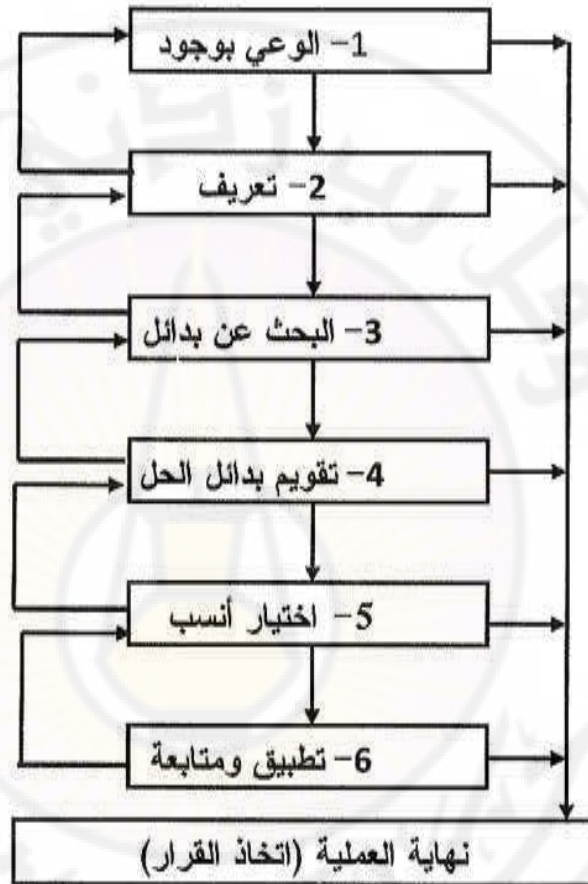
1. الوعي بوجود القضية:

تنفذ المنشآت العديد من الأنشطة؛ وتنفذ الكثير من الأعمال، وتصادفها خلال ذلك العديد من القضايا (المشاكل/ الفرص)، ومعالجة هذه المشكلة أو الاستفادة من تلك الفرصة يتطلب "التعرف إلى القضية وتحديد أبعادها وتحري السبب الرئيس لظهورها ومعرفة أسبابها وأعراضها وآثاره..."¹، وهذا يتم بالنسبة للقضايا البسيطة بمساعدة الحواس الخمسة، أما التعرف إلى القضايا الهامة في المنظمة وتحديدّها، فيتطلب إيجاد نوع من الأنظمة التي تستكشف المشاكل وتستوضح الفرص، وعدم التعرف إلى القضية لا يفي وجودها؛ لذلك يتوجب على المنظمات في مسعاها للنمو والتطور العمل بشكل دائم على اكتشاف ما يدور حولها في بيئة أعمالها؛ لأن التحديد الدقيق للقضية يعد أول مرحلة وأهمها من مراحل إيجاد الحل المناسب.

تعرف المشكلة في مجال اتخاذ القرارات بأنها انحراف عن الهدف المحدد مسبقاً، أو هي حالة من عدم التوازن بين ما هو كان وما يجب أن يكون. ونحن نضيف إلى هذا أن القرار يتخذ لمعالجة القضايا وللاستفادة من الفرص المتاحة؛ أي الاستفادة من ظروف مواتية تساعد المنظمة على تحقيق بعض المنافع (زيادة مبيعات، طرح منتج جديد، كسب سوق جديدة، الخ)؛ لذلك يتوجب على المديرين تحديد الموقع أو المكان الذي ظهرت فيه القضية، وزمن ظهورها، والأشخاص المعنيين بها، وقد تظهر القضية أمام المدير بشكل مباشر، أو يتعرف إليها من متابعتها لتقارير الأداء في منظمتها في ضوء تقارير الأداء في القطاع الذي تعمل

¹ نواف كنعان - اتخاذ القرارات الإدارية، بين النظرية والتطبيق ط 7 - دار الثقافة للنشر والتوزيع - عمان 2007

فيه، كما قد يتم كشف القضية من قبل بعض العاملين في المنظمة الذين يعملون على أرض الواقع ويكونون على اتصال دائم مع بيئة العمل الداخلية والخارجية، وقد تكشف القضية من قبل جهات خارجية (موردين، زبائن).



الشكل رقم (1-1) مراحل اتخاذ القرار

التعرف إلى القضية يتطلب من متخذ القرار تحديد الموقف الذي خلق القضية، وهل الموقف يتطلب معالجة هذه القضية بشكل فوري أم يمكن التريث بعض الوقت، وهذا ما عبر عنه برنارد بقوله: إن الأصول العلمية لاتخاذ القرارات

تتطلب عدم التصدي للمشكلات في غير أوقاتها الملائمة... عدم التصدي للمشكلات التي لم يحن وقتها بعد... عدم التصدي لاتخاذ قرارات لا تكون ذات أثر فاعل... عدم التصدي لاتخاذ قرارات يكون هناك من هو أقدر على التصدي لها... عدم التصدي لاتخاذ قرارات تدخل في اختصاص الآخرين.

تجدر الملاحظة أن المدير متخذ القرار الناجح لا ينتظر القضايا حتى تقع، بل يسعى لاكتشافها قبل وقوعها ويستعد لمعالجتها، ويمكن للمدير الاستعانة بمن يراه مناسباً لمساعدته لاكتشاف القضايا بالمختصين من داخل المنظمة أو من خارجها.

ومن الأمور المهمة التي ينبغي على المدير إدراكها وهو بصدد التعرف إلى القضية الأساسية وأبعادها، هي تحديده لطبيعة الموقف الذي خلق القضية، ودرجة أهمية القضية، وعدم الخلط بين أعراضها وأسبابها، والوقت الملائم للتصدي لحلها واتخاذ القرار الفاعل والمناسب بشأنها، وهنا يتوجب عليه التعرف إلى العامل المؤثر على القضية، والذي يعرف بالعامل الاستراتيجي؛ لأن تعرفه هذا العامل يوفر عليه الكثير من الجهد والوقت بسبب تشعب القضية وتعدد جوانبها.

ويعرف دركر العامل الاستراتيجي¹ "بالعامل الحرج الذي لابد من تغييره أو تعديله قبل أي شيء آخر"، ويعني عند نيومان وسمر "تلك الصعوبة التي إذا أزيلت حلت المشكلة، أو تلك الفرصة التي ينتج عن حسن استغلالها تحسين التطوير" وعند بارنار "ذلك العامل الذي إذا تغير - سواء بالإلغاء أو الإضافة أو بتغيير طبيعته - لم تعد هناك مشكلة" ويرى برنار من تحليله للعامل الاستراتيجي في القضية إلى نتيجة مفادها: أن فاعلية القرار تعتمد على كفاءة المدير في تحديد العامل الاستراتيجي وكفاءة في التحكم في هذا العامل في الوقت المناسب

¹ نقلاً عن نواف كنعان - مرجع سبق ذكره ص 120 - 121

وبالقدر المناسب وبالصورة المناسبة، مع الاستغلال الممكن للعوامل التكميلية أو المساعدة".

لكن تجدر الإشارة إلى صعوبة تحديد العامل الاستراتيجي في القضايا التي تعترض المنظمات؛ لأن القضايا الإدارية تقع تحت تأثير الكثير من العوامل بعضها يقع تحت سيطرة متخذ القرار والبعض الآخر (وغالباً الأكثر أهمية) لا يقع تحت سيطرته، لهذا يتوجب عليه البحث عن المصادر الموثوقة للحصول على بيانات حول القضية لضمان تحديد العامل (العوامل) الاستراتيجي. وقد يواجه الإداري ثلاث مشاكل¹:

(1) المشاكل التقليدية: وهي المشاكل التي تتعلق بالنشاطات والعمال اليومية، وبإجراءات تنفيذها، مثل: حضور العمال وانصرافهم، توزيع العمال أو منح الإجازات.

(2) المشاكل الحيوية: وهي المشاكل التي يكون لها تأثير كبير على سير العمل وانتظامه، وبالتالي تحقيق أهداف المنظمة، مثل: المشاكل المرتبطة بالتخطيط، ورسم سياسات العمل، والمشاكل التي تواجه الخطط.

(3) المشاكل الطارئة: وهي المشاكل التي تحدث بشكل مفاجئ بسبب تغير في ظروف البيئة المحيطة بالمنظمة أو بسبب قصور في سياسات المنظمة أو الضعف في عملية التخطيط والتنظيم، مثل: تعطل خط إنتاج أو توقف عمليات الإمداد.

وقد تتأثر عملية تحديد القضية بالخصائص الشخصية للمشاركين في تحديد القضية:

¹ - ناديا أيوب - نظرية القرارات الإدارية - منشورات جامعة دمشق - الطبعة - 2002-2003 ص 55

1) الخبرة السابقة: حيث يرى كل فرد (مدير) القضية بحسب خبرته، مثلاً إذا انخفض حجم المبيعات، قد يعزو مدير الموارد البشرية السبب إلى تدني خبرة العاملين ويقرر إتباعهم لدورات تدريبية، أما مدير الإنتاج فقد يرى أن السبب الحقيقي للمشكلة هو تقادم الآلات وسوء الصيانة، في حين يرى المدير المالي أن السبب هو نقص السيولة المالية وسوء إدارة التسهيلات الائتمانية الممنوحة للزبائن، وغيرهم من المديرين يرون غير ذلك.

2) الشخصية: يتصف بعض الأشخاص بالتردد وعدم الثقة بقدرتهم على إقناع الآخرين بوجهة نظرهم لذلك أو فهمهم للقضية، وبالتالي قد لا يقدمون ما لديهم حول هذه القضايا المطروحة رغم أهميتها، في حين لدى البعض الآخر ثقة مفرطة بأنفسهم ويحاولون إقناع الآخرين بوجهة نظرهم رغم عدم دقتها؛ لذلك يجب أخذ صفات الشخص بعين الاعتبار لدى مشاركتهم بتحديد القضية.

3) يختلف الأفراد في ثقافتهم، ومناباتهم، وأعمارهم، وعاداتهم، وبيئتهم، وبالتالي يختلفون في فهمهم للظواهر؛ لذلك تعد مشاركة أشخاص من بيئات مختلفة وثقافات ومنابت مختلفة يساعده في تحديد القضية المطروحة وأبعادها.

العقبات التي تعترض متخذ القرار في تحديد القضية:

تدّ يتسرع المعنيون في الحكم على القضية، والبت فيها من دون التعمق في دراستها، وقد يأخذ التسرع أحد الأشكال الآتية:

1. الحكم السطحي: وتظهر هذه الأخطاء عندما يطلق متخذ القرار حكماً سريعاً على القضية بالاستناد إلى انطباعه الأولي من دون تبصر وتدقيق؛ لذلك يتوجب عرض أي موضوع أو قضية بشكل متكامل للفت انتباه المعنيين وتشكيل انطباع أولي يخدم القضية المطروحة، طبعاً هذا يتطلب

اختيار المكان والزمان المناسبين لعرض القضية بعد جمع بيانات كافية للحكم على القضية ومن ثم عرضها على المعنيين لضمان تفهمهم لها من اللحظة الأولى.

2. إصدار أحكام مسبقة حول القضية: توجد لدى بعض المعنيين باتخاذ القرار أحكام مسبقة حول بعض القضايا استناداً إلى خبرات وتجارب سابقة، لكن الخطأ ينجم عن الاعتقاد بثبات الظروف المحيطة والعوامل المؤثرة التي قد تتغير من دون أن يَشْعُرَ المعنيون بهذه التغيرات ويصدرون أحكامهم على ما لديهم من بيانات أو معلومات حول القضية المطروحة؛ بل إن بعضهم يسعى لجمع بيانات تثبت صحة أحكامهم.

3. معالجة القضية من وجهة نظر ضيقة ترتبط بتخصص متخذ القرار، وبتفصيلاته من دون الأخذ بالأسباب الموضوعية.

4. اتخاذ قرار بسرعة تحت تأثير الزمن والضغوط التي يتعرض لها متخذ القرار من دون الأخذ بالأهداف العامة أو الفرعية بعين الاعتبار.

5. شعور متخذ القرار باليأس أمام القضايا (المشكلات) المزمنة، والنظر إليها على أنها أزمة مستمرة مسلم بها.

ويمكن معالجة هذه العقبات وفق بعض الطرائق الآتية:

1. استخدام تقارير ومعدلات الأداء وحوادث العمل وحالات الإهمال.
2. استخدام سياسة الباب المفتوح للتعرف إلى ردود أفعال العاملين والأفراد من خارج المنظمة.
3. البحث عن العقبة التي تعيق تحقيق الأهداف.
4. المراقبة المستمرة وإجراء المسوحات الشاملة لاتجاهات العاملين تجاه القضايا المثارة في المنظمة.

ويجب الإشارة إلى أن التعرف إلى القضية يتطلب التعرف إلى أعراضها، ومسبباتها وعدم الخلط بينها، فالخطأ في تحديد الأسباب يؤدي إلى خطأ في المعالجة، وفي أغلب الأحيان تكون هذه الأسباب متداخلة بعضها مع بعض، وهذا يتطلب من المدير (متخذ القرار) تحديدها بدقة، وتحديد العوامل المرتبطة بكل سبب، وتحليل العلاقة بين هذه الأسباب ومدى تداخلها، ومما يزيد صعوبة تحديد هذه الأسباب حجم القضية وانتشارها في العديد من الأقسام وقد تشمل إدارات المنظمة وأقسامها جميعها، وقد تمتد إلى البيئة المحيطة، وتجدر الإشارة إلى المدير (متخذ القرار) الناجح في جميع خطوات تحدي القضية يركز على تحديدها بدقة بدلاً من البحث عن حلها بشكل ارتجالي.

2. تحليل القضية:

بعد تحديد القضية والتعرف إلى أبعادها يتوجب على متخذ القرار العمل على تحديد أبعادها وتأثيرها على المنظمة؛ وذلك من خلال تحليل جميع البيانات ذات الصلة، أي يجب جمع البيانات والمعلومات ذات الصلة بالمشكلة محل القرار، ذلك أن اتخاذ القرار الفعال يعتمد على قدرة المدير في الحصول على أكبر قدر ممكن من البيانات الدقيقة والمعلومات المحايدة والملائمة زمنياً من مصادرها المختلفة، ومن ثم تحديد أحسن الطرق للحصول عليها، ثم يقوم بتحليلها تحليلًا دقيقاً. ويقارن الحقائق والأرقام ويخرج من ذلك بمؤشرات ومعلومات تساعد في اتخاذ القرار بضرورة متابعة هذه القضية من عدمه بالاستناد إلى النتائج المتوقعة (المرجوة) على المنظمة المعنية.

أي يتوجب على متخذ القرار في هذه المرحلة تحديد الآتي:

1. تحديد طبيعة القضية.
2. مدى أهميتها بالنسبة للمنظمة.

3. البعد الزمني للقضية، أي الفترة الزمنية التي تؤثر فيها على المنظمة، بمعنى مدى سريان حل القضية.
4. ارتباط هذه القضية بالقضايا الأخرى، أي هل هذه القضية مستقلة، أم ترتبط بقضايا أخرى أو قضايا يتوقع أن تصادف المنظمة في المستقبل المنظور.
5. أبعاد القضية الإدارية والاقتصادية، أي ما الذي ينتظر المنظمة في حال عالجت (أو لم تعالج) هذه القضية.
6. إمكانية صياغة هذه القضية كمياً، وبالتالي هل يمكن استخدام الأساليب الكمية في حلها.
7. تحديد متطلبات حل هذه القضية (تكلفة معالجتها) وهل تستطيع المنظمة تمويل معالجة هذه القضية.
8. تحديد الكفاءات والخبرات اللازمة لحل القضية وهل هي متوفرة (على الأقل يمكن توفيرها).

3. البحث عن بدائل حل القضية:

بعد تحليل القضية والتعرف إلى أبعادها يتوجب على متخذ القرار البحث عن بدائل الحل، حيث يعرف الحل البديل بالوسيلة المتاحة أمام متخذ القرار لحل القضية، أو أساليب العمل (طرائق حل) المتاحة لمعالجة القضية موضع البحث، والتي تحقق للمنظمة أفضل النتائج (إن لم تكن النتائج المثلى)، وهذا يتطلب البحث عن جميع سبل معالجة القضية (بدائل الحل).

تجدر الإشارة إلى أن عملية البحث عن البدائل تتضمن عملية تقييم مبدئية للبدائل بهدف استبعاد جميع البدائل التي لا تعالج القضية بشكل زجري، وتلك

الحلول التي تتجاوز قدرات المنظمة المادية والبشرية، وقد يتعذر على متخذ القرار تحديد بدائل الحل الممكنة بسبب:

1. عدم النظر بموضوعية إلى القضية، والسعي لحلها بما ينسجم مع أسلوب تفكير متخذ القرار.
2. القبول بالحلول المعروفة أو القبول بالأمر الواقع وهذا هو أفضل حل يمكن التوصل إليه.
3. اختيار الحل الوسط الذي يعد تأجيل القضية لحين فقدان فرصة (إمكانية حل القضية قبل استفحالها أو الاستفادة من فرصة متاحة).
4. القبول بأول البدائل لتجنب عناء البحث مدعين أنه البديل الوحيد المتاح.
5. القبول بالحلول التي يفرضها هذا الطرف أو ذاك من دون تمحيصها.
6. البدائل غير المألوفة تثير بعض الانتقادات، لذلك يحجم متخذ القرار طرحها خوفاً من الانتقادات المحتملة.

4. تقويم بدائل حل القضية

بعد تحديد بدائل الحل التي تحقق جميع متطلبات بيئة القرار الداخلية والخارجية، تبدأ عملية تقويم هذه البدائل للوصول إلى البديل الأفضل (إن لم يكن الأمثل)، وهذا يتطلب من متخذ القرار اعتماد معايير لتقويم هذه البدائل، بكلمة أخرى يجب على متخذ القرار اختيار المعيار (المعايير) التي تقوم البدائل من حيث تحقيقها لأهداف المنشأة وسياساتها، بالإضافة للتأكد من أن المنشأة قادرة على تمويلها، وتأمين جميع متطلبات تنفيذها، كما يتوجب التأكد من أن هذه البدائل مجدية وتحظى بقبول المعنيين بالقرار؛ لذلك يمكن اعتماد إحدى الطرق الآتية بالتقويم:

1. معيار مقارنة العيوب والمزايا: حيث تقارن مزايا البدائل المتاحة وعيوبها، ويتم اختيار بديل يتمتع بأفضل المزايا وأقل العيوب، طبعاً هذا المعيار ينطوي على كثير من المشاكل المرتبطة بجمع البيانات عن مزايا البدائل وعيوبها، التي قد تؤدي إلى تفوق بديل مختلف بميزة معينة على باقي البدائل، وبالتالي تثير المزيد من الشك حول مزايا وعيوب البدائل؛ مما يدفع متخذ القرار لاختيار القرار الذي يتفوق بميزة وحيدة فقط (مثل البديل الأسهل في التطبيق، أو البديل الأقل تكلفة، أو البديل المعروف الخ...)،.

2. معيار الأوزان المرجحة: يعتمد هذا المعيار في المفاضلة بين البدائل عن طريق ترتيب الميزات والخصائص حسب أهميتها، ثم تعطى كل ميزة وزناً ترجيحياً أو نسبياً، بعد ذلك يقدر متخذ القرار مدى توافر هذه الميزة بكل بديل من البدائل، ثم يقوم بضرب الوزن النسبي لكل ميزة بنسبة توافرها في كل بديل وأخيراً يقارن الأوزان المرجحة للبدائل حيث يعد أفضل البدائل البديل الذي حصل على أعلى الأوزان المرجحة.

3. أسلوب الاستغناء عن البديل الأضعف (المسيطر عليه): وفق هذا المعيار تتم مقارنة البدائل ويشطب البديل الذي يسيطر عليه من قبل باقي البدائل في جميع الظروف.

5. اختيار أنسب بديل للحل:

تحديد القضية و تحليلها وتطوير الحلول البديلة و تقويمها ، يخلق لمتخذ القرار الظروف المواتية لتحديد الحل الأفضل، أي اختيار البديل المناسب في ضوء المعلومات التي توافرت عن البدائل واحتمالاتها، لكن قبل اتخاذ قرار باختيار هذا البديل دون غيره يجب أن تخضع عملية التقويم إلى مراجعة من حيث مدى دقة المعلومات التي يستند إليها القرار، وهل يرتبط القرار بأهداف المؤسسة، وهل

تم تقويم جميع البدائل، وهل توجد معلومات جديدة قد تؤثر على الاختيار النهائي للبدل، فإذا تمت هذه المراجعة يتم اتخاذ القرار النهائي، وهذه العملية ليست بالسهلة ولكن توجد هناك بعض المعايير التي تساعد في عملية اختيار أفضل حل من بين الحلول المحتملة.

يتوجب على متخذ القرار الحرص على اختيار البديل الذي يسهم أكثر من غيره في تحقيق أهداف المؤسسة بصورة عامة، وأن لا تنحصر نظراته في تحقيق أكبر فائدة لإدارته أو قسمه فقط، ولما كانت عملية اتخاذ القرار صعبة، يمكن لمتخذ القرار اعتماد بعض أو جميع الوسائل الآتية لمساعدته في اختيار البديل الأفضل¹.

1. المقارنة الموضوعية : (التعقل، وعدم الاندفاع وعدم التحيز).
2. الاستعانة بأراء الخبراء، والمستشارين، والمتخصصين من داخل المنظمة و / أو من خارجها.
3. ترتيب البدائل ترتيباً تنازلياً حسب أولويته.
4. إعادة النظر في إيجابيات كل بديل مطروح وسلبياته.
5. الاستعانة بالأساليب و الأدوات الرياضية لوضع المشكلات و بدائلها.
6. تطبيق ومتابعة الحل:

يجب على متخذ القرار اختيار الوقت المناسب لإعلان القرار حتى يؤدي أحسن النتائج، وعندما يطبق القرار المتخذ، وتظهر نتائجه يقوم المدير بتقويم هذه النتائج ليرى درجة فاعليتها، ومقدار نجاح القرار في تحقيق الهدف الذي اتخذ من أجله، وعملية المتابعة تنمي لدى متخذ القرارات أو مساعديهم القدرة على

¹ : سيد المواربي. مرجع سبق ذكره. (1997). ص : 46.

تحري الدقة والواقعية في التحليل أثناء عملية التنفيذ؛ مما يساعد على اكتشاف مواقع القصور، ومعرفة أسبابها، واقتراح سبل علاجها .

أي تطبيق القرار يعني تحويل الحل إلى عمل وهذا يستلزم أن يتفهم القائمون بالتنفيذ التغيرات المتوقعة حدوثها في سلوكهم وتصرفاتهم، كذلك التغيرات المتوقعة في تصرفات الأشخاص الآخرين الذين يعملون معهم، ولكن الفهم وحده لا يكفي إذ لا بد من تحفيزهم و ترغيبهم.

ومن أفضل وسائل تحفيز الأفراد و دفعهم للعمل هي تلك التي تجعل العاملين يؤمنون بأن القرار المتخذ هو قرارهم، ولن يتأتى ذلك إلا باشتراكهم في عملية اتخاذ القرار خاصة في مراحل تنمية الحلول وتقويمها واختيار أنسبها؛ لأن مشاركتهم في هذه المراحل قد تساعد على إظهار بعض الصعوبات أو الموارد المتاحة غير المستعملة التي تكون غير معروفة بالنسبة لمتخذ القرار .

وبما أن كثير أمن العوامل والمتغيرات التي تحيط بعملية اتخاذ القرار قد تتغير باستمرار، لذلك فإن عملية متابعة ورقابة التنفيذ تساعد متخذ القرار على التأكد من سلامة قراراته وقدرتها على تحقيق الأهداف، ومتخذ القرار بمتابعته المستمرة يتعرف أوجه القصور والعقبات التي قد تنشأ أثناء التنفيذ ويسعى لتذليلها، ويمكنه من خلال المتابعة هذه الوقوف على النتائج والمتطلبات، كتعديل القرار أو اتخاذ إجراءات إضافية لتنفيذه، ويضاف إلى ذلك أن عملية المتابعة لتنفيذ القرار تساعد على تنمية روح المسؤولية لدى المرووسين وحثهم على المشاركة في اتخاذ القرار .

العوامل المؤثرة في عملية اتخاذ القرار الإداري .

على الرغم من تعدد القرارات التي يتخذها المدير في اليوم الواحد، فإن العوامل المؤثرة في عملية اتخاذ القرارات تزيد من صعوبة وكلفة هذه العملية، وإذا ما تداخلت هذه العوامل بقوة فإنها تقود أحياناً إلى قرارات خاطئة (قرارات غير

رشيدة)، لهذا فإن اتخاذ أي قرار ومهما كان بسيطاً ومحدود المدى فإنه يستلزم من الإدارة التفكير في العوامل المختلفة التي تؤثر في القرار، بعضها داخل المنظمة (عوامل داخلية)، وبعضها من خارج المنظمة (عوامل خارجية)، وبعضها سلوكي أو إنساني، بالإضافة إلى عوامل كمية أخرى ترتبط بالتكلفة والعوائد المتوقعة، وتعد العوامل الآتية من أهم العوامل المؤثرة في عملية اتخاذ القرار الإداري¹:

أولاً: عوامل البيئة الخارجية (External Environment Influence)

تشمل عوامل البيئة المحيطة التي تعمل في وسطها المنظمة والتي لا تخضع لسيطرتها بل إن إدارة المنظمة تخضع لضغوطها، وتتمثل هذه العوامل في الآتي:

- الظروف الاقتصادية والسياسية والمالية السائدة في المجتمع.
- التطورات الثقافية والتكنولوجية والقاعدة التحتية التي تقوم عليها الأنشطة الاقتصادية.
- الظروف الإنتاجية القطاعية مثل المنافسين والموردين والمستهلكين.
- العوامل التنظيمية الاجتماعية والاقتصادية مثل النقابات والتشريعات والقوانين الحكومية والرأي العام والسياسة العامة للدولة وشروط الإنتاج.
- درجة المنافسة التي تواجه المنظمة في السوق.

إن هذه العوامل ترتب على إدارة المنظمة قرارات لا ترغب في اتخاذها مثلاً إذا كان القرار المتخذ قد تم اتخاذه تحت ضغوط سياسية أو ذا طابع سياسي أو اجتماعي فمن الصعب استخدام الرشد في اتخاذه، إلا أن ذلك لا يعني ألا يقوم متخذو القرارات بدراسة عميقة للمسائل والمشكلات واستخدام إجراءات منظمة

¹ ناديا أيوب، "نظرية القرارات الإدارية"، (جامعة دمشق، سوريا، 1997)، مرجع سبق ذكره.

وأحكام رشيدة تمكنهم من الوصول إلى استنتاجاتهم، ولكنه يعني أن إجراءات القرارات لا يمكن اعتمادها من دون وضع عوامل الواقع الذي تعمل فيه المنظمة بالحسبان.

ثانياً: عوامل البيئة الداخلية (Internal Environment Influence)
وتتمثل بالعوامل التنظيمية، وخصائص المنظمة، وهي عوامل كثيرة نذكر أهمها :

- عدم وجود نظام للمعلومات داخل المؤسسة يفيد متخذ القرار.
- عدم وضوح درجة العلاقات التنظيمية بين الأفراد والإدارات والأقسام.
- درجة المركزية و حجم المنظمة.
- درجة وضوح الأهداف الأساسية للمؤسسة.
- مدى توافر الموارد المالية و البشرية والفنية للمؤسسة.
- القرارات التي تصدر عن مستويات إدارية أخرى.
- ومن العوامل البيئية الداخلية التي تؤثر في اتخاذ القرار، تلك التي تتعلق بالهيكل التنظيمي وطرق الاتصال والتنظيم الرسمي وغير الرسمي وطبيعته وتوافر مستلزمات التنفيذ المادية والمعنوية والفنية¹.

ويظهر تأثير هذه العوامل بنواح متعددة ترتبط بالآتي:

- بالظروف المحيطة بمتخذ القرار.
- تأثير القرار في مجموع الأفراد في المنظمة.
- بالموارد المالية و البشرية و الفنية المتاحة أمام إدارة المنظمة.

ثالثاً: عوامل شخصية و نفسية (Decisions Maker Influence)

¹ : حسين علي مشرفي، مرجع سبق ذكره. ص : 30.

العوائق التي تمنعه من الوصول إلى القرار المناسب، ويمكن إجمال هذه العوائق في الآتي¹:

1. عدم إدراك المشكلة و تحديدها : يلقي متخذ القرار صعوبة في تحديد المشكلة نتيجة تداخل مسبباتها بنتائجها؛ مما يتعسر عليه عدم القدرة على تمييزها بدقة وبالتالي تتجه جهوده لمعالجة المشاكل الفرعية من هذه المشكلة وعدم التعرض إلى المشكلة الحقيقية لعدم قدرة تحديدها و تعريفها.
2. عدم القدرة على تحديد الأهداف التي يمكن أن تتحقق باتخاذ القرار: إن القرارات تسعى دائماً لتحقيق مجموعة من الأهداف. هذه الأخيرة قد تتعارض مع بعضها وقد تتعارض مع أهداف بعض الإدارات والأقسام أيضاً، كما قد تختلف في أهميتها؛ مما يتطلب من متخذ القرار أولاً التمييز بين أقل الأهداف أهمية، ثم توجيه الجهود لتحقيق الأهداف الأكثر أهمية.
3. شخصية متخذ القرار: قد يكون متخذ القرار واقعاً عند اتخاذ قراره تحت تأثير بعض العوامل، كالقيود الداخلية التي تشمل التنظيم الهرمي الذي تقرره السلطة وما ينجم عنه من بيروقراطية وجمود، وضرورة التقييد بالإجراءات الداخلية أو القيود الخارجية، وبالتالي ينجم عنها خضوع متخذ القرار لسلطة أعلى تحدد الغايات الكبرى الواجب تحقيقها؛ مما ينعكس سلبياً على أفكاره وتطلعاته؛ مما يؤثر على المنظمة ونجاحها.
4. نقص المعلومات: يعد عدم توافر المعلومات من أهم الصعوبات التي تواجه متخذ القرار، إذ تعد المعلومات من أهم موارد المنظمات في العصر الحديث حيث يجب أن تعطي صورة متجددة عن بيئة العمل وظروفه وإمكاناته والقيود.

¹ : حسن علي مشرفي. مرجع سبق ذكره. ص: 32.

وبما أن صحة القرار تبني على صحة المعلومات التي استخدمت لاتخاذها، فإن متخذ القرار مطالب بتحديد نوع المعلومات اللازمة ومصادر الحصول عليها، والعمل على جمعها وتحليلها وتحديثها باستمرار.

ثانيا : مشاركة الأفراد في اتخاذ القرارات: (Employee Participation in Decision Making)

يؤكد العديد من الكتاب و الباحثين على أهمية و ضرورة الأفراد و الجماعات في عمليات اتخاذ القرارات مشاركتها لما يترتب على ذلك من نتائج وأثار إيجابية، مثل: زيادة الإنتاج وتحسين نوعيته، وتحسين الأداء، وزيادة الرضا الوظيفي وتعميق الالتزام والانتماء لدى الأفراد وغيرها، ويقول أحد الكتاب بعد إجراء مراجعة حديثة للدراسات في هذا المجال: إن المشاركة في اتخاذ القرارات بصورة عامة تعزز الشعور بالانتماء للمؤسسة، وتوفر حياة عمل إيجابية، وصحة عقلية من خلال تحقيق حاجات الاستقلالية والمسؤولية، والجوانب المادية للفرد"، وقد ثبت أن المشاركة تحقق إنتاجية أعلى، وتقلص الدوران الوظيفي، ومزيد من الرضا الوظيفي.

إن التحديات الكبيرة التي تواجه المؤسسات المعاصرة تتطلب مزيداً من المشاركة في اتخاذ القرارات للوصول إلى قرارات أفضل، كما أن الأفراف الجديدة التي تلتحق بالمؤسسات تتوقع أن يسمح لها بالمشاركة في التأثير على القرارات المتعلقة بأعمالهم، ومن ناحية أخرى، فإنه أصبح ينظر إلى المشاركة من زاوية أخلاقية، إذ إن عدم المشاركة يؤدي إلى إلحاق أضرار جسمانية ونفسية بالعاملين على المدى البعيد.

ويمكن أن تتم المشاركة في اتخاذ القرارات على أساس فردي أو جماعي و بصورة رسمية أو غير رسمية، ما المشاركة الفردية، فتتمثل في تأثير الفرد في

قرارات رئيسه، وتتم المشاركة على مستوى الجماعة، من خلال الأساليب الاستشارية أو الديمقراطية، ويرى الكاتبان شميد (Schmidt) وتانو (Tanneubaun) أن المشاركة تمثل خطأ مستقيماً تقع عليه درجات متفاوتة من المشاركة، وباستطاعة المدير أن يمارس درجات متفاوتة من المشاركة، وليس بالضرورة الالتزام بنمط واحد، وذلك تبعاً للموقف والظروف¹.

يتوقف نجاح المشاركة وفعاليتها على توافر متطلبات وشروط معينة، يتعلق بعضها بالعاملين أنفسهم والبعض الآخر له صلة بالبيئة، ومن هذه العوامل نجد:

- توافر الوقت اللازم للسماح بالمشاركة.
- الفوائد المتوقعة من المشاركة تفوق التكلفة.
- الموضوع الذي سيشارك فيه العاملون له صلة بمصالحهم.
- يمتلك المروءسون القدرات المناسبة لمعالجة الموضوع.
- مقدرة متبادلة على الاتصال.
- عدم شعور أي طرف بالتهديد.
- أن يكون الموضوع ضمن سلطات الجماعة ومسؤولياتها. وعلى الرغم من النتائج الإيجابية لاتخاذ القرارات الجماعية، سواء بالنسبة للفرد أو الجماعة أو المنظمة، إلا أن بعض الكتاب والباحثين لديهم تحفظات حول استخدام القرارات الجماعية لما يصاحب ذلك من بعض السلبيات، مثل: الضغط الاجتماعي على الأفراد للامتثال، وسيطرة الأقلية، واستبدال الأهداف، وكبت الأحكام الصائبة بسبب تفكير الجماعة (Group Think) والرغبة في تحقيق الإجماع... الخ، ويقترح جورج هير (George) استخدام أسلوب القرارات الجماعية في الحالات الآتية:

¹ حسين حريم، شفيق حداد وآخرون، "أساسيات الإدارة"، (مرجع سبق ذكره)، ص: 153

- إذا كانت المعلومات المتوفرة لدى الأفراد ستزيد من مستوى جودة القرار .
- إذا كان قبول القرار من الجماعة هاماً وضرورياً.
- الاعتقاد بأهمية وضرورة تطوير الأفراد وتنميتهم.

مزايا المشاركة في اتخاذ القرارات:

تساعد على تحسين نوعية القرار، وجعل القرار المتخذ أكثر ثباتاً وقبولاً لدى العاملين، فيعملون على تنفيذه بحماس شديد ورغبة صادقة. كما تؤدي المشاركة إلى تحقيق الثقة المتبادلة بين المدير وأفراد التنظيم من ناحية، وبين التنظيم والجمهور الذي يتعامل معه من ناحية أخرى، وللمشاركة في عملية صنع القرارات أثرها في تنمية القيادات الإدارية في المستويات الدنيا من التنظيم، وتزيد من إحساسهم بالمسؤولية وتفهمهم لأهداف التنظيم، وتجعلهم أكثر استعداداً لتقبل علاج المشكلات وتنفيذ القرارات التي اشتركوا في صنعها، كما تساعد المشاركة في اتخاذ القرارات على رفع الروح المعنوية لأفراد التنظيم وإشباع حاجة الاحترام وتأكيد الذات، وهناك بعض الاحتياطات عند مشاركة الأفراد:

إشراك العاملين في الموضوعات التي تدخل في نطاق عملهم، والتي يملكون قدرات ومهارات تمكنهم من المساهمة فيها، تهيئة المناخ الصالح والملائم من الصراحة والتفاهم، وتوفير البيانات والمعلومات اللازمة حتى يتمكن الأفراد من دراستها وتحليلها وتحديد البدائل على أساسها.

وأخيراً هذه العوامل المناسبة لعملية المشاركة، مثل الأخذ بالأراء التي يدلي بها الأفراد إذا كانت ملائمة وذات فائدة عملية ويترتب على تطبيقها نتائج إيجابية تنعكس على فاعلية ورشد القرار الذي يتم اتخاذه عن طريق المشاركة.



الفصل الثاني
مقدمة في الاحتمالات





تقيس الاحتمالات إمكانية وقوع الحوادث؛ لذلك تستخدم على نطاق واسع كمقياس لدرجة عدم تأكد المرافقة للظواهر التي تؤثر على القرارات المتخذة وعلى نتائجها، على سبيل المثال: الإقبال على منتج معين (ساعة أو خدمة) يقاس من خلال صف الانتظار لطالبي الخدمة (إقبال مرتفع - طلب مرتفع) أو الصف الذي تشكله قنوات الخدمة بانتظار الطلبات (إقبال ضعيف).

وتقاس الاحتمالات على مقياس يقع ضمن المجال $[0 - 1]$ ، ويدل الاحتمال القريب من الصفر إلى أن وقوع الحدث شبه مستحيل، أما الاحتمال القريب من الواحد فيدل على أن وقوع الحدث شبه أكيد.

2-1- التجارب وفضاء العينة:

2.1.1. التجربة: تعرف التجربة بأنها أي عملية تعطي نتائج معرفة بدقة، وهذه النتائج تكون محددة بشكل مسبق، لكن لا يمكن معرفة النتيجة التي ستتحقق إلا بعد وقوعها، وفي كل مرة تجرى التجربة تظهر نتيجة واحدة من النتائج الممكنة، أي التجربة هي أي عمل يساعد في الحصول على إجابات عن تساؤلات مطروحة حول بعض الموضوعات ومنها:

- مراقبة الأسعار للسلع اليومية.
- دراسة الجودة لإنتاج معين .
- تحديد عدد المكالمات الهاتفية الواردة إلى مركز الهاتف خلال فترة معينة .
- دراسة الأخطاء المطبعية في عدد صفحات الكتاب.
- عدد حالات الغياب أو التأخر عن العمل.
- مراقبة تدفق السلع من الموردين.
- حركة التدفقات النقدية

- قياس درجة الحرارة في مكان معين وخلال فترة محددة.

2.1.2. فضاء العينة:

الخطوة الأولى في التجربة تعريف نتائجها بشكل دقيق، وهذه النتائج تشكل ما يعرف بفضاء عينة التجربة، أي فضاء العينة يتألف من جميع النتائج التي يمكن أن تؤدي إليها التجربة، أما نتيجة التجربة فتعرف بأنها حدث، ويشار إليه كعنصر من عناصر فضاء العينة، أي الحدث هو نتيجة أو أحد نتائج التجربة، ويرمز للأحداث بالحروف الكبيرة $A, B, C, \dots$ ، والحدث هو مفهوم مجرد لا يمكن إدراكه إلا بشكل حدسي، على سبيل المثال تجربة رمي قطعة عملة معدنية، نتائج التجربة هي ظهور شعار العملة A ، أو ظهور الكتابة B ، بالآتي يمكن وصف فضاء العينة $S = \{A, B\}$ ؛ أما تجربة اختبار الجودة واختيار وحدة منتجة للتأكد من جودتها نتائج التجربة هي الوحدة التي تم اختيارها جيدة A ، أو معيبة B ، بالآتي يمكن وصف فضاء العينة $S = \{A, B\}$ ، في حين نجد فضاء العينة أكبر في تجربة رمي حجر النرد، لأن نتائج التجربة والمعرفة بعدد النقاط على الوجه العلوي للحجر هي $1, 2, 3, 4, 5, 6$ ، أما فضاء العينة فيأخذ الشكل الآتي:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

3.1.2. احتمالات نتائج التجارب:

الاحتمال هو مقياس عددي لإمكانية وقوع حوادث معينة مرتبط بالتجربة (نتائجها)، ويفترض أن تحقق نتائج التجربة قيدين (شرطين) أساسيين، هما:

1. قيم الاحتمالات لأي نتيجة من نتائج التجربة يجب أن تقع ضمن المجال $[0 - 1]$ ، فإذا عرفنا نتيجة التجربة i بالرمز i ، وإلى احتمال هذه

النتيجة بالرمز $P(E_i)$ ، يأخذ هذا القيد الشكل الآتي:

$$1 \geq P(E_i) \geq 0$$

2. مجموع احتمالات نتائج التجربة يساوي الواحد الصحيح، على سبيل المثال عندما يحتوي فضاء العينة على K تجربة، فإن هذا القيد يأخذ الصيغة الآتية:

$$p(E_1) + p(E_2) + \dots + p(E_k) = 1$$

$$\sum_{i=1}^k p(E_i) = 1 \quad \text{أو الصيغة}$$

يجب استيفاء هذين الشرطين لدى حساب احتمالات النتائج للحصول على مقاييس عددية مقبولة للنتائج، وتستخدم عادة إحدى الأساليب الآتية لتحديد الاحتمالات: الاحتمال التقليدي، الاحتمال الإحصائي، الاحتمال الذاتي.

4.1.2. الاحتمال التقليدي (تعريف لابلاس): وفق لابلاس احتمال وقوع الحادث A خلال تجربة عشوائية ما يساوي إلى نسبة عدد مرات وقوعه $h(A)$ إلى عدد جميع الحوادث الممكنة الوقوع $h(S)$ خلال التجربة، وتأخذ الصيغة الرياضية للاحتمال التقليدي الشكل الآتي:

$$P(A) = \frac{h(A)}{h(S)} \quad \text{حيث:}$$

$P(A)$ - احتمال وقوع الحدث A

$h(A)$ - عدد مرات ظهور الحدث A خلال التجربة (المراقبة)

$h(S)$ - عدد الحوادث الممكنة الوقوع خلال التجربة (المراقبة)

ويشترط أن تكون لجميع الحوادث فرص (حظ) متساوية للوقوع، أي باحتمال متساوٍ، كما يفترض توفر المعطيات الأولية حول التجربة ومعلومة، ونميز لهذا الشكل الصفات الآتية:

أ- حساب احتمال وقوع الحدث (أي تحققه) هو حدث معين يتطلب من أجله المعرفة المسبقة للحقائق.

ب- إن احتمالات النتائج ثابتة، مثل: (رمي قطعة نقود - رمي حجر النرد).

على سبيل المثال:

احتمال ظهور الشعار في تجربة رمي قطعة نقد معدنية يساوي:

$$P(A) = \frac{h(A)}{h(S)} = \frac{1}{2} = 0.5$$

احتمال ظهور الرقم (3) في تجربة رمي حجر النرد يساوي: $P(3) = \frac{h(1)}{h(S)} = \frac{1}{6}$

لقد طور الاحتمال التقليدي أساساً لحل قضايا المقامرة حيث تعد فرضية تكافؤ فرص تحقق النتائج مقبولة، لكن هذه الفرضية غير مقبولة في الحياة العملية لذلك طورت احتمالات أخرى لهذه الغاية.

5.1.2. الاحتمال الإحصائي (تعريف ريتشارد فون ميزس):

هذا التعريف يستند إلى التردد أو التكرار، وهو ما يسمى بالتعريف التجريبي، ويفسر الاحتمال $P(A)$ على أنه تكرار احتمالي، ويفترض إجراء سلسلة من المحاولات المستقلة (تعد كل محاولة منها تجربة عشوائية مستقلة)، لجمع المعطيات والمعلومات عن وقوع الحدث التي تستخدم لقياس الاحتمال،

وذلك نظراً لتعذر أو استحالة عمليات القياس في أي وقت (مثل هطول الأمطار-الحوادث المرورية - وغيرها) أي:

$$P_A = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(A)$$

$$f_n(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{h_n(A)}{n} \quad \text{حيث:}$$

P_A - الاحتمال الإحصائي (التجريبي).

$f_n(A)$ - التكرار النسبي لظهور الحادث A خلال n محاولة.

$h_n(A)$ - التكرار (عدد مرات) ظهور الحادث A خلال n محاولة.

n - عدد المحاولات خلال التجربة.

6.1.2. الاحتمال الذاتي (الشخصي):

تصادف في الحياة العملية حالات لا يمكن الاعتماد خلالها على الاحتمال التقليدي أو الاحتمال الإحصائي، وبآلاتي يقدر الاحتمال بشكل ذاتي، ويعرف هذا الاحتمال باسم سافاج الذي وضعه وطوره للمرة الأولى، ويرى أن الإنسان يستخدم عقله لتقدير للاحتتمالات بشكل موضوعي بالاستناد إلى بيانات يعدها صحيحة.

مثلاً إذا كان المزارع يعتقد أن تحقيقه لغلل جيدة ستكون باحتمال $P(A) = 5/7$ ، واحتمال عدم تحقيقه لغلل جيدة هو $P(B) = 2/7$ ، هذا قد يكون قد قدره من خبرته الشخصية، بأنه خلال سبع دورات زراعية سيحقق خمس مرات غلال جيدة، ومرتان لن يحقق غلال جيدة، وبآلاتي قدر الاحتمال بنسبة عدد المرات التي يتوقع فيها غلالاً جيدة a إلى مجموع عدد المرات التي يتوقع فيها تحقيق غلال جيدة وعدد المرات التي لن يحقق فيها غلالاً جيدة b ، أي:

$$P(A) = \frac{a}{a+b} = \frac{5}{5+2} = \frac{5}{7}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{b}{a+b} = \frac{2}{5+2} = \frac{2}{7} = P(B)$$

2.2. مسلمات (بديهيات) في الاحتمالات:

نرمز لفضاء عينة بالرمز S والمجموعات الجزئية التي تمثل الحوادث الابتدائية نرمز لها بـ $E_1, E_2, \dots, E_n$ حيث إن عدد الحوادث الابتدائية n حدثاً، والحوادث البسيطة تخضع إلى الشرطين الأساسيين الآتيين:

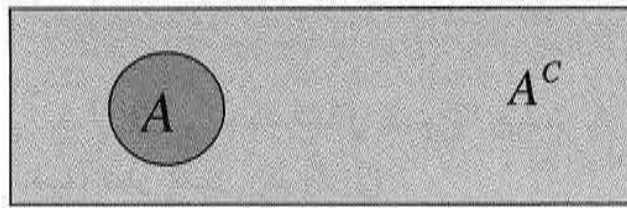
1- إن احتمال أي حدث بسيط يجب أن يقع في المجال المغلق $[0, 1]$ أي: $1 \leq P(E_i) \geq 0$ حيث إن $P(E_i)$ تمثل احتمال حصول الحدث الابتدائي E_i عندما $i = 1, 2, \dots, n$

2- إن مجموع احتمالات الحوادث البسيطة (الابتدائية) يساوي إلى فضاء العينة S ويساوي إلى الواحد الصحيح أي: $\sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$

1.2.2. مكمل الحدث:

يوجد لكل حدث A حدثاً مكماً (متمماً) يشمل جميع الحوادث (النقاط) غير الموجودة في الحدث A ، ويرمز لمكمل الحدث A بالرمز A^C ، انظر الشكل رقم (1-2) يوضح الحث المكمل، حيث فضاء العينة يمثل بالمستطيل، في حين يمثل الحدث A بالدائرة، في أي تطبيق لاحتمال حدث A ومكمله A^C الشرط الآتي محقق:

$$P(A) + P(A^C) = 1$$



الشكل قم (1-2)

المستطيل يمثل فضاء التجربة (العينة)

الدائرة تمثل الحدث $P(A)$ وهو أيضاً

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

باقي المستطيل (أي عدا الدائرة) يمثل مكمل الحدث فضاء التجربة (العينة).

2.2.2. قانون جمع الاحتمالات:

يفيد قانون جمع الاحتمالات عندما يكون لدينا حدثان أو أكثر ونرغب في معرفة

وقوع أحدها على الأقل، وعندما نتحدث عن حوادث محددة مثل الحدثان A و B

ونرغب في معرفة احتمال وقوع A أو B أو A و B معاً.

قبل الحديث عن جمع الاحتمالات سنتعرف إلى مفهومين أساسيين يستخدمان

للتعبير عن العلاقة بين الحوادث، وهما مفهوم اجتماع (اتحاد) الحوادث ومفهوم

تقاطع الحوادث.

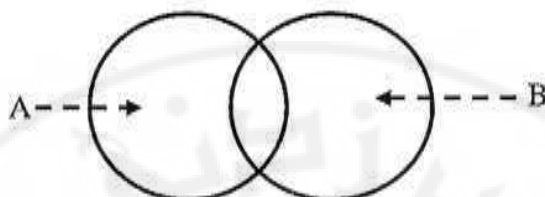
A. اجتماع الحوادث:

اجتماع الحوادث: هو الحدث الذي يحتوي على جميع نتائج (نقاط فضاء)

العينة التي تنتمي إلى أي حادث من الحوادث المجتمعة، مثلاً اجتماع A , B

والذي يعبر عنه بالعلاقة $A \cup B$ هو الحدث المؤلف من جميع الحوادث

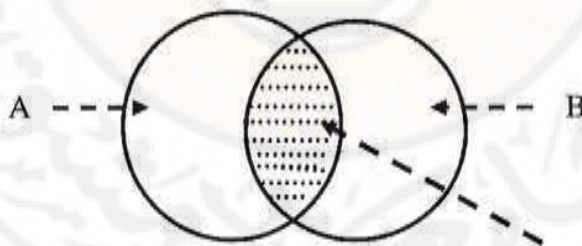
الابتدائية المنتمية إلى A أو B أي الحدث الذي يقع إذا حدث A أو B أو كلاهما معاً وبالوقت نفسه، انظر الشكل رقم (2-2):



الشكل رقم (2-2) $A \cup B = A \cup B$

B. تقاطع الحوادث:

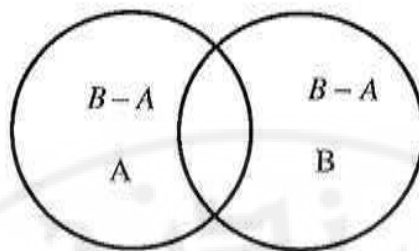
تقاطع الحوادث: هو الحدث الذي يحتوي على النتائج (نقاط فضاء) العينة التي تنتمي إلى جميع الحوادث، مثلاً تقاطع A و B والذي يعبر عنه بالعلاقة $A \cap B$ هو الحدث المؤلف من جميع الحوادث الابتدائية المنتمية إلى A و B أي الحدث الذي يقع إذا حدث A و B معاً وبالوقت نفسه انظر الشكل رقم (3-2):



الشكل رقم (3-2) $A \cap B = A \cap B$

C. فرق حدثين A و B :

هو عبارة عن جميع الحوادث الابتدائية التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B،
أو تنتمي إلى B ولا تنتمي إلى A انظر الشكل رقم (2-4).



الشكل رقم (2-4)

3.2.2. الحدث الأكيد والحدث المستحيل:

نقول عن الحدث A إنه حدث أكيد إذا كان لابد و أن يقع عند إجراء التجربة،
أو حدوث الظاهرة. ونرمز للحدث أكيد برمز فضاء العينة S وحيث إن:
 $P(S) = 1$ ، مثل احتمال الحصول على أحد وجهي قطعة النقد، أما في حال
أن الحدث A لا يمكن أن يقع أبداً عند إجراء التجربة نقول عنه: إنه الحدث
المستحيل، ونرمز له بالرمز $(\emptyset)$ ونكتب: $P(\emptyset) = 0$ مثل: احتمال
الحصول على الوجه رقم 7 من إجراء رمي حجر نرد.

A. الحدث الاحتمالي:

هو الحدث الذي يقع باحتمال معين، وتكون قيمه محصورة بين الحدث
أكيد والحدث المستحيل: $1 \geq P(E_i) \geq 0$.

الحوادث المتكافئة أو متساوية الاحتمال (المتماثلة): نقول عن حدثين أو
عدة أحداث إنها أحداث متكافئة (أو متماثلة) إذا كانت متكافئة الفرص في

الحدث أي لها فرصة حدوث واحدة، إن الحصول على أي وجه من وجوه قطعة النقود يساوي $\left(\frac{1}{2}\right)$ أي الحوادث متكافئة الحدث.

وكذلك عند رمي حجر النرد فإن أي وجه من وجوه حجر النرد له الاحتمال نفسه في الحدث أي له الفرصة نفسها $\left(\frac{1}{6}\right)$.

إذا كانت جميع الظروف مواتية أي كانت A و B متكافئين إما أن يحدث الحدث A أو الحدث B أو يحدثا معاً أو لا يحدثان معاً .
B. الحوادث المتنافية:

نقول عن حدثين A و B إنهما حدثان متنافيان إذا كان حدوث أحدهما يلغي حدوث الآخر، أي لا يمكن أن يحدثا معاً .

وفي الحالة المعاكسة نقول عنهما: إنهما غير متنافيين. $P(A) \cap P(B) = \emptyset$

مثال: الحصول على رقم 5 لدى رمي حجر النرد ينفي ظهور أي رقم من الأرقام (1, 2, 3, 4, 6).

يمكن التعميم على عدد منته من الحوادث، فإذا كان لدينا الحوادث الآتية:
 $E_1, E_2, \dots, E_n$ فإننا نقول عنها: إنها حوادث متنافية مثلي مثلي إذا كان حدوث أي حادثين من هذه الحوادث متنافيين ونكتب:

$$\forall i, j \in N : E_i \cap E_j = \emptyset \quad : i \neq j$$

C. الحوادث المستقلة : نقول عن الحدثين A و B إنهما مستقلان إذا كان تحقق أحدهما لا يؤثر في إمكانية تحقق الآخر، وبالآتي يتحقق الشرط :

$$P(B|A) = P(B) \text{ أو } P(A|B) = P(A)$$

وفيما عدا ذلك يكونان الحدثان غير مستقلين، أي مرتبطين.

مثال (2 - 1) : في تجربة لرمي حجر النرد عرفنا $P(A)$ هو احتمال الحصول الوجه الفردي و $P(B)$ هو احتمال الحصول على وجه أصغر من 4 . والمطلوب: حدد فيما إذا كان الحدثان A, B مستقلين .

الحل : بما أن $P(A) \neq P(A|B)$ فإن الحدثين A, B مرتبطين .

الحوادث غير المتنافية : هي الحوادث التي يمكن تحقق أحدهما وحده أو تحقق الآخر وحده أو تحقق الاثنان معاً بالوقت نفسه .

3.2. العمليات الأساسية على الاحتمالات

1.3.2. جمع الاحتمالات: مجموع حدثين A, B متنافيان هو حدث ثالث (C) يحدث إذا حدث أحدهما A أو B أو كلاهما معاً.

$$\forall A, B \in S : P(A) \cup P(B) \in P(S)$$

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{أي:}$$

$$(A \cap B) = \phi \quad \text{وإذا كان:}$$

وبالتعميم على عدد منته من الحوادث :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n) \\ &= P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots + P(E_n) \end{aligned}$$

احتمال وقوع حدث مكون من وقوع عدد منته من الحوادث المتنافية يساوي إلى مجموع احتمالات وقوع هذه الحوادث، ويمكن أن نكتب العلاقة على الشكل الآتي:

$$P(E) = \sum_{i=1}^n P(E_i) = P\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right)$$

وحيث إن:

$$\left(E_i \cap E_j\right) = \phi$$

بعض الملاحظات في جمع الاحتمالات :

1- نتذكر أن مجموع احتمالات نتائج تجربة معينة يساوي الواحد:

$$\sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$$

2- مجموع احتماليين لحدثين متتامين (أو متعاكسين) يساوي الواحد أي:

$$\forall A \subseteq S : A \cup \bar{A} = S$$

وبالآتي من أجل A, B وباستخدام خواص المجموعات نكتب :

$$B = B \cap S = B \cap (A \cup \bar{A}) = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$$

$$P(B) = P(B \cap S) = P(B \cap (A \cup \bar{A})) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$$

$$(P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

3- لا يجوز جمع الاحتمالات مطلقاً في الحالة التي يمكن للأحداث أن تحدث معاً بالوقت نفسه والحوادث المستقلة.

مثال (2-2): إذا رمينا حجر نرد أربع مرات ما هو احتمال الحصول على الوجه (4) خلال هذه الرميات الأربع من الخطأ أن نقول الاحتمال هو:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

والخطأ أكثر وضوحاً إذا رمينا حجر النرد سبع مرات وقلنا احتمال ظهور

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$$

الوجه (4) هو:

لأن الاحتمال يجب أن يكون أقل أو يساوي الواحد ونحن أجبننا (وجوابنا خاطئ طبعاً) أن الاحتمال واحد وسدس.

2.3.2. الاحتمال الشرطي:

تصادف في الحياة العملية حالات يمكن خلالها تحديد احتمالات وقوع حدث ما إذا تأكد وقوع حدث آخر، على سبيل المثال إذا كان احتمال وقوع الحدث A هو $P(A)$ وتوفرت معلومات جديدة عن وقوع حدث آخر B ، فإذا كان الحدث الأول A مرتبطاً بالحدث الثاني B يمكن حساب احتمال جديد للحدث A . ويعبر عن هذا الاحتمال بالصيغة الآتية $P(A|B)$ ، ونقرأ احتمال وقوع الحدث A علماً أن الحدث B قد وقع فعلاً، أما حساب الاحتمال الشرطي فيتم وفق العلاقة الآتية:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad : P(B) \neq 0$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad : P(A) \neq 0$$

مثال (2 - 3): في تجربة رمي حجر النرد، حيث يعرف الحدثان A ، B على الشكل الآتي: A احتمال الحصول على رقم فردي و B احتمال الحصول على رقم أصغر أو يساوي 3.

المطلوب: حساب الاحتمال الشرطي للحدث A على افتراض أن الحدث B قد حصل مسبقاً. أي إيجاد $P(A/B)$.

الحل:

يحدث A عندما نحصل على الوجوه 1, 3, 5 أي $A = \{1, 3, 5\}$ أما الحدث B فإن: $B = \{1, 2, 3\}$ فإذا افترضنا إن B قد حدث مسبقاً عندئذ ينصب اهتمامنا على الحوادث الابتدائية 1, 2, 3 والتي لها احتمالات متساوية الحدوث، إن اثنين من هذه الحوادث الابتدائية الثلاثة وهما الحدثان 1, 3 موجودان في الحدث A . عندئذ نكتب $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{2}{3}$. ويمكن إيجاد النتيجة نفسها بالتعويض المباشر في العلاقة إذا علمنا أن $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ وعندئذ

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

3.3.2. ضرب الاحتمالات:

تستخدم عمليات ضرب الاحتمالات لتحديد احتمال وقوع (تقاطع) حدثين معاً، وتشتق الصيغة الرياضية لضرب الاحتمالات من تعريف الاحتمال الشرطي، حيث يمكن حساب قيمة $P(A \cap B)$ على النحو الآتي:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{من}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{ومن}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

ضرب الاحتمالات يكون مفيداً عندما تكون بعض الاحتمالات، مثل:
 $P(A)$ و $P(B)$ و $P(B|A)$ معروفة، وبعضها غير معروفة، مثل:
 $P(A \cap B)$.

المثال رقم (2-4):

أجرت مكتبة كلية الاقتصاد دراسة حول رواد كلية الاقتصاد، توصلت إلى أن 70% من طلابها يرتادون المكتبة في أيام الدوام الرسمي نعرف حدث زيادة المكتبة بالرمز ويرمز للحدث بالرمز R وبآلاتي يكون $P(R) = 0.70$ ، وتوصلت إلى أن 80% من رواد المكتبة خلال أيام الدوام الرسمي يرتادونها في عطلة نهاية الأسبوع، ونعرف حدث زيادة المكتبة خلال عطلة نهاية الأسبوع بالرمز Z وبآلاتي يكون $P(Z|R) = 0.80$.

المطلوب:

ما احتمال أن يرتاد طالب في كلية الاقتصاد المكتبة في جميع الأيام التي تفتح فيها المكتبة.

الحل:

$$P(Z \cap R) = P(Z|R) \cdot P(R) = 0.8(0.7) = 0.56$$

ضرب احتمالات الحوادث المستقلة، نتذكر أن الحادثين A و B يعدان مستقلين عندما يتحقق الشرطان الآتيان:

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{و} \quad P(B|A) = P(B)$$

بتبديل $P(B|A)$ بما يساويها $P(B)$ وكذلك تبديل $P(A|B)$ بما يساويها $P(A)$ في العلاقة التي تحدد ضرب الاحتمالات الواردة أعلاه، يتم الحصول على العلاقة تبين ضرب احتمال وقوع حدثين مستقلين:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

وبالتعميم نحصل على قانون ضرب الاحتمالات، بفرض لدينا الحوادث المستقلة $E_1, E_2, \dots, E_n$ نجد أن:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) \\ &= P(E_1) \cdot P(E_2) \cdot \dots \cdot P(E_n) \\ &= \prod_{i=1}^n P(E_i) = P\left(\bigcap_{i=1}^n E_i\right) \end{aligned}$$

مثال (2 - 5): إذا رمينا حجر نرد مرتين ما هو احتمال الحصول على الوجه (5) في الرميّتين ؟ .

$$P(A) = \frac{1}{6} \quad \text{الحل : احتمال الحصول على الوجه (5) في الرمية الأولى}$$

$$P(B) = \frac{1}{6} \quad \text{احتمال الحصول على الوجه (5) في الرمية الثانية}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

4.2. التوزيعات الاحتمالية غير المستمرة - المتقطعة:

1.4.2. توزيع برنولي:

يعد توزيع برنولي المستقل أبسط شكل لدالة توزيع الاحتمالات المستقلة، وتتمثل محاولة برنولي لإيجاد هذه الدالة المبنية على تجربة لها نتيجتان فقط: النجاح S أو الفشل F ومن أمثلة هذه التجارب رمي قطعة نقد معدنية ستكون النتيجة الصورة S أو الشعار F ، واختبار جودة الإنتاج ستكون النتيجة اختيار وحدة سليمة S أو معيبة F .

وعادة يفترض أن المتغير الذي يصف النتيجة يأخذ القيمة (1) عندما تصادف النتيجة حالة نجاح، ويأخذ القيمة (0) عندما تصادف حالة فشل، استناداً لهذا الفرض تأخذ دالة توزيع الاحتمالات PDF الشكل:

$$P\{x = 0\} = p \text{ و } P\{x = 1\} = q = 1 - p$$

$$: 0 \leq p \leq 1$$

وبفرض أن عدد محاولات (تجارب) برنولي المستقلة يساوي n وتجربة لها الاحتمال نفسه p ، وبالتالي سيكون احتمال الحصول على إحدى النتائج التي تشمل k حادث نجاح وعلى $n-k$ حادث فشل معطى بالعلاقة الآتية:

$$p^k q^{n-k} : n \geq k \geq 0$$

مع التأكيد على أن التجارب مستقلة جميعها ، فإذا كان عدد التجارب $n=4$ على سبيل المثال، فإن احتمال الحصول على حالة فشل في التجربة الأولى وعلى حالة الفشل في التجارب الثلاث الآتية سيكون $p^1 q^3$.

أما إذا فرضنا أن احتمال الحصول على k حالة فشل خلال عدد من التجارب محدد بشكل مسبق (n تجربة)، في هذه الحالة يجب أن يؤخذ في الحسبان جميع مجموعات النتائج التي تشمل على k حالة فشل وعلى $n-k$ حالة نجاح (بغض النظر عن ترتيب التجارب التي حدثت فيها حالة الفشل)، في هذه الحالة سيكون عدد مجموعات التجارب التي تحتوي على k فشل مساوياً

$$p^k q^{n-k} \text{ ، وحيث إن احتمال كل مجموعة } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

يمكن صياغة العلاقة التي تحدد احتمال الحصول على k حالة فشل على الآتي:

$$p\{x = k\} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} : k = 0, 1, \dots, n$$

$$p\{x = k\} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

وهذه العلاقة تعرف بالتوزيع ذي الحدين بالمعلتين n و p ، ويحقق هذا التوزيع شروط التوزيع الاحتمالي PDF حيث:

$$p\{x = k\} \geq 0 \quad \text{لجميع} \quad : k = 0, 1, \dots, n \quad \dots \quad 1$$

$$\sum_{k=0}^n p\{x = k\} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = (p + q) = 1 \dots \quad 2$$

ويستنتج توزيع آخر من تجارب برنولي يعرف بتوزيع باسكال أو التوزيع ذي الحدين السالب، حيث يختلف عن التوزيع ذي الحدين الذي يحدد عدد حالات الفشل في عدد محدد من التجارب بشكل مسبق، فإن المتغير العشوائي في توزيع باسكال يحدد عدد المحاولات (التجارب) المستقلة الواجب القيام بها للحصول على عدد محدد بشكل مسبق من حالات الفشل، أي أن عدد التجارب j الواجب القيام بها للحصول على C حالة فشل يساوي لجداء الاحتمالين الآتيين:

احتمال الحصول على $c - 1$ فشل في $j - 1$ تجربة:

$$\binom{j-1}{c-1} p^{c-1} q^{j-c}$$

احتمال الفشل في التجربة $p = j$

أي دالة توزيع باسكال ستأخذ الشكل الآتي:

$$p(x=j) = \binom{j-1}{c-1} p^c q^{j-c} : j = c, c+1, c+2, \dots$$

ويمكن أن يتحول توزيع باسكال إلى التوزيع الهندسي عندما يكون عدد حالات الفشل مساوياً للواحد ($c=1$)، أي:

$$p(x=j) = p q^{j-1} : j = 1, 2, 3, \dots$$

ملحوظة: يمكن أن يصف كل من التوزيع ذي الحدين السالب والتوزيع الهندسي "الزمن" اللازم لحدوث عدد محدد من حالات الفشل، ويتم ذلك عن طريق تحديد فاصل زمني ثابت بين كل محاولة والمحاولة الآتية (بين كل تجربة والتجربة التي تليها).

2.4.2. توزيع بواسون:

بعد توزيع بواسون من التوزيعات الاحتمالية التي يمكن الاعتماد عليها لتحديد عدد الحوادث التي يمكن أن تقع خلال فترة زمنية محددة (كما في نظرية الخدمة العامة)، مثل تحديد عدد حالات وصول الزبائن إلى استراحة مسافرين خلال الساعة الواحدة، أو عدد الآلات التي تحتاج إلى إصلاح خلال يوم عمل، أو عدد العملاء الذين يصلون إلى كوة الصراف الآلي خلال الساعة.

يفترض توزيع بواسون الآتي:

1. احتمال وقوع الحدث يكون ثابتاً لأي فترتين زمنيتين متساويتين في الطول.
 2. وقوع الحوادث مستقلة، أي وقوع الحدث في أي فترة زمنية يكون مستقلاً عن وقوعه أو عدم وقوعه في أي فترة زمنية أخرى.
- ويفترض أن قيم المتغير العشوائي X يأخذ قيماً عددية غير سالبة، أي $x = 0, 1, 2, \dots$ ، ويأخذ توزيع بواسون شكل الدالة الآتية:

$$p\{x = k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$$: k = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda > 0$$

تجدر الإشارة إلى إمكانية تقريب توزيع بواسون من التوزيع ذي الحدين وفق شروط الآتية:

1. افترض في التوزيع ذي الحدين أن $p \rightarrow 0$ وأن $n \rightarrow \infty$ بحيث $np \rightarrow \lambda > 0$ ، وفق هذه الشروط ستصبح دالة الكثافة الاحتمالية على

$$p\{x = k\} = \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

النحو الآتي:

كما يمكن إثبات أنه كلما كانت n كبيرة واقترنت من اللانهاية ($n \rightarrow \infty$) ستأخذ الدالة الشكل الآتي:

$$p(x) \rightarrow \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} : k = 0, 1, 2, \dots,$$

وسيشكل توزيع بواسون تقريب للتوزيع ثنائي الحد أي:

$$p(x) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} : k = 0, 1, 2, \dots, \quad \text{حيث:}$$

λ - عدد (متوسط عدد) الحوادث المتوقع خلال الفترة.

$e = 2.71828$ - العدد النبري

x - عدد الحوادث خلال الفترة.

$p(x)$ - احتمال وقوع x حادث خلال الفترة.

5.2. التوزيعات الاحتمالية المستمرة:

تصادف التوزيعات الاحتمالية المستمرة في العديد من الظواهر الطبيعية والحياة العملية مثل:

1. وزن عبوة عدس مكتوب عليها 1 ك غ.
2. الوقت الذي تستغرقه سيارة للسفر من دمشق إلى حماة.
3. عمر إطار عجلة سيارة.
4. عمق الحفر المطلوب للوصول لمياه صالحة للشرب في منطقة داخلية.
5. الزمن اللازم لخدمة عميل في مصرف.

1.5.2 تطبيقات التوزيع المنتظم:

بفرض أن قيمة المتغير x تشير إلى الوقت تستغرقه رحلة حافلة ركاب للسفر من دمشق إلى حماة، وبافتراض أن أقل وقت هو 150 دقيقة (ساعتين ونصف)

وأن الوقت الأقصى هو تسعون دقيقة (ثلاث ساعات)، أي أن الوقت الذي تستغرقه أي رحلة يمكن أن يقع ضمن المجال $[150 - 180]$ دقيقة، وحيث إن المتغير x يمكن أن يأخذ أي قيمة ضمن هذا المجال، فإن x يشكل متغيراً مستمراً.

عندما تكون البيانات عن الزمن الذي أمضته الحافلات في الفترات السابقة متوفراً لدى الشركة، كافية للتأكد من أن احتمال وصول الرحلة في أي دقيقة ضمن المجال $[150 - 180]$ مساوي لاحتمال أن تصل الرحلة في أي دقيقة أخرى ضمن هذا المجال يشكل المتغير x العشوائي توزيعاً احتمالياً منتظماً.

وتصف الدالة الاحتمالية الآتية التوزيع الاحتمالي المنتظم وهو الزمن الذي تستغرقه رحلة الحافلة من دمشق إلى حماة:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{30} & \text{لأجل } 150 \leq x \leq 180 \\ 0 & \text{في الحالات الأخرى} \end{cases}$$

وتأخذ دالة كثافة الاحتمالات المنتظمة للمتغير العشوائي الشكل:

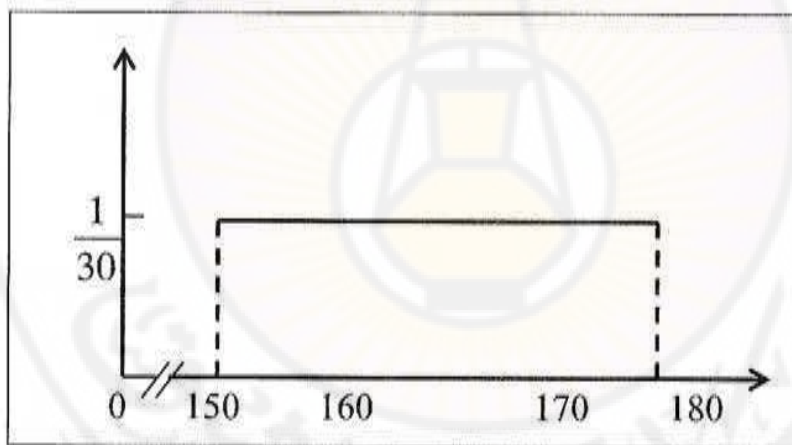
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{لأجل } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{في الحالات الأخرى} \end{cases}$$

في الشكل البياني لدالة كثافة توزيع الاحتمال $f(x)$ يبين المحور العمودي قيمة هذه الدالة عند أي قيمة من قيم x (انظر الشكل رقم)، وحيث إن كثافة الاحتمالات لطول زمن الرحلة منتظمة فإن ارتفاع أو قيمة الدالة تكون متساوية لجميع قيم x الواقعة بين 150 و 180 ضمناً، أي أن $f(x) = \frac{1}{30}$ لجميع قيم x الواقعة بين 150 و 180 ضمناً، والمتغير

العشوائي المستمر له عدد لانهايي من القيم ، لذلك ندرس احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة معينة ضمن فترة محددة، بالعودة إلى مثال الحافلة، وطرحنا السؤال الآتي ما احتمال أن استغرق الرحلة من دمشق إلى حماة من 150 إلى 175 دقيقة، أي احتمال أن تكون قيمة $165 \geq x \geq 150$ دقيقة، وحيث إن الاحتمال موزع توزيعاً منتظماً والمجال الجزئي الواقع بين 150 إلى 175 دقيقة يساوي نصف المجال الواقع بين 150 إلى 180 دقيقة، كذلك يمكن القول إن هذا الاحتمال يساوي $p(165 \geq x \geq 150) = 0.5$.

2.5.2 قياس الاحتمال بدلالة المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي:

المساحة المحصورة بين منحنى (الخط المستقيم) التابع والمحور الأفقي وبين الفترتين 150 و 180 (انظر الشكل رقم 5-2)، وهذا الشكل مستطيل طوله 30



الشكل رقم (5-2)

وحدة قياس وارتفاعه مقلوب هذا الطول $(\frac{1}{30})$ ، أما مساحة هذا المستطيل فتساوي الواحد الصحيح، وهذا منطقي؛ لأن مجموع الاحتمالات يساوي الواحد الصحيح، أما المستطيل الذي يتشكل بين الفترتين 150 و 165 فيمكن حساب

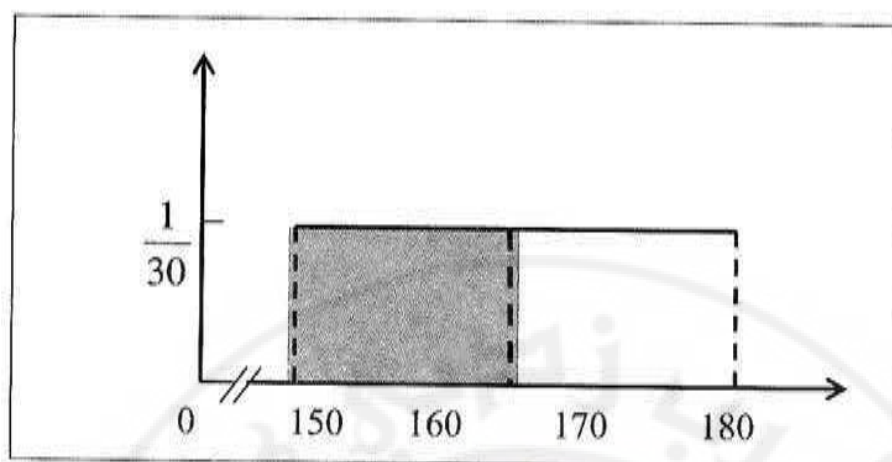
مساحته المستطيل على النحو الآتي: طول المستطيل $165 - 150 = 15$ وارتفاعه $\frac{1}{30}$ ، بالآتي المساحة تساوي $.5 = \left(\frac{1}{30}\right) \times 15$ وهذا يساوي لاحتمال استغراق الرحلة المنطلقة من دمشق إلى حماة زمناً يتراوح بين 150 و 165 دقيقة، انظر الشكل رقم (2-6).

بالاستناد إلى هذا يمكن القول إن المساحة تحت منحنى التوزيع والاحتمال متماثلان، وهذا محقق لجميع المتغيرات العشوائية المستمرة، هذا يعني أن معرفة كثافة التوزيع الاحتمالي $f(x)$ للمتغير x تكفي لحساب احتمال أن يأخذ هذا المتغير أية قيمة، أو مجموعة قيم تقع بين قيمتين من قيمه، مثلاً بين a و b ، حيث $b > a$ وذلك بحساب المساحة تحت منحنى الدالة $f(x)$

3.5.2. الفرق بين التوزيع الاحتمالي المستمر والتوزيع الاحتمالي غير المستمر:

1. التوزيع الاحتمالي غير المستمر يحدد (يقيس) احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة معينة، أما المتغير المستمر فيحدد احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة معينة خلال فترة زمنية معينة.

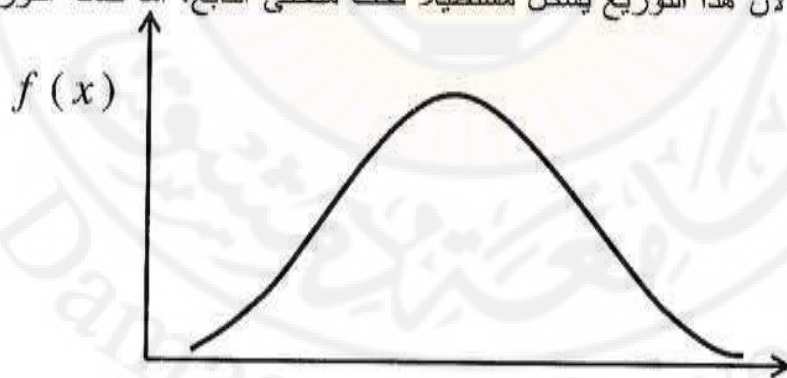
2. التوزيع الاحتمالي المستمر يقيس احتمال أن يأخذ المتغير قيمة خلال فترة زمنية وهذا الاحتمال يساوي للمساحة تحت منحنى دالة التوزيع الاحتمالي، وهذا يعني أن احتمال أن يأخذ المتغير قيمة معينة معدوم (يساوي الصفر)، لأن المساحة تحت المنحنى الدالة لأي نقطة يساوي نقطة تعد مساوية للصفر.



الشكل رقم (6-2)

6.2. التوزيع الطبيعي:

يعد التوزيع الطبيعي من التوزيعات الاحتمالية الأكثر استخداماً، والأكثر أهمية لوصف المتغير العشوائي المستمر، ويطبق في العديد من الدراسات والتطبيقات في الحياة العملية، ويأخذ منحنى هذا التوزيع شكل جرس مقلوب (انظر الشكل رقم 2-7)، في الفقرة السابقة تعرفنا إلى دالة كثافة التوزيع المنتظم وكانت بسيطة، لأن هذا التوزيع يشكل مستطيلاً تحت منحنى التابع، أما كثافة التوزيع



الشكل رقم (7-2)

الطبيعي للاحتمال تأخذ شكل جرس تحت منحنى التابع؛ لذلك نجد أن الصيغة الرياضية لهذا المنحنى أكثر تعقيداً، وتأخذ الصيغة الآتية:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(x-\mu)/2\sigma^2} \quad \text{لأجل} \quad -\infty < x < +\infty$$

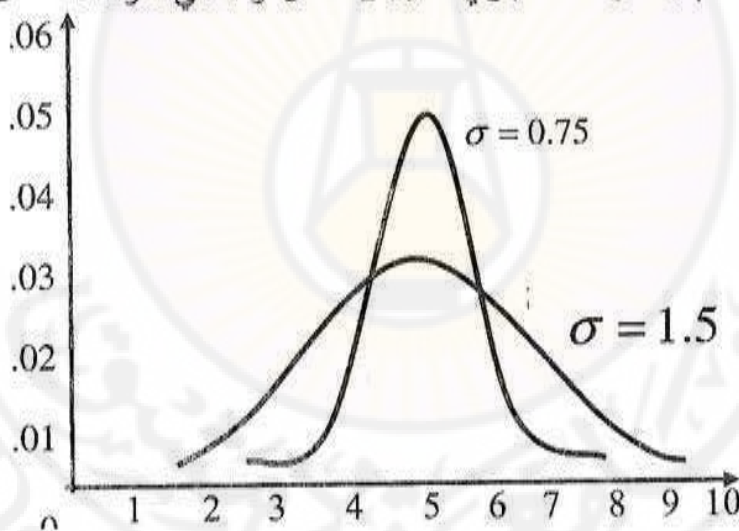
حيث: μ - القيمة المتوقعة (متوسط) للمتغير العشوائي.

σ - الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

$$e = 2.71828 \quad \pi = 3.14157$$

الشكل رقم (2-8) يبين منحنين بيانيين لتوزيعين طبيعيين الأول متوسطه

$\mu = 5$ وانحرافه المعياري $\sigma = 1.5$ و الثاني متوسطه $\mu = 5$



الشكل رقم (2-8) وانحرافه المعياري $\sigma = 0.75$ ، حيث يظهر بشكل جلي أثر الانحراف المعياري بشكل جلي؛ لأن الانحراف المعياري الكبير يزيد من تفرطح الجرس المقلوب ويقلل من ارتفاعه، أما الانحراف المعياري الصغير يزيد من ارتفاع

الجرس المقلوب وبقل من تفرطحه، وبكفي لتحديد كثافة الاحتمال معرفة متوسط قيمة التابع μ وانحرافه المعياري σ بمساعدة الدالة الواردة أعلاه. ملحوظة: عند استخدام التوزيع الطبيعي ليس بالضرورة استخدام العلاقة ... مباشرة بل يمكن معرفة الاحتمال بمساعدة جداول التوزيع الطبيعي (توزيع المساحات تحت المنحنى $f(x)$).

1.6.2. التوزيع الطبيعي المعياري:

التوزيع الطبيعي المعياري: هو توزيع طبيعي بمتوسط معدوم $\mu=0$ وانحراف معياري يساوي الواحد الصحيح $\sigma=1$ ، ويعرف المتغير العشوائي الطبيعي المعياري بالرمز Z ، وحيث إن الاحتمالات لمتغير عشوائي تقيس احتمال أن تكون قيمة هذا المتغير محصورة بين قيمتين معروفتين (عادة بين a و b)، يمكن استخدام جداول التوزيع تحت منحنى التوزيع الطبيعي لهذه الغاية. تظهر في جداول التوزيع الطبيعي قيمة المتغير Z حتى المرتبة العشرية الأولى في عمود مستقل إلى يسار الجداول، أما المرتبة العشرية الثانية فتظهر في السطر علوي بشكل مستقل، أما المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي فتظهر في الجدول على تقاطع سطر قيمة Z حتى المرتبة العشرية الأولى مع تقاطع عمود قيمة Z في المرتبة العشرية الثانية، على سبيل المثال لمعرفة المساحة تحت منحنى التوزيع المقابلة لقيمة $Z=1$ نبحث في سطر 1.0 وعمود 0.00 نجد أن المساحة 0.3413 أي أن احتمال أن تتكون $0 \leq Z \leq 0.3413$ ، أما المساحة تحت منحنى التوزيع المقابلة لقيمة $Z=1.35$ فنجدها على تقاطع السطر 1.3 وعمود 0.05 نجد أن المساحة 0.4394 أي أن احتمال أن تتكون $0 \leq Z \leq 1.35$ هو 0.4394، نتذكر أن مجموع الاحتمالات (المساحة تحت منحنى التوزيع) لأي متغير عشوائي

يساوي الواحد الصحيح، لذلك نجد قيمة Z تقع ضمن ثلاثة انحرافات معيارية $-3 \leq Z \leq 3$ باحتمال قدره 0.9972.

أما حساب احتمال أن تأخذ Z قيمة أكبر (أو أصغر) من قيمة معينة، فتحسب بالاستناد إلى أن قيمتها المتوسطة معدومة $\mu_z = 0$ أي نصف قيمها أكبر من الصفر، والنصف الآخر أصغر منه، على سبيل المثال حساب احتمال أن تكون $Z \geq 2.5$ في هذه الحالة نحسب احتمال أن تكون $Z = 2.5$ نجد من الجداول أن الاحتمال هو 0.4946 وحيث إن نصف قيم Z أكبر من الصفر إذاً الاحتمال المتمم هو احتمال تكون $Z \geq 2.5$ ويساوي $0.5 - 0.4946 = 0.0054$ ، أما احتمال أن تكون قيمة $Z \leq 2.5$ فهذا يعني بالإضافة للقيم Z الواقعة إلى يمين الوسط $\mu_z = 0$ يجب أن نأخذ كامل القيم الواقعة إلى يساره (أصغر من الصفر) والتي احتمالها يساوي 0.5 والاحتمال يساوي $0.5 + 0.4946 = 0.9946$ ، حساب احتمال أن تكون بعض قيم Z أكبر من الصفر، وبعضها أصغر من الصفر في هذه الحالة يضاف الاحتمال أن تكون قيمة أكبر من الصفر إلى احتمال أن تكون قيمتها أصغر من الصفر، على سبيل المثال احتمال أن تكون قيمة $-1.5 \leq Z \leq 1.5$ من الجداول نجد أن احتمال أن تكون قيمة $1.5 \geq Z \geq 0$ يساوي 0.4332، ومن جهة ثانية نجد أن احتمال أن تكون $-1.5 \leq Z \leq 0$ تساوي لاحتمال أن تكون قيمة $1.5 \geq Z \geq 0$ والفرق الوحيد أن هذا الاحتمال (هذه المساحة) تقع إلى يمين متوسط قيمة التابع $\mu_z = 0$ ومن البديهي المساحة والسالب لا يمكن أن يكونان سالبين

والإشارة تدل على الجهة التي تقع فيها هذه القيم، واحتمال المطلوب يساوي
 $.4332 + 4332 = 0.8664$

2.6.2. حساب احتمالات التوزيع الطبيعي:

يمكن حساب احتمال أي توزيع طبيعي عن طريق تحويله إلى توزيع طبيعي معياري، أي عندما يكون لدينا توزيع طبيعي بأي قيمة لمتوسطه μ وأي قيمة

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

لأنحرافه المعياري σ ، وذلك وفق العلاقة الآتية:

حيث تحدد قيمة Z عدد الانحرافات المعيارية التي تقع بين قيمة المتغير x ومتوسط قيمته μ أما إشارة Z فتدل على الجهة التي تقع فيها قيمة x ، حيث تدل الإشارة الموجبة إلى الجهة اليمنى أما الإشارة السالبة فتدل على الجهة اليسرى.

7.2. التوزيع الأسّي:

يعتمد التوزيع الأسّي في نظرية الخدمة العامة لوصف الزمن اللازم لتقديم خدمة، أو الزمن الفاصل بين وصول الطلبات إلى مراكز الخدمة العامة (مصرف، محطة وقود، مطعم، الخ...)، وتأخذ دالة كثافة التوزيع الاحتمالي الأسّي الصيغة الآتية:

$$f(x) = \mu e^{-\mu x} \quad \text{لأجل} \quad x \geq 0, \mu \geq 0$$

لأي توزيع احتمالي مستمر المساحة تحت منحنى التابع تتناظر فترة زمنية تعطي احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة ضمن تلك الفترة، وينظر التوزيع الأسّي التوزيع الهندسي غير المستمر، على سبيل المثال إذا كان التوزيع الهندسي يمثل عدد المحاولات قبل أن يحدث الفشل، فإن المتغير المناظر في التوزيع الأسّي سيكون ممثلاً للوقت اللازم لحدوث الفشل، ويمكن إثبات أنه كلما اقتربت قيمة

الاحتمال من الصفر (0) واقترب الفاصل الزمني بين المحاولات إلى الصفر سيؤول التوزيع الهندسي إلى التوزيع الأسّي، وتوجد علاقة غاية في الأهمية بين توزيع بواسون وبين التوزيع الأسّي، فإذا كان المتغير العشوائي في توزيع بواسون يمثل عدد حالات الفشل خلال وحدة الزمن، سيمثل المتغير العشوائي في التوزيع الأسّي للفاصل الزمني بين وقوع فشليين متتاليين، وبالتالي يمكن اشتقاق التوزيع الأسّي من توزيع بواسون، ويأخذ توزيع بواسون الصيغة الآتية:

$$p\{x = k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$$: k = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda > 0$$

للتعرف إلى العلاقة بين التوزيع الأسّي وتوزيع بواسون، نأخذ مثلاً عن وصول الطلبات إلى مركز خدمة عامة بمتوسط 10 طلبات في الساعة، وبالتالي دالة توزيع بواسون تعطي عدد الطلبات المتوقع خلال الساعة على النحو الآتي:

$$f(x) = \frac{10^x e^{-10}}{x!}$$

وحيث إن متوسط عدد الطلبات التي تصل في الساعة يساوي 10 طلبات، فإن

$$\frac{1}{10} = 0.1 \quad \text{متوسط الفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات يساوي}$$

ساعة، وبالتالي يكون التوزيع الأسّي المناظر يصف الفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات سيكون له متوسط $\mu = 0.1$ ودالة الاحتمالات الأسية ستأخذ

$$f(x) = \frac{1}{10} e^{-x/0.1} = 10 e^{-10x} \quad \text{الصيغة الآتية:}$$

7.2. توزيع غاما:

بفرض وجود n متغيرات عشوائية أسية مستقلة موزعة توزيعاً متماثلاً،
فإن مجموع هذه المتغيرات العشوائية يسمى توزيع غاما بكثافة احتمالية تأخذ

$$f(x) = \frac{\mu (\mu x)^{n-1} e^{-\mu x}}{(n-1)!} \quad : x > 0 \quad \text{الصيغة الآتية:}$$

يتضح من هذه العلاقة أن هذه الدالة تصبح دالة أسية عندما تكون $n = 1$
لذلك يعد توزيع غاما مناظر للتوزيع ذي الحدين السالب (لمجموع متغيرات
عشوائية هندسية).

أسئلة الفصل الثاني

1. وضع مدير المنتج الجبلي تقديرات الاحتمالات الشخصية لعدد الغرف الشاغرة (غير المشغولة) خلال الربع الأول من العام 2012 على النحو الوارد في الجدول المرافق.

عدد الغرف	الاحتمال
0	0.05
1	0.20
2	0.35
3	0.25
4	0.15

المطلوب:

1. احتمال وجود ثلاثة غرف شاغرة على الأقل.
2. احتمال وجود غرفتين شاغرتين على الأكثر.

2. اختار مدرس مقرر نظرية القرارات عينة مؤلفة من (100) طالب من طلاب السنة الرابعة إدارة أعمال الناجحين في مقرر نظرية القرارات فتابين أن درجاتهم موزعة النحو الوارد في الجدول المرافق.

الدرجة	العدد
60 - 64	25
65 - 74	30
75 - 84	25
85 - 94	15
95 - 100	5

المطلوب:

1. احتمال أن تكون درجة الطالب الناجح أقل من 74 درجة.
2. احتمال أن تكون درجة الطالب الناجح أكثر من 85 درجة.

3. افترض أن التجربة هي إلقاء حجر نرد ونتائج التجربة هي ظهور أحد

أوجه الحجر وهي: $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ وافترض أن:

$$A = \{ E_2, E_4 \}$$

$$B = \{ E_1, E_3, E_5 \}$$

$$C = \{ E_1, E_2, E_4, E_6 \}$$

$$D = \{ E_1, E_2, E_5, E_6 \}$$

4. افترض أن الحدث A هو أن الطالب يتناول وجبة الفطور في منزله، والحدث B يتناول الوجبة في كافتريا الكلية، وبنتيجة الدراسة تبين أن احتمال $P(A) = 0.40$ وأن $P(B) = 0.35$.
المطلوب:

1. هل الحادثان A و B متنافيان ؟
2. ما احتمال عدم تناول الطالب لوجبة فطوره في منزله.
3. ما احتمال تناول الطالب لوجبة فطوره في منزله أو في كافتريا الكلية ؟.

الفصل الثالث

اتخاذ القرار في ظروف المخاطرة والقرار البايزي

سنتعرف في هذا الفصل إلى:

1. أسلوب القيمة المتوقعة.
2. أسلوب القيمة المتوقعة والتباين.
3. أسلوب المستوى المحدد.
4. الحدث الأكثر احتمالاً.
5. القرار البايزي.
6. شجرة القرار



مقدمة

تصادف متخذ القرار ظروف يمكنه خلالها التعرف إلى أهم (معظم/ جميع) العوامل التي قد تؤثر على القرارات المتخذة، ويعرف درجة تأثيرها، لكنه لا يعلم بشكل قطعي أيها منها سيؤثر فعلاً عليها، بل يمكنه تقدير احتمالات حدوث (تأثير) هذه العوامل ودرجة تأثيرها، وتنشأ المخاطرة من احتمال اتخاذ قرار على أمل وقوع حدث ما، ويصادف عدم وقوعه، أو وقوع حوادث تجعل نتائج القرار تؤثر سلباً على متخذه. بكلمة أخرى نتائج القرار المتخذ في ظل المخاطرة ليست ثابتة بل تتغير بتغير الظروف المحيطة، وتصبح مغيراً عشوائياً تقدر قيمته بدلالة احتمالات وقوع الحوادث المؤثرة على القرار، وبالتالي على النتائج التي يمكن تحقيقها باتخاذها، ويعتمد متخذ القرار على إحدى الأساليب الآتية:

1. أسلوب القيمة المتوقعة.
 2. أسلوب القيمة المتوقعة والتباين.
 3. أسلوب المستوى المحدد.
 4. الحدث الأكثر احتمالاً.
 5. القرار البايزي.
 6. شجرة القرار.
- مصفوفة القرار¹:

تصاغ النتائج التي يمكن تحقيقها عندما يعتمد متخذ القرار استراتيجية محددة من بين الإستراتيجيات المتاحة (Si) ويصادف إحدى حالات

¹ إنعام باقية؛ حسن مشرقى - نظرية القرارات الإدارية - منشورات جامعة حلب - مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية - 2009

الطبيعة (Q)، على شكل جدول تخصص أسطره لبدائل القرار (طرق العمل أو التأثير، أو الاستراتيجيات)، والتي عادة تعرف بالرمز $S_i : i = 1, 2, \dots, m$ حيث m يساوي للعدد بدائل القرار، وتخصص العمدة لحالات الطبيعة أو الظروف المحيطة بالقضية (مشكلة أو فرصة متاحة)، والتي تعرف عادة بالرمز $\theta_j : j = 1, 2, \dots, m$ حيث m هو عدد حالات الطبيعة، وتثبت في الحقول المشكلة من تقاطع الأسطر (بدائل القرار) مع الأعمدة (حالات الطبيعة) النتيجة التي تحققها الجهة المعنية بالقرار ويرمز لها $V(S_i, \theta_j)$ ، والتي تعرف بالرمز $\alpha_{i,j} = V(S_i, \theta_j)$ حيث $\alpha_{ij} : i=1, 2, \dots, m$ و $j=1, 2, \dots, n$ ويصاغ جدول المدفوعات على نحو مشابه للجدول رقم (1-3).

حالات الطبيعة الاستراتيجيات	θ_1	θ_2	...	θ_n
S_1	$\alpha_{1,1}$	$\alpha_{1,2}$	...	$\alpha_{1,n}$
S_2	α_{ij}	α_{ij}	...	$\alpha_{2,n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\alpha_{i,j}$	$\vdots$
S_m	$\alpha_{m,1}$	$\alpha_{m,2}$	...	$\alpha_{m,n}$

الجدول رقم (1-3) جدول المدفوعات

1.3. أسلوب القيمة المتوقعة.

يقوم هذا الأسلوب على تحديد القيمة المتوقعة للنتائج واختيار القيمة المثلى (العظمى أو الدنيا) التي تحقق هدف الجهة المعنية بالقرار، ويمكن التعبير عن هذه القيمة بدلالة حجم النقود المحقق أو بمنفعتها، ويمكن فهم

الفرق بين حجم النقود ومنفعتاتها على النحو التالي: نفترض أن استثماراً يكلف 5,000,000 ل.س. ويحقق ربحاً مقداره 30,000,000 ل.س. باحتمال مقداره 0.5 أو لا يحقق أية أرباح باحتمال مقداره 0.5، في هذه الحالة ستكون القيمة المتوقعة لهذا الاستثمار:

$$30,000,000(0.5) + 0(0.5) - 5,000,000 = 10,000,000 \text{ ل.س.}$$

وهذه النتيجة تشجع بعض متخذي القرار على قبول هذا الاستثمار لأنه يحقق لهم أرباحاً صافية مقدارها 10,000,000 ل.س.، في حين لا تشجع هذه النتيجة البعض الآخر على قبول هذا القرار، إذا كانت ظروفهم (مثلاً السيولة المتوفرة لديهم) لا تسمح لهم بتحمل خسائر بهذا الحجم؛ لأن احتمال فقدانهم (خسارتهم) لقيمة الاستثمار هو 0.5 (أي خسارة 5,000,000 ل.س.) قد يعرضهم للإفلاس. وبفرض أن أحد المستثمرين (متخذ القرار) غير مستعد لتحمّل الخسائر تزيد على 1,000,000 ل.س. وعرض عليه استثماراً يكلف 5,000,000 ل.س. ويحقق ربحاً مقداره 30,000,000 ل.س. باحتمال مقداره 0.5 أو لا يحقق أية أرباح باحتمال مقداره 0.5، ومشروع آخر يكلف 1,000,000 ل.س. ويحقق ربحاً مقداره 4,000,000 ل.س. باحتمال مقداره 0.5 أو لا يحقق أي شيء (يحقق صفر) باحتمال مقداره 0.5، وهنا نجد أن المستثمر لا يجد أمامه بداً من قبول المشروع الثاني والذي يحقق له قيمة حالية متوقعة صافية مقدارها:

$$[4,000,000(0.5) + 0(0.5)] - 1,000,000 = 1,000,000 \text{ ل.س.}$$

أي يقبل استثمار يحقق له أرباحاً صافية مساوية لقيمة استثماره، ويرفض الاستثمار الأول الذي يحقق له قيمة متوقعة صافية مقدارها 10,000,000 ل.س.

التي تساوي ضعف قيمة استثماره. نستنتج من هذا المثال أن منفعة النقد لا تتناسب طردياً مع حجمه، ونعترف بوجود صعوبة في التعبير عن منفعة النقد مع الإشارة إلى إمكانية التعبير عن منفعة النقد من خلال فرض قيد (أو مجموعة قيود) إضافي يعكس رغبة متخذ القرار، مثلاً في المثال السابق نضيف قيداً على المسألة يطلب أن يكون حجم الاستثمار لا يزيد على 1,000,000 ل.س، وبالنتيجة نقول إن اتخاذ القرار لا يتخذ بالاستناد إلى حجم النقد فقط بل يجب أخذ عدة عوامل بعين الاعتبار ومنها منفعة النقد.

يستخدم أسلوب التوقع القيمة المتوقعة عندما تكون احتمالات حدوث حالات الطبيعة متوفرة، حيث تحسب القيمة المتوقعة لكل بديل من بدائل القرار بالعلاقة الآتية:

$$EV\{S_i\} = \sum_{j=1}^n P(\theta_j) \alpha_{ij}$$

حيث:

$i=1,2,\dots,m$ حيث S_i - القيمة المتوقعة للبديل

$j=1,2,\dots,n$ حيث $P(\theta_j)$ - احتمال مصادفة حالة الطبيعة j

α_{ij} - النتيجة التي يتوقع تحقيقها عندما يعتمد البديل

$i=1,2,\dots,m$ حيث i وتصادف حالة الطبيعة

$j=1,2,\dots,n$ حيث j

بشرط: $P(\theta_j) \geq 0$ لجميع حالات الطبيعة (j حيث $j=1,2,\dots,n$)

$$\sum_{j=1}^n P(\theta_j) = 1$$

ثم يتم اختيار أفضل القيم المتوقعة:

في حالة الأرباح يتم اختيار أعظم النتائج (max) وفق العلاقة التالية:

$$EV^* = \text{Max} \{ EV_i \{ S_i \} \} : i = 1, 2, \dots, m$$

في حالة التكاليف (الخسائر) يتم اختيار أصغر النتائج (min) وفق العلاقة التالية:

$$EV^* = \text{Min} \{ EV_i \{ S_i \} \} : i = 1, 2, \dots, m$$

انظر المثال رقم (1-3).

المثال رقم (1-3):

المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار البديل الأفضل

وفق أسلوب القيمة المتوقعة بفرض أن احتمالات مصادفة حالات الطبيعة الثلاث

والعوائد المقابلة لكل من البدائل الثلاثة معطاة في الجدول رقم (2-3).

	$P(\theta_1)=0.4$	$P(\theta_2)=0.3$	$P(\theta_3)=0.3$
S_1	10	8	6
S_2	22	12	5
S_3	35	10	3

الجدول رقم (2-3)

$$E \{ V_1 \} = 0.4 (10) + 0.3 (8) + 0.3 (6) = 8.2$$

$$E \{ V_2 \} = 0.4 (22) + 0.3 (12) + 0.3 (5) = 13.9$$

$$E \{ V_3 \} = 0.4 (35) + 0.3 (10) + 0.3 (3) = 17.9$$

البديل الأفضل هو البديل الثالث؛ أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير؛ لأنه يحقق أكبر قيمة متوقعة للعائد ومقدارها 9. 17 وحدة نقدية.

تكلفة الفرصة الضائعة المتوقعة

ينجم عن اختار إحدى البدائل التخلي عن باقي البدائل، وتكلفة هذا الخيار تساوي للمبلغ المفقود الناجم عن عدم اختيار البديل الأمثل، وتحسب هذه التكلفة عن طريق وضع جدول فروق النتائج التي يمكن أن تتحقق عن أفضلها الفرص (جدول الندم الندم)، والذي يحسب في حالة العوائد بطرح كل عنصر من أكبر عنصر في عموده (ويحسب في حالة التكاليف بطرح أصغر عنصر في كل عمود من باقي عناصر عموده)، وتوضع النتائج في جدول جديد يعرف بجدول فروق التكاليف، وتحسب تكاليف الفرص الضائعة عن طريق حساب القيمة المتوقعة لفروق التكاليف، عن طريق معالجة جدول التكاليف واحتمالات تحققها، ويتم اختيار البديل الذي يقابل أقل تكلفة فرصة ضائعة انظر المثال (3-2).

المثال (3-2): المطلوب حساب تكلفة الفرصة الضائعة للمثال رقم (3-1)

- نحسب جدول فروق التكاليف، نجد أن أكبر العناصر في العمود الأول

30، وأكبرها في العمود الثاني 12، وفي العمود الثالث 6.

	$P(\theta_1)=0.4$	$P(\theta_2)=0.3$	$P(\theta_3)=0.3$
S_1	25	4	0
S_2	13	0	1
S_3	0	2	3

الجدول رقم (3-3)

حساب تكلفة الفرص الضائعة:

$$E\{C_1\} = 0.4(25) + 0.3(4) + 0.3(0) = 11.2$$

$$E\{C_2\} = 0.4(13) + 0.3(0) + 0.3(1) = 5.5$$

$$E\{C_3\} = 0.4(0) + 0.3(2) + 0.3(3) = 1.5$$

البديل الأفضل هو البديل الثالث أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير، لأنه يحقق أقل تكلفة فرصة ضائعة متوقعة للعائد ومقدارها 1.5 وحدة نقدية، وهذا يعني أن متخذ القرار يدفع أي مبلغ أقل أو يساوي 1.5 ليحصل على المعلومات التامة حول القضية المدروسة، لكنه لن يدفع أكثر من ذلك لأن هذا يعني يدفع أكثر من المبلغ الذي يمكن أن يحصل عليه من هذه المعلومات.

القيمة المتوقعة للمعلومات التامة:

بفرض أن دراسة السوق يمكن أن تزود منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت بمعلومات تساعد على تقدير احتمال مصادفة كل حالة من حالات الطبيعة بدقة، وبالتالي يمكن تحديد قيمة المعلومات إذا فرضنا أن منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت يمكنها تحديد أية حالة من حالات الطبيعة ستحدث، وبالتالي ستختار القرار الذي يحقق لها أفضل العوائد، وبالتالي إذا عرفت أن حالة الطبيعة ستكون θ_1 بالتاكيد ستختار الاستراتيجية الثالثة التي ستحقق لها عوائد مقدارها 35 وحدة نقدية، أما إذا علمت أن حالة الطبيعة التي ستتحقق هي الحالة الثانية فستختار البديل الثاني الذي سيحقق لها عوائد مقدارها 12 وحدة نقدية، أما إذا علمت أن حالة الطبيعة التي ستتحقق هي الحالة الثالثة فستختار البديل الأول الذي سيحقق لها عوائد مقدارها 6 وحدة نقدية.

الآن يمكن حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومات التامة عن حالات الطبيعة، وذلك بحساب القيمة المتوقعة بدلالة احتمالات حدوث حالات الطبيعة لكن مع كل

حالة طبيعة يتخذ القرار الذي يحقق أفضل النتائج كما أشرنا آنفاً، وبالتالي القيمة المتوقعة لعوائد منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت هي:

$$EVwPI = 0.4(35) + 0.3(112) + 0.3(6) = 19.4$$

تعرف هذه النتيجة بالقيمة المتوقعة بمعلومات تامة، ونذكر في المثال رقم (3-1) حيث حسبت قيم العوائد المتوقعة من دون معلومات تامة $EVwoPI$ ، فقد تم اختيار البديل الثالث الذي يحقق عائداً متوقعاً مقداره 17.9 وحدة نقدية، وبالتالي يمكن أن نقدر قيمة المعلومات بالفرق بين العائد المتوقع بمعلومات تامة $EVwPI$ والعائد المتوقع من دون هذه المعلومات $EVwoPI$ على النحو التالي:

$$\begin{aligned} EVPI &= EVwPI - EVwoPI \\ &= 19.4 - 17.9 = 1.5 \end{aligned}$$

وبشكل عام يمكن حساب قيمة المعلومات التامة بالعلاقة الآتية:

$$EVPI = |EVwPI - EVwoPI|$$

حيث:

$EVPI$ - قيمة المعلومات التامة.

$EVwPI$ - قيمة النتائج المتوقعة بمعلومات تامة (سواء أكانت عوائد أم تكاليف).

$EVwoPI$ - قيمة النتائج المتوقعة من دون معلومات تامة (سواء أكانت عوائد أم تكاليف).

وقد أخذت القيمة المطلقة لأن القيمة المتوقعة بمعلومات تامة تكون أكبر (أو تساوي) من القيمة المتوقعة من دون معلومات إذا كانت النتائج عوائد، أما إذا

كانت النتائج هي تكاليف فتكون القيمة المتوقعة بمعلومات تامة أصغر (أو تساوي) القيمة المتوقعة من دون معلومات.

ويؤخذ على هذا الأسلوب ضرورة اعتماد القرار المتخذ عدداً كافاً (كبيراً) من المرات، لتحقيق القيمة المتوقعة المحسوبة، ويعبر عن هذا رياضياً على النحو التالي: بفرض أن النتائج Z متغير عشوائي قيمته المتوقعة $E\{Z\}$ وتباينه $V=\sigma^2$ وبفرض أن العينة $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ عينة تشمل n مشاهدة من مشاهدات المتغير العشوائي Z ، ومتوسط قيم هذه المشاهدات هي $Z = (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n)/n$ وتباينها σ^2/n ، ويقترب هذا التباين يقترب من الصفر عندما $n \rightarrow \infty$ أي كلما كانت قيمة n كبيرة اقتربت Z من قيمة $E\{Z\}$ أي عندما يكون حجم العينة كبيراً لدرجة يصبح الفرق بين وسطها الحسابي والقيمة المتوقعة صغيراً لدرجة تسمح بإهمال هذا الفرق، ولذلك يعد استخدام أسلوب القيمة المتوقعة مناسباً عندما يتخذ القرار عدداً كافاً من المرات (يستمر لعدد كاف من المرات). انظر المثال رقم (3-3)

1.2.3. أسلوب القيمة المتوقعة - قرار صيانة الآلات:

قضية صيانة الآلات التي تهدف إلى تحديد الفترة الزمنية الفاصلة بين عمليات الصيانة الدورية للآلات، بغية تقليل عدد حالات التعطل المفاجئ للآلات وتجنب الخسائر الناجمة عن ذلك، وهذا يتطلب تحديد موعد إجراء الصيانة الدورية؛ لأن تكثيف الصيانة الدورية (إجراؤها في فترات متقاربة) يقلل حالات التعطل المفاجئ للآلات ويخفض التكاليف الناجمة عنها (وأحياناً يجعلها معدومة)، لكنه يزيد بشكل ملحوظ تكاليف

الصيانة الدورية (والتي قد تزيد على التوفير الناجم عن عدم التعطل المفاجئ)، ومن جهة أخرى إجراء الصيانة الدورية في فترات متباعدة يخفض تكاليف الصيانة الدورية لكن يزيد من تكاليف التعطل المفاجئ للآلات، أي يمكن تلخيص المسألة في تحديد طول الفترة الزمنية الفاصلة بين عمليات الصيانة الذي يجعل مجموع التكاليف الناجمة عن الصيانة الدورية وتكاليف التعطل المفاجئ في حدودها الدنيا.

إن وضع سياسة الصيانة والتمثلة في تحديد الفترة الزمنية الفاصلة بين عمليتي صيانة متتاليتين يتطلب معرفة تكاليف كل عملية صيانة دورية وهذا سهل أما تكاليف العطل المفاجئ ليست بهذه السهولة، لأن زمن حدوث العطل المفاجئ غير معلوم وتقديره (التنبؤ به) ينطوي على بعض المخاطرة؛ لأن احتمال تعطل الآلات يرتبط بشكل مباشر بكثافة الصيانة الدورية، لنفترض أن عدد الآلات لدى المنشأة هو (n) ، وتجرى الصيانة الدورية للآلات بعد مرور عدد من الفترات الزمنية T وبتكلفة معروفة أيضاً (C_2) ، ويتم إصلاح الآلة فور تعطلها وبتكاليف (إصلاح وخسائر ناجمة عن توقف الآلة) معروفة بشكل مسبق لتكن (C_1) ، وبالتالي يمكن صياغة المسألة على النحو التالي: المطلوب تحديد عدد الفترة الزمنية (T) الفاصلة بين عمليات الصيانة الدورية للآلات التي تجعل تكاليف تعطل الآلات وتكاليف الصيانة في حدودها الدنيا.

بفرض أن (P_i) يرمز لاحتمال تعطل الآلة خلال الفترة (t) وأن (n_i) متغير عشوائي ويرمز لعدد الآلات التي تتعطل خلال هذه الفترة (أي خلال n)، يمكن إيجاد طول الفترة الزمنية (T) الفاصلة بين كل عمليتي

صيانة متتاليتين للآلات عندما تعمل الآلات فترة كافية من الزمن (طويلة نسبياً) بالعلاقة الآتية:

$$EC(T) = \frac{C_1 \sum_{t=1}^{T-1} E\{n_t\} + C_2 n}{T}$$

حيث: $EC(T)$ - مجموع التكاليف التي تتحملها المنشأة.

$E[n_t]$ - عدد الآلات المتوقع تعطّلها (التوقع الرياضي لعدد الآلات المتعطلة) خلال الفترة الزمنية (t) .

T - طول الفترة الزمنية الفاصلة بين عمليات الصيانة الدورية.

n_t - متغير عشوائي موزع حسب التوزيع الثنائي بالمعلمتين

P_t و n أي يمكن القول إن: $E[n_t] = np_t$ ومنه:

$$EC(T) = n \left(C_1 \sum_{t=1}^{T-1} p_t + C_2 \right) / T$$

وبالتالي يمكن

القول إن الشرطين التاليين كافيان لتحديد قيمة (T) التي تجعل قيمة $(EC(T))$ في حدودها الدنيا، وهما:

$$EC(T^* - 1) \geq EC(T^*) \quad \text{الشرط الأول:}$$

$$EC(T^* + 1) \geq EC(T^*) \quad \text{الشرط الثاني:}$$

وهذا يتطلب حساب مجموع تكاليف الصيانة وتكاليف التعطل لفترات زمنية مختلفة الطول، ثم اختيار الفترة الزمنية المناسبة (الأقل تكلفة)، على أن نبدأ من الفترة $T=t$ ثم $T=2t$ ونستمر بالحساب طالما استمرت قيمة $EC(T)$ بالنقصان ونتوقف عندما تبدأ بالزيادة، ونختار قيمة

(T) التي تحقق أدنى التكاليف، أي أدنى قيمة لـ $EC(T)$ انظر المثال رقم (2-3).

نشير هنا إلى إمكانية تحويل هذه العلاقة لتحديد أعظم الأرباح الناجمة عن الاختيار المناسب للفترة الزمنية الفاصلة بين أي عمليتي صيانة دورية متتاليتين لآلات، عن طريق طرح مجموع تكاليف الصيانة وتكاليف التعطل $EC(T)$ من الربح المتوقع تحقيقه خلال الفترة الزمنية (t) وليكن (α) ، وهذا يعدل العلاقة الواردة أعلاه لتصبح على النحو التالي:

$$ER(T) = n(\alpha - C_1 \sum_{t=1}^{T-1} p_t - C_2) / T$$

المثال رقم (3-3)

تمتلك منشأة ربي يسر للنقل والسياحة 100 حافلة تعمل على خطوط النقل بين المحافظات، وقد قدرت من خبرتها الطويلة في هذا المجال بأن احتمالات تعطل الحافلة يرتبط بطول الفترة الزمنية الفاصلة بين الصيانات الدورية، وقد قدرت احتمالات تعطل الحافلات على النحو التالي: 0.04, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.20 عندما تكون الفترة الفاصلة بين الصيانات الدورية بالأشهر 1, 2, 3, 4, 5, 6 على الترتيب، كما أثبتت التجربة أن تكاليف تعطل الحافلة (تكاليف إرسال حافلة بديلة وإصلاح) يكلفها 50 وحدة نقدية، في حين تكلفها الصيانة الدورية للحافلة 5 وحدة نقدية.

المطلوب: مساعدة منشأة ربي يسر للسياحة والسفر في وضع برنامج للصيانة الدورية للحافلات (عدد الأشهر الفاصلة).

الحل: نورد الحل في الجدول رقم (3-3).

T	P(T)	$\sum_{i=1}^{T-1} P_i$	$EC(T) = n(50,000 \sum_{i=1}^{T-1} p_i + 5,000) / T$
1	0.04	0	$100\{50(0) + 5\}/1 = 500$
2	0.06	0.04	$100\{50(0.04) + 5\}/2 = 350$
3	0.09	0.10	$100\{50(0.10) + 5\}/3 = 333.333$
4	0.12	0.19	$100\{50(0.19) + 5\}/4 = 362.500$
5	0.15	0.30	$100\{50(0.30) + 5\}/5 = 410$
6	0.20	0.46	$100\{50(0.46) + 5\}/6 = 466.667$

الجدول رقم (3-3)

نلاحظ في العمود الأخير من الجدول أن أقل قيمة لإجمالي التكاليف في السطر الثالث 333.333 لذلك يفضل إجراء الصيانة الدورية كل ثلاثة أشهر.

أما إذا ارتفعت تكاليف الصيانة إلى 10 وحدة نقدية مع ثبات بقية البيانات نجد أن التكاليف الكلية تصبح على النحو الوارد في الجدول رقم (3-4)، وترتفع الفترة الزمنية الفاصلة بين الصيانات الدورية إلى أربعة أشهر، ونلاحظ في العمود الأخير من الجدول أن أقل قيمة إجمالي التكاليف انتقلت إلى السطر الرابع وارتفعت التكاليف إلى 487.500 أي يجب إجراء الصيانة الدورية كل أربعة أشهر، وهذا متوقع نظراً لارتفاع تكاليف الصيانة الدورية من جهة، ومن جهة أخرى تزداد أيضاً تكاليف تعطل الآلة لأن الفترة أصبحت أربعة أشهر بدلاً من ثلاثة.

T	P(T)	$\sum_{i=1}^{T-1} P_i$	$EC(T) = n(50 \sum_{i=1}^{T-1} p_i + 10) / T$
1	0.04	0	$100\{50(0) + 10\} / 1 = 1,000$
2	0.06	0.04	$100\{50(0.04) + 10\} / 2 = 600$
3	0.09	0.10	$100\{50(0.10) + 10\} / 3 = 500$
4	0.12	0.19	$100\{50(0.19) + 10\} / 4 = 487.500$
5	0.15	0.21	$100\{50(0.31) + 10\} / 5 = 510$
6	0.20	0.36	$100\{50(0.36) + 10\} / 6 = 550$

الجدول رقم (3-4)

3.3. أسلوب التباين والقيمة المتوقعة:

أشرنا أعلاه إلى أن اعتماد أسلوب القيمة المتوقعة مناسباً عندما يعتمد القرار لفترات طويلة (أو يتكرر تطبيقه عدداً كبيراً من المرات)، ولا يمكن تطبيقه في حالة اتخاذ القرارات التي نادراً ما تتكرر، لكن يمكن معالجة هذا الأسلوب وتعديله ليصبح مناسباً في هذه الحالات أيضاً، عن طريق أخذ تباين النتائج المترتبة على اتخاذه بعين الاعتبار، وذلك بإضافة الأثر السلبي للتباين أي بطرح التباين عندما يسعى متخذ القرار إلى تعظيم قيمة النتيجة وإضافة قيمة التباين عندما يسعى متخذ القرار إلى تصغير قيمة النتائج، ويأخذ الأسلوب الشكل التالي:

في حالة تعظيم نتيجة القرار $Max y = E[z] - K var [z]$

في حالة تصغير نتيجة القرار $Min y = E[z] + K var [z]$

حيث: Z - متغير عشوائي يمثل الأرباح المحققة.

K - رقم ثابت يمثل أهمية النتيجة بالنسبة لمتخذ القرار

تعكس قيمة K مدى رغبته بتجنب المخاطر، حيث يدل على أهمية التباين بالنسبة للقيمة المتوقعة $E\{Z\}$ حيث يعطي متخذ القرار K قيمة أكبر من الواحد بكثير عندما لا يرغب في انخفاض كبير في الأرباح المحققة عن الأرباح المنتظرة (زيادة كبيرة في التكاليف المحققة على التكاليف المنتظرة)، لأن التوزيع الكبير لقيمة التباين يقلل من الفرق غير المرغوب به بين النتائج المرغوبة والمحققة، وهذا المدخل يتفق مع أسلوب منفعة النقد حيث يعد الرقم الثابت k معاملاً لتجنب المخاطرة. انظر المثال رقم (3-4)

المثال رقم (3-4):

المطلوب: تحديد فترة الصيانة الدورية لمنشأة ربي يسر للنقل والسياحة الواردة في المثال رقم (3-3).

الحل يتطلب حساب تباين تكلفة الفترة الزمنية الواحدة أي تباين:

$$C_T = \frac{c_1 \sum_{t=1}^{T-1} n_t + nc_2}{T}$$

يتضح من العلاقة أن C_T متغير عشوائي؛ لأن العدد المتوقع (الأمثل الرياضي) للحافلات التي تتعطل خلال الفترة n_t حيث $t = 1, \dots, T-1$ متغير عشوائي، هذا والمتغير n_t يتبع توزيع ذي الحدين بمتوسط np_t وتباين $np_t(1 - p_t)$ ينجم عن هذا:

$$Var\{C_T\} = \left(\frac{c_1}{T}\right)^2 \sum_{t=1}^{T-1} Var\{n_t\}$$

$$\begin{aligned} \text{Var} \{C_T\} &= \left(\frac{c_1}{T}\right)^2 \sum_{i=1}^{T-1} \text{Var} \{n_i\} \\ &= n \left(\frac{c_1}{T}\right)^2 \left\{ \sum_{i=1}^{T-1} p_i - \sum_{i=1}^{T-1} p_i^2 \right\} \end{aligned}$$

وحيث إن $EC(T) = E(C_T)$ كما في المثال رقم (3-3)،
يمكن صياغة الأسلوب بالعلاقة الآتية:

$$EC(T) + K \text{Var}(C_T)$$

سبق الإشارة إلى أن k رقم ثابت يعبر عن مدى تشاؤم متخذ القرار
وبفرض أن متخذ القرار غير متشائم وغير متفائل أي بفرض أن $k=1$
يمكن صياغة الأسلوب بالعلاقة الآتية:

$$\begin{aligned} EC(T) + \text{Var}\{C_T\} &= \\ &= n \left\{ \left(\frac{c_1}{T} + \frac{c_1^2}{T^2} \right) \sum_{i=1}^{T-1} p_i - \left(\frac{c_1}{T} \right)^2 \sum_{i=1}^{T-1} p_i^2 + \frac{c_2}{T} \right\} \end{aligned}$$

T	P(T)	$\sum_{i=1}^{T-1} P_i$	$\frac{c_1}{T} + \frac{c_1^2}{T^2}$	$\left(\frac{c_1}{T}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{T-1} P_i^2$	$EC(T) + \text{Var}\{C_T\}$
1	0.04	0	2550.00	2500.00	0	500.00
2	0.06	0.04	650.00	625.00	0.0016	2750.00
3	0.09	0.10	294.44	278.34	0.0100	2832.88
4	0.12	0.19	168.75	156.25	0.0361	2767.23
5	0.15	0.31	110.00	100	0.0961	2559.00
6	0.20	0.46	77.78	69.34	0.2116	2193.10

الجدول رقم (3-5)

نلاحظ في العمود الأخير من الجدول أن أقل قيمة لإجمالي التكاليف في
السطر الأول 500 لذلك يفضل إجراء الصيانة الدورية كل شهر.

4.3. أسلوب المستقبل الأكثر احتمالاً:

يبني هذا الأسلوب على تحويل الحالة (الحادثة) الاحتمالية إلى حالة محددة عن طريق تبديل قيم المتغير العشوائي بقيمة وحيدة تساوي للقيمة الأكثر احتمالاً، على سبيل المثال بفرض أن دخل المنتج (j) تساوي (C_j) وإن $P_j(C_j)$ تمثل كثافة المتغير غير المستمر (C_j)، وبفرض اختيار (C_j^*) التي تحقق العلاقة $P_j(C_j^*) = \max P_j(C_j)$ لجميع قيم (C_j)، في هذه الحالة يمكن عد قيمة (C_j^*) القيمة المحددة لدخل المنتج (j).

يبسط هذا الأسلوب عملية اتخاذ القرار المعقد في ظل ظروف المخاطرة، وهذا التبسيط ليس لأغراض التحليل فقط؛ بل لأنه عملياً يمدنا بالمعلومات الكافية لاتخاذ القرار، مثلاً يوجد احتمال صغير لتعرض وسائل النقل (طائرات، حافلات، سيارات، الخ...) لحوادث قد تؤدي بحياة ركابها جميعهم ، ومع ذلك يستخدمها الجميع.

لكن يجب الحذر من التشتت (عدم الوضوح) لدى استخدام أسلوب المستقبل الأكثر احتمالاً؛ لأنه مفضل في بعض الأحيان، مثل: الحالات التي يأخذ فيها المتغير عدداً كبيراً من قيم الاحتمالية التي تكون احتمالات حدوثها صغيرة جداً، أو الحالة التي يأخذ فيها المتغير قيماً متعددة باحتمالات متساوية، طبعاً في مثل هذه الحالات لا يمكن الاعتماد على أسلوب المستقبل الأكثر احتمالاً.

5.3. القرار البايزي:

تعرفنا في الفصل الثاني إلى الاحتمال الشرطي، حيث تبين أن الحصول على بيانات جديدة يحدث تغيراً هاماً في تقدير الاحتمالات، حيث يبدأ حساب

الاحتمال باحتمال أولي (قبلي) لحادث أو أكثر من الحوادث التي تثير اهتمامنا، لكن هذه الاحتمالات يمكن أن تحدث بحيث تصبح أكثر فاعلية في ضوء أية معلومات مرتبطة بحدوثها والتي يمكن الحصول عليها من أكثر من مصدر مثل: تقارير خاصة من المتابعة المستمرة للظاهرة (العينة)، تقارير تفيد بوقوع بعض الحوادث التي تؤثر على الاحتمالات القبلية، اختبارات جودة المنتج، الخ...، حيث تحسب احتمالات جديدة في ضوء هذه تسمى "الاحتمالات البعدية"، وقد قدم بايز من خلال النظرية المعروفة باسمه بأساليب تقدير هذه الاحتمالات وبين سبل الاستفادة منها باتخاذ القرارات، في الحالات التي سناقشها في الفقرات الآتية:

1.5.3. البيانات التجريبية القرار البايزي:

يتم اتخاذ القرارات في ظل المخاطرة بالاستناد إلى احتمالات معروفة أو يمكن معرفتها، حيث تسمى الاحتمالات المعروفة بشكل مسبق بالاحتمالات المسبقة، ويمكن تعديل الاحتمالات المسبقة بالاستناد إلى نتائج بعض التجارب التي يتم إجراؤها على النظام، وتعرف الاحتمالات الجديدة بالاحتمالات البعدية.

مثال رقم 3-4):

تعد مراقبة جودة المنتجات المثل التقليدي لمثل هذه التجارب، بفرض أن منشأة ما تنتج نوعاً معيناً من المنتجات التي ترسل إلى الزبائن ضمن طرود قياسية (موحدة الحجم والوزن)، لكن بسبب العوامل العشوائية المؤثرة على عمليات الإنتاج يمكن أن تنتج المنشأة بعض المنتجات غير المطابقة للمواصفات، أي يمكن أن تشحن بعض الطرود التي تحتوي على نسبة من المنتجات غير الجيدة تتجاوز النسبة المسموح بها، على

سبيل المثال الحسابات المسبقة تبين أن نسبة المنتجات غير الجيدة 5%، أما نسبة المنتجات الجيدة في 95%، وهذه الاحتمالات هي الاحتمالات المسبقة، بهدف تبسيط المسألة نفترض θ_1 ترمز لنوعية الطرد، حيث θ_1 ترمز للطرد الجيد و θ_2 ترمز للطرد غير الجيد، وهكذا يمكن التعبير عن احتمال أن يكون الطرد جيد جداً بالرمز $P(\theta_1) = 0.95$ ، وعن احتمال أن يكون الطرد غير جيد بالرمز $P(\theta_2) = 0.05$.

من المتعارف عليه إرسال أي طرد غير مطابق للمواصفات يحمل المنشأة المرسلة غرامات مالية (والتي تعد تكاليف إضافية بسبب عدم مطابقة المنتجات للمواصفات المطلوبة). المنشأة في هذا المثال واستناداً للاحتمالات المسبقة يمكن أن تستنتج أن احتمالات كون الطرود غير مطابقة للمواصفات ضئيلة جداً، وبالتالي يمكنها أن ترسل أي منها لأي زبون، بكلمة أخرى جودة الطرود كافية لإرسالها لأي زبون. هنا قرار إرسال الطرود يتخذ من دون إجراء أية اختبارات جودة.

لكن إذا رغبت المنشأة اتخاذ القرار في ضوء نتائج اختبارات جودة الطرود، فإن هذه النتائج (المعلومات الإضافية التي تحصل عليها من الاختبار) يمكن أن تؤثر على الاستنتاج السابق (الذي يقول: إن جودة الطرود كافية لإرسالها لأي زبون) وقد تغير القرار المتخذ. بفرض أن المنشأة قررت اختبار عبوتين من كل طرد، وبالتالي الاختبار يمكن يعطي إحدى النتائج الآتية:

1.

العبوتان مطابقتان للمواصفات (جيدتان)، ونرمز لهذه النتيجة بالحرف Z_1 .

2. إحدى العبوتين مطابقة للمواصفات (جيدة)، ونرمز لهذه النتيجة بالحرف Z_2 .

3. العبوتان غير مطابقتين للمواصفات (غير جيدتين) ونرمز لهذه النتيجة بالحرف Z_3 .

كما أن هذه العبوات يمكن أن تكون مختارة من طرد جيد أو من طرد غير جيد، وهذا يعبر عنه بالاحتمال الشرطي $P(Z_j|\theta_i)$ ، ثم تستخدم هذه الاحتمالات (الشرطية) مع الاحتمالات المسبقة لحساب الاحتمالات المشتركة، والمعرفة على النحو التالي $P(\theta_i, Z_j)$ ، وأخيراً تحسب الاحتمالات البعدية (اللاحقة) $P(\theta_i|Z_j)$ ، وذلك بقسمة كل احتمال مشترك على مجموع الاحتمالات المشتركة في عموده، بكلمة أخرى يجب حساب احتمال أن يكون الطرد جيداً عندما تكون نتيجة الاختبار Z_j هي اختيار طرد (جيد θ_1 أو غير جيد θ_2). يمكن الاعتماد على هذه الاحتمالات لاتخاذ القرارات وذلك في ضوء نتائج الاختبار.

من أجل إيضاح كيف تحسب الاحتمالات البعدية (اللاحقة) $P(\theta_i|Z_j)$ بدلالة الاحتمالات القبلية $P(\theta_i)$ والاحتمالات الشرطية $P(Z_j|\theta_i)$ ، نتعرف إلى الحالة العامة، عندما تكون $\theta_j = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ و $Z = Z_1, Z_2, \dots, Z_n$.

ومنه نجد:

$$P(Z_j) = \sum_{i=1}^m P(\theta_i, Z_j) = \sum_{i=1}^m P(Z_j|\theta_i) P(\theta_i)$$

ومنه نجد أن الاحتمالات البعدية (اللاحقة) تحسب بالعلاقة الآتية:

$$P(\theta_i | Z_j) = \frac{P(\theta_i, Z_j)}{P(Z_j)} = \frac{P(\theta_i)P(Z_j | \theta_i)}{\sum_{i=1}^m P(\theta_i)P(Z_j | \theta_i)}$$

هذه الاحتمالات معروفة باحتمالات بايز.

مثال (3-5):

بفرض أن نسبة العبوات غير الجيدة في الطرد الجيد هي 4%، وفي الطرد غير الجيد 15%، وباستخدام توزيع بيوميل من المستوى الثاني (الدرجة الثانية)، يمكن أن نقوم الاحتمالات الشرطية لنتائج Z_j وفق جودة الطرود على النحو التالي:

$$P(Z_1 | \theta_1) = C_2^2 (0.96)^2 (0.04)^{2-2} = 0.922$$

$$P(Z_2 | \theta_1) = C_1^2 (0.96)^1 (0.04)^{2-1} = 0.0768$$

$$P(Z_3 | \theta_1) = C_0^2 (0.96)^0 (0.04)^{2-0} = 0.0016$$

$$P(Z_1 | \theta_2) = C_2^2 (0.85)^2 (0.15)^{2-2} = 0.7225$$

$$P(Z_2 | \theta_2) = C_1^2 (0.85)^1 (0.15)^{2-1} = 0.255$$

$$P(Z_3 | \theta_2) = C_0^2 (0.85)^0 (0.15)^{2-0} = 0.0225$$

بهدف الوضوح وتسهيل العمليات نعرض نتائج الحسابات في الجدول رقم (3-6)

(6)

	Z_1	Z_2	Z_3
$P(Z_j \theta_1) = \theta_1$	0.992	0.0768	0.0016
θ_2	0.7225	0.255	0.0225

الجدول رقم (3-6)

حسب الخبرة والحسابات المسبقة (من نص المسألة) الاحتمال أن يكون الطرد من النوع الجيد هو $P(\theta_1) = 0.95$ واحتمال أن يكون الطرد

غير جيد هو $P(\theta_2) = 0.05$ ، يمكن حساب الاحتمالات المشتركة مع الجدول رقم 333 عن طريق ضرب السطر الأول بالاحتمال $P(\theta_1) = 0.95$ وضرب السطر الثاني بالاحتمال $P(\theta_2) = 0.05$ ، ونضع النتائج في الجدول رقم (7-3)

	Z_1	Z_2	Z_3
$P(\theta_1, Z_j) = \theta_1$	0.8759	0.07296	0.00152
θ_2	0.036125	0.01275	0.001125

الجدول رقم (7-3)

الآن نحسب $P(Z_j)$ بالعلاقة الآتية: $P(Z_j) = \sum_{i=1}^2 P(\theta_i, Z_j)$ وهذا يساوي لمجموع أعمدة الجدول رقم (5-3)، ونضع النتائج في الجدول رقم (8-3):

	Z_1	Z_2	Z_3
$P(\theta_1, Z_j) = \theta_1$	0.8759	0.07296	0.00152
θ_2	0.036125	0.01275	0.001125
المجموع $P(Z_j)$	0.912052	0.08571	0.002645

الجدول رقم (8-3)

وأخيراً نوجد الاحتمالات البعدية بالعلاقة الآتية:

$$P(\theta_i | Z_j) = P(\theta_i, Z_j) / P(Z_j)$$

وتحسب هذه الاحتمالات بقسمة الأرقام في أعمدة كل عمود من أعمدة الجدول (9-3) على مجموع عموده، نضع نتائج القسمة أي قيم الاحتمالات البعدية في الجدول رقم (9-3):

		Z_1	Z_2	Z_3
$P(\theta_i Z_j) =$	θ_1	0.96039	0.85124	0.57467
	θ_2	0.03961	0.14876	0.42533
الجدول رقم (9-3)				

أثر الاحتمالات البعدية على القرار النهائي في ضوء نتائج الاختبار Z_j ، إذا كانت كلتا العبوتين مطابقتين للمواصفات $Z = Z_1$ احتمال أن يكون الطرد المرسل جيداً يساوي 0.96039 أما إذا كانت كلتا العبوتين غير مطابقتين للمواصفات $Z = Z_3$ احتمال أن يكون الطرد المرسل جيداً يساوي 0.57467 واحتمال أن يكون الطرد غير جيد 0.42533، وهذا يدل على أن القرار النهائي يمكن أن يتغير بشكل جذري في ضوء نتائج الاختبار.

مثال رقم (7-3)

شركة زيوت لديها ثلاث خطوط لتكرير زيت الزيتون هي M_1, M_2, M_3 تكرر الزيت وتضعه في عبوات متشابهة، وخبرة الشركة أثبتت أن نسبة العبوات غير المطابقة للمواصفات من إنتاج الخطوط هو 1% للخط M_1 و 2% للخط M_2 و هو 3% للخط M_3 ، وقد أخذت الشركة عينة مؤلفة من 100 عبوة، منها 40 عبوة من إنتاج الخط الأول، و 35 عبوة من إنتاج الخط الثاني، و 25 عبوة من إنتاج الخط الثالث، واختيرت عبوة بشكل عشوائي من هذه العينة وتبين أنها غير مطابقة للمواصفات.

المطلوب:

1. حساب احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الأول.
2. حساب احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الثاني.
3. حساب احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الثالث.

الجل:

بفرض أن: $P(A_1)$ ، $P(A_2)$ ، $P(A_3)$ احتمالات أن تكون العبوة من إنتاج الخط الأول، الثاني، الثالث على الترتيب.
الاحتمالات الأولية:

1. احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الأول: $P(A_1) = \frac{40}{100} = 0.40$
2. احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الثاني: $P(A_2) = \frac{35}{100} = 0.35$
3. احتمال أن تكون العبوة من إنتاج الخط الثالث: $P(A_3) = \frac{25}{100} = 0.25$

احتمالات إنتاج عبوة غير مطابقة للمواصفات في إنتاج الخطوط:

1. الخط الأول: $P(S/A_1) = 0.01$

2. الخط الثاني: $P(S/A_2) = 0.02$

3. الخط الثالث: $P(S/A_3) = 0.03$

احتمالات أن تكون العبوة غير المطابقة للمواصفات من إنتاج:

1. الخط الأول: $P(A_1|S) = \frac{0.01(0.40)}{0.01(0.40) + 0.02(0.35) + 0.03(0.25)} = 0.216$

2. الخط الثاني: $P(A_2|S) = \frac{0.02(0.35)}{0.01(0.40) + 0.02(0.35) + 0.03(0.25)} = 0.378$

$$3. \text{ الخط الثالث: } P(A_1|S) = \frac{0.03(0.25)}{0.01(0.40) + 0.02(0.35) + 0.03(0.25)} = 0.4054$$

مثال رقم (3-8):

شركة الزيوت الواردة في المثال رقم (3-7)، ترغب في تحديد احتمالات أن تكون الطرود سليمة، علماً بأن الخبرة أثبتت أن 90% من العبوات مطابقة للمواصفات و 10% غير مطابقة لها، وتعد هذه الاحتمالات هي الاحتمالات القبلية (المسبقة)، وترغب الشركة في التأكد من سلامة الطرود (الطرود التي تحتوي على 90% عبوات مطابقة للمواصفات)، لذلك تُختبر عبوتين من كل طرد لتأكد من سلامته.

المطلوب:

تحديد احتمالات أن تكون الطرود سليمة بالاستناد إلى نتائج اختبارات العينة (العبوتان المختارتان).

الحل: نتائج الاختبار:

1. النتيجة الأولى قد تكون العبوتان مطابقتين للمواصفات.
 2. النتيجة الثانية عبوة مطابقة للمواصفات وعبوة غير مطابقة لها.
 3. النتيجة الثالثة: العبوتان غير مطابقتين للمواصفات.
- نعرف نتائج اختبار العينة (1, 2, 3) بالرموز S_1, S_2, S_3 على الترتيب، كما نعرف الطرد السليم بالرمز θ_1 والطرود غير السليم بالرمز θ_2 .
حساب الاحتمالات الشرطية لنتيجة الاختبار بفرض أن نسبة العبوات المطابقة للمواصفات في الطرود السليمة 90%، ونسبة العبوات غير المطابقة للمواصفات فيها الطرود 10%، أما نسبة العبوات المطابقة للمواصفات في

الطرود السليمة 75%، ونسبة في الطرود غير المطابقة للمواصفات فيها 25%، تحسب الاحتمالات الشرطية بالاستناد إلى التوزيع ذي الحدين:

$$P\{S_1|\theta_1\} = C_0^2 (0.9)^2 \cdot (0.1)^0 = 0.81$$

$$P\{S_1|\theta_1\} = C_0^2 (0.9)^1 \cdot (0.1)^1 = 0.18$$

$$P\{S_1|\theta_1\} = C_0^2 (0.9)^0 \cdot (0.1)^2 = 0.01$$

$$P\{S_1|\theta_2\} = C_0^2 (0.75)^2 \cdot (0.25)^0 = 0.5625$$

$$P\{S_1|\theta_2\} = C_0^2 (0.75)^1 \cdot (0.25)^1 = 0.375$$

$$P\{S_1|\theta_2\} = C_0^2 (0.75)^0 \cdot (0.25)^2 = 0.0625$$

تعرض النتائج في جدول يتناسب وطبيعة العمل، انظر الجدول رقم (10-3

(

	S_1	S_2	S_3
$P(S_j \theta_i) = \theta_1$	0.8100	0.18000	0.01000
θ_2	0.5625	0.3750	0.0625

الجدول رقم (10-3)

بفرض أن الطرد يعد سليماً عندما $\theta_1 = 0.88$ و $\theta_2 = 0.12$ ، وبالتالي يمكن إيجاد الاحتمالات المشتركة عند طريق ضرب الصف الأول في الجدول

رقم (9-3) بالاحتمال 0.88 وضرب الصف الثاني منه بالاحتمال 0.12، وتوضع النتائج في الجدول رقم (11-3)

		S_1	S_2	S_3
$P(\theta_i S_j) =$	θ_1	0.7128	0.1584	0.00880
	θ_2	0.0675	0.045	0.0075

الجدول رقم (11-3)

الآن نحسب $P(S_j)$ بالعلاقة الآتية: $P(S_j) = \sum_{i=1}^2 P(\theta_i, S_j)$ وهذا يساوي لمجموع الأرقام في كل عمود أعمدة الجدول 444، وتحسب الاحتمالات اللاحقة وذلك بقسمة كل احتمال من الاحتمالات المشتركة على مجموع الاحتمالات في عموده، وتوضع في الجدول رقم (12-3)

		S_1	S_2	S_3
$P(\theta_i S_j) =$	θ_1	0.7128	0.1584	0.00880
	θ_2	0.0675	0.045	0.0075
$P(S_j) = \sum_{i=1}^2 P(\theta_i, S_j)$		0.7803	0.20034	0.0163

الجدول رقم (12-3)

أخيراً نحسب الاحتمالات اللاحقة وذلك بقسمة كل احتمال من الاحتمالات الشرطية على مجموع الاحتمالات في عموده، وتوضع في الجدول رقم (13-3)

	S_1	S_2	S_3
θ_1	0.9135	0.7788	0.5399
θ_2	0.0865	0.2212	0.4601

الجدول رقم (13-3)

2.5.3. أثر الاحتمالات اللاحقة على تصنيف الطرود :

إذا أثبت الاختبار أن العبوتين مطابقتان للمواصفات، فإن احتمال أن يكون الطرد سليماً هو 0.9135، أما إذا أثبت الاختبار أن العبوتين غير مطابقتين للمواصفات فإن احتمال أن يكون الطرد غير سليم يساوي 0.5399، واحتمال أن يكون الطرد غير مطابق للمواصفات هو: 0.4601 أي احتمال أن يكون الطرد مطابقاً للمواصفات يساوي تقريباً احتمال أن يكون غير مطابق للمواصفات.

مثال رقم (3-9):

شركة الزيوت الواردة في المثال رقم (3-7)، تورد منتجاتها لوكيلين معتمدين الأول يشترط أن تكون نسبة العبوات المعيبة لا تزيد على 12%، أما المعتمد الثاني فيقبل استلام الطرود التي تحتوي على نسبة معيبة لا تزيد على 18%، هذا وتحمل الشركة غرامة مقدارها 75 ل.س عن كل نقطة مئوية تزيد على الحدود القصوى المتفق عليها، في حين تتحمل تكلفة مقدارها 50 ل.س، عن كل نقطة مئوية تقل عن الحدود القصوى المتفق عليها.

المطلوب: تحديد وجهات الطرود التي تحمل المنشأة أقل التكاليف بالاستناد إلى نتيجة اختبار عينة مؤلفة من عبوتين.

تحسب التكلفة الإضافية للنقاط التي تزيد على الحد المطلوب وتكلفة النقاط (الغرامة) التي تقل عن الحد المطلوب من كل وكيل معتمد، وتوضع في الجدول رقم (3-14).

	θ_1	θ_2
A_1	100	975

A_2	400	525
-------	-----	-----

الجدول رقم (3-14)

التكاليف عندما تكون العبوتين مطابقتين للمواصفات:

$$E\{A_1|S_1\} = 100(0.9135) + 975(0.0865) = 174.81$$

$$E\{A_2|S_1\} = 400(0.9135) + 525(0.0865) = 410.81$$

القرار: عندما تكون العبوتان مطابقتين للمواصفات يرسل الطرد إلى الوكيل الأول
التكاليف عندما تكون إحدى العبوتين مطابقة للمواصفات، والأخرى غير مطابقة

$$E\{A_1|S_2\} = 100(0.7788) + 975(0.2212) = 293.55 \quad \text{لها:}$$

$$E\{A_2|S_2\} = 400(0.7788) + 525(0.2212) = 427.65$$

القرار: عندما تكون عبوة مطابقة للمواصفات وعبوة غير مطابقة لها يرسل
الطرد إلى الوكيل الأول.

التكاليف عندما تكون العبوتان غير مطابقتين للمواصفات:

$$E\{A_1|S_3\} = 100(0.5399) + 975(0.4601) = 502.59$$

$$E\{A_2|S_3\} = 400(0.5399) + 525(0.4601) = 457.51$$

القرار: عندما تكون العبوتان غير مطابقتين للمواصفات يرسل الطرد إلى الوكيل
الثاني.

مثال رقم (3-10)

ترغب شركة هوب هوب للسياح والسفر الدخول في سوق جديدة وتفاضل بين
ثلاثة بدائل للعمل، التخصص بنقل الركاب، العمل على نقل الركاب والبضائع،
العمل على نقل الركاب والطرود البريدية، والشركة غير متأكدة من حجم الطلب
على كل نوع من أنواع الخدمات التي تقدمها، لكنها قدرت احتمالات الطلب

بثلاثة مستويات (جيد، وسط، مقبول)، وقد قدرت حجم العوائد المتوقعة لكل بديل من هذه البدائل بالاستناد إلى خبرتها على النحو الوارد في الجدول رقم (3-15).

الطالب مقبول	الطلب متوسط	الطلب جيد	حالات الطبيعة البدائل
0.3	0.5	0.2	
8,000	10,000	40,000	A البديل الأول
20,000	24,000	12,000	البديل الثاني
10,000	11,000	30,000	البديل الثالث

الجدول رقم (3-15)

نحسب العائد المتوقع لكل بديل من هذه البدائل:

العائد المتوقع للبديل الأول:

$$R_1 = 0.2(40,000) + 0.5(10,000) + 0.3(8,000)$$

$$= 15,400 \text{ وحدة نقدية}$$

العائد المتوقع للبديل الثاني:

$$R_2 = 0.2(12,000) + 0.5(24,000) + 0.3(20,000)$$

$$= 20,400 \text{ وحدة نقدية}$$

العائد المتوقع للبديل الثالث:

$$R_3 = 0.2(30,000) + 0.5(11,000) + 0.3(10,000)$$

$$= 14,500 \text{ وحدة نقدية}$$

أي البديل الأفضل وفق الاحتمالات الأولية هو البديل الثاني والعائد المتوقع يساوي 20,400 وحدة نقد.

استعانت الشركة بشركة متخصصة في دراسة السوق التي قدمت للشركة النتيجة

الواردة في الجدول رقم (3-16)

الطلب مقبول	الطلب متوسط	مرتفع	نتائج الدراسة حالات الطلب
0.1	0.2	0.7	0.2 مرتفع
0.2	0.6	0.2	0.5 متوسط
0.7	0.2	0.1	0.3 منخفض

الجدول رقم (3-16) الاحتمالات المقدمة من قبل الشركة المتخصصة

الطلب مقبول	الطلب متوسط	مرتفع	نتائج الدراسة حالات الطلب
0.02	0.04	0.14	مرتفع
0.10	0.30	0.10	متوسط
0.21	0.06	0.03	منخفض
0.33	0.40	0.27	الاحتمالات الحدية

الجدول رقم (3-17) جدول الاحتمالات المشتركة والحدية

الطلب مقبول	الطلب متوسط	مرتفع	نتائج الدراسة حالات الطلب
0.061	0.10	0.519	مرتفع

متوسط	0.370	0.75	0.303
منخفض	0.111	0.15	0.636

الجدول رقم (3-18) جدول الاحتمالات البعدية

حالة الطبيعة الأولى:

$$a_1 = .519(40,000) + .37(12,000) + .111(30,000)$$

$$= 28,530 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_2 = .519(10,000) + .37(24,000) + .111(11,000)$$

$$= 16,030 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_3 = .519(8,000) + .37(20,000) + .111(10,000)$$

$$= 12,660 \text{ وحدة نقدية}$$

البديل الأمثل هو البديل الأول.

حالة الطبيعة الثانية:

$$a_1 = .1(40,000) + .75(12,000) + .15(30,000)$$

$$= 17,500 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_2 = .1(10,000) + .75(24,000) + .15(11,000)$$

$$= 20,650 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_3 = .1(8,000) + .75(20,000) + .15(10,000)$$

$$= 17,300 \text{ وحدة نقدية}$$

البديل الأمثل هو البديل الثاني.

حالة الطبيعة الثالثة:

$$a_3 = .061(40,000) + .303(12,000) + .636(30,000)$$

$$= 23,240 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_2 = .061(10,000) + .303(24,000) + .636(11,000)$$

$$= 14,880 \text{ وحدة نقدية}$$

$$a_3 = .061(8,000) + .303(20,000) + .636(10,000)$$

$$= 12,910 \text{ وحدة نقدية}$$

البديل الأمثل هو البديل الأول.

$$R = .27(28,530,000) + .40(20,650,000) + .33(25,240,000)$$

$$= 24,292.3 \text{ وحدة نقدية}$$

القيمة المتوقعة للبيانات:

$$C = 24,292.3 - 20,400,000 = 3,892.3$$

أي أن أقصى قيمة يمكن أن تدفعها الشركة لشركة الدراسات السوقية للفرق بين العوائد التي يمكن أن تحققها في ضوء البيانات المقدمة من قبل شركة الدراسات والعوائد التي تحققها في ضوء البيانات الأولية، والتكلفة (3,892.3) وحدة نقدية. ويمكن تلخيص الحسابات أعلاه على النحو الوارد في الجدول رقم (3-19).

	$p(z \theta_i)$							
	z_1	z_2	z_3	$p(\theta_i)$		z_1	z_2	z_3
θ_1	0.7	0.2	0.1	0.2	$p(\theta_1)p(z \theta_1)$	.14	.04	.02
θ_2	0.2	0.6	0.2	0.5	$p(\theta_1)p(z \theta_1)$	.10	.30	.10
θ_3	0.1	0.2	0.7	0.3	$p(\theta_1)p(z \theta_1)$	.03	.06	.21
جدول العوائد					$p(z)$	.27	.40	.33
	a_1	a_2	a_3		$p(\theta_i z)$			
θ_1	40	10	8		p_1	.519	.100	.061
θ_2	12	24	20		p_2	.370	.750	.303
θ_3	30	11	10		p_3	.111	.150	.636
				الأرقام بالآلاف	$a_1 = 28.53$	$a_1 = 17.50$	$a_1 = 23.24$	
					$a_2 = 16.03$	$a_2 = 20.65$	$a_2 = 14.88$	
					$a_3 = 12.66$	$a_3 = 17.30$	$a_3 = 12.91$	
				تعظيم القرار	a_1	a_2	a_2	
				$p(\theta_1)p(z \theta_1)$	28.53	20.65	23.24	
				الأرقام بالآلاف				
$R = .27(25.3) + .40(22.2) + .33(20.7) = 2,4292.3$								

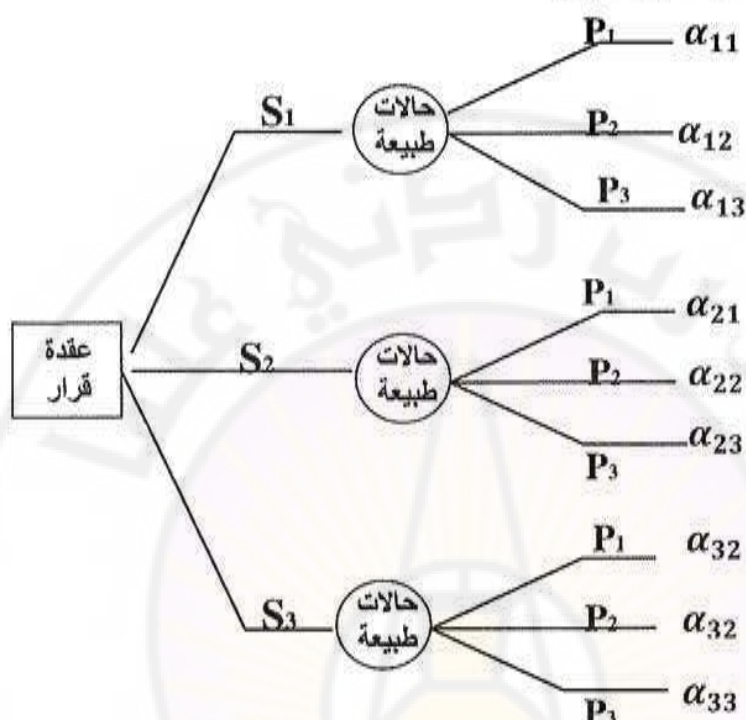
الجدول رقم (3-19) تلخيص حسابات القرار البايزي والأرقام بالآلاف.

6.3. شجرة القرار

تعد شجرة القرار من الأشكال التوضيحية التي تعتمد في عملية اتخاذ القرار، وتستخدم بكفاءة في عمليات اتخاذ القرارات التي تتخذ على مراحل متعددة، وفي القرارات التي تمتد لفترات زمنية طويلة تتغير خلالها احتمالات وقوع الحوادث (احتمالات حالات الطبيعة) المؤثرة على القرارات، حيث تعرض شجرة القرار التغيرات المتعاقبة بالشكل المنطقي (الطبيعي) على مدار الفترة.

تمثل مواقف اتخاذ قرار على الشجرة على شكل ، أما بدائل القرار فتمثل بخطوط مستقيمة تنبثق من عقدة القرار  لـ  بديل خط مستقيم تعرف هذه الخطوط عادة بفروع، وتثبت على كل فرع اسم القرار البديل وتكلفته، وينتهي كل قرار بعقدة على شكل دائرة تعرف بعقدة حالات الطبيعة، هي الأخرى ينبثق منها خطوط مستقيمة (فروع) تمثل حالات الطبيعة التي يمكن أن تصادف، لكل حالة طبيعة فرع مستقل تثبت عليه احتمالات حدوث حالة الطبيعة وتثبت في نهايته النتائج المترتبة على الجهة المعنية بالقرار عندما تصادف حالة الطبيعة هذه، وقد تنتهي فروع حالات الطبيعة بعقد حالات طبيعة أخرى عندما تتوقف حالات الطبيعة اللاحقة على حالات الطبيعة السابقة؛ وقد تنتهي فروع حالات الطبيعة بعقد اتخاذ قرار عندما تتخذ القرارات على عدة مراحل، حيث يتوقف اتخاذ القرارات اللاحقة على حالات الطبيعة السابقة، تجدر الإشارة إلى أن شجرة القرارات تبدأ بعقدة قرار وتنتهي بحالات طبيعة (أي لا يمكن

أن تبدأ بحالة طبيعة ولا يمكن أن تنتهي بقرار). انظر الشكل رقم (3-1) يوضح شكل شجرة القرار.



شجرة القرار الشكل رقم (3-1)

مثال رقم (3-11): ترغب منشأة ألبان هبة الله بتوسيع طاقتها الإنتاجية وقد قدم قسم البحوث مصنعين بديلين، الأول مصنع متكامل، والثاني صغير يمكن تطويره في المستقبل (بعد سنتين من بنائه) ليصبح مصنعاً متكاملًا، وذلك في ضوء الطلب المستقبلي وحالة السوق.

تعد عملية اتخاذ القرار التي تواجه منشأة ألبان هبة الله متعددة المراحل؛ لأن اختيار البديل الثاني يتطلب من المنشأة اتخاذ قرار بعد سنتين بتطوير المصنع الصغير أو عدم تطويره، أي عملية القرار تتم على

مرحلتين في المرحلة الأولى تحديد حجم المصنع الذي يبنى الآن، وفي حال تم اختيار المصنع الصغير يجب اتخاذ قرار بعد سنتين بخصوص تطوير المصنع أو عدم تطويره.

قدر قسم الدراسات في ضوء البيانات تكلفة بناء المصنع المتكامل (10,000,000) وحدة نقدية، و تكلفة بناء المصنع الصغير (2,000,000) وحدة نقدية، وتكلفة تطوير المصنع الصغير (9,000,000) وحدة نقدية، كما قدر القسم أن الطلب سيكون مرتفعاً خلال السنوات العشر القادمة باحتمال مقداره 70%، ومنخفضاً باحتمال مقداره 30%.

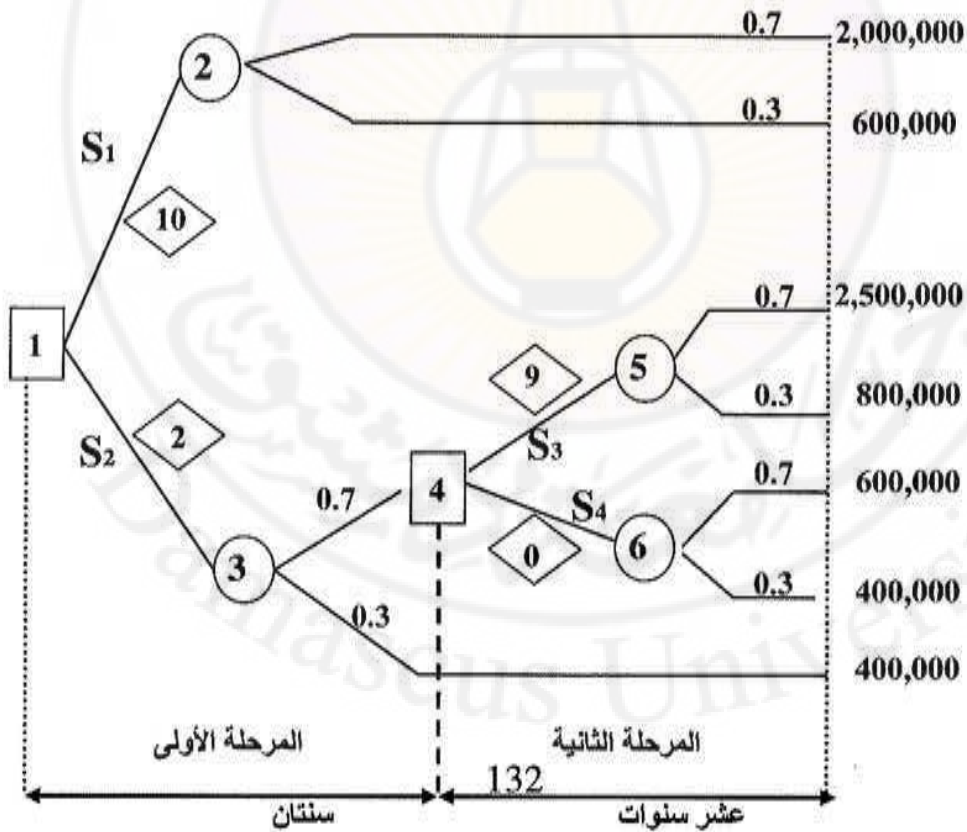
ويتوقع أن تحقق المنشأة العوائد الآتية:

1. إذا تم بناء المصنع المتكامل يتوقع أن تحقق المنشأة عائداً سنوياً مقداره 2,000,00 وحدة نقدية، إذا كان الطلب مرتفعاً، ويحقق عوائد مقدارها 600,000 إذا كان الطلب منخفضاً.
2. إذا تم بناء المصنع الصغير يتوقع أن تحقق المنشأة عائداً سنوياً مقداره 600,000 وحدة نقدية، إذا كان الطلب مرتفعاً، ويحقق عوائد مقدارها 40,000 إذا كان الطلب منخفضاً.
3. إذا تم بناء المصنع الصغير، وتم تطويره في بداية السنة الثالثة (المصنع المطور) يتوقع أن تحقق المنشأة عائداً سنوياً مقداره 2,500,00 وحدة نقدية، إذا كان الطلب مرتفعاً، ويحقق عوائد مقدارها 800,000 إذا كان الطلب منخفضاً.

المطلوب: مساعدة منشأة هبة الله لصناعة الألبان في اتخاذ القرار الذي يحقق لها أعظم الأرباح علماً بأنها تنوي العمل في هذا المجال مدة اثنتي عشر سنة.

الحل:

تصاغ القضية على شكل شجرة قرار على الشكل رقم (2-3)، حيث يرمز لقرار بناء المصنع المتكامل، المصنع الصغير، قرار تطوير المصنع الصغير (المصنع المطور)، قرار عدم تطوير المصنع الصغير (المصنع غير المطور) بالرموز الآتية على الترتيب: S_1 ، S_2 ، S_3 ، S_4 ، وبالطبع تكلفة عدم التطوير تساوي الصفر.



شجرة القرار الشكل رقم (2-3)

1. العقدة رقم 6 عقدة حالة طبيعة، وبالتالي العائد السنوي المتوقع يساوي لمجموع جداءات النتائج باحتمالات تحققها (احتمالات مصادفة حالات الطبيعة)، وحيث إن القرار يستمر لعدة سنوات، يضرب العائد السنوي بعدد السنوات (عشر سنوات).

$$R_6 = [(0.7)(600,000) + (0.3)(400,000)]10$$

$$= 5,400,000 \text{ وحدة نقدية}$$

2. العقدة رقم 5 عقدة حالة طبيعة وحيث إن القرار يستمر لعدة سنوات، العائد المتوقع:

$$R_5 = [(0.7)(2,500,000) + (0.3)(800,000)]10$$

$$= 19,900,000 \text{ وحدة نقدية}$$

3. العقدة رقم 4 عقدة قرار، وبالتالي يتوجب حساب صافي العائد الذي يحققه كل بديل ومن ثم يتم اختيار البديل الذي يحقق أعظم صافي عائد، والمفاضلة هنا بين المصنع الصغير المطور (بداية السنة الثالثة) والمصنع الصغير غير:

أ- البديل الأول وهو تطوير المصنع الصغير بتكلفة 10,000,000 وحدة نقدية وهو يحقق عائداً إجمالياً مقداره 19,900,000 وحدة نقدية، أي يتوقع أن يحقق صافي عائد مقداره:

$$R_5 = 19,900,000 - 10,000,000$$

وحدة نقدية 9,900,000 =

ب- البديل الثاني وهو عدم تطوير المصنع الصغير، وبالتالي لا توجد أية تكاليف في هذه المرحلة، وهو يحقق عائداً إجمالياً مقداره 5,400,000 وحدة نقدية.

القرار في هذه المرحلة: يتم اختيار البديل الأول (تطوير المصنع الصغير) لأنه يتوقع أن يحقق صافي عائد يزيد على صافي العائد المتوقع للبديل الثاني(المصنع الصغير غير المطور).

1. العقدة رقم 3 عقدة حالة طبيعة والتي يتفرع عنها فرعان:

أ- الأول يمثل احتمالات أن يكون الطلب مرتفعاً، وفي هذه الحالة يتوقع أن تحقق المنشأة عائداً مقداره 600,000 وحدة نقدية خلال كل من السنتين الأولى والثانية، ويتوقع أن يتخذ قرار في بداية السنة الثالثة بتوسع المصنع حيث يحقق خلال السنوات العشر الأخيرة عائداً مقداره 9,900,000 وحدة نقدية.

ب- الفرع الثاني والذي يمثل احتمالات أن يكون الطلب منخفضاً، ويتوقع أن يحقق المصنع عائداً مقداره 400,000 وحدة نقدية خلال السنوات (12) القادمة.

أي:

$$R_3 = \{ (0.7)[(9,900,000) + (600,000)2] + (0.3)(400,000)12 \}$$

وحدة نقدية 9,210,000 =

1. العقدة رقم 2 عقدة حالة طبيعة وحيث إن القرار يستمر 12 سنة، العائد المتوقع:

$$R_2 = [(0.7)(2,000,000) + (0.3)(600,000)]12$$

$$= 18,960,000 = 18.96 \text{ نقديّة وحدة}$$

2. العقدة رقم 1 عقدة قرار والمفاضلة هنا بين إنشاء المصنع المتكامل والمصنع الصغير:

أ- البديل الأول وهو المصنع المتكامل بتكلفة 10,000,000 وحدة نقديّة وهو يحقق عائداً إجمالياً مقداره 18,960,000 وحدة نقديّة، أي يتوقع أن يحقق صافي عائد مقداره:

$$R_2 = 18,960,000 - 10 = 8.96 \text{ نقديّة وحدة}$$

ب- البديل الثاني وهو المصنع الصغير الذي يوقع أن يحقق عائداً مقداره 9,210,000 وحدة نقديّة، وهذا يحمل المنشأة تكاليف إنشاء المصنع الصغير البالغة 2,000,000 وحدة نقديّة.

القرار النهائي:

يتم اختيار البديل الأول؛ لأنه يتوقع أن يحقق صافي عائد يزيد على صافي العائد المتوقع للبديل الثاني، أي يجب بناء المصنع المتطور.

مثال عن القرار البايزي:

يُنتج معمل زجاج الرّبيع نوعاً من القوارير على ثلاثة خطوط، أثبتت خبرة إدارة المصنع أن نسبة الإنتاج المعيب S في إنتاج الخطوط A, B, C هي: 0.05, 0.3, 0.01 على الترتيب، قامت إدارة المصنع بسحب عينة من القوارير مؤلفة من 1,000 قارورة موزعة على النحو الآتي:

1. 400 قارورة من إنتاج الخط A

2. 350 قارورة من إنتاج الخط B

3. 250 قارورة من إنتاج الخط C

بعد خلط القوارير بشكل جيد تم سحب قارورة واحدة وتبين أنها معيبة، المطلوب: ما احتمال:

1. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الأول.

2. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الثاني.

3. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الثالث.

الحل:

الاحتمال الأولي:

1. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الأول $P(A) = \frac{400}{1000} = 0.4$

2. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الثاني $P(B) = \frac{350}{1000} = 0.35$

3. أن تكون القارورة من إنتاج الخط الثالث $P(C) = \frac{250}{1000} = 0.25$

الاحتمالات اللاحقة:

1. أن تكون القارورة غير الصالحة من إنتاج الخط الأول

$$P(A|S) = \frac{0.4(0.01)}{0.4(0.01) + 0.35(0.03) + 0.25(0.05)} = 0.148$$

2. أن تكون القارورة غير الصالحة من إنتاج الخط الثاني

$$P(B|S) = \frac{0.35(0.03)}{0.4(0.01) + 0.35(0.03) + 0.25(0.05)} = 0.388$$

3. أن تكون القارورة غير الصالحة من إنتاج الخط الثالث

$$P(C|S) = \frac{0.25(0.05)}{0.4(0.01) + 0.35(0.03) + 0.25(0.05)} = 0.463$$

أسئلة الفصل الثالث

1. حل المسألة الآتية:

يرغب السيد حمد باستثمار مبلغ 2,000,000 ل.س لمدة سنة واحدة، ويفاضل بين بديلين الأول إيداع المبلغ بالمصرف بفائدة 11%، والبديل الثاني شراء أسهم لشركة نعمة الله لصناعة الزيوت، وكان عائد الأسهم في نهاية السنة المالية يتحدد بالاستناد للمعلومات الواردة (3-20).

	سيئة	متوسطة	جيدة
الاحتمال	30 %	40 %	30 %
سعر السهم	15- %	ثابت	25+ %

الجدول رقم (3-20)

دراسة السوق من قبل مكتب الخبرة المتخصصة بدراسة سوق دمشق للأوراق المالية، قدم التقرير الوارد في الجدول رقم (3-21):

الطلاب مقبول	الطلاب متوسط	مرتفع	نتائج الدراسة الحالة الفعلية
--------------	--------------	-------	---------------------------------

0.10	0.15	0.75	0.2 مرتفع
0.08	0.70	0.22	0.5 متوسط
0.65	0.20	0.15	0.3 منخفض

الجدول رقم (3-21) الاحتمالات المقدمة من قبل الشركة المتخصصة

المطلوب:

A. تحديد الاحتمالات اللاحقة.

B. مساعدة السيد حمد في اتخاذ قراره.

C. تحديد قيمة المعلومات التي يمكن أن يدفعها السيد حمد.

2. حل المسألة الآتية:

شركة صناعية تفاضل بين بديلين مقترحين للتنفيذ في بداية عام 2009، تكلفة الأول (6) مليون وحدة نقدية، وتكلفة الثاني (20) مليون وحدة نقدية، وبعد سنة سيكون أمام الشركة البدائل الآتية:

- في حال اختيار البديل الأول وكان الطلب مرتفعاً خلال السنة الأولى أما أن تبقى البديل من دون تغيير أو تطوره بتكلفة قدرها (15) مليون، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى فتبقى البديل من دون تعديل.

في حال اختيار البديل الثاني وكان الطلب مرتفعاً خلال السنة الأولى أما أن تبقى البديل من دون تغيير أو تطوره بتكلفة قدرها (5) مليون، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى فتبقى البديل من دون تعديل. وقد قدرت العوائد على النحو الوارد في الجدول رقم (3-22).

البديل الأول	الطلب	البديل الثاني	الطلب
--------------	-------	---------------	-------

10	5	قبل التطوير	3	6	قبل التطوير
13	6	بعد التطوير	7	12	بعد التطوير
الجدول رقم (3-22)					

وتتوقع الشركة أن يكون الطلب مرتفعاً في عام 2010 باحتمال قدره (0,6) ومنخفضاً باحتمال قدره (0,4)، وخبرة الشركة أثبتت أنه عندما يكون الطلب مرتفعاً في السنة الأولى سيكون كذلك في السنوات الخمس الآتية باحتمال قدره (0,7) ويكون منخفضاً باحتمال قدره (0,3)، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى سيكون كذلك في السنوات الخمس الآتية باحتمال قدره (0,6) ويكون مرتفعاً باحتمال قدره (0,4).

المطلوب: هل تنصح الشركة بتنفيذ أي من المشروعين ولماذا إذا علمت أن الشركة ستنتهي أعمالها عام 2013.

3. حل المسألة الآتية:

شركة صناعية تفاضل بين بديلين مقترحين للتنفيذ في بداية عام 2009، تكلفة الأول (4) مليون وحدة نقدية، وتكلفة الثاني (12) مليون وحدة نقدية، وبعد سنة سيكون أمام الشركة البدائل الآتية:

- في حال إخبار البديل الأول وكان الطلب مرتفعاً خلال السنة الأولى أما أن تبقى البديل من دون تغيير أو تطوره بتكلفة قدرها (10) مليون، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى فتبقى البديل دون تعديل.

- في حال إخبار البديل الثاني وكان الطلب مرتفعاً خلال السنة الأولى أما أن تبقى البديل دون تغيير أو تطوره بتكلفة قدرها (6) مليون، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى فتبقى البديل من دون تعديل.
 قدرت العوائد على النحو الوارد في الجدول (3-23).

البديل الأول	الطلب		البديل الثاني	الطلب	
	مرتفع	منخفض		مرتفع	منخفض
قبل التطوير	5	2	قبل التطوير	4	9
بعد التطوير	11	6	بعد التطوير	5	12
الجدول رقم (3-23)					

وتتوقع الشركة أن يكون الطلب مرتفعاً في عام 2005 باحتمال قدره (0,7) ومنخفضاً باحتمال قدره (0,3)، وخبرة الشركة أثبتت أنه عندما يكون الطلب مرتفعاً في السنة الأولى سيكون كذلك في السنوات الخمس الآتية باحتمال قدره (0,7) ويكون منخفضاً باحتمال قدره (0,3)، أما إذا كان الطلب منخفضاً في السنة الأولى سيكون كذلك في السنوات الخمس الآتية باحتمال قدره (0,6) ويكون مرتفعاً باحتمال قدره (0,4).

المطلوب: مساعدة الشركة في اختيار البديل المناسب إذا علمت أنها ستنتهي أعمالها في نهاية عام 2012.

4. حل المسألة الآتية:

شركتان متنافستان تنتج الأولى نوعين من السيارات، وتنتج الثانية أربعة أنواع ونتيجة خبرتهما في هذا المجال تشكلت لديهما قناعة بأن نتائج كل منهما

تتوقف على سلوك الأخرى، وعلى نوع السيارات التي تعرضها وتوصلتنا إلى تقدير النتائج الواردة في الجدول رقم (3-24).

	1	2	3	4
1	10	20	15	30
2	50	30	40	20
الجدول رقم (3-24)				

الفصل الرابع

اتخاذ القرارات في ظروف عدم التأكد التام

سنتعرف في هذا الفصل إلى أساليب اتخاذ القرارات الآتية:

1. معيار لابلاس (الاحتمالات المتساوية)

2. المعيار المتفائل أقصى - أقصى

3. المعيار المتشائم أقصى - أدنى

4. معيار هرويز (الواقعية)

5. معيار سافاج (الندم)



مقدمة:

تتصف ظروف عدم التأكد بعدم وضوح الرؤية أمام متخذ القرار بسبب عدم كفاية المعلومات عن بيئة القرار، أي لا يعلم متخذ القرار بشكل مسبق ما هي المتغيرات أو الظروف المستقبلية التي ستواجه المنظمة، وبالتالي لا يستطيع التعرف إلى المتغيرات التي ستؤثر على القرار المتخذ، في هذه الحالة يتوجب عليه الاعتماد على إحدى أساليب اتخاذ القرار المعروفة بأساليب اتخاذ القرارات في ظروف عدم التأكد وهي¹:

1. معيار لابلاس (Laplace criterion).
2. المعيار المتفائل أقصى - أقصى (Optimist criterion).
3. المعيار المتشائم أقصى - أدنى (Pessimist criterion).
4. معيار هرويتز (الواقعية) (Hurwitz criterion).
5. معيار سافاج (الندم) (Savage criterion).

تتفق هذه المعايير في أنها لا تعتمد على الاحتمالات

وتختلف في مدى تقبل متخذ القرار للمخاطرة (مدى تحفظه تجاه المخاطرة)، تجاه ظروف عدم التأكد التي يواجهها، مثلاً نجد المعيار المتفائل يتقبل المخاطرة ويرى أن جميع الظروف ستكون مواتية، في حين نجد معيار الاحتمالات المتساوية يعطي أهمية متساوية لجميع الظروف، وبالتالي يكون أقل تفاؤلاً من المعيار المتفائل، وأكثر تفاؤلاً من المعيار المتشائم، في حين نجد معيار هرويتز يعطي مرونة أكبر ليعكس اتجاهات متخذ القرار من خلال الأوزان الترجيحية

¹زباد تميم البلخي- مقدمة في بحوث العمليات- جامعة الملك سعود - النشر العلمي

والمطابع- 2007- ص 78

التي يعطيها لأقل النتائج والأوزان الترتيبية التي يعطيها لأسوأ النتائج، أما معيار الأسف والندم فهو يساعد في اتخاذ القرار الذي يجعل أسف متخذ القرار تجاه النتائج المحققة في حدودها الدنيا.

تجدر الإشارة إلى أن جميع المعايير المشار إليها في الفقرات السابقة تفترض عدم وجود خصم عاقل (ذكي) في مواجهة متخذ القرار، بل سيكون متخذ القرار في مواجهة الطبيعة، ولا يوجد سبب لافتراض أن الطبيعة تضمهر الشر لمتخذ القرار. قبل التعرف إلى هذه المعايير نتعرف إلى جدول المدفوعات.

المثال رقم (1-4):

منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت، تنوي تشييد معمل تكرير للزيوت، قدم قسم الدراسات والبحوث ثلاثة مشاريع، الأول: مشروع صغير بطاقة 1,000 طن، والثاني: متوسط بطاقة 2,000 طن، والثالث كبير بطاقة 3,000 طن، أي أمام إدارة المنشأة ثلاثة بدائل للقرار هي S_1, S_2, S_3 ويقدر الطلب على منتجات المنشأة بثلاث مستويات، طلب مرتفع، طلب جيد، وطلب مقبول، وتعد مستويات الطلب حالات الطبيعة $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ، هذا تقدر المنشأة العوائد التي تحققها من المشروعات الثلاثة على النحو الوارد في الجدول رقم (1-4).

	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	10	8	6
S_2	22	12	5
S_3	35	10	3

الجدول رقم (1-4) الأرقام بالملايين

1. معيار لابلاس (الاحتمالات المتساوية):

يستند هذا المعيار على ما يعرف " السبب غير الكافي" حيث يرى عدم توفر بيانات عن احتمالات مصادفة كل حالة من حالات الطبيعة، هذا يعني لا توجد معلومات كافية للجزم بأن هذه الاحتمالات غير متساوية، لذلك تعد هذه الاحتمالات متساوية، وبذلك تتحول القضية من قضية اتخاذ قرار في ظروف عدم التأكد إلى قضية اتخاذ قرار في ظروف المخاطرة حيث سيتم اختيار البديل الذي سيحقق أفضل النتائج الممكنة (أعظم الأرباح أو أقل التكاليف).

في قضايا تعظيم الأرباح :

متخذ القرار سيختار البديل الذي سيحقق له:

$$R_* = \max \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \alpha_{i,j} \right\} = \max \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} \right\}$$

انظر المثال رقم (2-4)

في قضايا تصغير (تخفيض) التكاليف متخذ القرار سيختار البديل الذي سيحقق له:

$$C_* = \min \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \alpha_{i,j} \right\} = \min \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} \right\}$$

انظر المثال رقم (2-4)

ملحوظة: يتطابق هذا المعيار مع معيار متوسط العوائد (التكاليف)

مثال رقم (2-4):

المطلوب: مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت الواردة في المثال (1-4) في اختيار أفضل بديل وفق معيار الاحتمالات المتساوية (معيار لابلاس).

الحل:

العائد المتوقع من البديل الأول:

$$RS_1 = \frac{1}{3}(10) + \frac{1}{3}(8) + \frac{1}{3}(6) = 8 \quad \text{وحدة نقدية}$$

العائد المتوقع من البديل الثاني:

$$RS_2 = \frac{1}{3}(22) + \frac{1}{3}(7) + \frac{1}{3}(10) = 13 \quad \text{وحدة نقدية}$$

العائد المتوقع من البديل الثالث:

$$RS_3 = \frac{1}{3}(35) + \frac{1}{3}(10) + \frac{1}{3}(3) = 16 \quad \text{وحدة نقدية}$$

أفضل النتائج:

$$\begin{aligned} R^* &= \max \{RS_1, RS_2, RS_3\} \\ &= \max \{8, 10, 16\} = 16 \quad \text{وحدة نقدية} \end{aligned}$$

البديل الأفضل هو البديل الثالث؛ أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير؛ لأنه يحقق أكبر عائد متوقع (أكبر متوسط للعائد).

مثال رقم (3-4):

قدمت منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت البيانات الواردة في الجدول رقم (2-4) التكاليف المتوقعة لثلاثة بدائل لإنشاء أحد مستودعاتها.

المطلوب: مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار أفضل بديل، وفق معيار الاحتمالات المتساوية (معيار لابلاس).

	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	17	20	14
S_2	14	21	13
S_3	22	18	14

الجدول رقم (2-4) الأرقام بالملايين

الحل:

التكلفة المتوقعة للبديل الأول:

$$CS_1 = \frac{1}{3}(17) + \frac{1}{3}(20) + \frac{1}{3}(14) = 17 \quad \text{وحدة نقدية}$$

التكلفة المتوقعة للبديل الثاني:

$$CS_2 = \frac{1}{3}(14) + \frac{1}{3}(21) + \frac{1}{3}(13) = 16 \quad \text{وحدة نقدية}$$

التكلفة المتوقعة للبديل الثالث:

$$CS_3 = \frac{1}{3}(22) + \frac{1}{3}(18) + \frac{1}{3}(14) = 18 \quad \text{وحدة نقدية}$$

أفضل النتائج:

$$= \min \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \alpha_{i,j} \right\} = \min \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} \right\}$$

$$C^* = \min \{CS_1, CS_2, CS_3\}$$

$$= \max \{17, 16, 18\} = 17 \quad \text{وحدة نقدية}$$

البديل الأفضل هو البديل الثاني؛ أي تنفذ المخزن وفق البديل الثاني؛ لأنه يحقق أقل تكلفة متوقعة (أقل متوسط للتكلفة).

2. المعيار المتفائل:

عندما يكون متخذ القرار متفائلاً ويرى أن الظروف ستكون مواتية له، حيث يتخذ قراره بالاستناد إلى أفضل أفضل النتائج، في المرحلة الأولى من اتخاذ القرار يحدد متخذ القرار أفضل نتيجة يحققها كل بديل، ثم يحدد أفضل نتيجة من بين النتائج الأفضل ويختار البديل الذي يحقق هذه النتيجة.

في حالة الأرباح:

أفضل النتائج في حالة الأرباح أعظمها، لذلك يحدد متخذ القرار أعظم max النتائج لكل بديل (القيمة العظمى في كل سطر)، ويضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول، ومن ثم يحدد أعظم قيمة max في هذا العمود الإضافي ويختار القرار (الاستراتيجية) الذي يحقق هذه النتيجة، لذلك يعرف هذا المعيار بمعيار أعظم أعظم النتائج: $\max \max$. انظر المثال رقم (4-4)

المثال رقم (4-4):

المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار المصنع الأفضل وفق المعيار المتفائل وفق البيانات الواردة في المثال رقم (4-1)
الحل: نورد الحل في الجدول رقم (4-3)

	θ_1	θ_2	θ_3	max	max
S_1	10	8	6	10	
S_2	22	12	5	22	
S_3	35	10	3	35	35

الجدول رقم (4-3) الأرقام بالملايين

البديل الأفضل هو البديل الثالث أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير، لأنه يحقق أكبر عائد في أفضل الظروف.

في حالة التكاليف (الخسائر):

أفضل النتائج في حالة التكاليف أصغرهما، لذلك يحدد متخذ القرار أصغر min النتائج لكل بديل (القيمة الصغرى في كل سطر)، وبضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول، ومن ثم يحدد أصغر قيمة min في هذا العمود الإضافي ويختار القرار (الاستراتيجية) الذي يحقق هذه النتيجة، لذلك يعرف هذا المعيار بمعيار أصغر أصغر النتائج: min min. انظر المثال رقم (4-5):

المثال رقم (4-5):

المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار بديل لإنشاء مستودعها وفق المعيار المتفائل وفق البيانات الواردة في المثال رقم (4-3)

الحل: نورد الحل في الجدول رقم (4-4)

	θ_1	θ_2	θ_3	min	min
S_1	17	20	14	14	
S_2	14	21	13	13	13
S_3	22	18	14	14	
الجدول رقم (4-4) الأرقام بالملايين					

البديل الأفضل هو البديل الثاني أي تنفذ منشأة نعمة الله المستودع الثاني؛ لأنه يحملها أقل التكاليف.

3. المعيار المتشائم:

يعد هذا المعيار الأكثر تحفظاً؛ لأنه يساعد متخذ القرار على اختيار الأحسن ضمن أسوأ الظروف، ويعتمد متخذ القرار على هذا المعيار عندما يرى أن الظروف غير مواتية، وينظر إلى العمل وظروفه نظرة تشاؤمية، ورغبة منه بتجنب المخاطرة، حيث يحدد في المرحلة الأولى من اتخاذ القرار أسوأ النتائج التي يمكن أن يحققها ويضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول، ثم يحدد أفضل النتائج في هذا العمود الإضافي ويختار البديل الذي يحقق هذه النتيجة. في حالة الأرباح:

أسوأ النتائج في حالة الأرباح أصغرهما، لذلك يحدد متخذ القرار أصغر min النتائج لكل بديل (القيمة الصغرى في كل سطر)، ويضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول، ومن ثم يحدد أعظم قيمة max في هذا العمود الإضافي ويختار القرار (الاستراتيجية) الذي يحقق هذه النتيجة، لذلك يعرف هذا المعيار بمعيار أعظم أدنى النتائج: max min. انظر المثال رقم (4-6)

المثال رقم (4-6): المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت الواردة في المثال (3-1) في اختيار البديل الأفضل وفق المعيار المتشائم.

	θ_1	θ_2	θ_3	min	max
S_1	10	8	6	6	6
S_2	22	12	5	5	
S_3	35	10	3	3	

الجدول رقم (4-5) الأرقام بالملايين

البديل الأفضل هو البديل الأول أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير؛ لأنه يحقق أكبر عائد في أسوأ الظروف.

في حالة التكاليف (الخسائر):

أسوأ النتائج في حالة التكاليف أكبرها، لذلك يحدد متخذ القرار أعظم max النتائج لكل بديل (القيمة العظمى في كل سطر)، ويضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول، ومن ثم يحدد أصغر قيمة min في هذا العمود الإضافي ويختار القرار (الاستراتيجية) الذي يحقق هذه النتيجة، لذلك يعرف هذا المعيار بمعيار أصغر أصغر النتائج: min max. انظر المثال رقم (4-7)

المثال رقم (4-7):

المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار أفضل بديل لإنشاء مستودعها الأفضل وفق المعيار المتشائم، والبيانات الواردة في المثال رقم (4-3) بفرض أن الجدول جدول تكاليف.

الحل: نورد الحل في الجدول رقم (4-6)

	θ_1	θ_2	θ_3	max	min
S_1	17	20	14	20	20
S_2	14	21	13	21	
S_3	22	18	14	22	
الجدول رقم (4-6) الأرقام بالملايين					

البديل الأفضل هو البديل الأول؛ لأنه لن يحمل المنشأة أكثر من 20 وحدة نقدية تكاليف إنشاء المستودع في أسوأ الظروف.

4. معيار الندم/ الأسف²:

إن المعيار المتشائم متحفظ جداً لدرجة دفع متخذ القرار لاتخاذ قرارات غير منطقية، حيث يتخلى عن احتمال أرباح كبيرة جداً (يتخلى عن احتمال تجنب تحمل خسائر كبيرة)، لقاء مخاطرة بسيطة جداً (لا تؤثر بشكل ملحوظ إذا وقعت)، على سبيل المثال: افترض أن جدول المدفوعات رقم (4-7) هو جدول أرباح، نجد أنه وفق المعيار المتشائم سيختار متخذ القرار البديل الأول الذي سيحقق في أحسن الظروف عائداً مقداره 11,000 وحدة نقدية، ويتخلى عن البديل الثاني الذي سيحقق في أسوأ الظروف أرباحاً مقدارها 10,00 وحدة نقدية، أي أرباح تقل عن البديل الأول بـ 1,000 وحدة نقدية، لكن في أحسن الظروف ستحقق أرباحاً مقدارها 100,000 وحدة نقدية أي تزيد على أرباح البديل الأول بمقدار 90,000 وحدة نقدية، أي تخلى عن أرباح محتملة مقدارها 90,000 وحدة نقدية، ليتجنب ضياع أرباح مقدارها 1,000 وحدة نقدية فقط، وهذا غير منطقي، لهذا السبب طور سافاج معيار الندم والأسف والذي يعرف باسمه أيضاً.

	θ_1	θ_2	min	max
S_1	11,000	11,000	11,000	11,000
S_2	100,000	10,000	10,000	

الجدول رقم (4-7)

وفق معيار الندم والأسف يقوم متخذ القرار بتحديد أكبر ندم له على عدم اتخاذ القرار الأفضل، وذلك بحساب الفرق بين أفضل النتائج التي يمكن أن يحققها من

² - صباح الدين بقجه جي - خلف الجراد- بحوث العمليات- منشورات جامعة دمشق -

مطبعة الإنشاء- 1982 - ص 207

جميع بدائل القرار لكل حالة من حالات الطبيعة ويضع هذه النتائج في جدول يعرف بجدول الأسف والندم، ومن ثم يعتمد على المعيار المتشائم في اختيار البديل الذي يحقق له أقل ندم (أسف)، وحيث إن الندم في جميع الأحوال يمثل خسائر؛ لذلك يعتمد المعيار المتشائم في حالة التكاليف (الخسائر) على جدول الندم سواء كان محسوباً أصلاً من جدول عوائد أو جدول تكاليف.

في حالة الأرباح:

أفضل النتائج في حالة الأرباح أعظمها، لذلك سيقارن متخذ القرار النتيجة التي يحققها من اختياره بأعظم نتيجة يمكنه أن يحققها عندما تصادف كل حالة من حالات الطبيعة، لذلك يحدد متخذ القرار أعظم Max النتائج التي يمكن أن يحققها لكل حالة من حالات الطبيعة (القيمة العظمى في كل عمود)، ويضعها في سطر إضافي إلى أسفل الجدول، ومن ثم يطرح منها كل رقم من أرقام العمود البدي يحتويها، وتوضع النتائج في جدول يعرف بجدول الندم. أي توجد قيم الجدول في حالة الأرباح بالعلاقة الآتية:

$$c_{i,j} = \max_i \{ \alpha_{i,j} \} - \alpha_{i,j} \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

انظر المثل رقم (8-4)

المثال رقم (8-4): المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت الواردة في المثال (3-1) في اختيار البديل الأفضل وفق المعيار الأسف والندم.

الحل:

نوجد مصفوفة الندم ونضعها في الجدول رقم (8-4)، حيث يتبين أن البديل الأفضل هو البديل الثالث، أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير؛ لأنه يحقق أقل أسف وندم للمنشأة في أسوأ الظروف.

	θ_1	θ_2	θ_3	max	min
S_1	25	4	0	25	
S_2	13	0	1	13	
S_3	0	2	3	3	3
	35	12	6		

الجدول رقم (4-8) الأرقام بالملايين

في حالة التكاليف (الخسائر):

أفضل النتائج في حالة التكاليف أصغرها ، لذلك سيقارن متخذ القرار النتيجة التي يحققها من اختياره بأصغر نتيجة يمكنه أن يحققها عندما تصادف كل حالة من حالات الطبيعة، لذلك يحدد متخذ القرار أعظم min النتائج التي يمكن أن يحققها لكل حالة من حالات الطبيعة (القيمة الصغرى في كل عمود)، ويضعها في سطر إضافي إلى أسفل الجدول، ومن ثم يطرحها من كل رقم من أرقام العمود الذي يحتويها وتوضع النتائج في جدول يعرف بجدول الندم. أي يوجد قيم الجدول في حالة التكاليف (الخسائر) بالعلاقة الآتية:

$$c_{i,j} = \alpha_{i,j} - \min_i \{ \alpha_{i,j} \} \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

انظر المثال رقم (4-9)

المثال رقم (4-9): المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار أفضل بديل لإنشاء مستودعها وفق الأفضل وفق المعيار الأسف والندم ، والبيانات الواردة في المثال رقم (4-2) بفرض أن المصفوفة مصفوفة تكاليف.

الحل: نوجد مصفوفة الندم ونضعها في الجدول رقم (4-9)

يمكن لمنشأة نعمة الله لصناعة الزيوت أن تنفذ البديل الأول أو الثاني وهي لن تتدم في المستقبل على أية تكاليف (خسائر) إضافية تزيد على 3 وحدات نقدية في أسوأ الظروف

	θ_1	θ_2	θ_3	max	min
S_1	3	2	1	3	3
S_2	0	3	0	3	3
S_3	6	0	1	6	
	14	18	13		
الجدول رقم (4-9) الأرقام بالملايين					

5. معيار هروتر:

يعد معيار هروتر معياراً توافقياً حيث يوفق بين المعيار المتشائم والمعيار المتفائل، لأنه يعكس تفاؤلاً متخذاً القرار من خلال الوزن الترجيحي α الذي يعطيه لأفضل النتائج، وكلما كان متخذاً القرار متفائلاً كان هذا الوزن قريباً من الواحد الصحيح، بل يتطابق هذا المعيار مع المعيار المتفائل عندما تكون $\alpha = 1$. ويعبر عن تشاؤم متخذ القرار من خلال متتم الوزن الترجيحي $1 - \alpha$ الذي يعطيه لأسوأ النتائج، وكلما كان متخذاً القرار متشائماً كان هذا الوزن قريباً من الصفر، بل يتطابق هذا المعيار مع المعيار المتشائم عندما تكون $\alpha = 0$. بعد إعطاء الأوزان الترجيحية تحسب النتائج التي يحققها كل بديل، ثم يتم اختيار البديل الذي يحقق أفضل قيمة لمتخذ القرار.

في حالة الأرباح:

أفضل النتائج في حالة الأرباح أعظمها، لذلك يرجح متخذ القرار أفضل النتائج (أعظمها max) بالوزن الترجيحي α ويرجح أسوأ النتائج (أصغرها min) بالوزن الترجيحي $1 - \alpha$ ، ثم يختار البديل الذي يحقق أعظم النتائج، وذلك وفق العلاقة الآتية:

$$\max_{ai} \{ \alpha \max_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - \alpha) \min_{sj} \alpha_{i,j} \}$$

هذا ويمكن أن تتم الحسابات بمساعدة الجدول على ثلاث مراحل:

المرحلة الأولى: يتم اختيار أعظم النتائج التي يحققها كل بديل ووضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول يسمى عمود max، كما يتم اختيار أسوأ النتائج ووضعها في عمود إضافي ثان إلى يمين الجدول يسمى عمود min، المرحلة الثانية: تحسب النتيجة المرجحة لكل بديل بالعلاقة الآتية:

$$r_i^* = \alpha \max_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - \alpha) \min_{sj} \alpha_{i,j}$$

المرحلة الثالثة: يتم اختيار البديل الذي يحقق أعظم نتيجة مرجحة بالعلاقة الآتية:

$$R^* = \max \{ r_i^* \} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

يتضح أن معيار هرويز يتفق مع النموذج المتفائل في حالة الأرباح عندما

$$\max_{ai} \{ 1 \max_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - 1) \min_{sj} \alpha_{i,j} \} = \max_{ai} \max_{sj} \alpha_{i,j} : \alpha = 1$$

ويتفق مع النموذج المتشائم في حالة الأرباح عندما $\alpha = 0$:

$$\max_{ai} \{ 0 \max_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - 0) \min_{sj} \alpha_{i,j} \} = \max_{ai} \min_{sj} \alpha_{i,j}$$

انظر المثال رقم (10)

المثال رقم (4-10): المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار البدي الأفضل وفق معيار هرويز بفرض أن $\alpha = 0.7$.

الحل: نورد الحل في الجدول رقم (4-10)

البديل الأفضل هو البديل الثالث أي تختار منشأة نعمة الله المعمل الكبير؛ لأنه يحقق أكبر عائد وفق الترتيب المعتمد.

هذا ويمكن أن تتم الحسابات بمساعدة الجدول على ثلاث مراحل:

1. المرحلة الأولى: يتم اختيار أصغر النتائج التي يحققها كل بديل وتوضع في عمود إضافي إلى يمين الجدول يسمى عمود min، كما يتم اختيار أسوأ النتائج وتوضع في عمود إضافي ثانٍ إلى يمين الجدول يسمى عمود max.

	θ_1	θ_2	θ_3	max	min	0.7 max	0.3min	
S_1	10	8	6	10	6	7	1.8	8.8
S_2	22	12	5	22	5	15.4	1.5	16.9
S_3	35	10	3	35	3	24.5	0.9	25.4

الجدول رقم (4-10) الأرقام بالملايين

2. المرحلة الثانية: تحسب النتيجة المرجحة لكل بديل بالعلاقة الآتية:

$$r_i^* = \alpha \min_{S_j} \alpha_{i,j} + (1 - \alpha) \max_{S_j} \alpha_{i,j}$$

3. المرحلة الثالثة: يتم اختيار البديل الذي يحقق أعظم نتيجة مرجحة بالعلاقة

$$R^* = \min \{ r_i^* \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{الآتية:}$$

في حالة الخسائر:

أفضل النتائج في حالة الخسائر أصغرهما، لذلك يرجح متخذ القرار أسوأ النتائج (أصغرهما min) بالوزن الترجيحي α ويرجح أسوأ النتائج (أكبرها max)

بالوزن الترجيحي $1 - \alpha$ ، ثم يختار البديل الذي حقق أعظم النتائج، وذلك وفق العلاقة الآتية:

$$\min_{ai} \{ \alpha \min_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - \alpha) \max_{sj} \alpha_{i,j} \}$$

انظر المثال رقم (11-4)

المثال رقم (11-4): المطلوب مساعدة منشأة نعمة الله لصناعة الزيوت في اختيار أفضل بديل لتشبيد مستودعها في ضوء البيانات الواردة في المثال رقم (3-4) ووفق معيار هرويز بفرض أن $\alpha = 0.7$.

الحل: نورد الحل في الجدول رقم (11-4)

	θ_1	θ_2	θ_3	min	max	0.7 min	0.3max	
S_1	17	20	14	14	20	9.8	6	15.8
S_2	14	21	13	13	21	14.7	6.3	21
S_3	22	18	14	14	22	15.4	6.6	22

الجدول رقم (11-4) الأرقام بالملايين

البديل الأفضل هو البديل الأول أي تختار منشأة نعمة الله تشبيد المستودع وفق البديل الأول؛ لأنه يحملها أقل تكاليف وفق الترجيح المعتمد.
ملحوظة: يتضح أن معيار هرويز يتفق مع:

1. النموذج المتفائل في حالة الخسائر عندما $\alpha = 1$:

$$\min_{ai} \{ 1 \min_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - 1) \max_{sj} \alpha_{i,j} \} = \min_{ai} \min_{sj}$$

2. النموذج المتشائم في حالة الخسائر عندما $\alpha = 0$:

$$\min_{ai} \{ 0 \min_{sj} \alpha_{i,j} + (1 - 0) \max_{sj} \alpha_{i,j} \} = \min_{ai} \max_{sj}$$

3. نموذج الاحتمالات المتساوية عندما توجد حالتين طبيعيتين فقط وعندما

$$\alpha = 0.5$$

أسئلة الفصل الرابع

1. حل المسألة التالية: الجدول رقم (4-12) هو جدول نتائج قرار (مقبوضات).

المطلوب:

- A. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتفائل.
 B. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتشائم.
 C. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج الاحتمالات المتساوية.

Q	1	2	3	4	5
S					
1	5	8	7	6	11
2	4	3	6	9	4
3	10	8	4	7	9
4	9	9	9	5	8

الجدول رقم (4-12)

2. حل المسألة التالية: الجدول رقم (4-13) هو جدول نتائج قرار (مدفوعات).
المطلوب:

- A. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتفائل.
 B. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتشائم.
 C. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج الاحتمالات المتساوية.

Q	1	2	3	4
S				
1	25	17	13	14
2	20	14	10	8
3	15	10	9	13
4	12	13	11	10

الجدول رقم (4-13)

3. حل المسألة التالية:

بفرض أن الجدول رقم (4-14) جدول النتائج المرافق هو جدول نتائج

المطلوب:

A. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتفائل.

B. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق النموذج المتشائم.

C. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق نموذج الاحتمالات المتساوية.

بفرض أن الجدول جدول النتائج المرافق هو جدول مدفوعات أوجد الاستراتيجية المثلى وفق:

A. النموذج المتفائل.

B. النموذج المتشائم.

C. النموذج الاحتمالات المتساوية.

Q	1	2	3	4
S				
1	15	22	17	15
2	23	31	27	18
3	25	28	15	21
4	36	23	21	17

الجدول رقم (4-14)

4. حل المسألة التالية: الجدول رقم (5-15) هو جدول نتائج قرار.

المطلوب:

1. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق نموذج الاحتمالات الشخصية عندما $\alpha = 0.6$

A. بفرض أن الجدول هو جدول عوائد.

B. بفرض أن الجدول هو جدول تكاليف.

2. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق نموذج الأسف والندم :

A. بفرض أن الجدول هو جدول عوائد.

B. بفرض أن الجدول هو جدول تكاليف.

Q	1	2	3	4	5
S					
1	12	13	16	9	15
2	9	12	7	12	10
3	8	10	11	15	13
4	11	11	9	13	11
الجدول رقم (4-15)					

5. حل المسألة التالية: الجدول رقم (4-16) جدول نتائج

المطلوب:

1. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق نموذج الاحتمالات الشخصية عندما

$$\alpha=0.7$$

A. بفرض أن الجدول هو جدول عوائد.

B. بفرض أن الجدول هو جدول تكاليف.

2. أوجد الاستراتيجية المثلى وفق نموذج الأسف والندم :

A. بفرض أن الجدول هو جدول عوائد.

B. بفرض أن الجدول هو جدول تكاليف.

Q	1	2	3	4
S				
1	15	12	6	12
2	12	11	8	9
3	7	9	13	7
4	11	6	8	14
الجدول رقم (4-17)				



الفصل الخامس
نظرية المباريات





مقدمة:

تصادف في الحياة العملية العديد من المواقف التي تتعارض فيها مصالح طرفين أو أكثر، يسعى فيها كل طرف إلى تحقيق مصالحه على حساب باقي الأطراف، حيث يلجأ كل طرف من الأطراف المتنازعة إلى استخدام جميع الوسائل المتاحة لتحقيق مصالحه، وإعاقة الأطراف المنافسة، ومنعهم من التفوق عليه، وبخاصة في حالات المنافسة بين الشركات والمؤسسات الصناعية وغيرها من الأطراف المتصارعة (جوش، فرق رياضية، الخ...). وقد طور أسلوب رياضي يساعد في حل قضايا الصراع هذه عرف بنظرية المباريات (الألعاب) الرياضية التي تعرف بأنها أسلوب تحليل رياضي يستخدم في حل القضايا التي تتضارب فيها مصالح أطراف عدة (طرفين على الأقل)، بهدف المساعدة في تحديد أفضل الخيارات الممكنة لمتخذي القرارات والتي تحقق لهم أفضل النتائج، كما في الحملات الإعلانية للمنتجات المتنافسة، وفي العروض المقدمة للفوز بالمشروعات الاقتصادية، وغيرها من مواقف الصراع وتعارض المصالح. وقد اعتمدت نظرية الألعاب في حل قضايا عدة مثل:

1. السوق

يعد السوق مثالا جيدا لنظرية الألعاب، فمن لحظة دخول الزبون المحل متفحصاً البضاعة تكون قد بدأت اللعبة، المستهلك يريد أرخص سعر وأعلى جودة، البائع يريد بيع أعلى سعر، والتخلص من البضائع رديئة الجودة، وعندما تبدأ المساومة، والجدال حول السعر تكون قد وصلت اللعبة لذروتها، والرابح هو الذي يستطيع توقع حركات الآخر، فعندما يتوقع المستهلك بأنه إذا خرج من المحل من دون الشراء سيجري وراءه البائع فسيكون هو الرابح إن صح، توقعه والخاسر إن لم يصح.

2. ابحث عني

تصادف حالات في الحياة العملية تشابه عملية البحث عن المنافس (الخصم) وتحديد مكانه أو طبيعة عمله، بهدف اتخاذ القرارات واعتماد الاستراتيجيات التي تحقق مصالح طرف متخذ القرار، لذلك عرفت هذه الحالات بمباراة ابحث عني، على سبيل المثال وضع فريقان في مدينة تحتوي على عدد محدد من المعالم السياحية، من دون أن يتعرف الفريقين على بعضهما، ومن دون أن يعلموا بمكان وجودهم، تنتهي اللعبة و يعلن فائزاً الفريق الذي يتمكن من تحديد مكان الفريق الآخر (اكتشاف علمي جديد، تصميم آلة متطورة أو سلاح متطور، الخ...).

3. التهديد القابل للتصديق:

وهي مباراة تقوم على خلق هاجس رعب لدى الطرف الخصم، وذلك عندما يطلب اللاعب الأول طلباً من الثاني، مع وجود تهديد حقيقي قابل للتصديق ينفذ بحق الثاني إن لم ينفذ الطلب، وتبدأ اللعبة عندما يوضع اللاعب الثاني في دوامة الخوف من إمكانية تنفيذ التهديد.

مسلمات النظرية:

يتصرف اللاعبون منطقياً: أي يسعى كل منهم للحصول على أفضل النتائج (أكبر المنافع وأقل الأضرار)، لذلك يعمل على زيادة احتمال وقوع الحوادث التي تزيد من منفعه.

يتصرف اللاعبون بحكمة: أي أنهم يحسبون أو يتنبؤون حركة المنافس أو اللاعب الآخر، ويدخلونها في حساباتهم.

أ- تعريف نظرية المباريات الاستراتيجية:

نُعرف إمكانية وضع مسألة تنظيم المنافسة بين طرفين A و B بهدف تحقيق الأرباح، بأنها لعبة استراتيجية¹.

ويمكن أن نعرف المباراة: هي مجموعة من القواعد المحددة لطرائق التأثير (الاستراتيجيات) المتاحة للمتنافسين، وقد يشترك في المباراة جانبان أو أكثر تتضارب (تتعارض) مصالحهم، ويحاول كل منهم تحسين وضعه على حساب الآخرين، في الحالة الأولى تسمى المباراة ثنائية (بين طرفين) والحالة الثانية تسمى لعبة جماعية، وهنا نظرية المباريات تهتم بتحديد السلوك الأكثر حكمة للاعبين في كل خطوة من خطواته، أثناء سير المباراة حيث يختار استراتيجية وفق مجموعة القواعد المحددة لعملية الاختيار و وفق الظروف الطارئة في مسار اللعب.²

وتجدر الإشارة هنا أن نجاح أحد هذه الأطراف سيكون على حساب الطرف الآخر (الأطراف الأخرى)، لذا ستكون العلاقة بين الأطراف علاقة تنافس وتناقض في المصالح، ومع هذا فلا شك أن محاولة التوصل إلى اتفاق ما سيكون أفضل من عدم التوصل إلى أي اتفاق، هذا من وجهة نظر الأطراف المعنية لذا فإن من مصلحة الجميع أن يتعاونوا سوياً ويحاولوا المساهمة في المراحل التي يمكن من خلالها التوصل إلى اتفاق واتخاذ قرار معين.

¹ - صباح الدين بقجة جي- بحوث العمليات- منشورات جامعة دمشق- دمشق- 2000، ص 33

² - صباح الدين بقجة جي، جمال اليوسف، بحوث العمليات، منشورات جامعة دمشق، دمشق،

2000، ص 126.

المفاهيم الأساسية في نظرية المباريات: ¹

1. المباراة المحدودة: تسمى المباراة محدودة إذا كان لدى كل لاعب عدد محدد من الاستراتيجيات وغير محدودة إذا كان لدى لاعب واحد على الأقل عدد غير محدود من الاستراتيجيات وهذه الحالة تؤدي إلى ظهور استراتيجيات متتابعة.

2. الاستراتيجية:

تعني طريقة التأثير التي يعتمد عليها اللاعب، والتي يحاول من خلالها التأثير على سير المباراة وتحويلها في الاتجاه الذي يضمن له تحقيق مصالحه عندما تصل المباراة إلى نهايتها، ويمكن القول أيضاً إن الاستراتيجية هي بديل أو خطة عمل تتضمن الإجراءات التي تبين ما يجب على متخذ القرارات أن يفعله في كل حالة تواجهه في مجرى المباراة، أما الاستراتيجية المثلى فهي الاستراتيجية التي تضمن للاعب أفضل النتائج خلال الجولات المتعددة للمباراة.

3. مصفوفة المدفوعات:

يترتب على اللاعبين نتيجة دخولهم في المباراة بعض النتائج (أرباح أو خسائر) توضع هذه النتائج في جدول، عادة أسطره للاعب وأعمدته للاعب المنافس، مثلاً في المباراة النهائية بين اللاعبين A و B نجد أن:

استراتيجيات اللاعب A هي: a_i حيث: $i=1,2,3,\dots, m$
استراتيجيات اللاعب B هي: b_j حيث: $j=1,2,3,\dots, n$
إذا اعتمد A الاستراتيجية a_i واعتمد اللاعب B الاستراتيجية b_j فإن A يحقق النتيجة α_{ij} ، أي يحقق أرباحاً عندما تكون $\alpha_{ij} > 0$ ويحقق خسائر عندما تكون $\alpha_{ij} < 0$ ، في حين لا يحقق أية نتائج عندما تكون $\alpha_{ij} = 0$ ، أما اللاعب (B)

¹ جمال اليوسف، صباح بقجة جي، مرجع سبق ذكره، ص 127.

فيحقق نتائج معاكسة لنتائج اللاعب (A)، ويفترض أن جميع قيم α_{ij} معلومة لكل إستراتيجيتين متقابلتين، وتعرض هذه النتائج على شكل جدول كل سطر هو استراتيجية صرفة α_i للاعب A وكل عمود يشكل استراتيجية صرفة b_j للاعب B ويعرف الجدول من هذا النوع بجدول (أو مصفوفة) المدفوعات.

أنواع المباريات الاستراتيجية:

تصنف المباريات حسب طبيعتها إلى:

- المباريات الساكنة "Static" في هذا النوع من المباريات يختار جميع اللاعبين استراتيجياتهم في الوقت نفسه، أي أن كلاً منهم يتخذ قراره في نفس اللحظة وقبل أن يعلم ما بقرار منافسه.

- المباريات الديناميكية: يمكن للاعبين فيها أن يتخذوا قراراتهم الواحد بعد الآخر، وذلك في ضوء مجريات المباراة وقرارات الأطراف المنافسة.

تصنف المباريات حسب توفر المعلومات:

- مباريات كاملة المعلومات: تصادف هذه المباريات عندما تكون جميع الأطراف المشاركة في المباراة تعرف بشكل مسبق بجميع استراتيجيات (أي ما هي النتيجة التي يريد المنافس أن يصل إليها) منافسيها ويعرف منافسوها ذلك، وهي تعرف أن منافسيها يعلمون ذلك.

- مباريات غير كاملة المعلومات: تصادف هذه المباريات عندما يكون أحد الأطراف على الأقل لا يعلم بجميع استراتيجيات (نوايا) خصمه.

تصنف المباريات حسب عدد اللاعبين إلى:

- مباراة بين طرفين:

يعد نمط المباريات بين طرفين (المباراة الثنائية) من أكثر الأنماط انتشاراً حيث تنحصر المنافسة بين طرفين فقط، وتصادف مباريات ثنائية تتيح لكل طرف عدد

محدود من الاستراتيجيات تعرف بالمباريات النهائية، وتكون فيها جميع الخيارات والحركات الممكنة؛ بالإضافة للنتائج معلومة أو يمكن التنبؤ بها؛ كما تصادف حالات يكون فيها عدد الاستراتيجيات المتاحة (لطرف على الأقل) غير محدد في هذه الحالة تعرف المباراة بالمباراة الثنائية غير المحدودة أو مباراة ثنائية لا نهائية.

المباراة بين ثلاثة أطراف وأكثر :

وتعرف بالمباريات بين n لاعب (حيث $n \geq 3$)، تعد المباريات من هذا النوع من القضايا المعقدة، نظراً لتعذر (وعلى الأقل صعوبة) تحديد نتائج هذه المباريات بسبب صعوبة التنبؤ بالاستراتيجيات التي سيعتمدها اللاعبون، حيث ترتبط خياراتهم باحتمالات عشوائية معقدة والفرص تنشأ في ظل الظروف لتشكل تعاوناً أو اصطداماً بينهم.

تصنف المباريات حسب نتائجها النهائية إلى:

- ألعاب ذات مجموع صفري: في هذا النوع من المباريات أرباح الأطراف الرابحة يساوي تماماً ما يخسره الأطراف الخاسرة، أي إن مجموع الأرباح والخسائر في نهاية المباراة صفر، في هذه المباريات حجم الأرباح (أو احتمالها) يساوي لحجم الخسائر (أو احتمالها)، وتصادف هذه المباريات في القضايا التي يتنافس فيها أطراف ذات مصالح متعارضة حيث يكون مجموع المنافع لهذه الأطراف يساوي الصفر في جميع الأحوال.

- المباراة ذات المجموع غير الصفري: وتقوم على أساس التعاون والتنافس بين الأطراف بالوقت نفسه، وليس بالضرورة أن ما يكسبه طرف يخسره الطرف الآخر حيث ممكن أن يكسباً معاً أو يخسراً معاً.

تجدر الإشارة إلى أن التحليل الرياضي لنظرية المباريات على جانب كبير من التعقيد والصعوبة، لذا سنتناول بالدراسة المباراة ذات المجموع الصفري بين طرفين فقط.

المباراة الثنائية ذات المجموع الصفري:

تستند نظرية المباريات في حل المباراة الثنائية ذات المجموع الصفري إلى عدة فروض، من أهمها¹:

1. يعرف كل طرف من الطرفين المتنافسين جميع الاستراتيجيات الممكنة اتباعها من قبل كل منهما والنتائج التي تمّ التوصل إليها حين استخدام كل مجموعة من الاستراتيجيات.
2. يعمل كل طرف على تفضيل بعض النتائج عن غيرها حسب أولويات معينة يعطيها لكل نتيجة.
3. يعرف كل طرف سلم التفضيل والأولويات التي يعطيها الطرف الآخر لكل نتيجة.
4. يتمكن كل طرف من اختيار استراتيجيته (الاستراتيجيات) المفضلة.

أي أن كل لاعب يتصرف بذكاء (حكمة) ويختار الاستراتيجية المثلى، ويمكن القول بأن الاستراتيجية تشكل أهم عناصر النظرية، وبشكل عام لا يتمكن اللاعبون من مراعاة قواعد الاختيار بدقة في كل خطوة من خطواتهم أثناء سير المباراة وحسب الظروف الطارئة، لكن يمكنهم أن يحددوا بشكل مسبق القرارات

1 ناديا أيوب - نظرية القرارات الإدارية - الطبعة الخامسة - منشورات جامعة دمشق - 2003 -

التي يجب أن تتخذ تجاه كل حالة طارئة تعترضهم مستقبلاً، وهذا يعني أن اللاعب يعتمد استراتيجية محددة مسبقاً إذا صادفته ظروف معينة.¹

3- مفهوم المباريات الاستراتيجية:

سنتعرف إلى مفهوم نظرية المباريات من خلال المثال رقم (1-5):

المثال رقم (1-5):

نفترض مباراة بين لاعبين في مباراة صفرية، تبنى على نتائج إلقاء قطعة نقدية معدنية، حيث يختار كل لاعب من اللاعبين (A) و (B) الشعار (G) أو الكتابة (D)، فإذا تحققت توقعاتهما، أي (شعار وشعار أو كتابة وكتابة) يربح اللاعب (A) عشر وحدات نقدية من اللاعب (B)، وفي الحالة المعاكسة يخسر اللاعب (A) عشر وحدات نقدية للاعب (B)، في هذه المباراة يوجد لدى كل لاعب استراتيجيتان (G أو D)، والمدفوعات المترتبة على نتائج المباراة توضع على شكل مصفوفة (جدول) من النوع (2×2)، تأخذ الشكل الوارد في الجدول رقم

(1-5)

	D	G
D	10	-10
G	-10	10
الجدول رقم (1-5)		

الأرقام الموجبة في الجدول هي أرباح للاعب A وخسائر للاعب B، أما

الأرقام السالبة في الجدول هي خسائر للاعب A وأرباح للاعب B

¹ صباح الدين بقجة جي ، جمال اليوسف ، مرجع سبق ذكره، ص 126.

4- حل المباريات الاستراتيجية ثنائية الصفرية:

يدخل اللاعب في المباراة عادة وهو حذر، أي يسعى لتحقيق أعلى الأرباح وتجنب الخسائر؛ لذلك يعتمد حل المباريات على المعيار المتشائم بهدف ضمان تحقيق نتائج لن تكون في حال من الأحوال أسوأ من النتائج التي ينتظرها متخذ القرار، بكلمة أخرى يسعى اللاعب لتحقيق أفضل النتائج من بين أسوأها، أي عندما يختار اللاعب A الاستراتيجية α_i بهدف تعظيم ربحه (وتعظيم خسائر منافسه اللاعب B)، يجب أن يأخذ بالحسبان أن اللاعب B سوف يرد عليه بالاستراتيجية b_j على أمل تحقيق أرباح، وإن لم يكن ذلك يأمل على الأقل بجعل أرباح منافسه اللاعب A في حدودها الدنيا.

خطوات حل المباراة:

1. بالنسبة للاعب الأول:

نتذكر أن القيم في جدول المدفوعات تمثل أرباحاً بقيمتها الجبرية للاعب الأول، وعادة يرمز له بالرمز (A) ، أي القيم الموجبة تمثل أرباحاً له، أما القيم السالبة فتمثل خسائر له. يقلق اللاعبون عادة على نتائج مبارياتهم لذلك يعتمدون في حلهم لهذه المباريات على المعيار المتشائم، لذلك يبدأ اللاعب الأول باختيار أسوأ نتيجة تحققها له كل استراتيجية من الاستراتيجيات، ويضعها في عمود إضافي إلى يمين الجدول يعرف بعمود (Min) ، أي يختار أصغر قيمة في كل سطر من أسطر جدول المدفوعات وفق العلاقة:

$$\alpha_i = \min_j (\alpha_{ij}) \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

ثم يختار اللاعب (A) الاستراتيجية التي تضمن له أفضل نتيجة من بين أسوأ النتائج، وهو بذلك يضمن أن أرباحه لن تقل تقل الأرباح التي يتوقعها عندما يتصرف اللاعب المنافس (B) بحكمة، وقد يحقق أرباحاً أكبر إن لم يكن منافسه

حكيماً في اختياره، أي يختار اللاعب (A) الاستراتيجية التي تحقق له أرباحاً لن تقل عن α^* المختارة وفق العلاقة الآتية:

$$\alpha^* = \text{Max}(\alpha_i) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

ويمكن جمع العلاقتين السابقتين على النحو الآتي:

$$\alpha^* = \text{Max} \{ \text{Min}_j (\alpha_{ij}) \} \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

$$: j = 1, 2, \dots, n$$

تجدر الإشارة إلى أن قيمة α^* تسمى الحد الأدنى للمباراة ؛ لأنها تشكل أعلى قيمة من القيم الدنيا للمباراة أو Max Min النتائج المحققة.

2. بالنسبة للاعب الثاني:

يختار اللاعب الثاني أسوأ نتيجة تحققها له كل استراتيجية من الاستراتيجيات، وحيث إن قيم الجدول تمثل خسائره لذلك يختار أعظم نتيجة لكل استراتيجية من استراتيجياته ولتكن β_i ، أي يختار أعظم قيمة في كل عمود من أعمدة جدول المدفوعات ويضعها في سطر إضافي إلى أسفل الجدول يعرف بسطر (Max)،

$$\beta_i = \text{Max}(\alpha_{ij}) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

ثم يختار اللاعب (B) الاستراتيجية التي تضمن له أفضل نتيجة من بين أسوأ النتائج، وهو بذلك يضمن أن خسائره لن تزيد على الخسائر التي يتوقعها حسب الاستراتيجية التي اختارها عندما يتصرف اللاعب المنافس (A) بحكمة، وقد يمتنى بخسائر أقل إن لم يكن منافسه حكيماً في اختياره، أي يختار اللاعب (B) الاستراتيجية التي تحقق له خسائر لا تزيد على β_* المختارة وفق العلاقة الآتية:

$$\beta_* = \text{Min}(\beta_j) \quad : j = 1, 2, \dots, m$$

ويمكن جمع العلاقتين السابقتين على النحو الآتي:

$$\beta_* = \min_i \{ \max_j (\alpha_{ij}) \} \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

$$: i = 1, 2, \dots, m$$

تجدر الإشارة إلى أن قيم β_* تسمى الحد الأعلى للمباراة؛ لأنها تشكل أقل قيمة من القيم العليا للمباراة أو $\min \max$ النتائج المحققة.

ملحوظة: عندما يتساوى الحد الأدنى لقيمة المباراة مع الحد الأعلى لهذه القيمة أي عندما $\max \min = \min \max$ يقال إن للمباراة نقطة توازن (نقطة سرج) ويعتمد كل لاعب استراتيجيته خالصة تحقق له أفضل النتائج من بين أسوأها، في الحالة المعاكسة (عندما لا توجد نقطة توازن) يعتمد كل متبارٍ عدداً من الاستراتيجيات بنسب محددة تعرف بالاستراتيجيات المختلطة (المركبة). سنوضح حل مباراة تحتوي على نقطة توازن من خلال المثال رقم (5-1).

المثال رقم (5-1)

الجدول رقم (5-2) هو جدول مدفوعات لمباراة بين اللاعب (A) واللاعب (B)، المطلوب مساعدة المتباريين في اختيار الاستراتيجية المثلى لكل منهما.

	1	2	3	4
1	11	18	10	12
2	13	-9	8	13
3	21	25	22	18
4	30	22	19	-15

الجدول رقم (2-2)

الحل: نبحث عن الاستراتيجية المثلى لكل منهما، كما في الجدول رقم (3-5) نجد أن الاستراتيجية المثلى للاعب (A) هي الاستراتيجية الثالثة، حيث يحقق أرباح مقدارها (18) وحدة نقدية على الأقل عندما يتصرف اللاعب المنافس (B)، بحكمة. والاسراتيجية المثلى للاعب (B) هي الاستراتيجية الرابعة، وسيتحمل خسائر لن تزيد على (18) وحدة عندما يتصرف اللاعب المنافس (A) بحكمة.

	1	2	3	4	Min	Max
1	11	18	10	12	10	
2	13	-9	8	13	-9	
3	21	25	22	18	18	18
4	30	22	19	-15	-15	
Max	30	25	22	18		
Min				18		

الجدول رقم (3-5)

حل المباراة باستخدام مفهوم الشعاع المسيطر:

يعتمد على مفهوم السيطرة في حل المباريات بهدف حذف الاستراتيجيات التي يكون اللاعب متأكداً من عدم جدواها، ولن يستخدمها أبداً بهدف تصغير حجم جدول المدفوعات وتقليص حجم الأعمال اللازمة لتحديد استراتيجيته (استراتيجيته).

تعرف الاستراتيجية (السطر في جدول المدفوعات) المسيطر عليها بالنسبة للاعب الأول (A)، بأنها الاستراتيجية التي تحقق له أرباحاً أقل أو تساوي الأرباح التي تحققها أي استراتيجية أخرى من بقية الاستراتيجيات، بغض النظر عن الاستراتيجية التي يعتمد عليها اللاعب المنافس (B)،

أما الاستراتيجية المسيطرة (العمود في جدول المدفوعات) فتعرف بالنسبة للاعب الثاني (B)، بأنها الاستراتيجية التي تلحق به خسائر أكبر من الخسائر التي تلحقها أي استراتيجية من بقية الإستراتيجيات بغض النظر عن الاستراتيجية التي يعتمدها اللاعب المنافس (A).

بكلمة أخرى يتوجب على اللاعب (A) حذف الأسطر المسيطر عليها لجعل ربحه أكبر ما يمكن، ويتوجب على اللاعب (B) حذف الأعمدة المسيطرة لجعل خسائره أقل ما يمكن¹. المثال رقم (2-5) يوضح آلية حل المباراة باستخدام مفهوم الشعاع المسيطر

المثال رقم (2-5)

حل المباراة الواردة في المثال رقم (1-5) باستخدام مفهوم الشعاع المسيطر. من التدقيق في جدول المدفوعات نلاحظ أن الاستراتيجية الثالثة مسيطرة على الإستراتيجيتين الأولى والثانية بعد حذفهما من جدول المدفوعات يصبح على النحو الوارد في الجدول رقم (4-5).

	1	2	3	4
3	21	25	22	18
4	30	22	19	-15

الجدول رقم (4-5)

من التدقيق في جدول المدفوعات المعدل رقم (5-5) نلاحظ أن الاستراتيجية الرابعة للاعب (B) تسيطر على الإستراتيجيات الأولى والثانية والثالثة بعد حذف هذه الإستراتيجيات من جدول المدفوعات يصبح على النحو الوارد في الجدول

¹ - صباح الدين بقجه جي- بحوث العمليات- منشورات جامعة دمشق- 1999-2000 ص 98

رقم (I)، وسيعتمد اللاعب (B) الاستراتيجية الرابعة طيلة الوقت، وهو يضمن أن خسائره لن تزيد على (18) وحدة.

	4
3	18
4	-15

الجدول رقم (5)-

(5)

من التدقيق في جدول المدفوعات المعدل رقم (5-5) نلاحظ أن الاستراتيجية الثالثة للاعب (A) تسيطر على الإستراتيجيات الأربع بعد حذف هذه الاستراتيجية من جدول المدفوعات، يتبين أن اللاعب (A) سيعتمد الاستراتيجية الثالثة، وهو يضمن أن أرباحه لن تقل عن (18) وحدة.

حل المباريات التي لا تحتوي على نقطة توازن:

تصادف في الحياة العملية مباريات تتطلب اعتماد إستراتيجيات مركبة (إستراتيجيين على الأقل)، أي يختار اللاعب بدلاً من الاستراتيجية الخالصة مجموعة من الاستراتيجيات المركبة بنسب محددة بشكل مسبق،¹ (بنسب متساوية أو مختلفة) لضمان الحصول على أفضل النتائج، وذلك عندما لا يتساوى الحد الأدنى لقيمة المباراة مع الحد الأعلى لهذه القيمة، أي عندما:

$$Max Min \neq Min Max$$

تعتمد عدة أساليب لحل المباريات بهدف تحديد نسب اعتماد كل استراتيجية من الاستراتيجيات، مع الأخذ بالحسبان أن نسبة اعتماد كل استراتيجية من الاستراتيجيات موجبة أو معدومة وأن مجموع النسب يساوي الواحد الصحيح، وفي

¹ جمال اليوسف، صباح الدين بقجة جي، مرجع سبق ذكره، ص 130.

مباراة تتكرر عدد كافٍ من المرات يفضل القول احتمال اعتماد كل استراتيجية بدلاً من نسبة اعتمادها، لأن الاحتمال دائماً موجب وأقل من الواحد الصحيح (الاحتمال صفر يعني الحالة مستحيلة الحدوث والاحتمال واحد صحيح يعني أن الحالة أكيدة الحدوث)، ومجموع الاحتمالات يساوي الواحد الصحيح، وتحسب نسب اعتماد الاستراتيجيات لكل لاعب بالاستناد إلى جدول المدفوعات بالاستناد إلى الفروض الآتية:

بفرض أن احتمال (نسبة اعتماده) اعتماد اللاعب الأول (A) للاستراتيجية (i)

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad (i=1,2,..,m) \text{ حيث } x_i \text{ هو}$$

بفرض أن احتمال (نسبة اعتماده) اعتماد اللاعب الثاني (B) للاستراتيجية (j)

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1, \quad (j=1,2,..,n) \text{ حيث } y_j \text{ هو}$$

بفرض أن α_{ij} تساوي نتيجة المباراة عندما يعتمد اللاعب الأول (A)

للاستراتيجية (i)، ويعتمد اللاعب الثاني (B) للاستراتيجية (j)، يأخذ جدول

المدفوعات الشكل الوارد في الجدول رقم (5-6).

	y_1	y_2	$\dots$	y_j	$\dots$	y_n
x_1	α_{11}	α_{12}	$\dots$	α_{1j}	$\dots$	α_{1n}
x_2	α_{21}	α_{22}	$\dots$	α_{2j}	$\dots$	α_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_i	α_{i1}	α_{i2}	$\dots$	α_{ij}	$\dots$	α_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_m	α_{m1}	α_{m2}	$\dots$	α_{mj}	$\dots$	α_{mn}

الجدول رقم (5-6)

نذكر بأن حل المباريات من هذا النوع يعتمد أيضاً على المعيار المتشائم، أي اللاعب يختار أفضل النتائج من بين أسونها، وحيث إن قيم جدول المدفوعات تعد أرباحاً للاعب الأول (A) فهو يختار الإستراتيجيات بنسب تحقق له أعظم أدنى المدفوعات، أي يختار $Max\ Min$ النتائج:

أي يختار اللاعب الأول (A) الإستراتيجيات التي تحقق:

$$Max_{xi} \{ Min(\sum_{i=1}^m \alpha_{i1} x_i, \sum_{i=1}^m \alpha_{i2} x_i, \dots, \sum_{i=1}^m \alpha_{in} x_i) \}$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad : i=1,2,\dots,m$$

وحيث إن قيم جدول المدفوعات تعد خسائر للاعب الثاني (B) فهو يختار الاستراتيجية التي تحقق له أدنى أعظم المدفوعات، أي يختار $Min\ Max$ النتائج . أي يختار اللاعب الثاني (B) الإستراتيجيات التي تحقق:

$$Min_{yj} \{ Max(\sum_{j=1}^n \alpha_{1j} y_j, \sum_{j=1}^n \alpha_{2j} y_j, \dots, \sum_{j=1}^n \alpha_{mj} y_j) \}$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1$$

$$y_j \geq 0 \quad : j=1,2,\dots,n$$

تعرف النتائج التي يحققها كلا اللاعبين بالتوقع (الأمل) الرياضي لأرباح اللاعب الأول والتي عرفناها سابقاً بالحد الأدنى لقيمة المباراة، والتوقع الرياضي لخسائر اللاعب الثاني والتي عرفناها سابقاً بالحد الأعلى لقيمة المباراة النتيجة:

التوقع الرياضي لأرباح اللاعب الأول $\geq$ التوقع الرياضي لخسائر اللاعب الثاني

أو: الحد الأدنى لقيمة المباراة $\geq$ الحد الأعلى لقيمة المباراة

إذا كانت الاحتمالات المثلى لإستراتيجيات اللاعب الأول هي x_i^* والاحتمالات لإستراتيجيات اللاعب الثاني هي y_j^* أي النسب التي تشكل الحل الأمثل، فإن كل عنصر من جدول المدفوعات α_{ij} يقابله احتمالان x_i^* و y_j^* وبالاتي التوقع الرياضي لقيمة المباراة¹ هو:

$$v^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_i^* y_j^*$$

حيث: $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ ، $x_i : x_i \geq 0$
 $\sum_{j=1}^n y_j = 1$ ، $y_j : y_j \geq 0$

توجد عدة أساليب (طرائق) لإيجاد الإستراتيجيات المثلى x_i^* و y_j^* في مباراة ثنائية بقيمة مساوية للصفر، وجميعها تقوم على الصياغة الخطية للمباراة ثم حلها بإحدى طرائق حل البرامج الخطية المعروفة، وسنتعرف في الفقرات التالية إلى أسلوبين فقط من أساليب حل المباريات التي لا تحتوي على نقطة توازن (الحل يتطلب اعتماد إستراتيجيات مركبة/ مختلطة).

الحل الهندسي للألعاب:

يعتمد هذا الأسلوب في حل المباريات التي تنتج لأحد اللاعبين إستراتيجيتين فقط، أي يعتمد لحل المباريات التي يتألف جدول مدفوعاتها من سطرين فقط وعدد من الأعمدة يساوي أو يزيد على عمودين ($2.n$)، ولحل المباريات التي يتألف جدول مدفوعاتها من عمودين فقط وعدد من الأسطر يساوي أو يزيد على سطرين $m.2$.

¹ - صباح بقجة جي ؛ جمال يوسف - بحوث العمليات - منشورات جامعة دمشق - 1999-2000 ص

حل المباراة من النوع $2.n$:

حل المباراة التي نتيح للاعب الأول إستراتيجيتين فقط، جدول المدفوعات لهذا النوع من المباريات يأخذ الشكل الوارد في الجدول رقم (5-7)، عندما لا تحتوي هذه

	y_1	y_2	$\dots$	y_j	$\dots$	y_n
x_1	α_{11}	α_{12}	$\dots$	α_{1j}	$\dots$	α_{1n}
x_2	α_{21}	α_{22}	$\dots$	α_{2j}	$\dots$	α_{2n}

الجدول رقم (5-7)

المباراة نقطة توازن، يبحث اللاعب الأول عن مزيج من الإستراتيجيتين المتاحتين لديه، وحيث إن احتمال اعتماد هاتين الاستراتيجيتين (نسبة اعتماده) لكل منهما x_1 و x_2 ، وقيمة كل منها موجبة وأقل من الواحد، ومجموعهما يساوي الواحد الصحيح إذاً يمكن حساب أحدهما بدلالة الآخر على النحو الآتي:

$$x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = 1 - x_1$$

$$1 \geq x_1, \quad x_2 \geq 0$$

حيث:

النتيجة التي يحققها اللاعب الأول (قيمة المباراة) يمكن أن تحسب على النحو الوارد في الجدول رقم (5-8).

الحسابات في الجدول رقم (5-8) تبين أن نتائج المباراة (أرباح اللاعب الأول) ترتبط خطياً بالمتغير x_1 ، وبالتالي يمكن إيجاد الحل الأمثل لهذه المباراة (ولجميع المباريات المشابهة) هندسياً، وذلك برسم جملة بيانية لقيم x_1 على النحو الآتي:

العائد المتوقع للاعب الأول A	الإستراتيجيات الخالصة للاعب B
$(\alpha_{11} - \alpha_{21})x_1 + \alpha_{21}$	1
$(\alpha_{12} - \alpha_{22})x_1 + \alpha_{22}$	2
$\vdots$	$\vdots$
$(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})x_1 + \alpha_{2n}$	n

الجدول رقم (5-8)

1. يرسم محوران عموديان بينهما مسافة مناسبة، ومحور أفقي بينهما.
2. يدرج المحوران العموديان بقيم تتناسب وقيم المباراة المتوقعة (تبدأ من أصغر قيمة سالبة في جدول المدفوعات إلى أكبر قيمة موجبة فيه)، حيث يحمل المحور الأول على اليسار قيم المباراة عندما تكون قيمة المتغير الأول (الذي حسبت قيمة المباراة بدلالته) معدومة، في حين يحمل المحور الثاني قيم المباراة عندما تكون قيمة هذا المتغير مساوية للواحد الصحيح، وتجدر الإشارة هنا إلى أن قيمة المباراة الموجبة تقع أعلى المحور الأفقي، أما قيمها الموجبة فتقع أسفل هذا المحور، أما قيم المباراة المعدومة فتقع على المحور الأفقي، بكلمة أخرى يتقاطع المحور الأفقي مع كلا المحورين العموديين في النقطة صفر.
3. يدرج المحور الأفقي من أصغر قيمة من قيم المتغير x_1 (الصفر) وهي نقطة تقاطعه مع المحور العمودي الأول إلى أكبر قيمة من قيم هذا المتغير (الواحد الصحيح) وهي نقطة تقاطعه مع المحور العمودي الثاني.
4. تمثل قيمة كل المباراة المقابلة لكل إستراتيجيه خالصة من إستراتيجيات الخصم، على المحور الأول عندما تكون قيمة $x_1 = 0$ وتمثل على المحور الثاني عندما تكون $x_1 = 1$ ، ويتم الوصل بين النقطتين، نحصل على خط مستقيم مسقطاً كل نقطة من نقاطه على المحور الأفقي تمثل قيمة المتغير x_1 أما

مسقطها على أي محور من المحورين العموديين، فتمثل قيمة المباراة، القيم المحصورة بين هذا الخط المستقيم والمحورين العموديين وباتجاه ناقص لانهائية ($-\infty$) تمثل قيم المباراة الدنيا؛ أما القيم المحصورة بين هذا الخط المستقيم والمحورين العموديين وباتجاه الزائد لانهائية ($+\infty$) تمثل قيم المباراة العليا، طبعاً نتذكر أن الحل الأمثل للمباراة يقع على نقطة تقاطع هاتين المنطقتين.

5. نتذكر أن اللاعب الأول يعتمد في الحل على المعيار المتشائم ويسعى لاختيار أفضل أسوأ النتائج، وحيث إن القيم المحسوبة في الجدول رقم (5-8) تمثل التوقع الرياضي للربح، فإن منطقة الحلول المسموح بها لهذا اللاعب (اللاعب الأول) هي المنطقة الواقعة تحت جميع الخطوط المستقيمة وباتجاه الناقص لانهائية والتي تعرف بمنطقة التقاطع الداخلية، أما نقطة (نقاط) الحل الأمثل فهي أبعد نقطة من نقاط هذه المنطقة عن المحور الأفقي وباتجاه الزائد لانهائية عندما يقع بعض (جزء) من منطقة التقاطعات فوق المحور الأفقي، أما إذا كانت منطقة التقاطعات الداخلية تقع كاملة تحت المحور الأفقي فنقطة الحل الأمثل هي أقرب نقطة من نقاط هذه المنطقة إلى المحور الأفقي.

6. بعد تحديد نقطة (نقاط) الحل الأمثل، وهي تقع على تقاطع الخطوط المستقيمة المحددة لمنطقة التقاطعات الداخلية (وفي حالات شاذة قد تكون نقاط أحد أضلع منطقة التقاطعات الداخلية، يمكن تحديد قيمة المتغير x_1 أي احتمال/نسب اعتماد الاستراتيجية الأولى بإيجاد مسقط هذه النقطة على المحور الأفقي، وإيجاد قيمة المباراة بإيجاد قيمة المسقط الأفقي لهذه النقطة على أي محور من المحورين العموديين، لكن عندما لا يكون الرسم دقيقاً يمكن الحصول على هذه القيم بشكل دقيق جبرياً بمعرفة المعادلات الخطية للخطوط المستقيمة المحددة لنقطة الحل الأمثل، حيث تحسب قيمة كل من x_1 و x_2 ثم تحسب القيمة المثلى للمباراة v^* بدالتهما.

بالنسبة للاعب الثاني (B):

حيث إن اللاعب الأول اختار الحد الأدنى لقيمة المباراة (أعظم أدنى النتائج) هذا الاختيار سيحدد للاعب الثاني (B) الاستراتيجيات التي يتوجب عليه اعتمادها لتحقيق أفضل أسوأ النتائج، لأنه يسعى لاختيار الاستراتيجيات التي تحقق له أدنى أعظم النتائج؛ أي يختار الحد الأقصى لقيمة المباراة، وفي نقطة الحل الأمثل تتطابق قيمة الحد الأدنى للمباراة مع قيمة الحد الأقصى، أي يتوجب على المتباري الثاني اعتماد الاستراتيجيات التي تحدد خطوطها المستقيمة نقطة الحل الأمثل للاعب الأول، وأي اختيار آخر سيعمل اختياراً آخر سيعمله خسائر إضافية، أما نسب اعتماد هذه الاستراتيجيات فيحددها جبرياً بدلالة قيم الاستراتيجيات الخالصة للاعب الأول (A). سنتعرف إلى آلية حل المباراة من النوع (2.n) من خلال المثال رقم (3-5)،

المثال رقم (3-5) شركتان متنافستان تنتج الأولى نوعين من السيارات، وتنتج الثانية أربعة أنواع، ونتيجة خبرتهما في هذا المجال تشكلت لديهما قناعة بأن نتائج عمل كل منهما تتوقف على سلوك الأخرى وعلى نوع السيارات التي تعرضها وتوصلتا إلى تقدير النتائج الواردة في الجدول رقم (9-5).

	1	2	3	4
1	10	20	15	30
2	50	30	40	20

الجدول رقم (9-5)

المطلوب: تحديد الأنواع التي يجب أن تعرضها كل منهما لتضمن أفضل النتائج.

الحل: نبحث عن نقطة التوازن على النحو الوارد في الجدول رقم (5-10) نجد

أن المباراة لا تحوي هذه النقطة لأن: $\text{Max Min} \neq \text{Min Max}$

	1	2	3	4	Max	Min
1	10	20	40	60	10	
2	50	30	20	10	15	15
Max	50	30	40	30		
Min		30		30		

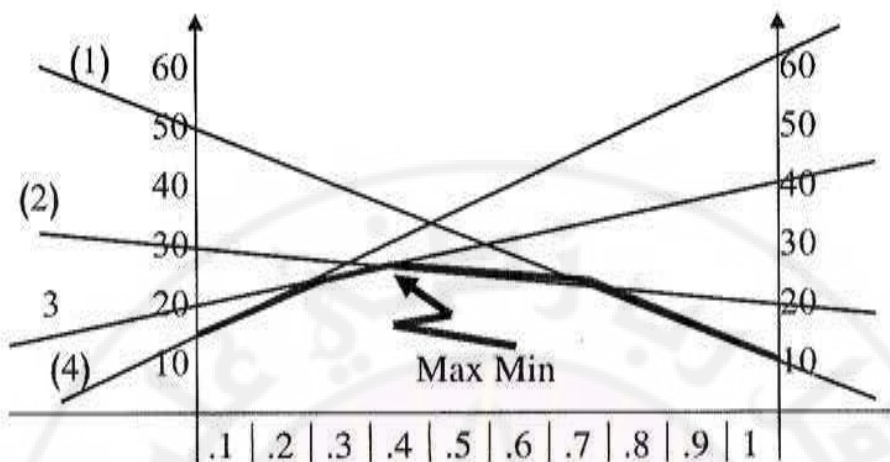
الجدول رقم (5-10)

وبما أن المباراة من النوع $2.n$ نجد أن أسلوب الحل البياني هو الأسلوب المناسب.

نبحث عن قيم المباراة للمتباري الأول بدلالة الإستراتيجيات الخالصة للمتباري الثاني على النحو الوارد على الشكل (5-1) وذلك في ضوء الحسابات الواردة في الجدول رقم (5-11)

النتيجة (قيمة المباراة) للمتباري الأول	الإستراتيجيات الخالصة للمتباري الثاني
$-40X_1 + 50$	1
$-10X_1 + 30$	2
$20X_1 + 20$	3
$50X_1 + 10$	4

الجدول رقم (5-11)



الشكل رقم (5-1)

من الشكل (5-1) يتبين أن منطقة الحلول المسموح بها تقع بين الخطوط المستقيمة الحاملة لقيم المباراة والمحور الأفقي والتي تعرف بالمنطقة الداخلية، الحل الأمثل تحدده أبعد نقطة عن المحور الأفقي والواقعة على الغلاف الداخلي لمنطقة الحلول المسموح بها، وتتحدد من تقاطع الخطين المستقيمين الحاملين لقيم المباراة التي يحققها المتباري الأول عندما يختار اللاعب الثاني الإستراتيجيتين الثانية والثالثة أي:

$$-10X_1 + 30 = 20X_1 + 20$$

$$30X_1 = 10 \Rightarrow X_1 = \frac{1}{3}$$

$$X_2 = \frac{2}{3}$$

وتحسب قيمة المباراة:

$$R = -10 X_1 + 30 = -10 \left(\frac{1}{3}\right) + 30 = \frac{80}{3} \quad \text{من العلاقة الأولى:}$$

$$R = 20 X_1 + 20 = 20 \left(\frac{1}{3}\right) + 20 = \frac{80}{3} \quad \text{أو من العلاقة الثانية:}$$

أما المتباري الثاني فليس له مصلحة بلعب أي من الإستراتيجيتين الأولى والرابعة أي $y_1 = y_4$ ، وهذا يتطلب منه اعتماد الإستراتيجيتين الثانية والثالثة فقط، وسيحقق النتائج الآتية المقابلة للإستراتيجيات اللاعب الأول:

$$20y_2 + 40y_3$$

$$30y_2 + 20y_3$$

نعلم أن $y_2 + y_3 = 1$ ومنه نجد: $y_2 = 1 - y_3$ ، بالتعويض في العلاقتين

$$y_2 = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad y_3 = \frac{2}{3} \quad \text{السابقتين والمسرة بينهما نجد أن:}$$

$$R = \frac{80}{3} \quad \text{وقيمة المباراة:}$$

حل المباراة من النوع m.2

تحل هذه المباراة على نحوٍ مشابه لحل المباراة من النوع (n.2)، مع الأخذ بالحسبان التعديلات الآتية:

1. يأخذ جدول المدفوعات في هذه المباريات الشكل الوارد في الجدول رقم (5-12)، عندما لا تحتوي هذه المباراة على نقطة توازن، يبحث اللاعب الثاني عن مزيج من الإستراتيجيتين المتاحتين لديه، وحيث إن اللاعب الأول لاعبان هاتين

الاستراتيجيين y_1 و y_2 ، وقيمة كل منها موجبة وأقل من الواحد، ومجموعهما يساوي الواحد الصحيح، إذاً يمكن حساب أحدهما بدلالة الآخر على النحو الآتي:

$$y_1 + y_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 1 - y_1$$

$$1 \geq y_1, y_2 \geq 0 \quad \text{حيث:}$$

النتيجة التي يحققها اللاعب الثاني (قيمة المباراة) يمكن أن تحسب على النحو الوارد في الجدول رقم (5-12).

الحسابات في الجدول رقم (5-13) تبين أن نتائج المباراة (خسائر اللاعب الثاني) ترتبط خطياً بالمتغير y_1 ، وبالآتي يمكن إيجاد الحل الأمثل لهذه المباراة هندسياً مثل حل المباراة من النوع $n, 2$ ، وذلك برسم جملة بيانية لقيم y_1 على نحو مشابه للجملة التي رسمت لقيم X_1 .

	y_1	y_2
x_1	α_{11}	α_{12}
x_2	α_{21}	α_{22}
.	...	...
.	...	...
.	...	...
x_i	α_{i1}	α_{i2}
.	...	...
.	...	...
.	...	...
x_m	α_{m1}	α_{m2}

الجدول رقم (5-12)

الإستراتيجيات الخالصة للاعب الأول A	العائد المتوقع للاعب الثاني B (قيمة المباراة)
1	$(\alpha_{11} - \alpha_{21}) y_1 + \alpha_{12}$
2	$(\alpha_{21} - \alpha_{22}) y_1 + \alpha_{22}$
$\vdots$	$\vdots$
m	$(\alpha_{m1} - \alpha_{m2}) y_1 + \alpha_{m2}$

الجدول رقم (5-13)

1. يدرج المحور الأفقي من أصغر قيمة من قيم المتغير y_1 (الصفر) وهي نقطة تقاطعه مع المحور العمودي الأول، إلى أكبر قيمة من قيم هذا المتغير (الواحد الصحيح) وهي نقطة تقاطعه مع المحور العمودي الثاني.
2. تمثل قيمة المباراة المقابلة لكل إستراتيجيه خالصة من إستراتيجيات الخصم، على المحور الأول عندما تكون قيمة $y_1 = 0$ وتمثل على المحور الثاني عندما تكون $y_1 = 1$ ، ويتم الوصل بين النقطتين، نحصل على خط مستقيم مسقط كل نقطة من نقاطه على المحور الأفقي تمثل قيمة المتغير y_1 أما مسقطها على أي محور من المحورين العموديين فتمثل قيمة المباراة.
3. نتذكر أن اللاعب الثاني يعتمد في الحل على المعيار المتشائم ويسعى لاختيار أفضل أسوأ النتائج، وحيث إن القيم المحسوبة في الجدول رقم (5-13) تمثل التوقع الرياضي لخسائر هذا اللاعب، فإن منطقة الحلول المسموح بها لهذا اللاعب (اللاعب الثاني) هي المنطقة الواقعة فوق جميع الخطوط المستقيمة وباتجاه الزائد لانهاية والتي تعرف بمنطقة التقاطع الخارجية، أما نقطة (نقاط)

الحل الأمثل فهي أقرب نقطة من نقاط منطقة الحلول المسموح فيها إلى المحور الأفقي عندما تقع منطقة التقاطعات الخارجية كاملة فوق المحور الأفقي، أما إذا وقع بعض منطقة الحلول المسموح بها تحت المحور الأفقي، فإن نقطة الحل الأمثل هي أبعد نقطة عن المحور الأفقي من النقاط الواقعة تحت هذا المحور.

4. بعد تحديد نقطة (نقاط) الحل الأمثل وهي تقع على إحدى تقاطعات الخطوط المستقيمة المحددة لمنطقة التقاطعات الداخلية (وفي حالات شاذة قد تكون نقاط أحد أضلع منطقة التقاطعات الداخلية، يمكن تحديد قيمة المتغير y_1 وقيمة المتغير y_2 وقيمة المباراة v^* المثل على نحو مشابه للحسابات التي أجريت في المباراة من النوع المباراة من النوع $2.n$

بالنسبة للاعب الأول (A):

حيث إن اللاعب الثاني اختار الحد الأقصى لقيمة المباراة (أدنى أعظم النتائج) هذا الاختيار سيحدد للاعب الأول (A) الاستراتيجيات التي يتوجب عليه اعتمادها لتحقيق أفضل أسوأ النتائج، لأنه يسعى لاختيار الاستراتيجيات التي تحقق له أعظم أدنى النتائج أي يختار الحد الأدنى لقيمة المباراة، وفي نقطة الحل الأمثل تتطابق قيمة الحد الأقصى للمباراة مع قيمة الحد الأدنى، أي يتوجب على المتباري الأول اعتماد الاستراتيجيات التي تحدد خطوطها المستقيمة نقطة الحل الأمثل للاعب الثاني، وأي اختيار آخر سيفقده بعض الأرباح (يحملة خسائر)، أما نسب اعتماد هذه الاستراتيجيات فيحددها جبرياً بدلالة قيم الاستراتيجيات الخالصة للاعب الثاني (B). سنتعرف آلية حل المباراة من النوع (m.2) من خلال المثال رقم (4-5).

المثال رقم (4-5): شركتان متنافستان تنتج الأولى نوعين من السيارات وتنتج الثانية أربعة أنواع ونتيجة خبرتهما في هذا المجال تشكلت لديهما قناعة بأن

نتائج عمل كل منهما تتوقف على سلوك الأخرى وعلى نوع السيارات التي تعرضها وتوصلتا إلى تقدير النتائج الواردة في الجدول رقم (5-13).

المطلوب: تحديد الأنواع التي يجب أن تعرضها كل منهما لتضمن أفضل النتائج.

	1	2
1	10	60
2	40	20
3	50	10
4	30	40

الجدول رقم (5-13)

الحل: نبحث عن نقطة التوازن على النحو الوارد في الجدول رقم (5-14) نجد أن المباراة لا تحوي على هذه النقطة لأن: $\text{Max Min} \neq \text{Min Max}$. وبما أن المباراة من النوع m.2 نجد أن أسلوب الحل البياني هو الأسلوب المناسب.

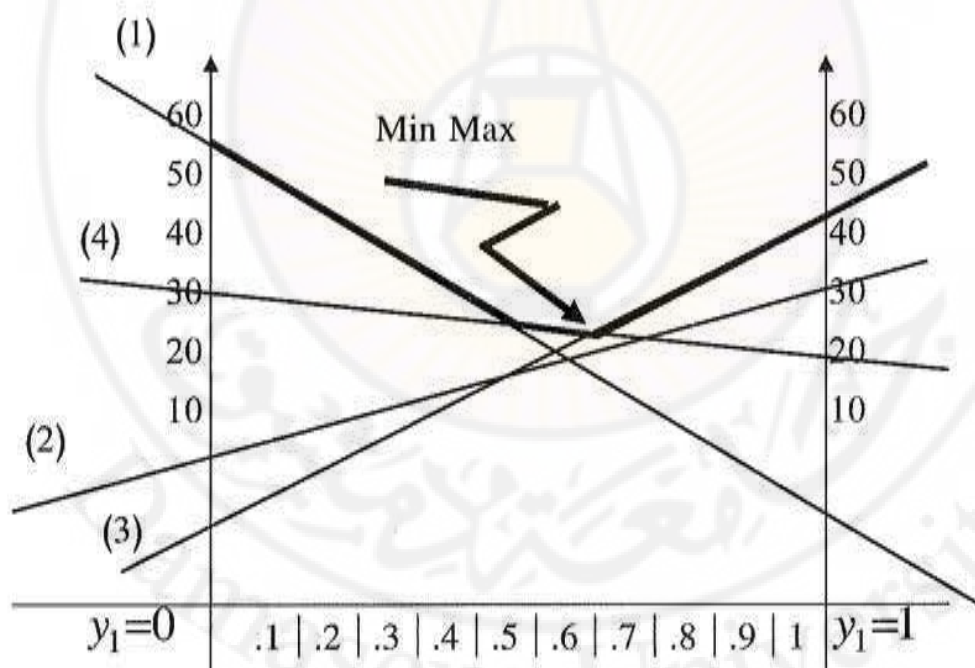
	1	2	Min	Max
1	10	60	10	
2	40	20	20	
3	50	10	10	
4	30	40	30	30
Max	50	60		
Min	50			

الجدول رقم (5-14)

نبحث عن قيم المباراة للمتباري الثاني بدلالة الإستراتيجيات الخالصة للمتباري الأول على النحو الوارد في الشكل (5-2) وذلك في ضوء الحسابات الواردة في الجدول رقم (5-15)

النتيجة للمتباري (A)	الإستراتيجيات الخالصة للمتباري (B)
$-50y_1 + 60$	1
$20y_1 + 20$	2
$40y_1 + 10$	3
$-10y_1 + 40$	4

الجدول رقم (5-15)



الشكل رقم (5-2)

من الشكل (5-2) يتبين أن منطقة الحلول المسموح بها تقع بين تقاطعات الخطوط المستقيمة الحاملة لقيم المباراة والانهاية التي تعرف بالمنطقة الخارجية، والحل الأمثل تحده أقرب نقطة إلى المحور الأفقي من منطقة الحلول المسموح بها، وتتحدد من تقاطع الخطين المستقيمين الحاملين لقيم المباراة التي يحققها المتباري الثاني عندما يختار اللاعب الأول الإستراتيجيتين الثالثة والرابعة أي:

$$40y_1 + 10 = -10y_1 + 40$$

$$50y_1 = 30 \Rightarrow y_1 = \frac{3}{5}$$

$$y_2 = \frac{2}{5}$$

وتحسب قيمة المباراة

$$R = 40y_1 + 10 = 40\left(\frac{3}{5}\right) + 10 = 34 \quad \text{من العلاقة الأولى:}$$

أو من العلاقة الثانية:

$$R = -10y_1 + 40 = -10\left(\frac{3}{5}\right) + 40 = 34$$

أما المتباري الأول فليس له مصلحة بلعب أي من الإستراتيجيتين الأولى والثانية أي $X_1 = X_2 = 0$ ، وهذا يتطلب منه اعتماد الإستراتيجيتين الثانية والثالثة فقط، وسيحقق النتائج التالية المقابلة للإستراتيجيات اللاعب الأول:

$$50 X_3 + 30 X_4$$

$$10 X_3 + 40 X_4$$

من القروض نعلم أن مجموع نسب اعتماد الإستراتيجيات يساوي الواحد أي:

$$X_1 = X_2 = 0 \text{ ، ومن الحل علمنا أن } X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$$

$$X_3 + X_4 = 1 \text{ أي } X_3 = 1 - X_4 \text{ ومنه نجد:}$$

بالتعويض في العلاقتين السابقتين والمساواة بينهما نجد أن:

$$X_4 = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad X_3 = \frac{1}{5}$$

وتحسب قيمة المباراة:

من العلاقة الأولى:

$$R = 50 X_3 + 30 X_4 = 50\left(\frac{1}{5}\right) + 30\left(\frac{4}{5}\right) = 34$$

من العلاقة الثانية:

$$R = 10 X_3 + 40 X_4 = 10\left(\frac{1}{5}\right) + 40\left(\frac{4}{5}\right) = 32$$

حل المباراة من نوع (m.n):

توجد علاقة بين نظرية المباريات وبين البرمجة الخطية حيث يمكن صياغة أي مباراة صفيرية بين لاعبين بالنتيجة على شكل برنامج خطي، وبالمثل يمكن صياغة أي برنامج خطي على شكل مباراة، وتظهر فائدة هذا الأسلوب في حل المباريات التي تنتج للاعبين عدد كبير من الإستراتيجيات، أي عندما يكون جدول المدفوعات كبيراً بشكل ملحوظ، وتختلف صياغة المباراة على شكل برنامج خطي حسب النتيجة بالنسبة للاعب، لذلك سنتعرف كيفية صياغة المباراة بالنسبة للاعب الأول بفرض أن قيم جدول المدفوعات تمثل أرباحه، كما سنتعرف كيفية صياغة المباراة بالنسبة للاعب الثاني بفرض أن قيم جدول المدفوعات تمثل خسائره.

وجهة نظر اللاعب الأول:

إن الاستراتيجية المختلطة للاعب (A) يجب أن تحقق الهدف الآتي:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x_i} \{ \text{Min} (\sum_{i=1}^m \alpha_{i1} x_i, \sum_{i=1}^m \alpha_{i2} x_i, \dots, \sum_{i=1}^m \alpha_{in} x_i) \} \\ \sum_{i=1}^m x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \quad : i=1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

هذه المسألة يمكن إعادة صياغتها على النحو الآتي:

بفرض إن أصغر قيمة للمباراة والمقابلة للاستراتيجية (j) الخاصة للاعب الثاني هي v ، أي تصبح العلاقة أعلاه على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} v = \text{Min} (\sum_{i=1}^m \alpha_{i1} x_i, \sum_{i=1}^m \alpha_{i2} x_i, \dots, \sum_{i=1}^m \alpha_{in} x_i) \\ : j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

وتأخذ المسألة الشكل الآتي: $\text{Max } Z = (v)$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} x_i \geq v \quad : j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \quad : i=1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

يمكن تعديل هذه المسألة لتصبح أكثر بساطة ووضوحاً بقسمة جميع قيودها على قيمة المباراة (v) ، ولضمان عدم التغير تجاه الإشارة بين طرفي جميع القيود يجب أن نتأكد من قيمة المقسوم عليه (v) موجبة ولهذا الغرض عندما يحتوي جدول المدفوعات على قيم سالبة نضيف قيمة موجبة أكبر بالقيمة المطلقة من أي

قيمة سالبة في جدول المدفوعات نرمز لها بالرمز (K) ، على أن تطرح لاحقاً من قيمة المباراة المثلى التي نحصل عليها، لهذا السبب يجب أن نميز بين قيمة المباراة التي نحصل عليها نتيجة الحل والتي نسميها قيمة المباراة المحسوبة وبين قيمة المباراة المطلوبة (المثلى) والتي نحصل عليها بعد طرح القيمة التي أضفناها من قيم المباراة المحسوبة.

قسمة دالة جميع القيود على قيمة المباراة v (بفرض أنها قيمة موجبة) تصبح المسألة على النحو الآتي:

$$Max Z = (v)$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \frac{x_i}{v} \geq 1 \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{x_i}{v} \geq 0 \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

تجدر الإشارة إلى تعظيم قيمة أي متغير تكافئ تصغير مقلوبه، لذلك يمكن تبديل

$$Dالة الهدف من \quad Max Z = (v) \quad إلى \quad Min W = \left(\frac{1}{v}\right)$$

وبتبديل $\frac{1}{v}$ بقيمتها من قيود المسألة أعلاه نجد أن دالة الهدف تصبح على النحو

$$Min W = \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{v} \quad \text{الآتي:}$$

التبسيط الأخير على المسألة نحصل عليه بتبديل كل قيمة من القيم $\frac{x_i}{v}$ بمتغير

جديد ليكن X_i (أي تبديل كل النسبة للحرف الصغير بالحرف الكبير)،
نحصل على صياغة مسألة المباراة بالشكل المطلوب:

$$\begin{aligned} \text{Min } W &= \sum_{i=1}^m X_i \\ \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} X_i &\geq 1 \quad : j = 1, 2, \dots, n \\ X_i &\geq 0 \quad : i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

ثم تحل المباراة وفق أساليب حل البرمجة الخطية (السمبلكس) ومن ثم تعدل النتائج على النحو الآتي:

- حل المباراة بعد صياغتها بالشكل الجديد يعطي مقلوب قيمة المباراة المحسوبة، التي تزيد على القيمة المطلوبة بمقدار قيمة K (القيمة التي أضفناها إلى جميع عناصر جدول المدفوعات لضمان عدم سلبيتها)، لذلك يجب أخذ مقلوب قيمة دالة الهدف من جدول الحل الأمثل وطرحه قيمة K من قيمة المباراة للحصول على القيمة الحقيقية (المطلوبة):

$$v^* = \frac{1}{W} - K$$

- قيم المتغيرات في الحل الأمثل هي قيم المتغيرات مقسومة على قيمة المباراة، وللحصول على قيم المتغيرات المطلوبة يجب ضرب القيم التي تأخذها المتغيرات في الحل الأمثل بمقلوب قيمة دالة الهدف المثلى المحسوبة (أو تقسيم قيم المتغيرات المحسوبة على قيمة دالة الهدف المحسوبة) على النحو الآتي:

$$y^* = \frac{Y_j}{W} \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

نوضح كيفية صياغة قضايا المباريات من النوع (m.n) على شكل برنامج خطي بالنسبة للاعب الأول، من خلال المثال رقم (5-5)

المثال رقم (5-5)

الجدول رقم (16-5) هو جدول مدفوعات لمباراة بين لاعبين (A) و (B)، المطلوب مساعدة اللاعبين في اختيار الاستراتيجية المثلى لكل منهما.

	1	2	3
1	3	-1	-3
2	-3	3	-1
3	-4	-3	3

الجدول رقم (16-5)

لحل: نبحث عن نقطة التوازن على النحو الوارد في الجدول رقم (17-5)، نجد

$$MaxMin \neq MinMax \quad \text{أن}$$

	1	2	3	Min	Max
1	3	-1	-3	-3	-3
2	-3	3	-1	-3	-3
3	-4	-3	3	-4	
Max	3	3	3		
Min	3	3	3		

الجدول رقم (17-5)

لذلك نبحث عن الاستراتيجيات المركبة (المختلطة). وحيث إن الجدول يحوي
قيماً سالبة سنضيف الرقم الثابت الموجب $K=5$ إلى جميع عناصر جدول
المدفوعات رقم (18-5) فيصبح على النحو الوارد في الجدول رقم (18-5)

	1	2	3
1	8	4	2
2	2	8	4
3	1	2	8

الجدول رقم (18-5)

وتصاغ المباراة على شكل برنامج خطي بالنسبة للاعب (A) على النحو الآتي:

$$Z = X_1 + X_2 + X_3$$

$$8X_1 + 2X_2 + 1X_3 \geq 1$$

$$4X_1 + 8X_2 + 2X_3 \geq 1$$

$$2X_1 + 4X_2 + 8X_3 \geq 1$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

وجهة نظر اللاعب الثاني:

إن الاستراتيجية المختلطة للاعب الثاني (B) يجب أن تحقق الهدف الآتي:

$$M \min_{y_j} \{ \max_{x_i} (\sum_{j=1}^n \alpha_{1j} y_j, \sum_{j=1}^n \alpha_{2j} y_j, \dots, \sum_{j=1}^n \alpha_{mj} y_j) \}$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1$$

$$y_j \geq 0 \quad : j=1, 2, \dots, n$$

هذه المسألة يمكن إعادة صياغتها على النحو الآتي:

بفرض أن أكبر قيمة للمباراة والمقابلة للاستراتيجية (i) الخالصة للاعب الثاني هي v ، أي تصبح العلاقة أعلاه على النحو الآتي:

$$v = \{ \text{Max} (\sum_{j=1}^n \alpha_{1j} y_j, \sum_{j=1}^n \alpha_{2j} y_j, \dots, \sum_{j=1}^n \alpha_{mj} y_j) \}$$

$$: i = 1, 2, \dots, m$$

وتأخذ المسألة الشكل الآتي: $\text{Min } W = (v)$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} y_j \leq v \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1$$

$$y_j \geq 0 \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

يمكن تعديل هذه المسألة على نحو مشابه للمسألة بالنسبة للاعب الأول بقسمة جميع القيود على قيمة المباراة v (بفرض أنها قيمة موجبة) تصبح المسألة على النحو الآتي:

$$\text{Min } W = (v)$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \frac{y_j}{v} \leq 1 \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{x_i}{v} \geq 0 \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

تجدر الإشارة إلى أن تصغير قيمة أي متغير تكافئ تكبير مقلوبه، لذلك يمكن تبديل دالة الهدف من الشكل $Min W=(v)$ إلى الشكل

$$Max Z=(\frac{1}{v})$$

وبتبديل $\frac{1}{v}$ بقيمتها من قيود المسألة أعلاه نجد أن دالة الهدف تصبح على

$$Max W = \sum_{j=1}^n \frac{y_j}{v} \quad \text{النحو الآتي:}$$

التبسيط الأخير على المسألة نحصل عليه بتبديل كل قيمة من القيم $\frac{x_i}{v}$ بمتغير

جديد ليكن X_i (أي تبديل كل النسبة للحرف الصغير بالحرف الكبير)، نحصل على صياغة مسألة المباراة بالشكل المطلوب:

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^n Y_j$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} Y_j \leq 1 \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

$$Y_j \geq 0 \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

ثم تحل المباراة وفق أساليب حل البرمجة الخطية (السمبلكس) ومن ثم تعدل النتائج على نحو مشابه لتعديل نتائج المباراة من وجهة نظر اللاعب الأول:

- القيمة الحقيقية (المطلوبة) للمباراة تحسب وفق العلاقة الآتية:

$$v^* = \frac{1}{W} - K$$

- قيم المتغيرات المطلوبة تحسب وفق العلاقة الآتية:

$$y_j^* = \frac{Y_j}{W} \quad : j = 1, 2, \dots, n$$

نوضح كيفية صياغة قضايا المباريات من النوع (m.n) على شكل برنامج خطي بالنسبة للاعب الثاني من خلال المثال رقم (5-6)،

المثال رقم (5-6): صياغة المباراة الواردة في المثال رقم (5-5) بالنسبة للاعب (B)، وحيث أن الجدول يحتوي على قيم سالبة يضاف الرقم الموجب $K=5$ ، كما في حالة صياغة المباراة على شكل برنامج خطي للاعب (A)، وتأخذ المباراة المصاغة على شكل برنامج خطي للاعب (B) الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} W &= Y_1 + Y_3 + Y_3 \\ 8Y_1 + 4Y_3 + 2Y_3 &\leq 1 \\ 2Y_1 + 8Y_3 + 4Y_3 &\leq 1 \\ 1Y_1 + 2Y_3 + 8Y_3 &\leq 1 \\ Y_1, Y_3, Y_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

وبحل هذه المسألة نجد أن الحل الأمثل لهذه المسألة كما هو وارد في جدول السمبلكس رقم (5-18).

قيم/حلول	S_1	S_2	S_3	Y_1	Y_2	Y_3	متغيرات أساس
1/7	11/196	5/49	0	0	0	0	W
1/14	0	-1/14	1/7	1	0	0	Y_1
11/196	-1/14	31/196	-3/98	0	1	0	Y_2
5/49	1/7	-3/98	-1/98	0	0	1	Y_3

الجدول رقم (5-18)

ونستنتج من هذا الجدول الحل على النحو الآتي:

$$V^* = \frac{1}{W} \cdot K = \frac{196}{45} - 5 = -\frac{29}{45}$$

قيمة المباراة

إن قيمة المباراة سالبة، أي يربح اللاعب (B) في كل جولة $\frac{29}{45}$ وحدة نقدية،

$$y_1^* = \frac{Y_1}{W} = \frac{1/14}{45/196} = \frac{14}{45}$$

$$y_2^* = \frac{Y_2}{W} = \frac{11/196}{45/196} = \frac{11}{45}$$

$$y_3^* = \frac{Y_3}{W} = \frac{5/49}{45/196} = \frac{20}{45}$$

وحيث تعد المسألة المصاغة للاعب (A) النموذج المرافق (الثانوي) للمسألة المصاغة للاعب (B)، يمكن الحصول على الاستراتيجيات المركبة للاعب (A) ونسب اعتماد كل منها من الحل الأمثل للاعب (B)، نجد أنها:

$$Z = W = \frac{45}{196}$$

$$x_1 = \frac{5}{45}, x_2 = \frac{11}{196}, x_3 = \frac{1}{14}$$

$$V^* = \frac{1}{Z} - K = \frac{196}{45} - 5 = -\frac{29}{45} \text{ نجد: (B) اللاعب}$$

أي إن قيمة المباراة سالبة أي يخسر اللاعب (A) في كل جولة $\frac{29}{45}$ وحدة نقدية،

$$X_1^* = \frac{X_1}{W} = \frac{5/49}{45/196} = \frac{20}{45}$$

$$X_2^* = \frac{x_2}{W} = \frac{11/196}{45/196} = \frac{11}{45}$$

$$X_1^* = \frac{x_1}{W} = \frac{1/14}{45/196} = \frac{14}{45}$$

أسئلة الفصل الخامس

I- حدد أيًا من العبارات الآتية صحيحة وأيًّا منها خاطئة:

1. في المباراة ذات المجموع الصفري عندما يكون الحل الأمثل لأحد المتباريين اعتماد استراتيجية صافية يتوجب على اللاعب الآخر اعتماد استراتيجية صافية أيضاً.

2. في المباراة بين طرفين وذات المجموع الصفري من النوع $m \times 2$ أو $2 \times n$ يكون الأمثل لكل طرف يتطلب اعتماد مزيج من إستراتيجيتين على الأكثر.

3. في المباراة بين طرفين وذات مجموع صفري عندما تكون قيمة المباراة سالبة ستكون النتيجة على المدى البعيد خسارة للاعب الأول.

4. في المباراة بين طرفين وذات مجموع صفري إضافة أي رقم سالب إلى جميع قيم جدول المدفوعات لن يؤثر في الإستراتيجيات المثلى للاعبين.

5. في المباراة بين طرفين وذات مجموع صفري يمكن لأي لاعب تحسين النتيجة التي يحققها من المباراة بتغيير الاستراتيجيات التي يحصل عليها في الحل الأمثل.

6. يمكن صياغة أي مباراة بين طرفين على شكل برنامج خطي.

7. المباراة بين طرفين ذات المجموع الصفري ربح اللاعب الأول يساوي لخسارة اللاعب الثاني.

II- حل المسألة التالية: الجدول المرافق يمثل جدول مدفوعات بين متباريين.

المطلوب: هل توجد للمباراة نقطة توازن (سرج) وما هي قيمة المباراة.

	1	2	3	4
1	7	-5	6	7
2	6	3	4	-11
3	9	7	6	12

III- حل المسألة التالية: الجدول المرافق يمثل جدول مدفوعات بين متباريين.

المطلوب: هل توجد للمباراة نقطة توازن (سرج) وما هي قيمة المباراة.

	1	2	3	4
1	-4	-1	-3	4
2	-7	5	-2	-6
3	-5	-3	2	4

IV- حل المسألة التالية: شركتان متنافستان تنتج الأولى نوعين من السيارات وتنتج الثانية أربعة أنواع ونتيجة خبرتهما في هذا المجال تشكلت لديهما قناعة بأن نتائج عمل كل منهما تتوقف على سلوك الأخرى وعلى نوع السيارات التي تعرضه. وتوصلتا إلى تقدير النتائج الواردة في الجدول المرافق.

	1	2	3	4
1	10	20	15	30
2	50	30	40	20

المطلوب:

1. تحديد الاستراتيجية المثلى لكل شركة.

2. تحديد قيمة المباراة لكل شركة

V- حل المسألة التالية: الجدول المرافق يمثل جدول مدفوعات بين متباريين.

المطلوب: حل المباراة عن طريق البرمجة الخطية.

	1	2	3	4
1	4	8	5	7
2	6	3	4	11
3	9	6	7	5

الفصل السادس
القرار الماركوفي





المقدمة :

يعد تحليل ماركوف من الأساليب العملية المهمة المتبعة في دراسة تطور الأنظمة (الأنظمة) خلال فترات زمنية متتابعة بهدف تحديد حالتها بدقة، حيث تحسب الاحتمالات الانتقالية بين حالات النظام بالاعتماد على سلاسل ماركوف، ومن ثم تستخدم حالات النظام المحتملة لتقدير (العوائد) المتوقعة في ضوء الأرباح (التكاليف) الناجمة عن عملية انتقال النظام من حالة إلى أخرى، وذلك بهدف اختيار القرارات المثلى لعدد محدود من الفترات الزمنية القصيرة أو لفترة زمنية غير محدودة (طويلة نسبياً).

طبق تحليل ماركوف على العديد من الدراسات الاقتصادية، وسنتعرف في هذا الفصل أهم تطبيقاته ومنها:

- قضية استخدام أسمدة من قبل البستاني التي تقدمها معظم كتب بحوث العمليات كحالة تعليمية.
- تطبيق تحليل ماركوف على قضية تسويقية لتحديد ولاء المستهلكين لمنتج (خدمة معينة) بهدف تحديد حصة المنشأة السوقية.
- تطبيق تحليل ماركوف على قضية مالية لتحديد حجم الديون التي قد تتحول إلى ديون معدومة.

6-1 قضية البستاني:

وتعرف قضية البستاني بأن بستانياً استأجر قطعة أرض، يزرع فيها أصنافاً متعددة من الخضروات بعد إجراء تحليل للتربة، وقد لاحظ أن موسم الزراعة الحالي يتوقف على حالة التربة في العام السابق، وقد تمكن من وضع سلسلة ماركوفية للاحتتمالات الانتقالية لتحول التربة من الحالة التي تكون عليها بداية

العام إلى الحالة التي تكون عليها نهاية العام، حيث عرف حالة التربة الجيدة، متوسطة الجودة، رديئة بالحالة (1، 2، 3) على الترتيب (انظر المصفوفة P^1)، وتبين من هذه المصفوفة أن حالة التربة في العام الحالي لا يمكن أن تكون أفضل من العام السابق، لكن يمكن التأثير على هذه الاحتمالات عن طريق استخدام الأسمدة، بحيث تصبح الاحتمالات على النحو الوارد في المصفوفة P^2 . وقد وضع البستاني استناداً إلى خبرته دالة العوائد والتكاليف التي قدرت النتائج النهائية التي يحققها في حال اعتماده سياسة عدم التسميد ودالة أخرى في حالة اعتماد التسميد، ووضع النتائج في المصفوفتين $M^{(1)}$ و $M^{(2)}$ على الترتيب.

$$P^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad P^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.5 \\ 0.05 & 0.4 & 0.55 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$R^{(1)} \left\| r_{ij}^1 \right\| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad R^{(2)} \left\| r_{ij}^2 \right\| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

حل القضية يتطلب من البستاني معرفة عدد السنوات التي سيعمل خلالها بالبستنة هل هي عدد محدود؟ وبالتالي القضية محدودة المراحل أم أنه سيعمل لعدد غير محدود من السنوات، وتصبح القضية لا نهائية المراحل، وهذا يتطلب من البستاني

أن يقرر اعتماد الأسمدة من عدمه في ضوء نتائج تحليل التربة (حالة النظام) بهدف تحقيق أعظم العوائد.

فيمكن للبستاني تقويم العوائد التي يمكن أن يحققها بالاستناد إلى قراره بالتسميد من عدمه، مثلاً يمكن أن يقرر تسميد الأرض عندما تكون التربة رديئة، أو يقرر التسميد عندما تكون التربة من النوع متوسطة الجودة أو رديئة، وفي كلا الحالتين يعتمد البستاني سياسة تسميد تعرف بالسياسة المستقرة.

تجدر الإشارة إلى أن كل سياسة مستقرة لها مصفوفة احتمالات انتقالية ومصفوفة عوائد، يمكن صياغتهما من المصفوفات المعطاة بداية $P^1, P^2, M^{(1)}, M^{(2)}$ ، على سبيل المثال مصفوفة الاحتمالات الانتقالية ومصفوفة العوائد لسياسة التسميد عندما تكون حالة التربة من النوع الرديء (سياسة مستقرة)، ستكون على النحو الآتي:

$$P^{(*)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.05 & 0.4 & 0.55 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad R^{(*)} \| r_{ij}^* \| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & -2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

6-1-1 حل قضية البستاني لعدد محدود من السنوات - أسلوب البرمجة الديناميكية:

بفرض أن البستاني سيعمل بالبستنة ثلاث سنوات فقط، الحل وفق أسلوب البرمجة الديناميكية يتطلب تقسيم المسألة إلى ثلاث مراحل لكل سنة مرحلة، وتوجد ثلاث حالات للنظام (للتربة)، وفق هذه المعطيات يمكن إيجاد العائد المتوقع للبستاني بالعلاقة الآتية:

$$f_n(i) = \text{Max}_k \{ \sum_{j=1}^m P_{ij}^k [r_{ij}^k + f_{n+1}(j)] \}$$

$$: n = 1, 2, \dots, N$$

$$: i = 1, 2, \dots, m. \quad j = 1, 2, \dots, m$$

حيث:

$f_n(i)$ - مجموع الأرباح المتوقعة للمرحلة الحالية n وجميع المراحل اللاحقة لها، أي للمراحل $n, n+1, \dots, N$ عندما تكون التربة (النظام) من النوع i في بداية المرحلة n .

k - الاستراتيجية المعتمدة (القرار المعتمد).

i - حالة النظام (التربة) في بداية المرحلة.

j - حالة التربة النظام (التربة) في نهاية المرحلة.

P_{ij}^k - احتمال تحول التربة من الحالة i إلى الحالة j في نهاية الفترة عندما يعتمد متخذ القرار البديل k .

r_{ij}^k - العائد المتوقع عندما يعتمد متخذ القرار البديل k وتكون التربة في بداية الفترة على الحالة i وتنتقل إلى الحالة j في نهاية الفترة.

$f_{n+1}(j)$ - مجموع الأرباح المتوقعة للمراحل التي تلي n عندما تكون التربة (النظام) في نهاية المرحلة n من النوع j .

مجموع العوائد المتوقعة $r_{ij}^k + f_{n+1}(j)$ وفق هذه المعادلة الناجمة عن الوصول إلى الحالة j في المرحلة $n+1$ من جميع حالات النظام (من جميع i) في المرحلة n ، باحتمالات قدرها P_{ij}^k ، وبفرض أن قيمة r_j^k تمثل العائد

المتوقع تحقيقه نتيجة اعتماد الاستراتيجية (القرار) k وانتقال النظام من الحالة

$$v_j^k = \sum_{i=1}^m P_{ij}^k r_{ij}^k \quad : \text{بالعلاقة الآتية:}$$

وبالاستناد إلى هذا يمكن صياغة العلاقة الآتية التي تحدد العوائد المتوقعة حسب أسلوب الإياب في البرمجة الديناميكية:

$$f_N(i) = \max_k \{v_i^k\}$$

$$f_n(i) = \max_k \{v_i^k + \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f_{n+1}(j)\}$$

$$: n = 1, 2, \dots, N-1$$

$$: i = 1, 2, \dots, m. \quad j = 1, 2, \dots, m$$

مثال رقم (6-1) حل مسألة البستاني:

نحسب قيم العوائد المتوقعة v_j^k لجميع الإستراتيجيات، ولجميع حالات التربة (النظام) في الأولوية i .

$$v_1^1 = 0.2(7) + 0.5(6) + 0.3(3) = 5.3$$

$$v_2^1 = 0.0(0) + 0.5(5) + 0.5(1) = 3$$

$$v_3^1 = 0.0(0) + 0.0(0) + 1.0(-1) = -1$$

$$v_1^2 = 0.3(6) + 0.6(5) + 0.1(-1) = 4.7$$

$$v_2^2 = 0.1(7) + 0.6(4) + 0.3(0) = 3.1$$

$$v_3^2 = 0.05(6) + 0.4(3) + 0.55(-2) = 0.4$$

قيم V_i^K

i	V_i^1	V_i^2
1	5.3	4.7
2	3	3.1
3	-1	0.4

الجدول رقم (1-6)

المرحلة الثالثة:

i	V_i^K		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{3(i)}$	K^*
1	5.3	4.7	5.3	1
2	3	3.1	3.1	2
3	-1	0.4	0.4	3

الجدول رقم (2-6)

المرحلة الثانية:

i	$v_i^k + P_{i1}^k f_3(1) + P_{i3}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_3(3)$		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{2(i)}$	K^*
1	$5.3 + 0.2(5.3) + 0.5(3.1) + 0.3(0.4) = 8.03$	$4.7 + 0.3(5.3) + 0.6(3.1) + 0.1(0.4) = 8.19$	8.19	1
2	$3 + 0.0(5.3) + 0.5(3.1) + 0.5(0.4) = 4.75$	$3.1 + 0.1(5.3) + 0.6(3.1) + 0.3(0.4) = 5.61$	5.61	2
3	$-1 + 0.0(5.3) + 0.0(3.1) + 1.0(0.4) = -0.6$	$0.4 + 0.05(5.3) + 0.4(3.1) + 0.55(0.4) = 2.13$	2.13	3

الجدول رقم (3-6)

المرحلة الأولى:

i	$v_i^k + P_{i1}^k f_2(1) + P_{i2}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_2(3)$		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{1(i)}$	K^*
1	$5.3+0.2(8,19)+$ $0.5(6.51)+0.3(2.13)$ $=10.38$	$4.7+0.3(8,19)+$ $0.6(6.51)+0.1(2.13)$ $=10.74$	10.74	2
2	$3+0.0(8,19)+$ $0.5(6.51)+0.5(2.13)$ $=6.87$	$3.1+0.1(8,19)+$ $0.6(6.51)+0.3(2.13)$ $=7.92$	7.92	2
3	$-1+0.0(8,19)+$ $0.0(6.51)+1.0(2.13)$ $=1.13$	$0.4+0.05(8,19)+$ $0.4(6.51)+0.55(2.13)$ $=4.23$	4.23	2

الجدول رقم (4-6)

القرار: يظهر من الجداول أنه يتوجب على البستاني أن يعتمد التسميد في السنة الأولى والثانية بغض النظر عن نوع التربة أما في السنة الثالثة فيعتمد التربة عندما تكون نوعية التربة متوسطة الجودة أو رديئة، وتقدر العوائد الإجمالية المتوقعة عن السنوات الثلاث على النحو التالي: (4.23 ، 7.92 ، 10.74) عندما تكون التربة في السنة الأولى (جيدة، متوسطة الجودة، رديئة) على الترتيب. تعميم التطبيق الوارد أعلاه ليشمل:

1. التعميم الأول: يتم ليشمل التطبيق الحالات التي تختلف فيها الاحتمالات الانتقالية ودوال عوائدها من مرحلة إلى أخرى، حيث تتطلب أن تكون قيم العوائد (r_{ij}^k) والاحتمالات الانتقالية (P_{ij}^k) دوال تابعة للمرحلة (n) حيث تتوقف قيم العوائد والاحتمالات الانتقالية على:
- حالة النظام الأولية i (في بداية المرحلة الأولى).

- الحالة الآتية للنظام j .
- القرار المتخذ k في المرحلة.
- المرحلة المعنية n .

وتصبح العلاقات الرياضية لخوارزمية الإياب في البرمجة الديناميكية على النحو التالي:

$$f_N(i) = \underset{k}{\text{Max}} \{v_i^{k,n}\}$$

$$f_n(i) = \underset{k}{\text{Max}} \{v_i^{k,n} + \sum_{j=1}^m P_{ij}^{k,n} f_{n+1}(j)\}$$

$$: n = 1, 2, \dots, N - 1$$

$$: i = 1, 2, \dots, m. \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$v_i^{k,n} = \sum_{j=1}^m P_{ij}^{k,n} r_{ij}^{k,n} \quad \text{حيث :}$$

2. التعميم الثاني: ليأخذ التطبيق بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود، أي يتم التطوير بهدف خصم تدفقات العوائد المتوقعة، وهذا يتم بسهولة عن طريق

$$\text{ضرب العوائد المتوقعة للفترات اللاحقة بمعامل الخصم } \alpha = \frac{1}{1+t} \text{ (حيث } t$$

معدل العائدة)، وتصبح العلاقات الرياضية لخوارزمية الإياب في البرمجة الديناميكية على النحو التالي:

$$f_N(i) = \text{Max}_k \{v_i^k\}$$

$$f_n(i) = \text{Max}_k \{v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f_{n+1}(j)\}$$

$$: n = 1, 2, \dots, N-1, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

مثال رقم (2-6):

تطبيق معامل خصم ($\alpha=0.8$) على قضية البستاني نجد أن:

المرحلة الثالثة:

i	V_i^K		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{3(i)}$	K^*
1	5.3	4.7	5.3	1
2	3	3.1	3.1	2
3	-1	0.4	0.4	2

الجدول رقم (5-6)

المرحلة الثانية:

i	$v_i^k + P_{i1}^k f_3(1) + P_{i3}^k f_1(2) + P_{i2}^k f_3(3)$		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{2(i)}$	K^*
1	$5.3 + .8[.2(5.3) + .5(3.1) + .3(.4)] = 7.484$	$4.7 + .8[.3(5.3) + .6(3.1) + .1(.4)] = 7.492$	7.484	1
2	$3 + .8[.0(5.3) + .5(3.1) + .5(.4)] = 4.4$	$3.1 + .8[.1(5.3) + .6(3.1) + .3(.4)] = 5.108$	5.11	2
3	$-1 + .8[.0(5.3) + .0(3.1) + 1.0(.4)] = -.68$	$.4 + .8[.05(5.3) + .4(3.1) + .55(.4)] = 1.784$	1.784	2

الجدول رقم (6-6)

المرحلة الأولى:

	$v_i^k + P_{i1}^k f_2(1) + P_{i2}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_2(3)$		الحل الأمثل	
i	K=1	2	$f_{1(i)}$	K^*
1	$5.3 + .8[.2(7.48) + .5(5.11) + .3(1.78)] = 8.97$	$4.7 + .8 [.3(7.48) + .6(5.11) + .1(1.78)] = 9.09$	9.09	1
2	$3 + .8[.0(7.48) + .5(5.11) + .5(1.78)] = 5.77$	$3.1 + .8[.1(7.48) + .6(5.11) + .3(1.78)] = 6.58$	6.58	2
3	$-1 + .8[.0(7.48) + .0(5.11) + 1.0(1.78)] = .424$	$.4 + .8[.05(7.48) + .4(5.11) + .55(1.78)] = 3.12$	3.12	2

الجدول رقم (6-7)

يتوجب على البستاني عدم التسميد عندما تكون التربة جيدة واعتماد التسميد عندما تكون التربة متوسطة الجودة أو رديئة في جميع السنوات، وهو بذلك سيتوقع تحقيق أرباحاً قيمتها 9.09 ، 6.58 ، 3.12 ، خلال السنوات الثلاث عندما تكون التربة جيدة متوسطة الجودة رديئة على الترتيب.

6-2- حل القضايا لفترة زمنية غير محدودة:

يصل النظام الخاضع الموصوف بسلاسل ماركوف الانتقالية في المدى الطويل إلى حالة الاستقرار " الحالة المستقرة" والتي تنتقل عن الحالة الأولية (الابتدائية) للنظام، وتساعد البرمجة الديناميكية في تحديد القرار (السياسة) الذي يعتمد لفترة زمنية طويلة نسبياً (مع العلم أن تحليل ماركوف يستخدم للفترات الزمنية القصيرة

نسبياً)، وذلك وفق الأسلوب المعروف " بأسلوب تحسين السياسة"، وذلك لتجنب الأسلوب التجريبي القائم على حساب جميع السياسات الممكنة واختيار أفضلها. أسلوب تحسين السياسة:

لقد تعرفنا في الفقرات السابقة العلاقة المتتالية لخوارزمية الإياب في البرمجة الديناميكية التي تأخذ الشكل التالي:

$$f_n(i) = v_i^k + \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f_{n+1}(j) \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

تعتمد عملية تحسين السياسة على هذه العلاقة بعد تعديلها تعديلاً بسيطاً، يسمح بدراسة تقارب القيمة المتوقعة من القيمة المثلى المنشودة، ولهذا الهدف سنعتمد على تحديد المراحل الواجب اختبارها بالعلاقة الآتية:

$$f_\eta(i) = v_i + \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f_{\eta-1}(j) \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

حيث:

f_η -مجموع العوائد المنتظر تحقيقها.

η - المراحل الواجب اختبارها.

وفق هذا التعريف يمكن دراسة تقارب النتائج من القيمة المثلى عندما $\eta \rightarrow \infty$ بفرض أن الحالة المستقرة للنظام (للمصفوفة الاحتمالات الانتقالية $\|P_{ij}\|$)

تأخذ شكل شعاع السطر التالي: $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$

وبفرض أن قيمة دالة الهدف للفترة (السنة) التي سبق وتعرفنا إليها في الفقرات السابقة تعطى بالعلاقة:

$$E = \pi_1 v_1 + \pi_2 v_2 + \dots = \pi_m v_m$$

يمكن إثبات العلاقة الآتية عندما تكون η كبيرة جداً:

$$f_{\eta}(i) = \eta E + f_i(i)$$

حيث:

$f_{\eta}(i)$ - تساوي إجمالي العوائد المثلى للمراحل η في الحالة (i).

E - تساوي العائد المتوقع للمرحلة المعنية.

$f_i(i)$ - ترمز إلى حد ثابت يعرف بمعامل التصحيح للدالة $f_{\eta}(i)$ في الحالة (i)

وفق هذه المعطيات يصبح من البديهي معرفة سبب تتساوي قيمة $f_{\eta}(i)$ مع قيمة

ηE عندما تكون η كبيرة جداً.

بالاستناد إلى جميع المعلومات عن العوامل المشار إليها يمكن صياغة المتتالية

الآتية لخوارزمية الإياب.

$$\eta E + f(i) = v_i + \sum_{j=1}^m P_{ij} \{(\eta - 1)E + f(j)\}$$

$$: i = 1, 2, \dots, m$$

وبتحسين (تبسيط) هذه العلاقة نحصل على العلاقة الآتية:

$$E = v_i + \sum_{j=1}^m P_{ij} f(j) - f_i(i) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

التي تحتوي على m معادلة وعلى $m+1$ مجهول هي:

$$E, f(1), f(2), \dots, f(m)$$

نتذكر أن حل المسألة يتطلب تحديد السياسة التي تحقق أعظم قيمة لإجمالي

العوائد المتوقعة، وحيث إن عدد المتغيرات مجهولة القيمة بزر على عدد

المعادلات لا يمكن تحديد القيمة المثلى بخطوة واحدة؛ لذلك يجب الاعتماد على

أسلوب عمليات التحسين، انطلاقاً من أي سياسة نختار، ونحدد السياسات

(القرارات) التي تحقق القيمة المثلى، ثم نختبر القرارات بتشكيل سياسة جديدة تعتمد على هذه القرارات (نشكل مصفوفة جديدة بضوء القرارات التي تحدد القيمة المثلى)، ونستمر بالتحسين حتى نحصل على سياستين متتاليتين (تحققان نتائج متطابقة).

تتم عملية التحسين على خطوتين الأولى: تعرف بخطوة " تحديد تقويم المتغيرات " والثانية: تعرف بخطوة "تحسين الحل".

1. خطوة تقويم المتغيرات: تحدد سياسة بشكل اختياري، ولتكن السياسة (S) وتعد سياسة أولية، وبالاتماد على مصفوفة احتمالاتها الانتقالية P^s ومصفوفة عوائدها R^s وبافتراض أن قيمة $f^s(m) = 0$ حل جملة العلاقات الآتية يحدد النتائج المتوقعة في نهاية الفترة بالاستناد إلى حالة النظام في بداية الفترة،

$$E^s = v_i^s + \sum_{j=1}^m P_{ij}^s f^s(j) - f^s(i) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

بالنسبة للمتغيرات: $f^s(m-1), \dots, f^s(1), E^s$. انتقل إلى خطوة تحسين الحل.

2. خطوة تحسين الحل:

حدد لكل سياسة البديل (K) لكل سياسة (i) والذي يحقق العلاقة الآتية:

$$\max_k \{v_i^k + \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f^s(j)\} \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

حدد سياسة جديدة بالاستناد إلى القرارات المثلى للحالات، أي بالاستناد إلى قيم $f^s(j)$ لجميع $j = 1, \dots, m$ ، أي تشكل سياسة جديدة (t) من القرارات المثلى في الخطوة السابقة، إذا تطابقت السياسة (t) مع السياسة (S) تكون

هي الاستراتيجية المثلى وتوقف الحسابات، في الحالة المعاكسة (أي في حال عدم تطابق السياسة (t) مع السياسة (S)) تعد السياسة الجديدة (t) هي السياسة المختارة أي تعد (S = t)، تكرر خطوة تحديد قيم المتغيرات.

تحتاج مسألة المثلية في خطوة تحسين الحل إلى توضيح، هدف هذه الخطوة هو الحصول على أعظم قيمة للسياسة أي تعظيم قيمة (E)، كما هو وارد أعلاه:

$$E = v_i + \sum_{j=1}^m P_{ij} f(j) - f_i(i) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

حيث إن $f_i(i)$ في هذه العلاقة لا تعتمد على البدائل (K)، فإن تعظيم قيمة (E) للبدائل (K) يتطابق مع مسألة التعظيم في خطوة تحسين الحل.

نوضح عملية التحسين بمساعدة المثال رقم (١).

المثال رقم (3-6):

بالعودة لمسألة البستاني، بفرض أن البستاني يرغب بالعمل لفترة زمنية غير محدودة ويطلب مساعدته باختيار السياسة المناسبة.

الحل: نختار سياسة عدم التسميد ونعدها هي السياسة (S)، ونذكر مع

المصفوفتين التاليتين:

$$P^{(0)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$R^{(1)} \| r_{ij}^1 \| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

خطوة تحديد قيم المتغيرات:

$$E + f_i(1).2 - f(1) - .5 f(2) - .3 f(3) = 5.3$$

$$E + f_i(1) - .5 f(2) - .5 f(3) = 3$$

$$E + f_i(1) - 1 f(3) = -1$$

بفرض $f(3)=0$ حل جملة المعادلات يعطي النتائج الآتية:

$$E = -1, f(1) \cong 12.88, f(2) = 8, f(3) = 0$$

خطوة تحسين السياسة وتأخذ العمليات الحسابية الشكل الوارد بالجدول رقم (6-8):

i	$v_i^k + P_{i1}^k f_2(1) + P_{i2}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_2(3)$		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{1(i)}$	K^*
1	$5.3 + 0.2(12.88) + 0.5(8) + 0.3(0) = 11.875$	$4.7 + 0.3(12.88) + 0.6(8) + 0.1(0) = 13.36$	11	2
2	$3 + 0.0(12.88) + 0.5(8) + 0.5(0) = 7$	$3.1 + 0.1(12.88) + 0.6(8) + 0.3(0) = 9.19$	7.92	2
3	$-1 + 0.0(12.88) + 0.0(8) + 1.0(0) = -1$	$0.4 + 0.05(12.88) + 0.4(8) + 0.55(0) = 4.24$	4.23	2

الجدول رقم (6-8)

يتضح أن السياسة المثلى هي استخدام التسميد بغض النظر عن نوع التربة (حالة النظام)، وهذه السياسة تختلف عن السياسة المختارة، أي السياسة (t) لم تتطابق مع السياسة (s)، لذلك نعد السياسة (t) هي السياسة المختارة ونعود إلى خطوة تقويم المتغيرات.

السياسة الجديدة هي اعتماد التسميد بغض النظر عن نوعية التربة مع المصفوفتين التاليتين:

$$P^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$R^{(2)} \parallel r_{ij}^{(2)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

والعلاقات التي تقيم المتغيرات تأخذ الشكل التالي:

$$E + f_i(1) - .3 f(1) - .6 f(2) - .1 f(3) = 4.7$$

$$E + f_i(1) - .1 f(1) - .6 f(2) - .3 f(3) = 3.1$$

$$E + f_i(1) - .05 f(1) - .4 f(2) - .55 f(3) = .4$$

بفرض $f(3) = 0$ حل جملة المعادلات يعطي النتائج الآتية:

$$E = 2.26, f(1) \cong 6.75, f(2) = 3.79, f(3) = 0$$

خطوة تحسين السياسة وتأخذ العمليات الحسابية الشكل الوارد بالجدول رقم (6-9):

i	$v_i^k + P_{i1}^k f_2(1) + P_{i2}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_2(3)$		الحل الأمثل	
	K=1	2	$f_{1(i)}$	K^*
1	$5.3 + 0.2(6.75) + 0.5(3.79) + 0.3(0) = 8.54$	$4.7 + 0.3(6.75) + 0.6(3.79) + 0.1(0) = 8.99$	11	2
2	$3 + 0.0(6.75) + 0.5(3.79) + 0.5(0) = 4.89$	$3.1 + 0.1(6.75) + 0.6(3.79) + 0.3(0) = 6.05$	7.92	2
3	$-1 + 0.0(6.75) + 0.0(3.79) + 1.0(0) = -1$	$0.4 + 0.05(6.75) + 0.4(3.79) + 0.55(0) = 2.25$	4.23	2

الجدول رقم (6-9)

من متابعة الحل في الجدول رقم (6-9) يتضح أن السياسة المثلى هي استخدام التسميد بغض النظر عن نوع التربة (حالة النظام)، وهذه السياسة تتطابق مع السياسة المختارة، أي السياسة (t) هي السياسة المثلى، وتوقف العمليات.

6-3- أسلوب تحسين السياسة مع الخصم:

يمكن تعديل أسلوب تحسين السياسة لتأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود عن طريق إدخال معامل الخصم (α) والذي ترتبط قيمته بمعدل الفائدة، وتحدد قيمته بالعلاقة الآتية: $\alpha = \frac{1}{c}$ حيث تمثل (c) معدل الفائدة المطلوب (السائد في السوق)، بالاستناد إلى هذا تتطور المعادلة المحددة للعلاقات المتتالية لتصبح على النحو التالي:

$$f_{\eta}(i) = \max_k \{ v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f_{\eta-1}(j) \}$$

حيث ترمز لعدد المراحل المتبقية للاختبار، ويمكن إثبات أن $f_{\eta}(i) = f(i)$ عندما $\eta \rightarrow \infty$ حيث تمثل قيمة $f(i)$ القيمة الحالية للعائد المتوقع بافتراض أن النظام في الحالة (i) ومستمر (يعمل) لفترة زمنية لانهاية، في هذه الحالة سيكون سلوك الدالة $f(i)$ على المدى الطويل مستقلاً عن قيمة η عندما تنتهي إلى اللانهاية ($\eta \rightarrow \infty$)، هذه الحالة تختلف عن الحالة التي لا تأخذ القيمة الزمنية للنقود بعين الاعتبار (الحالة دون خصم)، حيث كانت $f_{\eta}(i) = \eta E + f(i)$ ، وتعد هذه النتيجة منظرية؛ لأن تأثير العوائد المستقبلية يتقارب من الصفر بسبب عملية الخصم، أي ستكون القيمة الحالية

للعائد $f(i)$ ثابتة تقريباً عندما تنتهي إلى اللانهاية $(\eta \rightarrow \infty)$ ، وتعديل خطوات أسلوب تحسين السياسة بالاستناد إلى هذه المعلومات على النحو التالي:

1. خطوة تحديد قيم المتغيرات:

يتم اختيار سياسة أولية تعد السياسة (S) ، وبالاعتماد على مصفوفة احتمالاتها الانتقالية P^S ومصفوفة عوائدها R^S وبافتراض أن قيمة $f^S(m) = 0$ حل جملة العلاقات الآتية يحدد النتائج المتوقعة في نهاية الفترة بالاستناد إلى حالة النظام في بداية الفترة.

$$f^S = v_i^S + \alpha \sum_{j=1}^m P_{ij}^S f^S(j) - f^S(i) \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

في جملة المعادلات المتغيرات $f^S(1), f^S(2), \dots, f^S(m)$ ، والتي يبلغ عددها (m) متغيراً ويتساوى مع عدد المعدلات.

2. خطوة تحسين السياسة:

يحدد البديل الأمثل (K) لكل حالة من حالات النظام (i) ، وفق العلاقة الآتية:

$$\max_k \{v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f^S(j)\} \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

حيث $f^S(j)$ يتم الحصول عليها من خطوة تحديد قيم المتغيرات، فإن تطابقت السياسة الجديدة (t) مع السياسة الأولية (t) تعد هذه السياسة المثلى وتوقف الحسابات، وفي الحالة المعاكسة تعد هذه السياسة سياسة أولية (أي السياسة (t) تصبح السياسة (S) الجديدة)، وتكرر عملية خطوة تقويم المتغيرات. و لجميع $j = 1, \dots, m$ ، أي تشكل سياسة جديدة (t) من

القرارات المثلى في الخطوة السابقة، إذا تطابقت السياسة (t) مع السياسة (S) تكون هي الاستراتيجية المثلى وتوقف الحسابات، في الحالة المعاكسة (أي في حال عدم تطابق السياسة (t) مع السياسة (S)) تعد السياسة الجديدة (t) هي السياسة المختارة أي تعد $(S = t)$ ، تكرر خطوة تحديد قيم المتغيرات.

نوضح عملية التحسين مع الخصم بمساعدة المثال رقم (4):

المثال رقم (4-6):

بالعودة لمسألة البستاني، بفرض أن البستاني يرغب بالعمل لفترة زمنية غير محدودة ويطلب مساعدته باختيار السياسة المناسبة عندما يعتمد معدل خصم $(\alpha = .8)$.

الحل:

$$P^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad R^{(1)} \parallel r_{ij}^{(1)} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

خطوة تحديد قيم المتغيرات:

$$f(1) - .8[.2 f(1) + .5 f(2) + .3 f(3)] = 5.3$$

$$f(1) - .8[\quad + .5 f(2) + .5 f(3)] = 3$$

$$f(1) - .8[\quad + 1 f(3)] = -1$$

حل جملة المعدلات يعطي النتائج الآتية:

$$f(1) \cong 5.515$$

$$f(2) = 1.667$$

$$f(3) = -5$$

خطوة تحسين السياسة وتأخذ العمليات الحسابية الشكل الوارد بالجدول رقم

(10-6):

	$v_i^k + P_{i1}^k f_3(1) + P_{i3}^k f_1(2) + P_{i3}^k f_3(3)$		الحل الأمثل	
i	K=1	2	$f_{2(i)}$	K^*
1	$5.3 + .8[.2(5.6) + .5(1.67) + .3(-5)] = 5.755$	$4.7 + .8[.3(5.6) + .6(1.67) + .1(-5)] = 6.445$	7.484	2
2	$3 + .8[.0(5.6) + .5(1.67) + .5(-5)] = 1.668$	$3.1 + .8[.1(5.6) + .6(1.67) + .3(-5)] = 3.15$	5.11	2
3	$-1 + .8[0.0(5.6) + .0(1.67) + 1.0(-5)] = -5$	$.4 + .8[.05(5.6) + .4(1.67) + .55(-5)] = -1.04$	1.784	2

الجدول رقم (10-6)

السياسة الجديدة هي اعتماد التسميد بغض النظر عن نوعية التربة ولذلك تعد الاستراتيجية الأولية هي اعتماد التسميد مع مصفوفة الاحتمالات الانتقالية P^2 ومصفوفة العوائد R^2 ، ومن خطوة تحديد قيم المتغيرات نحصل على العلاقات الآتية:

$$f(1) - .8[.3 f(1) + .6 f(2) + .1 f(3)] = 4.7$$

$$f(2) - .8[.1 f(1) + .6 f(2) + .3 f(3)] = 3.1$$

$$f(2) - .8[.05 f(1) + .4 f(2) + .55 f(3)] = 0.4$$

حل جملة المعادلات يعطي النتائج الآتية:

$$f(1) \cong 14.4$$

$$, f(2) = 11.37$$

$$, f(3) = 6.44$$

خطوة تحسين السياسة وتأخذ العمليات الحسابية الشكل الوارد بالجدول رقم (6)-

(11):

		$v_i^k + P_{i1}^k f_3(1) + P_{i3}^k f_1(2) P_{i3}^k f_3(3)$		الحل الأمثل	
i	K=1	2	$f_{2(i)}$	K^*	
1	$5.3 + .8[.2(14.4) + .5(11.37) + .3(6.44)]$ $= 13.7$	$4.7 + .8[.3(14.4) + .6(11.37) + .1(6.44)]$ $= 14.13$	14.13	2	
2	$3 + .8[.0(14.4) + .5(11.37) + .5(6.44)]$ $= 10.12$	$3.1 + .8[.1(14.4) + .6(11.37) + .3(6.44)]$ $= 11.26$	11.26	2	
3	$-1 + .8[0.0(14.4) + .0(11.37) + 1.0(6.44)]$ $= 4.15$	$.4 + .8[.05(14.4) + .4(11.37) + .55(6.44)]$ $= 7.45$	7.45	2	

الجدول رقم (6-12)

يتضح أن السياسة المثلى هي استخدام التسميد بغض النظر عن نوع التربة (حالة النظام)، وهذه السياسة تتطابق مع السياسة المختارة، أي السياسة (t) هي السياسة المثلى، وتوقف العمليات.

مثال رقم (5-6) حل المسألة الآتية:

استأجر السيد حمد قطعة أرض لمدة أربع سنوات، ومن خلال خبرته في العمل الزراعي تمكن من ربط النتائج التي يمكن الحصول عليها بمستوى جودة التربة التي يقيمها بمستويين: جيدة، رديئة، وعلم أن خصوبة الأرض في العام القادم تتوقف على خصوبتها في العام الحالي، وتمكن من وضع مصفوفة للاحتتمالات الانتقالية (P^1) ومصفوفة العوائد (M^1) وعلم أن هذه المصفوفة يمكن تغييرها باستخدام الأسمدة بحيث تصبح المصفوفة الانتقالية (P^2) ومصفوفة عوائدها (M^2) .

المطلوب: مساعدة السيد حمد في تحديد نوع الأسمدة المستخدمة في كل سنة علماً بأنه سينهي أعماله في الزراعة في نهاية عقد الإيجار.

$$P^1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \quad P^2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$M^1 = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad M^2 = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 4 \\ 10 & 6 & 4 \\ 9 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

الحل: نحسب قيم (V_1) و (V_2) ونضع النتائج في الجدول رقم (6-13)

i	النتائج للسنة الحالية	
	V_1	V_2
1	6.8	5.9
2	3.4	6.8
3	-0.6	3

الجدول رقم (6-13)

	V_i^K		الحل الأمثل	
i	K=1	2	$f_{4(i)}$	K^*
1	6.8	5.9	6.8	1
2	3.4	6.8	6.8	3
3	-0.6	3	3	3

السنة
الرابعة:

الجدول رقم (6-14)

السنة الثالثة:

	$V_i^K + P_{i1}^K f(1) + P_{i2}^K f(2) + P_{i3}^K f(3)$		الحل الأمثل	
i	K = 1	2	$f_{3(i)}$	K^*
1	$6.8 + 5.66 = 12.46$	$5.9 + 6.42 = 12.32$	12.46	1
2	$3.4 + 4.52 = 7.92$	$6.8 + 6.04 = 12.84$	12.48	2
3	$-0.6 + 3.76 = 3.16$	$3 + 5.28 = 8.28$	8.28	2

الجدول رقم (6-15)

السنة الثانية:

	$V_i^K + P_{i1}^K f(1) + P_{i2}^K f(2) + P_{i3}^K f(3)$		الحل الأمثل	
i	K = 1	2	$f_{2(i)}$	K^*
1	$6.8 + 11.216 = 18.016$	$5.9 + 12.05 = 17.95$	18.016	1
2	$3.4 + 9.958 = 13.358$	$6.8 + 11.634 = 18.434$	18.434	2
3	$-0.6 + 9.12 = 8.52$	$3 + 10.796 = 13.796$	13.796	2

الجدول رقم (6-17)

السنة الأولى:

i	$V_i^K + P_{i1}^K f(1) + P_{i2}^K f(2) + P_{i3}^K f(3)$		الحل الأمثل	
	K = 1	2	$f_{1(i)}$	K^*
1	$6.8 + 16.959 = 23.759$	$5.9 + 17.761 = 23.661$	23.759	1
2	$3.4 + 15.094 = 18.494$	$6.8 + 17.381 = 24.181$	24.181	2
3	$-0.6 + 14.724 = 14.12$	$3 + 16.495 = 19.495$	19.495	2

الجدول رقم (6-18)

القرار: ننصح بعدم التسميد عندما تكون التربة من النوع الجيد، والتسميد

بالسماد العضوي عندما تكون التربة من متوسطة الجودة أو رديئة.

6-4- صياغة قضايا اتخاذ القرار الماركوفية على شكل برنامج خطي:

من الفقرات السابقة تعرفنا إلى إمكانية اختصار مشكلة اتخاذ القرار الماركوفية إلى قضية تحديد السياسة المثلى التي تحقق النتائج الآتية:

$$\max_k \left\{ \sum_{i=1}^m \pi_i^s v_i^s(j) \mid \pi^s P^s = \pi^s \right.$$

$$\left. : \pi_1^s + \pi_2^s, \dots, + \pi_m^s = 1 \right.$$

$$\pi_i^s \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$$

حيث تمثل (s) مجموعة السياسات (البدائل) الممكنة للمسألة المدروسة،

وتضمن قيود المسألة أن π_i^s : $i = 1, 2, \dots, m$ تمثل مصفوفة الاحتمالات

الانتقالية مستقرة للسلسلة الماركوفية P^s ، ويمكن صياغة هذه المسألة على شكل

برنامج خطي، بعد تعديل متغيرات المسألة بهدف الوصول إلى الحل الأمثل الذي يحدد البدائل المثلى لكل حالة من حالات النظام (i) وبتجميع البدائل المثلى لجميع حالات النظام نتوصل إلى السياسة المثلى، وهذا يتم على النحو التالي:

$$MaxE = \sum_{i=1}^m \pi_i (\sum_{k=1}^K q_i^k v_i^k)$$

$$\pi_j = \sum_{i=1}^m \pi_i P_{ij}$$

$$\pi_1 + \pi_2, \dots, + \pi_m = 1$$

$$q_i^1 + q_i^2, \dots, + q_i^k = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\pi_i \geq 0, \quad q_i^k \geq 0 \quad \text{لأي من : } i \text{ و } k$$

في هذه المسألة تعد P_{ij} دالة للسياسة المختارة وبالتالي دالة لبدائل K المرتبطة بهذه السياسة، سنتعرف عملية تحويل هذه المسألة إلى مسألة برمجة خطية عن طريق تعويض قيم q_i^k بطريقة سليمة، نذكر أن هذه المسألة تتطابق مع المسألة الأصلية عندما تكون $q_i^k = 1$ لبديل واحد من البدائل لكل حالة من حالات النظام (i)، حيث يمكن اختصار المجموع $\sum_{k=1}^K q_i^k v_i^k$ لتصبح $v_i^{K^*}$ ، حيث يدل K^* إلى البديل الأمثل لحالة النظام (i).
نعرف دالة جديدة على النحو التالي:

$$w_{ik} = \pi_i q_i^k \quad \text{لأي من : } i \text{ و } k$$

حيث تمثل w_{ij} الاحتمال المشترك لأن يكون النظام في الحالة (i) واختيار البديل K ، ومن نظرية الاحتمالات نعرف:

$$w_{ik} = \pi_i q_i^k \quad \text{لجميع } k \text{ و } i$$

وبالتالي:

$$q_i^k = \frac{w_{ik}}{\sum_{k=1}^K w_{ik}}$$

يتضح من هذا إمكانية صياغة القيد $\sum_{i=1}^m \pi_i = 1$ على النحو التالي:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K w_{ik} = 1$$

القيد $\sum_{k=1}^K q_i^k = 1$ يضمن في النموذج بشكل تلقائي (آلي) وذلك بتحديد قيمة

q_i^k عبر w_{ik} ، بالاستناد إلى هذا يمكن صياغة المسألة على النحو التالي:

$$MaxE = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K v_i^k w_{ij} \quad \text{المطلوب:}$$

$$\sum_{k=1}^K w_{ij} - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K P_{ij}^k w_{ik} = 0 : i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K P_{ij}^k w_{ik} = 1$$

$$w_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

المسألة في هذه الصيغة هي مسألة برمجة خطية تحتوي على w_{ik} متغيراً، نبين

أن حلها الأمثل يضمن بشكل تلقائي أن $q_i^k = 1$ لقرار واحد k ولكل حالة i

من حالات النظام، أولاً نلاحظ أن مسألة البرمجة الخطية تضم m معادلة

مستقلة (المعادلة التي تخص المعادلة $\pi = \pi p$ فائضة زائدة")، وبالتالي المسألة تحتوي على m متغيراً أساسياً، لكن يمكن إثبات أن w_{ik} يجب أن تكون موجبة لبدائل واحد k على الأقل لكل حالة من حالات النظام i ، من هاتين الملاحظتين يمكن استنتاج أن: $q_i^k = \frac{w_{ik}}{\sum_{k=1}^K w_{ik}}$ يمكن أن تأخذ قيمة واحدة من القيمتين التاليتين: (0) أو (1)، وهو المطلوب إثباته (عملياً النتائج التي تم التوصل إليها تبين أيضاً أن: $\pi_i = \sum_{k=1}^K w_{ik} = w_{ik}$ حيث k إلى البديل المحقق للشرط $w_{ik} \geq 0$).

نوضح صياغة النموذج من خلال المثال رقم (6-6).

المثال رقم (6-6):

بالعودة لمسألة البستاني، بفرض أن البستاني يرغب بالعمل لفترة زمنية غير محدودة ويطلب مساعدته في حل هذه المسألة وفق أسلوب البرمجة الخطية.
الحل:

صياغة المسألة على شكل برنامج خطي:

$$MaxE = 5.3w_{11} + 4.7w_{12} + 3w_{21} + 3w_{22} - w_{31} + .4w_{32}$$

$$w_{11} + w_{12} - (.2w_{11} + .3w_{12} + .1w_{22} + .05w_{32}) = 0$$

$$w_{21} + w_{22} - (.5w_{11} + .6w_{12} + 5w_{21} + 6w_{22} + w_{32}) = 0$$

$$w_{31} + w_{32} - (.3w_{11} + .1w_{12} + 5w_{21} + 3w_{22} + w_{31} + .55w_{32}) = 0$$

$$w_{11} + w_{12} + w_{12} + w_{21} + w_{22} + w_{31} + w_{32} = 1$$

$$w_{ik} \geq 0 \quad \text{لأي من } i \text{ و } k$$

حل هذه المسألة وفق جداول السمبلكس يبين:

$$w_{11} = w_{21} = w_{31} = 0$$

$$w_{12} = 6/59, w_{22} = 31/59, w_{32} = 22/59 \quad \text{و أن}$$

وهذا يعني أن $q_1^2 = q_2^2 = q_3^2 = 1$ وهذا يتطلب اعتماد التسميد بغض النظر عن نوعية التربة، وتبلغ قيمة الأرباح المتوقعة المثلى (2.256):

$$E = 4.7\left(\frac{6}{59}\right) + 3.1\left(\frac{31}{59}\right) + .4\left(\frac{22}{59}\right) = 2.256$$

5-6- صياغة قضايا اتخاذ القرار الماركوفية مع الخصم على شكل برنامج خطي:

من الفقرات السابقة تعرفنا إلى إمكانية اختصار مشكلة اتخاذ القرار الماركوفية إلى قضية تحديد السياسة المثلى التي تحقق النتائج الآتية:

$$f(i) = \max_k \{v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f(j)\} \quad : i = 1, 2, \dots, m$$

وتتكافأ هذه المعادلات مع المعادلات:

$$f(i) \geq v_i^k + \alpha \sum_{j=1}^m p_{ij}^k f(j) \quad \text{لأي من } i \text{ و } k$$

بشرط أن تأخذ $f(i)$ أدنى قيمة لها في كل حالة من الحالات i ، وبالتالي

$$\text{تصبح دالة الهدف: } \text{Min} U = \sum_{i=1}^m b_i f(i)$$

حيث $b_i > 0$ لجميع الحالات i رقم ثابت يتم تحديده اختياريًا، وبالتالي يمكن إثبات أن مثالية هذه الدالة في ظل القيود المعطاة ستعطي أدنى قيمة للقيمة الحالية $f(i)$ كما هو مطلوب، وبالتالي تصاغ المسألة على النحو التالي:

$$\text{Min} U = \sum_{i=1}^m b_i f(i)$$

$$f(i) - \alpha \sum_{j=1}^m P_{ij}^k f(j) \geq v_i^k, \quad \text{لأي من } i \text{ و } k$$

حيث إن $f(i)$ غير مقيدة بالإشارة ولجميع $(i = 1, 2, \dots, m)$ بالاستناد إلى دالة الهدف هذه المسألة وقيودها يمكن صياغة النموذج المرافق على النحو التالي:

$$\text{Max} E = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K v_i^k w_{ik}^k \quad \text{المطلوب:}$$

$$\sum_{i=1}^m w_{ij} - \alpha \sum_{k=1}^K P_{ij}^k w_{ik} = b_j \quad : j = 1, 2, \dots, m$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \text{ و } j = 1, 2, \dots, m \quad \text{من أجل}$$

هذه المسألة تشابه المسألة في حالة عدم وجود خصم، وبالتالي يمكن تفسير قيمة w_{ik} المسألة في هذه الصيغة هي مسألة برمجة خطية تحتوي على w_{ik} بطريقة مماثلة، أي تعد الاحتمال المركب لأن يكون النظام على الحالة i مع اتخاذ القرار (اختيار البديل) k .

نوضح صياغة المسألة مع خصم بمساعدة المثال رقم (6-7).

المثال رقم (6-7): بالعودة لمسألة البستاني، بفرض أن البستاني يرغب بالعمل لفترة زمنية غير محدودة، ويرغب بتطبيق معدل خصم 0.8، ويطلب مساعدته في حل هذه المسألة وفق أسلوب البرمجة الخطية.

الحل:

صياغة المسألة على شكل برنامج خطي:

$$MaxE = 5.3w_{11} + 4.7w_{12} + 3w_{21} + 3w_{22} - w_{31} + .4w_{32}$$

$$w_{11} + w_{12} - .8 [(2w_{11} + .3w_{12} + .1w_{22} + .05w_{32})] = 0$$

$$w_{21} + w_{22} - .8 (.5w_{11} + .6w_{12} + 5w_{21} + 6w_{22} + w_{32}) = 0$$

$$w_{31} + w_{32} - .8 [(3w_{11} + .1w_{12} + 5w_{21} + 3w_{22} + w_{31} + .55w_{32})] = 0$$

$$w_{ik} \geq 0 \quad \text{لأي من : } i \text{ و } k$$

مثال رقم (6-8)

تقوم منشأة الحكمة السياحية الطلاب على خدماتها على أساس سنوي، بجيد (الحالة 1) وغير جيد (الحالة 2)، ثم تقرر ما إذا كانت ستعلن عن خدماتها أم لا. وقد وضعت المنشأة مصفوفتي الاحتمالات الانتقالية لقرار:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \quad R_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

عدم الإعلان عن خدماتها (P_1) ولقرار الإعلان عن خدماتها (P_2) بالإضافة لمصفوفتي العائد المقترنتين بهما (R_1) و (R_2).

المطلوب: تحديد القرارات المثلى للسنوات الثلاث القادمة.

	1	2	الحل :
--	---	---	--------

1	1.7	3.1	
2	-0.6	-0.4	

الجدول رقم (6-13)

I	1	2	F^*	K^*	المرحلة الثالثة:
1	1.7	3.1	3.1	2	
2	-0.6	-0.4	-0.4	2	

الجدول رقم (6-14)

	1	2	F^*	K^*	المرحلة الثانية:
1	4.45	5.15	5.15	2	
2	1.1	-0.1	1.1	1	

الجدول رقم (6-15)

	1	2	F^*	K^*	المرحلة الأولى:
1	6.445	5.15	7.035	2	
2	2.93	0.1	1.51	1	

الجدول رقم (6-16)

القرار: تعتمد الاستراتيجية الثانية في السنة الثالثة بغض النظر عن حالة النظام، كما تعتمد في السنة الثانية والأولى عندما يكون النظام في الحالة الأولى؛ وتعتمد الاستراتيجية الأولى في السنة الأولى والثانية عندما يكون الطلب غير جيد.

مسائل الفصل الثامن

I- تقويم منشأة الحكمة السياحية الطلب على خدماتها على أساس سنوي، جيدة (الحالة 1) وغير جيدة (الحالة 2)، ثم تقرر ما إذا كانت ستعلن عن خدماتها أم لا. وقد وضعت المنشأة مصفوفتي الاحتمالات الانتقالية المرافقة بالإضافة لجدولي المدفوعات المرافقين.

المطلوب: تحديد القرارات المثلى للسنوات الثلاث القادمة.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \quad R_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

II- حل المسألة الآتية:

استأجر السيد حمد قطعة أرض، ومن خلال خبرته في العمل الزراعي تمكن من ربط النتائج التي يمكن الحصول عليها بمستوى جودة التربة التي يقيمها بمستويين: جيدة، رديئة، وعلم أن خصوبة الأرض في العام القادم تتوقف على خصوبتها في العام الحالي، وتمكن من وضع مصفوفة للاحتمالات الانتقالية (P^1) ومصفوفة العوائد (M^1) وعلم أن هذه المصفوفة يمكن تغييرها باستخدام الأسمدة بحيث تصبح المصفوفة الانتقالية (P^2) ومصفوفة عوائدها (M^2).

المطلوب:

مساعدة السيد حمد في تحديد نوع الأسمدة المستخدمة في كل سنة علماً بأنه ينوي العمل لفترة زمنية طويلة نسبياً.

$$P^1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \quad M^1 = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} \quad M^2 = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 4 \\ 10 & 6 & 4 \\ 9 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

III - حل المسألة الآتية:

استأجر السيد حمد قطعة أرض لمدة أربع سنوات، ومن خلال خبرته في العمل الزراعي تمكن من ربط النتائج التي يمكن الحصول عليها بمستوى جودة التربة التي يقيمها بثلاث مستويات: جيدة، متوسطة الجودة، رديئة، وعلم أن خصوبة الأرض في العام القادم تتوقف على خصوبتها في العام الحالي، وتمكن من وضع مصفوفة للاحتتمالات الانتقالية (P^1) ومصفوفة العوائد (M^1) وعلم أن هذه المصفوفة يمكن تغييرها باستخدام الأسمدة الكيماوية بحيث تصبح المصفوفة الانتقالية (P^2) ومصفوفة عوائدها (M^2)، كما يمكن تغييرها باستخدام الأسمدة العضوية لتصبح المصفوفة الانتقالية (P^3) ومصفوفة عوائدها (M^3).

$$\begin{array}{ll}
 P^1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}, & M^1 = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\
 P^2 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} & M^2 = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 3 \\ 9 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & -2 \end{bmatrix} \\
 P^3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} & M^3 = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 4 \\ 10 & 6 & 4 \\ 9 & 6 & -3 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

الفصل السابع

جدولة المشروعات باستخدام أسلوب بيرت والمسار الحرج

PROJEKT SCHEDULING BY PERT-CPM



المقدمة:

نمت المشروعات وكبر حجم أعمالها لدرجة تعذر متابعتها بشكل مباشر، وهذا شجع المعنيين على إيجاد طرائق وأساليب تساعد في تنفيذ أعمالهم، ونتيجة لذلك تم تطوير أسلوبين خلال الفترة (1956 - 1958)، أسلوبين تحليليين لتخطيط وجدولة ورقابة المشروعات الأول هو المسار الحرج Critical Path Method، والمعروف اختصاراً (CPM)، والثاني هو أسلوب تقويم ومتابعة البرامج (Program Evaluation End Review Technique) والمعروف بأسلوب بيرت (Pert). حيث طورت شركة E. I. du Port de Nemours & الفرق الأساسي بين الأسلوبين هو اعتماد أسلوب (CPM) على زمن محدد بشكل قطعي (الظروف الأكيدة)، أما أسلوب بيرت (PERT) فاعتمد على أزمنة احتمالية (عشوائية)، والآن الأسلوبان يشكلان أسلوباً واحداً : التخطيط الشبكي وإدارة البرامج.

يتكون أسلوب جدولة المشروعات PERT- CPM من ثلاثة مراحل أساسية هي: التخطيط Planning، والجدولة scheduling، والتحكم controlling، وتبدأ مرحلة التخطيط بتجزئة المشروع إلى مجموعة مستقلة من الأنشطة، ثم يتم تقدير الأزمنة اللازمة لتنفيذ الأنشطة، ثم يرسم المخطط الشبكي للمشروع، أي يتألف المخطط الشبكي (البرنامج) يحدد مجموعة متكاملة من الأنشطة المترابطة التي يتوجب تنفيذها وفق ترتيب / تسلسل / معين من أجل تحقيق أهداف البرنامج منطقياً الأنشطة ترتب بحيث لا يسمح بتنفيذ نشاط معين قبل الانتهاء من نشاط (أنشطة) أخرى، ينظر إلى أنشطة البرنامج على أنها العمل الذي يتطلب تنفيذه زمناً وموارد. ولا تكرر عادة أنشطة (فعاليات) البرنامج.

سنتعرف في هذا الفصل إلى قضايا تخطيط ومتابعة تنفيذ المشروعات من حيث أوقات التنفيذ والتكاليف المرتبطة بها بالإضافة لإعادة جدولة المشروعات بهدف ضغط أزمته تنفيذها لتصبح ضمن الزمن المحدد (إن أمكن ذلك) من قبل الجهة صاحبة العلاقة، ونبين أيضاً الدراسات الاحتمالية المتعلقة بتنفيذ المشروعات في الأوقات المحددة ، ونبين أيضاً قضية تخصيص الموارد بهدف تحقيق نوع من الاستقرار في استدراج أو استخدام الموارد النادرة
هذه الدراسة تتطلب التعرف إلى المفاهيم التالية :

1. النشاط : هو أي مهمة أو فعالية تنطوي على إنجاز شيء ما ويستغرق تنفيذها زمناً ما ويتطلب بعض الموارد ويمثل على الشبكة بسهم يصل بين حدث بدايته (i) وحدث نهايته (j)

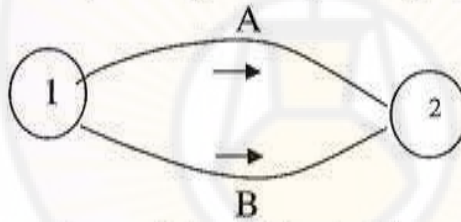
2. الحدث : يدل على تحقيق شيء ما (بداية نشاط أو الانتهاء منه) ويدل على أمر محدد بشكل قطعي ولا يتطلب وقوعه أية موارد ولا يستغرق أي زمن أي هو أي، وتكلفته معدومة، ويمثل على الشبكة بعقدة (دائرة) عادة ترقيم هذه العقد من اليسار إلى اليمين ومن الأعلى إلى الأسفل بحيث يدل تصاعد الأرقام على اتجاه سير العمل وتنفيذ المشروع أي رقم حدث البداية لأي نشاط وليكن i (هو دائماً أصغر من حدث نهايته (j)

3. مدة تنفيذ النشاط: هي المدة المحددة من قبل الجهات المختصة لتنفيذ النشاط (اللازمة لتنفيذه)، وقد تكون محددة بدقة ووحيدة (في الظروف الأكيدة) وقد تكون غير محددة ولها صفة عشوائية ضمن مجال معين أكثر من زمن (في ظروف عدم التحديد والمخاطرة).

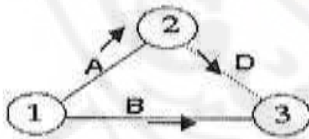
1-7- قواعد رسم الشبكات:

- 1- كل نشاط يمثل بسهم (فرع) وحيد وطول السهم ليس له أية دلالة، لذلك يثبت الزمن اللازم لتنفيذ النشاط على السهم الذي يمثله.
- 2- كل نشاط يبدأ بحدث بداية وحيد وحدث نهاية وحيد يعرف بهما، ولا يجوز (لا يسمح) لنشاطين أو أكثر بالاشتراك معاً في حدث البداية وحدث النهاية وعند الضرورة يستخدم نشاط وهمي لفك هذا الاشتراك. وهنا تجدر الإشارة إلى أن النشاط الوهمي تكون تكلفته معدومة وزمن تنفيذه معدوم أيضاً (لا يحتاج أية موارد ولا أي زمن ويمثل على الشبكة بخط منقط)، انظر المثال رقم (1-7)

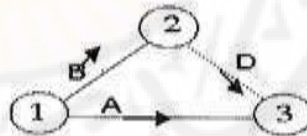
المثال رقم (1-7) : الشكل رقم (1-7- أ) غير سليم (خطأ) لأن النشاطين A و B يشتركان بحدث البداية (1) والنهاية (2) لذلك يتوجب فك هذا الاشتراك بنشاط وهمي كما هو الحال في الشكل (1-7- ب) و الشكل (1-7- ج) .



الشكل رقم (1-7- أ) المخطط غير سليم



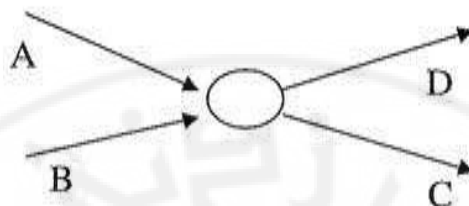
الشكل رقم (1-7- ب)



الشكل رقم (1-7- ج)

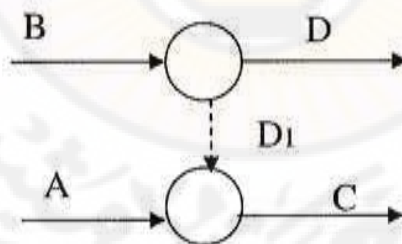
- 3- يجب مراعاة الترتيب السليم لتنفيذ الأنشطة أثناء رسم الشبكة وتستخدم الأنشطة الوهمية لتحقيق هذا الترتيب، انظر المثال (2-7)

المثال: رقم (2-7) بفرض لدينا جزء من مخطط شبكي فيه النشاطان A و B يسبقان النشاط C والنشاط B فقط يسبق النشاط D فقط، المخطط الشبكي



الشكل رقم (2-7 - أ) المخطط غير سليم

علي الشكل (2-7 - أ) غير سليم لأنه يدل على أن كلا النشاطين A و B يسبقان النشاط D. لذلك يتوجب إدخال نشاط وهمي D_1 لتحقيق علاقة سليمة وهنا يدخل النشاط الوهمي D_1 بعد النشاط B أي ينطلق من الحدث رقم (1) ليصله مع الحدث (2) الذي يمثل نهاية النشاط A ونهاية النشاط B من خلال النشاط الوهمي D_1 ومنه ينطلق النشاط C في حين النشاط D ينطلق من الحدث (1) أي بعد النشاط B مباشرة وهذا يحقق علاقة الترتيب السليمة ، انظر الشكل: رقم (2-7 - ب)



الشكل رقم (2-7 - ب)

2-7-ترتيب أنشطة المشروع:

استخدام التخطيط الشبكي يتطلب تقسيم المشروع إلى أنشطة مستقلة ثم عرضها (رسمها) على شكل مخطط، وهذا يتطلب عملاً بغاية الدقة يتصل بضرورة

العرض السليم الذي يضمن الترتيب المنطقي لتتابع الأنشطة حسب تسلسل تنفيذها بحيث يوضح المخطط أية أنشطة يجب أن تنتهي قبل البدء بتنفيذ النشاط المعني وأية أنشطة يمكن أن تنفذ معه على التوازي وأية أنشطة لا يمكن أن تبدأ إلا بعد الانتهاء من تنفيذ هذا النشاط ، ولهذا ترقم حوادث المشروع (كما سبق وأشرنا) بحيث يدل تصاعد أرقام الحوادث من اليسار إلى اليمين، ومن الأعلى إلى الأسفل باتجاه تنفيذ المشروع، وهذا يتطلب عدم البدء بتنفيذ أي نشاط رقم حدث بداية أكبر من رقم أي حدث آخر (أصغر) منه، ويرتبط معه بشكل مباشر أو عبر نشاط آخر ولم تنفذ جميع الأنشطة المنتهية، ونوضح هذه القضايا من خلال المثال رقم (3-7)

المثال رقم (3-7) : ترغب الشركة السياحية بتشديد مشروع سياحي في المنطقة الصحراوية، بعد القيام بالدراسات المناسبة توصلت إلى نتيجة مفادها ضرورة تنفيذ الأنشطة المسماة بالأحرف اللاتينية من A إلى T وقد كانت أولوية (ترتيب) تنفيذ هذه الأنشطة والزمن اللازم للتنفيذ كما هو وارد في الجدول رقم (1-7) المطلوب : وضع المخطط الشبكي لهذا المشروع .

النشاط	النشاط السابق	الزمن	النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	نشاط بداية	10	k	j	5
B	A	14	L	D	7
C	A	4	M	L	5
D	C, B	3	N	M	4
E	D	20	O	E, F, N	4
F	D	20	B	M	8
G	D	10	Q	E, F, N	5
H	G	2	R	K, I, Q	2
I	H	3	S	O, P	3
J	D	4	T	R, S	5

الجدول رقم (1-7)

الحل: رسم الشبكة يتم وفق ما يلي:

- النشاط الأول A يبدأ بحدث بداية المشروع (0) وينتهي بالحدث (1) يليه النشاطان B و C اللذان ينطلقان من الحدث (1) معاً، وهما ينتهيان قبل بداية النشاط D وهذا يعني ضرورة اشتراكهما معاً بحدث البداية للنشاط D وهذا غير مسموح به، لذلك يتم اشتراكهما بشكل غير مباشر.
- عن طريق إدخال النشاط الوهمي D_1 بين نهاية النشاط C الذي ينتهي بالحدث (2) ونهاية النشاط B الذي ينتهي بالحدث (3).
- النشاط D ينطلق من الحدث (3) ينتهي بالحدث.
- النشاط: E ينطلق بعد حدث النهاية للنشاط D أي من الحدث رقم (4) وينتهي بالحدث (6)
- النشاط: F ينطلق أيضاً بعد حدث النهاية للنشاط D أي من الحدث رقم (4) وينتهي بالحدث (7).
- النشاط: G ينطلق أيضاً بعد حدث النهاية للنشاط D أي من الحدث رقم (4) وينتهي بالحدث (5).
- النشاط: H ينطلق من حدث النهاية G أي من الحدث رقم (5).
- النشاط: i ينطلق من حدث النهاية للنشاط H أي من حدث رقم (6).
- النشاط: j ينطلق من حدث النهاية للنشاط D أي من الحدث رقم (4).
- النشاط: k ينطلق من حدث النهاية للنشاط j أي من الحدث رقم (7).
- النشاط: L ينطلق من حدث النهاية للنشاط D أي من الحدث رقم (4).
- النشاط: M ينطلق من حدث النهاية للنشاط L أي من الحدث رقم (8).
- النشاط: N ينطلق من حدث النهاية للنشاط M أي من الحدث رقم (9).

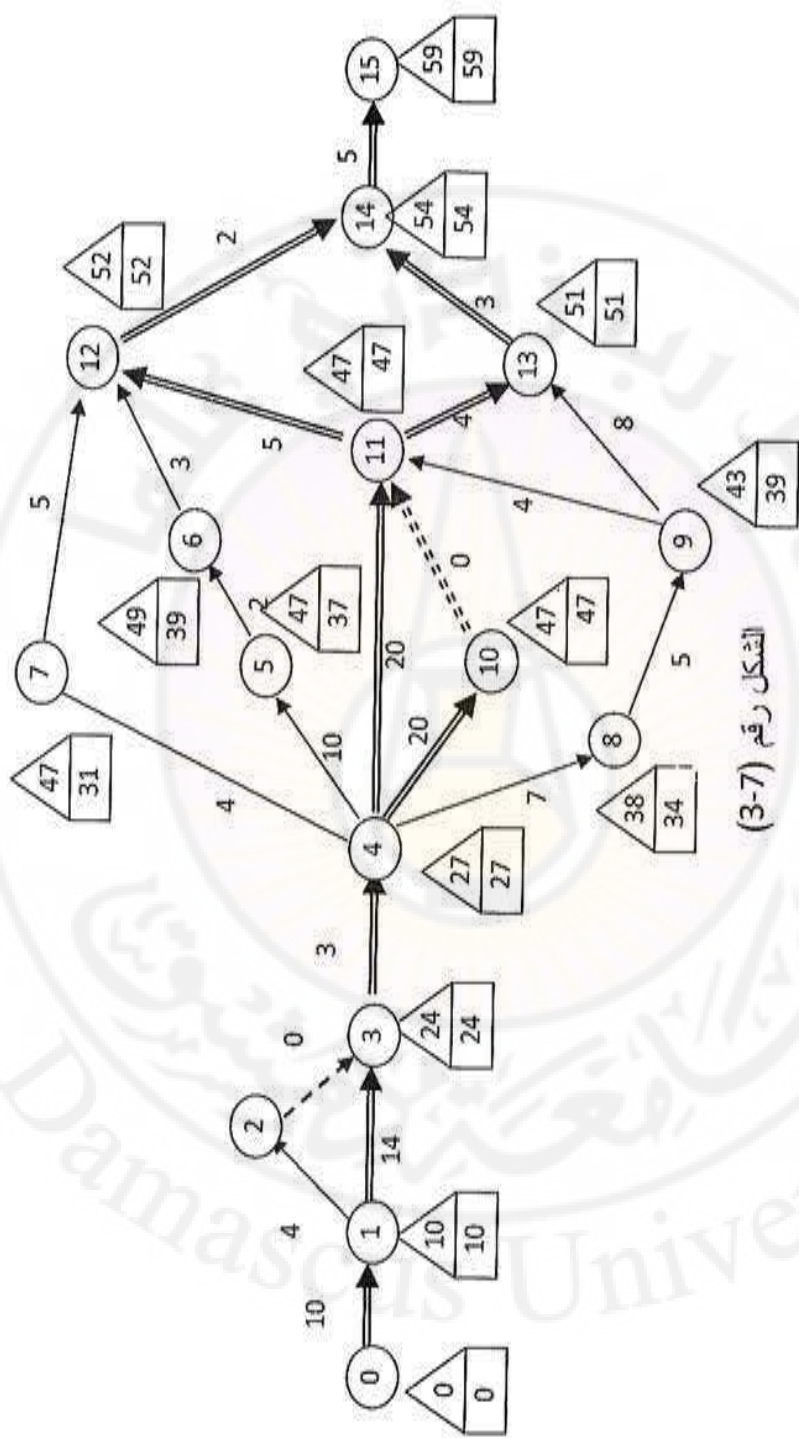
النشاط: O ينطلق بعد الانتهاء من الأنشطة E, F, N أي يجب أن تشترك نهايات هذه الأنشطة بحدث بداية النشاط O لكن النشاطين E, F مشتركان بحدث البداية رقم (4) لذلك يجب فك اشتراكهما في حدث النهاية عن طريق إدخال نشاط وهمي بين حدث النهاية للنشاط (E) وحدث النهاية للنشاط F وليكن النشاط الوهمي D_2 الذي يبدأ بحدث نهاية النشاط (E) وهو الحدث رقم (10) وينتهي بالحدث (11) الذي ينطلق منه النشاط O انظر الشكل رقم (6-13) النشاط p ينطلق بعد النشاط M أي من الحدث رقم (9) و النشاط O ينطلق بعد الأنشطة E, F, N أي ينطلق من الحدث رقم (11) أيضاً.

النشاط: R ينطلق بعد الانتهاء من الأنشطة K, I, Q وبما أن هذه الأنشطة مستقلة بحوادث البداية إذ يمكن جمعها بحدث نهاية مشترك الحدث رقم (12) وهو حدث البداية للنشاط R.

النشاط: S يبدأ بحدث النهاية للنشاطين p و Q وهما مستقلان بحدث البداية لذلك يمكن جمعها بحدث نهاية مشترك هو الحدث رقم (13) وهو حدث البداية للنشاط S.

النشاط: T ينطلق من حدث النهاية للنشاطين S و R وهما مستقلان عن بعضهما بحدث البداية. لذلك يمكن جمعها بحدث نهاية مشترك هو الحدث رقم (14) وهو حدث البداية للنشاط T وبما أن النشاط T هو آخر نشاط في المشروع وبإنجازه يتم إنجاز المشروع إذا أنهى بالحدث رقم (15) وهو حدث نهاية المشروع، انظر الشكل رقم (7-3).

2-7- المسار الحرج : يعرف المسار الحرج بأنه المسار الذي يربط حدث بداية المشروع (الشبكة) مع حدث نهايته (نهايتها)، بسلسلة من الأنشطة الحرجة، أما



الشكل رقم (3-7)

النشاط الحرج فهو النشاط الذي يؤثر زمن تنفيذه على زمن تنفيذ المشروع، بمعنى أن أي تغيير بزمن تنفيذه (وبخاصة بالزيادة) يؤدي إلى تغيير بزمن تنفيذ المشروع. بعد الانتهاء من رسم المخطط الشبكي كما هو الحال على الشكل رقم (3)، يثبت على الفروع (الأسهم) الممثلة للأنشطة الزمن اللازم لإتمام الأنشطة تمهيداً لتحديد المسار الحرج، حيث إن هذا المسار يساعد الجهات المعنية في تحديد الزمن اللازم لتنفيذ المشروع، عن طريق تحديد الزمن اللازم لإنجاز كل نشاط مع الأخذ بعين الاعتبار الزمن اللازم لإنجاز جميع الأنشطة السابقة له. وتحديد المسار الحرج يتم من خلال حسابات الذهاب التي تساعد في تحديد المسار وجميع الأنشطة الواقعة عليه (الأنشطة الحرجة)، والتي يتوجب التركيز عليها لأن أي تغيير في زمن تنفيذها (وخاصة بالتأخير) يؤدي إلى تغيير في زمن المشروع ككل.

1-2-7- حسابات الذهاب (المسار الأمامي Forward Pass):

هذه الحسابات تحدد ما يعرف بالزمن المبكر لإنجاز الأنشطة، وللسهولة ترتب الأحداث بحيث يدل تصاعد أرقامها على اتجاه التنفيذ، أي أن النشاط (i, j) يدل على أن اتجاه التنفيذ من: i إلى j ويجب أن يكون $i < j$ ، ولإجراء هذه الحسابات

نعرف الرموز التالية :

$d_{i,j}$: المدة اللازمة لتنفيذ النشاط (i, j) وعادة نقول طول السهم (i, j)

E_j : الزمن المبكر لوقوع الحدث (j)

E_0 : زمن حدث البداية ونضعه يساوي الصفر أي $E_0 = 0$

E_n : هو الزمن المبكر لتنفيذ المشروع الذي ينتهي بالحدث (n) ، ويجب

التأكيد على أن النشاط (i, j) لا يمكن أن يبدأ قبل الانتهاء من تنفيذ جميع الأنشطة السابقة له والمنتبهة بالحدث (i) وبالتالي الزمن المبكر للبدء بتنفيذ

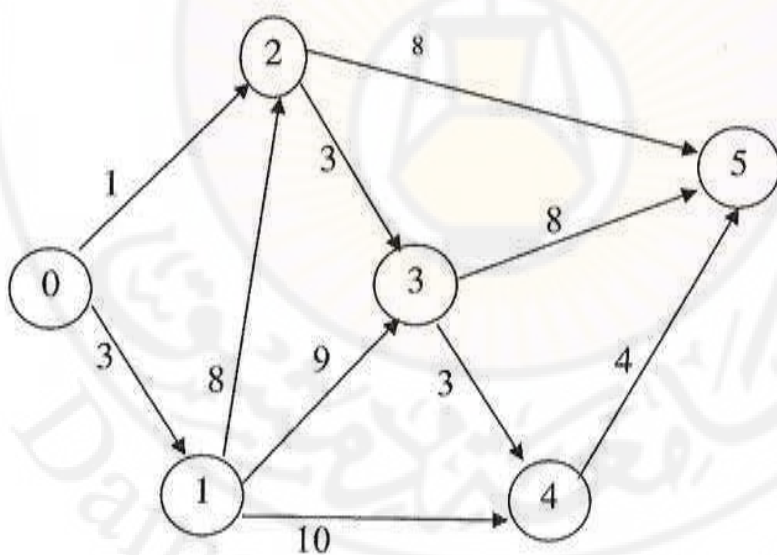
النشاط i, j هو (E_i) ، وبالأستناد إلى هذا يمكن القول: إن الزمن المبكر
 لنهاية النشاط (E_j) لن يقل (أكبر أو يساوي) عن الزمن المبكر لوقوع
 الحدث E_i مضافاً إليه الزمن اللازم لتنفيذ النشاط نفسه ورياضياً يمكن التعبير
 عن هذا $E_j \geq E_i + d_{i,j}$ ولكن قد يكون لدينا أكثر من نشاط ينتهي بالحدث j
 لذلك يجب اختيار أعظم قيمة للمجموع $E_i + d_{i,j}$ أي يمكن استبدال المتباينة

$$ES_j = \max_{i=1,2,\dots,m} \{E_i + d_{i,j}\}$$

السابقة بالمعادلة التالية: j ونوضح: هذا على المثال رقم (2-7)

المثال رقم (2-7)

إن الشبكة الواردة على الشكل رقم (4-7) تمثل مخططاً لإحدى المشروعات.
 المطلوب: تحديد زمن تنفيذ المشروع



الشكل رقم (4-7)

1. الحدث رقم (0) : $ES_0 = 0$

2. الحدث رقم (1) : وينتهي فيه النشاط (0 ، 1) فقط أي :

$$ES_1 = ES_0 + d_{0,1} = 0 + 3 = 3$$

3. الحدث رقم (2) : وينتهي فيه نشاطان هما (2 ، 1) و (0 ، 2) أي :

$$ES_2 = \underset{i=0,1}{\text{Max}}\{ES_i + d_{i,2}\} = \text{Max}\{0 + 1, 3 + 8\} = 11$$

الحدث رقم (3) : وينتهي فيه نشاطان هما (3 ، 2) و (3 ، 1) :

$$ES_3 = \underset{i=1,2}{\text{Max}}\{ES_i + d_{i,3}\} = \text{Max}\{11 + 3, 3 + 9\} = 14$$

الحدث رقم (4) :

$$ES_4 = \underset{i=1,3}{\text{Max}}\{ES_i + d_{i,4}\} = \text{Max}\{3 + 10, 14 + 3\} = 17$$

الحدث رقم (5) :

$$\begin{aligned} ES_5 &= \underset{i=2,3,4}{\text{Max}}\{ES_i + d_{i,5}\} = \\ &= \text{Max}\{11 + 8, 14 + 8, 17 + 4\} = 22 \end{aligned}$$

ملاحظة : يمكن إجراء الحسابات مباشرة على الشبكة حيث توضع النتائج في

مربعات إلى جانب كل حدث (انظر المثال رقم (13 - 5))

2-2-7 - حسابات الإياب (المسار الخلفي Back Pass) :

تحدد حسابات الإياب الزمن المتأخر لبدء الأنشطة والذي يعتمد عليه لتحديد

المسار الحرج، حيث إن الزمن المتأخر لوقوع الحدث z بدون حدوث تأخير في

الفترة الزمنية لتنفيذ المشروع برمته ويرمز للزمن المتأخر لوقوع الحدث z

بالرمز L_z ، وبالتعريف يجب أن يكون $L_n = E_n$

حيث n حدث نهاية المشروع ، ومما ورد أعلاه يمكن القول إن آخر زمن لإنهاء النشاط (i, j) يجب ألا يزيد عن الزمن المتأخر لوقوع الحدث j أي (L_j) ، نتذكر أن زمن الانتهاء من تنفيذ النشاط i, j يساوي إلى الزمن الأخير لوقوع الحدث i أي (L_i) مضافاً إليه الزمن اللازم لتنفيذ النشاط (i, j) أي d_{ij} ويمكن التعبير عن هذا رياضياً بالمتباينة التالية:

$$LC_i + d_{i,j} \leq LC_j \quad \text{لجميع الأنشطة المنطلقة من } i$$

$$LC_i \leq LC_j - d_{i,j} \quad \text{أو}$$

لكن هناك إمكانية لوجود أكثر من نشاط ينطلق من i وهذا يتطلب أوقات تنفيذ مختلفة، لذلك يتوجب أخذ أكبر قيمة لـ $d_{i,j}$ بعين الاعتبار، وهذا يعني أنه علينا اختيار أصغر فرق بين L_j و $d_{i,j}$ عند حساب قيمة L_i ، يعبر عن هذا رياضياً بالعلاقة :

$$LC_i = \text{Min}\{LC_j - d_{i,j}\} \quad \text{لجميع الأنشطة المنطلقة من } i$$

نوضح حسابات الإياب على المثال رقم (3-13).

المثال رقم (3-7) : بالاستناد إلى نتائج الحسابات في المثال رقم (2-13) يطلب تحديد الزمن المتأخر للبدء بتنفيذ الأنشطة:

1. حدث النهاية على المخطط الشبكي على الشكل رقم (9 - 13) هو الحدث

$$LC_n = ES_n \quad \text{رقم (5) وحتى لا نترك مجالاً للتهاون نجعل}$$

$$LC_5 = ES_5 = 22 \quad \text{أي :}$$

2. الحدث السابق للحدث (5) هو الحدث رقم (4) ويوجد نشاط وحيد منطلق

$$LC_4 = LC_5 - d_{4,5} = 22 - 4 = 18 \quad \text{منه هو النشاط } 4,5 :$$

3. الحدث رقم (3) و ينطلق منه نشاطان هما 3,4 و 3,5 :

$$LC_3 = \text{Min}\{LC_4 - d_{3,4}, LC_5 - d_{4,5}\}$$

$$= \text{Min}\{18-3, 22-8\} = 14$$

4. الحدث رقم (2) و ينطلق منه نشاطان هما 2,3 و 2,5 :

$$LC_2 = \text{Min}\{LC_3 - d_{2,3}, LC_5 - d_{2,5}\}$$

$$= \text{Min}\{14-3, 22-8\} = 11$$

5. الحدث رقم (1) :

$$LC_1 = \text{Min}\{LC_2 - d_{1,2}, LC_3 - d_{1,3}, LC_4 - d_{1,4}\}$$

$$= \text{Min}\{11-4, 14-9, 18-10\} = 3$$

6. الحدث رقم (0) و ينطلق منه نشاطان هما 0,1 و 0,2 :

$$LC_0 = \text{Min}\{LC_1 - d_{0,1}, LC_2 - d_{0,2}\}$$

$$= \text{Min}\{3-3, 11-1\} = 0$$

ملحوظة: يمكن إجراء الحسابات مباشرة على الشبكة حيث توضع النتائج في مثلثات إلى جوار الدوائر الممثلة للحوادث، وعادة تكون فوق المربعات التي تحتوي حسابات الذهاب . انظر المثال رقم (5-7)

7- 2 - 4 - تحديد المسار الحرج : المسار الحرج يتألف من سلسلة من الأنشطة الحرجة التي تحقق الشروط الثلاثة التالية :

أ- يتساوى الزمن المبكر لوقوع حدث بداية النشاط ES_i مع الزمن المتأخر

$$ES_i = LC_i \text{ أي } LC_i$$

ب - يتساوى الزمن المبكر لوقوع حدث نهاية النشاط ES_j مع الزمن

$$\text{المتأخر لوقوع هذا الحدث } LC_j \text{ أي } ES_j = LC_j$$

ج - يتساوى الزمن المتأخر لوقوع حدث النهاية LC_j مع الزمن المبكر

لوقوع حدث البداية LC_i مضافاً إليه زمن تنفيذ النشاط $d_{i,j}$

$$LC_j = LC_i + d_{i,j} \quad \text{أي:}$$

أو يتساوى الزمن المتأخر لوقوع حدث البداية LC_j مع الزمن المبكر لوقوع

حدث النهاية ES_j مطروحاً منه الزمن اللازم لتنفيذ النشاط $d_{i,j}$

$$LC_i = ES_j - d_{i,j} \quad \text{أي:}$$

نوضح العمليات على المثال رقم (4-13).

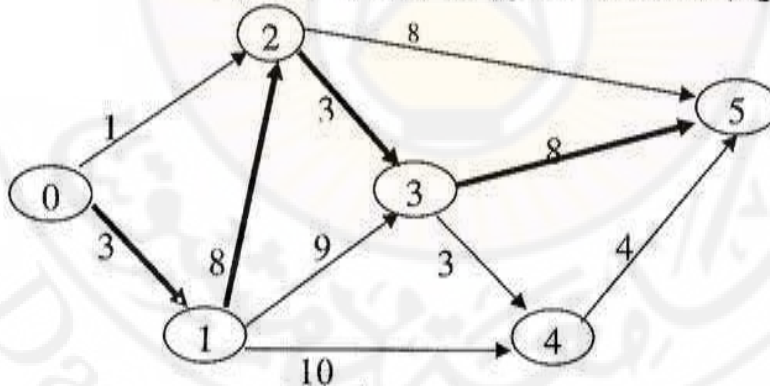
المثال رقم (4-7) : حدد المسار الحرج بالاستناد إلى نتائج المثال رقم (7-

2) والمثال رقم (3-7).

المسار الحرج يتألف من الأنشطة: (0,1), (1,2), (2,3), (3,5), انظر

الأنشطة الممثلة بخطوط مزدوجة على الشكل رقم (13-10)، وزمن تنفيذ

المشروع (طول المسار الحرج) هو (22) وحدة زمنية.



الشكل رقم (7-5)

وعادة يحدد المسار على الشبكة على النحو الآتي :

1 - تظل جميع الحوادث التي يتساوى فيها الزمن المبكر لوقوعها مع الزمن الأخير لوقوعها، هذا يساعد في النظر فقط بالأنشطة التي تحقق الشرط الأول والثاني وهي جميع الأنشطة التي تبدأ وتنتهي بحدث (دائرة) مظلل.

2- نجمع الزمن المثبت إلى جانب حدث البداية (في المربع إلى زمن التنفيذ (الرقم المثبت على الفرع الممثل للنشاط) إذا تساوى الناتج مع الرقم المثبت إلى جانب حدث النهاية (في المثلث) يكون النشاط حرجاً ويتم تظليل فرعه بحبر غامق أو بلون آخر، بالنتيجة نحصل على سلسلة من الأنشطة المظلمة تربط حدث البداية مع حدث النهاية وهي تشكل المسار الحرج.

المثال (5-7) حدد الزمن المبكر لإنهاء المشروع الوارد على الشكل رقم (7-5) ثم حدد المسار الحرج .

- حسابات الذهاب : نتذكر أنها تحدد الزمن المبكر لوقوع الحدث ونحسب بالعلاقة:

$$ES_j = LC_i + d_{i,j} \quad : \text{ لجميع الأنشطة المنتهية بـ } j$$

$$ES_0 = 0 \quad : \text{ و }$$

ونجري الحسابات على الشبكة ونضع النتائج ضمن مربعات إلى جانب الحوادث و الزمن المبكر لوقوع الحدث رقم (6) هو الزمن المبكر لنهاية المشروع أي (34) وحدة زمنية.

- حسابات الإياب : نتذكر أنها تحدد الزمن الأخير لوقوع الحدث ونحسب

$$LC_i = \text{Min}\{LC_j - d_{i,j}\} \quad : \text{ لجميع الأنشطة المنطلقة من } i$$

$$LC_n = ES_n \quad : \text{ و }$$

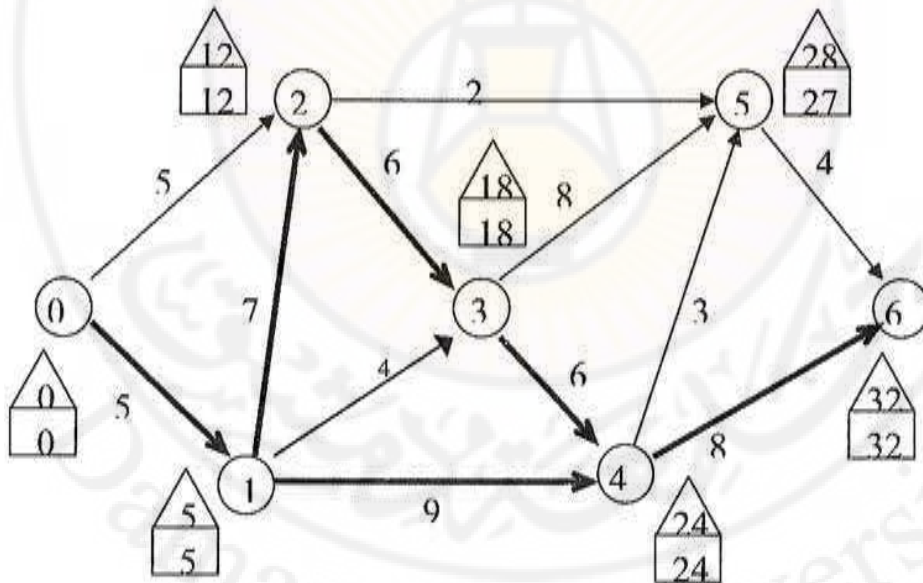
تجري الحسابات على الشبكة وتوضع النتائج ضمن مثلثات إلى جانب الحوادث (أعلى المربعات التي تحتوي على نتائج حسابات الذهاب) :

- تظل جميع الحوادث التي يتساوى فيها $LC_i = ES_j$ عندما $j = i$ أي التي تحقق الشرط الأول والثاني وهي : 0,1,2,3,4,6

- تظل الفروع (الأنشطة) التي تبدأ وتنتهي بعقدتين (بحادثتين) مظللتين وهي : (0,1), (1,2), (1,4), (2,3), (3,4), (4,6) ، يوجد على هذه الشبكة مساران حرجان الأول :

1. المسار الأول: يتألف من سلسلة الأنشطة التالية: (0,1), (1,4), (4,6) .

2. المسار الثاني: يتألف من سلسلة الأنشطة التالية: (0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,6)



الشكل رقم (6-7)

7-3-3- قضية تحقيق الاستقرار في استدراج الموارد

تحديد الاحتياطي الزمني لأنشطة المشروع غاية في الأهمية؛ لأنه يبين إمكانية تعديل أوقات التنفيذ للأنشطة التي تتمتع باحتياطي معين تحت تأثير المتغيرات الخارجة عن السيطرة دون أن يؤدي ذلك إلى تأخير زمن تنفيذ المشروع بأكمله ، وسنعرف هنا ثلاثة أنواع من الأزمنة الاحتياطية هي :

- الزمن الاحتياطي الكلي
- الزمن الاحتياطي الحر
- الزمن الاحتياطي المستقل

7-3-1- الزمن الاحتياطي الكلي للنشاط: هو أكبر تأجيل لزمن بدء تنفيذ النشاط i, j لا يؤخر (لا يؤثر على) زمن تنفيذ المشروع ، ويمكن أن نعرفه بأنه الفرق بين الزمن المتاح لتنفيذ النشاط ، والزمن اللازم لتنفيذه عندما تنتهي جميع الأنشطة السابقة في الزمن المبكر، وتبدأ الأنشطة اللاحقة في الزمن المتأخر .

نتذكر أن :

ES_j : هو الزمن المبكر لوقوع الحدث j ، أي النهاية المبكرة لجميع الأنشطة السابقة للنشاط والمنتوية j ، وهو الزمن المبكر لبداية الأنشطة المنطلقة من j .
 LC_i : هو الزمن الأخير لوقوع الحدث i وآخر زمن لبدء تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (i) ، أي الأنشطة المنطلقة من i .

إذا الزمن المتاح لتنفيذ النشاط (i, j) هو الفرق بين آخر زمن لوقوع حدث نهاية النشاط LC_j والزمن المبكر للبدء بتنفيذه ES_i ، أما الزمن اللازم لتنفيذ النشاط فهو بالتعريف $d_{i,j}$ ، إذا يمكن القول إن الزمن الاحتياطي الكلي والذي يرمز له بـ TF يحسب بالعلاقة :

$$TF = LC_j - ES_i - d_{ij}$$

$$TF = LC_j - ES_j \quad \text{أو بالعلاقة:}$$

$$ES_j = ES_i + d_{ij} \quad \text{حيث:}$$

ويمكن إجراء الحسابات على الشبكة بحساب الفرق بين الرقم في المثلث والرقم في المربع، نوضح ذلك من خلال المثال رقم (14 - 1)

المثال رقم (6-7)

أوجد الزمن الاحتياطي الكلي لجميع أنشطة المثال رقم (14 - 1).

الحل : الزمن الاحتياطي الكلي

$$TF_{0,1} = 5 - 0 - 5 = 0 \quad \text{للنشاط: 0,1}$$

$$TF_{0,2} = 12 - 0 - 5 = 7 \quad \text{للنشاط: 0,2}$$

وتحسب الأزمنة الاحتياطية الكلية لبقية الأنشطة على نحو مشابه وتوضع عادة على شكل جدول، انظر الجدول رقم (13-2). يلاحظ أن الأزمنة الاحتياطية الكلية للأنشطة الحرجة معدومة، وهذا شيء متوقع حيث إن الزمن المبكر لتنفيذ المشروع تم حسابه بالاستناد إلى أوقات تنفيذ هذه الأنشطة.

7-3-2- الزمن الاحتياطي الحر:

هو أكبر تأجيل لزمن بدء تنفيذ النشاط i, j لا يؤخر (لا يؤثر على) زمن تنفيذ المشروع، عندما تبدأ جمع الأنشطة الأخرى (السابقة واللاحقة) بداية مبكرة. نتذكر أن :

ES_i : هو الزمن المبكر لوقوع الحدث i ، أي النهاية المبكرة لجميع الأنشطة السابقة للنشاط والمنتية i ، وهو الزمن المبكر لبداية الأنشطة المنطلقة من i .

ES_j هو الزمن المبكر لوقوع الحدث j وهو الزمن المبكر للانتهاء من تنفيذ جميع الأنشطة المنتهية بهذا الحدث، أي إن الزمن المتاح لتنفيذ النشاط (i, j) في هذه الظروف هو الفرق بين ES_j و ES_i ، وبالتعريف الزمن اللازم لتنفيذ النشاط (i, j) هو $d_{i,j}$. إذا الزمن الاحتياطي الحر والذي نرسم له بالرمز (FF) هو الفرق بين الزمن المتاح لتنفيذ النشاط $(ES_j - ES_i)$ والزمن اللازم لتنفيذه $(d_{i,j})$ ، ويعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة :

$$FF_{i,j} = ES_j - ES_i$$

ويعرف الزمن الاحتياطي الحر أيضاً بأكبر زمن يمكن إضافته إلى زمن تنفيذ النشاط عندما تنتهي الأنشطة السابقة نهاية مبكرة من دون أن يؤثر ذلك على الزمن المبكر لبداية الأنشطة اللاحقة .

نوضح حساب الزمن الاحتياطي الحر على المثال رقم (7-7).

المثال رقم (7-7):

يطلب تحديد الزمن الاحتياطي الحر لجميع أنشطة المثال (6-7):

الحل : الزمن الاحتياطي الحر

$$FF_{0,1} = 5 - 0 - 5 = 0 \quad \text{للنشاط: } 0,1$$

$$FF_{0,2} = 12 - 0 - 5 = 7 \quad \text{للنشاط: } 0,2$$

وتحسب الأزمنة الاحتياطية الحرة لبقية الأنشطة على نحوٍ مشابه وتوضع عادة على شكل جدول، انظر الجدول رقم (13-2).

ملحوظة: إن الزمن الفائض الحر لأي نشاط أقل أو يساوي لزمته الفائض الكلي، أما الأزمنة الفائضة (كلية وحررة) للأنشطة الحرجة فمعدومة.

7-3-3- الزمن الاحتياطي المستقل:

الزمن الاحتياطي المستقل يساوي زمن تأجيل البدء بتنفيذ النشاط، شريطة عدم (لا يؤثر على) زمن تنفيذ المشروع ، عندما تبدأ جميع الأنشطة الأخرى عندما تنتهي جميع الأنشطة السابقة بداية متأخرة (آخر زمن)، وتبدأ جميع الأنشطة اللاحقة بداية مبكرة.

نتذكر أن :

LS_i : هو الزمن المتأخر (آخر زمن) لوقوع الحدث i ، أي النهاية المتأخرة لجميع الأنشطة السابقة للنشاط والمنتوية i ، وهو الزمن المبكر لبداية الأنشطة المنطلقة من i .

ES_j هو الزمن المبكر لوقوع الحدث j وهو الزمن المبكر لبدء تنفيذ جميع الأنشطة المنطلقة من هذا الحدث، أي إن الزمن المتاح لتنفيذ النشاط (i, j) في هذه الظروف هو الفرق بين ES_j و LS_i ، وبالتعريف الزمن اللازم لتنفيذ النشاط (i, j) هو $d_{i,j}$. إذا الزمن الاحتياطي المستقل والذي يعرف بالرمز (IF) هو الفرق بين الزمن المتاح لتنفيذ النشاط $(ES_j - LS_i)$ والزمن اللازم لتنفيذه $(d_{i,j})$ ، ويعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة :

$$IF_{i,j} = ES_j - LS_i$$

ويعرف الزمن الاحتياطي المستقل أيضاً بأكبر زمن يمكن إضافته إلى زمن تنفيذ النشاط عندما تنتهي الأنشطة السابقة نهاية متأخرة من دون أن يؤثر ذلك على الزمن المبكر لبداية الأنشطة اللاحقة .

نوضح حساب الزمن الاحتياطي الحر على المثال رقم (8-7):

المثال رقم (8-7)

يطلب تحديد الزمن الاحتياطي المستقل لجميع أنشطة المثال (6-7):

الحل : الزمن الاحتياطي المستقل

$$FF_{0,1} = 5 - 0 - 5 = 0 \quad \text{للنشاط: } 0,1$$

$$FF_{0,2} = 12 - 0 - 5 = 7 \quad \text{للنشاط: } 0,2$$

وتحسب الأزمنة الاحتياطية الحرة لبقية الأنشطة على نحو مشابه وتوضع عادة على شكل جدول، انظر الجدول رقم (13 - 2).

ملحوظة: إن الزمن الفائض الحر لأي نشاط أقل أو يساوي لزمته الفائض الحر (والكلي)، أما الأزمنة الفائضة المستقلة للأنشطة الحرجة فمعدومة مثل باقي الأزمنة الاحتياطية الأخرى.

ij	d_{ij}	ES_i	EC_i	LS_j	LC_j	TF	FF	IF
0,1	5	0	0	5	5	0	0	0
0,2	5	0	7	5	12	7	7	7
1,2	7	5	5	12	12	0	0	0
1,3	4	5	14	9	18	9	9	9
1,4	9	5	15	14	24	10	10	10
2,3	6	12	12	18	18	0	0	0
2,5	2	12	26	14	28	14	13	13
3,4	6	18	18	24	24	0	0	0
3,5	8	18	16	27	28	2	1	1
4,5	3	24	25	27	28	1	0	0
4,6	8	24	24	32	32	0	0	0
5,6	4	27	28	32	32	1	1	0

الجدول رقم (2-7)

7-4 - المخططات الزمنية :

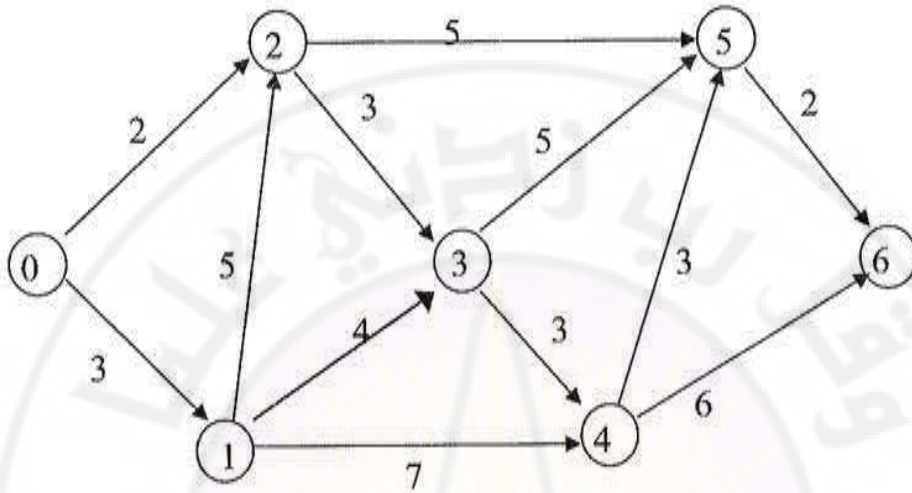
إن العرض الجدولي (على شكل جدول) لأنشطة المشروع من حيث تتابعها والأوقات اللازمة للتنفيذ والأزمنة الاحتياطية لا تساعد على فهم هذه البيانات، وأحياناً يصعب ربط بعضها مع بعض ؛ لذلك توصل الرياضيون إلى وضع ما يعرف بالمخطط الزمني، وأول مخطط وضع من قبل (كانت)، لكن تطور بعد ذلك وأخذت المخططات أشكالاً عديدة حسب الحاجة إليها، حيث يمكن للمعنيين وخلال نظرة سريعة التمييز بين الأنشطة الحرجة وغير الحرجة، ومعرفة أوقات المرونة للأنشطة (إن وجدت) .

وعادة يرسم المخطط الزمني بمساعدة محور أفقي، يمثل الزمن والأولوية في الرسم للأنشطة الحرجة ؛ للتأكيد على أفضلية هذه الأنشطة بالاهتمام والمراقبة وعادة ترسم في أعلى المخطط ، وللتأكيد على ضرورة التنفيذ في الزمن المحدد بصراصة ترسم على استقامة واحدة¹، حيث تأخذ شكل مستقيم يبدأ بالزمن صفر (زمن بداية المشروع) وينتهي بالزمن المحدد بطول المسار الحرج .

ثم ترسم الأنشطة غير الحرجة بالترتيب حسب زمن تنفيذها على شكل مستقيمات، تقع بين الخط الممثل للأنشطة الحرجة والمحور الأفقي، وعادة تمثل بخط مستقيم منقطع طوله يمثل الزمن المتاح لتنفيذ النشاط، ويثبت على الخط رقم يمثل الزمن اللازم لتنفيذه. نوضح آلية رسم المخططات الزمنية على المثال رقم (7-9) :

المثال رقم (7-9) : المطلوب وضع المخطط الزمني لتنفيذ المشروع والمعطى على المخطط الوارد على الشكل رقم (7-7) .

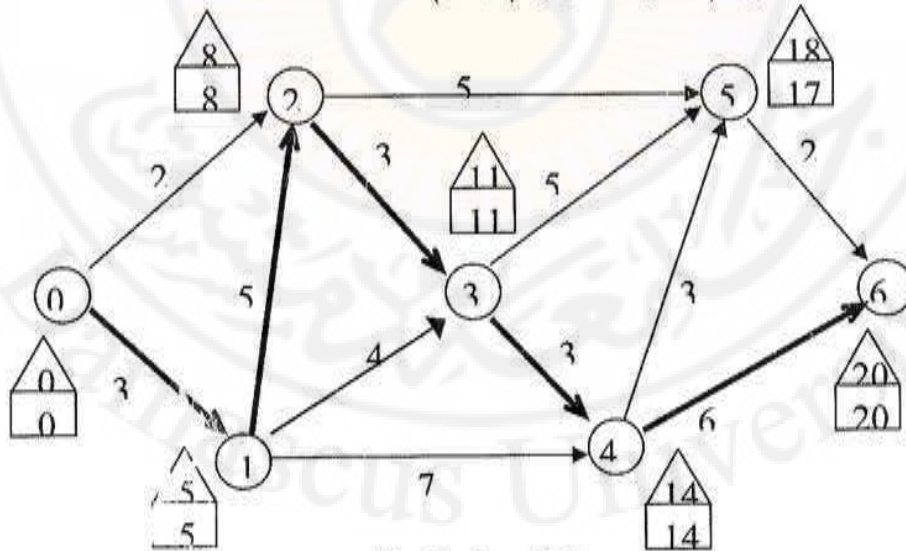
¹ - يستثنى من هذا الأنشطة الوهمية حيث تمثل بشكل عمودي للدالة على أن زمن تنفيذها معدوم ولا تحتاج لأي موارد أو تمثل بنقطة على المستقيم الممثل للأنشطة الحرجة .



الشكل رقم (7-7)

الحل :

1. يحدد المسار الحرج وفق القواعد المشار إليها أعلاه، وسيتم ذلك على المخطط مباشرة (انظر الشكل رقم 7-8)



الشكل رقم (7-8)

2. رسم المخطط الزمني للأنشطة الحرجة:

نبدأ بوضع المخطط الزمني (رسمه) حسب التسلسل الزمني للتنفيذ من لحظة البدء بالمشروع، أي من بداية أول نشاط حرج في الزمن صفر وحتى إتمام آخر نشاط حرج (إتمام المشروع) في الزمن (20):

نشاط الحرج الأول: نشاط البداية (0,1) يبدأ في الزمن (0) وزمن تنفيذه $(d_{i,j} = 3)$ وينتهي في الزمن $(ES_1 = 3)$. انظر الشكل رقم (1 - 14) .
النشاط الحرج الثاني: (1,2) يبدأ في الزمن (3) وزمن تنفيذه $(d_{i,j} = 3)$ ، وينتهي في الزمن $(ES_2 = 8)$ ، يليه الأنشطة التالية على الترتيب (2,3) ، ثم (3,4) ، ثم نشاط النهاية (4,6) . انظر الشكل رقم (1-14) .

3. رسم المخطط الزمني لباقي الأنشطة (الأنشطة غير الحرجة)

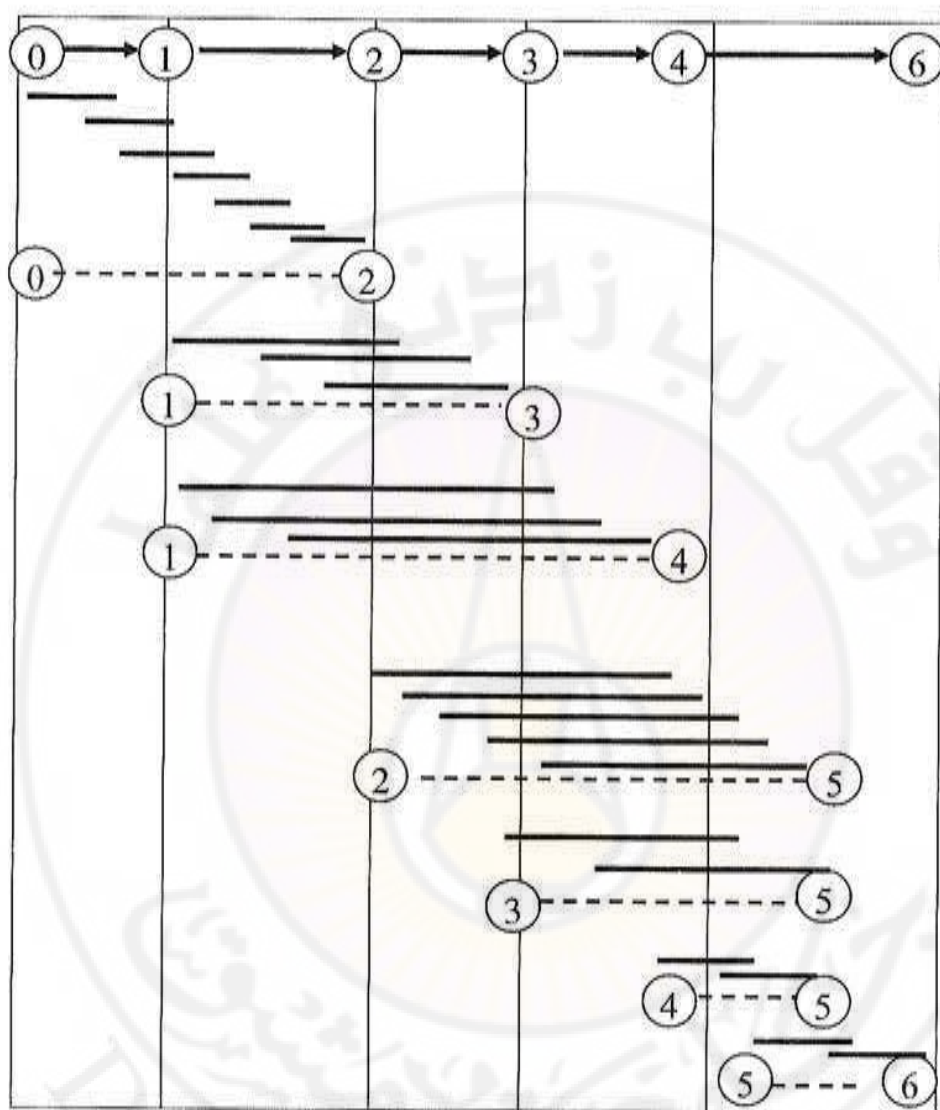
أول نشاط غير حرج حسب تسلسل عمليات المشروع هو النشاط (0,2) ، وهذا النشاط مجال تنفيذه هو ثماني وحدات زمنية (من الزمن 0 إلى 8) ، وزمن تنفيذه هو وحدتان زمنيةتان. انظر الخط المنقط الأول من الأعلى على الشكل رقم (1-14) .

ثاني نشاط غير حرج هو (3,1) ومجال تنفيذه هو ست وحدات زمنية (من الزمن (5) إلى الزمن (11) وزمن تنفيذه هو (4) وحدات زمنية . انظر الخط المنقط الثاني من الأعلى على الشكل رقم (1-14) . وترسم باقي الأنشطة الحرجة حسب تسلسل تنفيذها مرتبة من الأعلى إلى الأسفل.

نلاحظ أن الشكل رقم (1-14) يوضح الزمن المتاح لتنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع ، وتظهر أهمية هذا المخطط في الكشف عن التداخل في الأوقات

المتاحة للتنفيذ بالنسبة للأنشطة غير الحرجة مثلاً الأنشطة (0,2)، (1,3)، (1,4) هي مستقلة تماماً (لأن كلاً منها يقع بين حدثين حرجين) ويمكن البدء بتنفيذها في أي زمن تراه الإدارة مناسباً، شريطة انتهاء كل منها في الزمن المحدد على المخطط، أما الأنشطة (2,5) و (3,5) و (4,5) من جهة والنشاط (5,6) من جهة أخرى فتشترك في جزء من الزمن المتاح لتنفيذها، أي يجب معرفة أثر زمن تنفيذ كل الأنشطة (2,5) و (3,5) و (4,5) على النشاط (5,6).

5-7 - تخصيص الموارد المتاحة : تتصف مستلزمات العمل بالندرة، وأحياناً تتوفر بكميات مختلفة من فترة لأخرى، هذا من جهة ، ومن جهة أخرى تختلف الحاجة إلى هذه المستلزمات من حين لآخر خلال تنفيذ المشروع ، لذلك تعمل إدارة المشروع (التنفيذية) للاستفادة القصوى من الموارد المتاحة عن طريق ترتيب أوقات تنفيذ الأنشطة في ضوء المتوفر من هذه الموارد، وبشكل عام يفضل تحقيق نوع من الاستقرار (التوازن) في استدراجها حتى وإن كانت غير نادرة، وهذا ممكن أيضاً عن طريق ترتيب أوقات تنفيذ الأنشطة، إن الترتيب يطل الأنشطة غير الحرجة فقط، لأن الأنشطة الحرجة يجب تنفيذها كما هي ودون تغيير إلا عند الضرورة، حيث يتم تكثيف العمل لتنفيذها بأوقات أقصر من الزمن الطبيعي (انظر الوحدة الفقرة 7-3-1) . وعادة يستخدم الزمن الاحتياطي للمساعدة في عملية ترتيب أوقات تنفيذ الأنشطة غير الحرجة ، حيث يمكن تأخير زمن تنفيذ النشاط بمقدار الزمن الاحتياطي الحر دون أية اختبارات ، وفي حال عدم كفاية هذا المقدار من التأخير، يمكن النظر إلى تأخير زمن تنفيذ النشاط بمقدار الزمن الاحتياطي الكلي، لكن هنا يجب التأكد من تأثير هذا التأخير على الأنشطة اللاحقة؛ التي قد تتأثر بداياتها بهذا التأخير، نوضح هذا من خلال المثال رقم (7-9).



الشكل رقم (7-9)

المثال رقم (7-9):

نضيف البيانات التالية إلى المثال رقم (7-6)، بقدر عدد العمال اللازمين لتنفيذ الأنشطة على النحو الوارد في الجدول رقم (7-2)

المطلوب: ترتيب أوقات تنفيذ أنشطة المشروع بحيث تحقق استقراراً في استدراج الموارد.

عدد الآلات اللازمة	الأنشطة	عدد الآلات اللازمة	الأنشطة
2	2,5	5	0,1
6	3,4	2	0,2
3	3,5	7	1,2
2	4,5	3	1,3
8	4,6	2	1,4
2	5,6	4	2,3

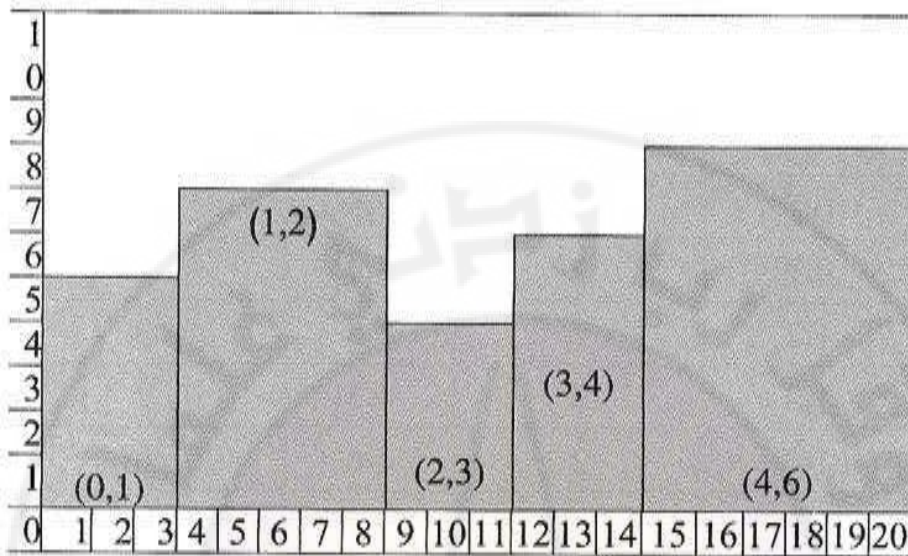
الجدول رقم (7 - 2)

الحل : للسهولة تعرض حاجة المشروع من الآلات على شكل جدول تكراري على النحو التالي :

1 - سبق الإشارة إلى أن أوقات تنفيذ الأنشطة الحرجة وترتيبها ملزمة، وبالتالي نبدأ بتحديد حاجة هذه الأنشطة من الآلات:

أ - النشاط الأول: (0,1) يبدأ في الزمن (0) ويحتاج إلى (5) وحدات وزمن تنفيذه (3) وزمن انتهائه (3) ، وعلى المدرج التكراري يمثل الحقل المسمى باسمه أي الحقل (0,1) انظر الشكل رقم (2-14) .

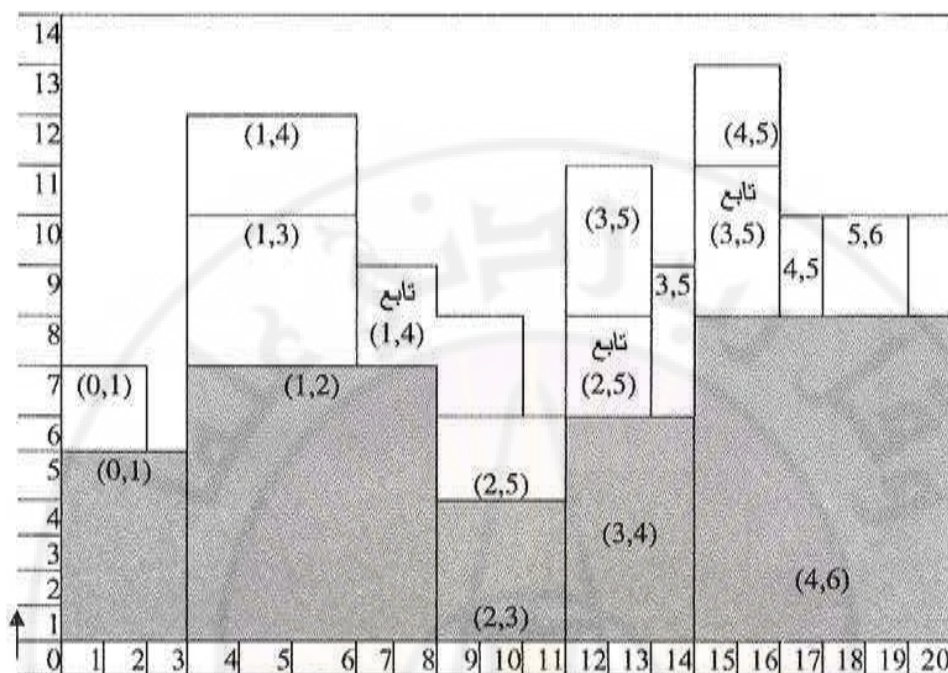
ب - النشاط الثاني: (2,1) وحقله على الجدول رقم (2-14) هو الحقل (2,1) وهكذا للأنشطة الحرجة الأخرى (3,2) ، (3,5) ، (5,6) تمثلها الحقول (3,2) ، (5,3) ، (5,6) على الترتيب .



الشكل رقم (7-10)

الأنشطة غير الحرجة :

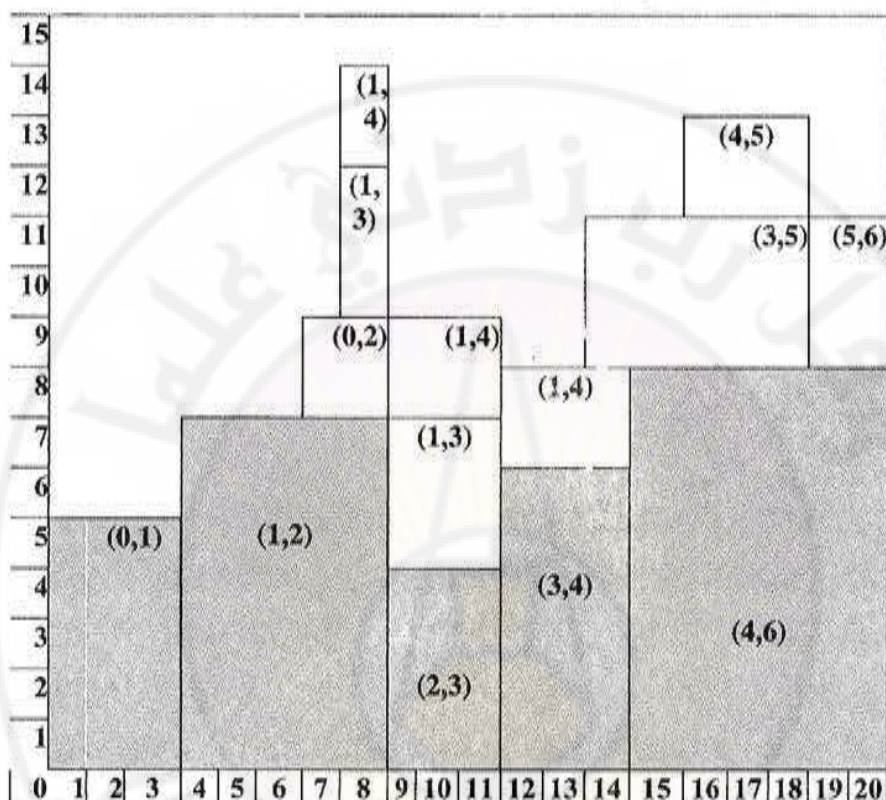
1- من أجل توضيح أهمية الأزمنة الاحتياطية في عملية تخصيص الموارد بشكل مستقر؛ سنعرض حاجة المشروع من الآلات عندما تبدأ جميع الأنشطة في الزمن المبكر على الشكل رقم (3-14) ، عن طريق إضافة حاجة الأنشطة غير الحرجة إلى المدرج التكراري الوارد على الشكل رقم (2-14) ، ثم نعرض حاجة المنشأة عندما تنتهي جميع الأنشطة في الأوقات الأخيرة على الشكل رقم (4-14) عن طريق إضافة حاجة الأنشطة غير الحرجة إلى المدرج التكراري على الشكل رقم (7-11) .



الشكل رقم (7-11)

- نلاحظ عدد العمال المطلوب عندما تبدأ إلى جميع الأنشطة في الزمن المبكر هو (7) في الأول والثاني، ثم ينخفض إلى (5) عمال في اليوم الثالث، ويقفز العدد إلى (12) عاملاً في اليوم الرابع، وينخفض إلى (9) عمال في اليوم السادس، وينخفض من جديد إلى (8) عمال في اليوم الثامن، وينخفض من جديد ليصل العدد إلى (6) عمال في اليوم العاشر، ويقفز العدد إلى (11) عاملاً في اليوم الثاني عشر، ونخفض إلى (9) عمال في اليوم الرابع عشر، ويزداد من جديد ليصل العدد إلى (13) عاملاً في اليوم الخامس عشر، وينخفض العدد إلى (10) عمال في اليوم السابع عشر.

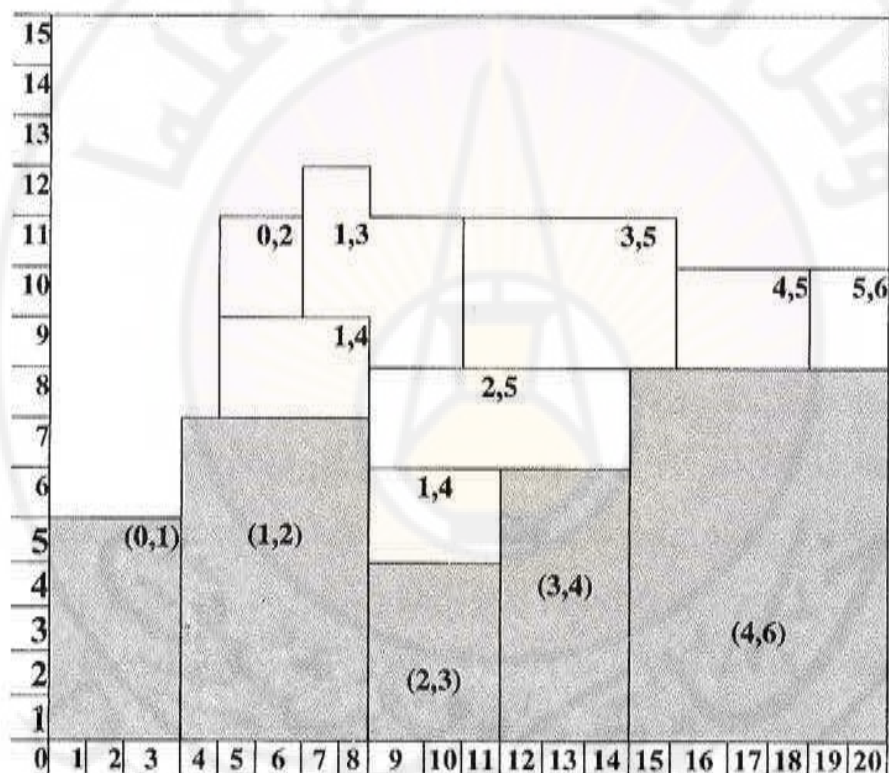
أي يمكن القول الحاجة إلى العمال غير مستقرة وهذا يربك (يعيق) العمل، ويشكل عبئاً إضافياً على إدارة الأفراد.



الشكل رقم (7-12)

- نلاحظ عدد العمال المطلوب عندما تنتهي جميع الأنشطة نهاية متأخرة (في آخر زمن مسموح به)، يساوي (5) عمال في الأيام الثلاثة الأولى، ثم يزداد إلى (7) عمال في اليوم الرابع، ويزداد العدد إلى (9) عمال في اليوم السابع، ويرتفع العدد إلى (14) عاملاً في اليوم الثامن، وينخفض إلى (9) عمال في اليوم التاسع، ويزداد من جديد ليصل العدد إلى (11) عاملاً في اليوم الربع عشر، و يزداد العدد إلى (13) عاملاً في اليوم السادس عشر، وينخفض إلى (11) عاملاً في اليوم

التاسع عشر، أي يمكن القول الحاجة إلى العمال غير مستقرة في هذه الحالة مثلها مثل الحاجة للعمال عندما تبدأ الأنشطة بداية مبكرة، لهذا السبب تنشأ الحاجة للبحث عن خطة تحقق نوع من الاستقرار في تعدد العمال اللازمين لتنفيذ العمل، وهذا ممكن عن طريق التجربة فقط، من خلال تأخير تنفيذ بعض الأنشطة وتبكير تنفيذ بعضها الآخر، على النحو الوارد في الشكل رقم (7-12) وهذا يربك العمل ويشكل عبئاً إضافياً على إدارة الأفراد.



الشكل رقم (7-13)

نلاحظ أن عدد العمال اللازمين لتنفيذ العمل في اليوم الأول هو (5) عمال، ثم يزداد في اليوم الرابع إلى (7) عمال، ويزداد العدد إلى (11) عاملاً في اليوم

الخامس، ويزداد العدد إلى (12) عاملاً في اليوم السابع، و ينخفض العدد إلى (11) عاملاً في اليوم التاسع، ويستقر الحاجة إلى هذا العدد من العمال حتى اليوم السادس عشر حيث ينخفض العدد إلى (10) عمال، ويستقر العدد عند هذا المستوى حتى نهاية المشروع.

بكله أخرى يبدأ المشروع بخمسة عمال، ويوظف عاملان جديان في بداية اليوم الرابع، ويتم توظيف أربعة عمال آخرين في اليوم الخامس، ويوظف عامل واحد لمدة يومين فقط في بداية اليوم السابع ويتم تسريحه في نهاية اليوم الثامن، ويسرح عامل واحد في نهاية اليوم الخامس عشر، ويستمر بقية العمال بالعمل حتى نهاية المشروع.

7-5- عدم التحديد في تقويم و مراجعة المشروعات:

في الفقرات السابقة عدت البيانات (أزمدة التنفيذ) محددة بصرامة، لكن الحياة العملية تتطوي على تقلبات في أزمدة تنفيذ الأنشطة؛ وغالباً تقدير أزمدة التنفيذ يكون غير دقيق، حيث تقدر بأقل من الزمن اللازم عندما تكون الجهات التي تقوم بالتقدير متفائلة، وأحياناً تكون هذه الأزمدة أطول من الأزمدة اللازمة عندما تكون هذه الجهات متشائمة، لذلك اعتمد أسلوب (بيرت) على بيانات عن ثلاثة أنواع من الأزمدة لدى تقدير الزمن اللازم لتنفيذ الأنشطة وهي:

- أ- الزمن المتفائل: هو أقل تقدير للزمن اللازم لتنفيذ النشاط ، وهو أقصر زمن؛ لأنه يمثل الزمن الذي يستغرقه تنفيذ النشاط ؛عندما تكون جميع الظروف الداخلية والخارجية المحيطة بعملية التنفيذ مناسبة ووفق متطلبات العمل ويعرف بالرمز A.

ب- الزمن الأكثر احتمالاً: هو تقدير للزمن اللازم لتنفيذ النشاط في الظروف العادية وهو الأقرب إلى الواقع، لأنه يمثل الزمن الذي يستغرقه تنفيذ النشاط إذا كانت الجهات المعنية في المشروع لديها الخبرة الكافية للقيام بهذه الأنشطة ويعرف بالرمز M .

ت- الزمن المتشائم: هو تقدير لأطول زمن لازم لتنفيذ النشاط ، ويقدر مع الأخذ بالحسبان جميع العقبات التي يمكن أن تعترض تنفيذ النشاط مجتمعة ، أي إذا كانت جميع الظروف الداخلية والخارجية تعيق عملية التنفيذ ، ويعرف بالرمز B

إن أسلوب (بيرت) ربط بين توزيع الأزمنة اللازمة لتنفيذ النشاط ؛ وبين توزيع المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي التي تشمل ستة انحرافات معيارية فأعطى هذا الأسلوب وزناً ترجيحياً واحداً (انحرافاً معيارياً واحداً) للوسط الحسابي للزمن المتفائل والزمن المتشائم، أي وزن واحد $\frac{A+B}{2}$ وأعطى وزنين ترجيحيين للزمن الأكثر احتمالاً أي $2M$ ، ثم أوجد الوسط الحسابي و اعتبره الزمن المتوقع اللازم لتنفيذ النشاط ورمز له بـ $d_{i,j}$:

$$\bar{d}_{i,j} = \left\{ \left(\frac{A + B}{2} \right) + 2 \right\} M / 3$$

$$= \frac{A + 4M + B}{6}$$

وبما أن الزمن المتوقع أعلاه يحتوي على ستة انحرافات معيارية فإن الفرق بين الحد الأعلى B والحد الأدنى A يساوي ستة انحرافات معيارية ومنه يمكن القول إن الانحراف المعياري الواحد يساوي الفرق بين الحدين مقسوماً على عدد الانحرافات (أي ستة انحرافات) ، نرسم للانحراف المعياري بـ σ وبدلالة الانحراف المعياري يمكن إيجاد التباين بالعلاقة :

$$v_{ij} = \sigma^2 = \left(\frac{A - B}{6} \right)^2$$

وهذا المدخل يساعد على تحديد احتمال تنفيذ المشروع (احتمال وقوع حدث النهاية) ، وعلى تحديد احتمالات تنفيذ كل مرحلة من المراحل (كل حدث من الحوادث) ضمن الزمن المحدد من قبل الجهة صاحبة العلاقة ، وفق ما يلي :

- 1- حساب الزمن المتوقع لإنجاز كل نشاط من أنشطة المشروع .
- 2- حساب الزمن المتوقع لإنجاز كل مرحلة (كل حدث j) ، وذلك عن طريق إيجاد المسار الحرج المؤدي إلى كل حدث ونرمز له بـ $E\{M_j\}$.
- 3- حساب تباين زمن إنجاز كل مرحلة (j) وهو يساوي مجموع تباينات جميع الأنشطة الواقعة على المسار الحرج المؤدي إلى الحدث الممثل للمرحلة (j) ، وإذا وجد أكثر من مسار حرج يؤخذ التباين الأكبر من بين تباينات المسارات الحرجة، ونرمز له بـ v_j .
- 4- حساب عدد الانحرافات المعيارية الواقعة بين الزمن المتوقع والزمن المحدد بالعلاقة:

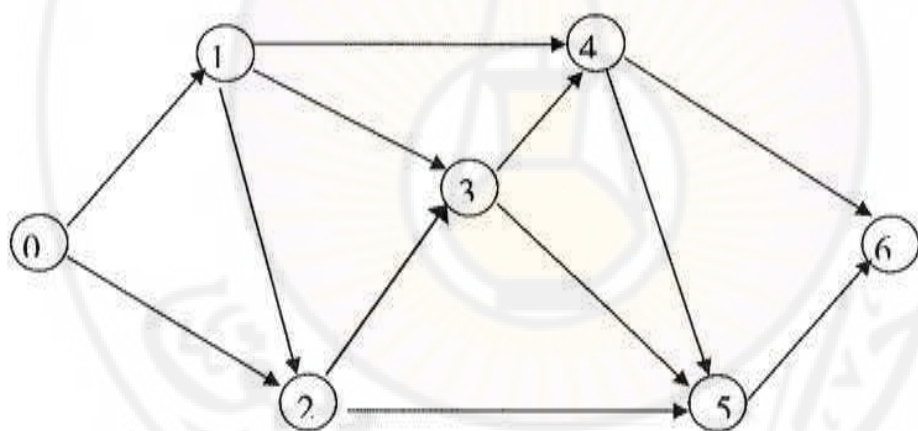
$$K_j = \frac{St_j - E\{M_j\}}{\sqrt{v_j}}$$

- حيث: K_j : عدد الانحرافات المعيارية تحت منحنى التوزيع الطبيعي:
- St_j : الزمن المحدد من قبل الجهة صاحبة العلاقة لتنفيذ المرحلة j
- $E\{M_j\}$: الزمن المتوقع لإنهاء المرحلة j
- v_j : تباين الزمن المتوقع لإنهاء المرحلة j

نذكر إلى أن K هي ليست موجبة دوماً، وإشارتها تدل على وقوعها إلى يمين أو يسار الوسط الحسابي، وبالتالي المساحة التي تمثلها تقع إلى يسار الوسط الحسابي إذا كانت سالبة وإلى يمينه إن كانت موجبة.

نوضح آلية حساب الزمن المتوقع لتنفيذ المشروع واحتمالات تنفيذ كل مرحلة من مراحله بمساعدة المثال رقم (1-15).

المثال رقم (7-10) : المخطط الشبكي على الشكل رقم (1-15) يمثل مشروع ما، دراسة الأزمنة اللازمة لتنفيذ أنشطة المشروع أعطت النتائج الواردة في الجدول رقم (7-3) ، أما الجهة صاحبة العلاقة فقد حددت الزمن اللازم لتنفيذ كل مرحلة (وقوع كل حدث) على النحو التالي: 33، 25، 25، 15، 10، 3 ، 0 وحدة زمن للمراحل 6، 5، 4، 3، 2، 1، 0، على الترتيب.



شكل رقم (7-14)

المطلوب :

- 1- حساب الزمن المتوقع لإنجاز كل نشاط.
- 2- حساب الزمن المتوقع لإنجاز المشروع .

3- حساب احتمالات إنجاز كل مرحلة من مراحل المشروع ضمن الزمن المحدد ، بالإضافة لاحتمال تنفيذ المشروع .

النشاط ij	الزمن المتفائل	الزمن الأكثر احتمالاً	الزمن المتشائم
1,0	1	2	3
2,0	4	6	8
2,1	5	8	17
3,1	2	3	4
4,1	5	6	13
3,2	4	5	6
5,2	2	4	6
4,3	1	3	5
5,3	7	10	13
5,4	2	3	4
6,4	2	3	10
6,5	2	5	8

الجدول رقم (3-7)

الحل :

1- إيجاد الزمن المتوقع لإنجاز كل نشاط بالعلاقة :

$$\overline{d_{ij}} = \frac{A + 4M + B}{6}$$

$$d_{0,1} = \frac{1 + 4(2) + 3}{6} = 2$$

إيجاد الانحراف المعياري لزمن تنفيذ كل نشاط وتباينه بالعلاقة :

$$v = \sigma_{i,j}^2 = \left(\frac{B - A}{6} \right)^2$$

$$\sigma_{0,1} = \frac{3 - 1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$v_{0,1} = \sigma_{0,1}^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = 0.333$$

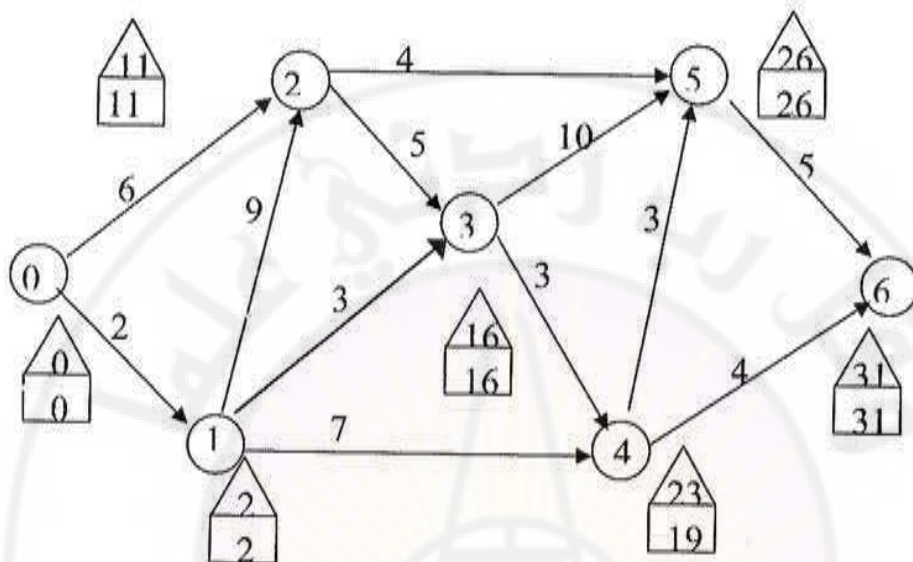
نحسب جميع القيم على هذا النحو، و نضع النتائج في الجدول رقم (4-7).

النشاط i, j	$\bar{D}_{ij}$	σ	V_{ij}
0,1	2	0,333	0,111
0,2	6	0,666	0,444
1,2	9	2	4
1,3	3	0,333	0,111
1,4	7	1,333	1,777
2,3	5	0,333	0,111
2,5	4	0,666	0,444
3,4	3	0,666	0,444
3,5	10	1	1
4,5	3	0,333	0,111
4,6	4	1,333	1,777
5,6	5	1	1

الجدول رقم (4-7)

3 - إيجاد الزمن المتوقع لإنجاز المشروع يتم عن طريق إيجاد المسار الحرج على الشبكة باستخدام الأزمنة المتوقعة لتنفيذ الأنشطة أي d_{ij} ، انظر الشبكة على

الشكل رقم (15-7) حيث تبين الحسابات أن الزمن المتوقع هو (31) وحدة زمن.



الشكل رقم (15-7)

4 - حساب احتمالات تنفيذ المراحل :

أ - نحدد المسار الحرج المؤدي إلى كل حدث (انظر عمود المسارات في الجدول رقم (3-15) .

ب - نحسب طول المسار المؤدي إلى كل حدث (انظر عمود $E(M_i)$ في الجدول رقم (3-15) .

ج - نحسب تباين زمن كل حدث (انظر عمود $V(M_i)$ في الجدول رقم (3-15) .

د- نحسب عدد الانحرافات المعيارية تحت منحنى التوزيع الطبيعي K_j ،
بمساعدة القيم المعطاة ST_j والقيم المتوقعة $E(M_j)$ وقيم التباين V_j ،
انظر العمود K_j في الجدول رقم (3-15) .

هـ- بمساعدة قيم K_j وجدول توزيع المساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي
نحدد احتمالات تنفيذ كل مرحلة ، واحتمال تنفيذ المشروع ضمن الزمن المحدد
(انظر عمود P_j في الجدول رقم 3-15) . أي أن احتمال تنفيذ المشروع
خلال الزمن المحدد من قبل الجهة المعنية والبالغ 33 يوماً هو 0,7881 .

الحدث	المسار	$E\{M_j\}$	$V\{M_j\}$	ST_j	k_j	P_j
0	-	0	0	0	0	-
1	1,0	2	111,0	3	+3	9938,0
2	2,1,0	11	111,4	10	493,-0	3121,0
3	3,2,1,0	16	222,4	15	486,-0	3156,0
4	4,3,2,1,0	21	666,4	25	851,+1	9678,0
5	5,4,3,2,1,0	26	222,5	52	437,-0	3336,0
6	6,5,4,3,2,1,0	31	222,6	33	801,+0	7881,0

الجدول رقم (5-7)

7-6- قضية ضغط أزمدة التنفيذ و دراسة العلاقة بين التكلفة و الزمن
تعد تكلفة تنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع احد العناصر المؤثرة في اتخاذ
القرارات، وتدخل التكلفة في عملية إعادة جدولة أنشطة المشروع من خلال
العلاقة بين تكاليف تنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع وزمن تنفيذه، وتدخل في
عملية الجدولة التكاليف المباشرة، أما المصاريف الأخرى فتدخل في عملية تقويم

الجدوى النهائية؛ لأن المصاريف غير المرتبطة بعملية التنفيذ موجودة، وتعد متشابهة إن لم تكن كذلك في جميع البدائل.

يساعد تحليل العلاقة بين التكلفة والزمن على وضع خطط بديلة بتكاليف بديلة، عن طريق تطوير الشبكة (أي تغيير أزمدة تنفيذ بعض الأنشطة)، والمنطق هو وجود حرية الاختيار بين أزمدة مختلفة، وبالتالي نسعى لتحقيق تنفيذ المشروع من خلال زمن مناسب و تكلفة مناسبة من وجهة نظر الجهة صاحبة العلاقة .

عادةً توضع خطة زمنية لتنفيذ المشروع بالشكل الطبيعي وبالتكاليف الطبيعية ، وبعد الانتهاء من ذلك يُقيم الزمن اللازم لتنفيذ المشروع، فإذا كانت الجهة صاحبة العلاقة، ترغب بتنفيذ المشروع بزمن أقل من الزمن الطبيعي، تنشأ فكرة تسريع تنفيذ بعض الأنشطة (ضغط الزمن اللازم لتنفيذها)، ومن الطبيعي أن يترتب على هذا التسريع تكاليف إضافية تنشأ عن تكثيف العمل، وبما أن زمن تنفيذ المشروع يساوي لطول المسار الحرج؛ أي مجموع الأزمنة اللازمة لتنفيذ الأنشطة الحرجة (الواقعة على هذا المسار)، وهذا يحدد الأنشطة التي يتوجب تسريع تنفيذها لتسريع تنفيذ المشروع وهي الأنشطة الحرجة؛ لكن هناك حقيقة أخرى هي: أن التكاليف المرتبطة بتسريع نشاط ما قد تختلف عن تكلفة تسريع نشاط آخر؛ لذا يتوجب تحديد الأنشطة ذات تكلفة التسريع الأقل، والتي يتوجب تسريعها، بحيث تحقق ضغطاً لزمن تنفيذ المشروع يساوي لزمن ضغطها وبأقل التكاليف، ينجم عن هذا المدخل موضوعين يجب دراستهما :

الأول: ما هي تكلفة ضغط كل نشاط من الأنشطة الحرجة ؟

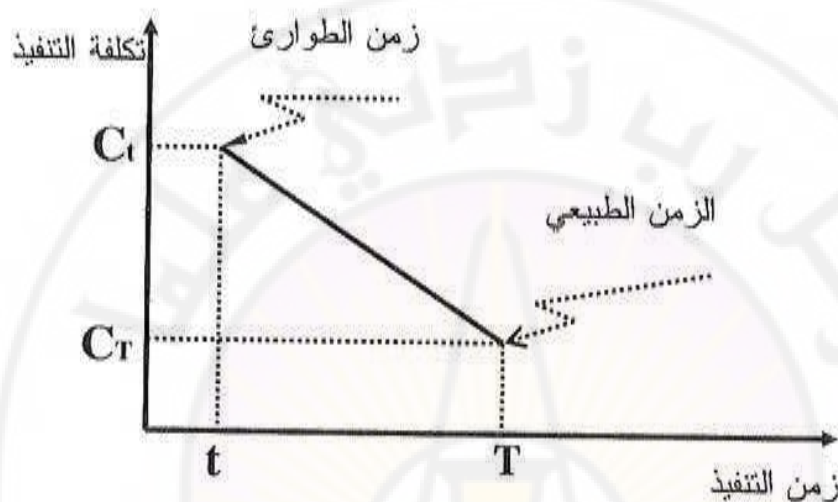
الثاني: التأكد من ضغط زمن تنفيذ المشروع بمقدار ضغط النشاط . مختار، حتى لا تذهب تكاليف الضغط دون مبرر، و هكذا تكون لدينا الخطر التالية الواجب القيام بها لتحقيق التبادل بين الزمن و التكلفة (ضغط الزمن في المشروع):

- 1 - تحديد العلاقة بين تكلفة و زمن تنفيذ كل نشاط.
- 2- التأكد من إمكانية ضغط بعض أنشطة المسار الحرج (إحداها على الأقل).
- 3- تحديد مقدار الضغط الذي يمكن تحقيقه.
- 4- حساب التكاليف الكلية لتنفيذ المشروع.
- 1- تحديد العلاقة بين الزمن و التكلفة:

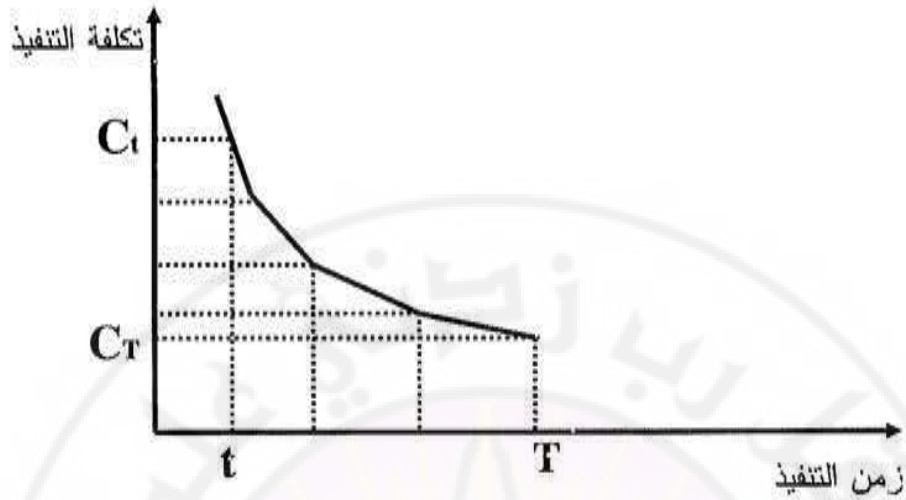
عادة يعرف الزمن الطبيعي لتنفيذ كل نشاط T و تكاليف تنفيذه C_T خلال هذا الزمن، و يمكن بطريقة مماثلة تحديد أقل زمن يمكن تنفيذ النشاط خلاله، و الذي يمكن تسميته بزمن الطوارئ t ، ويعد هذا الزمن أقل زمن تنفيذ وأية عمليات ضغط لاحقة تحمل المشروع تكاليف إضافية غير مبررة لأنها لن تخفض زمن تنفيذ المشروع، ومن الطبيعي أن تكون تكاليف تنفيذه ضمن هذا الزمن أكبر وتسمى تكاليف الطوارئ C_t ، و عادة تفترض وجود علاقة خطية (لتسهيل عمليات التحليل) بين تغير الزمن وتغير التكاليف، وتحديدتها يتم عن طريق نسبة الفرق بين تكلفتَي التنفيذ (الطوارئ - العادية) إلى الفرق بين زمني التنفيذ (العادي - الطوارئ)، انظر الشكل رقم (7-16). حيث تشير النقطة C_T, T إلى زمن التنفيذ الطبيعي بتكلفة مقدارها C_T وزمن مقداره T ، وتشير النقطة C_t, t إلى زمن التنفيذ السريع (طوارئ) بتكلفة مقدارها C_t وزمن مقداره t ، ونرمز لهذه التكلفة بالرمز $\Delta_{i,j}$ حيث $i=0,1,...,m$ و $j=0,1,...,n$ وعادة لتسهيل الحسابات توضع نتائج في عمود خاص، في الجدول المعد لهذه الدراسة، يسمى عمود تكاليف التسريع .

تجدر الإشارة إلى أن إدخال علاقة غير خطية بين زمن التنفيذ وتكاليفه ممكن لكن هذا يعقد عمليات التحليل، ويمكن تبسيط العلاقة غير الخطية بين زمن التنفيذ وتكلفته، عن طريق تجزئة النشاط إلى أنشطة فرعية بحيث كل جزء من

المنحنى الأصلي (والذي يمكن عده قطعة مستقيمة) منحني لنشاط من الأنشطة الفرعية، والتي تزداد تكلفتها (ميلها) كلما اقتربنا من نقطة الطوارئ انظر الشكل رقم (7-16).



الشكل رقم (17-16)



الشكل رقم (7-17)

2- التأكد من إمكانية ضغط بعض أنشطة المسار الحرج (أحدها على الأقل):
في هذه الخطوة نفتش عن الأنشطة الحرجة التي يمكن ضغط زمن تنفيذها،
ونؤكد من أن ضغطها سيؤدي إلى ضغط زمن تنفيذ المشروع، و هذا يتم عن
طريق ضغط نشاط حرج وحيد (على الأقل)، على كل مسار حرج من
المسارات الموجودة على الشبكة، وقد يكون هذا نشاطاً مشتركاً لجميع
المسارات الحرجة أو بعضها؛ و على البعض الآخر أنشطة أخرى مستقلة، و
إذا تعذر ذلك فهذا دليل على عدم إمكانية ضغط زمن تنفيذ المشروع، وهذه
الحالة نصادفها عندما يظهر مسار حرج وحيد لا يمكن ضغطه، أما إذا توفرت
أنشطة حرجة بديلة، فهنا يتم اختيار النشاط الذي يحمل المشروع أقل تكاليف
تسريع.

3- تحديد مقدار الضغط الذي يمكن تحقيقه:

من المعلوم أن المسار الحرج أطول من أي مسار آخر على الشبكة بوحدة زمن
واحدة على الأقل، و بالتالي إذا كان مجال ضغط النشاط الذي تم اختياره يساوي

وحدة زمنية واحدة فقط، هذا يسمح ضغط هذا النشاط وحدة زمن واحدة مباشرة ودون أية اختبارات، وكذلك الأمر إذا كان مجال ضغط النشاط وحدتين أو أكثر، لكن الجهة صاحبة العلاقة تحتاج لضغط وحدة زمن واحدة، هنا- أيضاً- يتم ضغط النشاط وحدة زمن واحدة، لكن إذا كان مجال الضغط وحدتين أو أكثر، وإدارة المشروع ترغب بضغطه وحدتين أو أكثر تنشأ مشكلة تحديد مقدار الضغط .

قبل الحديث عن كيفية تحديد مقدار الضغط نعرف ما يلي:
مجال الضغط : هو الفرق بين زمن التنفيذ الطبيعي وأقصر زمن تنفيذ ممكن ونعرفه بالرمز T_N

ونعرف مجال الاحتياطي الزمني الحر بالرمز T_M

ونعرف مقدار الضغط المحقق بالرمز T_D

يحدد مقدار الضغط على النحو التالي:

- 1- نحدد مجال الضغط للنشاط الذي تم اختياره لتحقيق الضغط عليه.
- 2- نحدد مجال الاحتياطي الزمني الحر على النحو التالي:
 - أ - نحسب الاحتياطي الزمني الحر لجميع أنشطة الشبكة.
 - ب - نحقق ضغط وحدة زمن واحدة على النشاط المختار.
 - ج - نحسب من جديد الاحتياطي الزمني الحر لجميع أنشطة الشبكة بعد الضغط.
 - د - نحدد الزمن الاحتياطي الحر الذي تغير بالنقصان، لكل نشاط من أنشطة الشبكة و ليكن TT_{pq}
- هـ - نحسب مجال الاحتياطي الزمني الحر T_M هو أقل احتياطي زمني حر تغير بالنقصان أي :

$$T_M = \text{Min} \{ TT_{pq} \}$$

$$: P = 0, 1, \dots, n-1 \text{ و } q = 1, 2, \dots, m \quad 3.$$

مقدار الضغط الممكن تحقيقه يساوي لمجال ضغط النشاط الذي تم اختياره T_N ، أو لمجال أزمنة المرونة الحرة T_M أيهما أقل، أي:

$$TD = \text{Min} \{ T_M, T_N \}$$

4- حساب التكاليف الكلية لتنفيذ المشروع.

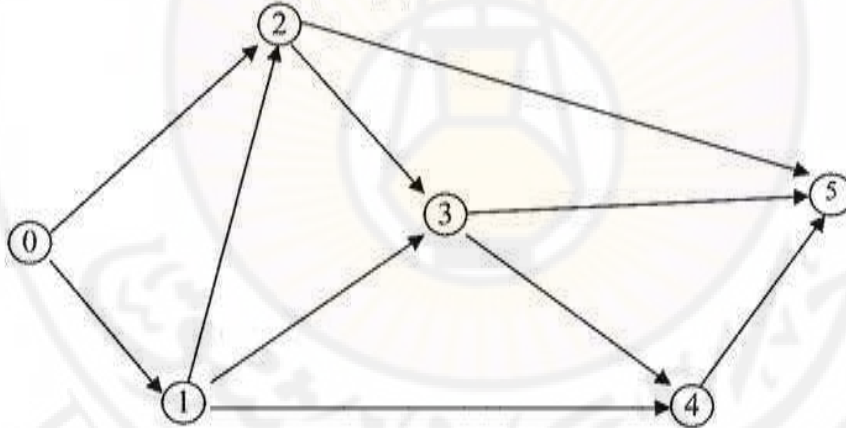
هذه التكاليف تساوي إلى تكاليف التنفيذ الطبيعية (أو تكلفة الخطة السابقة) ، و لتكن C_i مضافاً إليها تكاليف التسريع و التي تساوي إلى مقدار الضغط المحقق TD مضروباً بتكلفة تسريع وحدة الزمن الواحدة (CT).
نعرف التكاليف الكلية الجديدة بالرمز C_j

$$C_j = C_i + TD(CT) \quad \text{أي :}$$

نوضح العلاقة بين / التكلفة - الزمن / و جميع الحسابات اللازمة لتحقيق عملية ضغط أزمنة تنفيذ المشروعات من خلال المثال رقم (1-16).
المثال رقم (12-7) : المخطط الشبكي على الشكل رقم (1-16) يمثل مشروعاً صناعياً (تشييد مصنع)، حيث يوضح الأنشطة الواجب تنفيذها وتتابعها، ويحتوي الجدول رقم (12-7) البيانات حول التنفيذ و تكاليف التنفيذ في الزمن الطبيعي و في أقصر زمن (زمن الطوارئ).
المطلوب: تحديد جميع الخطط البديلة لتنفيذ المشروع من خلال العلاقة بين التكاليف والزمن اللازمين لتنفيذها.

الأنشطة	أزمنة التنفيذ		تكاليف التنفيذ	
	عادية	طوارئ	عادية	طوارئ
0,1	3	2	300	370
0,2	1	1	50	50
1,2	8	5	320	410
1,3	9	7	900	940
1,4	10	6	160	200
2,3	3	3	150	150
2,5	8	5	120	135
3,4	3	2	300	320
3,5	8	7	200	220
4,5	4	2	100	200

الجدول رقم (7-7)



الشكل رقم (7-18)

الحل : تحديد تكلفة تسريع الأنشطة :

تكلفة التسريع = تكلفة الطوارئ - تكلفة عادية / زمن تنفيذ عادي - زمن تنفيذ طوارئ

الأنشطة	مجال الضغط	تكلفة ضغط يوم واحد
0,1	1	70
0,2	---	---
1,2	3	30
1,3	2	20
1,4	4	10
2,3	---	---
2,5	3	5
3,4	1	20
3,5	1	20
4,5	2	50
الجدول رقم (7-8)		

$$\Delta_{0,1} = \frac{370 - 300}{3 - 2} = 70$$

$$\Delta_{0,2} = \frac{50 - 50}{1 - 1} = \infty \quad \text{لا يمكن ضغطه}$$

نحدد المسار الحرج ، على الشبكة مباشرة كما هو واضح على الشكل (7-19).

المسار الحرج : 0,1,2,3, زمن التنفيذ = 22

وتكلفة التنفيذ = مجموع تكاليف جميع الأنشطة ضمن زمن التنفيذ

الطبيعي ، و تساوي 1520 وحدة نقد .

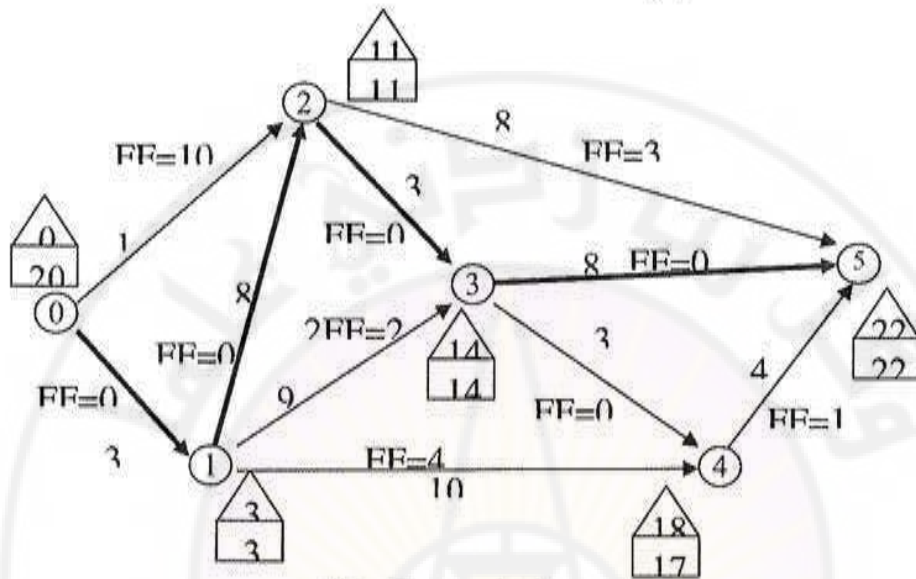
3- الخطة البديلة الأولى: نختار النشاط الذي يحمل المشروع أقل تكلفة تسريع

، وهو النشاط الحرج (3,5)، وتكلفة تسريعه (25)، ومجال ضغطه وحدة

زمن واحدة ؛ وبالتالي نحقق عملية الضغط من دون أية اختبارات ؛ فنحصل

على الشكل رقم (7-20). ب-زمن التنفيذ 21. والمسار الحرج : بقي المسار

الحالي حرجاً أي المسار 0,1,2,3,5 . وظهر مسار حرج جديد هو 0,1,2,3,4,5
التكلفة = $1520 + 25 (1) = 1545$.

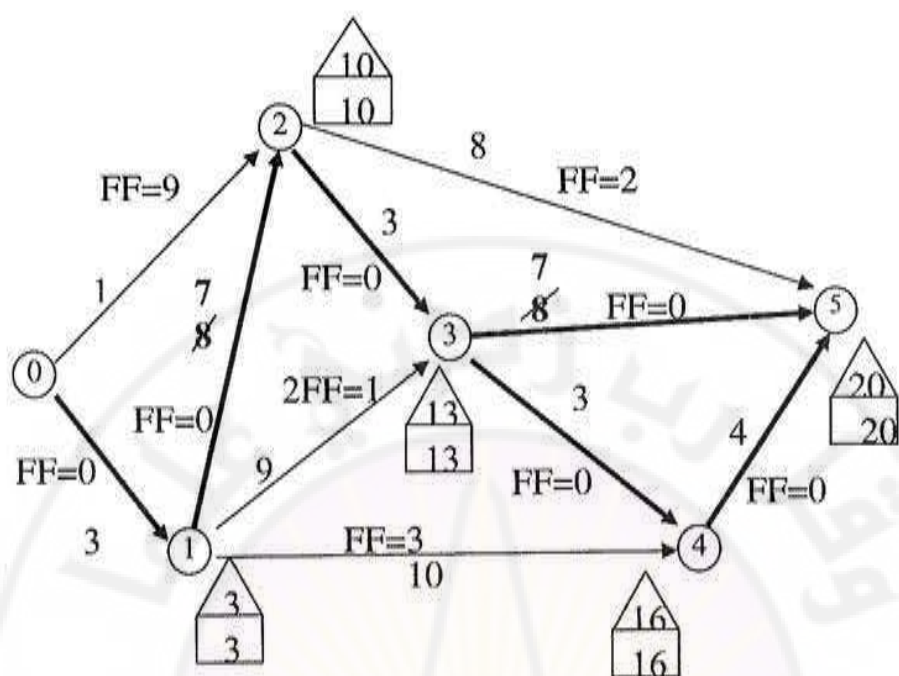


الشكل رقم (7-19)

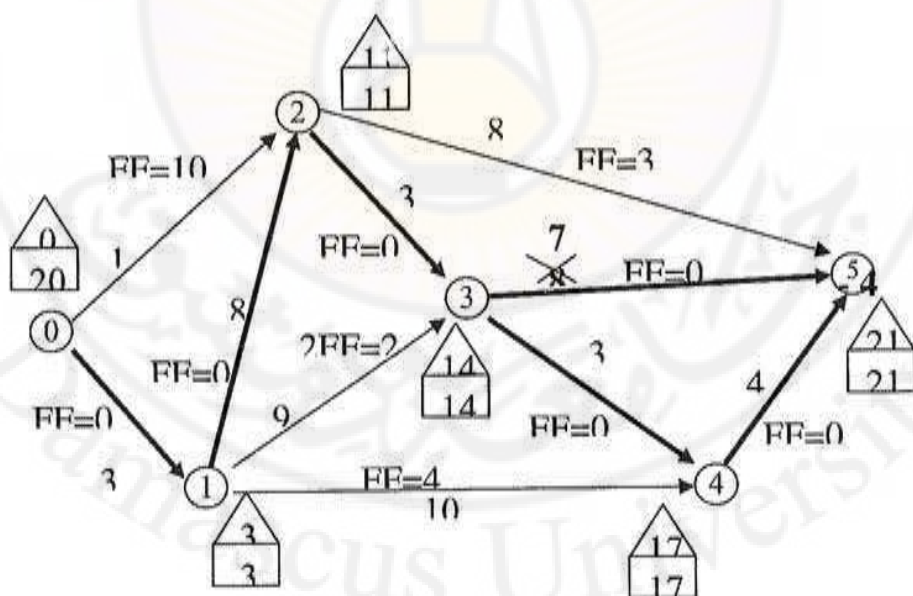
الخطة البديلة الثانية:

أ - نختار نشاطاً مشتركاً على المسارين الحرجين ، أو نشاطاً حرجاً مستقلاً على كل مسار ، و الحكم هو التكلفة الأدنى . نجد أن النشاط الأقل تكلفة تسريع على المسار الحرج الأول ، هو النشاط (1,2) ، وتكلفته (30) وحدة نقد ، و هو يقع على المسار الحرج الثاني أيضاً ، و مجال ضغطه (3) وحدات زمن .
ب - اختبار مجال زمن المرونة الحرة :

نحسب الزمن الاحتياطي الحر للخطة الحالية الواردة على الشكل رقم (3-16) ، ثم نضغط النشاط (1-2) بمقدار وحدة زمن واحدة ، فنحصل على الخطة الواردة على الشكل رقم (4-16) .

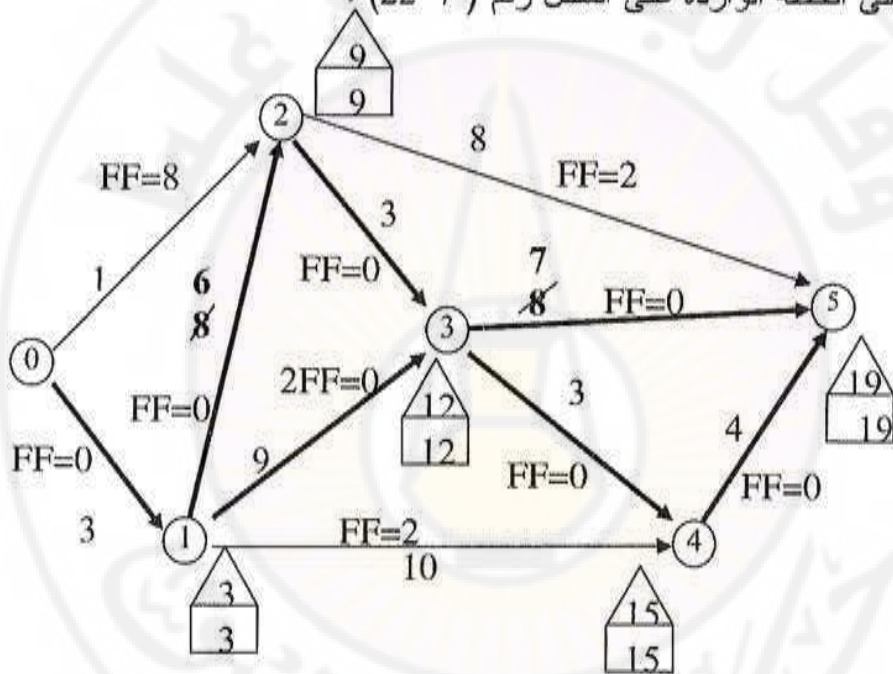


الشكل رقم (7-21)



الشكل رقم (7-20)

نحسب من جديد الزمن الاحتياطي الحر لهذه الخطة و نقارنه مع الزمن الاحتياطي الحر الوارد على الشكل رقم (7-21) نجد أن الزمن الاحتياطي الحر الذي تغير بالنقصان هو (4,2,10) و بالتالي مجال الزمن الاحتياطي الحر هو (2) وحدة نضغط زمن تنفيذ الخطة بمقدار الزمن الاحتياطي الحر، لأنه أقل من مجال الضغط أي نضغط النشاط (1,2) بمقدار وحدتين نحصل على الخطة الواردة على الشكل رقم (7-22) .

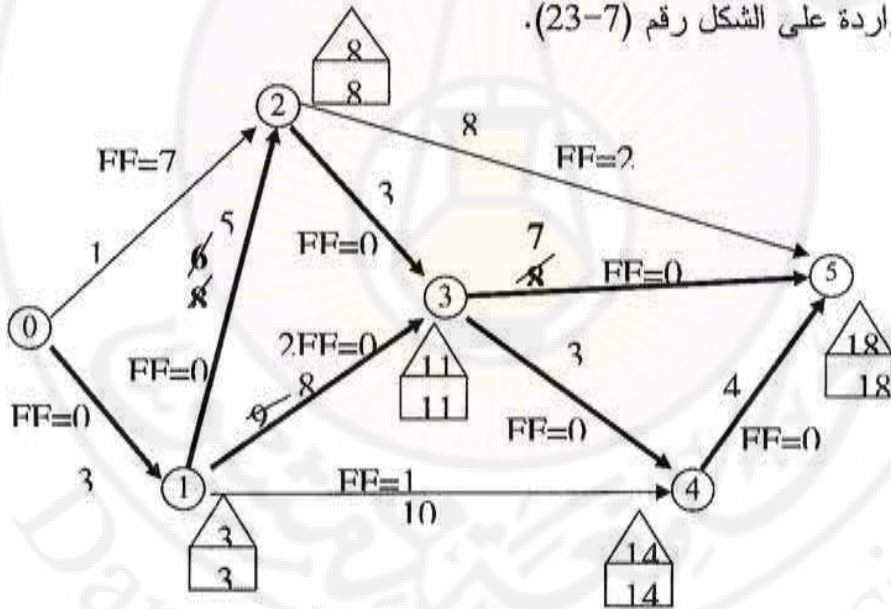


الشكل رقم (7-22)

زمن التنفيذ : 19 المسار الحرج : المساران السابقان بقيا حرجيين، وهما :
 المسار : 0,1,2,3,4,5 و المسار : 0,1,2,3,5
 و ظهر مساران جديدان هما: المسار : 0,1,3,5 والمسار : 0,1,3,4,5
 تكلفة التنفيذ تساوي : $1545 + 2(30) = 1605$

5 - الخطة البديلة الثالثة :

النشاط الأقل تكلفة على المسارين الأول والثاني هو (1,2) وتكلفته (30) وحدة نقد ، وباقي مجال ضغطه (1) وحدة زمن ، وهذا يتطلب اختيار نشاط آخر على المسارين الآخرين ، والنشاط الأقل تكلفة من بين الأنشطة المشتركة بينهما هو النشاط (1,3) أو النشاط (3,4) وبتكلفة قدرها (20) ، وحدة نقد ومجال ضغط كل منهما هو (2) وحدة زمنية ، نختار النشاط (1,3) . لكن النشاط (1,2) مجال ضغطه وحدة زمن واحدة ؛ لذلك نعد مجال الضغط لجميع الأنشطة وحدة زمن واحدة ، وهذا يعني ؛ ليس هناك ضرورة لاختبار مجال الزمن الاحتياطي . نحقق الضغط على المسارين . فنحصل على الخطة الواردة على الشكل رقم (7-23).

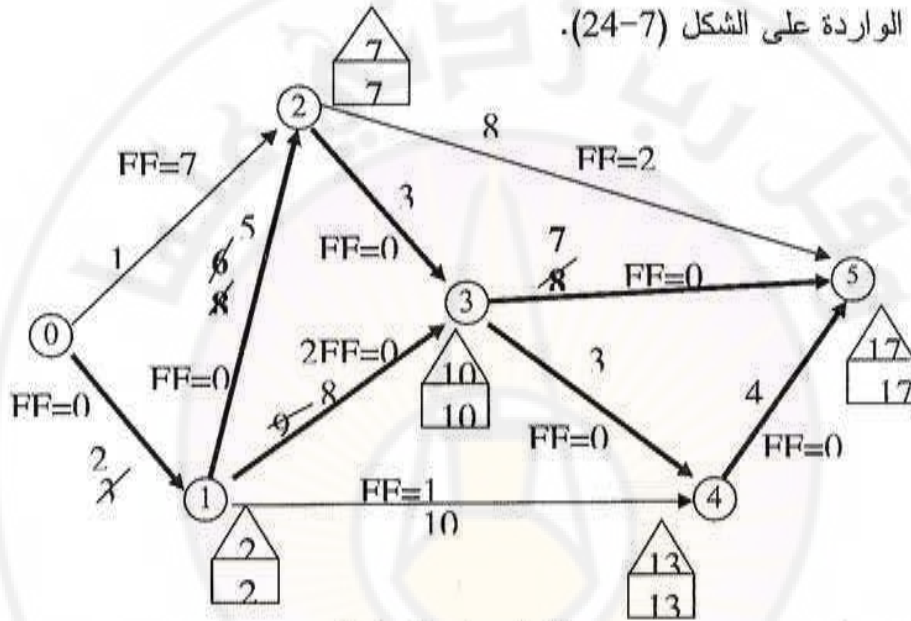


الشكل رقم (7-23)

زمن التنفيذ : 18 وحدة زمنية . المسار الحرج : المسارات الحرجة لم تتغير .

تكلفة التنفيذ تساوي $1605 = (30 + 20) \times 1 + 1655$.

6- الخطة البديلة الرابعة: النشاط الأقل تكلفة بل والوحيد الذي يمكن ضغطه على المسار 0,1,2,3,5 هو النشاط (0,1) , مجال ضغطه (1) وحدة زمن واحدة وتكلفة تسريعه (70) K وهو مشترك على جميع المسارات إذ نقوم بعملية الضغط من دون أية اختبارات ، وبالنتيجة نحصل على الخطة الواردة على الشكل (24-7).



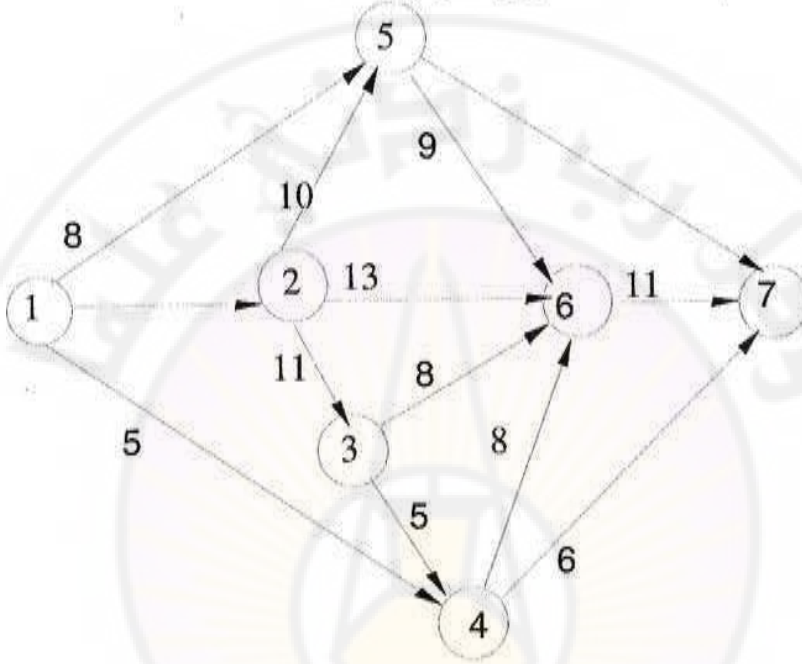
الشكل رقم (24-7)

زمن التنفيذ : 17 المسارات الحرجة : ظهر مسار حرج جديد، وهو المسار : 0,1,2,5 . التكلفة = 1655 + 1(70) = 1725

نلاحظ : على الشبكة الخطة الجديدة تحتوي على مسار حرج تم ضغط جميع أنشطته إلى أقل زمن ممكن ، وبالتالي لا يمكن ضغط زمن تنفيذ المشروع أكثر، ويمكن أن نسمي هذه الخطة بأنها أسرع خطة زمنية لتنفيذ المشروع ؛ بل و يمكن القول: إنها خطة طوارئ .

مسائل الفصل السابع

- المخطط الشبكي على الشكل رقم (7-25) يوضح الأنشطة الواجب القيام بها لتنفيذ المشروع المزمع إنشائه:

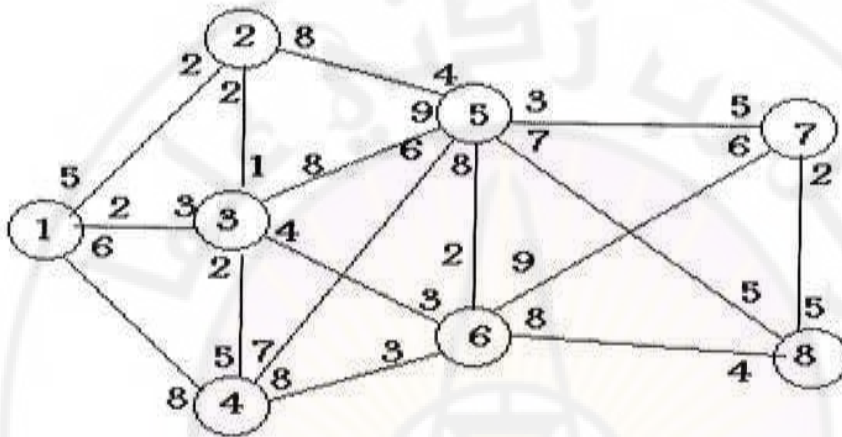


الشكل رقم (7-25)

المطلوب :

- 1- تحديد الزمن المبكر لتنفيذ المشروع .
 - 2- تحديد الزمن المبكر و آخر زمن لبداية كل نشاط، ونهاية.
 2. المخطط الشبكي على الشكل رقم (7-26) يوضح الأنشطة الواجب القيام بها لتنفيذ المشروع.
- المطلوب :

- 1- تحديد المسار الحرج
- 2- تحديد زمن تنفيذ المشروع
- 3- تحديد الزمن المبكر و الزمن الأخير لوقوع كل حدث على الشبكة



الشكل رقم (7-26)

3. حل المسألة التالية :

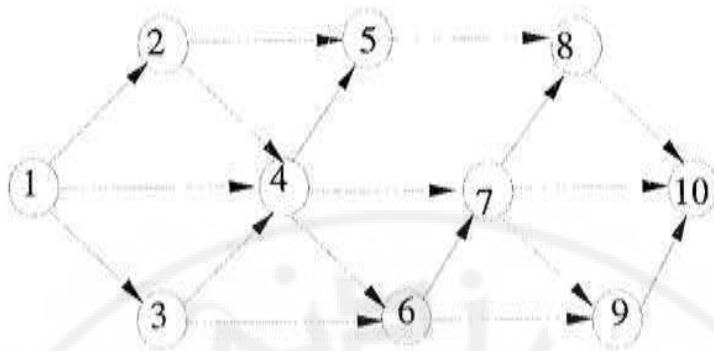
البيانات حول ترتيب تنفيذ مشروع ما معطاة على الشبكة رقم (7-28) وفي الجدول رقم (7-27)، بالإضافة إلى التكاليف والزمن اللازمين لذلك .

المطلوب :

1- حدد أقصر زمن يمكن لتنفيذ هذا المشروع .

2- حدد المسار (المسارات) الحرج

3- حدد تكلفة التنفيذ .

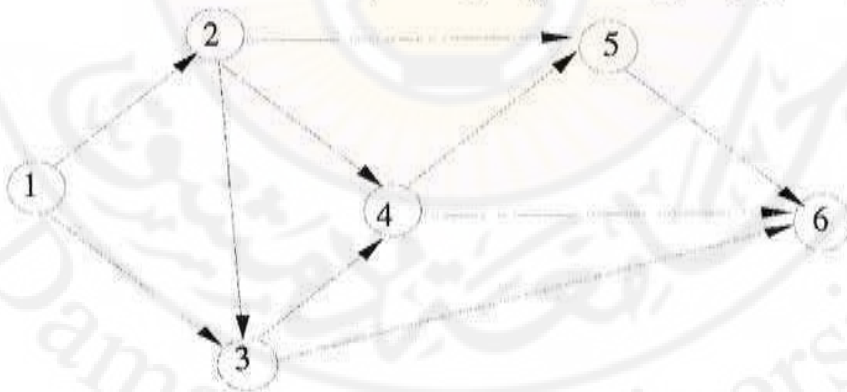


الشكل رقم (7-27)

4. حل المسألة التالية :

البيانات الواردة على الشبكة رقم (7-28) وفي الجدول رقم (3-16) ،
تبين ترتيب تنفيذ مشروع ما ، بالإضافة إلى التكاليف والزمن اللازمين لذلك .
المطلوب :

1- دراسة أزمان المشروع ، ووضع خطة زمنية لتنفيذه خلال / 18 / وحدة
زمن ، على أن تكون التكلفة في حدودها الدنيا .



الشكل رقم (7-27)

النشاط	التنفيد	زمن	التنفيد	تكلفة
	عادية	طوارئ	عادية	طوارئ
1,2	6	3	400	565
1,3	8	8	200	200
1,4	10	7	120	180
2,4	16	14	300	420
2,5	12	7	400	475
3,4	9	5	200	300
3,6	13	13	500	500
4,5	8	4	160	240
4,6	7	3	200	320
4,7	9	7	250	280
5,7	5	3	250	430
5,8	9	7	500	560
6,7	10	6	100	200
6,9	12	8	150	250
7,8	8	4	150	270
7,9	5	3	140	170
7,10	12	10	250	290
8,10	8	8	190	190
9,10	6	4	160	190

الفصل الثامن

نظرية الخدمة العامة صفوف الانتظار





مقدمة:

الانتظار ظاهرة من الظواهر غير المرغوبة في حياتنا، مثل: انتظار الإشارة الضوئية الخضراء للعبور، الدخول في صف الانتظار للحصول على وثيقة رسمية، انتظار أمام صراف آلي للحصول على النقود، الانتظار في مطعم للحصول على وجبة طعام، وغيرها من الحالات التي ينتظر بها العميل (طلب الخدمة) للحصول على الخدمة المطلوبة، وفي هذه الحالات جميعها يكون طالب الخدمة غير راضٍ عن الزمن الذي يمضيه في الصف قبل البدء بتلقي الخدمة، بالإضافة إلى امتناعه عن الزمن الذي يمضيه بتلقي الخدمة عندما يشعر أن مدة تلقي الخدمة أطول من اللازم (الجلوس لفترة طويلة على كرسي المزين أو كرسي طبيب الأسنان)، في هذه الحالات جميعها لا يكفي زيادة عدد مقدمي الخدمة؛ بل يجب أن يفكر الإداريون بسبل تقليل زمن انتظار الخدمة إلى الحدود المقبولة من قبل طالبيها من دون زيادة تكلفة عمل نظام تأدية الخدمة بشكل غير مبرر، بمعنى آخر حتى لا تشكل قنوات تأدية الخدمة صف انتظار للبدء بتقديم الخدمة، أي يجب أن تدرس بدقة تكلفة انتظار طلبات الخدمة (تكلفة الفرصة الضائعة)، بالإضافة لتكلفة نظام تأدية الخدمة (الأصول الثابتة اللازمة لتقديم الخدمة؛ بالإضافة للعاملين على هذه الأصول).

تم تطوير العديد من النماذج التي تساعد المديرين في حل قضايا صفوف الانتظار، وتجدر الإشارة إلى أن دراسة صفوف الانتظار بدأت مع أعمال مهندس الاتصالات الدانمركي إيرلانج (E.K.Erlanng)، حيث بدأ في بداية القرن التاسع عشر بدراسة الضغط على خطوط الهاتف وأوقات الانتظار للتحدث في الهاتف، وتوالت بعد ذلك الدراسات والأبحاث التي أدت إلى تطور صفوف

الانتظار أو نظرية الخدمة العامة وطبقت في مجالات متنوعة من الاتصالات إلى المطارات والموانئ ومحطات القرارات وإلى المصارف والعقد الطرقية، ويمكن القول في مناحي الحياة جميعها.

تقدم دراسة صفوف الانتظار للمديرين بيانات تفيدهم في تقدير تكلفة نظام تأدية الخدمة، التي تشمل تكلفة الجهة مقدمة الخدمة بالإضافة لتكلفة انتظار الطلبات قبل البدء بتلقي الخدمة، ومن أهمها:

1. احتمال عدم وجود أية طلبات في النظام.
 2. متوسط عدد الطلبات في صف الانتظار.
 3. متوسط عدد الطلبات في النظام (الطلبات في الصف والطلبات التي تتلقى الخدمة).
 4. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف.
 5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في النظام (زمن الانتظار بالإضافة لزمن تلقي الخدمة).
 6. احتمال انتظار الطلب للبدء بتلقي الخدمة.
- عناصر أنظمة تقديم الخدمة:

تبنى أنظمة الخدمة العامة لتقديم الخدمات التي يتقدم بالطلب عليها الراغبون بالحصول عليها، حيث ينضم إلى صف الانتظار، ثم يختار مقدم الخدمة وفق قاعدة الدور المتبعة الطلب الذي ستقدم له الخدمة، ويغادر الطلب النظام فور تلقيه للخدمة، وتكرر عملية الاختيار وتقديم الخدمة طالما النظام يعمل ويتوفر طلبات للخدمة في الصف، ويفترض عدم وجود فاصل زمني بين الانتهاء من تقديم الخدمة للطلب معين وبين البدء بتقديم الخدمة للطلب الذي يليه مباشرة، وتتحد كفاءة عمل أنظمة الخدمة العامة من خلال عاملين هما طلبات الخدمة ومقدموها؛

لذلك سنركز على دراسة الفاصل الزمني بين وصول الطلبات، وبالزمن اللازم لتقديمها، لتبسيط دراسة الفترات الزمنية الفاصلة بين وصول طلبات الخدمة وأزمنة تقديمها تدرس على شكل توزيعات احتمالية لأزمنة وصول الطلبات وتوزيعات احتمالية لزمن أداء الخدمة، ويمكن أن يتم توصيل الطلبات منفردة وكذلك تقدم لها الخدمة منفردة (مثل المصارف، خدمة الاتصالات، الخ...)، وقد تصل الطلبات و/أو تقدم لهم الخدمة مجتمعين (مثل المطاعم، المجموعات السياحية...)، وتعرف أنظمة الخدمة من هذا النوع بأنظمة تقديم الخدمة الجماعية (خدمة عدة طلبات دفعة واحدة)، كما تعرف هذه الأنظمة بأنظمة تقديم الخدمة الجماعية على التوازي.

إن سلوك (توزع) تدفق طلبات الخدمة إلى النظام، وسلوك تدفق الطلبات المغادرة للنظام، يعدان العاملان الأكثر أهمية في دراسة أنظمة الخدمة العامة، لكن توجد عوامل أخرى تؤثر على أنظمة تقديم الخدمة، يجب أخذها بالاعتبار (لحظها) لدى دراسة هذه الأنظمة، من هذه أهم هذه العوامل:

1. الأسلوب الذي يتم وفقه اختيار الطلب من الصف للبدء بتلقي الخدمة (قاعدة الدور)، والنظام الأكثر انتشاراً الواصل أولاً يخدم أولاً، لكن تصادف في الحياة العملية قواعد أخرى للدور، مثل الواصل أخيراً يتلقى الخدمة أولاً، وتوجد أنظمة خدمة بترتيب عشوائي، كما توجد أنظمة تقدم الخدمة للطلبات حسب أفضليتها، حيث تقدم الخدمة للطلبات ذات الأفضلية العظمى قبل الطلبات ذات الأفضلية الدنيا، في هذه الحالة تصنف الطلبات الواصلة إلى النظام ضمن فئات لكل فئة منها صف انتظار مستقل، في هذه الحالات قد يتم اختيار الطلبات من الصفوف وفق قواعد مختلفة (غير متشابهة)، حيث تحدد لكل صف قاعدة دور بغض النظر عن درجة الأفضلية.

2. العامل الثاني المؤثر على تحليل عملية تقديم الخدمة هو بنية (هيكل) نظام تقديم الخدمة، وطبيعة (صفات) الخدمة المقدمة، أولاً قد توجد في النظام عدة قنوات لتقديم الخدمة، في هذه الحالات تقدم الخدمة لأكثر من طلب في آن واحد مثل: (بيع بطاقات السفر، المسرح، ...)، في هذه الحالة تقدم القنوات جميعها خدمات متشابهة، ويقال في هذه الحالة تقدم الخدمة على التوازي. من جهة أخرى قد تقدم الخدمة على عدة مراحل وفي قنوات متعددة، والتي يتوجب على كل طلب خدمة المرور بها جميعها حتى تكتمل عمليات تلقي خدمته ويغادر النظام، في هذه الحالات قد تسمح/ وقد لا تسمح أنظمة الخدمة بتشكيل خط انتظار بين مرحلة وأخرى، في الحياة العملية تصادف مراكز تقديم الخدمة التي تقدم بها الخدمة المتوازية والمتتالية، هذا النوع من المراكز يعرف "مراكز تقديم الخدمة شبكية التصميم".

3. العامل الثالث يرتبط بسعة صف الانتظار حيث تقسم أنظمة الخدمة إلى أنظمة محدودة سعة صف الانتظار مثل: (الانتظار في عيادة طبيب أو الانتظار في صالون الحلاقة) وأنظمة غير محدودة السعة مثل: (الانتظار في محطة وقود أو الانتظار للمغادرة في مركز حدودي).

4. العامل الرابع يرتبط بطبيعة مصدر الطلبات، فقد يكون مصدر الطلبات محدوداً (نهائياً)، أو يكون مصدر غير محدود (نظرياً)، مصدر الطلبات المحدود تنخفض قدرته على توليد (إرسال) الطلبات عندما تخفض الطلبات الواصلة إلى النظام من كثافة الطلب على الخدمة، على سبيل المثال في ورشه صيانة في منشأة تحتوي على m آلة هذا يعني أن مصدر الطلب على الخدمة يتألف من m آلة، لكن فور تعطل آلة ودخولها في الصف لتلقي خدمة الصيانة، ينخفض مصدر الطلب إلى $(m-1)$ ، ويستمر الأمر على هذه الحال حتى تنتهي الآلة من

الصيانة؛ لأنها لا يمكن أن تطلب الخدمة مرة ثانية قبل أن تعود للعمل وتتدخل من جديد؛ يجب التمييز بين مصادر الطلب محدودة المصدر المشار إليها سابقاً، ومصادر طلب أخرى مع العلم أنها مشابهة، لكن قدرتها على إصدار طلبات الخدمة لا نهائية، مثل: وجود عدد محدود من مستخدمي الحاسوب لكن كل مستخدم يمكن أن يطلب عدداً لا نهائياً من الخدمات قبل أن تقدم له الخدمات التي سبق أن طلبها.

لدى تصميم أنظمة الخدمة العامة التي يكون الإنسان فيها مقدماً للخدمة و/أو طالبها، يجب الأخذ بالاعتبار تأثير السلوك الإنساني، فقد يسرع مقدم الخدمة (الإنسان) من معدل أداء الخدمة عندما يزداد طول صف الانتظار، وقد ينتقل الإنسان طالب الخدمة من صف لآخر أقل عدداً أو أسرع بمعدل تأدية الخدمة، أملاً بتخفيض زمن انتظاره، وقد يغادر النظام من دون تلقي الخدمة عندما يقدر أن زمن الانتظار طويل، ويمكنه تأجيل الحصول على الخدمة إلى زمن لاحق، بل قد لا يلتحق بالصف أصلاً عندما يقدر أن زمن الانتظار طويل وليس لديه الوقت الكافي أو الجلد للانتظار (لاحظ أن زمن الانتظار الذي يعد طويلاً وغير مبرر لإنسان قد لا يكون كذلك لآخر).

بعد هذا العرض الموجز يمكن استنتاج خواص أي نظام خدمة عامة تتحدد بالعوامل الأساسية التالية:

1. توزيع وصول طلبات الخدمة (فردية أو جماعية).
2. توزيع زمن أداء الخدمة (فردية أو جماعية).
3. تصميم نظام تقديم الخدمة (على التوازي، على التوالي، نظام شبكي)
4. قاعد الدور (الواصل أولاً يخدم أولاً، الواصل أخيراً يخدم أولاً، عشوائي، وفق أولويات).

5. سعة صف الانتظار (محدودة، لا نهائي).
 6. سعة أو حجم مصدر الطلب (محدود ، لانهائي).
 7. السلوك الإنساني (إمكانية الانتقال من صف لآخر، مغادرة النظام دون تلقي الخدمة، عدم الانضمام إلى الصف).
- وقد اقترح كاندال التعريف عن نظام الخدمة العامة من خلال مجموعة مؤلفة من ثلاث رموز على النحو التالي:

A/B/C

وطورت رموز كاندال لتشمل ستة رموز بدلاً من ثلاثة وتصبح على النحو التالي:

حيث: (A/B/C): (D/E/F)

- a- تشير إلى التوزيع المحتمل لوصول الطلبات على الخدمة.
- b- تشير إلى التوزيع المحتمل للأزمنة اللازمة لتقديم الخدمة.
- c- تشير إلى عدد قنوات تقديم الخدمة.
- d- يشير إلى قاعدة الدور المتبعة.
- e- يشير إلى الحد الأعظم (الأكبر) لعدد الطلبات التي يمكن أن تقبل في النظام (عدد الطلبات في الصف، بالإضافة للطلبات التي تتلقى الخدمة).
- f- مصدر الطلب على الخدمة.

وتستخدم الرموز التالية للدلالة على a و b بالتحديد:

M - تدل على أن وصول الطلبات أو مغادرتها لنظام تقديم الخدمة تخضع لتوزيع بواسون (أو ماركوف)، أو تدل على ما يكافئه من التوزيع الأسّي للفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات أو الفترة اللازمة لتقديم الخدمة).

D - تدل على أن الفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات (أو الفترة الزمنية اللازمة لتقديم الخدمة) ثابتة أو محددة.

E_K - تدل على أن الفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات (أو الزمن اللازم لأداء الخدمة) تخضع لتوزيع إبرلانج أو غاما بمعلمة k

GI تدل على توزيع مستقل لأزمنة الوصول (أو للفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات).

G - تدل على توزيع مستقل لأزمنة مغادرة الطلبات (أو للزمن اللازم لتقديم الخدمة).

توزيع طلبات الوصول:

يرتبط زمن الانتظار لتلقي الخدمة بالتوزيع المحتمل لوصول هذه الطلبات إلى النظام، حيث يمكن تقليل زمن الانتظار وتكلفة نظام تأدية الخدمة عندما يكون هذا التوزيع معروفاً بشكل مسبق، ويصعب تحديد زمن الانتظار وتحديد تكلفة النظام عندما يكون التوزيع الاحتمالي لوصول طلبات الخدمة عشوائياً، وبشكل عام يكون توزيع وصول طلبات الخدمة إلى أنظمة تقديمها عشوائياً وبشكل مستقل (إي فردي وليس جماعياً)، ولا يتعذر التنبؤ بوقت وصول هذه الطلبات، لكن الدراسات التي تمت من قبل المعنيون بأنظمة الخدمة أثبتت أن توزيع بواسون الاحتمالي يقدم وصفاً مقبولاً لتوزيع طلبات الوصول، حيث تقدر هذه الدالة (دالة بواسون) وصول الطلبات خلال فترة زمنية محددة على النحو التالي:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, \dots$$

حيث: x - عدد الطلبات القادمة خلال الفترة الزمنية المدروسة (المحدودة)

λ - متوسط عدد الطلبات القادمة لكل فترة زمنية محدود.

$$e = 2.71828 \quad e - \text{العدد النبري}$$

مثال (1-8):

قامت إدارة نادي تسالي بتحليل بيانات وصول طلبات الزبائن وتوصل إلى أن متوسط معدل وصولهم إلى النادي 48 طلب بالساعة.

المطلوب: حساب احتمال 0، 1، 2، 3 زبون بالدقيقة.

الحل:

متوسط عدد الزبائن القادمين بالدقيقة = زبون

$$\lambda = \frac{48}{60} = 0.8$$

تقدر احتمالات الوصول وفق توزيع بواسون الاحتمالي بالعلاقة:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{.8^x e^{-.8}}{x!}$$

$$P(0) = \frac{.8^0 e^{-.8}}{0!} = e^{-.8} = .4493$$

$$P(1) = \frac{.8^1 e^{-.8}}{1!} = .8e^{-.8} = .3595$$

$$P(2) = \frac{.8^2 e^{-.8}}{2!} = \frac{.8^2 e^{-.8}}{2} = .1438$$

$$P(3) = \frac{.8^3 e^{-.8}}{3!} = e^{-.8} = .0255$$

أي احتمال عدم وصول أي زبون في الدقيقة (0.4399)، أما احتمالات وصول زبون واحد، زبونين، ثلاثة زبائن، فهي: (0.0255 ، 0.1438 ، 0.3595)

على الترتيب، أما احتمال وصول أربع زبائن أو أكثر فهو الاحتمال المتمم
للاحتمالات السابقة أي يساوي:

$$1 - (.4493 + .3595 + .1438 + .0255) = .0219$$

توزيع زمن تأدية الخدمة:

يعرف الزمن اللازم لتأدية الخدمة بالزمن الذي يمضيه طالب الخدمة من لحظة
البدء بتلقي الخدمة إلى لحظة مغادرة المركز، نادراً ما تكون أزمدة تأدية الخدمة
في أنظمة تأدية الخدمة ثابتة، بل تتفاوت من طلب لآخر، وقد توصل المعنيون
إلى أن افتراض توزيع أسّي لأزمدة تأدية الخدمة يساعد في تقديم معلومات مفيدة
للمعنيين بأنظمة تقديم الخدمة: لأن هذا الافتراض (افتراض التوزيع الأسّي
لاحتمالات الزمن اللازم لتأدية الخدمة ، يساعد في تقدير احتمال أن يكون زمن
أداء الخدمة أقل أو يساوي الزمن (T)، والذي يعطى بالدالة التالية:

$$P (t \leq T) = 1 - e^{-\mu t}$$

حيث: t - الزمن اللازم لأداء الخدمة.

T - الفترة الزمنية المحددة من المعنيين بنظام تقديم الخدمة.

μ - متوسط معدل أداء الخدمة في وحدة الزمن.

e - العدد النبري $e = 2.71828$

والمثال رقم (2-8) يوضح كيف تحسب احتمالات وصول طلبات الخدمة.

المثال رقم (2-8): قامت إدارة نادي تسالي بتحليل بيانات عدد الطلبات التي
تتلقى الخدمة خلال الساعة الواحدة، وتوصلت إلى أن متوسط عدد هذه الطلبات
هو 72 طلب بالساعة.

المطلوب: حساب احتمال أن يكون زمن تقديم الخدمة هو: 5، 1، 2، 3 دقيقة.

الحل:

وسطي الزمن اللازم لتأدية الخدمة يساوي: دقيقة

$$\mu = \frac{72}{60} = 1.2$$

احتمال أن يكون الزمن اللازم لتأدية الخدمة (t) أقل أو يساوي الزمن المحدد (T)، بحسب بمساعدة دالة الاحتمالات الأسية:

$$P(t \leq T) = 1 - e^{-1.2 T}$$

$$P(t \leq .5) = 1 - e^{-1.2 (.5)} = .4512$$

$$P(t \leq 1) = 1 - e^{-1.2 (1)} = .6988$$

$$P(t \leq 1.5) = 1 - e^{-1.2 (1.5)} = .8347$$

$$P(t \leq 2) = 1 - e^{-1.2 (2)} = .9093$$

أنظمة الخدمة عندما يوجد تدفق للطلبات الواصلة للنظام وتدفق للطلبات المغادرة:

نظام خدمة عام من النوع (G D/∞ / ∞) : (M/M/1):

يتصف هذا النظام بوجود قناة واحدة لتقديم الخدمة، وسعة مصدر الطلب لانتهائية وكذلك سعة صف الانتظار، تصل الطلبات إلى النظام حسب توزيع بواسون، هذا النظام يقوم على الافتراضات التالية:

1. تصل الطلبات حسب توزيع بواسون.
2. الزمن اللازم لتقديم الخدمة يتبع التوزيع أسي.
3. توجد في النظام قناة واحدة لتقديم الخدمة.
4. قاعدة الدور الواصل أولاً يخدم أولاً.
5. سعة صف الانتظار لانتهائية .

6. مصدر الطلبات لانتهائي.

متوسط عدد الطلبات الواصلة في وحدة الزمن λ

متوسط الزمن اللازم لتقديم الخدمة μ

ويمكن إيجاد خصائص تشغيل هذا النظام بالعلاقات التالية:

1. احتمال أن يكون النظام مشغولاً: $P_s = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$

2. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، أي احتمال أن يكون النظام غير

مشغول: $P_0 = 1 - \rho$ أو $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

3. متوسط عدد الطلبات في النظام: $L = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)}$

4. متوسط عدد الطلبات في الصف: $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = L_s - \rho$

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في النظام في الصف:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

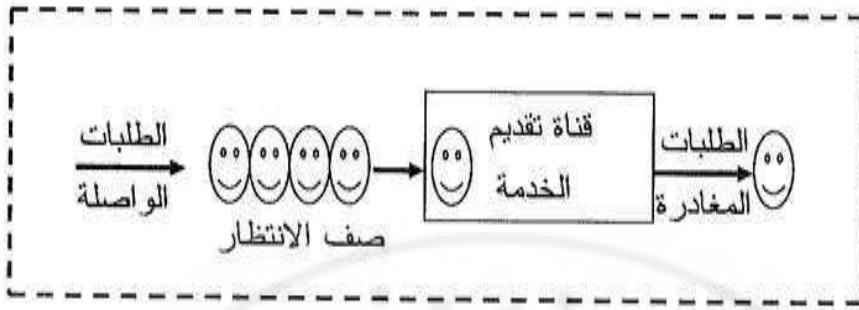
6. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

7. احتمال وجود أي n طلب في النظام:

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$$

الشكل رقم (1-6) يوضح أنظمة تأدية الخدمة وحيدة القناة التي تقدم الخدمة على مرحلة واحدة، والمثال رقم (3-8) يوضح كيف تحسب احتمالات وصول طلبات الخدمة.



الشكل رقم (1-8)

ملحوظة: إن نسبة معدل وصول الطلبات (λ) إلى معدل أداء الخدمة (μ)

(أي $\frac{\lambda}{\mu}$) لها دلالة غاية بالأهمية، فهي تمثل نسبة تشغيل النظام من جهة، ومن جهة أخرى تساوي لاحتمال انتظار أي طلب يصل على النظام، والدلالة الأهم إنه ليتمكن النظام من العمل يجب أن تكون قيمتها أصغر من الواحد، وكلما اقتربت من الواحد ازداد طول صف الانتظار، أما إن زادت على الواحد فإن صف الانتظار يزداد إلى اللانهاية، لذلك قبل القيام بأي عمل يجب حساب هذه النسبة والتأكد من أنها أقل من الواحد.

نوضح إيجاد خوص نظام خدمة وحيد القناة بمساعدة المثال رقم (3-8).

المثال رقم (3-8):

يقدر مطعم العافية وسطي عدد الطلبات (الزبائن) الواصلين إلى المطعم في الساعة بـ (84) طلباً، ويقدر معدل أداء الخدمة لديه بـ (120) زبوناً في الساعة.

المطلوب: إيجاد خصائص تشغيل هذا المطعم.

الحل:

$$\lambda = \frac{84}{60} = 1.4$$

معدل عدد الطلبات الواصلة في الدقيقة:

$$\mu = \frac{120}{60} = 2 \quad \text{متوسط الزمن لتقديم الخدم:}$$

1. احتمال أن يكون النظام مشغولاً (احتمال انتظار أي طلب يصل إلى

$$P_s = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1.4}{2} = .7 \quad \text{النظام:}$$

2. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، غير مشغول:

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - .7 = .3$$

3. متوسط عدد الطلبات في الصف:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{(1.4)^2}{2(2 - 1.4)} = 1.633$$

4. متوسط عدد الطلبات في النظام:

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = 1.633 + \frac{1.4}{2} = 2.333$$

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في النظام:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{2.333}{1.4} = 1.666$$

6. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{1.663}{1.4} = 1.166$$

7. احتمال وجود n طلب في النظام:

8.

عدد الطلبات	الاحتمال
1	$P_1 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 P_0 = (.7)^1 (.3) = .21$
2	$P_2 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 P_0 = (.7)^2 (.3) = .147$
3	$P_3 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 P_0 = (.7)^3 (.3) = .1029$
4	$P_4 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^4 P_0 = (.7)^4 (.3) = .07203$
5	$P_5 = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^5 P_0 = (.7)^5 (.3) = .050421$
6 أو أكثر	.117649

الجدول رقم (2-8)

يبين الجدول أن احتمال وجود ست طلبات في النظام أو أكثر هو (.1177). وهذا احتمال كبير؛ لأن وجود هذا العدد يدل على عدم كفاية النظام، كما أن احتمال انتظار أي طلب يصل إلى النظام هو (.7)، وهذا قد يؤثر سلباً على عمل النظام (قد يفقد بعض الزبائن)، هذا يشكل حافزاً للإدارة المعنية بتحسين عمل نظام الخدمة لتخفيض هذا الاحتمال.

تحسين عمل نظام تأدية الخدمة من النوع $(M/M/1) : (G D/\infty / \infty)$ يتم التحسين عادة عن طريق زيادة معدل أداء الخدمة، وهذا يتطلب إدخال قناة جديدة أو أكثر في الخدمة (انظر الفقرة التالية) أو يتطلب إدخال بات جديدة أو

إعادة تصميم النظام بهدف تسريع وتيرة العمل وزيادة معدل أداء الخدمة للقناة الحالية، انظر المثال رقم (4-8).

المثال رقم (4-8):

بفرض أن إعادة تصميم نظام تأدية الخدمة في مطعم العافية الوارد في المثال رقم (3) أدت إلى زيادة معدل أداء الخدمة إلى (150) زبوناً في الساعة بدلاً من (120) زبوناً.

المطلوب: تحديد خصائص تشغيل هذا المطعم.
الحل:

معدل عدد الطلبات الواصلة في الدقيقة: طلب $\lambda = \frac{84}{60} = 1.4$

متوسط الزمن اللازم لتقديم الخدمة دقيقة

$$\mu = \frac{150}{60} = 2.5$$

1. احتمال أن يكون النظام مشغولاً (احتمال انتظار أي طلب يصل إلى

$$P_s = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1.4}{2.5} = .56 = \rho \quad \text{النظام):}$$

2. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، غير مشغول:

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - .56 = .44$$

3. متوسط عدد الطلبات في الصف:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{(1.4)^2}{2.5(2.5 - 1.4)} = .713 \quad \text{طلب}$$

4. متوسط عدد الطلبات في النظام:

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = .713 + \frac{1.4}{2.5} = 1.273$$

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في النظام:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1.273}{1.4} = .909$$

6. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{.713}{1.4} = .509$$

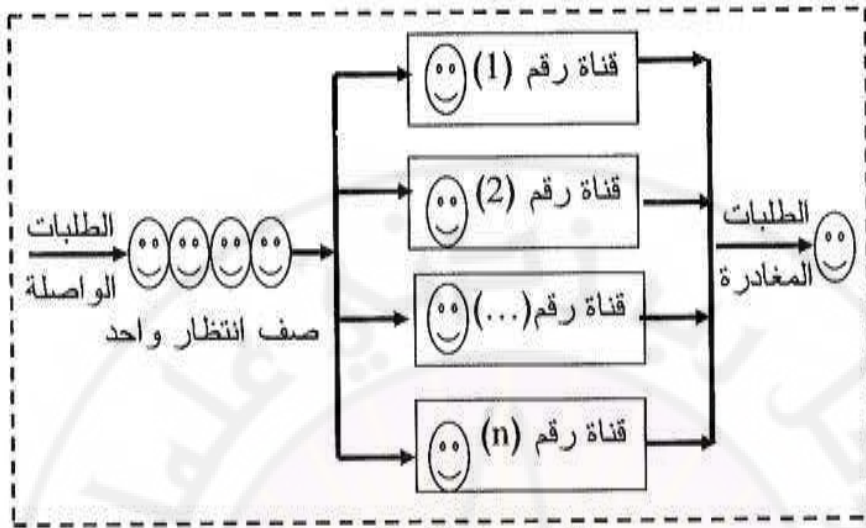
احتمال وجود n طلب في النظام:

عدد الطلبات	الاحتمال	عدد الطلبات	الاحتمال
1	$P_1 = .246$	4	$P_4 = .043$
2	$P_2 = .138$	5	$P_5 = .024$
3	$P_3 = .077$	6 أو أكثر	.032

الجدول رقم (2-8)

نظام خدمة عام من النوع: (G D / ∞ / ∞) : (M / M / S) :

يتصف هذا النظام بوجود قناتين (أو أكثر) لتقديم الخدمة، ومن المفترض أن تكون جميع هذه القنوات متشابهة من حيث نوع الخدمة ومعدلها، ويوجد صف انتظار واحد لجميع الطلبات الواصلة، وعندما تنتهي أية قناة من خدمة الطلب الذي يتلقى الخدمة لديها تختار الأول في الصف وتبدأ بخدمته، مثلاً مطعم العافية يمكن أن يوسع أعماله ويفتح خطاً آخر لتقديم الخدمة، الشكل رقم (2-8) يوضح أنظمة تأدية الخدمة متعددة القنوات التي تقدم الخدمة على مرحلة واحدة، والمثال رقم (5-8) يوضح كيف تحسب احتمالات وصول طلبات الخدمة.



الشكل رقم (8-2)

أنظمة الخدمة من هذا النوع تقوم على الافتراضات التالية:

1. تصل الطلبات حسب توزيع بواسون.
2. الزمن اللازم لتقديم الخدمة يتبع التوزيع أسي.
3. توجد في النظام قناتان (أو أكثر) لتقديم الخدمة.
4. قاعدة الدور الواصل أولاً يخدم أولاً.
5. سعة صف الانتظار لانتهائية .
6. مصدر الطلبات لانتهائي.

وباستخدام الرموز المستخدمة سابقاً، أي الرموز:

λ - متوسط معدل وصول الطلبات في وحدة الزمن.

μ - متوسط معدل أداء الخدمة في وحدة الزمن.

K - عدد قنوات تأدية الخدمة.

يمكن إيجاد خصائص تشغيل هذا النظام بالعلاقات التالية:

1. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، أي احتمال أن يكون النظام غير مشغول:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{k!} \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right)}$$

2. متوسط عدد الطلبات في الصف:

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \lambda \mu}{(k-1)(k\mu - \lambda)^2} P_0 \quad \text{طلب}$$

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad \text{طلب} \quad \text{3. متوسط عدد الطلبات في النظام:}$$

4. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad \text{وحدة زمن}$$

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:

$$W_s = L_q + \frac{1}{\mu}$$

6. احتمال انتظار أي طلب يصل إلى النظام:

$$P_w = \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left(\frac{k\mu}{k\mu - \lambda}\right) P_0$$

7. احتمال وجود أي n طلب في النظام:

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} P_0 \quad \text{من أجل } n \leq k$$

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n}{k! k^{(n-k)}} P_0 \quad \text{من أجل } n \leq k$$

ملحوظة: إن نسبة معدل وصول الطلبات (λ) إلى معدل أداء الخدمة ($K\mu$)، وكما في أنظمة تقديم الخدمة وحيدة القناة، ليتمكن النظام من العمل يجب أن تكون $K\mu > \lambda$ وكلما زادت قيمة $K\mu$ على قيمة (λ) كان النظام أكثر كفاءة، ويمكن أن توجد خصائص النظام، أما عندما تكون $K\mu \leq \lambda$ فإن طول صف الانتظار يزداد إلى اللانهاية.

عادة تقدم جداول خاصة تبين قيمة P_0 لقيم مختارة من $\frac{\lambda}{\mu}$ ومن k (انظر

الجدول رقم (3-8)

عدد القنوات k				$\frac{\lambda}{\mu}$
5	4	3	2	

نوضح إيجاد خواص نظام خدمة متعدد القنوات بمساعدة المثال رقم (5-8).
المثال رقم (5-8):

نعود إلى مطعم العافية الوارد في المثل (3-8) بفرض أن المطعم أدخل قناة خدمة ثانية مشابهة للقناة الأولى، ليصبح لديه قناتا خدمة، تخدم كل منهما 120 طلباً في الساعة، وبقي معدل الوصل 84 طلباً في الساعة، حيث يلتحق طلب الواصل إلى النظام بأي قناة غير مشغولة لتلقى الخدمة، أما إذا كانت القناتان مشغولتين، يلتحق الطلب الواصل إلى النظام بصف الانتظار، ثم يلتحق بالقناة التي تنتهي من الخدمة أولاً.

المطلوب: إيجاد خصائص تشغيل هذا المطعم.

الحل:

$$\lambda = \frac{84}{60} = 1.4 \quad \text{متوسط معدل وصول الطلبات في الدقيقة.}$$

$$\mu = \frac{120}{60} = 2 \quad \text{متوسط معدل أداء الخدمة وحدة في الدقيقة}$$

$$K = 2 \quad \text{عدد قنوات تأدية الخدمة.}$$

1. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، أي احتمال أن يكون النظام غير

$$P_0 = 0.481 \quad \text{مشغول:}$$

$$L_q = .0976 \quad \text{2. متوسط عدد الطلبات في الصف:}$$

$$L = .0976 + .7 = .7976 \quad \text{3. متوسط عدد الطلبات في النظام:}$$

$$W_q = .0697 \quad \text{4. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في الصف:}$$

$$W_s = .0697 + .5 = .5697 \quad \text{5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في النظام:}$$

$$P_w = .1813 \quad \text{6. احتمال انتظار أي طلب يصل إلى النظام:}$$

7. احتمال وجود أي n طلب في النظام تحسب وفق إحدى العلاقتين التاليتين

(انظر الجدول رقم):

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} P_0 \quad \text{من أجل } n \leq 2$$

$$P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{k! k^{(n-k)}} P_0 \quad \text{من أجل } n > 2$$

احتمال وجود n طلب في النظام:

عدد الطلبات	الاحتمال	عدد الطلبات	الاحتمال
1	$P_1 = .3367$	4	$P_4 = .0144$
2	$P_2 = .1178$	5	$P_5 = .005$
3	$P_3 = .0412$	6 أو أكثر	$P_{n \geq 6} = .0039$

الجدول رقم (3-8)

تحليل تكلفة صفوف الانتظار:

تشمل تكلفة أنظمة الخدمة العامة نوعين من التكلفة:

النوع الأول: يرتبط بتكلفة تشغيل النظام، ويمكن تحديد هذه التكلفة بسهولة وبدقة، لأن هذا مرتبط بتكلفة الأصول اللازمة لتقديم الخدمة وبتكلفة القائمين (العاملين) على هذه الأصول.

النوع الثاني: يرتبط بتكلفة الانتظار (قيمة زمن الانتظار)، وهذه التكلفة يصعب تحديدها بدقة لذلك تقدر، مثلاً: يتعذر تحديد تكلفة انتظار طلبات الخدمة (الزبائن في مصرف، الزبائن مركز بيع الوجبات السريعة، سيارات في محطة وقود)، لكن يمكن تقديرها عن طريق تقدير عدد الزبائن الذين سيتحولون إلى مركز

خدمة آخر، وبالتالي انخفاض رقم الأعمال (نقص في حجم الخدمات المباعة) وهذا يعني فقدان بعض الأرباح الممكن تحقيقها (تكلفة الفرصة الضائعة).
أي تكلفة أنظمة الخدمة العامة تساوي لمجموع تكاليف تشغيل النظام وتكاليف الطلبات في صف الانتظار، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$CT = C_r L + C_s K \quad \text{حيث:}$$

C_r - تكلفة الانتظار لطلب خدمة الواحد خلال وحدة الزمن المعتمدة.

L - متوسط عدد الطلبات في النظام.

C_s - تكلفة تشغيل قناة الخدمة وحدة زمنية واحدة.

K - عدد قنوات الخدمة.

CT - تكلفة النظام خلال وحدة الزمن.

مثال رقم (6-8):

بالعودة إلى مثال مطعم العافية، ونفترض أن إدارة المطعم تقدر تكلفة انتظار الزبون في الساعة تساوي (300 ل.س)، وتكلفة تشغيل قناة الخدمة العادية تساوي (200 ل.س) في الساعة، في حين تكلفة القناة بعد إعادة هيكلتها تساوي (300 ل.س).

المطلوب:

1. حساب تكلفة نظام الخدمة في المطعم قبل إعادة الهيكلة.
2. حساب تكلفة نظام الخدمة في المطعم بعد إعادة الهيكلة.
3. حساب تكلفة نظام الخدمة في المطعم في حال تشغيل قناة خدمة ثانية.

الحل:

1. تكلفة نظام الخدمة في المطعم قبل إعادة الهيكلة:

$$CT_1 = 2.333 (300) + 1(200) \\ = 699.9 + 200 \approx 900 \text{ ل.س.}$$

2. تكلفة نظام الخدمة في المطعم بعد إعادة الهيكلة:

$$CT_2 = 1.273 (300) + 1(300) \\ = 381.9 + 300 \approx 682 \text{ ل.س.}$$

3. تكلفة نظام الخدمة في المطعم بقناتي خدمة:

$$CT_3 = .7976 (300) + 2(200) \\ = 239.22 + 400 \approx 639 \text{ ل.س.}$$

ننصح الإدارة بتشغيل قناتي خدمة؛ لأن هذا يحمل المطعم أدنى تكلفة تشغيل.

نظام خدمة عام من النوع: $(M/G/1) : (\infty / \infty / \infty)$

يتصف هذا النظام بوجود قناة واحدة لتقديم الخدمة، وسعة مصدر الطلب لانتهائية وكذلك سعة صف الانتظار، تصل الطلبات إلى النظام حسب توزيع بواسون، وتوزيع الزمن اللازم لأداء الخدمة تخضع التوزيع العام G هذا النظام يقوم على الافتراضات التالية:

1. تصل الطلبات حسب توزيع بواسون.
2. الزمن اللازم لتقديم الخدمة يتبع العام G .
3. توجد في النظام قناة واحدة لتقديم الخدمة.
4. قاعدة الدور الواصل أولاً يخدم أولاً.
5. سعة صف الانتظار لانتهائية.
6. مصدر الطلبات لانتهائي.

متوسط معدل وصول الطلبات λ

متوسط معدل مغادرة الطلبات (معدل أداء الخدمة) μ

ويمكن إيجاد خصائص تشغيل هذا النظام وفق العلاقات التالية:

1. احتمال أن يكون النظام مشغولاً (احتمال انتظار أي طلب يصل إلى النظام):

$$P_s = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$$

2. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، أي احتمال أن يكون النظام غير

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \rho$$

مشغول:

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$$

3. متوسط عدد الطلبات في الصف:

$$L = L_q + \rho$$

4. متوسط عدد الطلبات في النظام:

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في صف الانتظار:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

6. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في نظام الخدمة:

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

نوضح إيجاد خواص نظام خدمة وحيد القناة بمساعدة المثال رقم (6-8).

المثال رقم (6-8)

محطة وقود على طريق عام، تشغل حالياً مضخة (قناة خدمة) وحيدة، وتقدر متوسط عدد السيارات الواصلة إلى المحطة (طلبات الخدمة) في الساعة بـ (24 سيارة)، الدراسة التحليلية عمل المحطة أثبت أن الزمن اللازم لخدمة كل سيارة هو 3 دقائق، بانحراف معياري قدره $\sigma = 1.1$.
المطلوب: إيجاد خصائص تشغيل هذا المحطة.

متوسط معدل وصول الطلبات: $\lambda = \frac{30}{60} = .5$ طلب

متوسط معدل مغادرة الطلبات (معدل أداء الخدمة): طلب

$$\mu \frac{60}{60} = 1$$

ويمكن إيجاد خصائص تشغيل هذا النظام وفق العلاقات التالية:

1. احتمال أن يكون النظام مشغول (احتمال انتظار أي طلب يصل إلى النظام):

$$P_s = \frac{.5}{1} = .5 = \rho$$

2. احتمال عدم وجود أي طلبات في النظام، أي احتمال أن يكون النظام غير

$$P_0 = 1 - .5 = .5$$
 مشغول:

3. متوسط عدد الطلبات (السيارات) في الصف:

$$L_q = \frac{(.5)^2 (1.1)^2 + (.5)^2}{2(1 - .5)} = .5525$$
 طلب

4. متوسط عدد الطلبات (السيارات) في النظام:

$$L = .5525 + .5 = 1.0525$$
 طلب

5. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في صف الانتظار:

$$W_q = \frac{.5525}{.5} = 1.105$$
 وحدة زمن

6. متوسط الزمن الذي يمضيه الطلب في نظام الخدمة:

$$W_s = 1.105 + \frac{1}{1} = 2.015$$
 وحدة زمن

مسائل الفصل الثامن

1. حل المسألة التالية:

افتتحت إدارة خدمة الزبائن مركزاً لتقديم خدمة تنظيف السجاد المنزلي، مؤلف من خط واحد، والوقت اللازم لأداء الخدمة يخضع للتوزيع الأسّي بعدل وسطي للخدمة 18 طلباً (سجادة) في الساعة، ونتوقع أن تصل الطلبات إلى المركز وفق توزيع بواسون وبمتوسط معدل 12 سجادة في الساعة، المطلوب:

A. ما عدد الطلبات المتوقع وصوله خلال 10 دقائق.

B. الزمن المتوقع للطلب في النظام.

C. زمن انتظار الطلب (السجادة).

D. عدد الطلبات في النظام.

E. عدد الطلبات في الصف.

2. تصل الحافلات إلى استراحة حي الله وفق توزيع بواسون وبمعدل 10

حافلات في الساعة، وتقدم الاستراحة خدمة الصيانة السريعة للحافلات

في خط واحد (ورشة واحدة)، ومتوسط معدل أداء الخدمة 12 حافلة

في الساعة. المطلوب:

A. ما احتمال أن يكون النظام غير مشغول (عدم وجود أية حافلة).

B. ما عدد الحافلات في المحطة؟

C. ما عدد الحافلات التي تنتظر البدء بتلقي الخدمة؟

D. ما الزمن اللازم لتلقي الحافلة لخدمة الصيانة السريعة؟

E. هل نظام الخدمة السريعة مجدي إذا كان وسطي الزمن اللازم

للتناول الوجبة السريعة للمسافرين هو 10 دقائق؟

3. تصل طلبات الحجز إلى كوة حجز تذاكر السفر في شركة هوب هوب للسفر الآمن بمعدل 15 طلباً في الساعة وفق توزيع بواسون، في حين يبلغ وسطي معدل الخدمة لعامل الكوة 20 طلباً، زمن خدمتها موزعة وفق التوزيع الأسّي.
المطلوب:

- A. ما احتمال أن يكون النظام غير مشغول (عدم وجود أية زبون)؟
- B. ما عدد الزبائن في النظام؟
- C. ما عدد الزبائن في صف الانتظار؟
- D. ما الزمن اللازم لتلقي للحصول على بطاقة سفر؟
- E. هل نظام الخدمة مجدي إذا علمت أن الإدارة تهدف لتخفيض زمن الحصول على الخدمة إلى 3 دقائق؟

4. هادي حلاق ويعمل في صالون حلاقة الذي يملكه، يصل الزبائن إلى الصالون وفق توزيع بواسون بمعدل 3 زبائن في الساعة، ويمكن للسيد هادي خدمة 4 زبائن في الساعة.
المطلوب:

- A. ما احتمال أن يكون النظام غير مشغول (عدم وجود أي زبون).
- B. ما عدد الزبائن في النظام؟
- C. ما عدد الزبائن في صف الانتظار؟
- D. ما الزمن اللازم لتلقي للزبون لتلقي الخدمة؟
- E. هل نظام الخدمة مجدي؟
- F. هل تتصح السيد هادي بفتح خط جديد (تشغيل عامل يقدم الخدمة بمعدل 4 زبائن في الساعة) إذا علمت أن أجر العامل اليومي

500 ل.س، ويتقاضى السيد هادي من كل زبون 125 ل.س

سورية ويعمل الصالون بمعدل ثماني ساعات يومياً؟

5. مصبغة تقدم خدمة الغسيل والكي، يعمل في المصبغة خيطان للغسيل والكي بمعدل وسطي 200 قطعة في الساعة لكل خط أزمدة خدمتها موزعة حسب التوزيع الآسي، ويصل إلى المصبغة طلبات الخدمة بمعدل 300 قطعة في الساعة موزعة حسب بواسون.

1. ما احتمال أن يكون النظام غير مشغول (عدم وجود أي زبون)؟

2. ما عدد الطلبات (قطع الغسيل) في النظام؟

3. ما الزمن لخدمة قطعة الغسيل الواصلة إلى النظام؟

الفصل التاسع
المحاكاة





المقدمة

يُعْتَمَد أسلوب المحاكاة في حل القضايا المعقدة التي لا يمكن اختبارها عن طريق بناء نموذج نظري مشابه، أي إيجاد نسخة نظرية مشابهة للنظام تستنتج منه مخرجات (مقاييس) تصف النظام الأصلي مثل متوسط انتظار الطلب (العميل)، متوسط عدد الطلبات في النظام.

وتعد المحاكاة تجربة إحصائية مخرجاتها "مشاهدات" عرضة لأخطاء التجارب الإحصائية، وهذا يتطلب إخضاع هذه المخرجات لجميع اختبارات التحليل الإحصائي، ويمكن إجراء تجارب المحاكاة على الحاسوب، وذلك عن طريق صياغة التأثير المتبادل لمكونات النظام على شكل علاقات رياضية، لكن هذا قد يتطلب الكثير من الوقت والجهد غير المبررين.

يطبق أسلوب المحاكاة في العديد من القضايا النظرية والعملية، مثل قضايا جدولة الأعمال، قضايا التخزين، قضايا أنظمة الخدمة العامة (صفوف الانتظار) وغيرها.

أنواع المحاكاة:

تصاغ نماذج المحاكاة على شكل دالة زمنية تصف سلوك النظام المدروس، لكن الزمن متغير مستمر، ويمكن عده في بعض الأنظمة متغيراً متقطعاً (غير مستمر)، لذلك طور المفكرون نوعين رئيسيين من المحاكاة:

النوع الأول: يعرف بالمحاكاة المستمرة:

وتعتمد في دراسة الأنظمة المستمرة، مثل تدفق السوائل (مياه، نفط) في الأنابيب، نمو الكائنات الحية، حركة الكواكب، الإنتاج في الأنظمة المؤتمتة وغيرها.

النوع الثاني: يعرف بالمحاكاة غير المستمرة:

(المتقطعة) وتعتمد في دراسة الأنظمة غير المستمرة، مثل أنظمة الخدمة العامة حيث يتغير النظام على شكل قفزات عندما يصل الطلب إلى النظام ويبدأ بتلقي الخدمة أو يلتحق بصف الانتظار، كما يتغير النظام عند اختيار الطلب والبدء بخدمته، ويتغير النظام أيضاً عندما يغادر الطلب النظام بعد تلقي الخدمة. تهدف عملية المحاكاة إلى الحصول على (تجميع) بيانات من النظام النظري تشابه (تقريباً) البيانات التي يمكن الحصول عليها من النظام الأصلي، والتي تصف نتائج تحليلها حالة النظام الأصلي بدرجة تقريب مقبولة، وتعد طريقة جمع هذه البيانات العامل الأساسي الذي يحدد طبيعة نظام المحاكاة (مستمر أم غير مستمر)، حيث يتغير النظام في المحاكاة غير المستمرة فور وقوع حادث (في أنظمة الخدمة العامة: انضمام طلب إلى الصف، البدء بتقديم الخدمة، مغادرة طلب للنظام بعد تلقيه الخدمة)، وبالتالي يجب معرفة أثر هذه الحوادث على النظام لحظة وقوعها (أي كيف أصبح النظام بعد وقوع الحادث)، لأنها تغير حالة النظام، وحيث لا يمكن أن يغير النظام إلا في هذه الحالات فلا نهتم بمراقبة النظام في أية أوقات أخرى.

أما في أنظمة المحاكاة المستمرة، فتجمع البيانات بشكل مستمر، أي أن حالة النظام تتغير بشكل مستمر (لا يمكن تحديد زمن التغير؛ لأن هذا التغيير يتم على نحو متناه في الصغر)، مثل عملية التصحر، نمو طفل، نمو عدد السكان، لذلك يتوجب مراقبة هذه الأنظمة بشكل مستمر على محور الزمن. سنتعرف في المباحث اللاحقة على مداخل صياغة نماذج المحاكاة غير المستمرة فقط، وهي: مدخل جدولة الحدث، مدخل فحص النشاط، مدخل العمليات، وتبنى

هذه المداخل على جمع البيانات عن وقوع الحوادث الرئيسية وتحليلها، ويعد مدخل العمليات أكثر المداخل استخداماً، سنتعرف إلى هذه المداخل في المباحث التالية.

1. مدخل جدولة الحدث:

بفرض أن نظام الخدمة العامة مؤلف من قناة تأدية خدمة وحيدة، طلب الخدمة الواصل إلى النظام يبدأ بتلقي الخدمة إن لم تكن قناة تأديتها مشغولة، وبلتحق في صف الانتظار في الحالة المعاكسة، وعندما تنهي القناة من خدمة الطلب الذي يتلقى الخدمة، تختار طلب من الصف وفق قاعدة الدور المتبعة، وإن لم تجد طلباً في الصف تنتظر (القناة) وصول طلب جديد.

تهدف المحاكاة إلى تجميع بيانات تساعد في حساب (معرفة) خصائص النظام، ويتضح من معطيات هذا النظام أن التغير يحصل عندما يقع حدث وصول طلب على الخدمة إلى النظام و/ أو عندما يقع حدث مغادرة طلب للنظام بعد تلقيه الخدمة، ويقوم هذا المدخل على مراقبة عمليات الوصول والمغادرة على محور الزمن، فإن وقع حدث ما تتخذ الإجراءات اللازمة وتحديث بيانات النظام.

إجراءات وصول طلب خدمة - حدث وصول:

(1) تختبر قناة الخدمة (مشغولة أم عاطلة عن العمل):

أ- إذا كانت قناة الخدمة عاطلة عن العمل تتخذ الإجراءات التالية:

- البدء بخدمة الطلب ويقدر زمن مغادرته بإضافة الزمن المتوقع لتقديم الخدمة إلى زمن البدء بتقديمها (طبعاً في هذه الحالة يساوي لزمن وصول الطلب).

- تعطى إشارة أن النظام مشغول وتحديث بيانات زمن انتظار قناة الخدمة من دون عمل.

ب- إذا كانت قناة الخدمة مشغولة يوضع الطلب في صف الانتظار وتحدث بياناته (طول صف الانتظار).

2) يعدل زمن المحاكاة بإضافة الفترة الزمنية الفاصلة بين وقوع حدث الوصول الأخير وحدث الوصول السابق له مباشرة إلى زمن المحاكاة الحالي (مجموع الأزمنة الفاصلة بين الطلبات الواصلة إلى النظام قبل الحدث المعني).

إجراءات مغادرة طلب خدمة - حدث مغادرة:

1) يختبر صف الانتظار (هل توجد طلبات تنتظر الخدمة أم الصف خالٍ)

أ- إذا كان الصف خالياً يعلن أن القناة عاطلة عن العمل.

ب- إذا وجد في الصف طلبات (طلب على الأقل)، تتخذ الإجراءات التالية:

- يتم اختيار طلب (عميل) من الصف وفق قاعدة الدور المتبعة وتعديل بيانات طول خط الانتظار، وزمن انتظار الطلب.

- تبدأ القناة بخدمة الطلب، ويقدر زمن مغادرته للنظام؛ وذلك بإضافة الزمن اللازم لخدمته إلى زمن البدء بتقديمها.

- يحسب زمن انتظار الطلب.

2) يعدل عدد الطلبات في الصف (التي تنتظر في الصف) عن طريق تخفيض العدد بمقدار واحد.

القيام بهذه الإجراءات في عملية المحاكاة تتطلب معرفة (تحديد) عنصرين متغيرين على محور الزمن، هما:

- معرفة الزمن الفاصل بين وصول الطلبات المتتالية إلى النظام.

- الزمن اللازم لخدمة كل طلب من طلبات الخدمة.

ويفترض أن تكون البيانات عن هذين العنصرين معروفة بشكل أكيد، أو مقدرة من عينة مسحوبة من التوزيعات الاحتمالية التي تصف النظام، وتنفذ المحاكاة وفق مدخل جدولته الحدث على النحو التالي:

يتم اختيار الحدث الأول على محور الزمن وتنفيذ جميع الإجراءات المرتبطة بهذا الحدث (وضع أية حوادث جديدة في ترتيبها الصحيح على محور الزمن)، ثم يتم اختيار الحدث التالي، وتنفيذ جميع إجراءاته، وتكرر هذه العمليات على محور الزمن على طول فترة المحاكاة.

تحتسب خصائص النظام الذي تتم محاكاته عن طريق حساب المتوسطات التالية:

$$\text{متوسط انتظار الطلب} = \frac{\text{مجموع أزمنة انتظار الطلبات}}{\text{عدد الطلبات الواصلة إلى النظام}}$$

$$\text{متوسط زمن انتظار قناة تأدية الخدمة} = \frac{\text{مجموع أزمنة انتظار القناة}}{\text{عدد حالات توقف القناة}}$$

$$\frac{\text{المساحة تحت منحنى توزيع طول الصف}}{\text{طول فترة زمن المحاكاة}}$$

$$= \text{متوسط طول صف الانتظار}$$

يتضح من العلاقات السابقة سهولة حساب الخاصيتين الأولى والثانية، والأمر مختلف بالنسبة للخاصية الثالثة.

مدخل فحص النشاط:

نتعرف إلى مدخل فحص النشاط بمساعدة نظام خدمة عامة مؤلف من قناة تأدية خدمة وحيدة، يتشابه هذا المدخل مع مدخل جدولته الحدث إلى حد كبير، لكنه مع ذلك يختلف عنه بأنه يأخذ بالحسبان ثلاثة حوادث، هي:

1. حدث وصول طلب واحد إلى النظام.

2. حدث انتهاء خدمة الطلب.

3. حدث البدء بتقديم الخدمة.

واستناداً إلى هذا تحدد المحاكاة بالإجراءات المرتبطة بكل حدث من هذه الحوادث على النحو التالي:

1. حدث الوصول:

- وضع الطلب في صف الانتظار.
- تحديد زمن وصول الطلب، عن طريق إضافة الفترة الزمنية الفاصلة بينه وبين سابقه (الطلب السابق له) إلى زمن وصول الطلب السابق.

2. حدث نهاية الخدمة (مغادرة الطلب للنظام):

- يعلن أن قناة تقديم الخدمة غير مشغولة.

3. حدث بداية الخدمة:

- تشغل قناة نادية الخدمة عن طريق اختيار طلب من الصف وفق قاعدة الدور (إن وجد طلبات في الصف).
- يعدل عدد الطلبات في الصف (يُستبعد طلبٌ منه).
- يحسب زمن مغادرة الطلب للنظام، عن طريق إضافة الفترة الزمنية المتوقعة لتقديم الخدمة إلى زمن البدء بتقديمها.

ملحوظة:

يشترط للبدء بتقديم الخدمة وجود طلب في صف الانتظار ووجود قناة تأدية الخدمة غير مشغولة، لذلك يعد حدث البدء بتقديم الخدمة حدثاً شرطياً ويحدث تلقائياً إذا تحقق هذان الشرطان.

مدخل العمليات:

نتعرف إلى مدخل العمليات بمساعدة نظام خدمة عامة مؤلف من قناة تأدية خدمة وحيدة، حيث يعد هذا النظام مؤلفاً من العناصر التالية:

1. مصدر الطلب على الخدمة.

2. صف انتظار الطلبات.

3. قناة تقديم (تأدية) الخدمة.

استناداً إلى هذا المدخل تتطلب المحاكاة توفر البيانات التالية:

1. بيانات عن مصدر الطلب على الخدمة تساعد في تحديد الفترة الزمنية

الفاصلة بين وصول الطلبات التي يصدرها.

2. بيانات عن نظام الصف تساعد في اختيار الطلب الذي سيتلقى الخدمة.

3. بيانات عن قناة تأدية الخدمة تساعد في تحديد الزمن اللازم لتقديم الخدمة.

تتم عمليات المحاكاة وفق مدخل العمليات على النحو التالي:

1. يتم تحديد زمن وصول كل طلب إلى النظام عن طريق إضافة الفترة

الزمنية الفاصلة بين وصول هذا الطلب ووصول الطلب السابق له

مباشرة (بالنسبة لأول طلب يصل إلى النظام بعد زمن وصول الطلب

السابق له هو زمن بدء عمل النظام، مثلاً الساعة الثامنة صباحاً)

2. تحديد مصير الطلب الواصل إلى النظام، هل ينضم إلى صف الانتظار

أم يلتحق بالقناة حيث يبدأ بتلقي الخدمة، وذلك في ضوء حالة القناة

(مشغولة أو لا).

3. تحديد زمن مغادرة الطلب متلقي الخدمة للنظام بعد تلقيها، وذلك بإضافة

الزمن اللازم لخدمة الطلب (يحدد في ضوء بيانات أزمنة أداء الخدمة)

إلى زمن البدء بتلقي الخدمة.

4. اختبار صف الانتظار (إن وجد) فور مغادرة الطلب قناة تأدية الخدمة (بعد الانتهاء من تلقي الخدمة)، حيث يتم اختيار طلب جديد من صف الانتظار (إن وجد) وفق قاعدة الدور ليلتحق بقناة تأدية الخدمة.

استخدام الأرقام العشوائية في المحاكاة:

تقوم المحاكاة على سحب عينة عشوائية من مجتمع نظري مماثل للمجتمع الأصلي، وعادة تتم عملية سحب عينة من توزيع احتمالي بمساعدة الأرقام العشوائية المحصورة في المجال $[0 - 1]$ ، والتي يجب أن تستوفي الشروط التالية:

1. تعطى جميع الأرقام ضمن المجال $[0 - 1]$ فرصاً متساوية للظهور، أي الأرقام ضمن هذا المجال موزعة توزيعاً منتظماً.
2. تجمع هذه الأرقام بعشوائية مطلقة (تامة)، أي هذه الأرقام مستقلة وغير مرتبطة.

لقد طور المفكرون طرائق عدة لتوليد الأرقام العشوائية (بعضها على شكل برامج حاسوبية جاهزة).

سنتعرف إلى سبل استخدام الأرقام العشوائية في حل قضايا المحاكاة من خلال تجارب إحصائية معروفة قبل التعرف إلى عمليات المحاكاة، انظر المثال رقم (1-9) والمثال رقم (2-9)
المثال رقم (1-9):

نتذكر جميعاً مباراة (لعبة) رمي قطعة نقدية معدنية بين اللاعب A واللاعب B، حيث يربح اللاعب A من اللاعب B مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية إذا ظهرت الصورة (H)، ويربح اللاعب B من اللاعب A مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية

إذا ظهرت الكتابة (T)، ويفترض أن قطعة النقدية سليمة أي أن فرص ظهور الصورة (H) مساوية لفرص الكتابة (T) وتساوي 50%، أي:

$$P(H) = 0.5 \text{ و } P(T) = 0.5$$

يمكن محاكاة هذه اللعبة وفق ما يلي:

بما أن الأرقام العشوائية التي يمكن اختيارها (توليدها) محصورة ضمن المجال $[0 - 1]$ ، وبفرض أن الرقم العشوائي الذي يتم اختياره هو α يمكن وضع القواعد التالية للمباراة:

1. إذا كانت قيمة $0 \leq \alpha \leq 0.5$ تعد النتيجة H ويربح A مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية (يخسر B مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية).
2. وإذا كانت قيمة $0.5 < \alpha \leq 1$ تعد النتيجة T ويخسر A مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية، (يربح B مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية).

بفرض أن اللاعبين اتفقا على خوض مباراة من عشرين شوطاً (رمي قطعة النقدية عشرين مرة)، هذا يكافئ سحب (توليد) عشرين رقم عشوائي، بفرض أن الأرقام المسحوبة هي أول عشرين رقم في العمود الثاني من اليمين من أعمدة (جدول الأرقام العشوائية)، هذا يعني أن النتائج ستكون على النحو التالي:

0.8166, 0.1033, 0.468, 0.9518, 0.787, 0.1857, 0.3288, 0.2526, 0.5321, 0.4219
0.5445, 0.8064, 0.7379, 0.9553, 0.3155, 0.9833, 0.2631, 0.4597, 0.3058, 0.666

T, H, H, T, T, H, H, H, T, H, T, T, T, H, T, H, H, H,

أي يربح اللاعب A عشر أشواط، ويسخر عشر أشواط، وحيث إن ربحه في أي شوط يساوي لخسارته في أي شوط، إذاً ستنتهي المباراة بأرباح تساوي للخسائر والنتيجة النهائية للمباراة معدومة.

المثال رقم (9-2): بفرض أن المتباريين في المثال السابق استبدلارمي قطع النقدية برمي حجر النرد، حيث يربح اللاعب A من اللاعب B مبلغاً مقداره

100 وحدة نقدية إذا ظهرت رقم أصغر أو يساوي 3 (H)، ويربح اللاعب B من اللاعب A مبلغاً مقداره 100 وحدة نقدية إذا ظهر أي رقم أكبر أو يساوي 4، بفرض أن قطعة حجر النرد سليم أي أن فرص ظهور أي وجه (أي رقم) من أوجهه متساوية، وأن المتباريين اثنين سوف يلعبان عشرين شوطاً (يرميان حجر النرد عشرين مرة).
المطلوب محاكاة هذه المباراة.

الحل: يمكن محاكاة هذه اللعبة وفق ما يلي:

بما الأرقام العشوائية التي يمكن اختيارها (توليدها) محصورة ضمن المجال $[0 - 1]$ ، أي مجال الأرقام العشوائية يساوي الواحد الصحيح، إذاً فرصة ظهور كل وجه (رقم) من أوجه حجر النرد تساوي لنسبة الواحد الصحيح إلى عدد الأوجه أي: $\frac{1}{6}$.

بفرض أن X تمثل نتيجة السحب (متغير عشوائي)، وأن كثافة احتمال ظهور الرقم (تحقق النتيجة)، وأن $F(x)$ الاحتمالات التجميعية لظهور الأرقام (تحقق النتيجة)، يمكن صياغة المباراة على النحو الوارد في الجدول رقم (9-1).

المجال (المدى)	التكرار التجميعي	التكرار	النتيجة
0.0 - 0.167	0.167	0.167	1
0.168 - 0.333	0.334	0.167	2
0.334 - 0.500	0.501	0.167	3
0.501 - 0.666	0.668	0.167	4
0.667 - 0.834	0.835	0.167	5
0.834 - 0.999	1.0	0.167	6

الجدول رقم (9-1)

حيث إن اللاعبين اتفقا على خوض مباراة من عشرين شوطاً ، هذا يكافئ سحب (توليد) عشرين رقماً عشوائياً، بفرض أن الأرقام العشوائية المختارة المسحوبة هي العشرون رقم التالية:

0.8166,0.1033,0.468,0.9518,0.787,0.1857,0.3288,0.2526,0.5321,0.4219
0.5445,0.8064,0.7379,0.9553,0.3155,0.9833,0.2631,0.4597,0.3058,0.666

هذا يعني أن نتائج المباراة ستكون على النحو التالي:

5,1,3,6,5, 2,2,2,4,3, 4,5, 5, 6, 3, 6, 2, 3, 2, 4

أي يربح اللاعب A عشرة أشواط، ويسخر عشر أشواط، وحيث إن ربحه في أي شوط يساوي لخسارته في أي شوط، إذا ستنتهي المباراة بأرباح تساوي للخسائر والنتيجة النهائية للمباراة معدومة.

يلاحظ من الجدول رقم (9-1) إمكانية الحصول على قيمة المتغير العشوائي X إذا أمكن معرفة كثافة احتمال ظهور النتائج $P(x)$ ، والاحتمالات التجميعية لظهور هذه النتائج $F(x)$ ، حيث يكفي الحصول على رقم عشوائي يمثل الاحتمال التجريبي (أي قيمة $F(x)$) لتحديد قيمة المتغير المقابلة X ، وذلك عن طريق إيجاد معكوس $F(x)$ من الجدول، وتعرف هذه الطريقة "بطريقة المعكوس". ويمكن تطبيق طريقة المعكوس في عملية المحاكاة على أي توزيع احتمالي عندما يمكن تحديد قيم $F(x)$ ، والتأكد من أنها موزعة توزيعاً منتظماً ضمن المجال $0 \leq F(x) \leq 1$ ، لكن تعد طريقة المعكوس غير مناسبة للتوزيعات المستمرة التي لا يمكن تحديد احتمالاتها التجميعية، لذلك طور مدخل لمعالجة هذه الحالات عرف بالمدخل التقريبي، يقوم على تقريب قيمة $F(x)$ المستمرة إلى قيم $F(x)$ متقطعة (غير مستمرة) ثم تسحب العينة بدلالة الاحتمالات التجميعية المقربة، انظر المثال رقم (9-3).

مثال رقم (9-3):

المطلوب تقريب التوزيع الطبيعي المعياري إلى توزيع غير مستمر.
الحل:

1. نقسم مجال تغير المتغير العشوائي X إلى مجالات جزئية مناسبة، وكلما كان المجال أضيق (أقل) كانت نتائج التقريب أفضل، وحيث أن التوزيع الطبيعي يقع ضمن المجال $[-3.5 \leq x \leq 3.5]$ سنكتفي بتقسيمه إلى فترات طول كل منها 0.5، انظر قيم X وقيمة $F(x)$ في الجدول رقم (9-2) والتي أخذت من جدول توزيع المساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي.

التوزيع الطبيعي		مركز الفئة	مجال الفئة
			مجال تغير المتغير (الرقم) العشوائي
-3.0	0.00135	-3.25	0.00135 ≥ R > 0.00000
-2.5	0.00621	-2.75	0.00621 ≥ R > 0.00135
-2.0	0.02280	-2.25	0.02285 ≥ R > 0.00621
-1.5	0.06680	-1.75	0.06680 ≥ R > 0.02285
-1.0	0.15870	-1.25	0.15870 ≥ R > 0.06680
-0.5	0.30850	-0.75	0.30850 ≥ R > 1 5870
0	0.50000	-0.25	0.5000 ≥ R > 0.30870
0.5	0.69150	0.25	0.69150 ≥ R > 0.50000
1.0	0.84130	0.75	0.84130 ≥ R > 0.69150
1.5	0.93320	1.25	0.93320 ≥ R > 0.84130
2.0	0.97720	1.75	0.97720 ≥ R > 0.93320
2.5	0.99379	2.25	0.99865 ≥ R > 0.97720
3.0	0.99865	2.75	0.998655 ≥ R > 0.99379
	1.00000	3.25	1.0000 ≥ R > 0.998666

الجدول رقم (9-2)

2. يتم إيجاد مركز كل فترة عن طريق نسبة مجموع حدي الفترة إلى 2.
3. يتم تحديد مجال التغير للرقم العشوائي (الاحتمال) المكافئ لكل فترة، وهو المجال المفتوح من جهة اليسار (من الجهة الصغرى) والواقع بين قيمة المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المكافئة لقيمة المتغير السابقة والمساحة المكافئة لقيمة المتغير الحالية.

محاكاة المخاطر:

المثال رقم (9-4): ترغب شركة هبة الله لصناعة العصائر بطرح نوع جديد من العصير، وقد قدم قسم الدراسات التقديرات التالية لتكاليف الإنتاج والمبيعات:

1. سعر بيع العبوة من العصير الجديد 75 وحدة نقدية.
2. تكاليف إدارية 300,000 وحدة نقدية.
3. تكاليف دعاية وإعلان 400,000 وحدة نقدية.
4. يتوقع أن تحتاج العبوة إلى مواد أولية بقيمة 25 وحدة نقدية.
5. يتوقع أن تبلغ تكاليف اليد العاملة للعبوة 15 وحدة نقدية.
6. يقدر الطلب خلال السنة الأولى 40,000 عبوة.

وفق هذه المعطيات تقدر الأرباح السنوية التي تحققها المنشأة بالعلاقة التالية:

$$R_t = (V_t - C_1 - C_2) \times X - (C_u + C_k)$$

حيث:

R - ربح المشاة.

V - سعر بيع العبوة خلال السنة.

C_1 - نصيب العبوة الواحدة من تكاليف المواد الأولية.

C_2 - نصيب العبوة الواحدة من تكاليف اليد العاملة.

X - حجم الطلب (عدد الوحدات المنتجة).

C_v - مجموع التكاليف الإدارية.

C_K - مجموع تكاليف الدعاية والإعلان.

إذا صدقت توقعات قسم الدراسات، فإن المنشأة ستحقق الأرباح التالية:

$$R = (75 - 25 - 15)40,000 - (300,000 + 00,000) = 700,000$$

بفرض أن المنشأة غير متأكدة من المتغيرات السابقة وهي تتوقع أن تتراوح قيمها بين حد أدنى وأعلى على النحو الوارد في الجدول رقم (9-3).

المتغير	الحد الأدنى	الحد الأعلى	المتوسط
سعر بيع العبوة	72	78	75
تكلفة المواد الأولية	20	27	25
تكلفة اليد العاملة	10	17	15
التكاليف الإدارية	500,000	500,000	500,000
تكاليف الدعاية والإعلان	800,000	800,000	800,000
عدد الوحدات المباعة (الطلب)	30,000	60,000	45,000

الجدول رقم (9-3)

حجم الأرباح في أفضل الظروف:

$$R_i = (78 - 20 - 10)60,000 - (500,000 + 800,000) = 2,180,000$$

أي إذا تحملت المنشأة أقل التكاليف وباعت بأعلى الأسعار سوف تحقق أرباحاً مقدارها 2,180,000 وحدة نقدية.

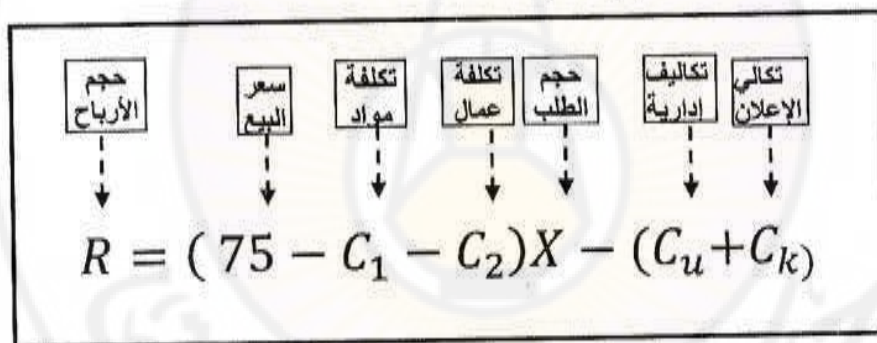
حجم الأرباح في أسوأ الظروف:

$$R_i = (72 - 27 - 17)30,000 - (500,000 + 800,000) = 140,000$$

أي إذا تحملت المنشأة أعظم التكاليف وباعت بأقل الأسعار سوف تحقق أرباحاً مقدارها 140,000 وحدة نقدية.

إشارة للنتائج المشار إليها أعلاه يتبين أن المنشأة ستحقق نتائج تتراوح بين تحقيق أرباح عظمى مقدارها 2,180,000 وحدة نقدية، وأرباح دنيا مقدارها 140,000 وحدة نقدية، وهذا لا يطمئن المنشأة وخاصة أنها لا تعلم احتمالات تحقيق هذه النتائج.

مثال رقم (9 - 5) محاكاة مخاطر منشأة هبة الله لصناعة العصائر: يساعد أسلوب المحاكاة بتقدير النتائج (الأرباح أو الخسائر) التي تحققها المنشأة واحتمالاتها، ويمكن صياغة نموذج النتائج التي تحققها منشأة هبة الله على النحو الوارد على الشكل رقم (9-1).



الشكل رقم (9-1) نموذج شركة هبة الله

محاكاة نموذج أرباح منشأة هبة الله يتطلب معرفة التوزيع الاحتمالي لجميع مدخلات نموذج أرباح المنشأة الوارد على الشكل رقم (9-1)، وبفرض أن التوزيعات الاحتمالية لهذه المدخلات كانت موزعة على النحو الوارد في الجدول رقم (9-4).

الاحتمالات التجميعية لتكلفة اليد العاملة المباشرة			
التكلفة	الاحتمال	الاحتمال التجميعي	مجال تغير المتغير (الرقم العشوائي)
10	0.05	0.05	$0.0500 \geq R > 0.000$
11	0.10	0.15	$0.150 \geq R > 0.051$
12	0.15	0.30	$0.300 \geq R > 0.151$
13	0.20	0.50	$0.500 \geq R > 0.301$
14	0.20	0.70	$0.700 \geq R > 0.501$
15	0.15	0.85	$0.85 \geq R > 0.701$
16	0.10	0.95	$0.95 \geq R > 0.851$
17	0.05	1.0	$1.0005 \geq R > 0.951$

الجدول رقم (4-9)

الاحتمالات التجميعية لمستوى السعر			
السعر	الاحتمال	الاحتمال التجميعي	مجال تغير المتغير (الرقم العشوائي)
72	0.08	0.08	$0.080 \geq R > 0.0000$
73	0.12	0.20	$0.20 \geq R > 0.080$
74	0.18	0.38	$0.380 \geq R > 0.200$
75	0.24	0.62	$0.620 \geq R > 0.380$
76	0.18	0.80	$0.800 \geq R > 0.620$
77	0.12	0.92	$0.920 \geq R > 0.800$
78	0.08	1.00	$1.00 \geq R > 0.9201$

الجدول رقم (5-9)

تكلفة المواد موزعة بشكل مختلف عن توزيع السعر، وتكلفة اليد العاملة المباشرة كذلك. ستحدد التكلفة بدالة مختلفة حيث يعد الرقم العشوائي دالة لزيادة التكلفة. الحد الأدنى من التكلفة، أي يعد الفرق بين الحد الأدنى والسعر، والحد الأعلى هو مجال التغير والذي سيحدد بمساعدة الأرقام العشوائية.

عشوائي يمثل جزءاً من الرقم الصحيح سوف يحسب الفرق بين التكلفة المقابلة لكل رقم والتكلفة الدنيا عن طريق ضرب الرقم العشوائي بهذا الفرق، ومن ثم يضاف هذا الفرق إلى التكلفة الدنيا لتحديد التكلفة المقابلة للرقم العشوائي، وهذا يتم بالعلاقة التالية:

$$C_R = C_{Min} + R (C_{Max} - C_{Min})$$

حيث:

C_R - تكلفة إنتاج العبوة المستحدثة بدلالة الرقم العشوائي R .

C_{Min} - الحد الأدنى لتكلفة المواد اللازمة لإنتاج كل عبوة.

C_{Max} - الحد الأعلى لتكلفة المواد اللازمة لإنتاج كل عبوة.

R - الرقم العشوائي المختار ضمن العينة النظرية.

الاختيار (الاستحداث) العشوائي لعشر قيم لتكلفة اليد العاملة		
رقم المحاولة	الأرقام العشوائية	تكلفة العمال
1	0.8166	15
2	0.1033	11
3	0.468	13
4	0.9518	17
5	0.787	15
6	0.1857	12
7	0.3288	13
8	0.2526	12
9	0.5321	14
10	0.4219	13
المجموع		135
المتوسط		13.5

الجدول رقم (9-6)

الاختيار (الاستحداث) العشوائي لعشر قيم لتكلفة المواد للعبوة		
رقم المحاولة	الأرقام العشوائية	تكلفة مواد
1	0.5827	24.0789
2	0.4299	23.0093
3	0.275	28.925
4	0.8421	25.8947
5	0.2605	21.8235
6	0.1248	20.8736
7	0.7058	24.9406
8	0.8178	25.7246
9	0.5679	23.9753
10	0.7869	25.5083
المجموع		244.7538
المتوسط		24.47538

الجدول رقم (7-9)

الاختيار (الاستحداث) العشوائي لعشر قيم لسعر بيع العبوة		
رقم المحاولة	الأرقام العشوائية	سعر البيع
1	0.7169	76
2	0.2186	74
3	0.2871	74
4	0.9155	77
5	0.1167	73
6	0.9800	78
7	0.5029	75
8	0.4154	75
9	0.7872	76
10	0.0702	72
المجموع		750
المتوسط		75

الجدول رقم (8-9)

الاختيار (الاستحداث) العشوائي لعشر قيم للطلب في السنة الأولى		
رقم المحاولة	الأرقام العشوائية	حجم الطلب
1	0.7467	49392.37
2	0.6885	46952.32
3	0.0423	15610.51
4	0.5259	40918.78
5	0.3134	33123.59
6	0.0441	15888.08
7	0.0484	16516.01
8	0.9121	59145.63
9	0.0376	14837.71
10	0.9146	59369.6
المجموع		351754.6
المتوسط		35175.46

الجدول رقم (9-9)

تفسير نتائج المحاكاة:

يتضح من الجدول (رقم 9-11) أن أفضل نتيجة تحققها منشأة هبة الله لصناعة العصائر هي في المحاولة رقم الثامنة ومقدار هذه الأرباح 1,504,677 وحدة نقدية، أما أسوأ النتائج فتتحققها المنشأة في المحاولة الثالثة حيث تتحمل خسائر مقدارها (199,293) وحدة نقدية، أما إذا عملت لفترة زمنية معقولة فإنها ستحقق أرباحاً بمعدل (متوسط) الأرباح مقداره 588,213.7 وحدة نقدية بانحراف معياري 659267.8 وحدة نقدية، لكن مع ذلك قد تتحمل المنشأة خسائر مقدارها (199,293) وحدة نقدية باحتمال 10%، وقد تتحمل المنشأة خسائر مقدارها (87,926.8) وحدة نقدية أو (135,801) وحدة نقدية باحتمال ومثابهاة (10%)، بكلمة أخرى قد تتحمل خسائر تتراوح بين (199,293) و (87,926.8)، باحتمالات نسبتها 30%، في حين يمكن أن تحقق المنشأة أرباحاً تتراوح بين 16,971.92 و 1,504,677 وحدة نقدية باحتمالات نسبتها 70%.

الربح المحقق	حجم الطلب	سعر البيع	تكلفة المواد	تكلفة العمال	رقم المحاولة
1,123,621	49392.37	76	24.0789	15	1
1,177,656	46952.32	74	23.0093	11	2
(199,293)	15610.51	74	28.925	13	3
695,547.2	40918.78	77	25.8947	17	4
498,295.5	33123.59	73	21.8235	15	5
16,971.92	15888.08	78	20.8736	12	6
(87,926.8)	16516.01	75	24.9406	13	7
1,504,677	59145.63	75	25.7246	12	8
(135,801)	14837.71	76	23.4753	14	9
1,288,389	59369.6	72	25.5083	13	10
5882137	351754.6	750	244.7538	135	المجموع
588213.7	35175.46	75	24.47538	13.5	الموسط
					الانحراف المعياري
659267.8	18422.59	1.83	2.29	1.78	

الجدول رقم 9-11

محاكاة المخزون:

تهدف إدارة المخزون في أية منشأة إلى تحديد الحجم الأمثل لحجم المواد المطلوبة Q (حجم الطلبية) التي يتوجب استلامها (طلبها) في كل فترة زمنية مع الأخذ بعين الاعتبار الزمن اللازم لتوريدها واستلامها وتهيئتها لتصبح بمتناول الزبائن الراغبين بشرائها، وهذا يتطلب دراسة تكاليف تخزين المواد عندما يزيد حجم المواد المورد D على حجم الطلب أي عندما $Q > D$ ، بالإضافة لتكاليف

الندرة عندما يزيد حجم الطلب على حجم المواد الموردة (الخسائر الناجمة عن فقدان بعض الزبائن) أي عندما $Q < D$.

يمكن صياغة القضية على النحو التالي:

1. حالة الندرة (عجز المخزون عن تلبية الطلبات):

أ- الأرباح الإجمالية المحققة:

في هذه الحالة يتم بيع جميع المواد الموردة (المنتجة)، وتحسب الأرباح الإجمالية

$$R_q = R_1 \theta$$

بالعلاقة التالية:

حيث:

R_q - حجم الأرباح الناجمة عن بيع جميع المواد الموردة.

θ - حجم المواد الموردة (عدد الوحدات المباعة).

R_1 - الربح الناجم عن بيع كل وحدة من الوحدات المباعة.

ب- تكاليف الندرة (العجز):

تحسب تكاليف ندرة المواد الموردة (المنتجة)، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$C_d = C_1 (D - \theta) \quad : D > \theta$$

حيث:

C_d - تكلفة الندرة.

C_1 - الخسائر (الغرامة) عن كل وحدة مطلوبة وغير ملبأة.

D - حجم الطلب على المواد.

θ - حجم المواد الموردة (المطلوبة من المورد أو المنتجة).

الأرباح الصافية تساوي للفرق بين الأرباح الإجمالية وتكاليف الندرة، وتحسب

بالعلاقة التالية:

$$R_{\theta} = R_q - C_d$$

حيث: R_{θ} - صافي الأرباح عندما تزيد الكمية المطلوبة على الكمية الموردة.

حالة فائض المواد الموردة (تخزين المواد المخزنة):

أ- الأرباح الإجمالية المحققة:

في هذه الحالة حجم المبيعات يساوي لحجم الطلب (عدد الوحدات المطلوبة)

D ، أي يتم بيع جزء من المواد الموردة (المنتجة)، وتحسب الأرباح الإجمالية

$$R_d = DR_1$$

بالعلاقة التالية:

حيث:

R_d - حجم الأرباح الناجمة عن تلبية الطلب كاملاً.

D - حجم المواد المطلوبة (عدد الوحدات المباعة).

R_1 - الربح الناجم عن بيع كل وحدة من الوحدات المباعة.

$$C_q = C_2 (\theta - D) : \theta > D$$

تكاليف الفائض:

حيث: C_q - تكلفة الندرة

C_2 - تكلفة تخزين كل وحدة من المواد لفترة زمنية واحدة

بقية الرموز معرفة كما وردة أعلاه.

$$R_D = R_d - C_q$$

صافي الأرباح في حالة الفائض:

حيث: R_D - صافي الأرباح عندما تزيد الكمية الموردة على الكمية

المطلوبة.

مثال رقم (9-7): منشأة تجارية تعمل على توزيع الزيوت النباتية، أثبتت خبرتها

أن وسطي الطلب الشهري على زيت الزيتون 500 عبوة بانحراف معياري

100 عبوة، وتحقق المنشأة أرباحاً مقدارها 100 وحدة نقدية عن كل عبوة

توزعها، وتتحمل تكاليف تخزين كل عبوة غير مباعة خلال الشهر مقدارها 30 وحدة نقدية، وتنفق فرصة لربح تكلفة الندرة 50 وحدة نقدية.

في هذه القضية حجم الطلب عشوائي بمتوسط 500 وحدة، وانحراف معياري 100 وحدة؛ لذلك استخدمت الأرقام العشوائية لتقدير الطلب المتوقع بدلالة هذه الأرقام العشوائية (الاحتمالات) وهي الأرقام الواردة في العمود الأول من الجدول رقم (9-12)، بمساعدة برنامج Excel وذلك وفق صيغة NORMINV ، ووضعت النتائج لعشر محاولات (يفترض أنها عشرة أشهر) في العمود الثاني من الجدول رقم (9-12).

حالة زيادة الطلب على الكمية الموردة:

$$R_q = 100 (500) = 50,000 \quad \text{إجمالي الأرباح في كل حالة:}$$

$$C_d = 50 (D_i - 500) \quad : i = 1, 2, 4, 8, 10 \quad \text{تكاليف الندرة}$$

$$\text{صافي الأرباح في هذه الحالة:}$$

$$R_\theta = 50,000 - C_d$$

على سبيل المثال المحاولة الأولى انظر السطر الأول من الجدول رقم (9):

- (الطلب في الشهر الأول) بدلالة الرقم العشوائي 0.7467 ومعطيات القضية يساوي 566.4141

- حجم الأرباح الإجمالي:

$$R_q = 100 (500) = 50,000$$

- تكلفة الفائض:

$$C_d = (50)(66.4141 - 500) = 3320.706$$

- صافي الأرباح:

$$R_\theta = R_q - C_d = 50,000 - 3320.706 = 496679.3$$

حالة زيادة الكمية الموردة على حجم الطلب

$$R_d = 100 (D_i) \quad : i = 1, 2, \dots, 10 \quad \text{إجمالي الأرباح}$$

المحاولة	1 الرقم العشوائي	2 حجم الطلب	3		4 الأرباح الإجمالية	5 الأرباح الصافية
			تكلفة التخزين	تكلفة إدارة المخزون تكلفة الندرة		
1	0.7467	566.4141		3320.706	500000	496679.3
2	0.6885	549.1603		2458.015	500000	497542
3	0.0423	327.5402	5173.793		327540	322366.2
4	0.5259	506.4967		324.8367	500000	499675.2
5	0.3134	451.3764	1458.707		451376	449917.3
6	0.0441	329.503	5114.91		329503	324388.1
7	0.0484	333.9431	4981.708		333943	328961.3
8	0.9121	635.3801		6769.003	500000	493231
9	0.0376	322.0757	5337.728		322075	316737.3
10	0.9146	636.9638		6848.189	500000	493151.8
	المجموع	4658.853		41787.6	426443	4222649
	المتوسط	465.8853		4178.76	426443	422264.9
			4222649		4264437	41787.6

الجدول رقم (12-9)

تكاليف الفائض (التخزين)

$$C_d = (30)(500 - D_i) \quad D_i < 500 \quad i = 3, 5, 6, 7, 9$$

$$R_\theta = R_q - C_d$$

على سبيل المثال المحاولة الخامسة انظر السطر الخامس من الجدول (9-12)
(الطلب في الشهر الأول) بدلالة الرقم العشوائي 0.3134 ومعطيات القضية
يساوي 451.3764 وحدة

$$R_d = 100 (451.3764) = 451376 \quad \text{حجم الأرباح الإجمالية:}$$

$$C_d = (30)(500 - 451.3764) = 1458.707 \quad \text{تكلفة العجز:}$$

- صافي الأرباح:

$$R_\theta = R_q - C_d = 451376 - 1458.707 = 4499173.3$$

الجدول يحتوي على محاكاة لقضية المخزون الواردة أعلاه ولخمس مستويات
من حجم المواد الموردة، حيث أثبتت أن أفضل مستوى توريد هو عند 650
وحدة شهرياً، وعند هذا المستوى تحقق المنشأة أفضل النتائج أي تحقق أعظم
الأرباح وتحقق مستوى خدمة (تلبية للطلب) تام أي 100%.

المبيعات	الطلب	مستوى الخدمة	متوسط الربح	حجم المواد الموردة	الحالة
401.3061	465.8853	%86.1	396554.4	450	1
426.4437	465.8853	%91.5	422264.9	500	2
447.0095	465.8853	%95.9	443330.8	550	3
458.6509	465.8853	%98.4	454048.7	600	4
465.8853	465.8853	%100	460361.9	650	5

الجدول رقم (9-13)

محاكاة أنظمة الخدمة العامة

نماذج المحاكاة التي تعرفنا عليها في الفقرات السابقة تعرف بنماذج المحاكاة الساكنة التي تبني على محاولات مستقلة حيث لا تؤثر نتائج المحاولات بنتائج المحاولات اللاحقة (التي تليها)، في هذا المبحث سنتعرف نماذج المحاكاة المرتبطة بأنظمة الخدمة العامة، حيث تتأثر هذه الأنظمة بمصدر الطلب على الخدمة، وبمعدل وصول هذه الطلبات وسعة صف الانتظار، وقاعدة الدور المتبعة، كما تتأثر بقناة (بقنوات) تأدية الخدمة وطاقتها الخدمية (معدل تأدية الخدمة). لذلك يتطلب نموذج محاكاة أنظمة الخدمة العامة تثبيت أي حدث يؤثر على نظام الخدمة على محور الزمن لمعرفة زمن وصول الطلبات وزمن البدء بتقديم الخدمة لكل منها وزمن مغادرته للنظام، وهذا يتطلب استخدام ما يعرف بساعة المحاكاة، لذلك يعرف نموذج محاكاة أنظمة الخدمة العامة بأنظمة المحاكاة الديناميكية (الحركية)، وحيث إن عمليات وصول الطلبات إلى النظام ومغادرتها تعد حوادث منفصلة وتقع على نقاط منفصلة على محور الزمن، لذلك تعرف محاكاة أنظمة الخدمة العامة بمحاكاة الحوادث المنفصلة، هذا وتستخدم العديد من الصيغ لتقدير (حساب) خصائص أنظمة الخدمة العامة، وتبنى هذه الصيغ على فروض محددة ترتبط بالتوزيع الاحتمالي لمعدل وصول الطلبات إلى النظام، وبالتوزيع الاحتمالي للزمن اللازم لتأدية الخدمة، ونظام الصف وغيرها.

دراسة نظام خدمة الصراف الآلي للمصرف F حيث يتوقع أن يفتتح فرعاً جديداً في كلية X وقد تم تصميم المركز ليحتوي على صراف آلي واحد، وقد لفت اهتمام إدارة المصرف طول صف الانتظار أمام الصراف في فترات الذروة؛ بالإضافة لخروج الصراف من الخدمة نتيجة نفاذ نقود الصراف، ويرغب مجلس إدارة المصرف بالتأكد من كفاية صراف واحد لخدمة العملاء في هذا المركز،

حيث قدمت دراسة أجراها المصرف بعض السمات الأساسية للصراف الآلي، محدداً بذلك وقت انتظار العميل في الصف بدقيقة واحدة أو أقل.

أوقات الوصول:

تعد أزمدة وصول العملاء إلى أنظمة الخدمة العامة ومنها الصراف الآلي من الأزمنة الموزعة وفق التوزيع العشوائي لذلك تستخدم الأرقام العشوائية لتوليد (لتقدير) أزمدة الوصول إلى مركز الصراف الآلي، من المجال الزمني الواقع بين أقصر فترة زمنية فاصلة بين وصول طلبين متتالين، وأطول فترة زمنية فاصلة بين وصول طلبين متتالين، والذي يعرف بـ "تداخل أزمدة الوصول" وتقدر أوقات الوصول بالعلاقة التالية:

$$t = a + r(b - a) \quad \text{حيث:}$$

t - الفترة الزمنية الفاصلة بين وصول الطلب والطالب السابق له.

a - أقل فترة زمنية فاصلة بين وصول الطلبات.

r - رقم عشوائي معرف على النحو التالي $0 \leq r \leq 1$ وعادة يتم اختيارها من الأرقام العشوائية.

b - أطول فترة زمنية فاصلة بين وصول الطلبات.

في مثال الصراف الآلي تعد أقصر فترة زمنية فاصلة بين وصول الطلبات (0) دقيقة وتعد أطول فترة (5) دقائق، الجدول رقم (9-14) يعرض توليد الفترات الزمنية الفاصلة بين وصول 20 طلباً (عميلاً) على خدمة الصراف الآلي.

زمن وصول العميل إلى النظام	الزمن الفاصل بين وصول العملاء	الرقم العشوائي للوصول	نظام خدمة بصراف واحد
4.08300	4.0830	0.8166	1
4.59950	0.5165	0.1033	2
6.93950	2.3400	0.4680	3
11.6985	4.7590	0.9518	4
15.6335	3.9350	0.7870	5
16.5620	0.9285	0.1857	6
18.2060	1.6440	0.3288	7
19.4690	1.2630	0.2526	8
22.1295	2.6605	0.5321	9
24.2390	2.1095	0.4219	10
26.9615	2.7225	0.5445	11
30.9935	4.0320	0.8064	12
34.6830	3.6895	0.7379	13
39.4595	4.7765	0.9553	14
41.0370	1.5775	0.3155	15
45.9535	4.9165	0.9833	16
47.2690	1.3155	0.2631	17
49.5675	2.2985	0.4597	18
51.0965	1.5290	0.3058	19
54.4265	3.3300	0.6660	20

الجدول رقم (9-14)

الزمن اللازم لتقديم الخدمة:

الزمن اللازم لخدمة العميل هو الزمن الذي يمضيه الطلب في قناة تأدية الخدمة، أي يساوي الفترة الزمنية الممتدة من لحظة البدء بتقديم الخدمة للعميل حتى لحظة مغادرته للقناة وبالتالي النظام، ونشير هنا إلى أن زمن الانتظار قبل البدء

بتلقي الخدمة لا يدخل ضمن الزمن اللازم لتأدية الخدمة، لذلك تعمل جميع أنظمة الخدمة على تخفيض (تصغير) زمن الانتظار، لأن هذا الزمن هو الذي يشعر العميل بالملل أكثر من زمن تقديم الخدمة.

الزمن اللازم لخدمة العميل	الرقم العشوائي لزمن الخدمة	نظام خدمة بصراف واحد	الزمن اللازم لخدمة العميل	الرقم العشوائي لزمن الخدمة	نظام خدمة بصراف واحد
3.029583	0.5118	11	3.208806	0.5827	1
2.768337	0.4084	12	2.823371	0.4299	2
4.564075	0.9411	13	2.402240	0.275	3
4.442363	0.9254	14	4.003126	0.8421	4
3.489341	0.6877	15	2.358195	0.2605	5
4.139247	0.8727	16	1.848679	0.1248	6
2.523053	0.3167	17	3.541156	0.7058	7
4.588382	0.9439	18	3.907013	0.8178	8
3.408918	0.6587	19	3.171030	0.5679	9
5.345531	0.9905	20	3.795711	0.7869	10

الجدول رقم (9-15)

الزمن اللازم لتقديم الخدمة في معظم أنظمة الخدمة العامة يكون موزعاً توزيعاً طبيعياً، وقد أثبت البيانات التي جمعت عن عمل الصرافات الآلية أن الزمن اللازم لتلقي الخدمة من الصراف الآلي موزعة توزيعاً طبيعياً، لذلك يقدر هذا الزمن بمساعد برنامج *Excel* من خلال عملية (*NORMINV*).
المثال رقم (9-8) على سبيل المثال في مثال الصراف الآلي لمصرف سنقدر (نولد) الزمن اللازم لتلقي العميل الخدمة بفرض أن أزمدة الخدمة تخضع للتوزيع الطبيعي، بوسط الحسابي يقدر بثلاث دقائق وبانحراف معياري يقدر بدقيقة واحدة. انظر الجدول رقم يعرض الزمن المقدر لخدمة (20) عميلاً.

محاكاة نظام الخدمة:

تتم المحاكاة بالاستناد إلى مدخلات نظام تأدية الخدمة، وهي الفترات الزمنية الفاصلة بين وصول الطلبات والفترات الزمنية اللازمة لتقديم الخدمة، وذلك بهدف تحديد مجموعة من السمات التي تصف النظام وتقوم أداؤه، ومن أهم هذه السمات الزمن اللازم لتلقي الخدمة، الزمن الذي يمضيه الطلب في صف الانتظار، والزمن الذي يمضيه في النظام (زمن الانتظار + زمن تلقي الخدمة).

تبدأ المحاكاة بزمن افتراضي (عادة بدء الدوام الرسمي)، حيث تكون قناة تقديم الخدمة غير مشغولة، ويبدأ الطلب رقم (1) بتلقي الخدمة فور وصوله، أما بالنسبة لبقية الطلبات، فإنه لن يبدأ بتلقي الخدمة قبل أن ينتهي الطلب السابق له من تلقي الخدمة، الطلب الثاني، هذا من جهة ومن جهة أخرى لا يمكن لقناة تأدية الخدمة خدمة العميل قبل أن يصل إلى النظام، هذا يحول عملية تلقي الزبون إلى عملية شرطية أن يصل الطلب إلى النظام وأن تكون قناة تأدية الخدمة غير مشغولة، وهذا يجعل زمن بدء العميل رقم (j) بتلقي وليكن S_j الخدمة مساوياً لزمن وصول الطلب إلى النظام رقم (j) وليكن T_j أو للزمن الذي تصبح فيه قناة تأدية الخدمة غير مشغولة T_K أيهما أكبر، وهذا يعبر عنه بالصيغة التالية: $S_j = \max(T_j, T_K)$ ، هذا يعني أن على العميل الانتظار عندما تكون $T_j < T_K$ فترة زمنية تساوي $t_j = T_K - T_j$ ، في حين على القناة أن تنتظر عندما يكون $T_j > T_K$ فترة زمنية تساوي $t_s = T_j - T_K$.

الجدول رقم (9-16) يوضح عمليات المحاكاة لقضية الصراف الآلي لمصرف...، لخمسين عميلاً، يتضح من الجدول أن نظام خدمة بقناة واحدة (صراف آلي واحد) غير مجدٍ، لأن زمن انتظار الزبائن يزداد بشكل متسارع حيث

نظام بصراف واحد	الزمن الفاصل بين الوصول	زمن وصول العميل إلى النظام	زمن البدء بخدمة العميل	الزمن اللازم لخدمة العميل	انتهاء خدمة العميل	زمن انتظار العميل
1	4.083	4.083	4.083	3.104	7.1874	0
2	0.517	4.60	7.18700	2.9126	10.099	2.588
3	2.34	6.940	10.0990	2.701	12.800	3.160
4	4.759	11.70	12.800	3.502	16.302	1.102
5	3.935	15.630	16.302	2.679	18.981	0.668
6	0.929	16.560	18.981	2.424	21.405	2.419
7	1.644	18.206	21.405	3.271	24.676	3.199
8	1.263	19.469	24.676	3.454	28.129	5.208
9	2.661	22.130	28.1299	3.086	31.215	5.999
10	2.110	24.239	31.215	3.398	34.613	6.976
11	2.723	26.962	34.613	3.015	37.627	7.651
12	4.032	30.993	37.628	2.884	40.512	6.634
13	3.690	34.683	40.512	3.782	44.294	5.829
14	4.777	39.460	44.294	3.721	48.015	4.834
15	1.578	41.037	48.015	3.245	51.260	6.978
16	4.917	45.954	51.260	3.570	54.829	5.306
17	1.316	47.269	54.829	2.762	57.591	7.560
18	2.299	49.568	57.591	3.794	61.385	8.023
19	1.529	51.098	61.385	3.205	64.589	10.288
20	3.33	54.428	64.589	4.173	68.762	10.163
21	1.277	55.703	68.762	3.517	72.279	13.059
22	4.628	60.331	72.279	3.095	75.37	11.949
23	4.181	64.511	75.374	2.946	78.32	10.86
24	0.596	65.107	78.320	2.425	80.745	13.213
25	3.278	68.385	80.745	2.513	83.25753	12.360
26	1.725	70.109	83.258	3.169	86.427	13.149
27	4	74.109	86.427	3.378	89.805	12.318

الجدول رقم (9-16)

نظام بصراف واحد	الزمن الفاصل بين الوصول	زمن وصول العميل إلى النظام	زمن البدء بخدمة العميل	الزمن اللازم لخدمة العميل	انتهاء خدمة العميل	زمن انتظار العميل
28	1.089	75.198	89.805	3.195	92.99994	14.607
29	4.997	80.195	92.9999	2.638	95.638	12.805
30	4.496	84.687	95.638	2.699	98.336	10.952
31	3.328	88.016	98.336	3.000	101.336	10.322
32	3.406	91.421	101.336	2.457	103.793	9.9156
33	1.796	93.213	103.793	3.0379	106.831	10.580
34	2.997	96.210	106.831	4.306	111.137	10.621
35	4.687	100.897	111.137	2.494	113.631	10.240
36	4.507	105.403	113.631	2.618	116.250	8.228
37	2.436	107.835	116.250	3.107	119.357	8.415
38	2.694	110.529	119.357	1.8582	121.215	8.828
39	1.986	112.511	121.215	3.3120	124.526	8.704
40	0.318	112.829	124.526	3.456	127.982	11.698
41	0.256	113.082	127.982	2.576	130.558	14.900
42	2.966	116.046	130.558	3.381	133.939	14.513
43	4.707	120.751	133.939	3.508	137.447\	13.188
44	4.062	124.813	137.447	3.521	140.968\	12.634
45	4.313	129.126	140.968	3.7394	144.708	11.843
46	3.914	133.040	144.708	3.166	147.874	11.668
47	4.039	137.078	147.874	3.159	151.03	10.796
48	3.786	140.860	151.032	2.817	153.850	10.173
49	0.406	141.266	153.849	2.734	156.584	12.584
50	3.496	144.761	156.584	2.607	159.191	11.823

تابع الجدول رقم (9-16)

ينتظر الزبون الأول دقيقين ونصف، في حين ينظر العميل رقم (10) ما يقارب السبع دقائق، في حين ينتظر كل من العملاء ذوي الأرقام (20)، (30)، (40)،

(50) فترات زمنية تساوي (10.2)، (11)، (11.8)، (11.8) على الترتيب، وهذا يعد غير طبيعي حيث ينتظر العميل خمسة أضعاف الزمن اللازم لتلقي الخدمة. حيث أن نظام الخدمة غير مجدٍ لذلك يقترح إحداث نظام خدمة بقاتين، وهذا سوف يجعل زمن الانتظار معدوماً أو شبه معدوم، انظر الجدول رقم (9-17) الذي يعرض نتائج المحاكاة لنظام خدمة مؤلف من صرافين آليين.

زمن انتظار العميل	انتهاء خدمة العميل	الزمن اللازم لخدمة العميل	زمن البدء بخدمة العميل B	زمن البدء بخدمة العميل A	زمن وصول العميل إلى النظام	الفاصل بين وصول العملاء	نظام خدمة صرافين
0	7.1874	3.104403		4.083	4.083	4.083	1
0	7.5111	2.911686	4.5995		4.5995	0.5165	2
0.248	9.8885	2.70112		7.18740	6.9395	2.34	3
0	15.200	3.501563	11.698		11.6985	4.759	4
0	18.312	2.679098		15.6335	15.6335	3.935	5
0	18.986	2.424339	16.562		16.562	0.9285	6
0.107	21.583	3.270578		18.3126	18.206	1.644	7
0	22.922	3.453506	19.469		19.469	1.263	8
0	25.215	3.085515		22.1295	22.1295	2.6605	9
0	27.636	3.397856	24.239		24.239	2.1095	10
0	29.976	3.014791		26.9615	26.9615	2.7225	11
0	33.877	2.884169	30.993		30.9935	4.032	12
0	38.465	3.782037		34.683	34.683	3.6895	13
0	43.180	3.721181	39.455		39.4595	4.7765	14
0	44.281	3.244671		41.037	41.037	1.5775	15
0	49.523	3.569624	45.953		45.9535	4.9165	16
0	50.030	2.761527		47.269	47.269	1.3155	17
0	53.362	3.794191	49.567		49.5675	2.2985	18
0	54.301	3.204459		51.0965	51.0965	1.529	19
0	58.599	4.172765	54.426		54.4265	3.33	20
0	59.220	3.517146		55.703	55.703	1.2765	21
0	63.425	3.094942	60.330		60.3305	4.6275	22

الجدول رقم (9-17)

نظام خدمة بصريين	الزمن الفاصل بين وصول العملاء	زمن وصول العميل إلى النظام	زمن البدء بخدمة العميل A	زمن البدء بخدمة العميل B	الزمن اللازم لخدمة العميل	انتهاء خدمة العميل	زمن انتظار العميل
23	4.1805	64.511	64.511		2.946003	67.457	0
24	0.596	65.107		65.107	2.424825	67.531	0
25	3.2775	68.3845	68.3845		2.51254	70.897	0
26	1.7245	70.109		70.109	3.169108	73.278	0
27	4	74.109	74.109		3.378208	77.487	0
28	1.089	75.198		75.198	3.195092	78.394	0
29	4.997	80.195	80.195		2.638109	82.833	0
30	4.4915	84.6865		84.687	2.698268	87.385	0
31	3.328	88.0145	88.0145		2.999749	91.014	0
32	3.406	91.4205		91.421	2.456685	93.877	0
33	1.7925	93.213	93.213		3.037886	96.251	0
34	2.9965	96.2095		96.210	4.306027	100.52	0
35	4.687	100.897	100.897		2.494274	103.39	0
36	4.5065	105.403		105.40	2.618782	108.02	0
37	2.4315	107.835	107.835		3.106966	110.94	0
38	2.6945	110.529		110.53	1.858242	112.39	0
39	1.9815	112.511	112.511		3.310956	115.82	0
40	0.318	112.829		112.83	3.45597	116.29	0
41	0.2535	113.082	115.822		2.575607	118.40	2.74
42	2.9625	116.045		116.29	3.381385	119.67	0.24
43	4.7065	120.751	120.751		3.508451	124.26	0
44	4.062	124.813		124.81	3.521013	128.33	0
45	4.3125	129.126	129.126		3.739388	132.87	0
46	3.914	133.040		133.04	3.165927	136.21	0
47	4.0385	137.078	137.078		3.158792	140.24	0
48	3.7815	140.860		140.86	2.817023	143.68	0
49	0.406	141.265	141.266		2.734198	144.00	0
50	3.4955	144.761		144.76	2.607284	147.37	0

تابع الجدول رقم (9-17)

مسائل الفصل التاسع

1. حل المسألة التالية:

تبلغ قيمة برميل النفط الحالية في السوق الآسيوية 108 دولار للبرميل، والجدول رقم (9-20) يبين تغيرات سعر برميل النفط لفترة خمسة أسابيع.

تغير سعر البرميل	الاحتمالات
-3	0.05
-2	0.10
-1	0.15
0	0.20
1	0.20
2	0.15
3	0.10
4	0.05
الجدول رقم (9-20)	

المطلوب:

A. تحديد فترات الأعداد العشوائية التي يمكن إعدادها في ضوء معلومات الجدول لتقدير أسعار برميل النفط خلال خمسة أسابيع.

B. إعداد نموذج محاكاة لسعر برميل النفط خلال الأسابيع الخمسة القادمة، بدلالة أول خمسة أرقام عشوائية في العمود الثالث من جدول الأرقام العشوائية.

2. حل المسألة التالية:

أعدت شركة هوب هوب السياحية استناداً لخبرتها وتكاليف تعطل الحافلات العاملة على الخطوط الخارجية في العام المنصرم 2011 ، جدول التوزيع الاحتمالي للتكاليف على النحو الوارد في الجدول رقم (9-21).

تكاليف التعطل بالملايين	الاحتمالات
0.0	0.05
0.5	0.10
1.0	0.15
1.5	0.20
2.0	0.20
2.5	0.15
3.0	0.10
4.0	0.05
الجدول رقم (9-21)	

المطلوب:

A. تحديد فترات الأعداد العشوائية التي يمكن إعدادها في ضوء معلومات التوزيع الاحتمالي لتكاليف تعطل الحافلات العاملة على الخطوط الخارجية للعام 2011.

B. إعداد نموذج محاكاة التوزيع الاحتمالي للتكاليف تعطل العاملة على الخطوط الخارجية للعام 2012، بدلالة الأرقام العشوائية للعمود الأول من جدول الأرقام العشوائية.

3. حل المسألة التالية:

تعمل شركة الطيبات في تجارة الفواكه وقد أعدت لخبرتها وبيانات عام 2011 عن تكاليف النقل والتخزين واليد العاملة بالإضافة لأسعار الشراء، جدول التوزيع الاحتمالي للتكاليف التي يمكن أن تتحملها المنشأة عن كل صندوق

على النحو الوارد في الجدول رقم (9-22)، علماً بأن المنشأة تعاقدت على توريد الفاكهة لعملائها بسعر ثابت على مدار العام بسعر 50 وحدة نقدية للصندوق الواحد.

سعر شراء الصندوق		تكاليف نقل الصندوق		تكاليف تخزين الصندوق (ضمناً تكلفة اليد العاملة)	
24	0.20	5	0.10	8	0.30
26	0.35	6	0.20	9	0.40
28	0.35	7	0.25	10	0.30
30	0.1	8	0.35		
		9	0.15		
الجدول رقم (9-22)					

المطلوب:

A. تحديد فترات الأعداد العشوائية التي يمكن إعدادها في ضوء معلومات التوزيع الاحتمالي لكل من سعر شراء الصندوق، تكاليف نقله، وتكاليف تخزينه للعام 2011.

B. إعداد نموذج محاكاة التوزيع الاحتمالي لأرباح المنشأة للعام 2012، بدلالة الأرقام العشوائية العشرة الأوائل من الأعمدة الأول، الثاني، الثالث لسعر شراء الصندوق، تكاليف نقل الصندوق، تكاليف تخزين الصندوق على الترتيب.



قائمة مصطلحات

Decision	القرار
Decision Variable	متغير القرار
Optimal Solution	الحل الأمثل
Feasible Solution	حل مقبول
Infeasible Solution	حل غير مقبول
Fixed Cost	التكلفة الثابتة
Variable Cost	التكلفة المتغيرة
Marginal Cost	التكلفة الحدية
Marginal revenue	الإيراد الحدي
Break- even Point	نقطة التعادل
Probability	احتمال
Experiment	تجربة
Sample space	فضاء العينة
Sample Point	نقطة العينة
Classical method	الأسلوب الكلاسيكي
Event	حدث
Complement of event	متمم الحدث
Mutually exclusive events	الأحداث المتنافية
Joint Probability	الاحتمال المشترك
Independent events	أحداث مستقلة

Dependent events أحداث غير مستقلة

Problem Formulation صياغة المشكلة

Prior probabilities الاحتمالات المسبقة (القبلية)

Posterior probabilities الاحتمالات اللاحقة (البعدية)

Bayes theorem نظرية بايز

Model النموذج

Problem Solving حل المشكلة

Mathematical Model النموذج الرياضي

Constraints القيود

Objective دالة الهدف

Random Variables المتغيرات العشوائية

Discrete Random Variables المتغيرات العشوائية المتقطعة

Continuous Random Variables المتغيرات العشوائية المستمرة

The Binomial Distribution توزيع بنوميوال (ذو الحدين)

The Poisson Distribution توزيع بواسون

The normal Distribution التوزيع الطبيعي

The Exponential Distribution التوزيع الأسّي

State of nature حالات الطبيعة

Payoff المدفوعات (أرباح، تكلفة، زمن) المتحققة للقرار

Payoff table جدول المدفوعات

Decision tree شجرة القرار

Node عقدة على الشجرة

فرع (ضلع) خط يصل بين عقد الشجرة ويمثل قرار أو حالة طبيعية Branch

الأسلوب المتفائل Optimistic approach

الأسلوب المحافظ Conservative approach

الأسلوب المتشائم في حالة التكاليف Mini max regret approach

الأسلوب المتشائم في حالة العوائد Max Min regret approach

الأسف أو الندم Opportunity loss regret

القيمة المتوقعة Expected value

أسلوب القيمة المتوقعة Expected value approach

تحليل الحساسية Sensitivity analysis

قيمة المعلومات التامة EVPI.

قيمة معلومات العينة EVSI

دالة الاحتمال Probability function

التباين Variance

الانحراف المعياري Standard Deviation

الاتجاه Trend

أسلوب بيرت Program Evaluation and Review Technique

أسلوب المسار الحرج Critical Path Method

الأنشطة Activities

الأنشطة السابقة Immediate Predecessor

شبكة الأعمال Project Network

المسار الحرج Critical Path

الأنشطة الحرجة Critical Activities

Earliest Start Time (ES) زمن البداية المبكرة
Latest Start Time (LS) زمن البداية المتأخرة
Earliest Finish Time (EF) زمن النهاية المبكرة
Latest Finish Time (LF) زمن النهاية المتأخر
Forward Pass حسابات الذهاب
Backward Pass حسابات الإياب
Optimistic Time الزمن المتفائل
Most Probable Time الزمن الأكثر احتمالاً
Pessimistic Time الزمن المتشائم
Expected Time الزمن المتوقع
Slack الزمن الفائض (فترة السماح)
Crashing مجال الضغط
Queue الصف
Queuing theory نظرية صفوف الانتظار

1. Barnard-The Functions of the Executive, Harvard University press, Cambridge 1964
2. إبراهيم النائب - إنعام باقية - نظرية القرارات - نماذج وأساليب كمية محوسبة - دار وائل للنشر-عمان-الأردن 2001.
3. إبراهيم بدر شهاب، "معجم مصطلحات: الإدارة العامة"
4. إبراهيم عبد العزيز شبحا. أصول الإدارة العامة. منشأة المعارف . الإسكندرية- 1993.
5. إنعام باقية؛ حسن مشرقى- نظرية القرارات الإدارية- مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية- جامعة حلب- 2009
6. بشير العلق، "أسس الإدارة الحديثة-نظريات ومفاهيم-"، (دار اليازوري العلمية، عمان، 1998)،.
7. جابر، جوليا- إدارة الأعمال بين العلم والممارسة، مؤسسة الريحاني للطباعة 1984
8. حسن علي مشرقى - نظريات القرارات الإدارية : مدخل كمي في الإدارة - ط1. دار المسيرة - عمان - الأردن - 1997.
9. حسين حريم، شفيق حداد وآخرون، "أساسيات الإدارة
10. خليل محمد حسن الشماع، "مبادئ الإدارة مع التركيز على إدارة الأعمال"، (مرجع سبق ذكره).
11. ديفيد أدرسون- دينيس سويني- توماس وليامز؛ تعريب محمد توفيق البلقيتي- مرفت طلعت المحلاوي- دار المريح- 2004
12. زياد تميم البلخي- مقدمة في بحوث العمليات- جامعة الملك سعود - النشر العلمي والمطابع- 2007- ص 78

13. سيد الهواري، مرجع سبق ذكره، (1997)، ص : 46.
14. علي السلمي - لإدارة العلمية- دار المعارف بمصر - القاهرة- 1970
15. صباح الدين بقجه جي - خلف الجراد- بحوث العمليات- منشورات جامعة دمشق - مطبعة الإنشاء- 1982
16. كاسر نصر المنصور، "نظرية القرارات الإدارية- مفاهيم وطرائق كمية ص: 31.
17. محمد يس- إبراهيم درويش- المشكلة الإدارية وصناعة القرار- الهيئة المصرية للكتاب- القاهرة- 1975.
18. منعم زمير الموسوي، "اتخاذ القرارات الإدارية- مدخل كمي- دار اليازوري العلمية، عمان، 1998.
19. موسى حسيب الرسول- الأساليب الرياضية لاتخاذ القرارات- مؤسسة شباب الجامعة- الإسكندرية- 2000
20. ناديا أبوب- نظرية القرارات الإدارية- منشورات جامعة دمشق- الطبعة - 2002.
21. نقلاً عن نواف كنعان- مرجع سبق ذكره ص 120 - 121

اللجنة العلمية:

الأستاذ الدكتور خلف مطر جراد

الأستاذ الدكتور محمد ناصر

الأستاذ الدكتور حسن مشرقي

المدقق اللغوي الأستاذ الدكتور فخري بوش

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات

جامعة دمشق
Damascus University





