



منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
جامعة دمشق

نظرية الآلات



الدكتور سيمون عبيد

أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور إسكندر عمجة

أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور أيمن الخباز

أستاذ مساعد في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور حسان قوزي

مدرس في قسم هندسة الميكانيك العام

1444 - 1445 هـ

جامعة دمشق

2022 - 2023 م



نظرية الآلات



السنة: الثالثة

القسم: هندسة الميكانيك العام

هندسة التصميم الميكانيكي

هندسة السيارات والآليات الثقيلة



منشورات جامعة دمشق
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
جامعة دمشق

نظرية الآلات



الدكتور سيمون عبيد

أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور إسكندر عمجة

أستاذ في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور أيمن الخباز

أستاذ مساعد في قسم هندسة الميكانيك العام

الدكتور حسان قوزي

مدرس في قسم هندسة الميكانيك العام

1444 - 1445 هـ

جامعة دمشق

2022 - 2023 م



الفهرس *Table of Contents*

الفصل الأول

تعاريف ومفاهيم أساسية *Definitions and Basic Concepts*

17	<i>Introduction</i>	المقدمة	-1-1
18	<i>Degrees of Freedom</i>	درجات الطلاقة	-2-1
20	<i>Link</i>	الوصلة	-3-1
22	<i>Kinematic Pair</i>	الازدواج الحركي	-4-1
24	<i>Kinematic Pairs Classification</i>	تصنيف الازدواجات الحركية	-1-4-1
31	<i>Kinematic Chain</i>	السلسلة الحركية	-5-1
33	<i>Mechanism</i>	التركيبة الآلية	-6-1
35	<i>Types of Mechanisms</i>	أنواع التركيبات الآلية	-1-6-1
36	<i>Machine</i>	الآلة	-7-1
38	<i>Kinematic Chain Degrees of Freedom</i>	درجات طلاقة السلاسل الحركية	-8-1
39	<i>Turning and Sliding Pair Mechanisms</i>	تركيبات آلية ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية	-1-8-1
41	<i>Higher Pairing Mechanisms</i>	تركيبات آلية ذات ازدواجات علوية	-2-8-1
43	<i>Kinematic Diagram</i>	المخطط الحركي	-9-1
47	<i>Problems</i>	مسائل غير محلولة	

الفصل الثاني

تركيبات آلية مرفقية *Linkage Mechanisms*

51	<i>Introduction</i>	المقدمة	-1-2
51	<i>Mechanisms Motion Types Linkage</i>	أنماط حركة تركيبة آلية مرفقية	-2-2
52	<i>Four-Bar Mechanism</i>	تركيبة آلية رباعية القضبان	-3-2
57	<i>Slider-Crank Mechanism</i>	تركيبة آلية المنزلقة والمرفق	-4-2
61	<i>Double Slider-Crank Mechanism</i>	تركيبة آلية المنزلقتين والمرفق	-5-2
62	<i>Oldham Coupling Mechanism</i>	تركيبة آلية قارنة أولد هام	-1-5-2
63	<i>Elliptical Trammel Mechanism</i>	تركيبة آلية راسم القطع الناقص	-2-5-2
64	<i>Straight-Line Mechanisms</i>	تركيبات آلية الحركة المستقيمة	-6-2
64	<i>Watt Mechanism</i>	تركيبة آلية وات	-1-6-2
65	<i>Tchebyshev Mechanism</i>	تركيبة آلية تشيبشيف	-2-6-2
65	<i>Peaucellier Mechanism</i>	تركيبة آلية بوسوليه	-3-6-2
67	<i>Quick-Return Mechanism</i>	تركيبات آلية الحركة سريعة الارتداد	-7-2
68	<i>Drag-Link Mechanism</i>	تركيبة آلية السحب أو الجر	-1-7-2
69	<i>Crank Shaper Mechanism</i>	تركيبة آلية المرفق والذراع المشقوق	-2-7-2
70	<i>Whitworth Mechanism</i>	تركيبة آلية ويت وورث	-3-7-2
71	<i>Intermittent-Motion Mechanisms</i>	تركيبات آلية الحركة المتقطعة	-8-2
71	<i>Geneva Wheel Mechanism</i>	تركيبة آلية دولاب جينيفا	-1-8-2
72	<i>Ratchet Mechanism</i>	تركيبة آلية السقاطة	-2-8-2
73	<i>Special Applications Mechanisms</i>	تركيبات آلية ذات تطبيقات خاصة	-9-2
73	<i>Pantograph Mechanism</i>	تركيبة آلية المنساح	-1-9-2
75	<i>Toggle Mechanism</i>	التركيبة الآلية الركبية	-2-9-2

76	<i>Car Steering Mechanisms</i>	تركيبات آلية توجيه السيارة	-10-2
77	<i>Davis Mechanism</i>	تركيبة آلية ديفيس	-1-10-2
78	<i>Ackerman Mechanism</i>	تركيبة آلية آكرمان	2-10-2-
82	<i>Governor Mechanism</i>	تركيبة آلية المنظم	-11-2
82	<i>Centrifugal Governors</i>	منظمات الطرد المركزي	-1-11-2
87	<i>Inertia Governors</i>	منظمات القصور الذاتي	-2-11-2
88	<i>Basic Concepts of Governors</i>	المفاهيم الأساسية للمنظمات	-3-11-2
91	<i>Problems</i>	مسائل غير محلولة	

الفصل الثالث

Kinematics of Mechanisms حركة التركيبات الآلية

97	<i>Introduction</i>	مقدمة	-1-3
98	<i>Kinematic Analysis Methods</i>	طرائق التحليل الحركي	-2-3
100	<i>Vector Analysis for Equations of Relative Motion</i>	التحليل الشعاعي لعلاقات الحركة النسبية	-3-3
101	<i>Relative Motion Between Two Points of Link</i>	الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة	-4-3
102	<i>Link Velocity Diagram</i>	مخطط السرعة لوصلة	-1-4-3
105	<i>Link Acceleration Diagram</i>	مخطط التسارع لوصلة	-2-4-3
110	<i>Kinematic Analysis Mechanisms at Two Points of Links</i>	تحليل حركة التركيبات الآلية حالة نقطتين على وصلة	-3-4-3
121	<i>Relative Motion Between Two Coincident Points of Links</i>	الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين	-5-3
122	<i>Kinematic Analysis Mechanisms at Two Coincident Points of Links</i>	تحليل حركة التركيبات الآلية حالة النقاط المتطابقة	-1-5-3
145	<i>Relative Motion at Contact Points in Rolling</i>	الحركة النسبية عند نقاط تماس تدحرج صرف	-6-3
147	<i>Kinematic Analysis Mechanisms at Contact Points in Rolling</i>	تحليل حركة التركيبات الآلية حالة تدحرج صرف	1-6-3

154	<i>Instantaneous Velocity Centre</i>	المركز اللحظي للسرعات	-7-3
155	<i>Three Instantaneous Centers in Line Theorem</i>	نظرية استقامة ثلاثة مراكز لحظية	-8-3
156	<i>Primary Instantaneous Centers</i>	المراكز اللحظية الابتدائية	-9-3
156	<i>Turning Pair</i>	الازدواج الدوراني	-1-9-3
157	<i>Sliding Pair</i>	الازدواج الانزلاقي	-2-9-3
157	<i>Direct Contact Pair</i>	الازدواج بتماس مباشر	-3-9-3
160	<i>Instantaneous Centre Determination in Mechanisms</i>	تحديد المراكز اللحظية للتركيبات الآلية	-10-3
162	<i>Velocity Determination by Instantaneous Centre</i>	تعيين السرعة باستعمال المراكز اللحظية	-11-3
175	<i>Problems</i>	مسائل غير محلولة	

الفصل الرابع

تحليل حركة التركيبات الآلية بواسطة الحاسوب

Computer Aided Kinematic Analysis of Mechanisms

189	<i>Introduction</i>	مقدمة	-1-4
189	<i>Equations of Motion Analysis by Trigonometry</i>	تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية	-2-4
192	<i>Vectors of Motion Analysis by Complex Numbers Relations</i>	تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة	-3-4
192	<i>Vectors Analysis of Point Motion of Link</i>	تحليل متجهات حركة نقطة من وصلة	-1-3-4
204	<i>Vectors Analysis of Motion of Two Coincident Points</i>	تحليل متجهات حركة نقطتين متطابقتين	-2-3-4
206	<i>Position Analysis of Motion by Crank Angle</i>	تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق	-4-4
226	<i>Coupler Curves in Linkage Mechanisms</i>	منحنيات الوصل للتركيبات الآلية المرفقية	-5-4
231	<i>Problems</i>	مسائل غير محلولة	

الفصل الخامس

تحريك التركيبات الآلية *Kinetics of Mechanisms*

239	<i>Introduction</i>	مقدمة	-1-5
240	<i>Static Forces</i>	القوى الاستاتيكية	-2-5
244	<i>Static Forces Analysis</i>	تحليل القوى الاستاتيكية	-1-2-5
256	<i>Conservation of Energy Output of the Static Forces</i>	حفظ القدرة الناتجة عن القوى الاستاتيكية	-2-2-5
264	<i>Inertia Forces</i>	قوى العطالة	-3-5
266	<i>Inertia Forces Analysis</i>	تحليل قوى العطالة	-1-3-5
273	<i>Shaking Force</i>	قوة الارتجاج	-4-5
275	<i>Inertia and Static Forces Analysis in a Mechanism</i>	تحليل القوى الاستاتيكية والعطالية في تركيبة آلية	-5-5
283	<i>Inertia and Static Forces Analysis by Direct Method</i>	تحليل القوى الاستاتيكية والعطالية بطريقة مباشرة	-1-5-5
285	<i>Forces Analysis in Governors</i>	تحليل القوى في المنظمات	-6-5
307	<i>Distribution of Mass</i>	توزيع الكتل	-7-5
308	<i>Turning Moment Diagram</i>	مخطط عزم الدوران	-8-5
312	<i>Fluctuation of Energy</i>	تراوح القدرة	-1-8-5
313	<i>Fluctuation of Speed</i>	تراوح السرعة	-2-8-5
314	<i>Maximum and Minimum Energy</i>	القدرة العظمى والصغرى	-3-8-5
316	<i>Flywheel</i>	الدولاب المعدل	-9-5
343	<i>Flywheel Applications</i>	تطبيقات الدولاب المعدل	-1-9-5
349	<i>Flywheel Design</i>	تصميم الدولاب المعدل	-2-9-5
355	<i>Problems</i>	مسائل غير محلولة	

الفصل السادس

الكامات Cams

375	<i>Introduction</i>	مقدمة	-1-6
375	<i>Types of Cams</i>	أنواع الكامات	-2-6
375	<i>Plane Cams</i>	الكامات المستوية	-1-2-6
377	<i>Space Cams</i>	الكامات الفراغية	-2-2-6
278	<i>Types of Followers</i>	أنواع التوابع	-3-6
380	<i>Definitions and Basic Concepts of Cam Mechanism</i>	تعاريف ومفاهيم أساسية لتركيب الكامة	-4-6
384	<i>Basic Follower Motions</i>	الحركات الأساسية لتابع	-5-6
385	<i>Constant Velocity Motion</i>	حركة ذات سرعة منتظمة	-1-5-6
386	<i>Constant Acceleration and Deceleration Motion</i>	حركة ذات تسارع منتظم وتباطؤ منتظم	-2-5-6
392	<i>Simple Harmonic Motion</i>	حركة توافقية بسيطة	-3-5-6
394	<i>Cycloidal Motion</i>	حركة دويرية	-4-5-6
397	<i>Follower Motion Choice</i>	اختيار حركة تابع	-6-6

400	الإششاء التخطيطي لجانبية كامة قرصية	-7-6
	<i>Disk Cam Profile Construction</i>	
401	كامة قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري	-1-7-6
	<i>Disk Cam with Knife-Edge Follower</i>	
402	كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري	-2-7-6
	<i>Disk Cam with Roller Follower</i>	
403	كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب	-3-7-6
	<i>Disk Cam with Offset Roller Follower</i>	
405	كامة قرصية ذات تابع دحروجي تأرجحي	-4-7-6
	<i>Disk Cam with Pivoted Roller Follower</i>	
407	كامة قرصية ذات تابع ابتدائي وثانوي	-5-7-6
	<i>Disk Cam with Primary and Secondary Follower</i>	
409	كامة قرصية ذات تابع مسطح ترددي قطري	-6-7-6
	<i>Disk Cam with Flat-Faced Follower</i>	
410	كامة قرصية ذات تابع مسطح متأرجح	-7-7-6
	<i>Disk Cam with Pivoted Flat-Faced Follower</i>	
412	الحدود العملية لتصميم جانبية الكامة	-8-6
	<i>Practical Limits of Cam Profile Design</i>	
413	زاوية ضغط الكامة	-9-6
	<i>Cam Pressure Angle</i>	
424	التصميم التحليلي لجانبية الكامة	-10-6
	<i>Analytic Design of Cam Profile</i>	
425	كامات ذات جانبية محددة	-11-6
	<i>Cams with Specified Contours</i>	
425	كامة مكونة من أقواس دائرية وخطوط مستقيمة	-1-11-6
	<i>Tangent Cam</i>	
432	كامة مكونة من أقواس دائرية	-2-11-6
	<i>Circular-Arc Cam</i>	
438	كامة دائرية	-3-11-6
	<i>Eccentric-Circle Cam</i>	
446	كامات ذات تطبيقات خاصة	-12-6
	<i>Special Applications Cams</i>	
457	القوى المؤثرة في تركيب كامة قرصية	-13-6
	<i>Effective Forces in a Disk Cam</i>	
489	مسائل غير محلولة	
	<i>Problems</i>	

495 **المراجع العلمية** *References*

مقدمة Introduction

يعدّ علم نظرية الآلات علماً راسخاً متكاملًا وصله بالعلوم الهندسية الأخرى روابط متينة؛ لذا فهو يشكل حلقة رئيسة في خطة تأهيل مهندس الميكانيك، وركيزة أساسية يعتمدون عليها في دروب العمل الهندسي المبدع، ولا عجب من ذلك؛ إذ يتضمن هذا العلم الأسس اللازمة لتخطيط منهج تصميم آلة ما؛ انطلاقاً من التحليل الحركي والديناميكي لأنظمة تحويل الحركة، ونقلها؛ إضافة إلى طرائق إنشاء تركيبات آلية تحقق حركة مطلوبة ما.

لقد أسهم التطور العلمي، والتقني في إحداث تقدم هائل وسريع في مجال تطوير الآلات؛ وبخاصة أنظمة الأتمتة، والتحكم التي تستلزم توافقاً حركياً بين العناصر المكونة لها.

يتلقى الطلاب في السنة الأولى والثانية محاضرات في الميكانيك الهندسي بعلم التوازن، وعلم الحركة، وعلم التحريك، ويتلقون في السنة الثالثة محاضرات بعلم نظرية الآلات الذي هو علم هندسي يطبق فيه طلاب الهندسة ما سبق أن درسوه من مبادئ الميكانيك على الآلات الميكانيكية؛ لذا فقد رأينا تعديل كتاب نظرية الآلات الذي صدرت طبعته الأولى عام 1981، لمؤلفه أ.د.م. سيمون عبيد، وتعديله مرة ثانية الذي صدرت طبعته عام 1988، لمؤلفيه أ.د.م. سيمون عبيد، و أ.د.م. إسكندر عمجة، وتعديله مرة ثالثة الذي صدرت طبعته عام 2015، لمؤلفيه أ.د.م. سيمون عبيد، و أ.د.م. إسكندر عمجة، و د.م. أيمن الخباز، حيث أضفنا بحثاً يتضمن تحليل الحركة في التركيبات الآلية باستخدام الحاسوب، وليس الكتاب الحالي تأليفاً حقاً، شأنه في ذلك شأن كثير من الكتب العلمية والهندسية العربية، ولكنه منقول بشيء من التعديل عن الطبعة الأخيرة من كتاب نظرية الآلات بالدرجة الأولى، وعن مصادر علمية عدة متخصصة بعلم نظرية الآلات؛ فضلاً عن خبرتنا التدريسية السابقة، وبعض الموضوعات المتطورة الأخرى بشكل يواكب التطور، ويؤهل القارئ للتعمق في دراسة الأبحاث المستجدة التي تساعده على الإبداع، والابتكار، وبحيث يمكن استعماله مقررًا دراسياً، ومرجعاً علمياً في الآن ذاته.

يحتوي هذا الكتاب ستة فصول، عرضنا من خلالها المفاهيم الأساسية لعلم نظرية الآلات بطريقة منهجية، وبأسلوب مترابط رصين يتميز بالصياغة اللغوية السهلة، والوضحة قدر الإمكان، تقود القارئ تدريجياً، وبسهولة إلى استيعاب طرائق التحليل الحركي والديناميكي، للتركيبات الآلية، بحيث تتكون لديه القاعدة العلمية اللازمة لاختيار الحل الأمثل، والمنطقي للنظام الحركي المطلوب.

استهل الكتاب في الفصل الأول، تعريف العناصر المكونة للمفهوم الحركي للتركيبة الآلية، يلي ذلك الفصل الثاني، بإعطاء وصف وجيز، لا يعدم الوضوح لأهم التركيبات الآلية المرفقية البسيطة التي تشغل حيزاً مهماً من أركان هذا العلم، مع بيان الأسس المتبعة في تطويرها لتوسيع مجالات تطبيقاتها.

ومن ثم انتقلنا إلى الفصل الثالث، لتوضيح طرائق التحليل الحركي، وذلك من خلال دراسة بعض التركيبات الآلية النموذجية، وتبعه الفصل الرابع، المتضمن الطرائق الرياضية لتحليل حركة التركيبات الآلية، وبعض التطبيقات الخاصة، والتركيز على وضع الهيكل الرياضي اللازم لاستعمال الحاسوب في هذا المجال؛ بينما اهتم الفصل الخامس، بشرح طرائق التحليل الديناميكي لها.

ونظراً لأن الحداث، أو ما يعرف بالكامات التي هي عنصر رئيس في أنظمة نقل الحركة في معظم الآلات، فقد أفردنا لدراساتها فصلاً مستقلاً أوضحنا من خلاله أسس تحليلها، وإنشائها، والأكثر استعمالاً في التطبيقات العملية، ولأن المسننات، ومجموعاتها لا تختلف مبادئ دراسة حركتها، وتحليل القوى فيها، عما هي عليه بالنسبة لوصلات التركيبات الآلية، فلن نتطرق إليها في مجال هذا البحث؛ كما أنها تدخل في موضوع علم تصميم الآلات.

ولقد رأينا من المناسب أن يتضمن كل فصل تطبيقات عدة، ومسائل محلولة تحتوي على إرشادات، وملاحظات تساعد الطلاب على استيعاب الأسس النظرية، وخاصة عند دراستهم دون معلم، وعلى تجاوز الصعوبات التي يواجهونها في تطبيق المعلومات النظرية على مسائل هندسية، ولتخطي الفاصل بين مجرد الإلمام بالمبادئ العامة، وبين القدرة على تطبيقها في المسائل الواقعية، وذلك هو الهدف الحقيقي للتعليم الهندسي، كما أضفنا عدداً من المسائل غير المحلولة في نهاية كل فصل؛ وهذا يتيح للقارئ أن يختبر إمكاناته الذاتية على فهم الأبحاث، ومدى تمكنه منها؛ معتمدين في ذلك على الجملة الدولية لوحدات القياس، ومستعملين الرموز المائلة للميزات الحركية، مثلاً التسارع A ، ولتأثيرات القوى، مثلاً العزم T ، والرموز غير المائلة لوحدات القياس، مثلاً نيوتن N ، ولمواضع النقاط، مثلاً الموضع A ، ورمز النقطة فوق الحرف؛ لتشير إلى اشتقاق بالنسبة للزمن؛ أي إن $\dot{x}$ تعني dx/dt ، و $\ddot{x}$ تعني d^2x/dt^2 ، وللكمية الشعاعية بحروف غامقة، مثلاً المتجه $\mathbf{AB}$

كذلك فقد حرصنا قدر الإمكان على استيعاب الرموز الفيزيائية المصطلح عليها دولياً، كما حاولنا عند اختيار المصطلحات الهندسية، والعلمية المعربة، والمعتمدة في أهم المعاجم، والمصادر العربية استعمال الدارج والمألوف في سورية، وإضافة إلى إسهامات متواضعة من قبلنا في تعريب بعض المصطلحات الجديدة، مع تعريف كل منها عند وروده ضمن سياق النص، وقد كتبت باللغتين العربية والإنكليزية، مما يسهل على القارئ تتبع الموضوع بصورة سلسة، وواضحة.

لقد توخينا من هذا الكتاب الذي لا يمثل سوى حصيلة مقتضبة لعلم رحيب، أن يكون مرشداً للطالب في دراسته، وعوناً للمهندس الممارس على طريق العلم، والبحث، والإنتاج، مع ذلك قد يجد القارئ شرحاً، أو كلمات ضمنه لا يرى أن محلها فيه، وقد يفقد إلى شرح، أو كلمات كان يفضل أن يراها فيه، مما لا يمكن تجنبه من المؤلفين حتى ولو حرصوا على ذلك، فنجو أن نكون قد وفقنا في تحقيق بعض ما هدفنا إليه، ونتوجه بالشكر إلى كل من أسهم في إصدار هذا الكتاب.

دمشق - كانون الثاني 2023

د. حسان قوزي - أ.م. د. أيمن الخباز - أ.د. إسكندر عمجة - أ.د. سيمون عبيد

تمهيد Preface

تعتمد الهندسة على العلوم الثلاث الرياضيات، والفيزياء، والكيمياء. وهذه العلوم الثلاثة تعتمد بدورها على بعضها بعضاً، وينطبق هذا بصورة خاصة على علمي الرياضيات، والفيزياء. والميكانيك هو أحد فروع الفيزياء العديدة، وهو يبحث في العلاقة القائمة بين الكتل، والحركات، والقوى، ويُدرس عادة تحت الأقسام الرئيسة الثلاثة:

1. علم التوازن (Statics)، ويبحث في القوى الثابتة دون أخذ الحركة بالحسبان.
2. علم الحركة (Kinematics)، ويبحث في الحركة دون أخذ القوى بالحسبان.
3. علم التحرك (Kinetics)، ويبحث في القوى من حيث علاقتها بالحركة.

أما علم نظرية الآلات (Theory of Machines)، أو علم ميكانيك الآلات (Mechanics of Machinery)، فإنه يبحث في دراسة الحركات، والقوى في الآلات، وله منزلة خاصة بين العلوم الهندسية، ويعد من أوسع العلوم الهندسية انتشاراً نتيجة للتطور الفني الذي طرأ في هذا العصر، ويشغل حيزاً كبيراً مهماً في الصناعات الخفيفة والثقيلة، وفي الطب، والفضاء الخارجي، وهو في تطور مستمر، ويعد الركيزة الأولى من مراحل تصميم الآلات. فمن أجل تصميم آلة ما لابد من معرفة طبيعة حركتها أولاً، ثم دراسة هذه الحركة لتحديد الميزات الحركية من سرعة، وتسارع لوصلات التركيبات الآلية المكونة لها، وتحديد القوى والعزوم المؤثرة في عناصر هذه الآلة، وما ينتج عنها من إجهادات ديناميكية واهتزازات؛ فإن علم نظرية الآلات، يتناول دراسة بنى أنواع التركيبات الآلية المختلفة؛ بغية تصنيفها، وإنشائها، وتطويرها وفق تركيبها البنوي، كما يتناول دراسة الحركة، والقوى، والاهتزازات في أنواع التركيبات الآلية المختلفة، ولا يتناول دراسة تأثير المرونة، والتغير الحاصل في شكل أجزاء التركيبة الآلية بسبب القوى المؤثرة عليها؛ لأن هذا البحث يدخل في موضوع علم مقاومة المواد (Strength of Materials)، كما أن البحث لا يتناول تعيين حجم أجزاء التركيبة الآلية، وشكلها لحمل ثقل معين، أو لنقل قوى معينة؛ لأن ذلك يدخل في موضوع علم تصميم الآلات (Machine Design).

استعملت التركيبات الآلية، أو الآليات، من أجل توليد الحركة في العصور الأولى لوجود الإنسان، وقد بدأت باختراع العتلة، والقرص المتدرج، ومن ثم الدولاب، وبمزيد من التطوير، والتعديل ولدت التركيبة الآلية، والآلة، وتطورت، وتنوعت، حتى عصر ليوناردو دافنشي (1452-1519)، كانت جميع أنواع التركيبات الآلية معلومة بأنواعها، وأشكالها شتى تقريباً، وأخذ علم نظرية الآلات يتبلور، ويتجسد تدريجياً مع تطور علوم الرياضيات، والميكانيك النظري، حتى أصبح علماً راسخاً متكافئاً، تصله بالعلوم الهندسية الأخرى روابط متينة، وقوية، ذات معالم واضحة.

تتواجد التركيبات الآلية في الآلات، والأجهزة الميكانيكية المختلفة التي تقوم بتنفيذ وظائف حركية معينة، أو عمليات تقانة محددة، وبغض النظر عن ماهية العملية التقانة المنفذة فعلياً، فإنه يُلاحظ أنه للتركيبات الآلية جميعها وظيفة رئيسة، وبنية أساسية مشتركتان؛ مما يمكّن منها تعريف التركيبة الآلية كالآتي:

"التركيبة الآلية هي منظومة، أو مجموعة ميكانيكية لنقل كل من الحركة، والقوى، وتحويلها، أو لتوجيه حركة نقاط جسم ما على مسارات معينة، وتتكوّن من وصلات متحركة، ومتصلة بعضها ببعض بواسطة ربط، بحيث تتحدد إمكانات حركاتها المتبادلة بنوع المفاصل، وإن أقل عدد ممكن للوصلات يساوي ثلاثة بما في ذلك الوصلة الثابتة".

يمكن تصنيف التراكيب الآلية حسب وظيفتها إلى نوعين أساسيين:

1. تراكيب آليات النقل

هي تراكيب آلية تُنقل فيها الحركة، والقوى، وتحولها.

2. تراكيب آليات التوجيه

هي تراكيب آلية يتم فيها توجيه نقطة ما، أو وصلة بحيث تشغل وضعيات معينة، أو تقوم نقاطها برسم مسارات معينة.

لكن التطور الذي حصل لتقانة التراكيب الآلية، لم يكن عن طريق تكوين مخططات، وخطط جديدة؛ بل كان عن طريق إعطائها، وإكسابها نوعية حديثة، حيث نذكر على سبيل المثال:

- التراكيب الآلية التي حلت محل يد الإنسان في تنفيذ الأعمال الآلية المؤتمتة؛ كالمفاعلات النووية، والتراكيب الآلية المستخدمة في الصناعات الكيميائية.
- التراكيب الآلية المتغيرة ذاتياً التي تتغير بها معادلات الحركة بصورة آلية، كتغيير عدد دورات محرك.
- التراكيب الآلية الطبية التي تقوم بالوظائف الفيزيولوجية لأعضاء جسم الإنسان؛ كالقلب الاصطناعي، والرئة، والكلية الاصطناعية.

مما تقدم، نلاحظ أنه ليس بالإمكان أن نحصي جميع التراكيب الآلية ذات التقنية الحديثة، ولكن المفهوم هو ليس فقط حل المعضلات الجديدة للتقنية؛ بل بقدر ما نُحسن من نوعية التقانة الحديثة.

كما أصبحت مسائل نظرية الآلات متعددة، ومختلفة، ولكن الأهم فيها أن نقسمها إلى ثلاث مجموعات:

1. تحليل التراكيب الآلية Mechanisms Analysis

يدرس في تحليل التراكيب الآلية ذات الأبعاد المعلومة ضمن المجالات الثلاثة الآتية:

a. توصيف التراكيب الآلية

يوصف في هذا المجال التراكيب الآلية؛ وفقاً لمنطلقات مختلفة، كالبنية الإنشائية للتراكيب الآلية، وللوصلات المكونة لها، أو حسب وظيفتها، أو نوع تحويل الحركة وطبيعتها، وغير ذلك من العوامل.

b. التحليل الحركي للتراكيب الآلية

يُدرس في هذا المجال الحركة في التراكيب الآلية؛ لتعيين الميزات الحركية؛ كالإزاحة، والسرعة، والتسارع، والخطي، والزوايا، للوصلات المكونة لها.

c. التحليل التحريكي للتراكيب الآلية

يُحلل في هذا المجال القوى بأنواعها المختلفة، وتدرس أيضاً العزوم المؤثرة في وصلات التراكيب الآلية المكونة لها.

2. إنشاء التراكيب الآلية Mechanism Synthesis

يعد إنشاء التراكيب الآلية، عملية معاكسة لتحليل التراكيب الآلية؛ إذ يتناول البحث في تعيين بنية التراكيب الآلية، وأبعادها التي تلبى شروطاً حركية ما، وتدخل هنا أيضاً مسائل موازنة الكتل، والاستطاعة، ويلاحظ أن مسائل إنشاء التراكيب الآلية أكثر تعقيداً، وتحتاج إلى جهد أكبر من مسائل تحليل التراكيب الآلية، ويتطلب إنجازها في كثير من الحالات تدخل الحاسوب.

هناك مسائل في إنشاء التركيبات الآلية يحتاج حلها إلى استعمال بعض الأساليب الرياضية الخاصة، مثل التحسين بوساطة الحاسوب، حيث تعتمد هذه الطريقة على التحليل المتكرر للآلية مع تغيير أبعادها بصورة دورية، حتى الحصول على الأبعاد اللازمة لتحقيق الشروط المفروضة، وتدعى مثل هذه العملية؛ الإنشاء بوساطة التحليل المتكرر.

أصبح هذا التطور الأخير، يبين العلاقة الوثيقة بين مجالي تحليل التركيبات الآلية، وإنشائها؛ بحيث يصبح الفصل بينهما غير ذي فائدة عملياً.

3. نظرية الآلات لتركيبات آلية ذاتية الحركة

يرتبط تطور نظرية الآلات لتركيبات آلية ذاتية الحركة، بتحديث طرق بناء مخططات دارات القيادة، والتحكم المحددة، وتطويرها لتوافق حركة وصلات التركيبات الآلية.

وكما هو الحال في علم مقاومة المواد، وعلم المعادن، وميكانيك السوائل، يتداخل علم نظرية الآلات في جميع أركان التقانة، ويمثل بالتالي إحدى دعائم العلوم التقنية، ويشمل مجال تطبيقها نواحي الميكانيك، والأجهزة الدقيقة كافة؛ ولذا فإن الحركات المتشابهة في أنوال النسيج، والعمليات التحكمية في محرك ما، وآليات المسننات الكوكبية، وطرائق توجيه الحركة في الإنسان الآلي، وغيرها تشكل موضوعات متنوعة من علم نظرية الآلات.

كما تشاهد التركيبات الآلية المتنوعة في آلات المكاتب، والآلات الزراعية، والنسجية، وآلات التعليب، والتغليف، والرفع، وآلات التشغيل الميكانيكي، كما تستخدم أيضاً في الأجهزة الطبية، والأجهزة الميكانيكية في الطائرات، والأقمار الصناعية، والمركبات الفضائية.

لا شك في أنه من المهم في النشاط العملي للمهندس، الانطلاق من الأسس العلمية للمنظومات التقنية بهدف إيجاد الحلول المثلى. هذا يعني أن على المهندس أن يسعى، ويحاول حل المسائل التقنية ليس بوساطة تركيبات آلية ميكانيكية فقط؛ بل عن طريق استخدام عناصر كهربائية، هيدروليكية، هوائية، أو غيرها من التركيبات الآلية المشتركة.

على سبيل المثال، يمكن من أجل توليد حركة مستقيمة ترددية، لأداء عمل ما في وضعيات معينة، استعمال المحركات الخطية، أو المغناطيس، أو المحركات الخطية ذات الحركة المتقطعة، أو العناصر الهيدروليكية، أو الهوائية؛ إلى جانب الآليات الميكانيكية.

الفصل الأول

تعريف ومفاهيم أساسية Definitions and Basic Concepts

1-1- المقدمة

Introduction

تكمن الغاية من التحليل الميكانيكي للآلات في دراسة حركات أجزائها المختلفة، وتحديد القوى المؤثرة فيها، من دون التطرق إلى دراسة تأثير المرونة، والتغيرات الحاصلة في شكل هذه الأجزاء بسبب القوى المطبقة عليها؛ إذ إن هذه الدراسة هي مجال بحث مقاومة المواد (*Strength of Materials*)، كما أن تعيين حجم أجزاء الآلة اللازمة، وأشكالها لتحمل القوى المطبقة عليها، أو نقلها يدخل في موضوع تصميم الآلات (*Machine Design*).

يقتصر البحث هنا على دراسة الحركة المستوية للجسم الصلب، حيث تتحرك جميع نقاط الجسم في مستويات متوازية، أو منطبق بعضها على بعض؛ أي تُهمل سماكة الأجزاء العمودية على مستوى الحركة، ويكفي عندئذ لدراسة الحركة المستوية للجسم الصلب دراسة المقطع العرضاني منه الموازي لمستوي الحركة، ونتكلم عن مركز الدوران، والمركز الآني إلخ .. بدلاً من محور الدوران، والمحور الآني إلخ ..، التي هي الأسماء الصحيحة للأجسام الحقيقية؛ وهذا يبسط الدراسة، ولا يقلل من قيمة المعلومات التي يُحصل عليها؛ لأن النقاط جميعها على أي عمود على مستوى الحركة تتحرك بطريقة مماثلة، مع الإشارة إلى أن أغلب الأسس، والمفاهيم المعتمدة في دراسة الحركة المستوية، هي ذات فائدة كبيرة في تحليل أنماط الحركة الفراغية؛ وبخاصة الحركة اللولبية (*Helical Motion*)، التي تتم عندما يدور جسم ما حول محور، وفي الوقت نفسه يتحرك باتجاه مواز لذلك المحور، بحيث توجد نسبة ثابتة بين الحركتين، كما هو الحال في دراسة حركة العزقة على البرغي، حيث تتحرك أي نقطة منها على مسار لولبي، والحركة الكروية (*Spherical Motion*)، التي تتم عندما يتحرك جسم ما بطريقة يبقى فيها بعد أي نقطة فيه واحداً عن نقطة ثابتة؛ لذلك تتحرك النقطة على سطح كرة، كما هو الحال في دراسة حركة بعض أنواع المسننات، والمساند، والمحامل التدرجية، والوصلات الكروية؛ من ثم يمكن دراسة مثل هذه الحركات انطلاقاً من إسقاط مركباتها في مستويين، أو أكثر، ومن ثم تحليل الحركة الفعلية لهذه المركبات.

2-1- درجات الطلاقة

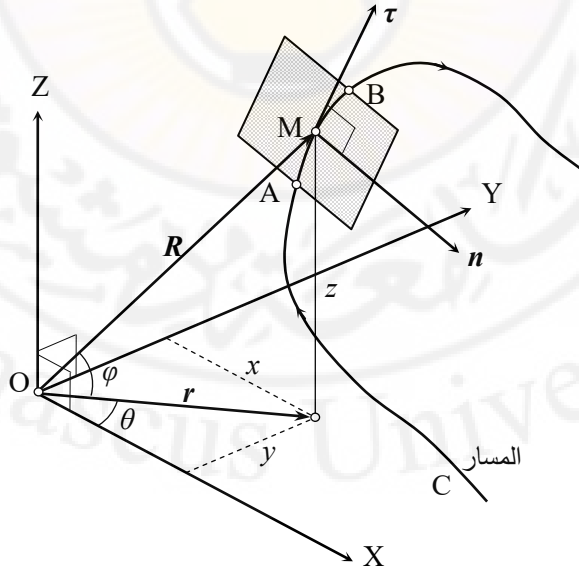
Degrees of Freedom

إن مفهوم درجات الطلاقة ذو فائدة كبيرة في التعبير عن الأبعاد، أو عن الإحداثيات اللازمة لتوصيف مواضع الأجسام المتحركة جميعها؛ إذ إن عدد الإحداثيات المستقلة عن بعضها عن بعض، واللازمة لتحديد وضع نظام ميكانيكي في أي لحظة يساوي عدد درجات الطلاقة لهذا النظام. تسمى هذه الإحداثيات المستقلة بـ الإحداثيات المكانية، ويساوي عددها العدد الكلي للإحداثيات مطروحاً منه عدد العلاقات الهندسية التي تربط بينها.

يُلاحظ من (الشكل-1-1)؛ أنه لتعيين وضع نقطة M تتحرك بطلاقة في الفراغ، يتحدد وضعها بثلاث قيم جبرية مستقل بعضها عن بعض؛ تمثل إحداثيات هذه النقطة بالنسبة إلى جملة محاور إحداثية ثابتة. يمكن أن تكون هذه الإحداثيات ديكارتية x, y, z ، أو أسطوانية r, θ, z ، أو أي إحداثيات أخرى، وهذا يعني أن للنقطة طليقة الحركة في الفراغ ثلاث درجات طلاقة.

لكن إذا قيدت النقطة بالحركة على سطح، أو بصورة خاصة في مستوى، فإنه توجد بين الإحداثيات الثلاثة علاقة هندسية هي تابع السطح المقيد للحركة؛ ومن ثم فإن وضع النقطة يحدد عندئذ بإحداثيين مستقلين فقط، وهذا يعني أن للنقطة في هذه الحالة لها درجتا طلاقة.

أما إذا قيدت النقطة بمنحنٍ فإنه يبقى إحداثي مكاني واحد فقط؛ لأن المنحني بصورة عامة هو خط نقاط سطحين، وهذا يعني أن للنقطة في هذه الحالة درجة طلاقة واحدة.



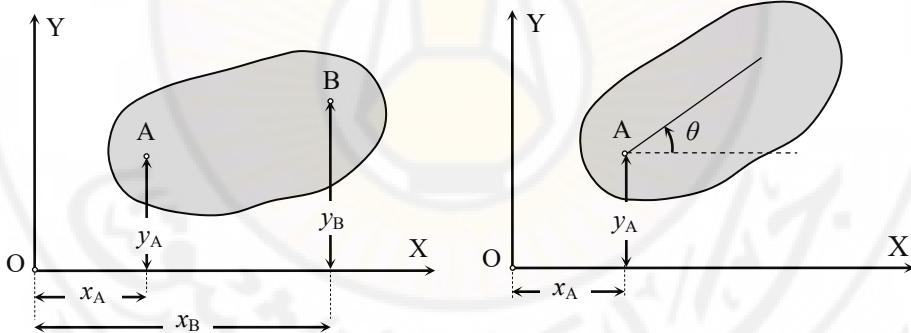
رسم تخطيطي لتعيين وضع نقطة تتحرك بطلاقة في الفراغ.

(الشكل-1-1)

أما في حالة جسم صلب، فعندما يتحرك بطلاقة في الفراغ بالنسبة إلى محاور ثابتة، فإن وضعه يتعين بشكل كامل بوضع ثلاث نقاط منه لا تقع على استقامة واحدة؛ إذ إن وضع أي نقطة إضافية من الجسم؛ يحدد بالاستناد إلى أن بعده عن النقاط الثلاث ثابت لا يتغير كيفما تحرك الجسم؛ فضلاً عن كون الأبعاد بين النقاط ثابتة أيضاً.

يتضح من ذلك أن الإحداثيات التسعة اللازمة لتعيين وضع النقاط الثلاثة من الجسم ليست مستقلة عن بعضها بعضاً؛ إذ إنها ترتبط فيما بينها بثلاث علاقات للأبعاد الثابتة بين هذه النقاط؛ ومن ثم فإنه يبقى ست قيم مستقلة تمثل الإحداثيات المكانية للجسم، وهذا يعني إن للجسم الصلب الطليق في الفراغ ست درجات طلاقة.

لكن إذا تحرك جسم صلب بحركة مستوية طليقة، فإن وضعه يتعين بالنسبة إلى المستوي الثابت؛ بتحديد المقطع العرضاني منه الموازي للمستوي بإحداثيات نقطتين منه A و B ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-1-2)؛ لأن حركة الجسم في هذه الحالة هي دوماً موازية للمستوي الثابت OXY . يتحدد وضع النقطة A بالإحداثيين x_A و y_A ؛ بينما يتحدد وضع النقطة B بالإحداثيين x_B و y_B ، ومن ثم فإن وضع المقطع العرضاني يعين في المستوي بأربعة إحداثيات، لكن هذه الإحداثيات ليست مستقلة تماماً؛ إنما توجد بينها علاقة هي البعد الثابت بين النقطتين A و B .



(الشكل-1-2)، رسوم تخطيطية لتعيين وضع مقطع عرضاني لجسم صلب يتحرك بحركة مستوية بـ:
a- إحداثيات نقطتين منه. b- إحداثيات نقطة وميل خط مار منها.

كما يمكن تحديد وضع المقطع في المستوي بـ x_A و y_A إحداثيي النقطة A ، والزاوية θ ميل الخط AB على المحور OX ، حيث تكون الإحداثيات θ و x_A و y_A مستقلة تماماً، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-1-2)، وهذا يعني أنه عندما يتحرك الجسم الصلب بحركة مستوية طليقة، فإن له في هذه الحالة ثلاث درجات طلاقة.

من الضروري قبل التطرق إلى بحث الوسائل المستعملة في التحليل الميكانيكي للألات، وبيان تطبيقاتها المختلفة؛ إعطاء فكرة موجزة عن أهم المفاهيم المتعلقة بالمكونات الحركية للألات، من حيث تحديد أوضاعها الهندسية، وأشكال الاتصال فيما بينها لتأمين حركة ما.

3-1- الوصلة

Link

هي أي جزء من آلة يربط بين الأجزاء الأخرى، ويتحرك بالنسبة إليها، يمكن للوصلة أن تكون ثابتة لتشكل هيكل الآلة الذي تتحرك بالنسبة إليه بقية الأجزاء، أو أن تكون دليلاً للحركة، أو ناقلاً لها، أو للقيام بهذه الأوضاع معاً مجتمعة.

ليس من الضروري أن تتكوّن الوصلة من قطعة واحدة؛ وإنما يمكن أن تتكوّن من قطع عدة من مواد مختلفة جمعت بشكل وثيق لكي تتحرك كوحدة واحدة متماسكة. مثال ذلك ذراع التوصيل في محرك الاحتراق الداخلي الذي يتكوّن من مجموعة قطع صنعت منفصل؛ لكنها بعد تجميعها في المحرك تعدّ وصلة واحدة لانعدام الحركة النسبية بين مكوناتها المختلفة. من الواضح أنه يمكن للوصلة أن تتصل بأي عدد من الوصلات الأخرى؛ شريطة وجود حركة نسبية بين الوصلات المختلفة.

يمكن أن تكون الوصلة جسماً صلباً، وتأخذ أشكالاً تصميمية مختلفة، فقد تكون بشكل قضيب، أو قرص، أو مسنن، أو حذبة، أو منزلقة وغير ذلك، ويجب أن تتميز الوصلة الصلبة بمقاومة كافية للقوى، والإجهاد المتولد في أثناء الحركة، مثل إجهاد الشد، والضغط، واللي، واللتني، ويفترض بالتالي عند دراسة التركيبات الآلية إهمال التشوهات الصغيرة في الوصلات الصلبة الناتجة عن الانفعالات؛ حيث يفترض أن التغيرات العظمى للأبعاد تكون بحدود 0.001 من طول الوصلة.

كما أنه ليس من الضروري أن تكون الوصلة جسماً صلباً؛ إنما يجب أن تكون جسماً مقاوماً قادراً على نقل الحركة دون تغير ملحوظ في أبعاده. نميز في هذه الحالة نوعين، وهما:

1. الوصلة الصلبة *Rigid Link*

هي الوصلة القادرة على نقل قوى الشد، أو الضغط، أو كليهما معاً؛ كذراع التوصيل.

2. الوصلة المرنة *Flexible Link*

أو الطليقة، وهي الوصلة التي تبدي مقاومة، وتنقل الحركة بطريقة معينة واحدة فقط، فمنها:

- الوصلات الشدية *Tension Links*

هي التي تنقل قوى الشد، لكنها لا تقاوم قوى الضغط؛ كالسيور، والسلاسل، والحبال.

- الوصلات الضغطية *Pressure Links*

هي التي تنقل قوى الضغط فقط؛ كالسوائل غير القابلة للانضغاط المستعملة في المكابس، والمكايح، والروافع الهيدروليكية.

- الوصلات النابضية *Spring Links*

هي التي تنقل قوى الشد، أو الضغط بحسب نوعها، وطريقة تصميمها؛ حيث تصنف كنوابض شد،

أو نوابض انضغاط، وتعمل بالتالي على تأمين الانغلاق بين الوصلات لنقل الحركة بصورة مستمرة.

تجدر الإشارة إلى أننا في مجال بحثنا سنستعمل تعبير الوصلة للدلالة

على الوصلات الصلبة حصراً، مع التنويه حيث يلزم، عن الأنواع الأخرى من الوصلات.

قبل الاستفاضة في البحث؛ لا بد من تعريف الوظائف الحركية لوصلات التركيبة الآلية، وتمييزها، وتتلخص هذه الوظائف وفق إمكانياتها في نقل الحركات المختلفة وتحويلها، فالحركة المتولدة عند الوصلة القائدة تنتقل بوساطة ذراع التوصيل مثلاً إلى الوصلة المقودة؛ عبر وصلات التركيبة الآلية التي تؤدي خلالها حركات محددة متكررة، وقسرية بسبب الأبعاد، والازدواجات الحركية لتلك الوصلات؛ بالنتيجة تحصل التغيرات في خواص الحركة المنقولة، فقد يتغير نوع الحركة من دورانية إلى انسحابية، وقد يتغير مقدار السرعة زيادةً أو نقصاناً، وتبعاً لوظائف الوصلات تستعمل التسميات الآتية:

- الوصلة الثابتة *Fixed Link*

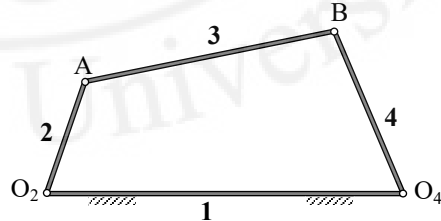
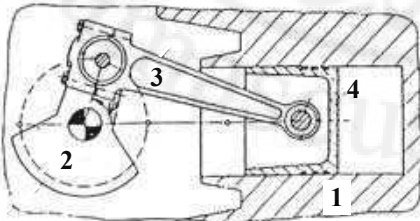
أو الهيكل (*Structure*)، وهي تلك الوصلة التي تُعدّ ثابتة في التركيبة الآلية، وتقاس بالتالي حركة باقي الوصلات بالنسبة لها، حتى ولو كانت هي نفسها متحركة؛ أي منتمية لجملة متحركة؛ كهيكل السيارة مثلاً، أو كالوصلة رقم 1، في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-3)، وفي تركيبة آلية رباعية القضبان، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-3).

- الوصلة القائدة *Driving Link*

أو المرفق (*Crank*)، وهي وصلة الدخول في التركيبة الآلية، وتدور بسرعة دوران كاملة حول مركز ثابت، مثل عمود المرفق رقم 2 في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-3)، وفي تركيبة آلية رباعية القضبان، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-3)، كما أنها الوصلة التي تتلقى الحركة التي تتحول إلى الحركة التي على التركيبة الآلية تحويلها، ويكون عمل القوى الخارجية المطبق عليها موجباً.

- الوصلة الناقلة للحركة *Coupler Link*

أو ذراع التوصيل (*Connecting Rod*)، وهي الوصلة التي تنقل الحركة، وتربط بين الوصلات المتحركة في التركيبة الآلية، وليس لها اتصال مباشر مع الهيكل. مثل ذراع توصيل الحركة رقم 3 في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، المبينة في الجزء a من (الشكل-1-3)، وفي تركيبة آلية رباعية القضبان، المبينة في الجزء b من (الشكل-1-3).



a- مخطط تركيبة آلية المنزلقة والمرفق.

b- مخطط تركيبة آلية رباعية القضبان.

(الشكل-1-3)، مخططات لتراكيبات آلية رباعية الوصلات.

- الذراع Lever

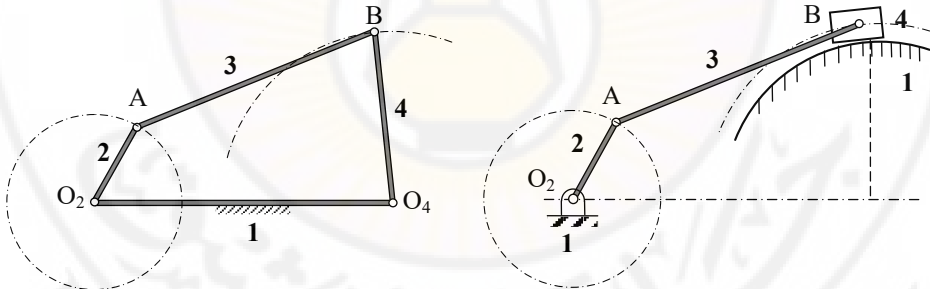
هو وصلة على شكل قضيب يتأرجح ضمن زاوية، ويغير اتجاه حركته في فترات معينة؛ كالوصلة رقم 4 في تركيبة آلية رباعية القضبان، المبينة في الجزء a من (الشكل-1-4).

- المنزلقة Slider

هي وصلة على شكل كتلة تنزلق على سطح وصلة أخرى، وقد تتحرك على خط مستقيم؛ كالرأس المنزلق (Crosshead) رقم 4 في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-3)، أو قد تتحرك على خط منحني، كما تفعل الكتلة رقم 4 في التركيبة الآلية، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-4).

- الوصلة المقودة Driven Link

هي وصلة الخرج في التركيبة الآلية، وهي التي تقوم بالحركة التي خصصت للتركيبة الآلية من أجل الحصول عليها، فهي وصلة الخرج في التركيبة الآلية، ويكون عمل القوى الخارجية المطبق عليها سالباً أو مساوياً للصفر. مثل الوصلة رقم 4 في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-3)، وفي تركيبة آلية رباعية القضبان، المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-4).



b- المنزلقة 4 تتحرك على منحني في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق. a- الذراع 4 يتأرجح في تركيبة آلية رباعية القضبان. (الشكل-1-4)، مخططات لتركيبات آلية رباعية الوصلات.

Kinematic Pair

4-1- الازدواج الحركي

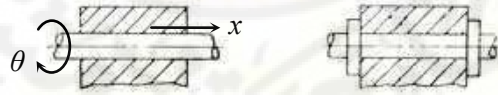
إذا وصلنا وصلتين بعضهما ببعض؛ بحيث تكون الحركة النسبية بينهما مقيدة تقيداً تاماً، فإننا نحصل على ازدواج حركي. هذا يعني أن الحركة النسبية المستوية بين الوصلتين يجب أن تكون ذات درجة طلاقة واحدة؛ أي إن الوضع النسبي لكلا وصلي الازدواج يُحدد بإحداثي مستقل واحد فقط؛ ومن ثم - لتحقيق ازدواج حركي - يجب تقييد حركة كل من الوصلتين بشكل يؤمن بينهما حركة نسبية ذات درجة طلاقة واحدة.

لفهم المقصود من الحركة النسبية المقيدة تقيداً تاماً، ندرس حركة عمود ضمن أسطوانة ثابتة بينهما توافق دقيق، كما هو مبين في (الشكل-1-5). حيث نلاحظ في الجزء a من (الشكل-1-5)، أنه يمكن تحريك العمود بالنسبة للأسطوانة بإحدى الحركات الآتية؛ دوران، أو انزلاق، أو دوران مع انزلاق؛ ومن ثم فإن الحركة النسبية بينهما ليست مقيدة تقيداً تاماً؛ إذ إن التلامس المغلق بين سطحي العمود والأسطوانة قد ألغى درجة طلاقة واحدة للعمود؛ لأن درجة طلاقة الأسطوانة تساوي الصفر لكونها ثابتة؛ إذ من الواضح أنه يلزم - بصورة عامة - إحداثيان مستقلان θ , x لتحديد وضع العمود بالنسبة للأسطوانة في أية لحظة، ولا يمكن؛ من حيث الشكل الهندسي للازدواج الحركي بين الوصلتين، تحديد حدوث أية من الحركات المذكورة سابقاً بشكل قاطع.

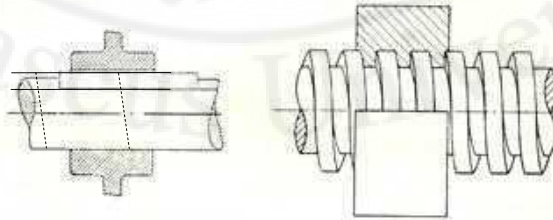
لكن إذا رغبتنا أن تكون الحركة بين العمود والأسطوانة مقيدة تقيداً تاماً، فعلينا عندئذ إدخال بعض التعديلات على هذا الشكل بحيث تؤمن قيداً إضافياً يلغي إحدى درجتي الطلاقة للعمود. يمكن على سبيل المثال:

- إما تثبيت حلقتين على العمود؛ المبين في الجزء b من (الشكل-1-5)، بحيث تصبح حركة العمود بالنسبة للأسطوانة حركة دورانية فقط.
- أو تثبيت خابور غاطس في الأسطوانة؛ المبين في الجزء c من (الشكل-1-5)، بشكل مع مجرى ملائم في العمود توافقاً انزلاقياً، بحيث يسمح للعمود بالانزلاق فقط.
- أو لولبة سطحي تماس كل من العمود والأسطوانة؛ المبين في الجزء d من (الشكل-1-5)، بحيث تكون الحركة الناتجة مقيدة تقيداً تاماً رغم وجود دوران وانزلاق بآن واحد؛ إذ إنه لكل دورة هناك انزلاقٌ محدد القيمة بخطوة اللولب.

تجدر الإشارة إلى أن التحليل السابق لمفهوم التقييد التام للحركة بين الوصلتين يبقى صحيحاً فيما لو كانت الأسطوانة غير ثابتة؛ إذ إن الحركة النسبية بين الوصلتين لن تتغير؛ ومن ثم فإن تثبيت إحدى الوصلتين، أو تحريكها، لا يغير نوعية الازدواج الحركي بينهما؛ لأنه يتحدد بطبيعة الحركة النسبية فقط دون غيرها.



a- حركة عمود ضمن أسطوانة. b- تثبيت حلقتين على العمود.



c- تثبيت خابور غاطس في الأسطوانة. d- لولبة سطحي تماس كل من العمود والأسطوانة.

(الشكل-1-5)، رسوم تخطيطية لتوضيح الحركة بين عمود وأسطوانة.

1-4-1- تصنيف الازدواج الحركية Kinematic Pair Classification

نظراً لتباين أنماط الأداء في الآلات، ولتنوع التقانات المستعملة في تحقيق حركة ما، فإنه من الصعب تصنيف الازدواج الحركية ضمن مجموعات محددة مستقلة لا تتداخل بينها؛ ومن ثم فإن هذا التصنيف يتم وفق منطلقات مختلفة. نبين أهمها في الآتي:

▪ وفق طبيعة الحركة النسبية According to Relative Motion

بما أن للحركة النسبية أهمية خاصة في تحديد مفهوم الازدواج الحركي، فإنه من الطبيعي تصنيف الازدواج تبعاً لنوع هذه الحركة بين وصلتي الازدواج. نميز في هذا المجال أربعة أنواع، وهي:

1. ازدواج حركي دوراني Turning Pair

حيث تقيد نقاط إحدى الوصلتين بالدوران على مسارات دائرية حول محور ثابت يمر في الوصلة الأخرى؛ بحيث يمكن تحديد الوضع النسبي للوصلتين بواسطة إحداثي زاوي θ . مثال ذلك الحالة b من (الشكل-1-5)، والمفاصل الدورانية، والمحامل الارتكازية.

2. ازدواج حركي انزلاقي Sliding Pair

حيث تكون الحركة النسبية بين نقاط تماس الوصلتين انزلاقية. يمكن للانزلاق أن يتم على مسارات مستقيمة، بحيث يمكن تحديد الوضع النسبي للوصلتين بواسطة إحداثي خطي x . مثال ذلك الحالة c من (الشكل-1-5)، أو حالة مكبس وأسطوانة، أو حالة منزلقة ومجرى مستقيم، أو يمكن أن تنزلق إحدى الوصلتين على مسارات منحنية محددة في الوصلة الأخرى، كما في حالة منزلقة ضمن مجرى منحني، كما تفعل الكتلة رقم 4 في التركيبة الآلية المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-4)، أو حالة تابع مسطح وكامة قرصية.

3. ازدواج حركي لولبي Screw Pair

حيث تكون الحركة النسبية بين نقاط تماس الوصلتين لولبية، أي إنها دوران بحت حول محور بواسطة إحداثي زاوي θ ، يرافقه انزلاق بحت مواز للمحور نفسه، بواسطة إحداثي خطي x ، مع وجود علاقة محددة بين الدوران والانزلاق. مثال ذلك الحالة d من (الشكل-1-5)، أو حالة الصامولة والبرغي.

4. ازدواج حركي تدرجي Rolling Pair

إذا تحركت وصلة على وصلة أخرى، بحيث لا تمس نقطة من إحداها نقطتين متتابعتين على الأخرى، فإن الحركة الناتجة هي تدرج صرف، والازدواج الحركي بينهما هو ازدواج حركي تدرجي. يعني ذلك أن شرط حدوث الحركة التدرجية هو عدم وجود سرعة نسبية عند نقاط تماس الوصلتين. مثال ذلك تدرج قرص على مستقيم، أو تدرج قرص على قرص آخر، أو كما في محامل الكرات (Rolling Balls)، ومحامل الدحارج، وحالة تعشيق زوج من أسنان مسننين.

▪ وفق طبيعة التقييد التام للحركة

According to Complete Constraint of Motion

نميز في هذا المجال نوعين من الازدواج الحركية، وهما:

1. ازدواج حركي مغلق ذاتياً *Self-Closed Kinematic Pair*

حيث يكون الشكل الهندسي للازدواج بين الوصلتين كافياً لتقييد الحركة بصورة تامة، ويؤمن الاتصال الدائم بوساطة تشكيل عناصر الازدواج الحركي؛ بحيث لا يسمح إلا لنوع واحد من الحركة النسبية بالحدوث بين الوصلتين، كما في الازدواج الدورانية، والانزلاقية، واللولبية، المبينة تخطيطياً في الأجزاء d , c , b من (الشكل-1-5)، فهي مغلقة ذاتياً، حيث يحيط عنصر إحدى الوصلات بالأخرى، كذلك الأمر بالنسبة للكلمات ذات الحركة الإيجابية، ولمنزلة تتحرك ضمن مجرى محدد، وغيرها.

2. ازدواج حركي مغلق قسرياً *Force-Closed Kinematic Pair*

يلحظ في كثير من الآلات أن شكل الازدواج لا يؤمن حركة مقيدة تماماً، لكن ينتج تقييد تام للحركة من تأثير قوى خارجية. يقال عن ازدواج من هذا النوع: إنه مغلق قسرياً، وهناك وسائل عدة لغلق الازدواج، وهي:

- الازدواج الحركية المغلقة بقوى الثقالة

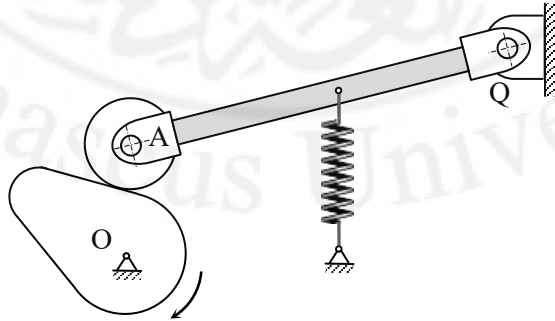
Kinematic Pairs Closed by Gravity Force

يمكن أن تكون القوى الخارجية المقيدة للحركة ثقالية، كما في حالة العنفات الشاقولية، حيث لا يمنع الازدواج بين العمود ومحمل الدفع الحركة إلى الأعلى؛ لأن وزن العنفة الكبير نسبياً يمنع إمكان حدوث هذه الحركة.

- الازدواج الحركية المغلقة بقوة نابض

Kinematic Pairs Closed by Spring Force

يمكن أن تكون القوى الخارجية المقيدة للحركة نابضية، كما في حالة تركيبة كامرة قرصية وتابع تآرجي، المبين تخطيطياً في (الشكل-1-6).

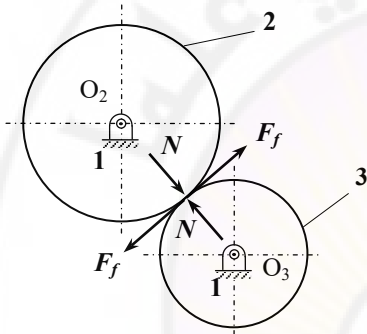


رسم تخطيطي لتركيبة كامرة قرصية وتابع لتوضيح الازدواج الحركي المغلق بقوة نابض.
(الشكل-1-6)

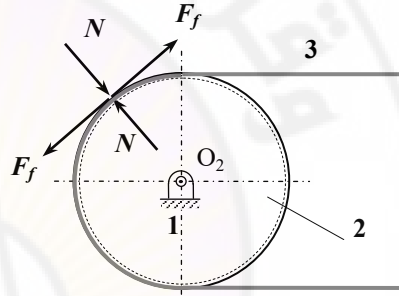
- الازدواجات الحركية المغلقة بقوى الاحتكاك

Kinematic Pairs Closed by Friction Force

يمكن أن تكون القوى الخارجية المقيدة للحركة قوة احتكاك، حيث يتم نقل الحركة من وصلة لأخرى عن طريق قوى الاحتكاك التي تؤثر في سطوح التماس. كما في حالة الأقراص الاحتكاكية 2 و 3، المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-7)، حيث تتولد قوى الاحتكاك F_f بين هذه الأقراص، وفي حالة آلية السيور، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-7)، حيث تتولد قوى الاحتكاك F_f بين السير 3 والبكرة 2.



a- مخطط لتركيبية آلية الأقراص الاحتكاكية.



b- مخطط لتركيبية آلية السيور.

مخططات لتوضيح الازدواجات الحركية المغلقة بقوى الاحتكاك.

(الشكل-1-7)

- الازدواجات الحركية المغلقة بسبب الأوضاع النسبية للوصلات

Closed Kinematic Pairs by Relative Position of Links

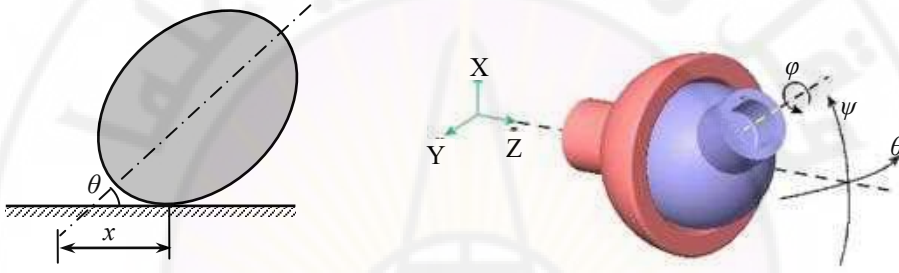
يتم في بعض الحالات إغلاق الازدواج الحركي قسراً بسبب الأوضاع النسبية للوصلات، أو ازدواجات أخرى. مثال ذلك الازدواج الحاصل بين المكبس والأسطوانة في محرك الاحتراق الداخلي، المبين في الجزء a من (الشكل-1-3)، حيث الحركة النسبية غير مقيدة تماماً، لكن بسبب وجود ذراع التوصيل؛ فإن محوري إصبع المكبس، ووتر المرفق متوازيان دوماً؛ وبالتالي فإن الحركة النسبية بين الأسطوانة والمكبس هي حركة انزلاقية فقط.

من الواضح أن تأمين ازدواجات مغلقة ذاتياً يستوجب دقة عالية في تشغيل سطوح تماس الوصلات وإنهائها؛ لذا فإن التصميم الحركي للازدواجات يتم عادة بالاعتماد على إحدى وسائل الإغلاق القسري منعاً لحدوث انحرافات في الحركة النسبية بين الوصلات؛ لأنه لا يمكن إنهاء سطوح التماس إلا ضمن حدود تفاوت معينة.

▪ وفق عدد درجات الطلاقة According to Degrees of Freedom Number

بما أن عدد درجات الطلاقة للازدواج الحركي يساوي عدد الحركات الإفرادية النسبية الممكنة والمستقلة عن بعضها بعضاً؛ ومن ثم فإن الازدواجات المذكورة وفق طبيعة الحركة النسبية هي ذات درجة طلاقة واحدة؛ لذا يقال عنها بأنها أحادية درجة الطلاقة.

أما بالنسبة لدرجة قرص بشكل قطع ناقص على المستوي، المبين في الجزء a من (الشكل-8-1)، فإنه يلزم لتحديد الشكل الحركي لهذه الحالة معرفة إحداثيين هما: x لتحديد نقطة تماس القرص مع المستوي، و θ لتعيين محور القرص بالنسبة لمستوي التماس؛ ومن ثم هذا الازدواج يملك درجتين طلاقة؛ لذا يقال عنه بأنه ثنائي درجة الطلاقة.



(الشكل-8-1)، رسم تخطيطي لـ:

a- درجة قرص بشكل قطع ناقص.

b- مفصل كروي.

أما بالنسبة لوضعية المفصل الكروي؛ المبين في الجزء b من (الشكل-8-1)، فإنه يلزم لتحديد الشكل الحركي له معرفة ثلاثة إحداثيات: هي زوايا الدوران θ , ψ , ϕ حول المحاور X , Y , Z ؛ من ثم هذا الازدواج يملك ثلاث درجات طلاقة؛ لذا يقال عنه بأنه ثلاثي درجة الطلاقة.

بما أن للوصلة الطليقة التي تتحرك حركة مستوية بالنسبة لوصلة أخرى ثابتة ثلاث درجات طلاقة، كما ورد سابقاً في الفقرة 2-1؛ من ثم يكون للوصلات التي تشكل ازدواجاً حركياً عدد درجات الطلاقة لها أقل من ست درجات طلاقة؛ بسبب شرط التماس، والوصل الدائم لوصلات الازدواج الذي يخفض من عدد الانتقالات الممكنة.

من ثم، يمكن تقسيم الازدواجات الحركية بالنسبة لعدد درجات طاقتهما الذي قد يكون أحادياً كحد أدنى وخماسياً كحد أعلى، لأنه إذا كان مساوياً للصفر، فهذا يعني أن الوصل بين وصلتي الازدواج الحركي بعضهما ببعض ثابت، ولا يوجد أية إمكانية للحركة النسبية، وإذا كان سداسياً فهذا يعني أن الوصلة حرة، وغير مقيدة مع أي وصلة أخرى، وهذا لا يحقق شرط الازدواج الحركي؛ ومن ثم يكون عدد درجات الطلاقة للازدواجات الحركية كما ذكرنا، أحادية، وثنائية، وثلاثية، ورباعية، وخماسية، وعلى أن يكون عددها، وعدد درجات التقييد يساوي الستة دائماً؛ أي إنه يساوي عدد درجات الطلاقة لجسم يتحرك في الفراغ.

▪ وفق شكل التماس

According to Contact Form

تصنف الازدواج الحركية من حيث شكل تماس الوصلتين في نوعين:

1. ازدواج حركي سفلي Lower Pairing

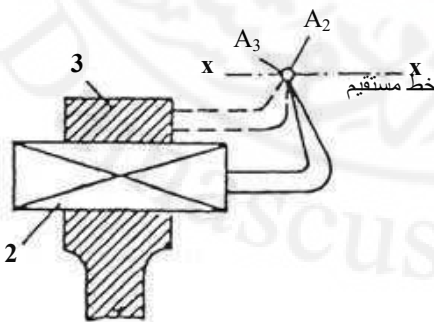
هو الازدواج الذي تتم الحركة النسبية بين وصلاته عن طريق التماس بين سطوحه، ويكون تماس الوصلتين عبر سطحي تماس متطابقين هندسياً، ويغلف أحدهما الآخر كلياً، والأمثلة من هذا النوع كثيرة. نذكر منها مفصلاً دورانياً، أو مكبساً وأسطوانة، أو منزلقة ومجرى، أو لولباً مع عذقة.

من الواضح أن للازدواج الحركي السفلي في الحركة المستوية درجة طلاقة واحدة؛ بينما يكون له في الحركة الفراغية ثلاث درجات طلاقة، كما في المفصل الكروي.

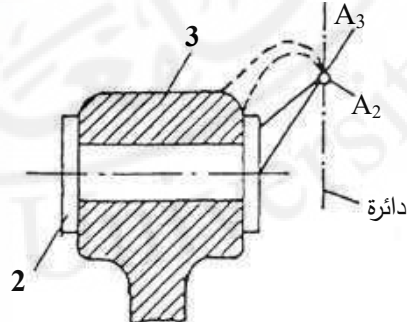
2. ازدواج حركي علوي Higher Pairing

هو الازدواج الذي تتم الحركة النسبية بين وصلاته عن طريق التماس في نقاط معينة، أو خطوط مستقيمة، أو منحنية، كما في حالة التوابع والكامات، والمحامل ذات الكرات والدحاريج، وتشقيق أسنان المسننات، وغيرها. يُلاحظ في هذه الازدواجات - بصورة عامة - أن إحدى الوصلتين لا تغلف تماماً الوصلة الأخرى؛ فضلاً عن أنه لا يوجد بينهما تطابق تام بالشكل الهندسي؛ لذا فإنه يلزم عادةً تطبيق إغلاق قسري لتقييد الحركة النسبية تقييداً تاماً، أو على الأقل لحفظ التماس بين الوصلتين.

من الواضح أن الازدواج العلوي، بحد ذاته يلغي درجة طلاقة واحدة فقط، وهي التي في اتجاه النظم المشترك للوصلتين عند نقطة التماس. ينتج من ذلك أن للازدواج العلوي في الحركة المستوية درجتين طلاقة؛ بينما يكون له في الحركة الفراغية خمس درجات طلاقة، كما في حالة تدحرج مخروطين ببعضهما على بعض؛ لذا يُطبق عملياً إغلاق قسري لتحقيق حركة معينة ما.



a- ازدواج حركي انزلاقي سفلي.

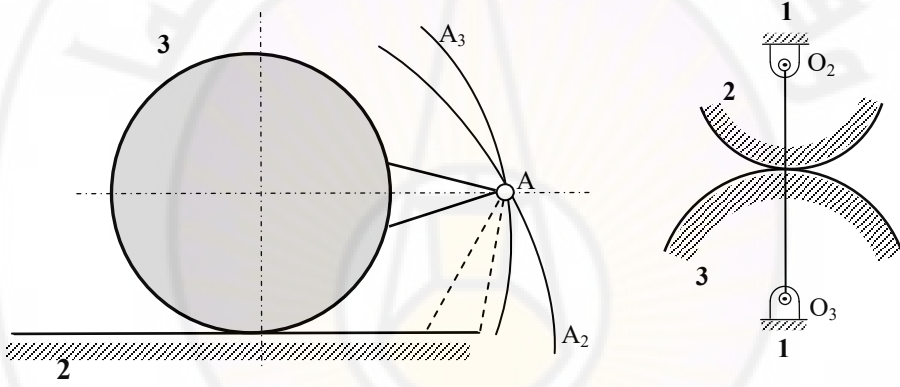


b- ازدواج حركي دوراني سفلي.

رسم تخطيطية لتوضيح قابلية التعاكس الحركي في الازدواجات الحركية السفلية.

(الشكل-1-9)

كما أن هناك فرقاً أساسياً بين هذين النوعين من الازدواجات، وهو أن السطوح المتماسية في الازدواجات السفلية متطابقة هندسياً، حيث تسري خاصية قابلية التعاكس الحركي بين الوصلات. هذا يعني أنه عند الحركة النسبية للوصلتين المتمفصلتين 2 و 3، ترسم مثلاً النقطة A_2 ، أو النقطة A_3 المسار نفسه، سواء كانت تابعة للوصلة 2، أو للوصلة 3، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-1-9)، أما الازدواجات العلوية، فهي عادة غير قابلة للتعاكس كما تبين الدراسات، فإذا ما تدرجت الوصلة 3 على الوصلة 2، فإن النقطة A_3 ترسم منحنيّاً دويرياً، أما إذا تدرجت الوصلة 2 على الوصلة 3، فإن النقطة A_2 ترسم انفراد الدائرة، أي منحنيّاً إنفولوتياً، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-10).



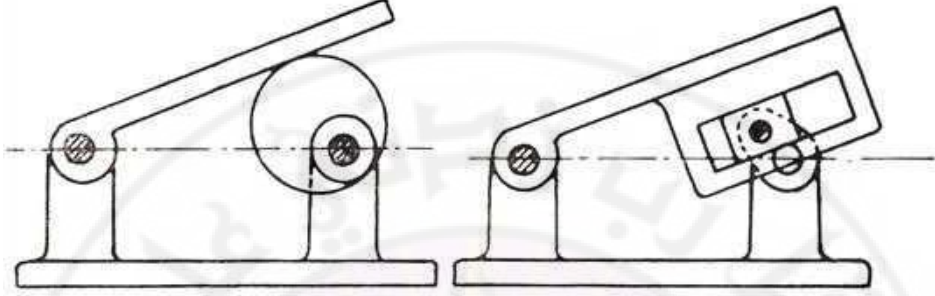
رسم تخطيطي لتوضيح:

b- الاستعاضة عن الازدواج العلوي بقضيب ومفصلين دورانيين. a- عدم قابلية التعاكس في الازدواجات العلوية. (الشكل-1-10)

وبما أن الازدواجات الحركية السفلية تتم عبر تماس سطوح، فإن ميزة وصلاتها أنها تتحمل إجهادات أكبر من تلك التي تتحملها وصلات الازدواجات الحركية العلوية، وتقاوم التآكل أكثر؛ أي قدرتها على تقبل نقل قوى كبيرة، وإعادة إعطائها بأقل تآكل ممكن؛ لذا فإنه يفضل قدر الإمكان، تجنب استعمال الازدواجات العلوية، أو الاستعاضة عنها بازدواجات سفلية مكافئة حركياً، ويتم ذلك عادة باستعمال وصلة إضافية ذات ازدواجين سفليين.

يبين الجزء b من (الشكل-1-10)، تخطيطاً لازدواج حركي يوضح عملية الاستعاضة عن الازدواج العلوي بقضيب ومفصلين دورانيين، حيث توضع المفاصل الدورانية في مراكز تقوس المنحنيات المتماسية، ويتم وصل بعضها ببعض بواسطة وصلة جديدة طولها يساوي مجموع نصفي قطري تقوس المنحنيين.

وبيين (الشكل-11-1)، تخطيطاً لتركيبية آلية يتم فيها عملية الاستعاضة عن الازدواج العلوي المبين تخطيطياً في الجزء a ، بازدواجين سفليين مبينين تخطيطياً في الجزء b من الشكل.



a- الازدواج العلوي.

b- ازدواجان سفليان.

رسم تخطيطي لتركيبية آلية لتوضيح الاستعاضة عن الازدواج العلوي بازدواجين سفليين.
(الشكل-11-1)

إن التماس المباشر في الحالة a من (الشكل-11-1)، بين الوصلتين 2 و 3 يشكل ازدواجاً علوياً لأنه يتم خطياً، أما في الحالة b من (الشكل-11-1)، فقد أضيفت الوصلة 4 التي تتصل من جهة بالوصلة 3 بازدواج سفلي دوراني؛ بينما تتصل من جهة أخرى بالوصلة 2 عبر ازدواج سفلي انزلاقي.

من الواضح أن هذا الاستبدال لم يغير طبيعة الحركة الأصلية، حيث دوران الوصلة 3 مثلاً يؤدي إلى حركة تأرجحية للوصلة 2 في كلتا الحالتين؛ أي: إنهما متكافئتان حركياً.

يتضح مما سبق أنه من الصعب بوجه عام، إعطاء أفضلية لطريقة تصنيف الازدواجات الحركية على أخرى؛ نظراً لوجود تداخل بينها. مثال ذلك؛ الازدواج الحاصل بين تابع مسطح وكامة قرصية هو ازدواج علوي - انزلاقي - مغلق قسرياً؛ بينما الازدواج في حالة منزلقة تتحرك ضمن مجرى هو ازدواج سفلي - انزلاقي - مغلق ذاتياً، أما الازدواج عند تدحرج قرصي احتكاك، فهو علوي - تدحرجي - مغلق قسرياً؛ أي إن التسمية المتكاملة لازدواج حركي ما تشمل عادة نوعين أو أكثر من الأنواع المختلفة المذكورة آنفاً. إلا أننا في مجال بحثنا سنستعمل - بصورة رئيسة - التسمية وفق طبيعة الحركة النسبية؛ لاهتمامنا بالتحليل الميكانيكي للآلات دون التطرق إلى النواحي التصميمية، والإنتاجية.

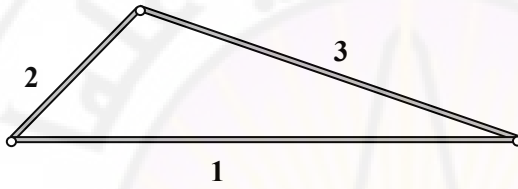
ولما كانت الغاية من الوصلات المشكلة لآلة ما، هي أداء حركة معينة يملها العمل الذي صممت هذه الآلة من أجله، فإنه من الواضح أن الازدواجات الحركية جميعها بين هذه الوصلات يجب أن تكون مقيدة تقيداً تاماً؛ ومن ثم فإن تعبير ازدواج أينما ورد يعني ازدواجاً حركياً ما لم يُذكر خلاف ذلك.

Kinematic Chain

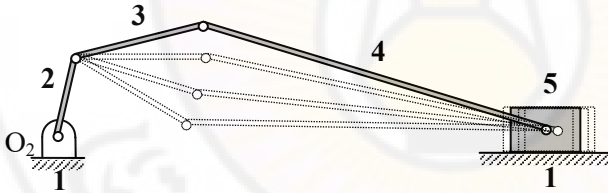
5-1- السلسلة الحركية

تتكون السلسلة الحركية من مجموعة ازدواجات حركية مرتبطة بعضها ببعض، حيث كل وصلة فيها جزء في ازدواجين أو أكثر، وبحيث تكون الحركة النسبية بين مختلف وصلاتها مقيدة تقييداً تاماً؛ أي ذات درجة طلاقة واحدة، وإن لم تكن الحركة النسبية مقيدة تقييداً تاماً، فالسلسلة غير مقيدة؛ أي ذات أكثر من درجة طلاقة واحدة.

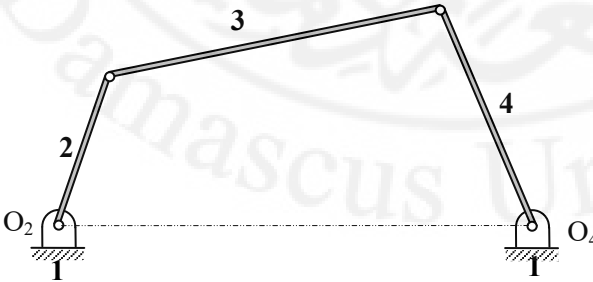
يمكن توضيح مفهوم السلسلة الحركية بدراسة المجموعات المبين مخططاتها في (الشكل-1-12).



a- سلسلة مغلقة.



b- سلسلة غير مقيدة.



c- سلسلة حركية مقيدة.

مخططات لمجموعة سلاسل حركية.

(الشكل-1-12)

تتكون السلسلة الحركية، المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-12)، من ثلاث وصلات ذات ازدواجات دورانية فيما بينها، حيث يتحقق القسم الأول من تعريف السلسلة الحركية، لكن من الواضح أنه لا يمكن أن ينتج عنها أية حركة نسبية بين الوصلات الثلاث؛ وإنما تشكل هيكلاً صلباً يستعاض عنه عند الدراسة الحركية بوصلة واحدة. يسمى هذا النوع من السلاسل بـ السلسلة المقفلة، ودرجة الطلاقة في هذه الحالة تساوي الصفر.

وتتكون السلسلة الحركية، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-12)، من خمس وصلات تصل بينها أربعة ازدواجات دورانية، وازدواج انسحابي واحد، حيث يتحقق هنا أيضاً القسم الأول من التعريف، لكن الحركة النسبية بين الوصلات غير مقيدة تماماً، باعتبار أنه إذا ثبتنا الوصلة 1 مثلاً، وأعطينا حركة محددة للوصلة 2؛ فإن هنالك احتمالات عدة ممكنة لحركة كل من الوصلات 3، 4، 5، كما هو مبين بالخطوط المتقطعة. يسمى هذا النوع من السلاسل بـ السلسلة الحركية غير المقيدة، ويكون لها أكثر من درجة طلاقة واحدة.

أما السلسلة الحركية، المبين مخططها في الجزء c في (الشكل-1-12)، فمن الواضح أنها تحقق الشرطين معاً، من حيث ترابط الوصلات، وكون الحركة النسبية بينها مقيدة تقييداً تاماً، فهي إذن سلسلة حركية؛ لأنه إذا ثبتنا الوصلة 1 مثلاً، وأعطينا حركة معينة للوصلة 2؛ فإن كلاً من الوصلتين 3، 4 تتحرك بحركة محددة وحيدة؛ أي إن الحركات النسبية بين وصلات سلسلة حركية تحدد بوسيط مستقل واحد هو مثلاً الزاوية بين وصلتين؛ ومن ثم فإن لها درجة طلاقة واحدة فقط، وتكون السلسلة الحركية مقررة، عندما تتجزأ بنقل حركة وحيدة على المدخل إلى حركة وحيدة على المخرج.

يقال عن وصلة في سلسلة حركية إنها بسيطة، أو ثنائية إذا اتصلت بازدواجين فقط، وتكون الوصلة مركبة إذا اتصلت بأكثر من ازدواجين، وتسمى عندئذ وصلة ثلاثية، أو رباعية، بحسب عدد الازدواجات المتصلة بها؛ ومن ثم تكون السلسلة الحركية بسيطة إذا تكونت من وصلات بسيطة فقط، وإلا فهي سلسلة حركية مركبة.

من الواضح أنه يمكن للسلسلة الحركية، أن تتكون من أي عدد من الوصلات تتصل فيما بينها بأي نوع من الازدواجات؛ شرط أن تحقق هذه المجموعة من الوصلات، ازدواجات سلسلة مستمرة مغلقة لها حركة نسبية مقيدة تماماً. كما يمكن أن يكون فيها بدلاً من الازدواجات البسيطة والتي تربط بين وصلتين، ازدواجات مضاعفة تربط بين ثلاث وصلات، أو أكثر، وتسمى السلسلة مستوية إذا وقعت مسارات الحركات النسبية للوصلات جميعاً في مستويات متوازية، وإلا فهي فراغية.

سنطرق في دراستنا بوجه عام إلى السلاسل الحركية المستوية؛ مع الإشارة - حيث يلزم - إلى السلاسل الحركية الفراغية. ستوضح الأمثلة اللاحقة مجمل هذه المفاهيم.

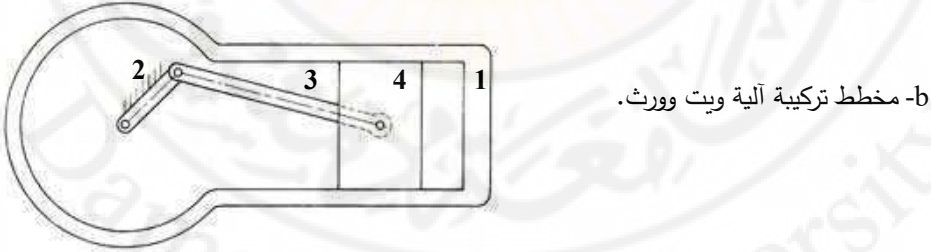
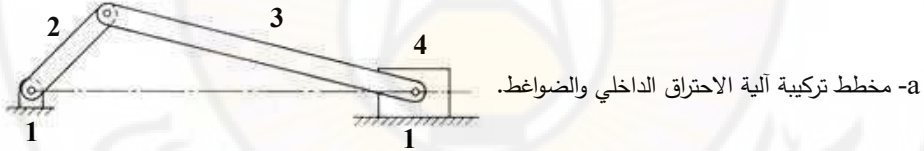
6-1- التركيبية الآلية

Mechanism

إذا تُبثت إحدى وصلات سلسلة حركية فإنه ينتج لدينا ما يسمى بـ التركيبية الآلية، أو الآلية، ويمكن عندئذ استعمال السلسلة في نقل الحركة أو تحويلها، وعندما نتحدث عن التركيبية الآلية فإننا نفكر في الوسيلة التي نحصل بها على حركات ميكانيكية معينة، ولا يهمنا البحث في مقدرة هذه الوسيلة على القيام بأي عمل مفيد.

نلاحظ أنه يمكن الحصول على تركيبات آلية مختلفة من سلسلة حركية واحدة حسب الوصلة المثبتة، وإن عدد هذه التركيبات يساوي عدد الوصلات المكونة للسلسلة، لكن ليس من الضروري أن تكون كلها ذات فائدة، أو تطبيقات عملية، وخلال عملية التعاكس، تبقى الحركات النسبية بين مختلف الوصلات بدون تغيير، وتتغير فقط الحركة المطلقة للوصلات بالنسبة للهيكل، وتسمى كل تركيبية آلية من هذه التركيبات بـ التركيبية العكسية، أو متحول الآلية للسلسلة الأصلية (Inversion of a Mechanism).

يمكن توضيح مفهوم التركيبية الآلية العكسية، بدراسة التركيبات الآلية الناتجة من سلسلة المنزلقة والمرفق المكونة من أربع وصلات، بينها ثلاثة ازدواجات دورانية، وازدواج انزلاقي، كما هو مبين في (الشكل-1-13).



(الشكل-1-13)، مخططات للتركيبات الآلية الناتجة من سلسلة المنزلقة والمرفق.

تعد التركيبة الآلية، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-13)، حيث تثبت الوصلة 1 ، من أهم تطبيقات هذه السلسلة؛ لأنها أساس التصميم الحركي للآلات الترددية لمحركات الاحتراق الداخلي، حيث المكبس 4 يشكل الوصلة القائدة، ويقاد بالغازات الممتدة، وأما المرفق 2 فهو الوصلة المقادة؛ بينما الوصلة 1 ، فإنها تشكل هيكل التركيبة الآلية، وإذا بُدلت أدوار الوصلتين القائدة والمقودة، فيمكن استعمال التركيبة كضاغط نفسها.

إذا استعنا عن ذلك بتثبيت الوصلة 2 ، فإن الوصلة التي كانت هيكلأ أصبحت الآن تدور؛ بذلك نحصل على تركيبة آلية ويت وورث (Whitworth)؛ المبينة تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-1-13)، وهي تستعمل في المقاشط، وبعض آلات قطع المعادن، لتأمين الحركة سريعة الارتداد، التي سنتطرق إليها لاحقاً.

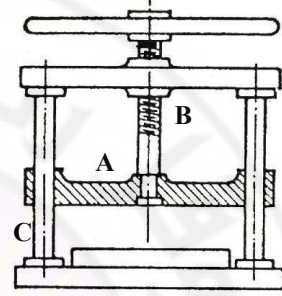
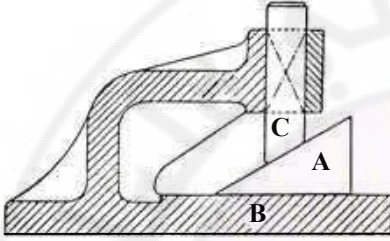
أما التركيبة الآلية، المبينة تخطيطياً في الجزء c في (الشكل-1-13)، فإنها تنتج من تثبيت الوصلة 3 ، حيث يؤدي دوران الوصلة 2 إلى حركة ترددية للوصلة 1 ضمن الوصلة 4 المتأرجحة حول المفصل الدوراني بينها، والوصلة الثابتة 3 . تستعمل هذه التركيبة الآلية كأساس في المحرك متأرجح الأسطوانة، وكذلك في تركيبة آلية المرفق والذراع المشقوق، لتأمين حركة سريعة الارتداد مشابهة للحالة b من (الشكل-1-13).

أما المتحول الرابع، الذي ينتج من تثبيت الوصلة المنزلقة 4 ، فلن نتطرق إليه نظراً لتضالؤ تطبيقاته العملية حالياً، بعد أن كان يستعمل في المضخات اليدوية الترددية النطاحة، وفي المضخات النواصة.

تجدر الإشارة إلى أنه أياً كانت الوصلة الثابتة، فإن الحركة النسبية بين الوصلات كما هي دون تغيير؛ أي إن لجميع متحولات سلسلة حركية ما الحركات النسبية نفسها؛ بينما تتغير الحركات المطلقة لوصلاتها. يبقى هذا صحيحاً رغم أننا نضطر غالباً عند تطبيق متحول ما عملياً إلى تغيير شكل بعض الازدواجات، أو وظيفتها، أو تغيير نسب أبعاد بعض الوصلات بما يلائم المتطلبات العملية؛ لأن أي متحول هو مشتق أساساً من سلسلة حركية مقيدة الحركة تقيداً تاماً.

بينما في الفقرة 1-5 ، أن ثلاث وصلات بينها ازدواجات دورانية لا تشكل سلسلة حركية؛ وإنما تكافئ وصلة صلبة واحدة. لكن يجب ألا يفهم من ذلك عدم وجود سلاسل حركية؛ ومن ثم تركيبات آلية، مكونة من ثلاث وصلات، أو وصلتين فقط.

يبين (الشكل-14-1)، تخطيطاً لمثالين لتركيبة آلية ذات ثلاث وصلات، ففي الحالة a من (الشكل-14-1)، لدينا ثلاثة ازدواجات انزلاقية بين الوصلات A , B , C ، بحيث إذا ثبتت الوصلة B ، وأعطيت إزاحة معينة للوصلة A ؛ فإن الوصلة C تتحرك بإزاحة محددة تتناسب مع الإزاحة المعطاة، وتسمى هذه التركيبة الآلية الإسفين.



(الشكل-14-1)، رسوم تخطيطية لتركيبات آلية ذات ثلاث وصلات تشكل:

a- ثلاثة ازدواجات انزلاقية.

b- ازدواجاً دورانياً، وانزلاقياً، ولولبياً.

أما الحالة b في (الشكل-14-1)، فتمثل تخطيطاً لتركيبة مكبس يدوي لولبي، حيث الازدواج A - B دوراني، والازدواج A - C انزلاقي، والازدواج B - C لولبي. إذا نُبِتَت الوصلة C ، ودُورَت الوصلة B حول محورها، فإن إزاحة الوصلة A بالنسبة إلى الوصلة C تتناسب مع دوران الوصلة B .

كما يمكن لوصلتين بينهما ازدواج دوراني أن تشكلا تركيبة؛ كالمفاف، أو الرافعة البسيطة، أو المقص. أما إذا كان بينهما ازدواج انزلاقي، فنحصل على ازدواج المستوي المائل مثلاً، وفي حالة ازدواج لولبي بين الوصلتين نحصل على تركيبة المرفاع اللولبي المستعمل لرفع السيارات.

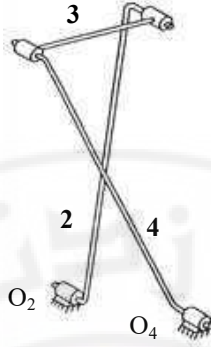
Types of Mechanisms

1-6-1- أنواع التركيبات الآلية

يفضل عادة تقسيم التركيبات الآلية وفق نمط حركتها:

- التركيبات الآلية المستوية *Plane mechanisms*

تتميز التركيبات الآلية المستوية بأن جميع المحاور الدورانية فيها تكون متوازية، وتتحرك كل نقاط التركيبة الآلية في مستويات متوازية، وبصورة عامة، يمكن وصف حركة كل وصلة بأنها ذات بعدين. ولتجنب أي تداخل بين وصلات التركيبة الآلية خلال حركتها، يتم تصميم هندسي لمفاصل أسطوانية الشكل يضمن حركة كل وصلة في مستو خاص بها، كما هو موضح في (الشكل-15-1)، الذي يبين تخطيطاً لتركيبة آلية المرفق المضاعف.



(الشكل-1-15)، رسم تخطيطي لتركيبية آلية المرفق المضاعف.

- التركيبات الآلية الفراغية *Spatial mechanisms*

عندما لا تتم الحركة في مستويات متوازية، فإنها تدعى بالحركة الفراغية، وهي الحالة الأكثر عمومية، وتكون المحاور الدورانية متصالبة. وتسمى التركيبية الآلية عندئذ بـ التركيبية الآلية الفراغية، أو التركيبية الآلية ثلاثية الأبعاد. فالإنسان الآلي الصناعي هو تركيبية آلية فراغية. هناك حالة خاصة للتركيبات الآلية الفراغية تدعى بـ التركيبات الآلية الكروية التي تتميز بأن كل محاورها الدورانية تتقاطع في نقطة واحدة.

سنقتصر في هذا الكتاب على دراسة التركيبات الآلية المستوية؛ لأن هذا النوع هو الأكثر استعمالاً في التطبيقات الميكانيكية، والآلات المختلفة.

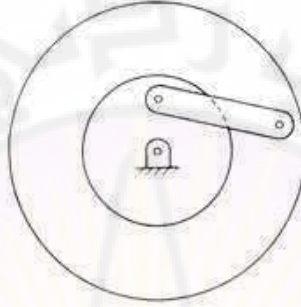
Machine

7-1- الآلة

تتألف الآلة من تركيبية آلية واحدة، أو مجموعة تركيبات آلية، قادرة على نقل الطاقة، أو تحويلها من مصدر الطاقة إلى المقاومة المراد التغلب عليها؛ بغية أداء عمل معين؛ ومن ثم فإن الآلة يجب أن تنقل حركة نسبية محددة، وينقل الطاقة التي تزود بها من مصدر خارجي، وفائدتها محصورة في مقدرتها على تغيير الطاقة المعطاة لها، وجعلها صالحة للقيام بغرض معين؛ بينما في التركيبية الآلية نهتم فقط بمقدرتها على نقل حركة معينة، وقد لا تنقل كمية محسوسة من الطاقة، عكس الآلة التي يجب أن تنقل كمية محسوسة منها، فالآلة إذن هي التنفيذ العملي للتركيبية الآلية.

فالتركيبية الآلية المبين تخطيطها سابقاً في الجزء a من (الشكل-1-13)، تحول الحركة الترددية للمكبس إلى حركة دورانية للمرفق، لكنها تصبح آلة محرك الاحتراق الداخلي، عندما تحوّل طاقة الضغط في الغازات الناتجة من الاحتراق إلى عمل ميكانيكي مفيد ينتقل بوساطة عمود المرفق. يتم ذلك نتيجة تأثير ضغط الغازات على المكبس بقوة تنتقل خلال ذراع التوصيل، والمرفق لتدوير عمود المرفق، بعزم يستفاد منه في أداء عمل معين.

قد يتساءل بعضهم عما إذا كان المحرك الكهربائي هو آلة من خلال المفهوم السابق ذكره، في الواقع إنه يمثل حركياً تركيباً آلية رباعية القضبان تكافئ تلك المبينة تخطيطياً في (الشكل-1-16)، حيث يدور القرصان 2 و 4 حول محور مشترك، ويتصل بعضهما ببعض عبر الوصلة القارئة 3 . في المحرك الكهربائي، تماثل القطبية الدوارة في ملف التحريض القرص 2 ؛ بينما يعمل المجال المغناطيسي عمل الوصلة 3 ، وكافئ المتحرض حركياً القرص المقود 4 .



(الشكل-1-16)، رسم تخطيطي لتمثيل المحرك الكهربائي حركياً بتركيب آلية رباعية القضبان.

من الواضح أن كل الآلات هي أساساً تركيبات آلية، لكن العكس ليس من الضروري؛ إذ إن بعض الأجهزة الدقيقة كالساعات، والأجزاء الميكانيكية في أجهزة القياس، والآلات الكاتبة، وغيرها، تقع وفقاً للتعريف على الحد الفاصل بين الآلات، والتركيبات الآلية. لكنه من الأكثر ملاءمة تصنيف هذه الأجهزة كتركيبات آلية؛ لأنها تتقل طاقة صغيرة جداً تكفي فقط للتغلب على مقاومة الاحتكاك، ولإعطاء الحركة النسبية المطلوبة، أي إن العمل المفيد هو تغيير الأوضاع النسبية للأجزاء دون الحاجة إلى أداء عمل خارجي. فالآلة إذن، بمفهومها العملي، يجب أن تتقل كمية محسوسة من الطاقة كافية لأداء عمل خارجي معين، وللتغلب على المقاومات المؤثرة في أجزائها المتحركة.

وباعتبار الآلة كمجموعة تركيبات آلية، فإنها تولد الحركة الميكانيكية من أجل توليد الطاقة، أو تشكيل المواد، بهدف الحلول مكان الإنسان، أو التخفيف من الجهد العضلي، والعقلي عنه؛ ومن ثم يمكن تصنيف الآلات، وفق الوظيفة التي تقوم بها إلى الأنواع الآتية:

- آلات الطاقة

هي الآلات المخصصة من أجل تحويل أي نوع من أنواع القدرة إلى قدرة حركية وبالعكس؛ كالمحركات الكهربائية، والعنفات، ومحركات الاحتراق الداخلي، والآلات البخارية، ومولدات الكهرباء.

- آلات التشغيل وتشكيل المعادن

هي الآلات التقنية المخصصة لتعمل على تغيير مقاييس، وشكل، وخواص، أو حالة المادة المعالجة؛ كالمخارط، والمقاشط.

- آلات النقل

هي الآلات المخصصة لنقل المواد؛ كالعربات، والقطارات، والطائرات، والسفن.

8-1- درجات طلاقة السلاسل الحركية Kinematic Chain Degrees of Freedom

يتضح من تعريف السلسلة الحركية الوارد في الفقرة 5-1، أن توصيف حركة وصلة واحدة منها يحدد حركة بقية الوصلات؛ ومن ثم فإن التركيبات الآلية المشتقة منها هي ذات درجة طلاقة واحدة، وتسمى الوصلة التي تحدد حركة تركيبة ما بـ الوصلة القائدة، مثال ذلك التركيبات الآلية رباعية القضبان المبينة سابقاً في الجزء c من (الشكل-1-12). لكن هذا لا يعني بالضرورة أنه لا يمكن إنشاء تركيبات آلية ذات تطبيقات عملية انطلاقاً من سلاسل غير مقيدة. إلا أنه يجب في هذه الحالة توصيف حركة وصلتين أو أكثر؛ وفق عدد درجات طلاقة السلسلة الأصلية، لكي تحدد حركة بقية الوصلات.

مثال ذلك، التركيبات الآلية التفاضلية المستعملة في السيارات؛ المبينة لاحقاً في (الشكل-1-17)، هي أساساً سلسلة ذات درجتَي طلاقة؛ ومن ثم يجب عند تصميمها حركياً توصيف حركة وصلتين فيها سرعة دوران عجلتين مثلاً؛ لتحديد حركة بقية الوصلات. هذا يعني أن عدد درجات الطلاقة لتركيبات آلية يساوي عدد الوصلات التي يجب توصيفها بصورة مستقلة عن بعضها بعضاً لكي تصبح حركة التركيبات الآلية مقيدة، أو يساوي عدد الحركات النسبية التي يجب إيقافها لكي تصبح وصلات التركيبات الآلية غير قادرة على الحركة.

من ثم يمكن توضيح الأسس المتبعة في تحديد عدد درجات طلاقة سلسلة حركية؛ ومن ثم تركيبة آلية؛ استناداً إلى كون درجة طلاقة مجموعة ما من الأزواج الحركية، تساوي عدد الإحداثيات المكانية المستقلة التي تحدد وضع المجموعة المتكاملة بالنسبة إلى جملة إحداثيات ثابتة، تمثل مستوى الإسناد الثابت.

يجب إذن عند دراسة تركيبات آلية ما تعيين عدد درجات طلاقتهما؛ ومن ثم تحديد الشروط التي ينبغي تحقيقها كي تكون هذه التركيبات الآلية قابلة للتطبيق عملياً، وإن درجة الطلاقة لا تتعلق بصورة عامة بأبعاد وصلات التركيبات الآلية ووظيفتها، ولا بنوع الأزواج الحركية، ولكن تتعلق ببنيتهما، وبعدد وصلاتها، وبعدد الأزواج الحركية.

لقد تم إيجاد عدة علاقات لتعيين درجة طلاقة تركيبات آلية ما بحسب عدد الوصلات المكونة لها، وعدد الأزواج، وعدد درجات الطلاقة التي يسمح بها كل من هذه الأزواج، لكن لكل من هذه العلاقات شروط محددة لتطبيقها بحيث لا يمكن - بوجه عام - اعتماد علاقة معينة، لتشمل الحالات جميعاً.

فإذا كان عدد الأجسام الصلبة، أو الوصلات المكونة للمجموعة الحركية هو n ، فيكون لكل جسم منها لو فرضنا أنه يتحرك حركة طليقة b درجة طلاقة، حيث b هو عدد الإحداثيات التي تحدد وضع الجسم المتحرك، وهو في حالة الحركة الفراغية ($b = 6$)، وفي الحركة المستوية ($b = 3$)، كما ورد في الفقرة 2-1. ينتج من ذلك أن درجة طلاقة مجموعة أجسام F تتحرك جميعها بطلاقة هي $(F = b \cdot n)$.

في حالة السلسلة تحوي أزواجاً، أو وسائل تربط هذه الأجسام بعضها بعضاً؛ ومن ثم تقيد هذه الأزواج حركة السلسلة، بحيث ينقص عدد درجات الطلاقة؛ تبعاً لعدد القيود الحركية عند كل ازدواج C_i ، ويصبح F عدد درجات طلاقة السلسلة، هو:

$$F = b \cdot n - \sum C_i \quad (1-1)$$

أي بمعنى آخر تصبح درجة طلاقة كل ازدواج f_i ، مساوية عدد الإحداثيات في الحركة الطليقة؛ مطروحاً منه عدد القيود الحركية عند كل ازدواج C_i ، ومنه فإن:

$$f_i = b - C_i \quad \Rightarrow \quad C_i = b - f_i \quad (2-1)$$

وفي حالة تثبيت إحدى وصلات السلسلة، فإن عدد الوصلات المتحركة عبر الازدواجات يصبح $(n-1)$ ، حيث يمكن كتابة العلاقة التالية عندئذ:

$$F = b(n-1) - \sum(b - f_i) \quad (3-1)$$

هذه العلاقة صحيحة إذا كان درجة طلاقة الازدواجات مستقلاً بعضها عن بعض، إلا أنه يحدث أحياناً وجود شروط خاصة لحركة السلسلة، بحيث تصبح درجة طلاقة السلسلة، أو التركيبية الآلية غير مستقلة تماماً. يمكن أن يتم ذلك عند:

- انطباق درجات الطلاقة عند الازدواجات بعضها على بعض.
- وجود أوضاع خاصة لمحاور الازدواجات.
- وجود أبعاد خاصة للوصلات.

يجب في هذه الحالة إنقاص عدد درجات الطلاقة F للسلسلة؛ تبعاً لعدد هذه الشروط الخاصة، وليكن F_d ، حيث يصبح عدد درجات الطلاقة المستقلة $(F-F_d)$.

استناداً إلى هذا التحليل استنتج الباحث كروبلير (*Griibler*)، علاقات عددية لتعيين عدد درجات طلاقة التركيبات الآلية، حيث تعد هذه العلاقات من أهم الأسس المستعملة في الإنشاء العددي (*Number Synthesis*)، الذي يعد من أهم الطرائق المطبقة في هذا المجال؛ نظراً لكونه الأكثر شمولية، وبخاصة في دراسة التركيبات الآلية ذات الحركة المستوية؛ للحصول على تركيبات مقيدة تقيداً تاماً، أو بمعنى آخر تحديد عدد الوصلات التي يلزم تصميم التركيبية الآلية على أساسها تبعاً لعدد المعطيات الحركية.

سنبين هنا هذه العلاقات في حالة تركيبات آلية ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية فقط؛ أي ازدواجات سفلية، وفي حالة وجود ازدواجات علوية في التركيبية الآلية.

1-8-1- تركيبات آلية ذات ازدواجات دورانية وانزلاقية

Turning and Sliding Pair Mechanisms

نعلم أن تقيد الحركة المستوية بازدواج دوراني، أو انزلاقي يبقي على درجة طلاقة ($f_i = 1$) للازدواج، حيث تعين الحركة عندئذ بإحداثي مكاني واحد فقط، دوران، أو انزلاق؛ فإذا كان عدد الازدواجات الدورانية والانزلاقية معاً هو p في سلسلة حركية، فإنه ينتج لدينا علاقة تربط بين عدد الازدواجات، وعدد الوصلات:

$$n = \frac{2}{3}(p + 2)$$

كما ينتج من العلاقة (3-1) أن درجة طلاقة التركيبة الآلية التي تتحرك حركة مستوية ($b = 3$)، وتحتوي على ازدواجات دورانية، أو انسحابية ذات ($f = 1$) فقط، في هذه الحالة، هي:

$$F = 3(n - 1) - 2p \quad (4-1)$$

فإذا نتج أن درجة طلاقة التركيبة الآلية أحادية ($F = 1$)، فيمكن تحريك التركيبة الآلية بوساطة وصلة قائدة واحدة.

وإذا نتج أن درجة طلاقة التركيبة الآلية ثنائية ($F = 2$)، فالتركيبة الآلية تفاضلية، ويلزم وجود وصلتين قائمتين مستقلتين لكي تصبح حركة التركيبة الآلية مقيدة. كما في تركيبة آلية أندرو التفاضلية الشوط (*Andreau Differ-Stroke Engine*)؛ المبين مخططها لاحقاً في (الشكل-2-28) في المسألة-1-2 في الفصل الثاني.

أما إذا نتج أن درجة طلاقة التركيبة الآلية معدومة ($F = 0$)، فإن الحركة غير ممكنة، وتشكل التركيبة الآلية عندئذ سلسلة هيكلية، أو سلسلة مقفلة؛ المبينة سابقاً في الجزء a من (الشكل-1-12). أما في حالة التركيبات الآلية الفراغية ($b = 6$)، فإن عدد درجات طلاقة الازدواجات الكروية هو ($f_i = 3$)، ويمكن تعيين درجة طلاقة آلية فراغية عندئذ بالتعويض من قيم b و f_i في العلاقة (3-1).

يمكن تطبيق العلاقة (4-1) مباشرة في تركيبة آلية مستوية عند عدم وجود ازدواجات مضاعفة؛ أي عدم وجود أكثر من وصلتين يتصل بعضهما ببعض عند كل ازدواج. إن وجود ازدواج مضاعف يضع قيوداً، أو قيوداً؛ بحسب عدد الوصلات المتصلة به، ويجب تحديدها عند تعيين F .

يكافئ الازدواج المضاعف وجود شروط خاصة يجب تعيينها. إلا أن أبسط طريقة لتعيين درجة طلاقة التركيبة الآلية F في مثل هذه الحالة، هي تطبيق العلاقة (4-1)، مع الانتباه إلى أن العدد p هو العدد الفعلي للازدواجات البسيطة، وليس العدد الظاهري في المخطط الحركي. ينتج من ذلك أن ازدواجاً مضاعفاً يصل بين ثلاث وصلات هو في الواقع ازدواجان بسيطان منطبقان؛ بينما في حالة أربع وصلات فهو ثلاثة ازدواجات بسيطة.

سنوضح فيما يأتي من خلال مسألتين نموذجيتين الأسس المتبعة في التطبيق العملي للعلاقة (4-1)، والتي يمكن - استناداً إليهما - تعيين درجة طلاقة أية تركيبة آلية تحوي ازدواجات دورانية، أو انسحابية؛ مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-1-1

يبين (الشكل-2-17) في الفقرة 2-3، المبينة لاحقاً في الفصل الثاني، لأحد أوضاع تركيبة آلية بوسوليه (*Peaucellier*) لتوليد حركة مستقيمة صحيحة.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة تركيبة آلية بوسوليه.

الحل:

نلاحظ من الشكل أن عدد الوصلات هو ($n = 8$)، أما عدد الازدواجات البسيطة فهو 2 ؛ بينما عدد الازدواجات المضاعفة التي يصل كل منها بين ثلاث وصلات فهو 4 ؛ أي إنه يكافئ عدد 8 ازدواجات بسيطة، بحيث يصبح العدد الكلي ($p = 10$). عند تطبيق العلاقة (4-1)؛ نحصل على عدد درجات الطلاقة:

$$F = 3(8 - 1) - 2 \times 10 = 1$$

وهذا متوقع لأن هذه التركيبة الآلية تنتج من سلسلة مقيدة تقيداً تاماً ($F = 1$).

مسألة-1-2

يبين (الشكل-2-23) في الفقرة 1-9-2 ، المبينة لاحقاً في الفصل الثاني، لأحد أوضاع تركيبية آلية المنساح – آلية البانتوغراف (*Pantograph Mechanism*)، لنسخ الأشكال بمقياس مصغر، أو مكبر.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة تركيبية آلية المنساح.

الحل:

نلاحظ من الشكل أن عدد الوصلات هو $(n = 5)$ ، أما عدد الازدواجات البسيطة فهو 3 ؛ بينما عدد الازدواجات المضاعفة التي يصل كل منها بين ثلاث وصلات فهو 1 ؛ أي إنه يكافئ عدد 2 ازدواجات بسيطة، بحيث يصبح العدد الكلي $(p = 5)$.

عند تطبيق العلاقة (4-1)؛ نحصل على عدد درجات الطلاقة:

$$F = 3(5 - 1) - 2 \times 5 = 2$$

إلا أنه يجب الانتباه إلى تقييد إضافي عند التطبيق العملي لهذه التركيبية الآلية، وهو تحديد إحدى النقطتين D أو F بالتحرك على مسار معين؛ مما يؤدي إلى $(F = 1)$.

تجدر الإشارة إلى أن التركيبات الآلية التي سنتعرف عليها من خلال مجمل الفصول اللاحقة، هي بصورة عامة ذات درجة طلاقة واحدة. أما التركيبات التفاضلية فهي تصمم أساساً للمفاضلة بين قيمتين؛ أي إن استثمارها عملياً يستلزم $(F = 2)$.

2-8-1- تركيبات آلية ذات ازدواجات علوية *Higher Pairing Mechanisms*

نعلم أن الازدواج العلوي يقيد بصورة عامة إحداثياً واحداً للحركة، ومن ثم فإن أغلب أشكال هذه الازدواجات ذات $(f_i = 2)$ ، كما أننا أوضحنا ضرورة تطبيق إغلاق قسري؛ للحفاظ على التماس بين الوصلتين في أغلب التطبيقات العملية لهذه الازدواجات؛ ومن ثم فإن الازدواجات العلوية تحسب عند تعيين درجات الطلاقة على أساس أن درجة طلاقها $(f_i = 2)$ ، إضافة إلى إنقاص عدد الشروط الخاصة F_d ، اللازمة لتحقيق الحركة الصحيحة إن وجدت، من العدد F المحسوب وفقاً للعلاقة (3-1)، أي إن في الحركة المستوية تكون درجات الطلاقة:

$$F = 3(n - 1) - 2p_1 - p_2 - F_d \quad (5-1)$$

حيث:

p_1 تمثل عدد الازدواجات الدورانية والانزلاقية في التركيبية.

p_2 تمثل عدد الازدواجات العلوية.

سنوضح فيما يأتي من خلال مسألتين نموذجيتين الأسس المتبعة في التطبيق العملي للعلاقة (5-1)، والتي يمكن - استناداً إليهما - تعيين درجة طلاقة أية تركيبية آلية تحوي ازدواجات علوية؛ مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-3-1

يبين (الشكل-6-34) في الفقرة 1-11-6 ؛ المبينة لاحقاً في الفصل السادس، تخطيطاً لتركيبية كاماة قرصية مماسية ذات تابع دحروجي.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة تركيبية الكاماة القرصية.

الحل:

نلاحظ من الشكل أن عدد الوصلات هو $(n = 4)$ ، وهي الهيكل، والكاماة، والدحروج، والتابع، وعدد الازدواجات الدورانية $(p_1 = 3)$ ، وعدد الازدواجات العلوية $(p_2 = 1)$ ، أما $(F_d = 1)$ ؛ لأن الدحروج مقيد بالدوران حول محوره دوماً.

عند تطبيق العلاقة (5-1)؛ نحصل على عدد درجات الطلاقة:

$$F = 3(4 - 1) - 2 \times 3 - 1 - 1 = 1$$

لتقادي الخطأ أو السهو عند تحديد F_d ، يفضل عادة، تعيين درجة طلاقة تركيبية آلية ذات ازدواج علوي انطلاقاً من التركيبية الآلية المكافئة لها حركياً، والتي تحوي ازدواجات دورانية، وانزلاقية فقط، وفق الفقرة 6-16 ؛ المبينة لاحقاً في الفصل السادس.

إن تحليل الباحث كروبلير (*Grübler*)، والعلاقات التي استنتجها تخضع عند تطبيقها إلى شروط تتعلق ببنية التركيبية الآلية، حيث يجب تعيين الوصلات الحركية فقط؛ أي تلك اللازمة لأداء الحركة، وإهمال الوصلات والازدواجات التي قد تضاف لتأمين متانة للمجموعة.

مسألة-4-1

يبين (الشكل-1-17)، تخطيطاً لتركيبية الجهاز التفاضلي المستعمل في المركبات الآلية.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة تركيبية الجهاز التفاضلي.

الحل:

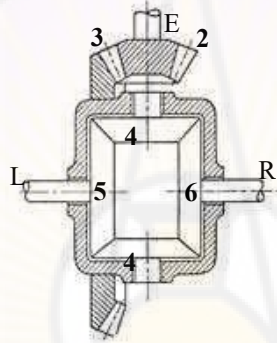
نلاحظ حالة الجهاز التفاضلي المبين في (الشكل-1-17)، أنه يجب إهمال أحد المسننين 4 ، والازدواجات المتصلة به؛ فضلاً عن إهمال ازدواج الذراع 3 مع أحد المحورين R ، أو L ، لعدم الضرورة الحركية لهذه الإضافات.

كما نلاحظ من الشكل أن عدد الوصلات هو $(n = 6)$ ، وعدد الازدواجات الدورانية $(p_1 = 5)$ ، وهي بين المسننات (1-5) ، (3-5) ، (1-6) ، (3-4) ، (1-2) ، وعدد الازدواجات العلوية $(p_2 = 3)$ ، وهي بين المسننات (2-3) ، (4-5) ، (4-6) ، ولا توجد شروط خاصة.

عند تطبيق العلاقة (5-1)؛ نحصل على عدد درجات الطلاقة:

$$F = 3(6 - 1) - 2 \times 5 - 1 \times 3 = 2$$

وهذا متوقع، لأنه يمثل تركيبة تفاضلية.



(الشكل-1-17)، رسم تخطيطي لتركيبية جهاز تفاضلي يستعمل في المركبات الآلية.

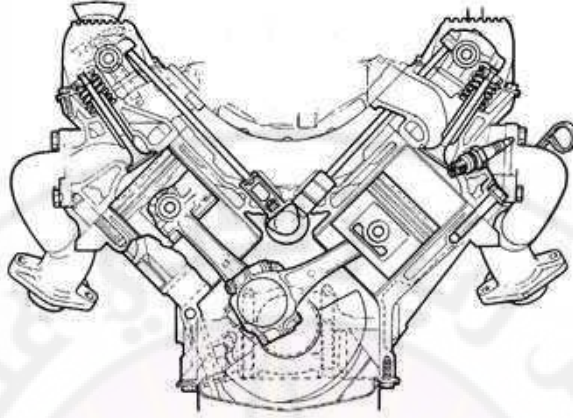
يتضح مما تقدم أنه رغم بساطة العلاقات، إلا أنه يجب تطبيقها بحذر، وبعد دراسة جيدة لحركة التركيبية الآلية؛ لتدراك أية شروط تقييد خاصة ممكنة، ولتحديد درجة طلاقة كل ازدواج بخاصة في حالة الازدواجات العلوية.

كما أن التركيبات الآلية ذات درجات الطلاقة المتعددة تستعمل في تطبيقات عملية عدة، منها دارات التحكم، وأنظمة توليد التتابع الرياضية، حيث تحدد الحركة عادة بأكثر من متغير مستقل واحد.

Kinematic Diagram

9-1- المخطط الحركي

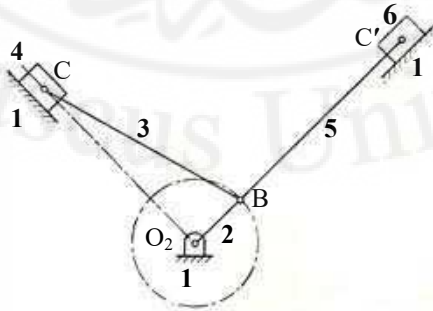
يبين (الشكل-1-18)، صورة مصغرة لمقطع رأسي في محرك احتراق داخلي على شكل حرف V . يلحظ من هذا الشكل وجود عدة أجزاء في هذا المحرك لا تؤثر في تحليل الحركة الدورانية لعمود المرفق الناتجة من الحركة الترددية للمكابس؛ لذا يفضل غالباً عند دراسة حركة آلة ما، تمثيل أجزائها تخطيطياً على مخطط يبين المعلومات الهندسية اللازمة جميعها؛ لتحديد الحركات النسبية بين هذه الأجزاء التي هي في الواقع وصلات التركيبية الآلية المستعملة في تحقيق عمل الآلة. يسمى هذا المخطط بـ المخطط الحركي (Kinematic Diagram)، أو كما تسميه بعض المراجع بـ المخطط الهيكلية (Skeleton Diagram).



(الشكل-18-1)، صورة لمقطع رأسي في محرك احتراق داخلي على شكل حرف V .

يمكن إذن - استناداً إلى مفهوم المخطط الحركي - تحليل حركة المحرك، المبين صورته في (الشكل-18-1)، عن طريق مخطط بسيط وواضح كما هو مبين في (الشكل-19-1). يُرَقَم في البداية وصلات المحرك، حيث تمثل الأجزاء الثابتة في المحرك كافة، مثال ذلك، جسم الأسطوانات، وحوض عمود المرفق، بالوصلة 1 المرقنة عرضياً؛ أي المهشرة. أما الوصلة 2 ، فإنها تمثل عمود المرفق، آخذين بالحسبان أن طول الوصلة يساوي البعد بين مركزي المفصلين للوصلة؛ ومن ثم الطول O_2B هو طول المرفق؛ بينما يمثل ذراع التوصيل بالوصلة 3 ، والمكبس بالوصلة 4 ، والبعد BC يساوي طول ذراع التوصيل. يستكمل المخطط برسم الوصلة 5 لتمثل ذراع التوصيل الآخر، حيث $(BC = BC')$ ، وكذلك الوصلة 6 التي تمثل المكبس الآخر.

من الواضح أن المخطط في (الشكل-19-1)، على ما فيه من بساطة يبين طبيعة الحركات النسبية الحاصلة بين مختلف أجزاء المحرك، كما يبين الأوضاع النسبية جميعها، والأبعاد العائدة للوصلات التي تؤثر في تحديد الحركة، من حيث الإزاحة، والسرعة، والتسارع.



(الشكل-19-1)، مخطط لمحرك احتراق داخلي على شكل حرف V .

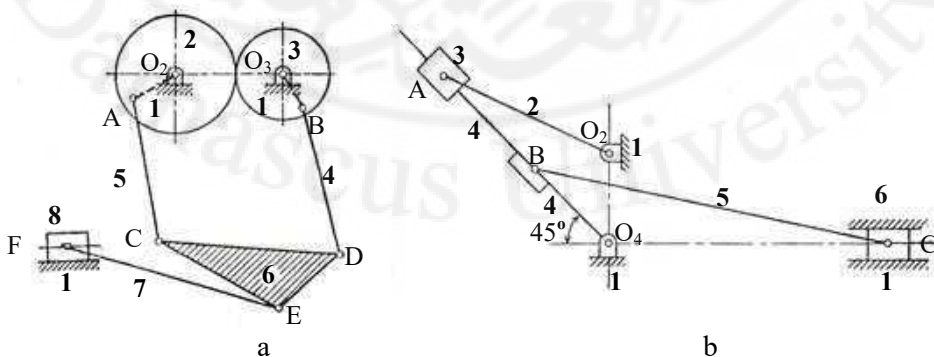
يحدد وضع المرفق 2 ، في كل وضع من الأوضاع المراد دراستها، بزاوية ميله على محور إحدى الأسطوانتين؛ إذ إن الزاوية بين محوري الأسطوانتين ثابتة أساساً، ولا تتغير خلال كامل مجال الحركة. يكفي بعدئذ معرفة طول كل من المرفق، وذراع التوصيل لرسم المخطط الحركي للمحرك عند أي وضع من أوضاع المرفق.

يلحظ من ذلك، أننا لا نحتاج إلى أية معلومات أخرى من حيث حجم الأسطوانة، وشكلها، أو أية أبعاد أخرى؛ فضلاً عن عدم حاجتنا إلى الدخول في تفاصيل أوضاع الأجزاء الثابتة، وأبعادها المتصلة بها كافة.

يرسم المخطط الحركي عادة بمقياس رسم مناسب، وتوضح عليه الأبعاد اللازمة للتحليل الميكانيكي، دون الحاجة إلى بيان الأبعاد الأخرى لهذه الوصلات، كالسماكة، أو العرض، وغير ذلك؛ مما لا يؤثر في الحركات النسبية بين الوصلات.

يحدث أحياناً أن تحوي الآلة أكثر من تركيبة آلية واحدة، حيث يلزم عندئذ رسم مخطط حركي لكل واحدة منها. مثال ذلك نجد أن المحرك الموضح صورته في (الشكل-1-18)، يحوي لكل أسطوانة تركيبة تابع وكامة لفتح صمام الدخول، وإغلاقه، وأخرى لصمام العادم. أما إذا كانت التركيبات الآلية متماثلة، فإنه يكفي برسم مخطط حركي واحد لها.

يمكن توضيح أغلب الرموز في إنشاء المخطط الحركي لتركيبات آلية؛ من خلال المخططين المبينين في الجزأين a و b من (الشكل-1-20). ليس من الضروري تمثيل الوصلة الثابتة إلا بجوار الازدواج المتصلة بها، حيث يكفي برسم خط مستقيم قصير، وترقين؛ أي تهشير عرضي، كما هو مبين في حالة الوصلة 1 . إذا اتصلت الوصلة الثابتة بازدواج دوراني، فإنها تمثل كما في O_2 , O_3 , O_4 ؛ بينما إذا اتصلت بازدواج انزلاقي، فإنه يكفي بالخط المرقن، أو يرسم خطان متوازيان مع ترقين، كما عند المفصل C في المخطط المبين في الجزء b . تمثل الوصلة المتصلة بازدواجين دورانيين بخط مستقيم يصل بين محوري الازدواجين، مثال ذلك الوصلات 4 , 5 , 7 ، في المخطط المبين في الجزء a ، والوصلتين 2 , 5 ، في المخطط المبين في الجزء b .



(الشكل-1-20)، مخططات لتركيبات آلية.

أما الوصلة المنزلقة، فإنها تمثل بمستطيل صغير ينطبق طوله على الازدواج الانزلاقي، أو يوازيه كالوصلة 8 ، في المخطط المبين في الجزء a ، والوصلتين 6 ، 3 ، في المخطط المبين في الجزء b . لكن إذا اتصلت وصلة بثلاثة ازدواجات، أو أكثر، ليست على استقامة واحدة، وتدعى بـ الوصلة المركبة، فإنها تمثل بالشكل الهندسي الناتج من وصل محاور الازدواجات؛ فضلاً عن ترقين السطح الممثل للوصلة عرضياً، كما في حالة الوصلة 6 ، في المخطط المبين في الجزء a .

أما إذا كانت الازدواجات المرتبطة بالوصلة المركبة على استقامة واحدة، كما في حالة الوصلة 4 ، فإنها تمثل كما في المخطط المبين في الجزء b ، حيث يشير المستطيل الصغير في النقطة B إلى استمرار كون الوصلة 4 وصلة واحدة، رغم اتصالها بازدواج دوراني مع الوصلة 5 .

أما الوصلات التي تحوي ازدواجات عليا، فإنها تمثل عادةً في المخطط الحركي بإسقاط شكلها الحقيقي على مستوى الحركة؛ وبخاصة في حالة الكامات وتوابعها. إلا أن المسننات، فتمثل في أغلب الحالات بمسقط دوائر الخطوة العائدة لها على مستوى الحركة، مثال ذلك المسننات 3 ، 2 ، في المخطط المبين في الجزء a .

يجب الانتباه إلى أن كلاً من الخطين المتقطعين O_2A ، O_3B في المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-1-20)، لا تمثل أية وصلة إضافية؛ وإنما تفيد فقط في تعيين أوضاع الازدواجات عند رسم المخطط الحركي.

تجدر الإشارة إلى أننا قد بينا هنا مجمل وسائل التمثيل الحركي للمكونات التي تصادف في أغلب التطبيقات؛ آخذين بالحسبان أن الفقرات اللاحقة ستتيح التعرف إلى نماذج أخرى من المخططات الحركية.

يتضح لنا من هذا العرض الموجز لأهم المفاهيم المؤثرة في التحليل الميكانيكي للآلات، أن حركات أجزاء الآلة المختلفة؛ ومن ثم القوى المؤثرة فيها، يتعلق كلياً بالأوضاع النسبية للازدواجات، ولا تأثير مطلقاً لحجم الوصلات المكونة لها وأشكالها؛ إذ إن هذه الازدواجات هي التي تُثقل بوساطتها الحركات، والقوى، أو تحول من مصدر الطاقة الخارجي إلى مأخذ العمل المطلوب تنفيذه؛ لذا فإننا عند تحليل الحركات، والقوى في الآلات، نكتفي بالمخطط الحركي للأجزاء دون الاهتمام بمسائل تصميم أجزاء الآلة وتصنيعها.

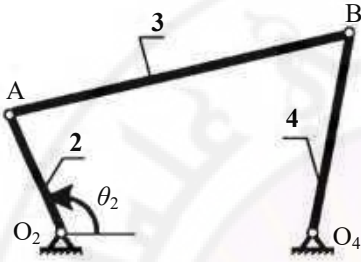
إن مفهوم التركيبة العكسية أو المتحول لسلسلة حركية ذو أهمية بالغة في التحليل الميكانيكي؛ إذ إن معرفة العلاقات الحركية بين وصلات سلسلة ما؛ تحدد بصورة كاملة جميع حركات المتحولات الناتجة منها؛ لأن انعكاس التركيبة الآلية لا يغير على الإطلاق الحركات النسبية بين وصلات السلسلة الأصلية. كما أن مفهوم التكافؤ الحركي - أي تساوي ميزات حركة وصلتين، أو تركيبتين آليتين مختلفتين - يساعد كثيراً على تحليل بعض الآلات المعقدة.

لذا فإن تطبيق هذه المفاهيم يبسط الدراسة جداً، ويوفر الوقت المهدور في دراسة تركيبات آلية عَدّة متكافئة حركياً؛ إذ ليس من الضروري عندئذ تكرار التحليل؛ وإنما يكفي فقط تحليل السلسلة الأصلية لهذه التركيبات الآلية.

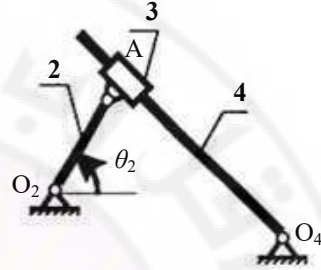
مسائل غير محلولة Problems

م-1-1

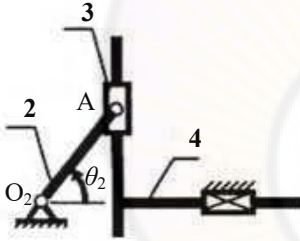
تبيين الأجزاء a , b , c , d من الشكل (م-1-1)، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبات آلية رباعية الوصلات، المطلوب:
- تعيين درجة طلاقة كل منها.



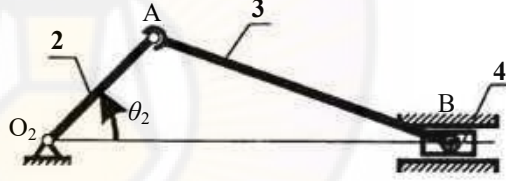
-a الجواب: (F = 1)



-b الجواب: (F = 1)



-c الجواب: (F = 1)

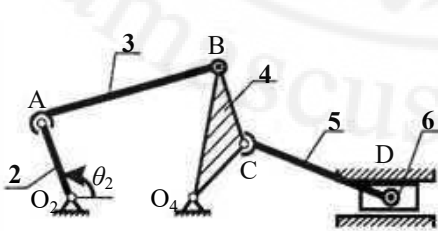


-d الجواب: (F = 1)

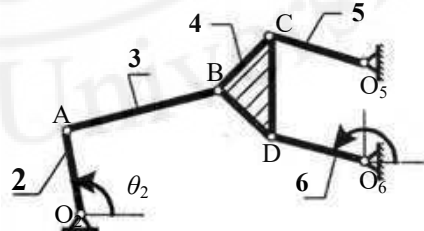
الشكل (م-1-1)، مخططات لتركيبات آلية رباعية الوصلات.

م-2-1

تبيين الأجزاء a , b من الشكل (م-2-1)، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبات آلية سداسية الوصلات، المطلوب:
- تعيين درجة طلاقة كل منها.



-a الجواب: (F = 1)



-b الجواب: (F = 1)

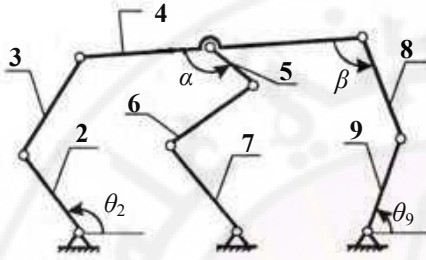
الشكل (م-2-1)، مخططات لتركيبات آلية سداسية الوصلات.

م-3-1

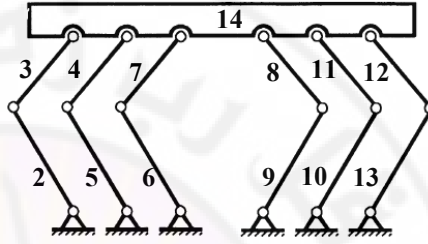
تبيين الأجزاء a , b , c , d , e من الشكل (م-3-1)، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبات آلية

متعددة الوصلات، المطلوب:

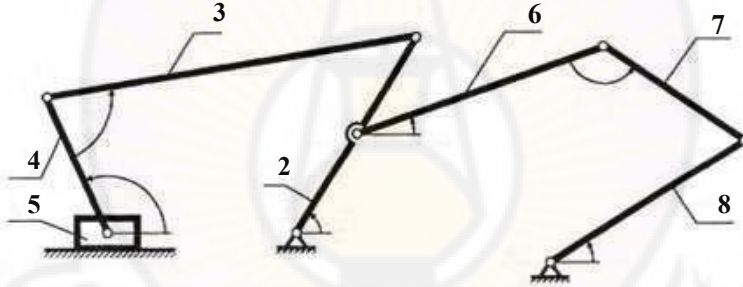
- تعيين درجة طلاقة كل منها.



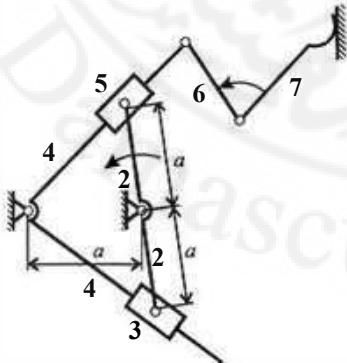
الجواب: (F = 4) -a



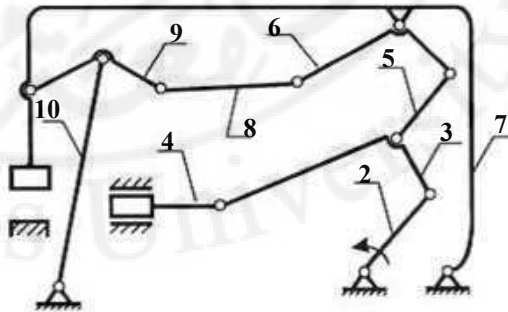
الجواب: (F = 3) -b



الجواب: (F = 3) -c



الجواب: (F = 1) -d



الجواب: (F = 1) -e

الشكل (م-3-1)، مخططات لتركيبات آلية متعددة الوصلات.

م-1-4

a. يبين (الشكل-2-28) المبين لاحقاً في الفصل الثاني، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية آلية أندرو تفاضلية الشوط (Andreu Differ-Stroke Engine)؛ التي تؤمن للمنزلة الترددية 7 أربعة أشواط متغيرة الطول.

b. يبين الجزء a من (الشكل-3-23) المبين لاحقاً في الفصل الثالث، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية آلية تفاضلية الشوط، حيث الوصلتان 2, 3 هما مسننان يتعشقان عند النقطة P.

c. يبين الجزء a من (الشكل-1-20) المبين سابقاً، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية آلية.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة كل واحدة من هذه التركيبات الآلية.

c- الجواب: (F = 2) ، b- الجواب: (F = 1) ، a- الجواب: (F = 1)

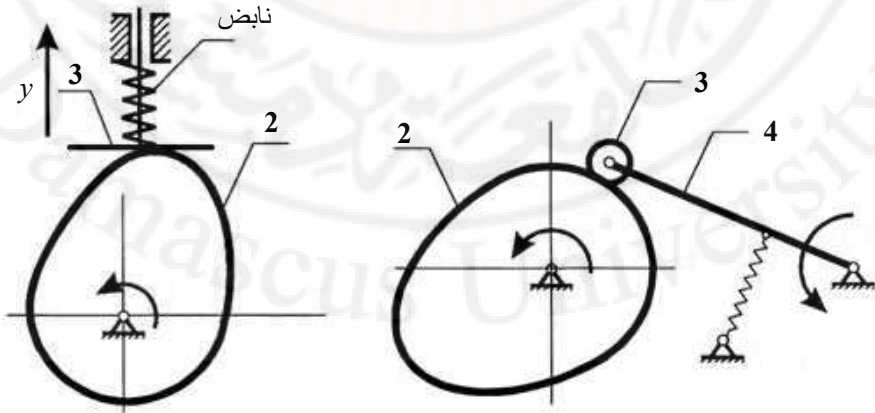
*

م-1-5

يبين الجزء a من الشكل (م-1-5)، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية كامنة تحوي كامنة قرصية 2 ، وتابع مسطح ترددي 3 مع نابض، كما يبين الجزء b من الشكل (م-1-5)، تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية كامنة تحوي كامنة قرصية 2 ، وتابع تأرجحي 4 دحرجي 3 مع نابض.

المطلوب:

- تعيين درجة طلاقة كل منها.



a- الجواب: (F = 1)

b- الجواب: (F = 1)

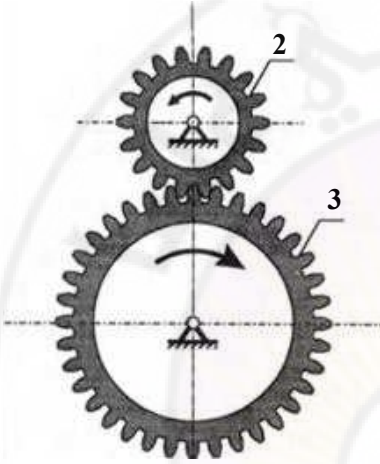
الشكل (م-1-5)، رسوم تخطيطية لتركيبات كامنة قرصية.

م-1-6

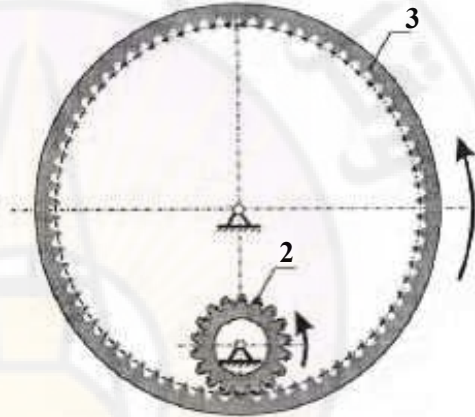
تبيين الأجزاء a , b , c من الشكل (م-1-6)، تخطيطاً لأحد أوضاع مسننات متعاشقة.

المطلوب:

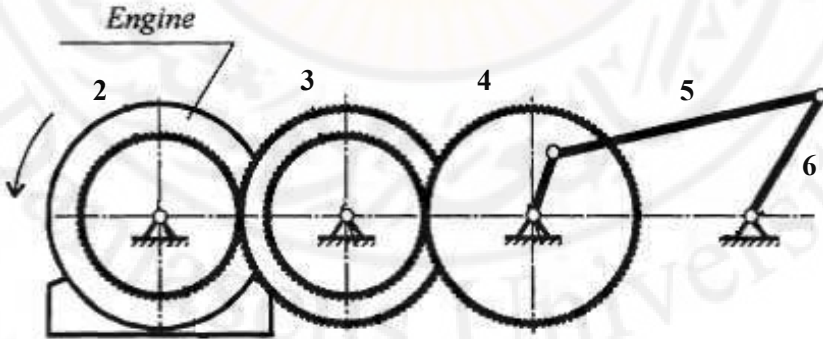
- تعيين درجة طلاقة كل منها.



ا- الجواب: (F = 1)



ب- الجواب: (F = 1)



ج- الجواب: (F = 1)

رسوم تخطيطية لمجموعة مسننات.

الشكل (م-1-6)

الفصل الثاني

التركيبات الآلية المرفقية Linkage Mechanisms

Introduction

1-2- المقدمة

تتكون التركيبات الآلية المرفقية من سلاسل حركية، بمفاصل دورانية، وإزدواجات حركية سفلية، والغاية من أية تركيبة آلية مرفقية، أو مجموعة تركيبات آلية - هي بوجه عام - الحصول على حركة محددة للوصلة المقودة نتيجة حركة معينة تُعطى للوصلة القائدة.

يمكن أن تُثقل الحركة، أو تُحول في التركيبات الآلية، إما:

- باستعمال وصلات صلبة كالأنزع، والقضبان، والمنزلاقات، تصل بينها بصورة عامة ازدواجات دورانية، وانزلاقية، وتسمى التركيبات الآلية المرفقية (Linkage Mechanisms).
- باستعمال وصلات مرنة كالسيور، والحبال، والجنائزير في تركيبات الشد، والسوائل غير القابلة للانضغاط في تركيبات الضغط.
- بالتماس المباشر للوصلتين القائدة والمقودة، كما في حالة كل من تركيبات الكامات، والمسننات.

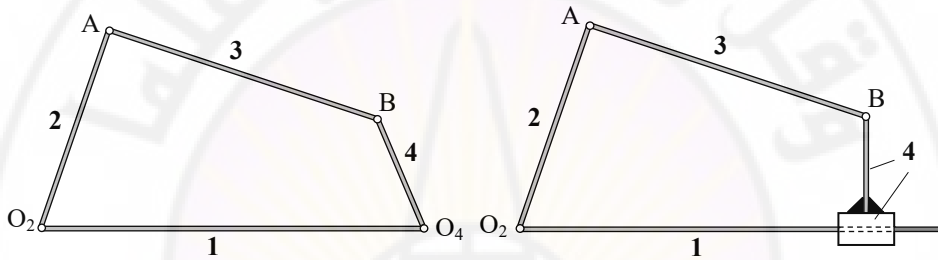
من المفيد - قبل التطرق إلى بحث طرائق تحليل حركة التركيبات الآلية، وتحديد القوى المؤثرة في وصلاتها المختلفة - التعرف إلى بعض التركيبات الآلية المرفقية النموذجية، وبيان بعض من تطبيقاتها العملية. أما دراسة تركيبات الكامات؛ فإنها ستنم لاحقاً، نظراً لكونها تشكل بحثاً متكاملاً وظيفياً، وحركياً، وتحريكياً؛ بينما لن نتطرق إلى دراسة المسننات، ومجموعاتها، والتركيبات الآلية ذات الوصلات المرنة؛ إذ إنها تبحث عادة في مقرر تصميم الآلات؛ فضلاً عن أن أغلبها يكافئ حركياً تركيبات آلية مرفقية بسيطة. إن التركيبات الآلية المرفقية التي سُبُحث هي عموماً ذات درجة طلاقة واحدة؛ أي تحدد حركتها الوصلة القائدة فقط، مع الإشارة، حيث يلزم إلى بعض التطبيقات لتركيبات آلية ذات درجتي طلاقة.

2-2- أنماط حركة تركيبة آلية مرفقية Linkage Mechanisms Motion Types

يمكن في تركيبة آلية مرفقية الحصول على حركة دورانية، تأرجحية، أو ترددية نتيجة دوران الوصلة القائدة، تسمى عادة مرفقاً، أو العكس بالعكس. يعني ذلك أنه يمكن للتركيبة الآلية المرفقية أن تحول الحركة؛ وفقاً لأحد الأنماط الآتية:

- من حركة دورانية مستمرة إلى حركة دورانية مستمرة.
 - من حركة دورانية مستمرة إلى حركة تأرجحية، أو ترددية، أو العكس بالعكس.
 - من حركة تأرجحية إلى حركة تأرجحية، أو من حركة ترددية إلى حركة ترددية.
- وفي الحالات كلها يمكن لنسبة سرعتي الوصلتين اللتين تُثقل الحركة بينهما أن تكون ثابتة، أو متغيرة.

إن أبسط التركيبات الآلية المرفقية القادرة على تحقيق مجمل أنماط الحركة المذكورة أعلاه تنتج من السلسلة رباعية الوصلات (*Four-Link Chain*). تتألف هذه السلسلة من أربعة ازدواجات سطحية التماس؛ أي ازدواجات سفلية، حيث يمكن أن تكون جميع الازدواجات دورانية، أو يكون بعضها دورانياً، والآخر انزلاقياً؛ ومن ثم يمكن الحصول على كثير من التركيبات الآلية العملية؛ بإدخال بعض التعديلات على هذه السلسلة؛ كتغيير طبيعة بعض الازدواجات، ونسب أبعاد الوصلات وغيرها، فمثلاً باستبدال المفصل الدوراني O_4 ، في السلسلة المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-2)، بآخر انسحابي نحصل على سلسلة مرفقية ترددية؛ أي سلسلة المنزلقة والمرفق، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-1-2).



a- مخطط سلسلة بأربعة ازدواجات دورانية. b- مخطط سلسلة مرفقية ترددية.

(الشكل-1-2)، مخططات لسلاسل رباعية الوصلات.

إن كثيراً من الآلات المعقدة تتكون أساساً من مجموعة من هذه التركيبات الآلية المرفقية البسيطة، أو من تحولاتها التي سندرس بعضاً منها في الفقرات التالية.

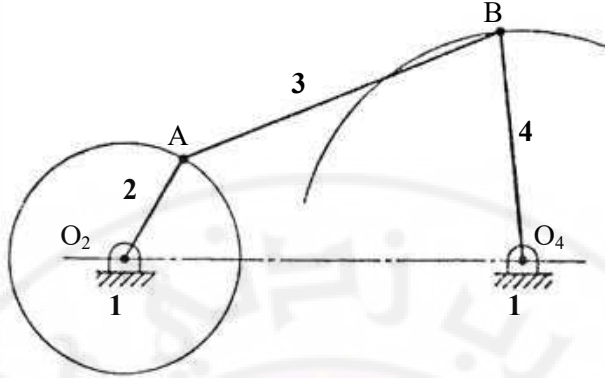
تجدر الإشارة إلى أنه ستصنف - إلى حد ما - التركيبات الآلية؛ تبعاً لتطبيقاتها؛ مع التنويه حيث يلزم، عن المتحولات التي تصادف في تطبيقات مختلفة.

Four-Bar Mechanism

3-2- تركيبة آلية رباعية القضبان

تنتج هذه التركيبة الآلية من سلسلة رباعية الوصلات مؤلفة من أربعة ازدواجات دورانية تربط وصلاتها الأربع. تُعد التركيبة الآلية المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-2)، التركيبة الآلية الأساسية الناتجة من تثبيت الوصلة 1 التي تمثل عملياً هيكل التركيبة الآلية، وتمثل الوصلة 3 القارئة التي تنقل الحركة من الوصلة القائدة 2 إلى الوصلة المقودة؛ أي التابع 4.

توجد إكمانيتان لحركة كل من الوصلتين 2 و 4 المتصلتين بالهيكل، فعندما تؤدي الوصلة حركة دورانية مستمرة، فإنها تسمى بـ المرفق، أما إذا كانت حركتها اهتزازية بين وضعين حديين ذهاباً وإياباً على قوس دائري؛ فتسمى حينئذ بـ المتأرجحة؛ كالوصلة 4 في تركيبة آلية مرفق قائد، وتابع متأرجح، المبين مخططها في (الشكل-2-2).



(الشكل-2-2)، مخطط تركيبية آلية مرفق قائد وتابع متأرجح.

يمكن تصميم تركيبات آلية ذات أنماط حركة مختلفة؛ استناداً إلى سلسلة رباعية القضبان، وتُسمى عادة التركيبات الآلية من منطلق تحويل الحركة، وفقاً للآتي:

- الوصلتان 2 و 4 تدوران كلياً

نحصل على تركيبية آلية المرفق المضاعف، حيث تُحول الحركة الدورانية إلى حركة دورانية، كما في تركيبية آلية تدوير عجلات القاطرة البخارية، المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-2-6)، وفي تركيبية آلية السحب أو الجر؛ المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-2-7).

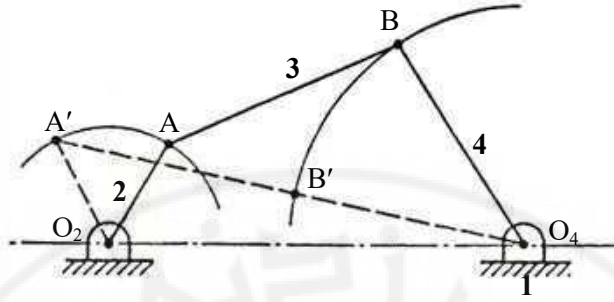
- الوصلة 2 تدور كلياً، والوصلة 4 تتأرجح ذهاباً وإياباً

نحصل على تركيبية آلية المرفق المتأرجح؛ المبين مخططها في (الشكل-2-2)، وفي (الشكل-2-5)، حيث تُحول الحركة الدورانية إلى حركة تأرجحية، وبالعكس.

- الوصلتان 2 و 4 تقومان بحركة تأرجحية

نحصل على تركيبية آلية المتأرجح المضاعف، حيث تُحول الحركة التأرجحية إلى حركة تأرجحية، كما في تركيبية آلية وات (Watt Mechanism) للخط المستقيم؛ المبين مخططها لاحقاً في (الشكل-2-17).

إن حدوث هذه الحالات يعتمد على أطوال وصلات السلسلة الرباعية، وبما أن جميع ازدواجات السلسلة الأصلية هي من طبيعة واحدة دورانية، فإن تغيير الوصلة الثابتة للحصول على متحولات هذه السلسلة يكافئ في الواقع، تغيير نسب أطوال الوصلات، وأوضاعها النسبية، مع المحافظة على الوصلة 1 ثابتة. يمكن إذن باختيار مناسب لأطوال الوصلات، ولأوضاعها النسبية أن تحقق التركيبية الآلية الأساسية أغلب أنماط الحركة النسبية المذكورة. إلا أنه يجب الانتباه - عند إجراء هذه التغييرات - إلى تجنب حدوث نقاط ميتة خلال حركة التركيبية الآلية. تحدث هذه النقاط الميتة عندما تصبح الوصلتان 3 و 4 على استقامة واحدة، كما هو مبين في (الشكل-2-3).



(الشكل-2-3)، مخطط تركيبية آلية رباعية القضبان عند وضع الوصلتين 3 و 4 على استقامة واحدة.

من الواضح في هذه الحالة، أن خط عمل القوة المنقولة من الوصلة القائدة 2 عبر القارئة 3 إلى الوصلة المقودة 4 ينطبق على هذه الوصلة؛ ومن ثم يجب تطبيق قوة خارجية لكي تتمكن الوصلة من تجاوز هذه النقطة الميتة، يتم ذلك عادة بتركيب حذافة مناسبة؛ أي دولاب معدل.

لقد استنتج الباحث غراسهوف (*Grashoff*)، طريقة لتحديد نوع التركيبية الآلية حركياً. تعتمد هذه الطريقة على العلاقات الممكن إيجادها بين أطوال وصلاتها الأربع، حيث تميز الحالات الآتية:

a. **مجموع طولي أقصر وصلة، وأطول وصلة، أصغر من مجموع طولي الوصلتين الآخرين.**

يمكن عندئذ تشكيل التركيبات الآلية الآتية:

1. **تركيبية آلية المرفق المتأرجح *Rocker Crank***

تمتاز بأن أقصر وصلة هي المرفق القائد، وإحدى الوصلتين المجاورتين لها هي الوصلة الثابتة. يُلاحظ وجود تركيبيتين آليتين مختلفتين من هذا النوع بحسب الوصلة الثابتة.

2. **تركيبية آلية المرفق المضاعف *Double Crank***

تمتاز بأن أقصر وصلة هي الوصلة الثابتة.

3. **تركيبية المتأرجح المضاعف *Double Rocker***

تمتاز بأن الوصلة المقابلة لأقصر وصلة هي الوصلة الثابتة.

b. **مجموع طولي أقصر وصلة، وأطول وصلة، يساوي مجموع طولي الوصلتين الآخرين.**

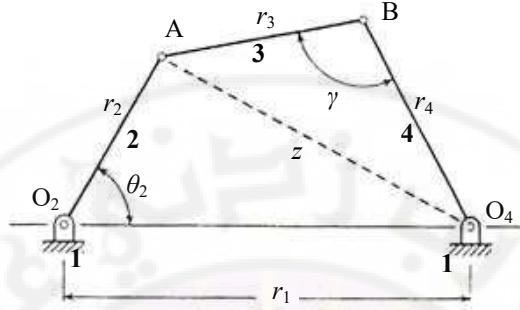
يمكن عندئذ تشكيل تركيبات آلية مماثلة لتلك المذكورة في (1 , 2 , 3) أعلاه.

c. **مجموع طولي أقصر وصلة، وأطول وصلة أكبر من مجموع طولي الوصلتين الآخرين.**

يمكن عندئذ تشكيل تركيبات آلية من نوع المتأرجح المضاعف فقط.

يجب الانتباه، إلى إمكانية حدوث نقاط تبديل اتجاه دوران الوصلة المقودة عندما تمر التركيبية الآلية، بوضع تصبح فيه محاور الازدواجات على استقامة واحدة؛ لذا يجب تأمين وسيلة عند تصميم التركيبات الآلية الناتجة تضمن تقييد الحركة بالاتجاه المطلوب، يتم ذلك كما ذكرنا بتركيب حذافة مناسبة.

كما أن لزواية النقل تأثيراً كبيراً في تأمين أداء سلس للتركيبة الآلية رباعية القضبان، والتي تعرف بالزاوية بين القارئة 3 ، والوصلة المقودة 4 ، كما في (الشكل-2-4).



(الشكل-2-4)، مخطط تركيبة آلية رباعية القضبان لتعيين زاوية النقل.

يرمز لزواية النقل عادة بالرمز γ ، وتحدد علاقتها من استخدام علاقة التجيب في المثلث المشكل من القطر z ، والوصلتين 1 و 2 ، ينتج أن طول القطر z :

$$z^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2$$

وبتطبيق علاقة التجيب مرة أخرى في المثلث المشكل من القطر z ، والوصلتين 3 و 4 ، ينتج أن:

$$z^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3 \cdot r_4 \cdot \cos \gamma$$

من تساوي العلاقتين:

$$r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3 \cdot r_4 \cdot \cos \gamma$$

نحصل على :

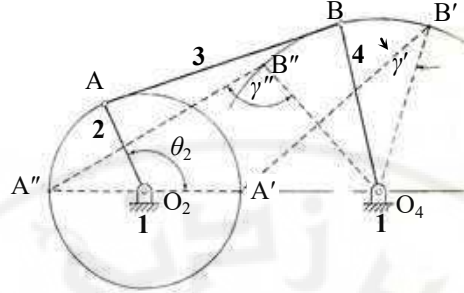
$$\gamma = \cos^{-1} \left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2}{-2r_3 \cdot r_4} \right] \quad (1-2)$$

تكتب بشكل آخر:

$$\gamma = \cos^{-1} \left[\frac{z^2 - r_3^2 - r_4^2}{-2r_3 \cdot r_4} \right] \quad (2-2)$$

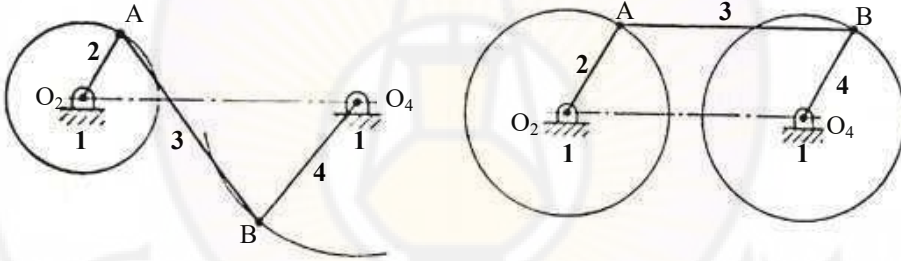
يفضل أن يحدد مجال عمل التركيبة الآلية، بحيث تبقى قيمة زاوية النقل محصورة بين $(40^\circ < \gamma < 140^\circ)$ ؛ وبخاصة عند استعمالها في نقل قوى كبيرة نسبياً. يؤدي كون الزاوية خارج مجال هاتين القيمتين إلى إعاقة حركة التركيبة الآلية؛ بسبب الاحتكاك في الازدواجات؛ فضلاً عن احتمال حدوث نقاط ميتة؛ نظراً لاقتراب الوصلتين 3 و 4 من حالة كونهما على استقامة واحدة.

يُلاحظ من العلاقة (1-2) أن قيمة زاوية النقل تتعلق في تركيبة آلية معينة بالوضع النسبي بين الوصلة القائدة والهيكل، يعين هذا الوضع في أي لحظة بالزاوية θ_2 ؛ ومن ثم فإن زاوية النقل سيكون لها ضمن مجال حركة التركيبة الآلية قيمة صغرى γ' ، وأخرى عظمى γ'' ، كما هو مبين في (الشكل-2-5)، حالة تركيبة آلية ذات مرفق قائد يدور دورانياً كاملاً مستمراً؛ ليحرك تابعاً بحركة تأرجحية.



(الشكل-5-2)، مخطط تركيبية آلية رباعية القضبان لتحديد القيمة الصغرى والعظمى لزاوية النقل.

ذكرنا سابقاً أنه يمكن للتركيبية الآلية الأساسية؛ المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-1-2)، أن تأخذ أشكال عدة لأداء أنماط مختلفة من الحركة. تبين مخططات (الشكل-6-2)، و (الشكل-7-2)، بعضاً من أهم متحولات التركيبية الآلية رباعية القضبان من الناحية التطبيقية.



b- مخطط تركيبية آلية تدوير عجلات القاطرة البخارية. a- مخطط التركيبية الآلية المتصلبة.
(الشكل-6-2)، مخططات لتركيبات آلية رباعية القضبان.

تسمى التركيبية الآلية؛ المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-6-2)، ب التركيبية الآلية المتصلبة، حيث تكون حركة الوصلة 4 تأرجحية مهما كانت حركة الوصلة القائدة دورانية مستمرة، أو تأرجحية، ويبين الشكل حالة تحويل الدوران إلى تأرجح، أما حالة تحويل التأرجح إلى تأرجح، فإننا سنتطرق إليها في فقرة لاحقة بتركيبية آلية وات.

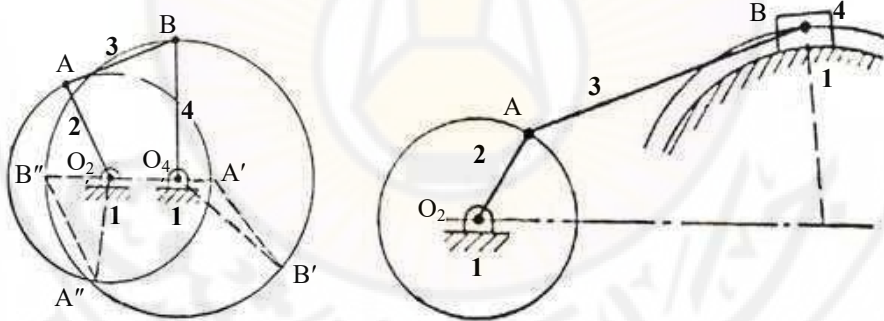
أما التركيبية الآلية؛ المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-6-2)، فإنها تبين التركيبية الآلية التي تميزت بها آلية تدوير عجلات القاطرة البخارية، وهي حالة خاصة عندما تشكل الوصلات الأربع متوازي أضلاع، وأحد طوليه هو الهيكل. إن الحركة الناتجة هي دوران كل من المرفقين بالسرعة الزاوية نفسها؛ بينما تتحرك القارئة بحركة انسحابية موازية لنفسها. إن لهذه التركيبية الآلية المتوازية تطبيقات عدة في آلات تصنيع الحبال، وفي الموازين الميكانيكية كميزان روبرفال، وفي تجهيزات آلات النسخ.

وتبين التركيبة الآلية؛ المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-2-7)، تركيبة آلية السحب أو الجر المستعملة في الحصول على حركة ترددية سريعة الارتداد كما سنبين لاحقاً. تكون الوصلة الثابتة في هذه التركيبة الآلية هي أقصر الوصلات، وينتج من ذلك أنه عند دوران أحد المرفقين بسرعة ثابتة، فإن المرفق الآخر يدور بالاتجاه نفسه لكن بسرعة متغيرة، بحيث يؤدي كل منهما دورة واحدة بالزمن نفسه، ولضمان حركة جيدة لهذه التركيبة الآلية دون حدوث نقاط ميتة؛ يجب أن تحقق أطوال وصلاتها المتراجحتين الآتيتين معاً:

$$\begin{aligned} AB &> O_2O_4 + O_4B - O_2A \\ AB &< O_2A + O_4B - O_2O_4 \end{aligned} \quad (3-2)$$

تستنتج هاتان العلاقتان من المثلثين $\Delta O_2A'B'$ و $\Delta O_2A''B''$ ؛ مع ملاحظة أن مجموع ضلعين في مثلث يجب أن يكون أكبر من الضلع الثالث.

أما التركيبة الآلية؛ المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-2-7)، فإنها تبين تخطيطاً لتركيبة آلية تكافئ حركياً التركيبة الأساسية التي سبق توضيحها في الجزء b من (الشكل-2-1)، حيث استعويض عن الوصلة المتأرجحة 4 بكتلة منزلقة ضمن مجرى نصف قطره يساوي طول هذه الوصلة ومركزه O_4 . يستعمل هذا التصميم عادة عندما يكون طول الوصلة المتأرجحة كبيراً نسبياً.



a- مخطط تركيبة آلية السحب أو الجر. b- الاستعاضة عن الوصلة المتأرجحة بكتلة منزلقة.

(الشكل-2-7)، مخططات لتركيبات آلية رباعية القضبان.

Slider-Crank Mechanism

4-2- تركيبة آلية المنزلقة والمرفق

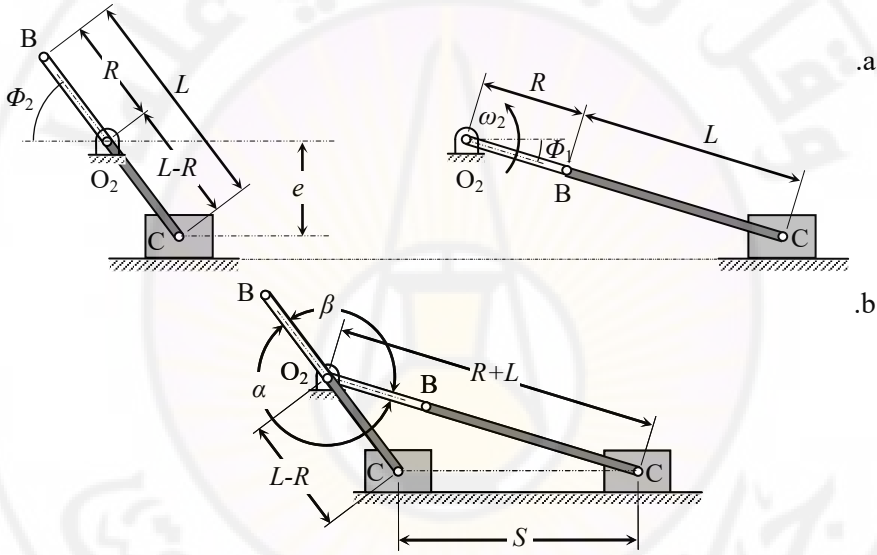
تنتج هذه التركيبة الآلية من سلسلة رباعية الوصلات ذات ثلاثة ازدواجات دورانية، وازدواج انزلاقي. يبين (الشكل-2-8) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية المنزلقة والمرفق الأساسية، حيث تمثل الوصلة 1 الهيكل، والوصلة 2 المرفق، والوصلة 3 ذراع توصيل الحركة، والوصلة 4 المنزلقة، أو المكبس، ويُلاحظ أنها تكافئ حركياً التركيبة الآلية؛ المبين مخططها في الجزء b من (الشكل-2-7)، عندما تصبح الوصلة 4 لا نهائية الطول.

في النسب العادية لأطوال الوصلات لمثل هذه التركيبية الآلية، أي عندما يكون ذراع التوصيل أكبر طولاً من المرفق، يوجد وضعان حديان، ويظهران عندما تكون المنزلقة في وضعيها النهائيين الأيمن والأيسر؛ أي عندما يصبح المرفق وذراع التوصيل على استقامة واحدة، سواء كانت التركيبية الآلية مركزية عندما يمر خط عمل المنزلقة C من مركز دوران المرفق O_2 ، كما في المخطط المبين في (الشكل-2-9)، أو ذات إزاحة لا مركزية مقدارها e ، وتساوي بعد مركز دوران المرفق O_2 عن خط عمل المنزلقة C ، كما في المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-2-10).

58

إن طول الشوط S ؛ أي مدى الحركة للمكبس في تركيب آلية المنزلقة والمرفق المركزية يساوي $(S = 2R)$ ؛ أي ضعف طول المرفق. فالمرفق يدور 180° ؛ بينما يتحرك المكبس من اليسار إلى اليمين، ثم يدور 180° ليعود المكبس إلى اليسار، وإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة، فإن المرفق يستغرق الوقت نفسه اللازم للحركة من اليسار إلى اليمين والعودة إلى اليسار.

أما الأوضاع الحدية للمكبس ذات السرعة المعدومة في تركيب آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية المبينة في الجزء b من (الشكل-2-10)، فإن الزوايا التي يقطعها المرفق بين الأوضاع الحدية تكون غير متساوية. فإذا دار المرفق باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، فإنه يقطع زاوية أكبر من 180° ؛ بينما يتحرك المكبس من اليسار إلى اليمين، ويقطع زاوية أصغر من 180° حينما يعود إلى اليسار.



(الشكل-2-10)، مخطط تركيب آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية عند أوضاعها الحدية.

فإذا كان المرفق يدور بسرعة زاوية ثابتة باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة، فإن المكبس يستغرق وقتاً أطول في شوطه نحو اليمين من الوقت اللازم لعودته نحو اليسار، فمن وضعه الحدي يساراً إلى وضعه الحدي يميناً يدور المرفق بزاوية:

$$\alpha = 180^\circ + \phi_1 - \phi_2$$

ويقطع المرفق خلال شوط العودة زاوية:

$$\beta = 180^\circ - \phi_1 + \phi_2$$

حيث:

$$\phi_2 = \sin^{-1} \frac{e}{L-R} \quad , \quad \phi_1 = \sin^{-1} \frac{e}{L+R}$$

حيث R طول المرفق، و L طول ذراع التوصيل، و $(e < L-R)$ البعد اللامركزي.

أما طول الشوط، فيكون:

$$S = \sqrt{(L+R)^2 - e^2} - \sqrt{(L-R)^2 - e^2}$$

برسم الأوضاع الحدية لتרכيبة آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية مع بعض، يتشكل مثلث، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-2-10)، وباستخدام عدم المساواة في هذا المثلث بأن مجموع أي ضلعين فيه أكبر طولاً من الضلع الثالث، ينتج:

$$L - R + S > L + R \Rightarrow S > 2R$$

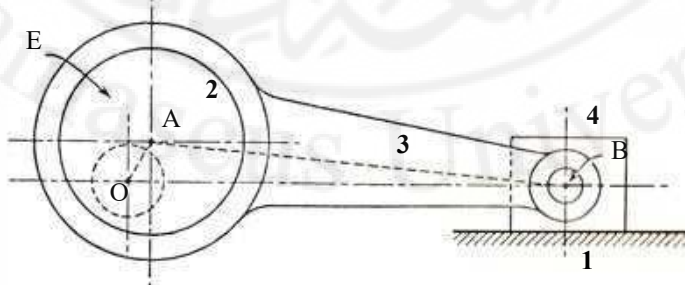
أي إن طول الشوط سيكون دائماً أكبر من $2R$ في حال وجود اللامركزية e . وتسري العلاقات السابقة إذا تحقق الشرطان الآتيان:

$$e < L - R \Rightarrow R < L$$

كذلك يمكن إيجاد الزوايا α و β ببساطة من خلال رسم الأوضاع الحدية للتרכيبة الآلية وقياس الزوايا من الشكل. ويستعمل هذا الحل التخطيطي للتحقق من الحل التحليلي، أو كما هو الأمر غالباً تكون دقة الحل التخطيطي كافية.

تجدر الإشارة إلى أن لتרכيبة آلية المنزلقة والمرفق ثلاثة متحولات، نوهنا عنها بإيجاز في الفقرة 6-1 من الفصل الأول؛ فضلاً عن أن أهم تطبيقات بعض منها ستبين لاحقاً.

إن بعض التطبيقات العملية لهذه التרכيبة الآلية تستلزم أحياناً تعديل أبعاد الازدواج؛ وهذا يؤدي ظاهرياً إلى تغيير الشكل الهندسي للتרכيبة الآلية دون أن يؤثر ذلك في الحركة النسبية بين وصلاتها. يمكن توضيح ذلك تخطيطياً؛ استناداً إلى (الشكل-2-11)، حيث وسع الازدواج بين المرفق وذراع التوصيل بصورة تُغلف عمود الدوران الذي محوره O. يكافئ هذا التعديل الاستعاضة عن المرفق بقرص لا مركزي E يبعد مركزه الهندسي A عن محور الدوران مسافة OA تساوي طول المرفق. من الواضح أن التרכيبة الآلية في هذه الحالة تكافئ حركياً التרכيبة الآلية الأساسية المبينة بالخطوط المتقطعة. يستعمل هذا التعديل في بعض الآلات كالمطارق الميكانيكية، ومكابس التخريم، والتشكيل اللامركزية، إلا أن من سيئات هذا التصميم ضرورة تأمين تزييت فاعل عند الازدواج بين القرص اللامركزي E وذراع التوصيل؛ وهذا يحُد من كمية الطاقة التي يمكن نقلها.

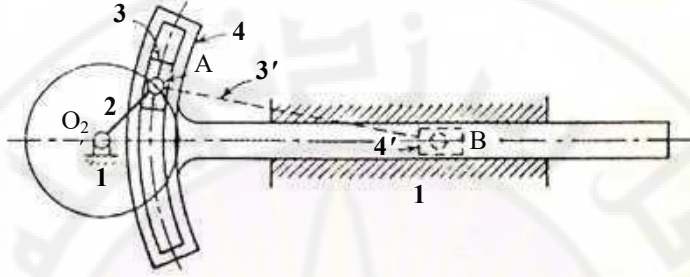


رسم تخطيطي لتרכيبة آلية المنزلقة والمرفق المركزية حيث ذراع التوصيل يغلف عمود الدوران.

(الشكل-2-11)

5-2- تركيبة آلية المنزلقتين والمرفق Double Slider-Crank Mechanism

إذا وسع في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق المركزية - المبينة سابقاً في (الشكل-2-8) - الازدواج عند B ليغلف الازدواج A ، فإن ذلك يكافئ حركياً الاستعاضة عن ذراع التوصيل، بكتلة منزلقة ضمن مجرى منحني نصف قطره يساوي طول هذا الذراع، ومركزه B ، كما هو مبين في (الشكل-2-12).

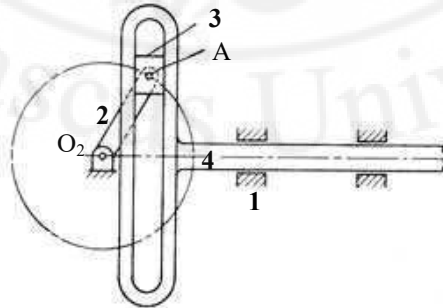


(الشكل-2-12)، رسم تخطيطي لتركيب آلية المنزلقتين والمرفق.

في حال ازداد طول ذراع التوصيل ليصبح لانهائياً، فإن المجرى المنحني يتحول إلى مجرى مستقيم، وتنتج تركيبة آلية المنزلقتين والمرفق المؤلفة من ازدواجين دورانيين، وازدواجين انزلاقيين، والتي تسمى أحياناً (Scotch Yoke)، المبينة تخطيطياً في (الشكل-2-13)، حيث تتصل الوصلة الثابتة 1 بازدواج دوراني من جهة، وبآخر انزلاقي من الجهة الأخرى، فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية منتظمة، فإن المنزلقة 4 تتحرك حركة توافقية بسيطة.

يمكن البرهان على ذلك بالرجوع إلى النظرية التي نصها: "إذا تحركت نقطة على محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة، فإن حركة مسقطها على أي من محوري الإحداثيات هي حركة توافقية بسيطة".

يُلاحظ في (الشكل-2-13)، أن حركة المنزلقة 4 ماثلة لحركة مسقط النقطة A على المحور الأفقي؛ ثم فإن حركة هذه المنزلقة هي توافقية بسيطة عندما يدور المرفق بسرعة زاوية منتظمة. تستعمل هذه التركيبة الآلية في آلات الاختبار لتوليد اهتزازات توافقية بسيطة، وكذلك كمولد حركة جيبية - تجيبية صحيحة في عناصر الحاسبات التمثيلية الميكانيكية.



(الشكل-2-13)، رسم تخطيطي لتركيب آلية المنزلقتين والمرفق (Scotch Yoke).

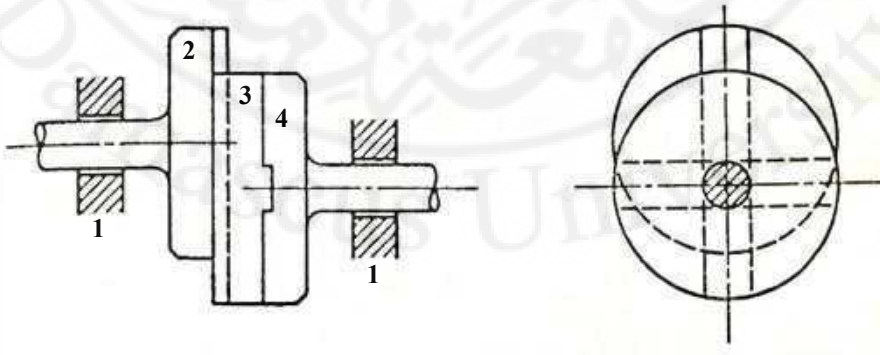
يجب الانتباه إلى أن هذه التركيبة الآلية ليست متحولاً للتركيبة السابقة، والذي حصل هو تعديل طبيعة أحد الازدواجات دون تغيير الوصلة الثابتة 1 ، كما أن المتحول الناتج من تثبيت المنزلقة 3 ، والسماح للوصلة 1 بالحركة، يعطي للمنزلة 4 حركة توافقية بسيطة في اتجاه عمودي على الحركة الأولى - شاقولي في هذه الحالة - عند دوران المرفق بسرعة زاوية منتظمة. فضلاً عن ذلك، فإن لمتحولات هذه التركيبة الآلية الأساسية عدة متحولات ذات تطبيقات عملية، من أهمها قارنة أولد هام، وتركيبة آلية راسم القطع الناقص.

1-5-2-1- تركيبة آلية قارنة أولد هام Oldham Coupling Mechanism

يبين (الشكل-2-14) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبة آلية قارنة أولد هام، حيث تتصل الوصلة الثابتة 1 بازدواجين دورانيين من كلتا جهتيها؛ مقارنة بـ (الشكل-2-13)، فإن هذه التركيبة الآلية تنتج من تثبيت المرفق 2 في التركيبة الآلية الأساسية للمنزلقتين والمرفق. إن للقرص 3 لسناً من كل جهة، يتعامد هذان اللسنان فيما بينهما، وينزلقان بتوافق دقيق في مجريين مناسبين في العمودين 2 و 4 ، كما يمكن في بعض الحالات أن تكون الوصلة 3 كتلة ذات مقطع مربع تتزلق ضمن مجريين مناسبين في العمودين.

تستعمل هذه القارنة لوصل عمودين متوازيين غير متساوتين. بما أنه لا يوجد أية حركة دورانية نسبية بين الوصلات 2 و 3 و 4 ، فإن هذه القارنة ستنتقل الحركة من العمود القائد إلى العمود المقاد بالسرعة الزاوية نفسها؛ أي إن نسبة سرعتي العمودين تساوي الواحد.

من الواضح أن استعمال هذه القارنة ممكن عملياً عندما يكون عدم التسامت بين العمودين صغيراً، وإلا فإن أقراص الوصل اللازمة تصبح كبيرة الحجم، وكذلك قوى التحاك، ومن المفضل عندئذ استعمال وسيلة أخرى كالسيور، أو المسننات.

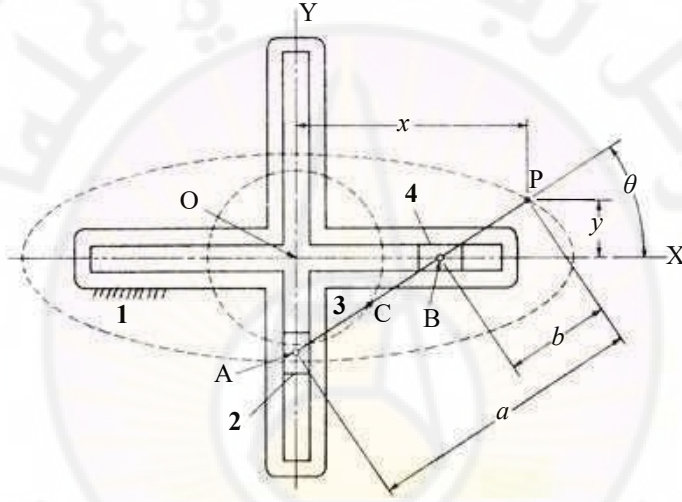


(الشكل-2-14)، مخطط تركيبة آلية قارنة أولد هام (Oldham Coupling).

2-5-2- تركيبة آلية راسم القطع الناقص

Elliptical Trammel Mechanism

يبين (الشكل-2-15) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية تستعمل لرسم القطوع الناقصة، حيث الوصلة الثابتة 1 تتصل بازدواجين انزلاقيين من كلتا جهتيها؛ بينما الوصلة 3 فهي متمفصلة مع هاتين المنزلقتين. من الواضح أن ذلك يكافئ تثبيت الوصلة المشقوقة 4 في التركيبة الآلية المبينة تخطيطياً في (الشكل-2-13)؛ أي إنها متحول لها.



(الشكل-2-15)، مخطط تركيبة آلية راسم القطع الناقص (Elliptical Trammel).

يمكن البرهان على أنه عند انزلاق الوصلتين 2 و 4، فإن النقطة P الواقعة على الوصلة 3، أو امتدادها ترسم قطعاً ناقصاً؛ إذ يمكن كتابة المعادلات الآتية:

$$x = a \cdot \cos \theta \quad , \quad y = b \cdot \sin \theta$$

ومنه:

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4-2)$$

وهي علاقة قطع ناقص مركزه في O، وطول محوره الأكبر 2a، وطول محوره الأصغر 2b. يُلاحظ أنه يمكن الحصول على قطوع ناقصة عدة بتغيير وضع P، وفي حالة كون هذه النقطة في منتصف المسافة AB؛ فإن العلاقة (4-2)، تصبح:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

وهي علاقة دائرة مركزها O، ونصف قطرها a يساوي نصف الطول AB.

Straight-Line Mechanisms

6-2- تركيبات آلية الحركة المستقيمة

تصمم هذه التركيبات الآلية بحيث تتحرك نقطة من إحدى وصلاتها حركة مستقيمة ضمن مجال حركة التركيبة. من الواضح أنه يمكن الحصول على ذلك بالتحكم بحركة وصلة منزلة بين دليلين مستقيمين. مثال ذلك حركة المكبس في تركيبية آلية المنزلقة والمرفق. لكن نظراً لكبر حجم الدليلين عموماً، ونتيجة للاحتكاك والتآكل السريع الحاصل في الوصلة المنزلقة، فمن المحبذ الحصول على حركة مستقيمة باستعمال ازدواجات دورانية فقط.

لقد صُمم كثير من هذه التركيبات الآلية، حيث حقق عدداً قليلاً منها حركة مستقيمة تماماً؛ بينما يعطي معظمها حركة مستقيمة تقريبية ضمن مجال محدد، وأغلبها مشتق من تركيبية آلية رباعية القضبان كتركيبية آلية وات، وتركيبية آلية تشبيشيف، وتركيبية آلية هوكن، وبالمقابل هناك تركيبات آلية مرفقية أكثر تعقيداً تولد مساراً مستقيماً دقيقاً، كتركيبية آلية بوسوليه، وتركيبية آلية هارت، وتركيبية آلية سكوت روسل، وسنبين هنا بعضاً منها.

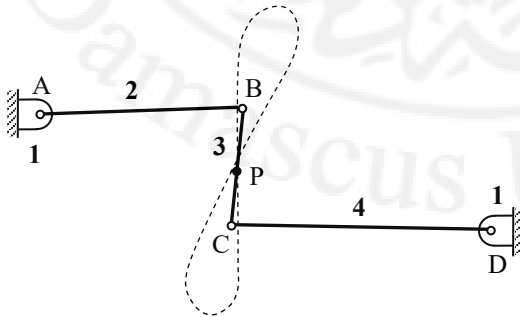
Watt Mechanism

1-6-2- تركيبية آلية وات

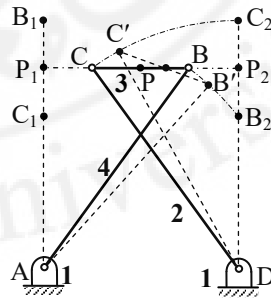
تعدّ تركيبية آلية وات، الشكل النموذجي من الآليات التي استعملها العالم وات للقيام بعمل دليل لمكبس آله البخارية في بداية اختراعاته، وتستعمل لتوليد حركة مستقيمة تقريبية.

يبين الجزء a من (الشكل-2-16) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية وات للخط المستقيم، وهي عبارة عن تركيبية آلية رباعية القضبان المتصلبة ذات متأرجح مضاعف، حيث تتحرك كل من الوصلتين CD و AB حركة تأرجحية، تُصمّم هذه التركيبية الآلية بحيث تكون هاتان الوصلتان متوازيتين عند الوضع الوسطي؛ بينما تكون الوصلة BC متعامدة معهما، وتقسّم النقطة P هذه الوصلة، بحيث إن:

$$BP / PC = CD / AB$$



a- مخطط تركيبية آلية وات.



b- مخطط تركيبية آلية تشبيشيف.

(الشكل-2-16)، مخططات لتركيبات آلية الحركة المستقيمة.

وُجد عملياً أن النقطة P ترسم المسار المنقط الذي هو في جزء كبير منه خط مستقيم دقيق نسبياً، فيما لو تأرجحت الوصلة CD بزاوية صغيرة حول الوضع الوسطي لا تزيد على 14° من كل جهة.

Tchebyshev Mechanism

2-6-2- تركيبة آلية تشيبشيف

تعدّ تركيبة آلية تشيبشيف، من أكثر التركيبات الآلية استعمالاً لتوليد حركة مستقيمة تقريبية. يبين الجزء b من (الشكل-2-16) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية تشيبشيف للخط المستقيم، وهي عبارة عن رباعي قضبان متصالب فيه الوصلتان AB و CD متساويتان، وتقع النقطة p في منتصف الوصلة BC، وترسم خلال الحركة مساراً مستقيماً تقريباً على امتداد هذه الوصلة موازياً للهيكل AD، إذا تحققت الأطوال النسبية الآتية:

$$AD = 2 BC, \quad AB = CD = 1.25 AD$$

إن طول المسار المستقيم الممكن رسمه P_1P_2 يساوي البعد بين المفصلين الدورانيين A و D. يبين التحليل الرياضي، بأن الاختلاف الأعظمي عن الخط المستقيم عندئذ يساوي فقط 0.24% من هذا البعد. من الواضح أن الوضع الحدي P_1 يوافق الوضع الشاقولي للوصلة AB، بينما ينتج الوضع الحدي P_2 عندما تصبح الوصلة DC شاقولية.

يمكن الحصول على متحول لهذه التركيبة الآلية بتثبيت النقطة P، وتدوير المرفق BC حولها بزاوية بحدود 180° ؛ مما يعطي للوصلة AD حركة سلسلة مستقيمة تقريباً لا يزيد الخطأ فيها على 0.25% من طول الخط المستقيم، بحيث يمكن إهماله في أغلب التطبيقات العملية. تستعمل هذه الطريقة في تحويل حركة زاوية إلى حركة خطية تناسبية، أو العكس بالعكس؛ إذ إنها طريقة أبسط وأرخص من استعمال تريس وجريدة مسننة؛ فضلاً عن تحقيق توزيع ملائم للقوى، وعدم وجود دفع جانبي على الدليل عند التأثير بقوة محورية.

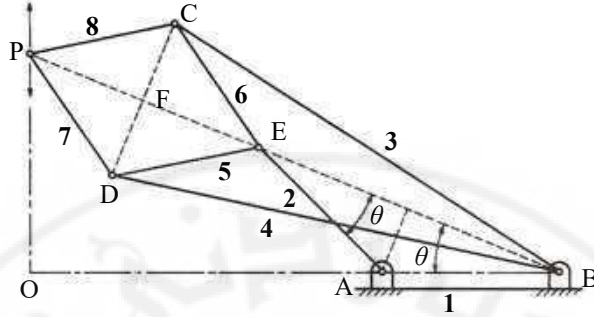
Peaucellier Mechanism

2-6-3- تركيبة آلية بوسوليه

لقد أوجد بوسوليه التركيبة الآلية الشهيرة باسمه للحصول على حركة مستقيمة صحيحة تماماً، وهي تتألف من ثماني وصلات ذات ازدواجات دورانية فيما بينها.

يبين (الشكل-2-17) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية بوسوليه، حيث الأبعاد فيها:

$$AB = AE, \quad BC = BD, \quad PC = PD = CE = DE$$



(الشكل-2-17)، مخطط تركيبية آلية بوسوليه (Peaucellier Mechanism) للخط المستقيم.

يُلاحظ من الشكل أن الوصلة الدوارة EA ، والوصلة الثابتة BA لهما الطول نفسه، ويقع المفصلان E و P على زاويتين متقابلتين، من سلسلة رباعية ذات الوصلات متساوية الطول CP ، EC ، PD ، DE ، والمفصلان D و C يتصلان بالمفصل الثابت B ؛ بواسطة الوصلتين CB و DB المتساويتين طولاً، بحيث يبقى مسقط المفصل P على الخط المار من AB هو نقطة ثابتة O ، ويمكن إثبات ذلك على النحو الآتي.

لتكن F نقطة تقاطع قطري السلسلة الرباعية ECPD ، ومن المثلثين القائمين ΔEFC و ΔBFC لدينا:

$$\overline{BF}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CF}^2 \quad , \quad \overline{EF}^2 = \overline{CE}^2 - \overline{CF}^2$$

وبطرح العلاقتين، نجد:

$$\overline{BF}^2 - \overline{EF}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

$$(BF + EF)(BF - EF) = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

لكن:

$$BF + EF = \frac{OB}{\cos \theta} \quad , \quad BF - EF = 2AB \cdot \cos \theta$$

إن:

$$\frac{OB}{\cos \theta} \cdot 2AB \cdot \cos \theta = \overline{BC}^2 - \overline{CE}^2$$

$$OB = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{CE}^2}{2AB} = \text{Const.}$$

أي إن مسقط المفصل P على الخط المار من AB هو نقطة ثابتة O ؛ ومن ثم، فإن المفصل P يتحرك دوماً على الخط المستقيم OP العمودي على AB .

7-2- تركيبات آلية الحركة سريعة الارتداد

Quick-Return Motion Mechanism

تستعمل هذه التركيبات الآلية في بعض آلات التشغيل، كالمقاشط، والمناشير الآلية، وكذلك في كثير من العمليات التكنولوجية المتكررة، مثل دفع أجزاء ما على امتداد خط التجميع، وتثبيت قطعتين معدنيتين مع بعض ريشما ثلحما، أو ثني علب الكرتون في آلات الرزم، والتعبئة الآلية.

في مثل هذه العمليات المتكررة تكون التركيبة الآلية عادة خلال جزء من دورة العمل تحت الحمل، وهذا يدعى وفق عمل التركيبة الآلية بشوط التقدم، أو شوط العمل، أو شوط التشغيل، وفي الجزء الآخر من دورة العمل الذي يسمى شوط العودة، أو الرجوع، أو الارتداد، فلا تبدل التركيبة الآلية عملاً، ولكن تعود ببساطة لتكرار العملية.

ففي آلات التشغيل مثلاً تعطى عدة القطع حركة بطيئة خلال شوط التشغيل، وحركة سريعة خلال شوط الارتداد؛ بينما يدور المرفق القائد بسرعة زاوية ثابتة.

إن نسبة الزمن اللازم لشوط التشغيل إلى زمن شوط الارتداد، تسمى النسبة الزمنية (Carnal ratio)، ويرمز لها بـ C_R :

$$C_R = \frac{\text{زمن شوط التشغيل}}{\text{زمن شوط الارتداد}} \quad (5-2)$$

يجب أن تكون قيمة C_R أكبر من الواحد، لكي يتحقق الغرض المطلوب من التركيبة الآلية؛ ولذلك فإن جميع التركيبات الآلية التي تعطي قيمة لـ C_R أكبر من الواحد، تدعى بتركيبات آليات الرجوع السريع.

من السهل تعيين النسبة الزمنية في تركيبات آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية؛ المبين مخططها سابقاً في (الشكل-2-10). حيث يدور المرفق بسرعة دوران منتظمة. نعين أولاً الأوضاع الحدية للمرفق، والتي تحدد بداية شوط العمل، ونهايته بعد ذلك، مع الأخذ بالحسبان اتجاه دوران المرفق، ومن ثم نقيس زاوية المرفق α المقطوعة خلال شوط العمل، وتكون الزاوية المتبقية β ، هي زاوية المرفق خلال شوط الرجوع.

إذا كان τ هو دور مرفق المحرك، ينتج أن:

$$\text{زمن شوط العمل هو:} \quad (\alpha / 2\pi) \tau \quad (6-2)$$

$$\text{وزمن شوط الرجوع هو:} \quad (\beta / 2\pi) \tau \quad (7-2)$$

بتعويض العلاقتين (6-2) و (7-2) في العلاقة (5-2)؛ نحصل على:

$$C_R = \frac{\alpha}{\beta} \quad (8-2)$$

ومن الملاحظ أن النسبة الزمنية لا تتعلق بمقدار العمل المبذول، أو سرعة المرفق القائد، فهي خاصية حركية للتركيبات الآلية ذاتها، ويمكن تعيينها من الأبعاد الهندسية لها.

يُلاحظ أيضاً من ناحية أخرى أنه يوجد اتجاه مناسب، واتجاه غير مناسب لدوران مثل هذه التركيبات الآلية، فإذا دار المرفق باتجاه دوران عقارب الساعة، في التركيبة الآلية؛ المبين مخططها سابقاً في (الشكل-2-10)، فإن أدوار الزوايا α و β تتعكس، وتصبح النسبة الزمنية أقل من الواحد؛ ومن ثم يجب أن يدور المرفق باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة في هذا المثال، لكي نحصل على خاصية الرجوع السريع.

يوجد أنواع كثيرة من التركيبات الآلية تتمتع بهذه الخاصية، ولكل نوع طريقة مختلفة لإيجاد نسبته الزمنية، ولكن العلاقة (2-8) تسري في الحالات كلها، واستعمال التركيبات الآلية التي تحوي أكثر من أربع وصلات تتيح مجالاً أوسع في قيمة النسبة الزمنية؛ فضلاً عن إمكانية التحكم في مقدار الشوط الكلي حسب اللزوم.

سندرس فيما يأتي أهم التركيبات الآلية المطبقة عملياً في توليد الحركة سريعة الارتداد.

Drag-Link Mechanism

1-7-2- تركيبة آلية السحب أو الجر

هي تركيبة آلية تعتمد في مبدئها على التركيبة الآلية رباعية القضبان، عندما تكون الوصلة الثابتة هي أقصر الوصلات؛ بشرط أن تحقق أطوال وصلاتها المتراجحتين (2-3)، اللتين سبق ذكرهما.

يبين (الشكل-2-18) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية السحب أو الجر، حيث يدور المرفق القائد 2 بسرعة زاوية ثابتة عكس اتجاه دوران عقارب الساعة، وتنتقل الحركة عبر وصلة السحب 3 إلى الوصلة 4 التي تدور بالاتجاه نفسه، لكن بسرعة زاوية متغيرة؛ لتتحرك المنزلقة عبر الوصلة 5 ببطء نحو اليسار خلال شوط التشغيل، ومن ثم تعود وترتد بسرعة نحو اليمين.

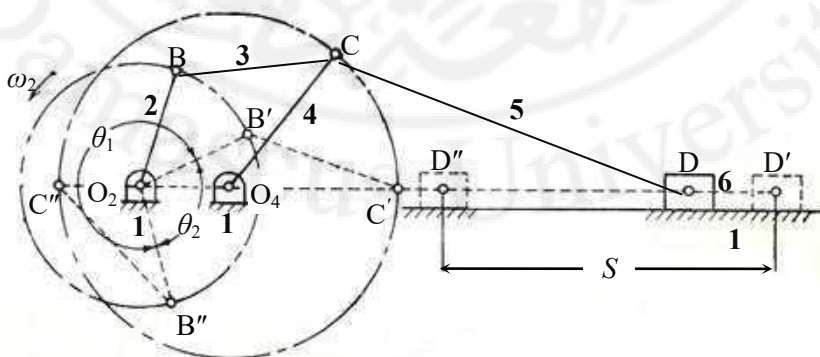
يحدد طول شوط حركة المنزلقة بالوضعين بدلالة طول الوصلة 4، حيث:

$$S = 2 O_4 C$$

أما النسبة الزمنية فتساوي:

$$C_R = \theta_1 / \theta_2$$

وتكون في أغلب الحالات بحدود [2 : 1]، كما أن حركة المنزلقة خلال معظم شوط القطع هي حركة منتظمة تقريباً، وتستعمل هذه التركيبة الآلية في المقاشط الصغيرة؛ وبخاصة آلات تشكيل مجاري الخوابير.



(الشكل-2-18)، مخطط تركيبة آلية السحب أو الجر (Drag-Link).

2-7-2- تركيب آلية المرفق والذراع المشقوق Crank Shaper Mechanism

هي تركيب آلية تنتج استناداً إلى متحول التركيب الآلية الأساسية للمنزلة والمرفق الناتج من تثبيت ذراع التوصيل.

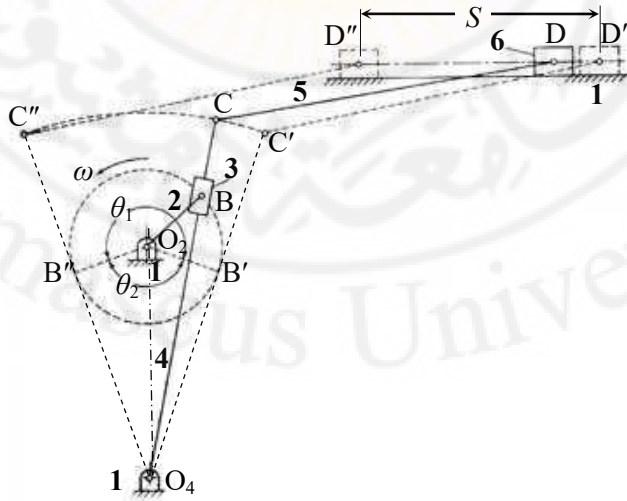
يبين (الشكل-2-19) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية المرفق والذراع المشقوق، حيث يدور المرفق القائد 2 بسرعة زاوية منتظمة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ وهذا يؤدي إلى تأرجح الوصلة المشقوقة 4؛ ومن ثم انتقال الحركة إلى المنزلقة 6 عبر الوصلة 5، وتحرك المنزلقة في هذه الحالة ببطء نحو اليسار، ثم تعود، وترتد بسرعة نحو اليمين، حيث النسبة الزمنية تساوي إلى:

$$C_R = \theta_1 / \theta_2$$

كما يُلاحظ من الشكل أن الشوط يساوي طول الوتر $C'C''$ ؛ إذ إن المنزلقة التي تحمل عدة القطع مقيدة بالحركة على مسار عمودي على امتداد الخط O_2O_4 ؛ ومن ثم يمكن البرهان بسهولة أن طول الشوط:

$$S = 2 O_4 C \frac{O_2 B}{O_2 O_4}$$

يمكن إذن تغيير الشوط من خلال تعديل هذه الأبعاد، إلا أنه في التطبيقات العملية، يتم ذلك عادة بتعديل طول المرفق O_2B عن طريق تغيير وضع الوتر B . يجب الانتباه إلى أن تغيير طول المرفق، يؤدي إلى تغيير النسبة الزمنية عند المحافظة على بقية الأبعاد الثابتة، كما أن تصغير طول المرفق ينتج منه نقصان الشوط. وزيادة الزاوية θ_2 ؛ ومن ثم انخفاض قيمة النسبة الزمنية، والعكس بالعكس؛ لذلك فإنه يفضل استعمال هذه التركيب الآلية في الحالات التي تستلزم شوطاً طويلاً نسبياً، كالمقاشط الأفقية مثلاً.



(الشكل-2-19)، مخطط تركيب آلية المرفق والذراع المشقوق (Crank Shaper Mechanism).

Whitworth Mechanism

3-7-2- تركيبة آلية ويت وورث

هي تركيبة تنتج استناداً إلى متحول التركيبية الآلية الأساسية للمنزلة والمرفق الناتج من تثبيت المرفق؛ ومن ثم فهي تشابه تركيبة آلية المرفق والذراع المشقوق، مع جعل المسافة بين المركزين الثابتين O_2 و O_4 أقل من طول المرفق O_2B ؛ وهذا يؤدي إلى دوران كلتا الوصلتين 2 و 4 دوراناً كاملاً.

يبين (الشكل-2-20) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية ويت وورث، حيث يدور المرفق القائد 2 بسرعة زاوية ثابتة عكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ من ثم فإن الوصلة المشقوقة 4 تدور بسرعة زاوية متغيرة بالاتجاه نفسه؛ بينما تتحرك المنزلقة 6 ببطء نحو اليسار، ثم تعود وترتد بسرعة نحو اليمين.

يحدد طول شوط حركة المنزلقة بالوضعين C' و C'' ؛ أي عندما تصبح الوصلتان على استقامة واحدة؛ ومن ثم، فإن طول الشوط هو:

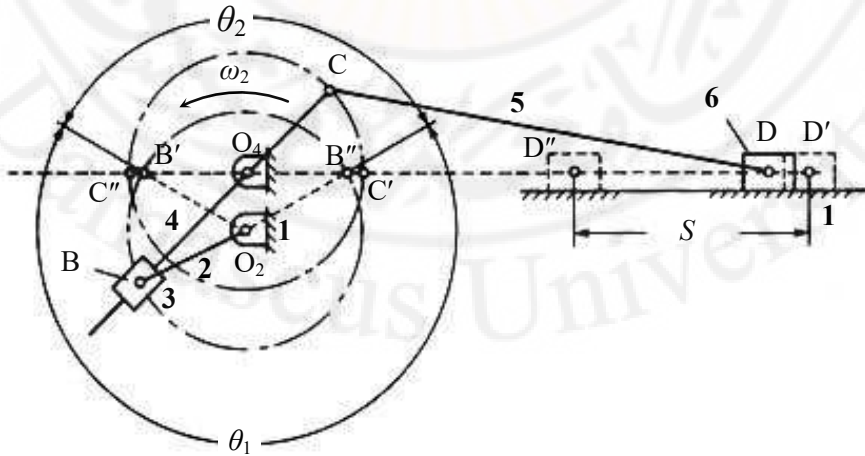
$$S = 2 O_4C$$

أي إن طول الشوط لا يتعلق بطول المرفق القائد، ويمكن تغييره فقط من خلال تغيير وضع الوتد C بالنسبة للمركز الثابت O_4 .

أما النسبة الزمنية فتساوي:

$$C_R = \theta_1 / \theta_2$$

فهي لا تتأثر بطول الشوط؛ لذلك فإن هذه التركيبية الآلية هي أكثر ملاءمة للمقاشط الرأسية المستعملة في قطع الأخاديد؛ إذ إن طول الشوط المطلوب في هذه الحالات يكون عادةً قصيراً نسبياً.



(الشكل-2-20)، مخطط تركيبة آلية ويت وورث (Whitworth Mechanism) السريعة الارتداد.

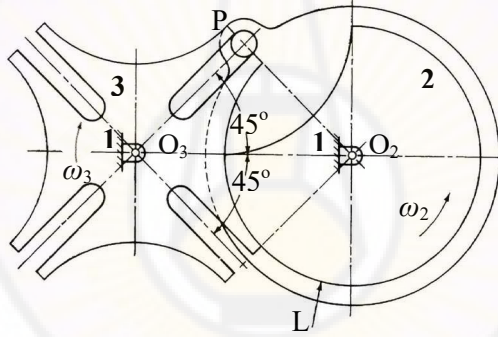
8-2 تركيبات آلية الحركة المتقطعة *Intermittent-Motion Mechanisms*

هي تركيبات آلية تحول الحركة المستمرة إلى حركة متقطعة، وتستعمل بصورة عامة في آلات التشغيل لوضع القطع المراد تشغيلها أمام عدة القطع، أو في إجراء عمليات التعليم، أو التقسيم، أو التفريز.

Geneva Wheel Mechanism

1-8-2- تركيب آلية دولاب جينييفا

يبين (الشكل-21-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيبات آلية دولاب جينييفا المفيدة جداً في توليد حركة متقطعة، حيث الدولاب القائد 2 يحوي مسماراً P يعشق بالشقوق المفتوحة في الدولاب المقود 3. إذا دار الدولاب القائد 2 بسرعة زاوية منتظمة حول محوره، فإن حركة المسمار في الشق تعمل على دوران الدولاب المقود 3 بسرعة زاوية متغيرة حتى لحظة خروج المسمار من هذا الشق، يبقى الدولاب المقود بعد ذلك متوقفاً؛ بينما يتابع الدولاب القائد دورانه حتى يعشق المسمار في الشق الثاني، وتكرر الحركة المتقطعة.



(الشكل-21-2)، مخطط تركيبات آلية دولاب جينييفا (*Geneva Wheel Mechanism*) للحركة المتقطعة.

توضع الشقوق بحيث يدخل المسمار إليها، ويخرج منها مماسياً؛ أي تكون الزاوية O_2PO_3 عندئذ قائمة، وهذا يعطي هذه التركيبات الآلية ميزة التقطيع، أو التقسيم، دون حمل صدم عملياً؛ لذا فهي تستعمل بصورة واسعة في الآلات عالية السرعة؛ فضلاً عن الآلات ذات السرعة المنخفضة.

في الحالة المبينة في (الشكل-21-2)، يحوي الدولاب المقود أربعة شقوق؛ ومن ثم فإنه يدور ربع دورة لكل دورة كاملة يؤديها الدولاب القائد 2، إلا أنه يمكن تصميم تركيبات آلية مشابهة ذات نسب تقطيع مختلفة؛ تبعاً لعدد الشقوق التي توزع بانتظام على محيط الدولاب. فإذا كان عدد الشقوق N فإن نسبة التقطيع تساوي $1/N$ ، وتكون الزاوية بين محوري كل شقين متتاليين $360/N$.

كما يبين (الشكل-21-2) وضع التركيبات الآلية لحظة دخول المسمار في أحد الشقوق، حيث يدور الدولاب القائد بسرعة زاوية ثابتة ω_2 عكس اتجاه دوران عقارب الساعة. ينتج من ذلك أن يبدأ الدولاب 3 بالدوران باتجاه دوران عقارب الساعة بسرعة زاوية متغيرة ω_3 ، تزداد قيمة هذه السرعة من صفر في الوضع المبين، حتى قيمة عظمى عندما يصبح المسمار على الخط بين المركزين O_2, O_3 ، ثم تتناقص حتى تعود إلى الصفر عند خروج المسمار من الشق.

يؤدي هذا التغير في السرعة إلى ظهور تسارع زاوي، ومن ثم قوى عطالة يجب أخذها في الحسبان عند التصميم منعاً لتآكل جانبي الشقوق بسرعة. يتم ذلك عادةً بوساطة تعديل مسار المسمار بصورة تخفف من قيم التسارع الزاوي الناتج. مثال ذلك الاستعاضة عن الدولاب القائد بتركيبة آلية رباعية القضبان، حيث يوضع المسمار على الوصلة القارئة فيها؛ ومن ثم يكون مسار حركته منحنيًا مغلقًا.

إن لوحة الإحكام L المثبتة إلى الدولاب القائد تمنع الوصلة المقودة من الدوران خارج فترة التقسيم، ويتم ذلك بجعل هذه اللوحة تتزاح بتوافق دقيق مع الوصلة المقودة، كما هو مبين في (الشكل-2-22)، مع قطع تجويف فيها يحصر زاوية تساوي ضعف الزاوية O_3O_2P ؛ ليسمح بدوران الدولاب المقود 3 خلال فترة العمل.

إذا أغلق أحد شقوق الدولاب المقود 3، فإنه يمكن للدولاب القائد 2 أن يدور عدداً محدوداً من الدورات قبل أن يصدم المسمار P هذا الشق المغلق، وعندئذ تتوقف الحركة. يسمى هذا التعديل بآلية إيقاف دولاب جينيف، ويستعمل في الساعات، وما شابهها لمنع اللف الزائد للنوابض.

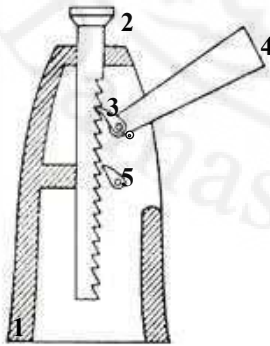
Ratchet Mechanism

2-8-2- تركيبة آلية السقاطة

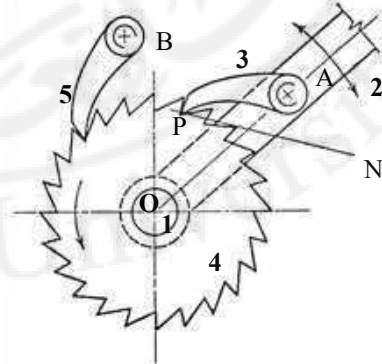
وهي تركيبة آلية تستعمل في تحويل حركة انسحابية، أو تأرجحية، إلى حركة منقطعة دورانية، أو انسحابية.

يبين الجزء a من (الشكل-2-22) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبة آلية مرفاع السيارة، حيث يمكننا بتخفيض الوصلة 4 تعشيق اللّسين 3 مع السن على الوصلة 2؛ وهذا يؤدي إلى رفع هذه الوصلة بشكل منقطع، وأما لّسين الإيقاف 5؛ فإنه يمنع الحركة العكسية للوصلة 2 خلال فترة التعشيق.

أما الجزء b من (الشكل-2-22)، فإنه يبين تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبة آلية من نوع آخر، يؤدي فيها تأرجح الذراع 2 الذي يحمل اللّسين القائد 3 إلى حدوث حركة دورانية منقطعة للدولاب 4 باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، وإن لّسين الإيقاف 5 يمنع الحركة العكسية للدولاب 4 خلال فترة التعشيق.



a- تركيبة آلية مرفاع السيارة.



b- تركيبة آلية الحركة المنقطعة.

(الشكل-2-22)، رسوم تخطيطية لتركيبات آلية السقاطة.

إن الناظم المشترك، أو خط العمل PN للسن القائد والسن، يجب أن يمر بين المركزين A , O ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-2-23)؛ لكي يحافظ على التماس بين اللسن والسن، كما أن خط العمل للسن الإيقاف 5 والسن يجب أن يمر بين المركزين B , O .

تصمم تركيبات آلية السقاطة بأشكال متنوعة لتناسب التطبيقات العملية الكثيرة، إذ نجدها في آلات الرفع، وآليات التغذية، والإيقاف في آلات التشغيل، ووسائط التغذية في السيور الناقلة، وأجهزة القياس، وغيرها.

9-2- تركيبات آلية ذات تطبيقات خاصة

Special Applications Mechanisms

من الجدير بالاهتمام إعطاء لمحة عن ميزات بعض التركيبات الآلية المستعملة بصورة عامة قبل البدء بتحليلها، وتركيبها. يلزم عملياً في أثناء تصميم آلة ما جمع تركيبات آلية بسيطة، وأجزاء من آلات أخرى للحصول على العلاقة المطلوبة بين الدخل والخرج، وعلى المصمم أن يكون على دراية بمختلف أشكال التركيبات الآلية المستعملة عموماً، وكذلك أجزاء الآلات المتاحة للاستعمال. عندها يمكن للمصمم القيام بتجميع بعضها؛ للحصول على أفضل النتائج، ويحصل على هذه المعرفة لمختلف أنواع التركيبات الآلية المستعملة من خلال الاطلاع على كتب تصميم الآلات، والتركيبات الآلية. سندرس فيما يأتي أهم هذه التركيبات الآلية.

Pantograph Mechanism

9-2-1- تركيبية آلية المنساخ

تُعد تركيبية آلية المنساخ، أو البانتوغراف، التركيبية الآلية الأساسية في مجموعة التركيبات الآلية الناسخة التي تستعمل في الحصول على حركة موازية لحركة معينة، وتستعمل في نسخ الأشكال بمقياس مصغر أو مكبر.

يبين (الشكل-2-23) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المنساخ، حيث تشكل الوصلات 5 , 4 , 3 , 2 متوازي أضلاع، والازدواج فيما بينها دورانية. أحدها ازدواج مضاعف يربط الوصلات الثلاث 5 , 2 , 1 .

تمدد الوصلة 3 بحيث تحوي النقطة D ؛ بينما تمثل النقطة F نقطة تقاطع الخطين AD و CE . إذا ما تحركت النقطة D على مسار معين؛ فإن النقطة F ترسم مساراً بمقياس مصغر. كما يمكن أن يتم العكس عند تحريك النقطة F على المسار، فترسم النقطة D مساراً مماثلاً بمقياس مكبر.

يُلاحظ أن الشرط اللازم لتكون حركتا النقطتين D و F متوازيتين، هو:

$$AD / AF = \text{Const.}$$

ويمكن لهذه التركيبة الآلية تحقيق ذلك؛ إذ إنه للأوضاع كافة لدينا من تشابه المثلثين ΔFCD و ΔABD :

$$AD / FD = BD / CD = \text{Const.} \quad (9-2)$$

ومن تشابه المثلثين ΔDCF و ΔAEF :

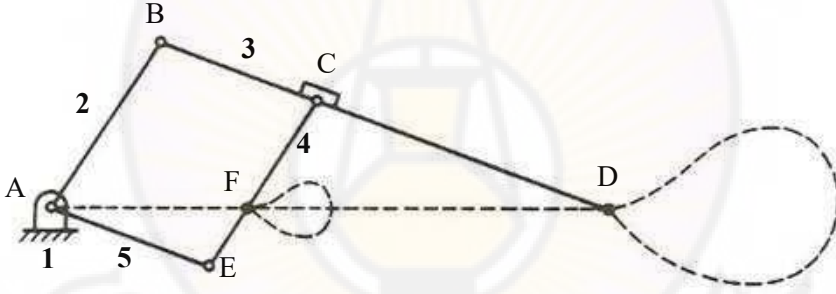
$$AF / FD = AE / CD = \text{Const.} \quad (10-2)$$

ومنه بقسمة العلاقتين (9-2) و (10-2) ينتج:

$$AD / AF = BD / AE = \text{Const.}$$

إن يمكن اختيار أطوال مناسبة AE و BD للحصول على مقياس تكبير أو تصغير مطلوب، حيث:

$$\frac{AD}{AF} = \frac{\text{سرقم رطلها في ع D}}{\text{سرقم رطلها في ع F}} \quad (11-2)$$



مخطط تركيبة آلية المنساخ - البانتوغراف. (Pantograph Mechanism).

(الشكل-23-2)

تستعمل تركيبة آلية المنساخ في مجالات عدة، منها تكبير، أو تصغير المصورات، أو كدليل على عدد القطع في التركيبات الآلية لنسخ الأشكال المعقدة، كما يعد التركيبات الآلية الأساسية في تصميم راسم منحنى المحرك. قد يكون المخطط في بعض الحالات التطبيقية مختلفاً عما هو عليه في (الشكل-23-2)، لكن يبقى التحليل الحركي المذكور هو الأساس في الدراسة.

تجدر الإشارة إلى أن التركيبات الآلية الناسخة هي - بوجه عام - ذات درجتي طلاقة، استناداً إلى عدد وصلاتها، وازدواجاتها؛ إلا أنها تصبح عند استعمالها في نسخ مسار معين ذات درجة طلاقة واحدة؛ بسبب تقييد نقطة من أحد وصلاتها بالحركة على هذا المسار.

2-9-2- التركيب الآلية الربكية

Toggle Mechanism

تستعمل التركيب الآلية الربكية، أو المفصلية، عندما يكون المطلوب التغلب على مقاومة كبيرة P لمسافة قصيرة نتيجة تطبيق عزم صغير نسبياً على مرفق، أو قوة صغيرة على طرف ذراع.

يبين الجزء a من (الشكل-24-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية ربكية؛ نتيجة تطبيق عزم صغير نسبياً T على مرفق 2، حيث الوصلتان 4 و 5 متساويتان بالطول، وتميل كل منهما بزاوية α على مسار المنزلقة C.

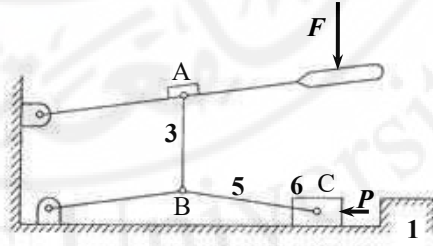
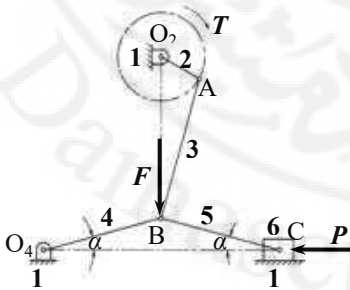
ينتج من تطبيق عزم دوران على المرفق 2 قوة تنتقل عبر الوصلة 3 إلى المفصل المضاعف B. فإذا كانت المركبة العمودية لهذه القوة هي F ، فإن القوة المنتقلة على طول الوصلة 5 إلى المنزلقة تساوي $(F/2 \sin \alpha)$ ؛ ومن ثم فإن تحليل القوى المؤثرة في المنزلقة عندما تصبح الزاوية α صغيرة، يعطي بالعلاقة:

$$P = (F / 2) \tan \alpha$$

أي إنه عندما تتناقص الزاوية α تقترب الوصلتان 4 و 5؛ كونهما على استقامة واحدة، فإننا نحصل لقيمة معينة للمركبة F على قيمة متزايدة بسرعة للقوة المقاومة P .

كما يبين الجزء b من (الشكل-24-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية ربكية، نتيجة تطبيق قوة صغيرة نسبياً F على طرف الذراع 2.

إن لهذه التركيبات الآلية تطبيقات عملية كثيرة؛ إذ نجدها في المماسك المفصلية، وآلات التبشيم، ومكابس التخريم، وكسارات الصخور.



a- نتيجة تطبيق عزم على مرفق.

b- نتيجة تطبيق قوة على طرف ذراع.

مخططات لتركيبات آلية ربكية (Toggle Mechanism).

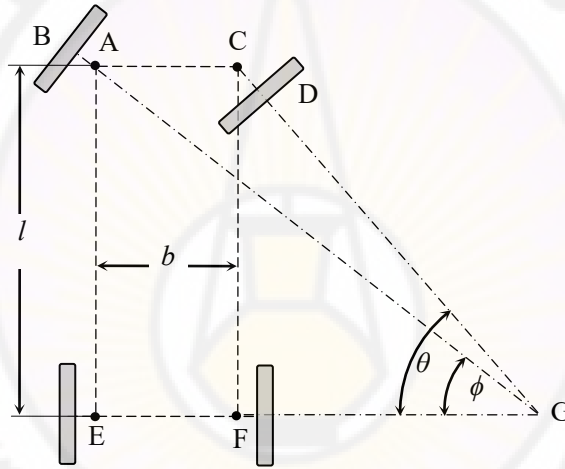
(الشكل-24-2)

Car Steering Mechanisms

10-2- تركيبات آلية لتوجيه السيارة

إن تركيبات آلية التوجيه، أو القيادة في السيارة تقوم عادة بتغيير اتجاه محوري العجلتين الأماميتين بالنسبة للهيكل؛ بينما يبقى المحور المشترك للعجلتين الخلفيتين ثابتاً في الاتجاه.

يشترط في مثل هذه التركيبات الآلية أن تكون حركة العجلات بالنسبة للأرض حركة تدحرج صرف، أي دون انزلاق بين الإطارات والطريق في أثناء تحرك السيارة على منح. لتحقيق هذا الشرط، يجب أن تتحرك العجلتان الأماميتان على مسارين دائريين متحدي المركز في G على امتداد المحور الخلفي المشترك، كما يجب أن يدور محور العجلة الداخلية بالنسبة لمنحني الدوران، زاوية θ أكبر من الزاوية ϕ التي يدورها محور العجلة الخارجية. يبين (الشكل-2-25) تخطيطاً لمبدأ عمل هذه التركيبات الآلية.



رسم تخطيطي لتركيبات آلية التوجيه في السيارة.
(الشكل-2-25)

نلاحظ من الشكل أن:

$$\cot \theta = GF/FC, \quad \cot \phi = GE/EA = GE/FC$$

ومنه:

$$\cot \phi - \cot \theta = (GE - GF)/FC = EF/FC$$

أي:

$$\cot \phi - \cot \theta = b/l \quad (12-2)$$

ومن ثم فإن تركيبات آلية التوجيه يجب أن تحقق العلاقة (12-2)؛ لضمان توجيه صحيح دون انزلاق العجلات مهما كان نصف قطر المسار المنحني الذي تتحرك عليه السيارة، وسيشرح فيما يأتي تركيبتين آليتين مختلفتين من حيث التصميم، والأداء.

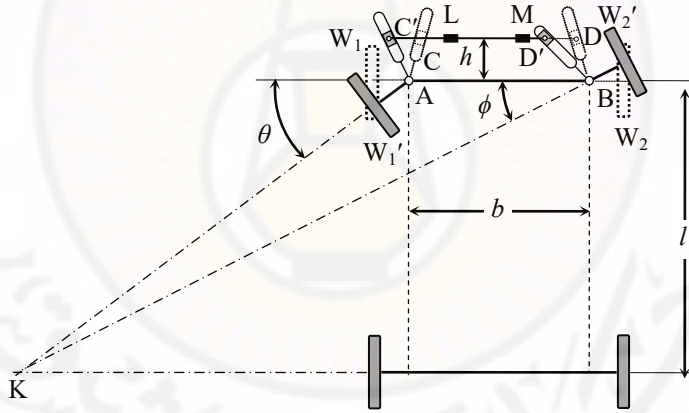
Davis Mechanism

1-10-2- تركيبة آلية ديفيس

هي تصميم لتركيبية آلية تؤدي حركة توجيه صحيحة تحقق شرط اتحاد مركز مساري الدوران المذكور.

يبين (الشكل-26-2) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية آلية ديفيس، حيث إن كلاً من الذراعين المشقوقين AC و BD يشكل مع كل من محوري العجلتين الأماميتين W_1 و W_2 رافعة مرفقية متمفصلة عند A و B على التوالي، وبحيث إن الزاويتين W_1AC و W_2BD متساويتان. إن الوصلة CD توازي الوصلة AB ومقيدة الحركة طولياً بالمنزلتين عند L و M؛ بينما تتصل نهايتها بالذراعين AC و BD عبر ازدواج دوراني، وآخر انزلاقي عند كل من نهايتها، وتتحرك السيارة على مسار مستقيم عندما تكون العجلتان الأماميتان في وضعهما الوسطي المبين بالخطوط المنقطعة، بحيث إن الرباعي ABDC يشكل شبه منحرف متساوي الساقين، فيه الزاويتان $\hat{CAB}, \hat{DBA}$ متساويتان:

$$\hat{CAB} = \hat{DBA} = \alpha$$



(الشكل-26-2)، رسم تخطيطي لتركيبية آلية ديفيس (Davis Mechanism) لتوجيه السيارة.

توجه السيارة بتحريك الوصلة CD إلى يمين الوضع الوسطي، أو يساره المبين بالخطوط المنقطعة، ويبين الشكل، الوضع $C'D'$ لدوران نحو اليسار؛ وهذا يؤدي إلى دوران المحور W_1 بالزاوية θ ، ودوران المحور W_2 بالزاوية ϕ ، حيث يمكن كتابة العلاقتين الآتيتين:

$$D'D = x = h \cdot \cot(\alpha - \phi) - h \cdot \cot \alpha \quad (13-2)$$

$$C'C = x = h \cdot \cot \alpha - h \cdot \cot(\alpha + \theta) \quad (14-2)$$

باستعمال العلاقات المثلية، والاختصار، ينتج من المعادلة (13-2) أن:

$$\cot \phi = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{h}{x} + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right) \quad (15-2)$$

وكذلك ينتج من المعادلة (14-2) أن:

$$\cot \theta = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{h}{x} - \sin \alpha \cos \alpha \right) \quad (16-2)$$

ومنه:

$$\cot \phi - \cot \theta = 2 \cot \alpha \quad (17-2)$$

بمقارنة المعادلة (17-2) مع المعادلة (12-2)، ينتج أنه لكي تؤدي هذه الآلية توجيهاً صحيحاً في أوضاعها كافة، يجب أن تتحقق العلاقة:

$$\cot \alpha = b/2l \quad (18-2)$$

أي إنه يجب عند الوضع الوسطي أن يتقاطع الذراعان AC , BD في نقطة تقع على بعد يساوي h أمام الوصلة AB . يمكن تحقيق ذلك باختيار مناسب لأبعاد الوصلات، وزواياها التي تتألف منها هذه التركيبة الآلية.

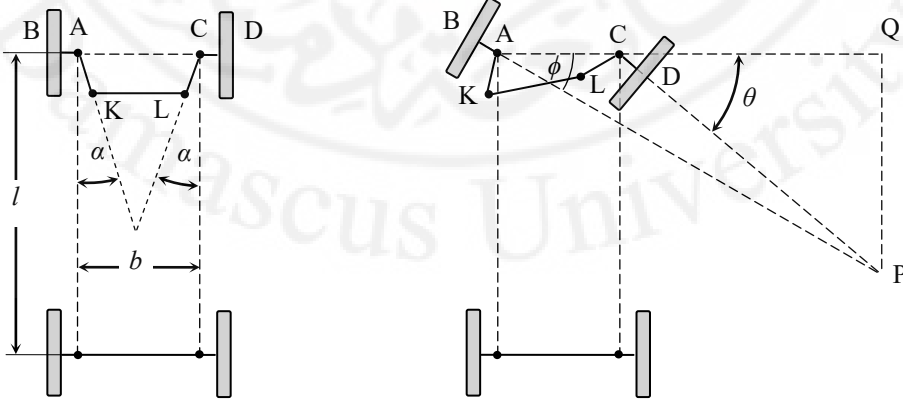
رغم أن هذه التركيبة الآلية صحيحة التوجيه نظرياً، إلا أن وجود عدة ازدواجات منزقة في تصميم هذه الآلية يؤدي إلى تآكل سطوح التماس بسرعة؛ ومن ثم إلى انهيار سريع لدقة أدائها؛ وهذا يجعلها غير صحيحة عملياً، ويحد من تطبيقاتها العملية.

Ackerman Mechanism

2-10-2- تركيبة آلية أكرمان

هذه التركيبة الآلية أبسط كثيراً من حيث التصميم من التركيبة الآلية السابقة، إذ تتكون فقط من ازدواجات دورانية.

يبين (الشكل-27-2) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبة آلية أكرمان، حيث تمثل AKLC سلسلة رباعية الوصلات فيها (AK = CL)؛ بينما الوصلتان AC و KL متوازيتان في الوضع الوسطي للتركيبة الآلية؛ أي عندما تتحرك السيارة على مسار مستقيم، تشكل كل من الوصلتين AK و CL مع كل من محوري العجلتين الأماميتين وصلة مرفقية، كما في تركيبة آلية ديفيس، وتميل كل منهما بزاوية α بالنسبة للمحور الطولي للسيارة.



(الشكل-27-2)، رسم تخطيطي لتركيبة آلية أكرمان (Ackerman Mechanism) لتوجيه السيارة.

تختلف هذه التركيبة الآلية عن سابقتها، بأنها لا تحقق شرط التوجيه الصحيح إلا في وضعين فقط؛ فضلاً عن الحركة على مسار مستقيم؛ إذ يمكن برسم التركيبة الآلية في عدة أوضاع دوران نحو اليمين، أن نلاحظ وجود قيمة واحدة للزاوية θ تحقق شرط التوجيه الصحيح دون انزلاق؛ أي تقاطع محوري العجلتين الأماميتين AB , CD في نقطة تقع على امتداد المحور المشترك للعجلتين الخلفيتين، كذلك الأمر عند الدوران نحو اليسار ينتج وضع واحد للزاوية θ نفسها، لكن في الجهة المناظرة بالنسبة للمحور الطولي للسيارة. أما في بقية الأوضاع، فإن مركز دوران العجلتين الأماميتين P سيكون خارج امتداد هذا المحور، كما هو مبين في (الشكل-2-28)، ولن تحقق عندئذ الزاويتان θ و ϕ العلاقة (12-2) التي تحدد شرط التوجيه الصحيح.

يمكن توضيح ذلك بفرض تركيبة آلية معينة فيها:

$$AC/AK = 8.5, \quad b/l = 0.4, \quad \alpha = 18^\circ$$

حيث هذه القيم تساوي تقريباً تلك المعتمدة في أغلب التطبيقات العملية.

يمكن بالتحليل الرياضي، أو بالرسم التخطيطي للتركيبة الآلية عند أوضاع مختلفة للزاوية θ ، تعيين قيم الزاوية ϕ الموافقة، وتنظيم الجدول الآتي:

θ	10°	20°	30°	40°
ϕ	$9^\circ 25'$	$17^\circ 43'$	$24^\circ 49'$	$30^\circ 34'$
$\cot \phi - \cot \theta$	0.356	0.383	0.431	0.501
ϕ_C	$9^\circ 21'$	$17^\circ 38'$	$25^\circ 8'$	$32^\circ 8'$

حيث:

$$\cot \phi - \cot \theta = AC/QP$$

أما الزاوية ϕ_C ، فهي تساوي قيمة الزاوية ϕ اللازمة للتوجيه الصحيح وفق العلاقة (12-2).

نستنتج من هذا الجدول:

- عندما تكون الزاوية θ صغيرة، فإن الخطأ في قيم الزاوية ϕ صغير جداً، ويمكن إهماله.
- عندما تكون الزاوية θ كبيرة، فإن الخطأ كبير نسبياً، مما يؤدي إلى انزلاق بين الإطارات والطريق، لكن في هذه الحالة من الضروري عادة تخفيف سرعة السيارة؛ ومن ثم فإن الضرر الناتج من هذا الانزلاق يكون قليلاً، ولن يؤثر كثيراً في تآكل الإطارات.
- إن هناك قيمة واحدة للزاوية ($\theta = 24^\circ$) تتحقق عندها العلاقة (12-2)، أي في المثال أعلاه:

$$\cot \phi - \cot \theta = b/l = 0.4$$

نلاحظ أخيراً، أننا نحصل على أحسن النتائج، فيما لو كانت نقطة تقاطع الضلعين AK و CL في الوضع الوسطي (مسار مستقيم)، تقع على مسافة من AC تساوي تقريباً $0.7l$ ، كما وأن زيادة هذه المسافة تزيد من قيمة θ التي تعطي توجيهاً صحيحاً دون انزلاق.

لا بد من الإشارة إلى أن هذه التركيبة الآلية تخضع من الناحية التطبيقية إلى بعض التعديلات بما يلائم المؤثرات المختلفة في التوجيه كالسرعة، ونوع الإطارات، وكيفية توزيع وزن السيارة، ونوع آلية التعليق، وغيرها.

مسألة-2-1

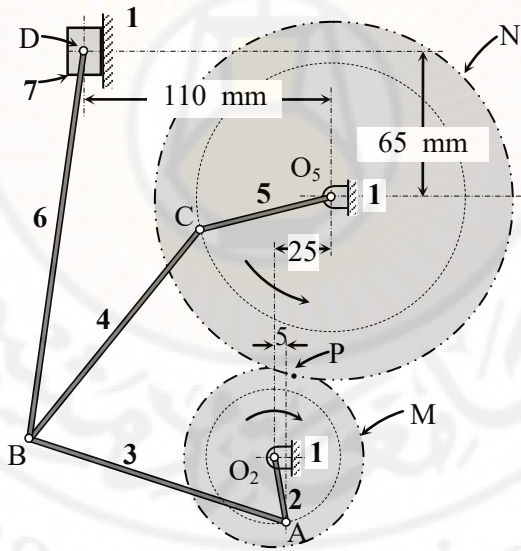
يبين (الشكل-2-28) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية أندرو تفاضلية الشوط (*Andreu Differ-Stroke Engine*)؛ التي تؤمن للمنزلة الترددية 7 أربعة أشواط متغيرة الطول. تنتج هذه الحركة عن دورة واحدة للمرفق 5 ، أو دورتين للمرفق الآخر 2 ، تمثل الدائرتان M , N دائرتي الخطوة لمسننين يتعشقان عند P . تتصل الوصلتان 2 , 5 بشكل صلب بالمسننين M , N على التوالي.

فإذا كان قطر الدائرة M يساوي $(d_M = 80 \text{ mm})$ ، وقطر الدائرة N يساوي $(d_N = 160 \text{ mm})$ ، وأن الأطوال النسبية لوصلات هذه التركيبية.

$$(O_2A = 30 \text{ mm}), (AB = CB = 120 \text{ mm}), (BD = 175 \text{ mm}), (O_5C = 60 \text{ mm})$$

المطلوب:

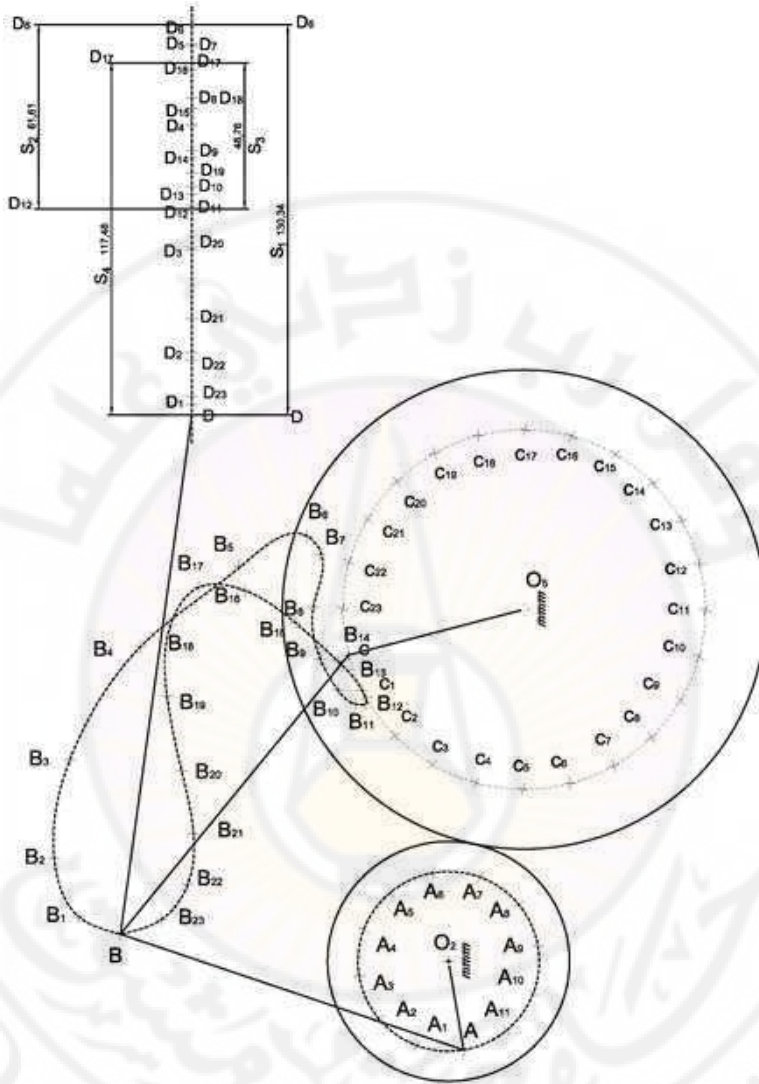
1. تحديد مسار كل من المفاصل A , B , C ، ورسم مخطط إزاحة المنزلقة D ، وذلك بفاصلة زاوية 30° للمسنن M .
2. تحديد حدود الأشواط الأربعة للمنزلة D ، وأطوالها.



مخطط تركيبية آلية أندرو التفاضلية.
(الشكل-2-28)

الحل:

1. يبين (الشكل-2-29) المخطط الحركي لتרכيبة آلية أندرو المرسوم بمقياس [25 mm $\equiv$ 1 cm]، مع المسارات المطلوبة.



(الشكل-2-29)، المخطط الحركي لتركيب آلي أندرو مع المسارات المطلوبة.

2. يبين الجدول الآتي حدود الأشواط الأربعة للمنزلة D ، وأطوالهم:

الأشواط	حدود الأشواط من...إلى...	أطوال الأشواط القيمة المقاسة cm	أطوال الأشواط القيمة الحقيقية mm
الشوط الأول	$D_6 \leftarrow D$	$S_1 = 5.2$	$S_1 = 130$
الشوط الثاني	$D_{12} \leftarrow D_6$	$S_2 = 2.45$	$S_2 = 61.25$
الشوط الثالث	$D_{17} \leftarrow D_{12}$	$S_3 = 1.95$	$S_3 = 48.75$
الشوط الرابع	$D \leftarrow D_{17}$	$S_4 = 4.7$	$S_4 = 117.5$

Governor Mechanism

11-2- تركيبة آلية المنظم

يعرف المنظم بأنه وسيلة تنظيم آلي للقدرة الناتجة من آلة بما يلائم تغيرات الحمل، أو العزم المقاوم المطبق عليها. ويعدّ حركياً تركيبة آلية مرفقية بين وصلاتها ازدواجات دورانية، وانزلاقية يختلف عددها بحسب نوع المنظم.

إذا كان الحمل ثابتاً، فمن البديهي أن سرعة الدوران الوسطية للآلة تبقى ثابتة؛ بينما في حال تغير الحمل؛ فإن هذه السرعة ستتغير، إلا إذا غُذِلت القدرة الناتجة من الآلة، بما يناسب التغير الحاصل في الحمل. يقوم المنظم بإجراء هذا التعديل في القدرة آلياً من خلال تحسس تغير السرعة الوسطية. يسبب هذا التغير في السرعة تغيراً موافقاً في الأوضاع النسبية لوصلات المنظم؛ وهذا يؤدي إلى انتقال حركة محددة إلى نظام التحكم الذي يعدل القدرة المبذولة في الآلة؛ ومن ثم القدرة الناتجة منها، بما يناسب الحمل المؤثر فيها.

يُلاحظ من ذلك أنه من الضروري أن يُغير في سرعة الدوران قبل إمكان إجراء التعديل الآلي اللازم في القدرة؛ وهذا ينتج منه أن السرعة الوسطية ستجنح إلى الزيادة، أو النقصان تبعاً لنقصان الحمل، أو زيادته؛ لذا يجب تصميم تركيبة آلية المنظم بحيث يكون التغير في سرعة الدوران الوسطية أصغر ما يمكن؛ فضلاً عن ذلك، فإنه لا بد أيضاً من حدوث تأخر في استجابة تغير القدرة الناتجة من الآلة بالنسبة للتغير الحاصل في الحمل.

تصنف المنظمات - بصورة عامة - حسب مبدأ عملها في نوعين:

1. منظمات الطرد المركزي.

2. منظمات القصور الذاتي.

سنبين فيما يأتي بعضاً من النماذج التطبيقية لكل من هذين النوعين:

Centrifugal Governors

11-2-1- منظمات الطرد المركزي

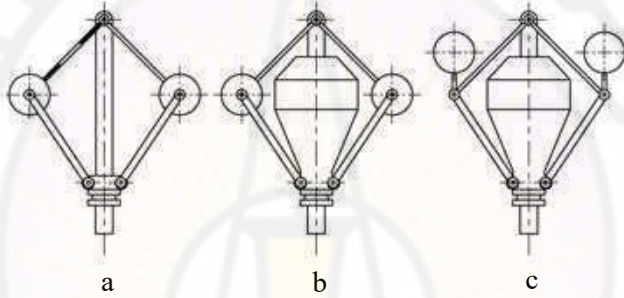
يعمل هذا النوع بتأثير موازنة القوى النابذة الناتجة من دوران كرتين، أو أكثر حول محور المنظم؛ لذا غالباً ما تسمى بـ المنظمات النابذة. يتصل محور المنظم عادة بعمود دوران المحرك المراد تنظيم سرعته بواسطة جملة مسننات ملائمة؛ بينما تتصل كرات المنظم - عبر وصلات مناسبة - بمحور المنظم من جهة، وبجلبة منزقة من جهة أخرى، بحيث تدور الكرات في مستوي عمودي على المحور. يتغير نصف قطر دوران الكرات حول المحور وفقاً لتغيرات سرعة دوران المحرك؛ وهذا ينتج منه انزلاق الجلبة بالنسبة للمحور بحركة تحدد قيمةً، واتجهاً من المعطيات التصميمية للمنظم. تؤثر حركة هذه الجلبة في الأوضاع النسبية لوصلات تركيبة آلية، بحيث تعدل القدرة المبذولة في المحرك بما يناسب الحمل المؤثرة فيه.

رغم أن هذه المنظمات تشترك مبدئياً في مفهوم عملها تحت تأثير تغير سرعة الدوران، إلا أنها تختلف من حيث الوسيلة المستعملة في موازنة قوى العطالة النابذة المؤثرة في الكرات؛ إذ يمكن تقسيمها وفقاً لذلك إلى ثلاثة أنواع:

Gravity-Controlled Governors

1. منظمات محملة بحمل ميت

وتسمى أحياناً به المنظمات ثقالية التحكم. يبين (الشكل-2-30) تخطيطاً لثلاثة نماذج لهذا النوع، حيث تتوازن قوة العطالة النابذة مع القوى الناتجة في وصلات المنظم؛ نتيجة وزن الجلبة المنزلقة، وما يتصل بها من أحمال ميتة.



منظم برويل (Proell)، منظم بورتر (Porter)، منظم وات (Watt).
(الشكل-2-30)، رسوم تخطيطية لنماذج منظمات محملة بحمل ميت.

يمثل النموذج a في (الشكل-2-30)، تخطيطاً للمنظم البدائي الذي استعمله وات (Watt) للتحكم بالآلات البخارية، ورغم أنه قد أهمل عملياً إلا أن هذا المنظم يعد أساساً لتصميم كثير من المنظمات، حيث الكرات متصلة من الأعلى بذراعين متمفصلين مع محور؛ بينما من الأسفل متصلة بمنزلة أسطوانية حرة الحركة على المحور.

يمكن تحسين أداء منظم وات، من حيث الحساسية ومجال سرعات الاتزان، بزيادة وزن الجلبة لينتج منظم بورتر (Porter Governor)، المبين مخططة في النموذج b من (الشكل-2-30)، والذي يعد مناسباً فقط لمدى سرعات تتراوح بين (60 - 80 r.p.m)، ولسرعات دوران أكبر من ذلك، فإنه من الضروري إضافة كتلة إلى الجلبة لزيادة مجال السرعات لمدى محدد من نصف قطر دوران الكرتين.

أما النموذج c في (الشكل-2-30)، فإنه يمثل تخطيطاً لمنظم برويل (Proell Governor)، الذي يختلف عن النوع السابق في وضع الكرتين، حيث تتصل كل كرة بالجلبة عبر وصلة مرفقية منفرجة الزاوية. يؤدي هذا التغيير في وضع كل من الكرتين إلى تخفيض مقدار التغير اللازم في سرعة الدوران لإكساب الجلبة الأسطوانية إزاحة معينة؛ أي تحسين الحساسية عما كانت عليه في منظم بورتر.

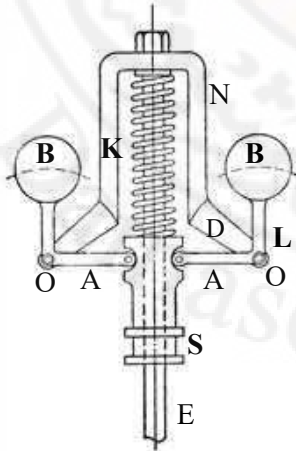
Spring-Controlled Governors

2. منظمات محملة بنابض

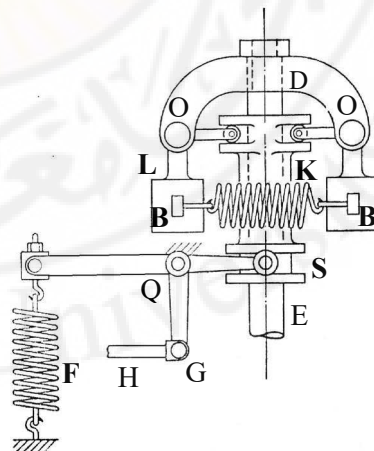
يتضح من تحليل المنظمات المحملة بحمل ميت، أنه لا يمكن تحقيق حساسية مقبولة إلا بزيادة قيمة الحمل الميت؛ أي بزيادة حجم الحيز الذي يشغله المنظم. قد لا يسمح تصميم المحرك، وطبيعة عمله بتوفير الحيز اللازم؛ وخاصة في حال سرعات دوران عالية؛ لذا يفضل استخدام النابض للحصول على القوة المنظمة اللازمة لأداء جيد للمنظم.

يُتحكم بعمل المنظمات المحملة بنابض باستعمال نابض انضغاط، أو شد، ينظم مقدار الانتقال في الكرات الناتج عن قوى العطالة، وعبر وصلات خاصة يتم تغيير كمية القدرة المبذولة إلى المحرك. من الواضح أن المنظمات المحملة بنابض تمتاز عن المنظمات المحملة بحمل ميت بإمكانية التحكم بسرعات الاتزان خلال عمل المنظم؛ ومن ثم تحسين أدائها من حيث الحساسية، والاستقرار، وسرعة الاستجابة لتغيرات الحمل.

يبين الرسم التخطيطي في الجزء a من (الشكل-2-31)، تخطيطاً لنموذج منظم عند وضعه الحدي الأول، ومحوره E مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، ويسمى منظم هارنتل (Hartnell)، حيث تتم موازنة القوة النابذة من تأثير انضغاط النابض K، الذي تنتج منه قوة تؤثر في الجلبة S، بحيث يمكن ضبطها بوساطة الغطاء N، مع عزقتي ضبط وتثبيت؛ وهذا يسمح ذلك بتغيير مجال عمل المنظم، وضبطه خلال دوران المحرك، كما تنتقل قوة صلابة النابض إلى كل من الوصلتين المرفقتين L (AOB)، قائمتي الزاوية اللتين تحملان كرتي المنظم B من كلتا جهتي محور المنظم؛ بينما تتصل في نهايتها الأخرى بدحروج مركب ضمن مجرى محزوز على محيط الجلبة. تتصل الوصلة L عند النقطة O بذراع D مثبت بالغطاء الذي يدور مع محور المنظم.



a- منظم هارنتل (Hartnell).

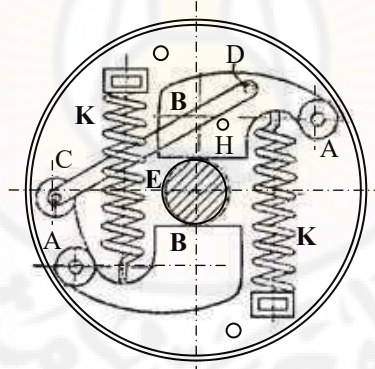


b- منظم ويلسون-هارنتل (Wilson-Hartnell).

(الشكل-2-31)، رسوم تخطيطية لنماذج منظمات محملة بنابض.

كما يبين الرسم التخطيطي في الجزء b من (الشكل-2-31)، تخطيطاً لنموذج منظم آخر عند وضعه الحدي الأول، ومحوره **E** مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، ويسمى منظم ويلسون - هارتل (*Wilson-Hartnell*)، حيث يتم التحكم الرئيسى بوساطة نابضي شد **K** ، متصلين بالكتلتين **B** المركبتين على وصلتين قائمتي الزاوية **L** من كلتا جهتي محور المنظم **E** ؛ بينما تتصل في نهايتها الأخرى بدحروج مركب ضمن مجرى محزوز على محيط الجلبة. تنتقل حركة دوران المحور إلى الكتلتين **B** عبر الذراع **D** المتصل بالوصلتين **L** عند نقطة الارتكاز **O** . من الواضح أن هذا الترتيب يقلل كثيراً من قوى الدفع الناتجة عند نقاط الارتكاز **O** التي تصل الوصلات الحاملة للكتل بهيكل المنظم؛ إلا أن هذا النوع يستلزم تركيب نابض مساعد **Q** لضبط مجال عمل المنظم. يركب هذا النابض على امتداد محور المنظم، أو يوصل في نهايته إلى الذراع **F** الناقل لحركة الجلبة **S** ، كما في الشكل. يُضبط الشد في النابض المساعد بوساطة عزقتي ضبط، وتثبيت تركبان عند نهايته.

يلحظ في النموذجين السابقين أن نقاط الارتكاز **O** للوصلات الحاملة للكرات، لا تقع في مستوي دوران الكرات؛ وهذا يحد أحياناً من القدرة التي يمكن للمنظم أن ينقلها إلى آلية التحكم بالآلة المراد تنظيم سرعتها. يفضل عندئذ تصميم المنظم بحيث تقع نقاط الارتكاز في مستوي دوران الكرات، كما هو مبين في (الشكل-2-32). يركب المنظم في هذه الحالة على عمود الدوران مباشرة؛ وبخاصة عمود المرفق في الآلات الترددية؛ لذا فإنه يسمى بـ المنظم النابذ المرفقي (*Shaft Governor*).



(الشكل-2-32)، رسم تخطيطي لمقطع أفقي في منظم النابذ المرفقي (*Shaft Governor*).

ترتكز كل من الكتلتين **B** إلى هيكل المنظم عند نقطة الارتكاز **A** ، وتصل بينهما عادة وصلة قارئة **CD** . إن الهيكل مثبت إلى عمود الدوران **E** ، ويدور معه، وتكون نقطتا الارتكاز على محيطه الخارجي، أو قريبة جداً منه. يُتحكم بوضع الكتلتين بوساطة نابضي شد **K** ، تثبت نهاية كل منهما بنقطة على الهيكل؛ بينما تتصل النهاية الأخرى بكل من الكتلتين. يبين (الشكل-2-32)، وضع المنظم عند أصغر سرعة اتزان، بحيث إذا ازدادت سرعة الدوران بسبب تغير الحمل على الآلة، فإن الكتلتين تتحركان نحو المحيط الخارجي للهيكل؛ وهذا يؤدي إلى انتقال الحركة إلى آلية التحكم المتصلة بالمنظم عند النقطة **H** ، (هذه الآلية غير مبينة بالشكل).

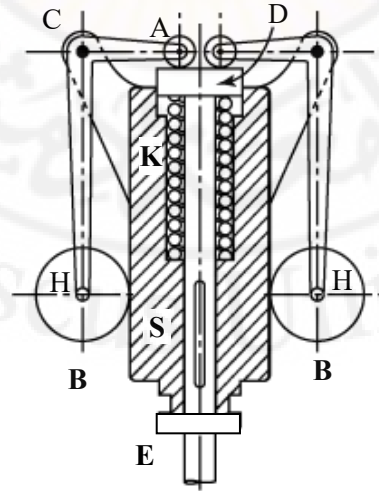
من الواضح أن حركة الكتل، أو الكرات الدوارة في أنواع المنظمات النابذة جميعها، تنتج من تغير سرعة الدوران الذي يؤدي إلى تغير قيمة التسارع الجاذب لمراكز ثقل هذه الكتل. ينشأ عن هذا التغير قوة نابذة باتجاه نصف قطر الدوران، وبما أن مراكز ثقل الكتل الدوارة تتحرك تقريباً باتجاه نصف قطر الدوران خلال تغير السرعة؛ فإن القوى الفاعلة في تحريك آلية التحكم هي قوى نابذة. أما تأثير مركبة التسارع المماسي الناتج من تغير السرعة، فهو مهمل إن لم يكن معدوماً.

Governor with Gravity and Spring

3. منظمات مشتركة التحميل

يمكن عملياً عند تحليل القوى في المنظمات المحملة بنابض، إهمال وزن الجلبة بالنسبة لبقية القوى نظراً لصغر حجمها، إلا أنه في منظم مشترك التحميل سيكون لوزن الجلبة أثر كبير؛ لكونها كبيرة الحجم، وتحتوي على النابض نفسه.

يبين الرسم التخطيطي في (الشكل-2-33)، نموذجاً لمنظم مشترك التحميل عند وضعه الحدي الأول، ومحوره E مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي. تتوازن قوة العطالة النابذة مع التأثير المشترك لانضغاط النابض K ، وثقالة الجلبة S التي تنتج كل منها قوة تنتقل إلى كل من الوصلتين المرفقتين ACH قائمتي الزاوية اللتين تحملان كرتي المنظم B ، والمجهزة بدحروجين في A . عند ازدياد سرعة الدوران يضغط الدحروج A على قرص السطح العلوي للمحور ضاغطاً النابض المحصور بين الجلبة والمحور E ؛ وهذا ينتج عنه حركة الجلبة إلى الأعلى. تتصل الوصلة المرفقية بالجلبة عند نقطة الارتكاز C التي تتحرك على طول محور المنظم؛ بينما يكون النابض داخل الجلبة، ومغلقاً عليه من الأعلى بقرص D متصل بالمحور E بشكل صلب، والشكل يبين حالة السكون، حيث تعمل قوة النابض، وثقل الجلبة على حفظ الكرتين في وضعهما.

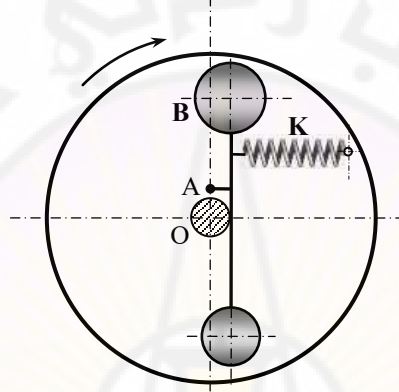


(الشكل-2-33)، رسم تخطيطي لمنظم مشترك التحميل (Governor with Gravity and Spring).

Inertia Governors

2-11-2- منظمات القصور الذاتي

يعمل هذا النوع بتأثير موازنة قوى العطالة الناتجة من تسارع محور المنظم، أو تباطئه؛ لذا فإنها غالباً ما تسمى بـ المنظمات العطالية. إن هذه المنظمات هي بوجه عام من النوع المرفقي؛ أي الذي يثبت هيكله إلى عمود الدوران مباشرة، ويختلف عن النوع السابق، من حيث وضع نقطة الارتكاز A ، التي تكون في المنظم العطالي قريبة جداً من محور عمود الدوران O ، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-2-34).



(الشكل-2-34)، رسم تخطيطي لمقطع أفقي في منظم عطالي (Inertia Governor).

يبين (الشكل-2-34) تخطيطاً مبسطاً لمنظم عطالي، مؤلف من وصلة صلبة ذات كتلتين B ، حيث إن مركز ثقلها قريب جداً من مركز الدوران O . تمثل A نقطة ارتكاز الوصلة على هيكل المنظم؛ بينما تتصل إحدى نهايتي نابض الشد K بالوصلة الصلبة، وتثبت نهايته الأخرى بالهيكل الدوار. إذا تغيرت سرعة الدوران، فإن تأثير القوة النابذة صغير بسبب كون المركز A قريباً جداً من مركز الدوران O . يؤثر التسارع الزاوي لعمود الدوران في ظهور قوة عطالة بالاتجاه المماسي لمسار الكتلتين. تؤدي هذه القوة إلى تأخر الكتلتين عن اللحاق بالوضع الجديد للهيكل؛ ومن ثم تحدث حركة نسبية بين الهيكل والكتلة B . تنتقل هذه الحركة عبر آلية التحكم؛ لتعدل مقدار القدرة المبذولة في الآلة المراد تنظيمها تبعاً لتغير سرعة الدوران.

من الواضح أن المنظمات العطالية، تمتاز عن المنظمات النابذة بسرعة الاستجابة لتغيرات الحمل، لأن عملها يعتمد على معدل تغير سرعة الدوران عوضاً عن مقدار التغير الفعلي لهذه السرعة، كما هو الحال في المنظمات النابذة. إلا أن هذه الميزة تعاكسها صعوبة التحقيق العملي لموازنة تامة للأجزاء المتحركة في جملة المنظم، وآلية التحكم؛ لذا يختار عند تصميمها الأوضاع، والأطوال النسبية بحيث تؤمن استجابة سريعة بتأثير قوى العطالة، إلى جانب الحفاظ على تأثير معين للقوى النابذة بما يكفي لتحقيق استقرار المنظم.

2-11-3- المفاهيم الأساسية للمنظمات Basic Concepts of Governors

لإجراء التحليل الحركي والديناميكي على تركيبة المنظم، لا بد من تعريف بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالمنظمات:

- سرعة الاتزان *Balance Velocity*
هي كل سرعة دوران لمحور المنظم يكون عندها نصف قطر دوران الكرات ثابتاً، بحيث يحقق الاتزان. ينتج من ذلك أن لكل منظم عدة سرعات اتزان تحدد مجال عمله، وتسمى سرعة الدوران الوسطية التي يقوم المنظم بالتحكم بها بـ سرعة الاتزان الوسطية.

- الاستقرار *Stability*
يعد المنظم مستقراً، إذا زاد نصف قطر دائرة دوران الكرة كلما زادت السرعة وبالعكس، وإذا كان لكل سرعة دوران وضع اتزان واحد للمنظم، وذلك عند إهمال الاحتكاك بين مختلف وصلاته، أما إذا لم يتحقق هذان الشرطان، فيعد المنظم غير مستقر.

- القوة المنظمة *Controlling Force*
عندما تكون سرعة الدوران منتظمة، فإن كل كرة تخضع مباشرة، أو غير مباشرة إلى قوة جذب نحو الداخل. هذه القوة تمثل محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الكرة التي تعاكس، وتساوي القوة النابذة الناتجة من دوران المحور. يسمى هذا الجذب بـ القوة المنظمة. يختلف منشأ القوة المنظمة باختلاف وسيلة تحميل المنظم، فإما أنها تنتج من تأثير حمل ميت، وإما من نوابض تتحكم بعمل المنظم، كما سبق وبيننا سابقاً.

- الحساسية *Sensitiveness*
للحفاظ على سرعة متوسطة ثابتة للمنظم بقدر الإمكان مهما كان الحمل على المحرك، فمن الواضح أن يكون انتقال الجلبة أكبر ما يمكن، وأن يكون التغير في سرعة الاتزان أقل ما يمكن. وبقدر ما يقل تغير السرعة الجزئي - وهو نسبة تغير السرعة على السرعة الوسطية لانتقال معين للجلبة - أو يكبر هذا الانتقال لتغير معين في السرعة؛ بقدر ما تكون حساسية المنظم كبيرة.

هذا التعريف صحيح تماماً كون المنظم تركيبة آلية مستقلة بحد ذاتها، أما عندما يكون متصلاً بالمحرك، فيكفي أن يكون التغير في سرعة الاتزان بين الحمل الكامل، وعدم التحميل أصغر ما يمكن. إن الانتقال الفعلي للجلبة غير مهم طالما يعمل على تغيير القدرة المبذولة للمحرك بالكمية المطلوبة.

لذلك يعزف معامل الحساسية μ_s ، بأنه يمثل النسبة بين سرعة الاتزان الوسطية ω_{av} ، وفرق سرعة الاتزان العظمى ω_{max} الموافقة لحالة الحمل الكامل على المحرك، وسرعة الاتزان الصغرى ω_{min} الموافقة لحالة اللاحمل على المحرك؛ أي:

$$\mu_s = \frac{\omega_{av}}{\omega_{max} - \omega_{min}} \quad (19-2)$$

- ثبات السرعة *Isochronism*
يقال عن منظم إنه ثابت السرعة أو وحيد السرعة، عندما تكون سرعة الاتزان لكل أنصاف أقطار الدوران ضمن الحدود العملية للمحرك ثابتة، ينتج عن ذلك، بالاستناد لتعريف الحساسية السابق، أن منظم وحيد السرعة عبارة عن منظم لا نهائي الحساسية. إلا أنه عديم الاستعمال عملياً؛ لأن أي تغير ضئيل في سرعة الاتزان ينشأ عنه انزلاق الجلبة إلى أحد وضعيها الحديين؛ إذ تبقى الجلبة في وضعها السفلي حتى تبلغ السرعة سرعة الاتزان، وعندما تزداد هذه السرعة بمقدار جزئي ترتفع كرتا المنظم مباشرة إلى نصف قطرها الأعظمي محركاً الجلبة إلى وضعها العلوي.

ينتج من التحرك المستمر للجلبة من أخفض إلى أعلى وضع عدم اتزان المنظم؛ إذ ما إن تنزلق الجلبة إلى أحد هذين الوضعين، إلا وتكون جملة التحكم قد أثرت في قدرة المحرك، بحيث تتغير سرعته؛ وهذا يؤدي إلى انزلاق الجلبة إلى الوضع الحدي الآخر، تستمر هذه الحركة دون حدوث التنظيم الفعلي المطلوب للمحرك.

- جهد المنظم Governor Effort

يمثل جهد المنظم Q ، بالقوة التي يمكنه أن يؤثر بها عند الجلبة - عند تغير جزئي معين في سرعة الدوران - من تركيبة التحكم الآلية التي تتحكم بالطاقة المبذولة للمحرك، فعندما تكون سرعة الاتزان ثابتة يكون الجهد معدوماً. لكن إذا ما حدث تغير مفاجئ في سرعة الدوران يؤدي إلى انزلاق الجلبة إلى وضع توازنها الجديد، تنشأ عندئذ قوة آنية Q_m تؤثر في تركيبة التحكم الآلية. هذه القوة تتناقص تدريجياً إلى الصفر؛ بينما الجلبة تتحرك إلى وضع توازنها الموافق لسرعة الدوران الجديدة. يسمى متوسط القوة الآنية خلال هذا التغير الجهد؛ أي:

$$Q = Q_m / 2 \quad (20-2)$$

- قدرة المنظم Governor Power

تعرف قدرة المنظم E ، بمقدار العمل الناتج من المنظم خلال انزلاق الجلبة الموافق لتغيير معين في سرعة الدوران، وأنه يساوي إلى جداء جهد المنظم Q في انتقال الجلبة Δy_{12} ؛ أي إن:

$$E = Q \cdot \Delta y_{12} \quad (21-2)$$

من الواضح أن القدرة اللازمة تتعلق بشكل تركيبة التحكم الآلية المتصلة بالمنظم. فعندما تكون القدرة اللازمة كبيرة، فغالباً ما يستعمل الهواء، أو الزيت المضغوط لتحريك صمام، أو صمامات التحكم في الطاقة المبذولة للمحرك. عندئذ يعمل المنظم على تحريك صمام صغير لإدخال الهواء، أو الزيت المضغوط إلى أسطوانة، يتردد داخلها مكبس متصل بصمامات المحرك عبر وصلات مناسبة.

- الشطط Hunting

أو الاهتزاز المستمر للمنظم، وتطلق هذه الخاصية على الحالة التي يكون فيها سرعة دوران المحرك المتصل به المنظم مستمرة الاهتزاز، أو التغير فوق، وتحت سرعة الدوران الوسطية. يحصل هذا في منظم عالي الحساسية؛ وهذا يؤدي إلى تغيير القدرة المبذولة بمقدار كبير عندما تتغير سرعة الدوران بكمية صغيرة. كما أنه يؤدي إلى تغير سرعة الدوران باستمرار مع ثبات الحمل، ولا يتحكم المنظم عندئذ إلا بالقدرة العظمى، أو الصغرى للمحرك، دون إمكانية التحكم بالقدرة فيما بين هذين الحدين.

مثال على ذلك نختار الحالة الحدية لمنظم وحيد السرعة متصل بمحرك محمل بحمل ميت. إذا ما ازداد الحمل قليلاً نقصت سرعة الدوران، وانزلت جلبة المنظم إلى أخفض وضع لها؛ وهذا يسبب فتح صمام التحكم على مداه، وعليه تكون كمية القدرة المبذولة أكبر من المطلوب؛ وهذا ينتج عنه ارتفاع الجلبة إلى أعلى وضع لها. نتيجة لذلك يغلق الصمام كلياً، وتنقص القدرة المبذولة، فتتخفض سرعة الدوران ثانية، وتكرر الدورة بصورة لا نهائية.

مثل هذا المنظم يعطي أعظم، أو أقل قدرة، ولا يمكنه أن يعطي أية كمية قدرة بينهما، بسبب ذلك يحصل الاهتزاز المستمر في سرعة الدوران، أو بمعنى آخر يكون المنظم في حالة شطط، أو تأرجح.

- الاحتكاك Friction

مهما فرض أن المنظم عديم الاحتكاك، فالحالة الواقعية لا تخلو من وجود الاحتكاك في مفاصل المنظم، وتركيبية التحكم الآلية التي يحركها. حيث إن قوة الاحتكاك تعاكس دوماً اتجاه الحركة. من الواضح إذن أن الاحتكاك يمنع حركة الجلبة إلى أعلى، والكرات إلى الخارج عند ازدياد سرعة الدوران، وبالعكس عند نقصانها.

يتضح لنا جلياً تأثير الاحتكاك في حركة الجلبة، فعندما يدور المنظم بسرعة زاوية ω ، تكون كل كرة متزنة بالنسبة للمستوي الرأسي عند نصف قطر الدوران r ؛ فإذا زادت السرعة الزاوية زيادة بسيطة نسبياً، فإن الجلبة لن تتحرك إلا عندما تصبح السرعة الزاوية للمنظم ω'' عند نصف القطر r نفسه، ثم بعد ذلك تتحرك الجلبة، ويزداد نصف القطر تبعاً لزيادة السرعة الزاوية، أما إذا انخفضت السرعة الزاوية بمقدار بسيط، فإن الجلبة لن تتحرك أيضاً، ويستمر انخفاض السرعة الزاوية بدون تحرك الجلبة من موضعها حتى تصل السرعة الزاوية إلى ω' ، فإذا انخفضت السرعة الزاوية بعد ذلك تتحرك الجلبة إلى أسفل، ويقل نصف القطر تبعاً لانخفاض السرعة الزاوية.

- عدم الحساسية Insensitiveness

يلحظ من تأثير الاحتكاك في حركة الجلبة، أنه عند كل نصف قطر r توجد سرعتان زاويتان ω' و ω'' لا يشعر بينهما المنظم بالتغير في السرعة، وذلك نتيجة لقوى الاحتكاك بين الازدواج الحركية المختلفة؛ من ثم يحدد معامل عدم الحساسية μ_n ، بالعلاقة:

$$\mu_n = \frac{\omega' - \omega''}{\omega'_{av}} \quad (22-2)$$

حيث ω'_{av} تمثل السرعة الزاوية المتوسطة عند نصف القطر r ، وتعطى بالعلاقة:

$$\omega'_{av} = \frac{\omega' + \omega''}{2} \quad (23-2)$$

كما يمكن تحديد معامل عدم الحساسية بنسبة قوة الاحتكاك على القوة المنظمة، ويجب ألا يقل عن معامل تغير السرعة خلال الدورة، وإلا يصبح المنظم في حالة اهتزاز مستمر.

تجدر الإشارة إلى أن ما أوردناه، هو أمثلة لأهم التركيبات الآلية شائعة الاستعمال في كثير من التطبيقات الميكانيكية؛ بخاصة آلات التشغيل، والمحركات. كما حاولنا قدر الإمكان توضيح كيفية الانتقال من بنية معينة لتركيبية آلية إلى تركيبية آلية أخرى مختلفة عن الأولى شكلاً، ووظيفةً، وذلك باستعمال مفهوم توسيع الازدواج الذي يساعد كثيراً على إنشاء تركيبات آلية متباينة عملياً، لكن متكافئة حركياً.

لقد ركز على دراسة تركيبية آلية رباعية الوصلات؛ لأنها تشكل مع متحولاتها المختلفة الركيزة الأساسية لكثير من التركيبات الآلية المعقدة التي تنتج ببساطة من تجميع، أو تداخل وصلات تركيبيتين أو أكثر من هذا النوع. لا يعني ذلك بأي حال من الأحوال عدم وجود عدة تركيبات آلية أخرى لكل حركة، أو تصميم وظيفي تطرقنا إليه، فضلاً عن الأبحاث المستمرة دوماً لإيجاد تركيبات آلية جديدة؛ بغية تحسين أداء آليات معروفة، وتخفيض تكاليفها، أو تحقيق أنماط حركية جديدة تواكب التطور التكنولوجي المتزايد بسرعة.

مسائل غير محلولة Problems

م-2-1

إذا كانت أطوال وصلات تركيبة آلية رباعية القضبان كما يأتي:
المرفق ($l_2 = 100 \text{ mm}$)، ذراع الوصل ($l_3 = 200 \text{ mm}$)، الوصلة التابعة ($l_4 = 300 \text{ mm}$).
المطلوب في كل من الحالات الآتية:

1. التركيبية الآلية خاضعة لقانون غراسهوف.
2. تركيبية آلية المرفق المتأرجح.
3. تركيبية آلية المرفق المضاعف.
4. تركيبية آلية تأرجحية.

- إيجاد مجال قيم طول الهيكل l_1

*

م-2-2

إذا كانت النسبة الزمنية تساوي:

$$C_R = 2$$

المطلوب بحيث يكون مقدار الشوط أعظمياً ضمن المجال:

من 75 mm وحتى 200 mm

- تصميم تركيبية آلية الرجوع السريع، وآلية المقشطة.

*

م-2-3

إذا كانت أطوال تركيبية آلية المرفق المتأرجح كما يأتي:

الهيكل ($l_1 = 100 \text{ mm}$)، المرفق ($l_2 = 25 \text{ mm}$)، ذراع الوصل ($l_3 = 90 \text{ mm}$)،
المتأرجح ($l_4 = 75 \text{ mm}$).

المطلوب بعد اختيار مقياس رسم مناسب:

1. رسم التركيبية الآلية، وإيجاد القيم العظمى والصغرى لزوايا النقل.
2. رسم الأوضاع الحدية للتركيبية الآلية، وإيجاد قيم زوايا النقل الموافقة.
3. رسم المسار التام للنقطة C الواقعة في منتصف ذراع الوصل.

م-2-4

يبين الشكل (م-2-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية المضخة الهوائية، تحقق للمكبس شوطاً يساوي أربعة أمثال طول المرفق O_2B .

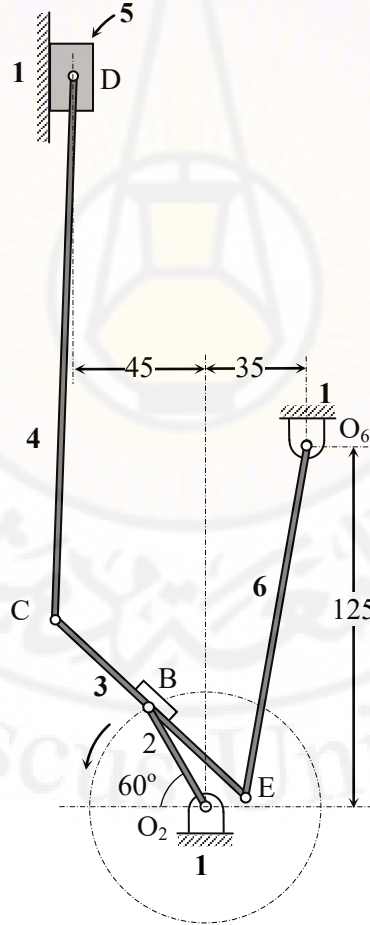
المطلوب؛ باختيار مقياس رسم مناسب:

1. رسم مسار كل من المفصلين E, C .
2. رسم مخطط إزاحة المكبس D ، وذلك عند 12 وضعاً للمرفق.

علماً أن:

$(O_2B = 40 \text{ mm})$, $(BC = BE = 45 \text{ mm})$, $(O_6E = 125 \text{ mm})$, $(DC = 190 \text{ mm})$

وأن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالمليمتر.



الشكل (م-2-4)، مخطط تركيب آلية المضخة الهوائية.

م-2-5

يبين الشكل (م-2-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية مستعملة في آلة خياطة، لتحريك الساق الحاملة للإبرة. يدور المرفق القائد 2 باتجاه دوران عقارب الساعة، ليعطي الوصلة 6 حركة ترددية.

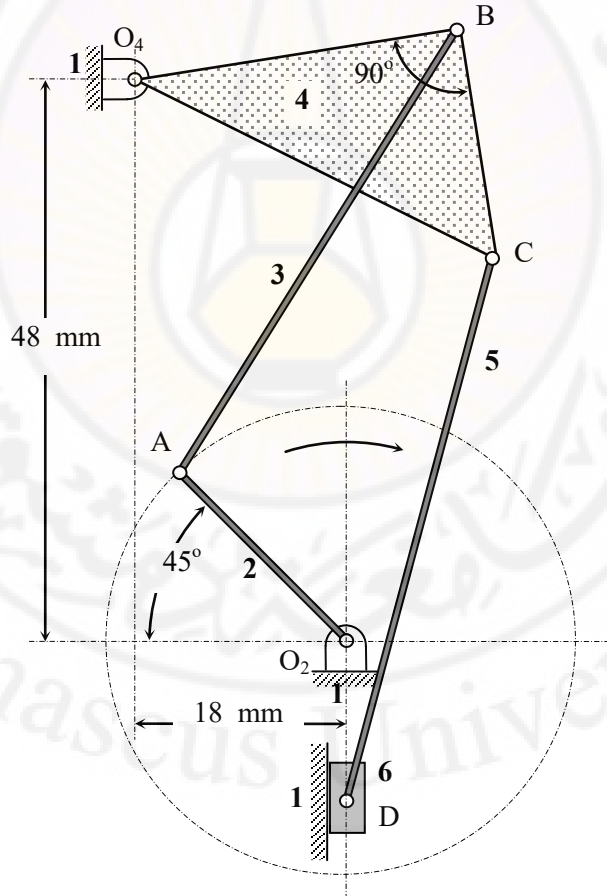
المطلوب؛ باختيار مقياس الرسم [2 : 1]:

1- رسم مخطط إزاحة المنزلقة D بدءاً من أخفض وضع لها، وباستعمال 16 وضعاً للمرفق.

2- تحديد عدد أشواط المنزلقة D خلال دورة عمل كاملة للإبرة وطول كل منها.

علماً أن:

($O_2A = BC = 20 \text{ cm}$) , ($AB = 45 \text{ m}$) , ($O_4B = 28 \text{ mm}$) , ($CD = 48 \text{ mm}$)



الشكل (م-2-5)، مخطط تركيبية آلية مستعملة في آلة خياطة.

م-2-6

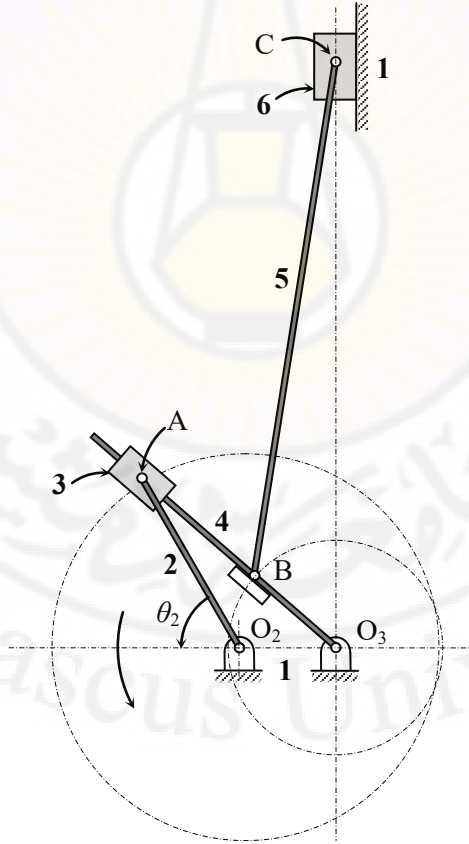
يبين الشكل (م-2-6) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية ويت وورث (Whitworth)، المستعملة في الحصول على حركة سريعة الارتداد لعدة القطع في مقشطة صغيرة.

المطلوب؛ باختيار مقياس رسم مناسب:

- 1- رسم مخطط يبين تغيرات إزاحة المنزلقة C بالنسبة لإزاحات زاوية متساوية للوصلة القائدة 2 .
- 2- تعيين طول الشوط S .
- 3- تعيين النسبة الزمنية C_R .

علماً أن الوصلة 2 تصنع زاوية ($\theta_2 = 60^\circ$) مع المحور الأفقي O_2O_3 في الوضع المبين في الشكل، وأن:

$$(O_2O_3 = 90 \text{ mm}), (O_2A = 180 \text{ mm}), (O_3B = 96 \text{ mm}), (BC = 390 \text{ mm})$$



الشكل (م-2-6)، مخطط تركيبية آلية ويت وورث (Whitworth).

م-2-7

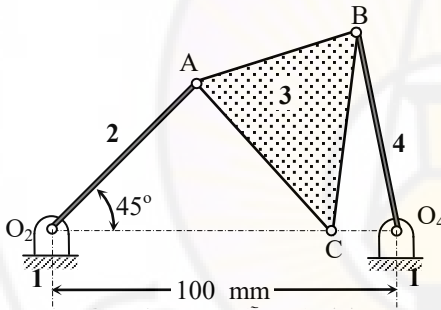
يبين الجزء a من الشكل (م-2-7) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية روبير (Roberts)، للحصول على حركة مستقيمة تقريبية للنقطة C.

المطلوب؛ باختيار مقياس رسم مناسب:

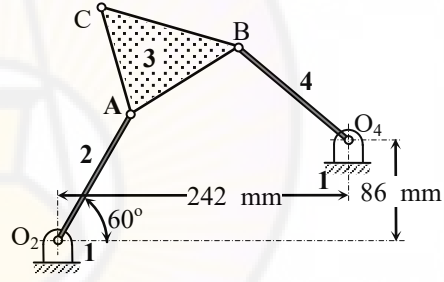
- 1- رسم المسار الكامل الحقيقي للنقطة C.
- 2- تعيين الوضعين الحديين للنقطة C.
- 3- تعيين قيمة الخطأ النسبي الأعظمي، وموقع حدوثه.

علماً أن:

$$(O_2A = AC = BC = O_4B = 60 \text{ mm}), \quad (AB = 50 \text{ mm})$$



a- مخطط تركيبة آلية روبير (Roberts).



b- مخطط تركيبة آلية تشغيل قاطع كهربائي زيتي.

الشكل (م-2-7)

م-2-8

يبين الجزء b من الشكل (م-2-7) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية تشغيل قاطع كهربائي زيتي، حيث النقطة C تتحرك على خط مستقيم خلال مجال عملها.

المطلوب؛ باختيار مقياس رسم مناسب:

- 1- رسم مسار كل من المفصلين A, B، والنقطة C، بدءاً من الوضع المبين في الشكل.
- 2- تعيين المسار الحقيقي الكامل للنقطة C الذي هو منحن مغلق.
- 3- تحديد مواقع النقاط الميتة، عندما تكون الوصلة 2 هو المرفق القائد، والوصلة 4 هي المقودة.

علماً أن:

$$(AB = 106 \text{ mm}), (AC = 93 \text{ mm}), (BC = 119 \text{ mm}), (O_2A = O_4B = 124 \text{ mm})$$

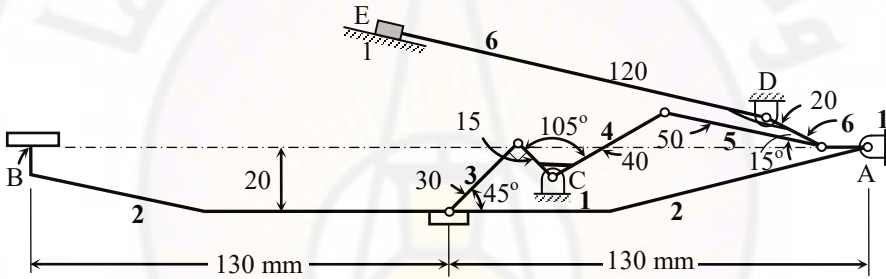
م-2-9

يبين الشكل (م-2-8) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلة كاتبة يدوية، تتكون من ست وصلات؛ وفقاً للأبعاد المبينة في الشكل، الوصلة 4 مرفقية زاويتها 105° ، وتتأرجح حول المفصل C، كما أن الوصلة 6 هي مرفقية أيضاً، حيث ذراعها DE توازي الوصلة 5، وتتأرجح حول المفصل D. يجب أن تدور ذراع الوصلة 6 الحاملة لحرف الطباعة زاوية 90° باتجاه دوران عقارب الساعة.

المطلوب:

- تحديد المسافة اللازم أن تتحركها النقطة B لتحقيق ذلك.

علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالمليمتر.



مخطط تركيب آلة كاتبة يدوية.

الشكل (م-2-8)

الفصل الثالث

حركة التركيبات الآلية *Kinematics of Mechanisms*

Introduction

3-1 مقدمة

يمكن تعريف الحركة (*Motion*)، بأنها التغير الحاصل في موضع الجسم المتحرك، والحركة تعبير نسبي؛ بمعنى أننا لا نستطيع تصور الحركة لجسم ما إلا بالنسبة لجسم آخر، ومن المألوف أن تُعد الأرض جسماً ثابتاً، فنطلق اسم الحركة المطلقة (*Absolute Motion*)، على حركة الجسم بالنسبة للأرض، كما أننا نطلق اسم الحركة النسبية (*Relative Motion*)، على حركة الجسم بالنسبة لجسم آخر متحرك، وذلك على أساس عد الأرض ثابتة أيضاً، والحقيقة أن الحركة نسبية في الحالتين، ولكن التسميتين إنما اتخذتا للتمييز بين أنواع الحركات.

ويمكن تصنيف مراحل تصميم آلة ما على الشكل الآتي:

1. تحديد الخواص الحركية للتركيبات الآلية المكونة لها.

2. تحديد القوى، والعزوم المؤثرة في وصلات هذه الآلة.

3. تحديد الأبعاد النسبية لمختلف أجزاء الآلة.

قد لا تكون هذه المراحل الثلاث مستقلة بعضها عن بعض دوماً؛ إذ إن كتل الأجزاء المتحركة تؤثر مثلاً في تعيين قوى العطالة؛ وهذا قد ينتج منه أحياناً ضرورة تعديل المخطط الحركي للآلة؛ بغية تخفيض قيم التسارعات، لكن من الأنسب عادة دراسة المرحلتين الأولى والثانية بشكل مستقل، ومن ثم استعمال النتائج في تحديد الأبعاد اللازمة لأجزاء الآلة. إن هذه المرحلة الثالثة تدخل في نطاق دراسة مقاومة المواد وتصميم عناصر الآلات، ولن نتطرق إليها في بحثنا؛ بينما سنبحث من خلال هذا الفصل في تحديد الخواص الحركية للتركيبات الآلية بصورة مستقلة عن القوى، والعزوم المؤثرة في وصلاتها التي ستبحث في فصل لاحق؛ آخذين في الحسبان أن القارئ لملم إماماً جيداً بالمفاهيم الأساسية لعلم الحركة.

يشمل التحليل الحركي لتركيبات آلية دراسة حركة نقطة، أو أكثر من نقاط الوصلات المكونة لها؛ أي تعيين الميزات الأساسية لهذه الحركة، وهي الإزاحة الخطية، أو الانتقال الخطي (*Linear Displacement*)، والسرعة الخطية (*Linear Velocity*)، والتسارع الخطي (*Linear Acceleration*) لها؛ فضلاً عن دراسة حركة وصلة، أو أكثر من الوصلات المكونة لهذه التركيبات الآلية؛ أي تعيين الميزات الأساسية لهذه الحركة، وهي الإزاحة الزاوية، أو الانتقال الزاوي (*Angular Displacement*)، والسرعة الزاوية (*Angular Velocity*)، والتسارع الزاوي (*Angular Acceleration*) لها.

ستقتصر هذه الدراسة على التركيبات الآلية ذات الحركة المستوية؛ أي تلك التي تتحرك جميع نقاطها في مستويات موازية لمستوي إرجاع ثابت يسمى مستوي الحركة، وذلك لكون حركات وصلات معظم الآلات هي من هذا النوع. يمكن لهذه الحركة أن تكون انسحابية، أو دورانية حول محور ثابت، أو مستوية عامة. كما سيفترض أن جميع وصلات التركيبات الآلية هي أجسام صلبة؛ أي إن المسافة بين أي نقطتين على أية وصلة متحركة تبقى ثابتة.

2-3- طرائق التحليل الحركي

Kinematic Analysis Methods

لقد تبين في الفصل الأول أن الحركة النسبية بين وصلات تركيبة آلية هي مقيدة تقييداً تاماً؛ لذا فإن إزاحة وصلة ما من هذه التركيبة بحركة معينة تنتج منها إزاحات متناسبة للوصلات الأخرى، وعليه فإن كل نقطة من كل وصلة ستتحرك على مسار محدد. يعبر عن حركة كل من وصلات التركيبة الآلية بدلالة الإزاحات، والسرعات، والتسارعات الخطية للنقاط المكونة للوصلة، كما يمكن توصيف حركة الوصلات التي تتحرك حركة دورانية، أو مستوية عامة بدلالة الإزاحات، والسرعات، والتسارعات الزاوية، لهذه الوصلات بالنسبة للوصلة الثابتة.

هناك طرائق عدة لتحليل حركة التركيبات الآلية، أهمها هي الآتية:

1. التفاضل البياني لمنحنيات الحركة بالنسبة للزمن.
2. التحليل الرياضي لمعادلات الحركة بالنسبة لجملة محاور إحداثية ثابتة.
3. تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية.
4. تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة.
5. تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق.
6. التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
7. تطبيق مفهوم المركز اللحظي، أي الآني في تحديد السرعات.

من الواضح أن تطبيق طرائق التحليل الحركي يعتمد على كون ميزات الحركة لوصلة في التركيبة الآلية، تسمى عادة الوصلة القائدة، محددة كلياً قيمةً، واتجاهاً. يمكن أن تُعطى حركة هذه الوصلة بميزاتها الزاوية، أو من خلال الميزات الخطية لحركة نقطة منها؛ تبعاً لطبيعة حركة الوصلة، وللاستثمار العملي للتركيبة الآلية. تعين ميزات حركة بقية النقاط، والوصلات المختلفة انطلاقاً من الميزات المعلومة للوصلة القائدة؛ إذ تُطبّق إحدى طرائق التحليل في الانتقال تدريجياً من وصلة إلى أخرى.

تعتمد **الطريقة الأولى** على إنشاء منحني بياني للإزاحة بالنسبة للزمن، ومن ثم استنتاج منحنى السرعة بالنسبة للزمن يكون أنه تفاضل لمنحنى الإزاحة، حيث إن السرعة هي معدل تغير الإزاحة بالنسبة للزمن؛ وذلك بتعيين ميل المماس لمنحنى الإزاحة عند نقاط متعددة. كذلك الأمر بالنسبة لإنشاء منحنى التسارع من تفاضل منحنى السرعة بالنسبة للزمن.

إنها طريقة بسيطة، حتى عند كون التركيبة معقدة، لكن بما أن مسارات حركة نقاط بعض الوصلات، أو كلها في الحالة العامة هي مسارات منحنية، فإن متجه السرعة عندئذ يكون متغير القيمة والاتجاه، كما أن متجه التسارع ينتج له مركبتان إحداها مماسية للمسار، والأخرى ناظرية باتجاه مركز الانحناء؛ بينما يمثل تفاضل المنحنيات بهذه الطريقة قيم كل من السرعة، والتسارع المماسي فقط دون تحديد الاتجاه؛ ومن ثم تعد هذه الطريقة سهلة، ومقبولة في حال كون مسار الحركة مستقيماً، أو عندما لا نهتم بتأثير تغير الاتجاه لكل من الإزاحة، والسرعة، والتسارع؛ فضلاً عن ذلك، فإن دقة نتائج هذه الطريقة تعتمد إلى حد كبير على دقة رسم المماسات عند نقاط منحنى الإزاحة، وعلى مقدار تباعد هذه النقاط على المنحنى؛ مع ملاحظة كون الخطأ النسبي من رسم منحنى إلى آخر هو تراكمي يصل في الحالات العادية من الدقة إلى حدود 20% .

أما **الطريقة الثانية**، فإنها تقوم على تحليل معادلات حركة وصلات التركيبات الآلية رباعية الوصلات بطريقة تحليلية. حيث يُحصل على ميزات حركة كل نقطة من نقاط الوصلات المكونة لهذه التركيبة الآلية عند وضع زواي للوصلة القائدة من إسقاط علاقتي السرعة والتسارع الشعاعيتين الموافقة لها على أي محورين متعامدين؛ للحصول على علاقتين يُحدد بهما ميزات حركة كل من النقطة والوصلة التي تنتمي إليها. وضحت هذه الطريقة عند دراسة الحركة في محاضرات الميكانيك الهندسي - علم الحركة. تُعد هذه الطريقة الأكثر دقة، وشمولية لدراسة حركة التركيبات الآلية رباعية الوصلات.

أما **الطريقة الثالثة**، فإنها تقوم على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطط الحركي للتركيبة الآلية، وذلك باستعمال علاقات الهندسة المستوية، والنسب المثلثية، التي تساعد على وضع الهيكل الرياضي اللازم لإعداده للحاسوب. يمكن توضيح هذه الطريقة عند دراسة الحالة المبينة في الفقرة 2-4 من الفصل الرابع.

أما **الطريقة الرابعة**، فإنها تعتمد على علاقات الأعداد المركبة، التي تساعد على تبسيط تحليل الحركة في التركيبات الآلية المعقدة، وكذلك في وضع الهيكل الرياضي اللازم لإعداده للحاسوب. يمكن توضيح هذه الطريقة التحليلية عند دراسة الحالة المبينة في الفقرة 3-4 من الفصل الرابع.

أما **الطريقة الخامسة**، وهي طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق، فإنها تعتمد على إيجاد العلاقات التي تربط زوايا، وأطوال الوصلات مع زاوية المرفق؛ أي زاوية الدخول. تساعد هذه الطريقة في صياغة برنامج للحاسوب. يمكن توضيح هذه الطريقة أيضاً عند دراسة الحالة المبينة في الفقرة 4-4 من الفصل الرابع.

أما **الطريقة السادسة**، وهي طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، وتسمى أحياناً طريقة الحركة النسبية نظراً لاعتمادها على دراسة الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة، وبين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين، وعند نقطة تماس تدحرج صرف في تعيين حركة نقاط وصلات التركيبات الآلية.

تتم طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بدراسة حركة التركيبات الآلية المعقدة، برسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية في الأوضاع المطلوبة لتعيين مسارات الإزاحة لمختلف النقاط بيانياً، ومن ثم رسم كل من مخططات السرعة والتسارع للتركيبة الآلية في كل وضع على حدة، كما سيتضح لاحقاً، بصورة سهلة، وسريعة، وبدقة مقبولة عملياً؛ بخاصة عندما يكون الاهتمام مركزاً على تعيين حركة نقاط التركيبة الآلية في أوضاع محددة للوصلات.

رغم ما ذكرناه سابقاً من أن الطريقة التحليلية هي الأكثر دقة، وشمولية في دراسة حركة التركيبات الآلية، وتصميمها؛ إذ إنها تبين بوضوح تأثير مختلف البارامترات، كأطوال الوصلات، وأوضاعها الزاوية مثلاً على الأداء الحركي للتركيبة الآلية، إلا أن طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية تعدّ من أكثر طرائق التحليل الحركي استعمالاً.

3-3- التحليل الشعاعي لعلاقات الحركة النسبية

Vector Analysis for Relation Relative Motion

من المفيد قبل البدء بدراسة طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، أن نوضح المفهوم العام لهذه الحركة.

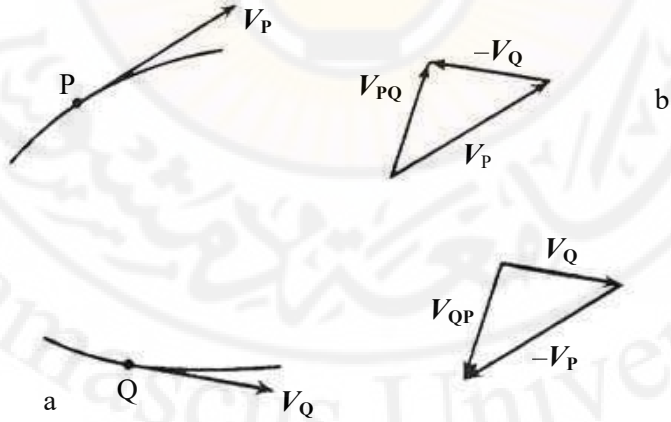
يبين الجزء a من (الشكل-1-3)، رسم توضيحي لنقطتين P , Q تتحركان على مسارين مطلقين مختلفين، بالنسبة لمستوى إسناد ثابت بسرعتين V_P , V_Q على التوالي، والمطلوب تعيين السرعة النسبية (*Relative Velocity*) بينهما V_{PQ} .

إن التأثير بسرعة $-V_Q$ مساوية ومعاكسة لاتجاه سرعة النقطة Q في كل من النقطتين لن يغير من السرعة النسبية بينهما، لكن تصبح النقطة Q ثابتة؛ بينما تصبح سرعة النقطة P المطلقة $(V_P - V_Q)$ هي السرعة النسبية، كما هو واضح على المخطط الشعاعي المبين في الجزء b من (الشكل-1-3)، حيث يمكن كتابة العلاقة الشعاعية:

$$V_{PQ} = V_P - V_Q \quad (1-3)$$

يمكن تعيين السرعة النسبية V_{QP} بطريقة مماثلة، كما هو واضح على المخطط الشعاعي المبين في الجزء c من (الشكل-1-3)، حيث يمكن كتابة العلاقة الشعاعية:

$$V_{QP} = V_Q - V_P = -V_{PQ} \quad (2-3)$$



a- رسم تخطيطي لنقطتين تتحركان على مسارين مطلقين مختلفين.

b- المخطط الشعاعي لعلاقة السرعة النسبية V_{PQ} .

c- المخطط الشعاعي لعلاقة السرعة النسبية V_{QP} .

(الشكل-1-3)، مخططات التحليل الشعاعي لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين.

كما أن تحليل التسارع النسبي (*Relative Acceleration*)، يتم بطريقة مماثلة، ويؤدي إلى العلاقة الشعاعية:

$$A_{PQ} = A_P - A_Q = -A_{QP} \quad (3-3)$$

كذلك الأمر عند دراسة الحركة الزاوية لوصلة 2 بالنسبة لوصلة أخرى 3 ، فإنه يمكن البرهان بسهولة على أن السرعة الزاوية النسبية (*Relative Angular Velocity*) Ω_{32} بينهما، هي الفرق الشعاعي بين سرعتين الزاويتين المطلقتين لكل منهما بالنسبة لمستوى إسناد ثابت؛ أي إن:

$$\Omega_{32} = \Omega_3 - \Omega_2 \quad (4-3)$$

كما أن التسارع الزاوي النسبي (*Relative Angular Acceleration*)، هو الفرق الشعاعي بين التسارعين الزاويين المطلقتين لكل من الوصلتين؛ أي إن:

$$E_{32} = E_3 - E_2 \quad (5-3)$$

نتبين لنا في الفصل الأول، أن شكل الازدواجات الحركية بين وصلات تركيبية آلية يؤثر في طبيعة الحركة النسبية عند نقاط الازدواج؛ لذا فإنه من الطبيعي أن يعتمد تحليل حركة التركيبات الآلية - استناداً إلى مفهوم الحركة النسبية - على دراسة خصائص هذه الحركة.

- نميز في مجال الحركة النسبية بين نقطتين ثلاث حالات رئيسية، هي:
- الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة.
 - الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين.
 - الحركة النسبية عند نقطة تماس تدحرج صرف.

سنبين في الفقرات الآتية الخصائص الحركية المميزة لكل من هذه الحالات؛ فضلاً عن توضيح كيفية تطبيقها في التحليل الحركي للتركيبات الآلية؛ من خلال دراسة بعض التطبيقات النموذجية.

4-3- الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة

Relative Motion between Two Points of Link

يُعد تحليل الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة أساساً لتعيين حركة نقاط تركيبية آلية ما، ووصلاتها؛ إذ يمكن بسهولة تطبيق نتائج هذا التحليل على جميع الوصلات التي تتكون منها التركيبات الآلية؛ بخلاف تلك التي تؤدي طبيعة تقييد الحركة فيها إلى نشوء نقاط متطابقة، إلا أن هذه الحالة تحدث عادة عند نقطة معينة في التركيبات الآلية، كما سيتضح لاحقاً.

1-4-3 مخطط السرعة لوصلة

Link Velocity Diagram

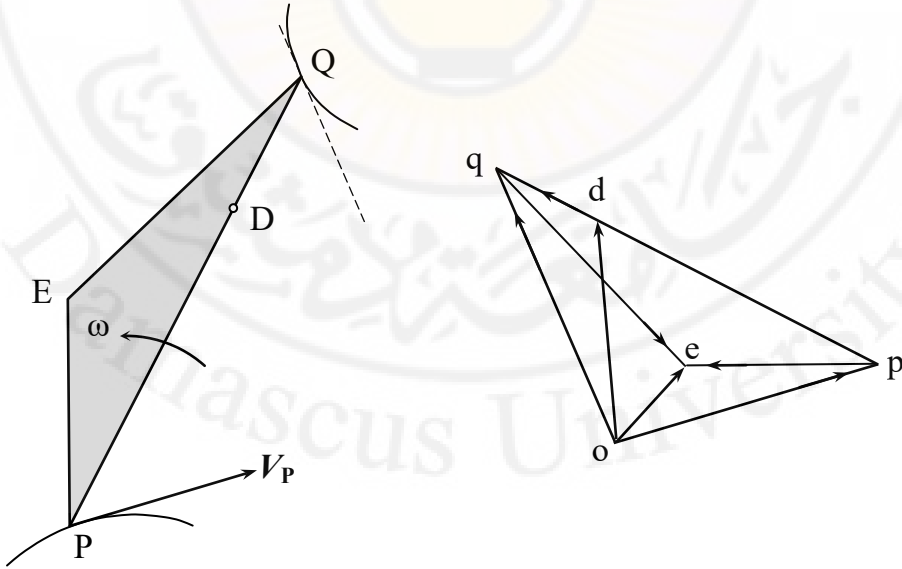
سنبين الآن كيف يمكن باستعمال مفهوم الحركة النسبية بين نقطتين من وصلة، تعيين سرعة كل من نقاط وصلة صلبة تخطيطياً من دون الحاجة إلى تحليل رياضي معقد.

لنفرض أن P , Q هما نقطتان على وصلة متحركة صلبة المسافة بينهما ثابتة؛ بينما تتحرك كل من النقطتين على مسار معين، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-2-3)، لا يمكن عندئذ إعطاؤهما معاً سرعتين اختيارية قيمة واتجاهاً؛ نظراً لكون المسافة PQ ثابتة دوماً؛ أي إن النقطة Q تتحرك دوماً بالنسبة إلى النقطة P على مسار دائري مركزه النقطة P ، ونصف قطره PQ ، وعليه فإن السرعة النسبية V_{QP} عمودية دوماً على الوصلة.

يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية (2-3)، بالمخطط الشعاعي المبين في الجزء b من (الشكل-2-3)، فيما لو حددت السرعة المطلقة V_P قيمة، واتجاهاً؛ فضلاً عن معرفة منحنى السرعة المطلقة V_Q ، وهو المماس لمسار الحركة المطلقة، وذلك باتباع الخطوات الآتية:

1. نختار في مستوي الوصلة نقطة o تسمى القطب؛ لتمثل نقاط مستوي الإسناد الثابت كافة، والتي سرعتها صفر، كما نختار مقياس رسم مناسب للسرعات.

2. نرسم من القطب o المتجه op بمقياس الرسم؛ ليمثل متجه السرعة المطلقة V_P .
3. نرسم من النقطة p خطاً عمودياً على الوصلة PQ ؛ ليمثل منحنى السرعة النسبية V_{QP} ؛ بينما نرسم من القطب o خطاً موازياً لمنحنى السرعة المطلقة V_Q ، أي موازياً للمماس لمسار الحركة عند النقطة Q . يتقاطع هذان الخطان في النقطة q .



a- مخطط وصلة متحركة صلبة.

b- مخطط السرعة للوصلة.

(الشكل-2-3)، مخططات لتعيين السرعة النسبية بين نقاط على وصلة متحركة.

ينتج بعد قياس أطوال المتجهات، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$V_{QP} \equiv pq \quad , \quad V_Q \equiv oq \quad , \quad V_P \equiv op \quad , \quad \omega = V_{QP} / PQ$$

وبالاتجاهات الواضحة في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-2-3).

يسمى المثلث Δopq في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-2-3)، بـ مخطط سرعة الوصلة PQ؛ بينما يسمى الخط pq خيال سرعة الوصلة (*Velocity Image*)؛ إذ يمكن من خلاله - وبالاستناد إلى مفهوم السرعة النسبية - إيجاد سرعة أية نقطة من نقاط الوصلة PQ؛ نظراً لأن السرعة الزاوية المطلقة للوصلة تبقى ثابتة في هذه اللحظة لجميع نقاط الوصلة، يمكن لهذه النقاط أن تقع على الخط الواصل بين النقطتين Q ، P ، أو خارجه، لأن الوصلة عملياً هي جسم صلب ذو أبعاد، وليست خطاً بسيطاً.

إذا كان المطلوب تعيين سرعة نقطة E في الوصلة لا تقع على الخط PQ ، فإن قيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة P ، هي:

$$V_{EP} = \omega \cdot EP$$

ومنها عمودي على الخط EP .

وقيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة Q ، هي:

$$V_{EQ} = \omega \cdot EQ$$

ومنها عمودي على الخط EQ .

يكفي عندئذ - في مخطط السرعة - إنشاء خط عمودي على الخط PE من النقطة p ، وخط آخر عمودي على الخط EQ من النقطة q ليتقاطع هذان الخطان في النقطة e ، حيث السرعة النسبية V_{EP} تمثل على مخطط السرعة بالمتجه **pe** ، والسرعة النسبية V_{EQ} تمثل على مخطط السرعة بالمتجه **qe** ، وينتج بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$pe \equiv V_{EP} = \omega \cdot PE \quad , \quad qe \equiv V_{EQ} = \omega \cdot QE$$

وبما أن لدينا:

$$pq \equiv V_{QP} = \omega \cdot PQ$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\frac{pe}{PE} = \frac{qe}{QE} = \frac{pq}{PQ} = \omega \quad (6-3)$$

ومنه نستنتج أن:

- المثلث Δepq في مخطط السرعة يشابه المثلث ΔEPQ في الوصلة، ونسبة التشابه ω ، وأضلاعه تعامد على الترتيب أضلاع المثلث ΔEPQ في اتجاه دوري.
- اتجاه دوران قراءة المثلث Δepq في مخطط السرعة هو باتجاه دوران قراءة المثلث ΔEPQ في الوصلة.

يمكن التحقق من صحة الإنشاء بملاحظة تتابع النقاط المتقابلة على كل من الوصلة، ومخطط السرعة، إن اتجاه هذا التتابع يجب أن يكون نفسه بحيث إذا كانت النقاط P, E, Q تتابع على الوصلة باتجاه دوران عقارب الساعة، كما في الشكل، فإن النقاط p, e, q يجب أن تتابع على مخطط السرعة بالاتجاه نفسه.

أما السرعة المطلقة للنقطة E فتنتج من إحدى العلاقتين الشعاعيتين:

$$V_E = V_P + V_{EP} \equiv op + pe = oe$$

$$V_E = V_Q + V_{EQ} \equiv oq + qe = oe$$

وذلك بعد تحويل أطوال الأشعة في مخطط السرعة بدلالة مقياس رسم هذا المخطط.

أما إذا كان المطلوب تعيين سرعة نقطة D في الوصلة تقع على الخط PQ ، فإن قيمة سرعة هذه النقطة بالنسبة للنقطة P ، هي:

$$V_{DP} = \omega \cdot DP$$

ومناها عمودي على الخط DP المنطبق على الخط PQ ، ومن ثم فإن هذه السرعة النسبية V_{DP} تمثل على مخطط السرعة بالمتجه pd الذي ينطبق اتجاهه على الشعاع pq ، وينتج بدلالة مقياس رسم المخطط، أن:

$$pd \equiv V_{DP} = \omega \cdot PD$$

وبما أن لدينا:

$$pq \equiv V_{QP} = \omega \cdot PQ$$

فإنه يكفي عندئذ تعيين النقطة d على مخطط السرعة، بحيث تقسم الشعاع وفق التناسب:

$$\frac{pd}{pq} = \frac{PD}{PQ}$$

أما السرعة المطلقة للنقطة D ، فتنتج من العلاقة الشعاعية:

$$V_D = V_P + V_{DP} \equiv op + pd = od$$

وذلك بعد تحويل أطوال الأشعة في مخطط السرعة بدلالة مقياس رسم هذا المخطط.

من الواضح أن علاقة التناسب تبقى صحيحة في حال كون النقطة D على امتداد الخط PQ ؛ مع الانتباه إلى وضع هذه النقطة بالنسبة إلى كل من النقطتين P, Q ، بحيث يبقى تتابع النقاط الثلاث P, Q, D نفسه في كل من الوصلة والمخطط p, q, d .

يمكن توضيح هذا الإنشاء؛ استناداً إلى مفهوم السرعة النسبية الذي يتضمن الآتي:

- إن منحى السرعة النسبية بين أي نقطتين على وصلة صلبة تتحرك بسرعة زاوية مطلقة ما - في لحظة معينة - هو عمودي على الخط الواصل بينهما، وقيمتها تساوي حاصل جداء قيمة هذه السرعة الزاوية في المسافة بين النقطتين. أما اتجاهها فيحدد بما يتفق واتجاه السرعة الزاوية لهذه الوصلة. تمثل هذه السرعة النسبية في مخطط السرعة بالمتجه المنطلق من النقطة الثانية إلى النقطة الأولى؛ أي من النقطة المنسوب لها الحركة إلى النقطة المطلوب إيجاد سرعتها، مثال ذلك $(V_{dp} \equiv pd)$.
- بما أن السرعة المطلقة لنقطة هي في الواقع سرعتها بالنسبة إلى مستوي إسناد ثابت، سرعته صفر، فإنها تمثل على مخطط السرعة بالمتجه المنطلق من القطب إلى النقطة الموافقة لها على هذا المخطط. مثال ذلك:

$$V_E \equiv oe$$

- إن السرعة المطلقة لنقطة هي حاصل الجمع الشعاعي للسرعة المطلقة لنقطة أخرى، والسرعة النسبية بين هاتين النقطتين. مثال ذلك:

$$V_E = V_P + V_{EP}$$

يجب الانتباه إلى أنه في حالة كون السرعة الزاوية المطلقة للوصلة معدومة، تساوي الصفر، فإن السرعة النسبية بين أي نقطتين على الوصلة هي معدومة؛ أي إن جميع نقاط الوصلة تتحرك بسرعة مطلقة واحدة هي سرعة إحدى نقاطها، وهي حالة وصلة تتحرك حركة انحرافية مستقيمة صرفة. نلاحظ مما تقدم أنه يمكن - تأسيساً على مخطط سرعة وصلة - رسم مخطط سرعة لكل من الوصلات المكونة لتركيبية آلية وبصورة متتالية؛ انطلاقاً من الحركة المعلومة لإحدى وصلاتها، الوصلة القائدة مثلاً، للحصول على مخطط سرعة متكامل يستعمل في تعيين سرعة أية نقطة من نقاط التركيبية الآلية؛ فضلاً عن تعيين السرعات الزاوية لوصلاتها. يعتمد إنشاء هذا المخطط - بوجه عام - على أن حركة مختلف وصلات التركيبية الآلية مقيدة، بحيث إن السرعة المطلقة للنقطة التي تربط وصلتين أو أكثر، هي نفسها فيما لو عدت هذه النقطة على أية من هذه الوصلات. تحقق الازدواجيات الدورانية عموماً هذا الشكل من تقييد الحركة بين وصلتين متحركتين أو أكثر.

Link Acceleration Diagram

2-4-3- مخطط التسارع لوصلة

تبين لنا في الفقرة السابقة، أن مسار الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة صلبة واحدة هو مسار دائري نصف قطره يساوي البعد الثابت بين النقطتين، ومركزه النقطة التي تنسب إليها الحركة؛ وبما أن الوصلة في الحالة العامة تتحرك بسرعة زاوية متغيرة، فإن السرعة النسبية بين أي نقطتين منها هي متغيرة بالقيمة والاتجاه؛ إذ إن قيمتها تتغير وفقاً لقيمة السرعة الزاوية، واتجاهها يتغير بحيث يبقى مماسياً للمسار أي عمودياً على الخط الواصل بين النقطتين. يؤدي ذلك إلى نشوء مركبتين للتسارع النسبي A_r بين كل نقطتين من الوصلة، هما:

1. مركبة ناظرية للتسارع Normal acceleration

تنشأ بسبب تغير اتجاه السرعة النسبية، وتتجه دوماً نحو مركز المسار الدائري للحركة النسبية، يرمز لها بـ A_r^n ، وقيمتها العددية تساوي:

$$A_r^n = l \cdot \omega^2$$

2. مركبة مماسية للتسارع Tangential Acceleration

تنشأ بسبب تغير قيمة السرعة النسبية، ويكون منحاساً لمسار الدائري النسبي؛ وموازية لمنحى السرعة النسبية، أي عمودياً على الخط الواصل بين النقطتين، وباتجاه يوافق اتجاه التسارع الزاوي للوصلة، يرمز لها بـ A_r^t ، وقيمتها العددية تساوي:

$$A_r^t = l \cdot \varepsilon$$

حيث:

l تمثل البعد بين النقطتين على الوصلة.

ω تمثل السرعة الزاوية (Angular Velocity) للوصلة.

ε تمثل التسارع الزاوي (Angular Acceleration) للوصلة.

أما التسارع النسبي الكلي بين النقطتين، فهو المجموع الشعاعي لهاتين المركبتين، وقيمتها العددية:

$$A_r = [(A_r^n)^2 + (A_r^t)^2]^{1/2} = PQ(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad (7-3)$$

ويميل على نصف قطر الدوران PQ بزاوية α ، باتجاه دوران التسارع الزاوي ε :

$$\alpha = \arctg |\varepsilon| / \omega^2 \quad (8-3)$$

يمكن توضيح هذه الطريقة تخطيطياً لتعيين تسارع نقاط وصلة - استناداً إلى مفهوم التسارع النسبي بين نقطتين - بدراسة الوصلة الصلبة المبينة في الجزء a من (الشكل-3-3)، الذي يبين نقطتين P , Q على الوصلة التي تتحرك بسرعة زاوية ω ، وتسارع زاوي ε ، وأن التسارع المطلق للنقطة P بالنسبة لمستوى إسناد ثابت هو A_P ، محدد القيمة والاتجاه.

بما أن البعد PQ ثابت خلال حركة الوصلة؛ فإن تسارع النقطة Q بالنسبة إلى النقطة P يتألف من مركبتين، هما:

1. المركبة الناظرية A_{QP}^n

وتتطبق على الوصلة PQ ، وتتجه من النقطة Q إلى النقطة P ، وقيمتها العددية تساوي:

$$A_{QP}^n = PQ \cdot \omega^2$$

2. المركبة المماسية A_{QP}^t

وهي عمودية على الوصلة PQ ، باتجاه التسارع الزاوي ε ، وقيمتها العددية تساوي:

$$A_{QP}^t = PQ \cdot \varepsilon$$

أما التسارع النسبي الكلي بين النقطتين، فهو المجموع الشعاعي لهاتين المركبتين:

$$A_{QP} = A_{QP}'' + A_{QP}^r \quad (9-3)$$

ومن ثم ينتج من العلاقة الشعاعية (3-3)، أن:

$$A_Q = A_P + A_{QP} = A_P + A_{QP}'' + A_{QP}^r \quad (10-3)$$

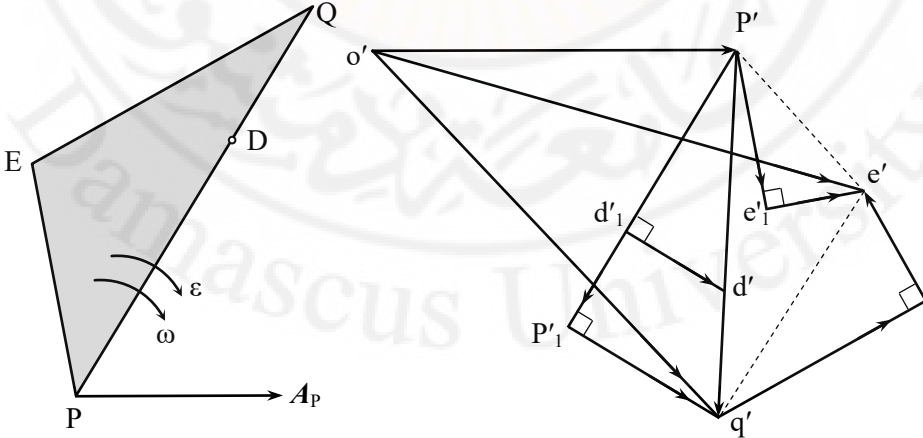
يمكن تمثيل العلاقة (10-3)، بالمخطط المبين في الجزء b من (الشكل-3-3)، على الشكل الآتي:

1. نختار في مستوي الوصلة القطب o' ؛ ليمثل جميع نقاط المستوي الثابت، والتي تسارعها صفر، كما نختار مقياس رسم مناسب للتسارعات.
2. نرسم من القطب o' المتجه $o'p'$ بمقياس الرسم؛ ليمثل التسارع المطلق A_P .
3. نرسم من النقطة P' المتجه $P'P'_1$ ، بالاتجاه من النقطة Q إلى النقطة P ؛ ليمثل التسارع الناظمي النسبي A_{QP}'' .
4. نرسم من النقطة P'_1 المتجه p'_1q' عمودياً على الوصلة PQ ، وباتجاه دوران التسارع الزاوي ε ؛ ليمثل التسارع المماسي النسبي A_{QP}^r .
5. نصل الخط $p'q'$ ، وكذلك الخط $o'q'$.

ينتج بقياس أطوال المتجهات، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$A_Q \equiv o'q' \quad , \quad A_{QP} \equiv p'q'$$

يسمى المثلث $\Delta o'p'q'$ ، في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-3-3)، بمخطط تسارع الوصلة PQ ، بينما يسمى الخط $p'q'$ بخیال تسارع الوصلة (Acceleration Image)؛ إذ يمكن بوساطته إيجاد تسارع أية نقطة على هذه الوصلة؛ لأن قيمة كل من السرعة الزاوية ω ، والتسارع الزاوي ε تبقى ثابتة في هذه اللحظة لجميع نقاط الوصلة.



a- مخطط وصلة متحركة صلبة.

b- مخطط التسارع للوصلة.

(الشكل-3-3)، مخططات لتعيين التسارع النسبي بين نقاط على وصلة متحركة.

إذا كان المطلوب تعيين تسارع نقطة E في الوصلة لا تقع على الخط PQ ، فإن تسارعها يعين باتباع الخطوات السابقة لرسم مركبات التسارع، بحيث يحقق العلاقتين الشعاعيتين:

$$A_E = A_P + A_{EP} = A_P + A_{EP}'' + A_{EP}^r$$

$$A_E = A_Q + A_{EQ} = A_Q + A_{EQ}'' + A_{EQ}^r$$

يكفي عندئذ تمثيل إحدى هاتين العلاقتين تخطيطاً، كما هو موضح على مخطط التسارع. ففي العلاقة الأولى ترسم المركبة النازمية انطلاقاً من النقطة p' ، وباتجاه من النقطة E إلى النقطة P ، ومن ثم المركبة المماسية باتجاه عمودي عليها لتحديد النقطة e' ؛ علماً أن طول كل من المركبتين يتناسب مع البعد PE . يمكن رسم العلاقة الثانية بالطريقة نفسها، لكن انطلاقاً من النقطة q' . ينتج من استعمال مقياس رسم المخطط، أن:

$$A_{EQ} \equiv q'e' \quad , \quad A_{EP} \equiv p'e' \quad , \quad A_E \equiv o'e'$$

يمثل التسارع النسبي الكلي في مخطط التسارع بالمتجه المنطلق من النقطة الثانية إلى النقطة الأولى؛ أي من النقطة المنسوب لها الحركة إلى النقطة المطلوب إيجاد تسارعها، مثال ذلك $(A_{QP} \equiv p'q')$ ، وقيمتها العددية؛ وفق العلاقة (7-3) تكافئ طويلة المتجه $p'q'$:

$$p'q' \equiv A_{QP} = PQ(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2}$$

من ثم:

$$p'e' \equiv A_{EP} = PE(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad , \quad q'e' \equiv A_{QE} = QE(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2}$$

ومنه يمكن أن نكتب:

$$\frac{p'e'}{PE} = \frac{q'e'}{QE} = \frac{p'q'}{PQ} = (\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad (11-3)$$

ومنه نستنتج أن:

- المثلث $\Delta e'p'q'$ في مخطط التسارع يشابه المثلث ΔEPQ في الوصلة، ونسبة التشابه $(\omega^4 + \varepsilon^2)^{1/2}$ ، وأضلاعه تميل بزاوية α باتجاه دوران التسارع الزاوي ε على أضلاع المثلث ΔEPQ في الوصلة بالترتيب.
- اتجاه دوران قراءة المثلث $\Delta e'p'q'$ في مخطط التسارع، هو باتجاه دوران قراءة المثلث ΔEPQ في الوصلة.

يمكن التحقق من صحة الإنشاء بملاحظة تتابع النقاط المتقابلة على كل من الوصلة ومخطط التسارع، إن اتجاه هذا التتابع يجب أن يكون نفسه بحيث إذا كانت النقاط P , E , Q تتابع على الوصلة باتجاه دوران عقارب الساعة، كما في الشكل، فإن النقاط p , e , q يجب أن تتابع على مخطط التسارع بالاتجاه نفسه.

إذا أردنا مثلاً تعيين تسارع نقطة D تقع على الخط PQ ؛ فإن تسارعها بالنسبة إلى النقطة P ينتج من رسم متجهي مركبتيه النازمية والمماسية انطلاقاً من النقطة P' على مخطط التسارع، المبين في الجزء b من (الشكل-3-3)، بحيث تعين النقطة d' ؛ لأن طول هاتين المركبتين يتناسب مع البعد PD ، واتجاه المركبة النازمية ينطبق على الخط p'p₁ ، أما اتجاه المركبة المماسية فهو يوازي الخط p'₁q' ؛ ومن ثم، فإن النقطة d' تقع على الخط p'q' ، وإنه من الواضح أن المثلثين Δp'd₁d' , Δp'p₁q' متشابهان؛ لكونهما قائمين، منه:

$$\frac{p'd'_1}{p'p'_1} = \frac{d'_1d'}{p'_1q'} = \frac{PD}{PQ}$$

ومنه ينتج أن:

$$\frac{p'd'}{p'q'} = \frac{PD}{PQ} \quad (12-3)$$

أي:

$$\frac{A_{DP}}{A_{QP}} = \frac{PD}{PQ}$$

ومن ثم، فإنه يمكن تعيين النقطة d' على المخطط مباشرة بحيث تقسم المتجه p'q' بالتناسب؛ وفق العلاقة (11-3)، ويكون لدينا باستعمال مقياس رسم مخطط التسارع أن:

$$A_{DP} \equiv p'd' \quad , \quad A_D \equiv o'd'$$

من الواضح أن التناسب (11-3)، يبقى صحيحاً في حال كون النقطة D تقع على امتداد الخط PQ ؛ شرط أن يبقى تتابع النقاط الثلاث D , Q , P نفسه في كل من الوصلة، ومخطط التسارع p , q , d .

كما ذكرنا في حالة مخطط السرعة، فإنه يمكن تطوير مخطط التسارع لوصلة؛ للحصول على مخطط متكامل لتركيبية آلية على أساس أنها مكونة من وصلات مقيدة الحركة، بحيث إن التسارع المطلق للنقطة التي تربط وصلتين أو أكثر، هو نفسه فيما لو عُدت هذه الوصلة على أية من هذه الوصلات، تكون هذه النقاط بوجه عام هي مراكز الازدواج الدورانية بين الوصلات.

من الواضح أن المركبة النازمية للتسارع النسبي بين نقطتين على كل وصلة، معلومة قيمة واتجاهاً؛ لأن السرعة الزاوية للوصلة تعين من مخطط السرعة؛ ومن ثم تحسب قيمة هذه المركبة بدلالة البعد بين النقطتين، ويكون اتجاهها دوماً نحو مركز الدوران النسبي. أما المركبة المماسية فإن منحائها عمودي دوماً على المركبة النازمية، أما قيمتها فهي عادة غير معلومة؛ وإنما تعين إما بواسطة تحليل حركة وصلة أخرى، أو بمعرفة منحنى التسارع المطلق للنقطة، يمكن بعدئذ تعيين التسارع الزاوي للوصلة؛ استناداً إلى قيمة المركبة المماسية، سنوضح ذلك في الفقرة الآتية.

3-4-3- تحليل حركة التركيبات الآلية حالة نقطتين على وصلة

Kinematic Analysis Mechanisms at Two Points of Links

يمكن توضيح مجمل المفاهيم التي أوردناها في دراسة الحركة النسبية لنقاط وصلة، من خلال تحليل حركة تركيبية آلية. يتم عادة عند تطبيق طريقة التمثيل التخطيطي، رسم المخطط الحركي للتركيبية الآلية عند وضع معين للوصلة القائدة ذات الحركة المعلومة، يمكن عندئذ رسم كل من مخططي السرعة، والتسارع للتركيبية الآلية على التوالي؛ ومن ثم تعيين السرعات، والتسارعات الخطية لمختلف نقاط التركيبية الآلية، وتعيين السرعات، والتسارعات الزاوية لوصلاتها عند هذا الوضع للمخطط الحركي.

إذا كان المطلوب دراسة الميزات الحركية للتركيبية الآلية عند أوضاع أخرى للوصلة القائدة، فإنه يُرسم المخطط الحركي عند كل من هذه الأوضاع، ويُنشأ مخططي السرعة والتسارع الموافقين لكل وضع منها. تعين مسارات الإزاحة الخطية، أو الزاوية لمختلف نقاط التركيبية الآلية بيانياً من المخطط الحركي، أما السرعات، والتسارعات، فإنها تعين في كل وضع من المخططات، ويمكن بعدئذ تمثيل تغيراتها لنقطة أو أكثر، بالنسبة لوضع الوصلة القائدة في مخطط بياني.

سنقتصر هنا على تحليل حركة أي من التطبيقات عند وضع معين واحد؛ إذ إن الأسس المعتمدة في إنشاء المخططات عند هذا الوضع هي نفسها، ولن يختلف تحليل الحركة في أوضاع أخرى إلا من حيث الأوضاع النسبية للوصلات؛ ومن ثم تتغير اتجاهات الحركة قيمة واتجاهاً؛ وفقاً لذلك دون حدوث أي تغير في المفاهيم الأساسية للحركة النسبية التي سبق ذكرها.

سنوضح فيما يأتي التطبيق العملي لهذا التحليل من خلال مثال نموذجي يتضمن الأسس المتبعة في تحليل حركة تركيبية آلية رباعية الوصلات، والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة حركة أية تركيبية آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل حركة تركيبية آلية رباعية القضبان

Kinematic Analysis of Four-Bar Mechanism

يمكن استعمال مجمل المفاهيم التي أوردناها عند تطبيق طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية؛ من خلال تحليل حركة تركيبية آلية رباعية القضبان التي تعدّ أساساً لكثير من التطبيقات العملية كما بينا ذلك في الفصل الثاني.

يبين الجزء a من (الشكل-3-4)، مخططاً لأحد أنواع تركيبية آلية رباعية القضبان في وضع θ_2 للوصلة القائدة 2 التي تدور في هذه اللحظة حول المفصل الثابت O_2 بسرعة زاوية معلومة ω_2 ، وتسارع زاوي معلوم ε_2 بالاتجاهين المبينين على الجزء a من (الشكل-3-4).

المطلوب عند هذا الوضع:

- دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية.

a. رسم المخطط الحركي

يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم المخطط الحركي للتركيبية الآلية في الوضع المطلوب، بدلالة أطوال الوصلات، وأوضاعها النسبية المعلومة التي تكون كافية لرسم المخطط الحركي كاملاً، وليكن المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-3-4).

إذا احتاج التحليل إلى أية قيمة طولية، أو زاوية غير معلومة، فإنه يمكن قياسها بدقة من المخطط الحركي، وتحويلها إلى قيمتها الحقيقية بدلالة مقياس الرسم المختار قبل استعمالها في تعيين أية معلومات أخرى. يفضل ترقيم الوصلات بحيث تكون الوصلة الثابتة 1، حيث يساعد ذلك على بيان اتجاهات السرعات، والتسارعات الزاوية للوصلات على المخطط الحركي نفسه.

b. دراسة السرعة

إن العلاقات الشعاعية لدرجة كل من النقطة C، والمفصل B، هي:

$$V_B = V_A + V_{BA}$$

$$V_C = V_A + V_{CA}$$

$$V_C = V_B + V_{CB}$$

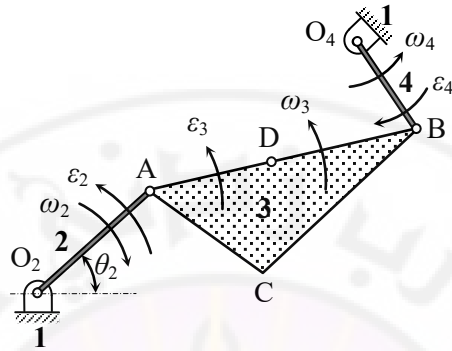
حيث:

V_A تمثل السرعة المطلقة للمفصل A على الوصلة 2، معلومة القيمة ($V_A = O_2A \cdot \omega_2$)، وباتجاه عمودي على الوصلة O_2A يوافق اتجاه دوران السرعة الزاوية ω_2 .
 V_B تمثل السرعة المطلقة للمفصل B على الوصلة 4 التي تدور حول المفصل الثابت O_4 ، مجهولة القيمة، وبمنحى عمودي على الوصلة O_4B .
 V_{BA} تمثل سرعة المفصل B بالنسبة إلى المفصل A على الوصلة 3، مجهولة القيمة، وبمنحى عمودي على الوصلة AB.
 V_C تمثل السرعة المطلقة للنقطة C على الوصلة 3، مجهولة القيمة، والمنحى، والاتجاه.
 V_{CA} تمثل سرعة النقطة C بالنسبة إلى المفصل A على الوصلة 3، مجهولة القيمة، وبمنحى عمودي على الوصلة AC.
 V_{CB} تمثل سرعة النقطة C بالنسبة إلى المفصل B على الوصلة 3، مجهولة القيمة، وبمنحى عمودي على الوصلة BC.

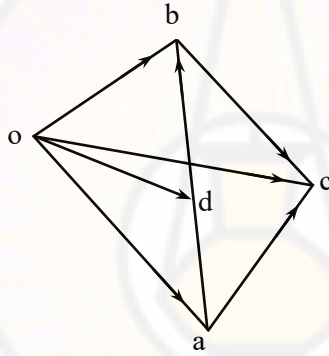
تجدر الإشارة إلى أن المفصل A هي نقطة مشتركة بين الوصلتين 2، 3، ومن ثم فإن سرعتها المطلقة واحدة أينما عدت لانعدام الحركة النسبية فيها، كذلك الأمر بالنسبة للمفصل B المشتركة بين الوصلتين 3، 4. من هذا المنطلق يمكن رسم مخطط السرعة، المبين في الجزء b من (الشكل-3-4)، كما يأتي:

1. نختار في مستوى التركيبة الآلية القطب o؛ ليمثل نقاط مستوي الإسناد الثابت كافة، والتي سرعتها صفر، كما نختار مقياس رسم مناسب للسرعات.
2. نرسم من القطب o متجهاً oa يمثل السرعة المطلقة V_A للمفصل A.
3. نرسم من القطب o خطاً عمودياً على الوصلة O_4B ، يمثل منحى السرعة المطلقة V_B للمفصل B؛ بينما نرسم من النقطة a خطاً عمودياً على الوصلة AB، يمثل منحى السرعة النسبية V_{BA} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة b.
4. نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على الوصلة BC يمثل منحى السرعة النسبية V_{CB} ؛ بينما نرسم من النقطة a خطاً عمودياً على الوصلة AC يمثل منحى السرعة النسبية V_{CA} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c.

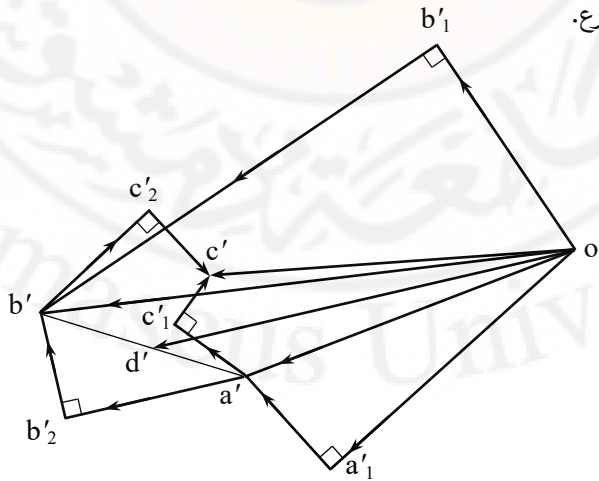
a- المخطط الحركي.



b- مخطط السرعة.



c- مخطط التسارع.



(الشكل 3-4)، مخططات الحركة لتركيبية آلية رباعية القضبان.

إن المخطط الناتج هو مخطط سرعة وصلات التركيبة الآلية في هذه الوضعية؛ إذ يمكن بوساطته تحديد قيم سرعات نقاط مختلف وصلاتها، وذلك بقياس أطوال المتجهات الممثلة لها، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للسرعات باستعمال مقياس رسم مخطط السرعة؛ ومن ثم فإن:

$$V_B \equiv ob, \quad V_C \equiv oc, \quad V_{BA} \equiv ab, \quad V_{CA} \equiv ac, \quad V_{CB} \equiv bc$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة، إذ إن المتجهات المنطلقة من القطب كافة إلى نقاط على مخطط السرعة، تمثل السرعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبة الآلية، بينما يمثل الخط الواصل بين أي نقطتين على المخطط السرعة النسبية لهاتين النقطتين على التركيبة الآلية، بحيث إن الشعاع المتجه من النقطة a إلى النقطة b مثلاً، يمثل سرعة المفصل B بالنسبة إلى المفصل A؛ بينما يمثل الشعاع المتجه من النقطة b إلى النقطة a سرعة المفصل A بالنسبة إلى المفصل B. كما يمكن استعمال مخطط السرعة في إيجاد سرعة نقطة D تقع على الخط AB في المخطط الحركي للتركيبة الآلية، وذلك بتقسيم المتجه ab على المخطط ليحقق التناسب:

$$\frac{ad}{ab} = \frac{AD}{AB}$$

حيث تُمثل عندئذ السرعة المطلقة للنقطة D بالمتجه od.

أما قيم السرعات الزاوية للوصلات، فإنها تعطى بالعلاقات:

$$\omega_3 = V_{BA} / AB, \quad \omega_4 = V_B / O_4B$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي لتتفق مع اتجاهات متجهات السرعة المناسبة.

c. سرعة التحاك *Rubbing Speed*

نحتاج عادة في تصميم التركيبات الآلية إلى تعيين سرعة التحاك المؤثرة في الأزواج الدوراني بين وصلتين، لما لهذه السرعة من أثر كبير في التصميم؛ إذ تعطي فكرة عن معامل الاحتكاك؛ بالتالي مدى مقاومة المحور، أو الوند الواصل بينهما للتآكل. تعطى سرعة التحاك، بالعلاقة:

$$V_r = r \cdot \omega_r \quad (13-3)$$

حيث:

r تمثل نصف قطر المحور الواصل بين الوصلتين.

ω_r تمثل السرعة الزاوية النسبية بين الوصلتين.

إن قيمة ω_r في حالة الأزواج بين الوصلتين 2, 3، تعطى بالعلاقة الشعاعية:

$$\Omega_{32} = \Omega_3 - \Omega_2$$

أي إن قيمة ω_{32} الفعلية في حالتنا هذه، هي مجموع سرعتين الزاويتين ω_2 ، ω_3 ؛ نظراً لكونهما متعاكستين بالاتجاه، كما هو مبين على المخطط الحركي في (الشكل-3-5)، أما قيمة ω_{43} فإنها تساوي حاصل طرح ω_3 ، ω_4 كونهما باتجاه واحد.

من الواضح - في حالة الأزواج الدورانية مع الوصلة الثابتة - أن السرعة الزاوية النسبية ω_r تساوي السرعة الزاوية للوصلة المتحركة، كما في الأزواج عند O_2 حيث تساوي ω_2 ، وفي الأزواج عند O_4 حيث تساوي ω_4 .

d. دراسة التسارع

إن العلاقات الشعاعية لتسارع نقاط التركيبة الآلية، المبينة في الجزء a من (الشكل-3-5)، هي مماثلة لعلاقات السرعة، حيث:

$$A_B = A_A + A_{BA}$$

$$A_C = A_A + A_{CA}$$

$$A_C = A_B + A_{CB}$$

مع ملاحظة أن لكل متجه تسارع في هذه العلاقات مركبتين فقط، ناظرية، ومماسية، حسب ما بينا سابقاً في الفقرة 3-4-2؛ وذلك نظراً لعدم وجود نقاط متطابقة؛ أي إن:

$$A_i^n = l_i \cdot \omega_i^2, \quad A_i^t = l_i \cdot \varepsilon_i$$

حيث:

A_i^n المركبة الناطمية لنقطة على الوصلة i .

A_i^t المركبة المماسية لنقطة على الوصلة i .

l البعد بين النقطة ومركز الدوران المطلق، أو النسبي.

ω_i السرعة الزاوية للوصلة i .

ε_i التسارع الزاوي للوصلة i .

تتجه المركبة الناطمية دوماً من النقطة إلى مركز الدوران المطلق، أو النسبي؛ بينما تكون المركبة المماسية عمودية على الوصلة، وباتجاه دوران التسارع الزاوي. ينتج من ذلك أنه بعد تحديد السرعات الزاوية للوصلات من مخطط السرعة، كما بينا في الفقرة b. يمكننا تعيين المركبات الناطمية الآتية قيمة، واتجاهاً:

$(A_A^n = O_2A \cdot \omega_2^2)$ ، باتجاه من المفصل A إلى المفصل الثابت O_2 .

$(A_{BA}^n = AB \cdot \omega_3^2)$ ، باتجاه من المفصل B إلى المفصل A.

$(A_B^n = O_4B \cdot \omega_4^2)$ ، باتجاه من المفصل B إلى المفصل الثابت O_4 .

$(A_{CA}^n = AC \cdot \omega_3^2)$ ، باتجاه من النقطة C إلى المفصل A.

$(A_{CB}^n = BC \cdot \omega_3^2)$ ، باتجاه من النقطة C إلى المفصل B.

وكذلك المركبة المماسية للمفصل A على الوصلة O_2A :

$(A_A^t = O_2A \cdot \varepsilon_2)$ ، عمودياً على الوصلة O_2A ، وباتجاه التسارع الزاوي ε_2 .

أما بقية المركبات المماسية، فإنها مجهولة القيمة، لكن منحناها عمودي على الوصلات المناظرة لها.

يمكن من ذلك رسم مخطط تسارع التركيبية الآلية، المبين في الجزء c من (الشكل-3-5)،

كما :

1. نختار في مستوي التركيبية الآلية القطب o' ؛ ليمثل نقاط مستوي الإسناد الثابت كافة، والتي تسارعها صفر، كما نختار مقياس رسم مناسب للتسارعات.
2. نرسم من القطب o' شعاعاً $o'a'_1$ يمثل التسارع الناظمي المطلق A''_A للمفصل A ، ومن النقطة a'_1 نرسم شعاعاً a'_1a' يمثل التسارع المماسي المطلق A^r_A له، ومنه فإن الشعاع $o'a'$ يمثل التسارع المطلق A_A للمفصل A .
3. نرسم من القطب o' شعاعاً $o'b'_1$ يمثل التسارع الناظمي المطلق A''_B للمفصل B ، ومن النقطة a' نرسم شعاعاً $a'b'_2$ يمثل التسارع الناظمي النسبي A''_{BA} ، ومن ثم نرسم من النقطة b'_2 خطاً عمودياً على الوصلة AB يمثل منحنى التسارع المماسي النسبي A^r_{BA} ، ومن النقطة b'_1 نرسم خطاً عمودياً على الوصلة O_4B يمثل منحنى التسارع المماسي المطلق A^r_B للمفصل B ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة b' .
4. نرسم من النقطة a' شعاعاً $a'c'_1$ يمثل التسارع الناظمي النسبي A''_{CA} ، ومن النقطة b' نرسم شعاعاً $b'c'_2$ يمثل التسارع الناظمي النسبي A''_{CB} . من ثم نرسم من النقطة c'_1 خطاً عمودياً على الوصلة AC يمثل منحنى التسارع المماسي النسبي A^r_{CA} ، ومن النقطة c'_2 نرسم خطاً عمودياً على الوصلة BC يمثل منحنى التسارع المماسي النسبي A^r_{CB} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c' .

إن المخطط الناتج؛ المبين في الجزء c من (الشكل-3-5)، هو مخطط تسارع التركيبية الآلية في هذه الوضعية؛ إذ يمكن استعماله في تحديد قيم تسارعات نقاط مختلف وصلاتها، وذلك بقياس أطوال الأشعة الممثلة لها، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للتسارعات؛ باستعمال مقياس رسم المخطط، حيث:

$$A_B \equiv o'b' , A_C \equiv o'c' , A_{BA} \equiv a'b' , A_{CA} \equiv a'c' , A_{CB} \equiv b'c'$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط التسارع، بحيث تحقق العلاقات الشعاعية للتسارعات.

أما المركبات المماسية لهذه التسارعات، فإنها ممثلة بالمتجهات:

$$A^r_B \equiv b'_1b' , A^r_{BA} \equiv b'_2b' , A^r_{CA} \equiv c'_1c' , A^r_{CB} \equiv c'_2c'$$

يمكن من ذلك تعيين التسارعات الزاوية للوصلات، من العلاقات الآتية:

$$\varepsilon_3 = A^r_{BA} / AB , \quad \varepsilon_4 = A^r_B / O_4B$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي، لتتفق مع اتجاهات أشعة المركبات المماسية المناسبة.

يمكن إيجاد تسارع نقطة D تقع على الخط AB بسهولة؛ إذ يكفي تقسيم

متجه التسارع النسبي $a'b'$ على مخطط التسارع، بحيث يتحقق التناسب:

$$\frac{a'd'}{a'b'} = \frac{AD}{AB}$$

حيث يمثل الشعاع $o'd'$ التسارع المطلق للنقطة D .

مسألة-3-1

يبين (الشكل-3-5) مخطط لأوضاع تركيبية آلية، حيث يدور المرفق O_2A ،
 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة.

المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق ($\theta_2 = 30^\circ$)، وبطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة:

- دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية، وذلك ب :

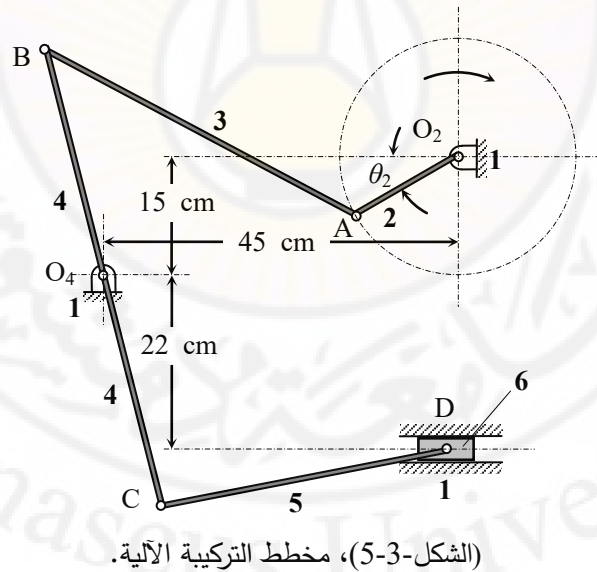
1. رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب، حيث:

($O_2A = 15 \text{ cm}$) , ($AB = 45 \text{ cm}$) , ($O_4B = O_4C = 30 \text{ cm}$) , ($CD = 37 \text{ cm}$)

2. تعيين السرعات الخطية لنقاط التركيبة الآلية، والسرعات الزاوية لوصلاتها على التوالي، باستعمال مخطط السرعة.

3. تعيين التسارعات الخطية لنقاط التركيبة الآلية، والتسارعات الزווية لوصلاتها على التوالي، باستعمال مخطط التسارع.

4. تعيين سرعة التحاك عند كل من الازدواجات الدورانية O_4, B, C, D ؛ إذا كان نصف قطر مسمار الربط لكل منها هو $(r = 5 \text{ mm})$.



الحل:

1. رسم المخطط الحركي

يرسم المخطط الحركي استناداً إلى أطوال الوصلات بمقياس $[1/10]$ ، كما هو مبين في

الجزء a من (الشكل-3-6).

2. تعيين السرعات الخطية والزاوية
بما أن الوصلة 2 تتحرك حركة دورانية حول المفصل الثابت O_2 ، فإن السرعة المطلقة للمفصل A ، هي:

$$V_A = O_2A \cdot \omega_2 = 150 \text{ cm/sec}$$

أما الوصلة 3 فإنها تتحرك حركة مستوية عامة، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$V_B = V_A + V_{BA}$$

استناداً إلى قيمة السرعة المطلقة V_A ، يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة، وليكن $[50 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط السرعة باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة، علماً أن منحى السرعة المطلقة للمفصل B على الوصلة 4 هو معلوم؛ لكونه عمودياً على الوصلة O_4B .
ينتج من إجراء القياسات على مخطط السرعة؛ المبين في الجزء b من (الشكل-3-6)، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط، أن:

$$V_B = 170 \text{ cm/sec} , \quad V_{BA} = 194 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة.

يمكن عندئذ تعيين السرعة الزاوية لكل من الوصلتين 3 ، 4 ، حيث:

$$\omega_4 = \frac{V_B}{O_4B} = 5.66 \text{ rad/sec} - \text{ccw} , \quad \omega_3 = \frac{V_{BA}}{AB} = 4.31 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط الحركي؛ لتتفق مع اتجاهات أشعة السرعة المناسبة.

بما أن الوصلة 4 تتحرك حركة دورانية حول المفصل الثابت O_4 ، فإن قيمة السرعة المطلقة للمفصل C ، هي:

$$V_C = O_4C \cdot \omega_4 = 170 \text{ cm/sec}$$

ومن الواضح أن اتجاه هذه السرعة هو عكس اتجاه السرعة V_B ، كما في مخطط السرعة، المبين في الجزء b من (الشكل-3-6).

تتحرك الوصلة 5 حركة مستوية عامة، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$V_D = V_C + V_{DC}$$

علماً أن المفصل D يتحرك حركة انسحابية ضمن مجرى المنزلقة 6 ؛ ومن ثم فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على مخطط السرعة، والحصول على:

$$V_{DC} = 43 \text{ cm/sec} , \quad V_D = 173 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة.

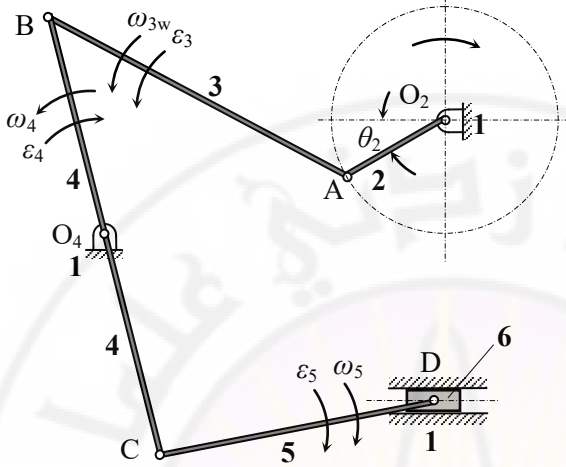
أما السرعة الزاوية للوصلة 5 ، فهي:

$$\omega_5 = \frac{V_{DC}}{DC} = 1.16 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

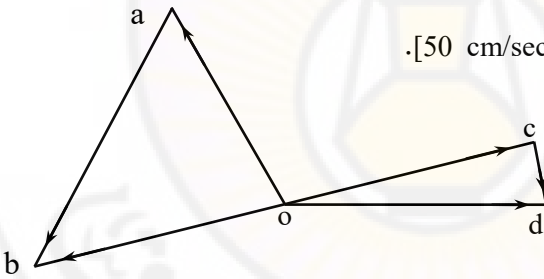
وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي.

أما المنزلقة 6 فإن جميع نقاطها تتحرك انسحابياً بسرعة المفصل D نفسها.

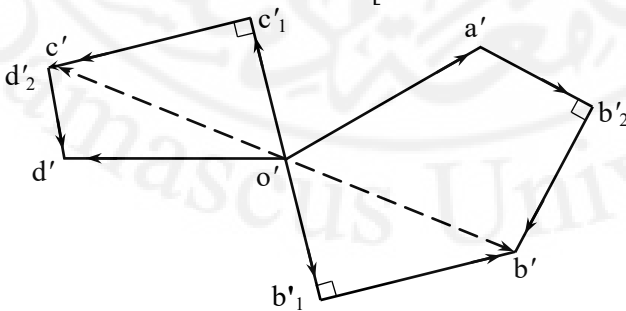
a- المخطط الحركي: $[10 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$.



b- مخطط السرعة: $[50 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.



c- مخطط التسارع: $[500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.



مخططات حركة تركيبية آلية.

(الشكل-3-6)

3. تعيين التسارعات الخطية والزاوية

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ($\omega_2 = \text{Const.}$)؛ أي إن التسارع الزاوي ($\varepsilon_2 = 0$) لها معدوم، والتسارع المماسي المطلق للمفصل A معدوم ($A_A^r = 0$)؛ ومن ثم التسارع المطلق للمفصل A هو ناظمي فقط، ويتجه من المفصل A إلى المفصل الثابت O_2 ، حيث:

$$A_A = A_A'' = O_2A \cdot \omega_2^2 = 1500 \text{ cm/sec}^2$$

أما المفصل B، فهو مشترك بين الوصلتين 3، 4، حيث تنتج العلاقة الشعاعية:

$$A_B'' + A_B^r = A_A + A_{BA}'' + A_{BA}^r$$

كما بينا في الفقرات السابقة، فإن المركبات الناضمية للتسارع معلومة قيمة واتجاهاً. حيث:

$$A_B'' = O_4B \cdot \omega_4^2 = 961 \text{ cm/sec}^2 \quad , \quad \text{باتجاه من المفصل B إلى المفصل الثابت } O_4 .$$

$$A_{BA}'' = AB \cdot \omega_3^2 = 836 \text{ cm/sec}^2 \quad , \quad \text{باتجاه من المفصل B إلى المفصل A .}$$

استناداً إلى هذه القيم، يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسارع، وليكن $[500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

تُمثل متجهات العلاقة السابقة على مخطط التسارع، المبين في الجزء c من (الشكل-3-6)، حيث نحصل بعد تحويل القياسات إلى قيم حقيقية على أن:

$$A_{BA}^r = 1090 \text{ cm/sec}^2 \quad , \quad A_B^r = 1325 \text{ cm/sec}^2$$

وباتجاهات المبينة على المخطط الحركي، ومنه فإن:

$$\varepsilon_3 = \frac{A_{BA}^r}{AB} = 24.22 \text{ rad/sec}^2 - \text{ccw} \quad , \quad \varepsilon_4 = \frac{A_B^r}{O_4B} = 44.16 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw}$$

وباتجاهات المبينة على المخطط الحركي، والموافقة مع اتجاهات أشعة التسارع المناسبة.

يعين تسارع المفصل C المطلق بدلالة ε_4 ، ω_4 ، والطول O_4C ، أو مباشرة على أساس أن هذا التسارع يساوي تسارع المفصل B المطلق الممثل بالشعاع $o'b'$ قيمة، ويعاكسه اتجاهاً.

أما تسارع المفصل D المشترك بين الوصلتين 5، 6، فإنه يعطى بالعلاقة الشعاعية:

$$A_D = A_C + A_{DC}'' + A_{DC}^r$$

حيث:

$$A_{DC}'' = DC \cdot \omega_5^2 = 49.8 \text{ cm/sec}^2$$

تمثل أشعة هذه العلاقة على مخطط التسارع؛ المبين في الجزء c من (الشكل-3-6)، مع ملاحظة أن قيمة المركبة الناعمية A_{DC}'' صغيرة؛ مقارنة مع قيم مركبات التسارع الأخرى؛ وهذا يؤدي عند تمثيله على مخطط التسارع أن طوله لا يتجاوز 1 mm ؛ لذا يمكن عدّه ممثلاً بنقطة على مخطط التسارع، وذلك لا يؤثر على دقة النتائج، وأن التسارع المطلق للمفصل D هو انسحابي، منناه ينطبق على منحنى المنزلقة 6 .

ينتج من المخطط أن:

$$A_{DC}^r = 610 \text{ cm/sec}^2 , \quad A_D = 1460 \text{ cm/sec}^2$$

ومنه التسارع الزاوي للوصلة DC :

$$\varepsilon_5 = \frac{A_{DC}^r}{DC} = 16.48 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي.

من الواضح أن جميع نقاط المنزلقة 6 تتحرك بالتسارع نفسه للنقطة D .

4. تعيين سرع التحاك

استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً في الفقرة 3-4-3 ، ومن العلاقة (3-13)، فإن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني B بين الوصلة 4 ، والوصلة 3 ، حيث السرعتان الزاويتان ω_4 ، ω_3 بنفس الاتجاه؛ هي:

$$(V_r)_B = r(\omega_4 - \omega_3) = 6.75 \text{ mm/sec}$$

أما سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني الثابت O_4 بين الوصلة 4 ، والوصلة الثابتة 1 ، حيث السرعة الزاوية ($\omega_1 = 0$) ، فهي:

$$(V_r)_{O_4} = r \cdot \omega_4 = 28.3 \text{ mm/sec}$$

كما أن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني C بين الوصلة 4 ، والوصلة 5 ، حيث السرعتان الزاويتان ω_4 ، ω_5 متعاكستان بالاتجاه؛ لذا فإن:

$$(V_r)_C = r(\omega_4 + \omega_5) = 34.1 \text{ mm/sec}$$

كذلك سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني D_5 بين الوصلة 5 ، والمنزلقة 6 ، حيث ($\omega_6 = 0$)، فهي:

$$(V_r)_{D_5} = r \cdot \omega_5 = 5.8 \text{ mm/sec}$$

يُلاحظ أن سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة 6 ؛ أي عند الازدواج الانزلاقي D_6 بين المنزلقة 6 ، والوصلة الثابتة 1 ، حيث ($\omega_6 = \omega_1 = 0$)، هي:

$$(V_r)_{D_6} = V_D = 173 \text{ cm/sec}$$

5-3- الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين

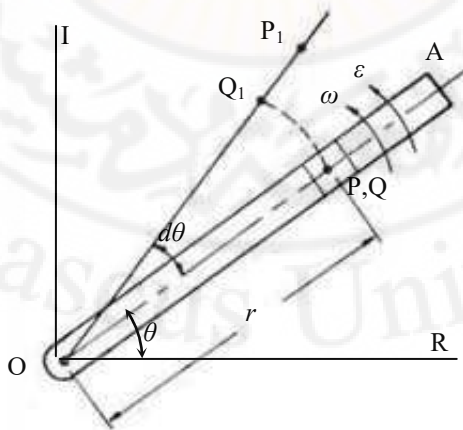
Relative Motion between Two Coincident Points of Links

درسنا في الفقرات السابقة الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة صلبة متحركة، حيث البعد بينهما ثابت دوماً. كما بينا كيفية تمثيل هذه الحركة تخطيطاً، والاستفادة من ذلك في تحليل حركة نقاط تركيبية آلية ووصلاتها. يحدث في بعض التركيبات الآلية أن نُقيد الحركة النسبية بتحريك نقطة من وصلة متحركة على مسار معين، بالنسبة لوصلة متحركة أخرى بوساطة سطح توجيه مستقيم، أو منحني. تنشأ عندئذ حركة نسبية بين النقاط المتطابقة على الوصلتين المتحركتين؛ مما يؤدي إلى ظهور مركبات إضافية لميزات الحركة عند هذه النقاط.

يمكن توضيح ذلك من خلال دراسة حركة الحالة المبينة في (الشكل-3-7)، حيث نُقيد حركة الوصلة P بالانزلاق ضمن المجرى المستقيم للوصلة OA، التي تدور حول المفصل الثابت O بسرعة زاوية ω ، وتساير زاوي ε وفق الاتجاه المبين في الشكل، حيث:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad \varepsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (14-3)$$

لنفرض أن النقطة المطابقة للنقطة P على الوصلة OA هي النقطة Q في هذه اللحظة. إذا دارت الوصلة OA زاوية $d\theta$ ، فإن النقطة Q تدور حول المفصل الثابت O إلى النقطة Q_1 ؛ بينما تكون الوصلة P قد انزلقت على الوصلة OA بالنسبة للنقطة Q_1 إلى الوضع P_1 ؛ أي إن النقطة Q؛ لكونها مثبتة إلى الوصلة OA تتحرك على مسار دائري مركزه المفصل الثابت O؛ بينما تتحرك النقطة P بالنسبة للمستوى الثابت على مسار منحني ما.



رسم تخطيطي لتوضيح حركة منزلة مقيدة بالانزلاق ضمن مجرى مستقيم في وصلة.

(الشكل-3-7)

يمكن كتابة علاقة إزاحة النقطة P الشعاعية بالشكل:

$$\mathbf{OP}_1 = \mathbf{OQ}_1 + \mathbf{Q}_1\mathbf{P}_1 \quad (15-3)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن ينتج:

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_Q + \mathbf{V}_{PQ} \quad (16-3)$$

حيث:

$\mathbf{V}_Q$ تمثل سرعة النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O بمنحى عمودي على الوصلة OA ؛
وفق دوران السرعة الزاوية ω ، وقيمتها العددية $(V_Q = r \cdot \omega)$.
 $\mathbf{V}_{PQ}$ تمثل سرعة انزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q على طول الوصلة OA ،
وقيمتها العددية $(V_{PQ} = \dot{r})$.

استناداً لعلاقات الحركة المركبة لنقطة من كتاب الميكانيك الهندسي علم الحركة،
ينتج من اشتقاق العلاقة الشعاعية (16-3) بالنسبة للزمن، أن:

$$\mathbf{A}_P = \mathbf{A}_Q'' + \mathbf{A}_Q^r + \mathbf{A}_{PQ} + \mathbf{A}_{PQ}^c \quad (17-3)$$

حيث:

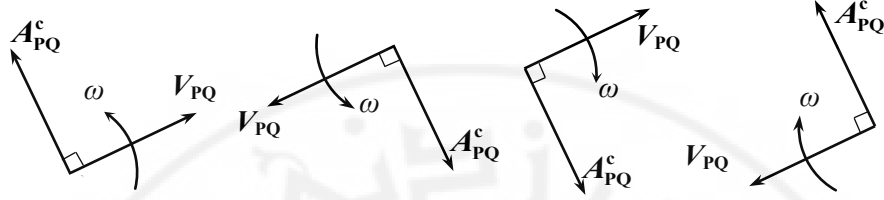
$\mathbf{A}_Q''$ تمثل المركبة الناطمية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O ،
بالاتجاه من النقطة Q إلى المفصل الثابت O ، وقيمتها العددية $(A_Q'' = r \cdot \omega^2)$.
 $\mathbf{A}_Q^r$ تمثل المركبة المماسية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O ،
باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية $(A_Q^r = r \cdot \varepsilon)$.
 $\mathbf{A}_{PQ}$ يمثل التسارع النسبي لانزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q على طول الوصلة OA ،
وقيمته العددية $(A_{PQ} = \ddot{r})$.
 $\mathbf{A}_{PQ}^c$ يدعى بتسارع كوريوليس، أو التسارع المتمم، ويمثل تسارع النقطة P بالنسبة إلى النقطة Q
باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمته العددية $(A_{PQ}^c = 2V_{PQ} \cdot \omega)$.
نلاحظ من العلاقة الشعاعية (17-3)، أن تقييد الحركة بوساطة سطح توجيه على وصلة متحركة،
قد نشأ عنه مركبة إضافية للتسارع $\mathbf{A}_{PQ}^c$.

1-5-3- تحليل حركة التركيبات الآلية حالة النقاط المتطابقة

Kinematic Analysis of Mechanisms - Two Coincident Points Case

يمكن توضيح مجمل المفاهيم التي أوردناها في دراسة الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين
على وصليتين متحركتين، من خلال تمثيل العلاقتين (16-3) ، (17-3) تخطيطياً للحصول على كل من
مخططي للسرعة، والتسارع؛ مع ملاحظة أن اتجاه التسارع النسبي الانزلاقي يحدد بمعدل تغير السرعة النسبية
متزايداً، أو متناقصاً؛ بينما ينتج اتجاه تسارع كوريوليس من تدوير شعاع السرعة النسبية حول مبدئه
بزاوية 90° باتجاه دوران السرعة الزاوية ω .

يبين (الشكل-3-8) جميع المتغيرات الممكنة في اتجاهات السرعة النسبية، والسرعة الزاوية، وتسارع كوريوليس.



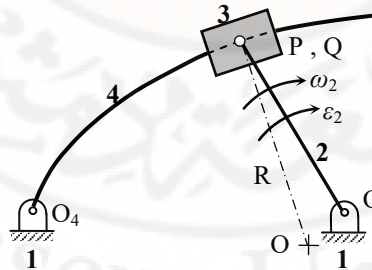
رسم تخطيطي لتوضيح المتغيرات الممكنة في اتجاهات السرعة النسبية والسرعة الزاوية وتسارع كوريوليس. (الشكل-3-8)

تجدر الإشارة إلى أنه في هذه الحالة، قيدت حركة الوصلة P بالانزلاق على مسار مستقيم؛ مما نتج منه أن السرعة النسبية V_{PQ} متغيرة القيمة، لكن ثابتة المنحى على طول الوصلة؛ ومن ثم فإن التسارع النسبي A_{PQ} له مركبة واحدة على طول الوصلة، هي في الواقع المركبة المماسية للتسارع النسبي.

يحدث في بعض التركيبات الآلية أن تحدد حركة المنزلقة P على مسار منحن، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-3-9)، حيث تتغير السرعة النسبية V_{PQ} بالقيمة والمنحى؛ مما تنتج منه مركبتان للتسارع النسبي A_{PQ} ، واحدة مماسية لمسار الانزلاق، والأخرى ناظرية عليه، باتجاه مركز انحناء هذا المسار؛ بينما منحى السرعة النسبية V_{PQ} مماسي لمسار الانزلاق. في هذه الحالة تبقى العلاقة (16-3) صحيحة؛ بينما يمكن كتابة العلاقة (17-3)، بالشكل العام:

$$A_p'' + A_p^r = A_Q'' + A_Q^r + A_{PQ}'' + A_{PQ}^r + A_{PQ}^c \quad (18-3)$$

تعَدّ العلاقة الشعاعية (18-3) العلاقة العامة للتسارع في التركيبات الآلية، حيث يمكن انعدام بعض حدودها؛ وفقاً للحركة النسبية الحاصلة بين مختلف الوصلات المكونة للتركيبة الآلية.



(الشكل-3-9)، رسم تخطيطي لتوضيح الحركة المركبة لمنزلة على مسار منحن.

يتضح مما تقدم أن الشرط اللازم والكافي لنشوء مركبة تسارع كوريوليس في حركة مستوية، هو ترافق الحركة النسبية الانزلاقية على مسار معين في وصلة بدوران هذه الوصلة. يجب الانتباه إلى أن السرعة الزاوية المستعملة في تعيين قيمة مركبة التسارع هذه واتجاهها، هي السرعة الزاوية للوصلة التي تحصل على مسارها السرعة النسبية الانزلاقية.

سنوضح فيما يأتي التطبيق العملي لهذا التحليل من خلال مثال نموذجي يتضمن الأسس المتبعة في تحليل حركة تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق، والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة حركة أية تركيبية آلية تحوي نقاطاً متطابقة مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل حركة تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق

Kinematic Analysis of Crank-Shaper Mechanism

يمكن استعمال مجمل المفاهيم التي أوردناها عند تطبيق طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين النقاط المتطابقة؛ من خلال تحليل حركة تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق، التي تعدّ مثلاً نموذجياً لدراسة الحركة عند وجود نقاط متطابقة على وصلتين.

يبين الجزء a من (الشكل-3-10)، تخطيطاً لهذه التركيبية الآلية التي سبقت الإشارة إليها في الفقرة 2-3-7 من الفصل الثاني، حيث يدور المرفق O_2P بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ ليعطي المنزلقة D حركة سريعة الارتداد نحو اليمين.

المطلوب عند هذا الوضع:

- دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية.

يمكن دراسة الحركة للوضع المبين؛ باتباع خطوات مشابهة من حيث المبدأ، لما اتبعناه في الفقرة 3-4-3؛ مع ملاحظة أن الوصلة 3 هي منزلقة مقيدة الحركة على مسار مستقيم معين؛ ممثلاً بسطح توجيهه في الوصلة 4؛ الممثلة بالخط المستقيم O_4C ، والتي تدور في الوقت نفسه حول المفصل الثابت O_4 .

a. رسم المخطط الحركي

يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم المخطط الحركي للتركيبية الآلية في الوضع المطلوب؛ بدلالة أطوال الوصلات، وأوضاعها النسبية المعلومة التي تكون كافية لرسم المخطط الحركي كاملاً، وليكن المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-3-10).

b. دراسة السرعة

نلاحظ من الشكل أن النقطتين P, Q متطابقتان، حيث P هي النقطة المشتركة بين المرفق والمنزلقة؛ أي بين الوصلتين 3, 2؛ بينما Q هي النقطة المطابقة لها في هذه اللحظة على الذراع المشقوق؛ أي الوصلة 4. ينتج من ذلك نشوء سرعة نسبية انزلاقية بين النقطتين باتجاه موازٍ للوصلة 4.

إن العلاقات الشعاعية للسرعة، هي:

$$V_P = V_Q + V_{PQ}$$

$$V_D = V_C + V_{DC} \quad (19-3)$$

$$V_C = \frac{O_4C}{O_4Q} V_Q$$

حيث:

V_P تمثل السرعة المطلقة للنقطة P ، باتجاه عمودي على الوصلة O_2P ، قيمتها العددية تساوي $(V_P = O_2P \cdot \omega_2)$.

V_Q تمثل السرعة المطلقة للنقطة Q ، باتجاه عمودي على O_4Q ، مجهولة القيمة.
 V_{PQ} تمثل السرعة النسبية للنقطة P بالنسبة إلى النقطة Q ، باتجاه مواز للوصلة O_4C ، مجهولة القيمة.
 V_{DC} تمثل السرعة النسبية للمفصل D بالنسبة إلى المفصل C ، باتجاه عمودي على الوصلة CD ، مجهولة القيمة.

V_D تمثل السرعة المطلقة للمفصل D ، باتجاه مواز لخط الشوط الأفقي ، مجهولة القيمة.
 V_C تمثل السرعة المطلقة للمفصل C ، باتجاه عمودي على O_4C ، قيمتها متناسبة مع V_Q ؛
 وفق العلاقة (19-3).

استناداً إلى هذه المعطيات يمكن تمثيل علاقات السرعة تخطيطياً، والحصول على مخطط السرعة المبين في الجزء b من (الشكل-3-10)، حيث ينتج بعد تحويل أطوال الأشعة إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$\begin{aligned} V_P &\equiv op & , & & V_{PQ} &\equiv qp & , & & V_Q &\equiv oq \\ V_C &\equiv oc & , & & V_{DC} &\equiv cd & , & & V_D &\equiv od \end{aligned}$$

يمكن كذلك تعيين السرعة الزاوية لكل من الوصلتين 4 , 5 ، حيث:

$$\omega_4 = V_C / O_4C \quad , \quad \omega_5 = V_{DC} / CD$$

وباتجاه دوران عقارب الساعة، كما هو مبين على المخطط الحركي.

أما سرعة التحاك في حالة الازدواج الانزلاقي بين الوصلتين 4 , 3 ، فهي السرعة النسبية بين النقطتين المتطابقتين V_{PQ} . من الواضح أنه في حالة كون إحدى الوصلتين ثابتة، كما في المفصل D ، فسرعة التحاك هي السرعة المطلقة للمنزلة نفسها.

c. دراسة التسارع

استناداً للعلاقة (18-3)، يمكن كتابة العلاقة الشعاعية لتسارع النقطة P على الشكل الآتي:

$$A_P'' + A_P^r = A_Q'' + A_Q^r + A_{PQ}'' + A_{PQ}^r + A_{PQ}^c \quad (20-3)$$

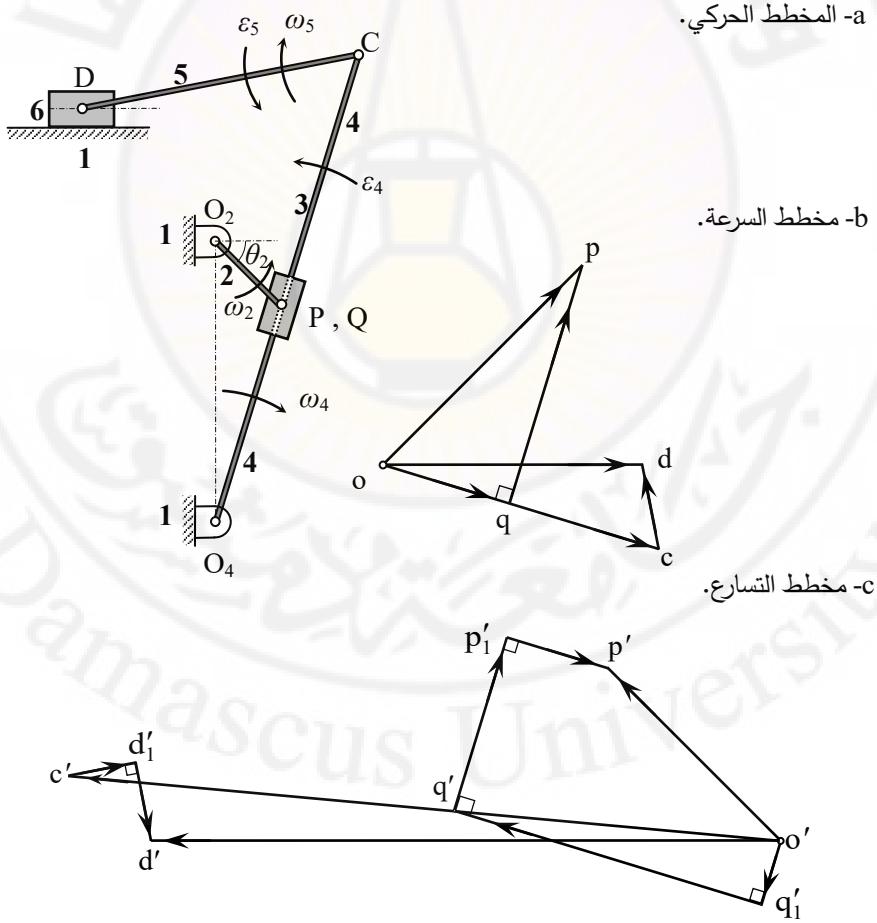
نلاحظ في هذه العلاقة، أن المركبة المماسية A_P^r معدومة كون سرعة الوصلة ω_2 ثابتة، كما أن المركبة النازمية A_{PQ}'' معدومة أيضاً كون الحركة النسبية الانزلاقية مستقيمة على طول الوصلة 4 . أما المركبات النازمية الباقية؛ فإنها معلومة القيمة بدلالة أطوال الوصلات، والسرعات الزاوية المناسبة، وتتجه من النقطة إلى مركز الدوران المناسب.

بما أن الوصلة 4 التي تحوي سطح التوجيه؛ أي التي تحصل على مسارها السرعة النسبية V_{PQ} ، فإنه يمكن تعيين قيمة مركبة تسارع كوريوليس من العلاقة:

$$A_{PQ}^c = 2 V_{PQ} \cdot \omega_4$$

حيث V_{PQ} ، ω_4 معلومتا القيمة، والاتجاه من مخطط السرعة؛ أما اتجاه هذه المركبة، فإنه يحدد باتباع طريقة تدوير متجه السرعة النسبية V_{PQ} زاوية 90° باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_4 ، الموضحة في الفقرة 3-5 ، و (الشكل-3-8).

أما المركبة المماسية A_Q^r ؛ فإنها مجهولة القيمة، لكن منحائها عمودي على O_4Q ، كما أن المركبة المماسية A_{PQ}^r ذات منحى مواز للوصلة O_4Q ، وهي مجهولة القيمة.



(الشكل-3-10)، مخططات حركة تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق.

من هذه المعلومات يمكن تمثيل العلاقة (20-3) تخطيطياً، كما هو مبين في المخطط المبين في الجزء c من (الشكل-3-10)، على الشكل الآتي:

1. نختار في مستوى التركيبة الآلية القطب o' ؛ ليمثل نقاط مستوي الإسناد الثابت كافة، والتي تسارعها صفر، كما نختار مقياس رسم مناسب للتسارعات.
2. نرسم من القطب o' المتجه $o'p'$ ؛ ليمثل التسارع الناظمي A_p'' ، بالاتجاه من النقطة P إلى المفصل الثابت O_2 .
3. نرسم من القطب o' المتجه $o'q'_1$ ؛ ليمثل التسارع الناظمي A_Q'' ، بالاتجاه من النقطة Q إلى المفصل الثابت O_4 .
4. نرسم من النقطة q'_1 خطاً عمودياً على O_4Q ؛ ليمثل منحى التسارع المماسي A_Q^r .
5. نرسم عند النقطة p' المتجه p'_1p' ؛ ليمثل تسارع كوريوليس A_{pQ}^c بالقيمة والاتجاه، وبحيث إن نهاية هذا المتجه تنتهي عند نهاية المتجه $o'p'$.
6. نرسم من النقطة p'_1 خطاً موازياً للوصلة O_4Q ؛ ليمثل منحى التسارع المماسي A_{pQ}^r .
7. يتقاطع الخطان المرسومان وفق البندين 4 و 6 المذكورين أعلاه، في النقطة q' .

نلاحظ أن المضلع الناتج، يحقق العلاقة الشعاعية (20-3)؛ وفق اتجاهات الأشعة المبينة على مخطط التسارع، حيث ينتج بعد التحويل إلى قيم حقيقية أن:

$$A_p \equiv o'p' , \quad A_Q \equiv o'q' , \quad A_Q'' \equiv o'q'_1$$

$$A_Q^r \equiv q'_1q' , \quad A_{pQ}^r \equiv q'p'_1 , \quad A_{pQ}^c \equiv p'_1p'$$

يمكن عندئذ إكمال رسم مخطط التسارع بسهولة؛ ليحقق العلاقات الشعاعية:

$$A_C = \frac{O_4C}{O_4Q} A_Q$$

$$A_D = A_C + A_{DC}'' + A_{DC}^r$$

حيث ينتج لدينا أن:

$$A_C \equiv o'c' , \quad A_{DC}^r \equiv d'_1d' , \quad A_D \equiv o'd'$$

إذ إن المركبة الناظرية A_{DC}'' تساوي إلى $(A_{DC}'' = CD \cdot \omega_5^2)$ ، وباتجاه من المفصل D إلى المفصل C .

كما أن:

$$\varepsilon_5 = A_{DC}^r / CD , \quad \varepsilon_4 = A_Q^r / O_4Q$$

وباتجاه عكس دوران عقارب الساعة، كما هو مبين على المخطط الحركي.

يمكن أيضاً توضيح فيما يأتي مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي، والتي أوردناها في دراسة الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين؛ من خلال حل مسائل لتركيبات آلية:

- باستعمال التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، حالة نقطتين على وصلة، وحالة النقاط المتطابقة.

- باستعمال التحليل الشعاعي لعلاقتي السرعة والتسارع، والتمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، حالة النقاط المتطابقة.

يمكن أن تعد هذه المسائل نموذجاً شاملاً؛ لتوضيح هذه المفاهيم.

مسألة-3-2

يبين الجزء a من (الشكل-3-11) تخطيطاً لنموذج منظم طارد مركزي، يتكون من ثقل B يتأرجح مع نهاية ذراع 3 طوله 3 أذراع AB ضمن قوس دائري CD مركزه المفصل A، ويتصل بحذافة قرصية 2 مركزها المفصل الثابت O_2 .

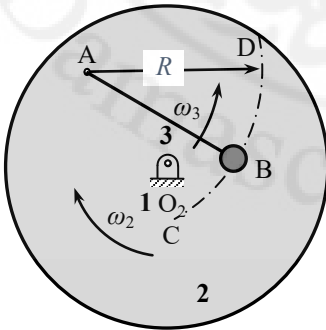
في لحظة يصبح الذراع AB أفقياً، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-3-11)، عندئذ كانت حركة الثقل B حول المفصل A محددة بسرعة زاوية قدرها $(\omega_3 = 8 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، ويتسارع زاوي قدره $(\varepsilon_3 = 50 \text{ rad/sec}^2)$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، في حين كانت الحذافة تدور حول المفصل الثابت O_2 بسرعة زاوية قدرها $(\omega_2 = 12 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة، ويتسارع زاوي قدره $(\varepsilon_2 = 40 \text{ rad/sec}^2)$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة.

المطلوب يكون الأطوال، والأبعاد في اللحظة المطلوبة، مبينة في الجزء b من (الشكل-3-11):

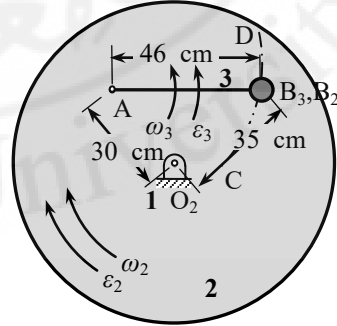
- تعيين تسارع الثقل B، في الحالتين:

1. الثقل B مقيد بالحذافة.

2. الثقل B يتحرك على الحذافة.



a- رسم تخطيطي لنموذج طارد مركزي.



b- رسم تخطيطي للنموذج في اللحظة المطلوبة.

(الشكل-3-11)

الحل:

قبل أن نعين تسارع النقل B ، من المناسب أن نفهم هذه الحركة بوضوح، ويجب أن ندرك أن السرعة الخطية، والتسارع المماسي للخطية للنقطة B_3 الواقعة على الذراع 3 ، بالنسبة للنقطة المطابقة لها B_2 الواقعة على الحذافة 2 ، ليسا مساويين للسرعة الخطية، والتسارع المماسي للخطية للنقطة B_3 الواقعة على الذراع 3 ، بالنسبة للمفصل A الواقعة على الحذافة 2 .
فالقيم العددية للحالة الأولى:

حيث الذراع 3 يدور حول المفصل A ، بسرعة زاوية ω_3 ، وبتسارع زاوي ε_3 ، وسائر النقاط الواقعة على الحذافة 2 بما فيها الذراع 3 تدور حول المفصل الثابت O_2 ، بسرعة زاوية ω_2 ، هي:

$$\begin{aligned} V_{B_3B_2} &= V_{B_3A} \pm V_{B_2A} = AB (\omega_3 \pm \omega_2) = AB \times \omega_{32} = AB (\omega_3 + \omega_2) \\ &= 46 (8 + 12) = 920 \text{ cm/sec} \end{aligned}$$

منحناها عمودي على AB الأفقي؛ أي الشاقول، وتتجه باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_3 حول المفصل A ؛ أي نحو الأعلى، وكذلك:

$$\begin{aligned} A_{B_3B_2}^r &= A_{B_3A}^r \pm A_{B_2A}^r = AB \times \varepsilon_{32} = AB (\varepsilon_3 \pm \varepsilon_2) = AB (\varepsilon_3 + \varepsilon_2) \\ &= 46 (50 + 40) = 4140 \text{ cm/sec}^2 \end{aligned}$$

منحناها عمودي على AB الأفقي، أي الشاقول، وتتجه باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_3 حول المفصل A ؛ أي نحو الأعلى أيضاً.

بينما القيم العددية للحالة الثانية:

بكون أن الحذافة لا تدور ؛ أي إذا كانت ساكنة، أو تتحرك حركة انسحابية، فإن $(\omega_2 = \varepsilon_2 = 0)$ ، والذراع 3 يدور حول المفصل A ، بسرعة زاوية ω_3 ، وبتسارع الزاوي ε_3 ، يكون:

$$V_{B_3A} = AB \times \omega_3 = 46 \times 8 = 368 \text{ cm/sec}$$

منحناها عمودي على AB الأفقي؛ أي الشاقول، وتتجه باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_3 حول المفصل A ؛ أي نحو الأعلى، وكذلك:

$$A_{B_3A}^r = AB \times \varepsilon_3 = 46 \times 50 = 230 \text{ cm/sec}^2$$

منحناها عمودي على AB الأفقي؛ أي الشاقول، وتتجه باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_3 حول المفصل A ؛ أي نحو الأعلى أيضاً.

يُلاحظ أن منحى هذه المركبات، واتجاهها متطابقة فيما بينها؛ بينما تختلف بقيمتها العددية.

1. يعين تسارع الثقل A_{B_3} في حالة الثقل B مقيد بالحذافة، بالعلاقة الشعاعية الآتية:

$$A_{B_3} = A_A + A_{B_3A} = A_A^n + A_A^r + A_{B_3A}^n + A_{B_3A}^r$$

حيث نعلم أن:

A_A^n تمثل مركبة التسارع الناطمي المطلق للمفصل A ، اتجاهها نحو مركز الدوران O_2 ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_A^n = O_2A \times \omega_2^2 = 30 \times 12^2 = 4320 \text{ cm/sec}^2$$

A_A^r تمثل مركبة التسارع المماسي المطلق للمفصل A ، منحائها عمودي على مركبة التسارع الناطمي المطلق A_A^n ، وتتجه باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_2 ، وقيمتها العددية:

$$A_A^r = O_2A \times \varepsilon_2 = 30 \times 40 = 1200 \text{ cm/sec}^2$$

$A_{B_3A}^n$ تمثل مركبة التسارع الناطمي النسبي للنقطة B_3 بالنسبة للمفصل A ، منحائها أفقي، واتجاهها نحو المفصل A ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

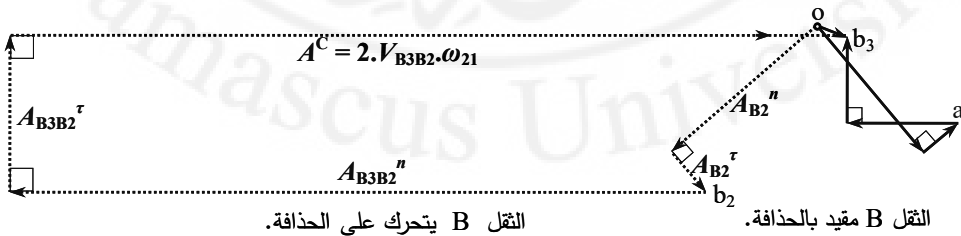
$$A_{B_3A}^n = AB \times \omega_3^2 = 46 \times 8^2 = 2944 \text{ cm/sec}^2$$

$A_{B_3A}^r$ تمثل مركبة التسارع المماسي النسبي للنقطة B_3 بالنسبة للمفصل A ، منحائها عمودي على مركبة التسارع الناطمي النسبي $A_{B_3A}^n$ ، وتتجه باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_3 ؛ أي نحو الأعلى، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_{B_3A}^r = AB \times \varepsilon_3 = 46 \times 50 = 2300 \text{ cm/sec}^2$$

نختار مقياساً لرسم مخطط التسارع؛ وفق علاقة التسارع، وليكن $[2000 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في (الشكل-3-12)، حيث المتجهات مرسومة بخطوط مستمرة، بالقياس نحصل على أن:

$$A_{B_3} = 880 \text{ cm/sec}^2$$



مخطط التسارع.

(الشكل-3-12)

2. أما حالة الثقل B يتحرك على الحذافة، فيعين تسارع الثقل A_{B_3} ، بالعلاقة الشعاعية الآتية:

$$A_{B_3} = A_{B_2} + A_{B_3B_2} + A_B^c = A_{B_2}'' + A_{B_2}^r + A_{B_3B_2}'' + A_{B_3B_2}^r + A_B^c$$

حيث نعلم أن:

A_{B_2}'' تمثل مركبة التسارع الناظمي المطلق للنقطة B_2 من الوصلة 2 ، التي انطبقت عليها النقطة B_3

لحظة الدراسة، واتجاهها نحو مركز الدوران O_2 ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_{B_2}'' = O_2B \times \omega_2^2 = 35 \times 12^2 = 5040 \text{ cm/sec}^2$$

$A_{B_2}^r$ تمثل مركبة التسارع المماسي المطلق للنقطة B_2 من الوصلة 2 ، التي انطبقت عليها النقطة B_3

لحظة الدراسة، منحاه عمودي على مركبة التسارع الناظمي المطلق A_{B_2}'' ، واتجاهها باتجاه

دوران التسارع الزاوي ε_2 ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_{B_2}^r = O_2B \times \varepsilon_2 = 35 \times 40 = 1400 \text{ cm/sec}^2$$

$A_{B_3B_2}''$ تمثل مركبة التسارع الناظمي النسبي للنقطة B_3 بالنسبة للنقطة B_2 ، منحاه أفقي،

واتجاهها نحو المفصل A ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$\begin{aligned} A_{B_3B_2}'' &= A_{B_3A}'' \pm A_{B_2A}'' = AB \times \omega_{32}^2 = AB (\omega_3 \pm \omega_2)^2 = AB (\omega_3 + \omega_2)^2 \\ &= 46 (8 + 12)^2 = 18400 \text{ cm/sec}^2 \end{aligned}$$

$A_{B_3B_2}^r$ تمثل مركبة التسارع المماسي النسبي للنقطة B_3 بالنسبة للنقطة B_2 ، منحاه عمودي على

مركبة التسارع الناظمي النسبي $A_{B_3B_2}''$ ، وتجه باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_3 ،

وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$\begin{aligned} A_{B_3B_2}^r &= A_{B_3A}^r \pm A_{B_2A}^r = AB \times \varepsilon_{32} = AB (\varepsilon_3 \pm \varepsilon_2) = AB (\varepsilon_3 + \varepsilon_2) \\ &= 46 (50 + 40) = 4140 \text{ cm/sec}^2 \end{aligned}$$

A_B^c تمثل مركبة تسارع كوريوليس للنقطة B_3 ، منحاه أفقي؛ لأنه عمودي على

منحى السرعة النسبية $V_{B_3B_2}$ الشاقولي، وأما اتجاهه، فيحدد بتدوير متجه السرعة النسبية

زاوية قدرها 90° ، باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_2 ؛ ليصبح اتجاه مركبة تسارع كوريوليس

أفقي نحو اليمين، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_B^c = 2V_{B_3B_2} \times \omega_2 = 2 \times 920 \times 12 = 22080 \text{ cm/sec}^2$$

نختار مقياس لرسم مخطط التسارع؛ وفق علاقة التسارع، وليكن $[2000 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ،

المبين في (الشكل-3-12)، حيث المتجهات مرسومة بخطوط منقطعة، بالقياس نحصل على أن:

$$A_{B_3} = 880 \text{ cm/sec}^2$$

نلاحظ أنه عند هذا الوضع فقط من حركة الثقل B ، أن تسارع الثقل يكون أن حركته مركبة

ينطبق على القيمة التي حصلنا عليها بالحالة الأولى باعتبار أن حركته غير مركبة.

من دراستنا لهذه المسألة يمكننا تحديد مفهوم مركبات التسارع النسبي، ومركبة تسارع كوريوليس: لو أننا اعتبرنا لفترة وجيزة أن الوصلة 2 ، أو المنحني CD ثابتين، فمن الواضح أن مركبة التسارع الناظمي النسبي $A_{B_3B_2}''$ تقوم بمهمة تغير اتجاه السرعة النسبية $V_{B_3B_2}$ خلال حركة النقطة B_3 على المنحني CD ، في حين مركبة التسارع المماسي النسبي $A_{B_3B_2}'$ ، فإنها تقوم بمهمة تغيير متجه السرعة النسبية.

أما مركبة تسارع كوريوليس A_B^c ، فإنها تعتمد على عمليتين تحدثان خلال دوران مسار الحركة النسبية المنحني CD :

- الأولى عائدة إلى أن متجه السرعة النسبية $V_{B_3B_2}$ يدور بالسرعة الزاوية ω_2 ؛ لذلك، فإن اتجاهه يتغير باستمرار، ويكون التسارع الناتج هو $V_{B_3B_2} \times \omega_2$.
- الثانية عائدة إلى أنه عندما تتحرك النقطة B_3 على المنحني CD ، فإنها تقترب باستمرار من نقطة سرعتها تختلف في مقدارها، أو اتجاهها عن النقطة التي كانت منطبقة عليها، وذلك يعطي تسارعاً آخر قدره $V_{B_3B_2} \times \omega_2$.

مسألة-3-3

يبين الجزء a من (الشكل-3-13) مخططاً لتركيبية دولاب جينيفا (*Geneva Wheel Mechanism*)، المستعمل لتوليد حركة متقطعة، نوهنا عنه بإيجاز في الفقرة 2-8-1 من الفصل الثاني؛ حيث الدولاب القائد 2 يحوي مسماراً A يعشق بالشقوق المفتوحة في الدولاب المقود 3 . إذا دار الدولاب 2 بسرعة زاوية منتظمة حول محوره المار من المفصل الثابت O_2 ، فإن حركة المسمار في الشق تعمل على دوران الدولاب 3 بسرعة زاوية متغيرة حول محوره المار من المفصل الثابت O_3 ، حتى لحظة خروج المسمار من هذا الشق، يبقى الدولاب المقود بعد ذلك متوقفاً؛ بينما يتابع الدولاب القائد دورانه حتى يعشق المسمار في الشق الثاني، وتكرر الحركة المتقطعة. فإذا دار الدولاب القائد 2 باتجاه دوران عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل: - تعيين كل من السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي للدولاب المقود 3 .

الحل:

بما أن حركة المسمار A هي حركة مركبة، من حركته المكتسبة بكونه نقطة A_2 من الوصلة 2 ، ومن حركته النسبية بالنسبة للنقطة A_3 من الوصلة 3 ، بذلك نحصل على النقطتين المنطقتين A_2 و A_3 من الوصلتين 2 و 3 على التوالي.

لإجراء الحل بطريقة التحليل الشعاعي لعلاقتي السرعة والتسارع لدراسة حركة المسمار A ، نمرر جملة محاور $T_1(A_3X_1Y_1)$ مثبتة في الوصلة 3 ، وتتحرك معه، وينطبق مبدؤها على النقطة المتحركة A_3 ، كما نمرر جملة محاور $T(O_2XY)$ مثبتة في الوصلة 2 ، وينطبق مبدؤها على المفصل الثابت O_2 .

تعين السرعة الزاوية للدولاب المقود 3 ، من العلاقة الشعاعية للسرعة:

$$V_{A_2} = V_{A_3} + V_{A_2A_3}$$

حيث:

قيمة السرعة V_{A_3} مجهولة، ومنحائها عمودي على نصف قطر الدوران O_3A_3 ، وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ ، هي:

$$V_{A_3} = -V_{A_3} \cdot j_1$$

في حين قيمة السرعة النسبية $V_{A_2A_3}$ مجهولة، لكن منحائها يوازي الشق المفتوح في الدولاب المقود 3 ، وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ ، هي:

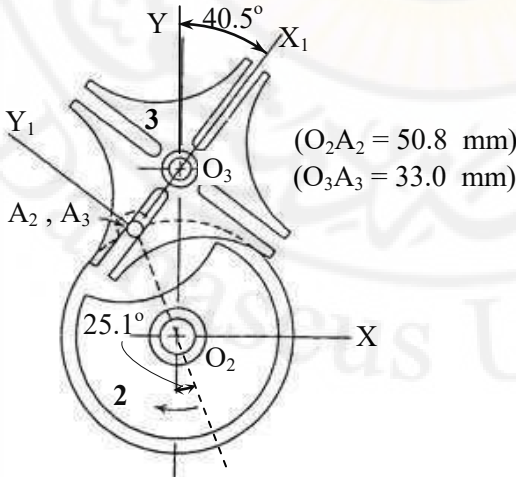
$$V_{A_2A_3} = V_{A_2A_3} \cdot i_1$$

أما متجه السرعة V_{A_2} ، فهو عمودي على نصف قطر الدوران O_2A_2 ، ويتجه باتجاه دوران السرعة الزاوية $(\omega_2 = \omega = 10 \text{ rad/sec})$ ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

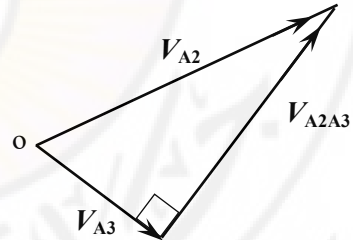
$$V_{A_2} = O_2A_2 \times \omega_2 = 50.8 \times 10 = 508 \text{ mm/sec}$$

وعلاقته الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ ، هي:

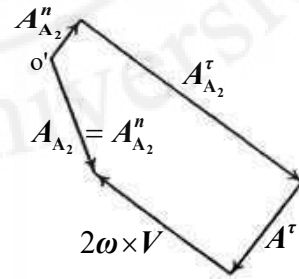
$$V_{A_2} = V_{A_2} (\cos 24.4 i_1 - \sin 24.4 j_1)$$



a- مخطط تركيبة دولاب جينيف.



b- مثلث السرعة.



c- مضلع التسارع.

(الشكل-3-13)

برسم مثلث السرعة وفق علاقة السرعة؛ المبين في الجزء b من (الشكل-3-13)، وبالتعويض بالعلاقات الشعاعية فيها:

$$V_{A_2} (\cos 24.4 \mathbf{i}_1 - \sin 24.4 \mathbf{j}_1) = -V_{A_3} \cdot \mathbf{j}_1 + V_{A_2 A_3} \cdot \mathbf{i}_1$$

بالتطابق؛ نحصل على أن:

$$V_{A_2 A_3} = V_{A_2} \cdot \cos 24.4 = 462.6 \text{ mm/sec}$$

$$V_{A_3} = V_{A_2} \cdot \sin 24.4 = 209.9 \text{ mm/sec}$$

منه السرعة الزاوية للدولاب المقود 3 ، يساوي إلى:

$$\omega_3 = V_{A_3} / O_3 A_3 = 209.9 / 33 = 6.36 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

ويعين التسارع الزاوي للدولاب المقود 3 ، من العلاقة الشعاعية للتسارع:

$$A_{A_2} = A_{A_3} + A_{A_2 A_3} + A_A^c \Rightarrow A_{A_2}'' + A_{A_2}^r = A_{A_3}'' + A_{A_3}^r + A_{A_2 A_3}'' + A_{A_2 A_3}^r + A_A^c$$

حيث:

مركبة التسارع الناطمي A_{A_2}'' ، فإنها تتجه نحو المفصل الثابت O_2 ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_{A_2}'' = O_2 A_2 \times \omega_2^2 = 50.8 \times 10^2 = 5080 \text{ mm/sec}^2$$

وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور $T_1(A_3 X_1 Y_1)$ ، هي:

$$A_{A_2}'' = A_{A_2}'' (-\sin 24.4 \mathbf{i}_1 - \cos 24.4 \mathbf{j}_1) = -2099 \mathbf{i}_1 - 4626 \mathbf{j}_1$$

لكن مركبة التسارع المماسي $A_{A_2}^r$ ، فهي معدومة، وذلك لأن:

$$\omega_2 = \omega = \text{Const.} \Rightarrow \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow A_{A_2}^r = O_2 A_2 \times \varepsilon_2 = 0$$

أما مركبة التسارع الناطمي A_{A_3}'' ، فإنها تتجه نحو المفصل الثابت O_3 ، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_{A_3}'' = O_3 A_3 \times \omega_3^2 = 33 \times 6.36^2 = 1335 \text{ mm/sec}^2$$

أو بالعلاقة:

$$A_{A_3}'' = V_{A_3}^2 / O_3 A_3 = 209.9^2 / 33 = 1335 \text{ mm/sec}^2$$

وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3 X_1 Y_1)$ ، هي:

$$A_{A_3}'' = A_{A_3}'' \cdot \mathbf{i}_1 = 1335 \mathbf{i}_1$$

ومركبة التسارع المماسي $A_{A_3}^r$ ، العمودية على مركبة التسارع الناطمي A_{A_3}'' ،

أو على نصف قطر الدوران $O_3 A_3$ ، فقيمتها العددية مجهولة، وذلك لأن:

$$\varepsilon_3 = ? \Rightarrow A_{A_3}^r = O_3 A_3 \times \varepsilon_3 = ?$$

وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3 X_1 Y_1)$ ، هي:

$$A_{A_3}^r = A_{A_3}^r \cdot \mathbf{j}_1$$

في حين مركبة التسارع الناظمي النسبي $A_{A_2A_3}''$ معدومة؛ لأن منحى السرعة النسبية $V_{A_2A_3}$ ، هو على استقامة الشق المستقيم O_3A_3 ، ومن ثم نصف قطر الانحناء يساوي اللانهاية، ولو أن الشق كان منحنياً؛ أي مقوساً ، لكان من الضروري أن يحدد نصف قطر انحنائه ρ ، وأن نحسب قيمته العددية عندئذ من العلاقة:

$$A_{A_2A_3}'' = V_{A_2A_3}^2 / \rho$$

أما مركبة التسارع المماسي النسبي $A_{A_2A_3}^r$ ، فهي مجهولة، ومنحاهها منحى $V_{A_2A_3}$ ، أي على استقامة الشق المستقيم O_3A_3 . وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ ، هي:

$$A_{A_2A_3}^r = A_{A_2A_3}^r \cdot i_1$$

تحدد القيمة العددية لمركبة تسارع كوريوليس A_A^c بالعلاقة:

$$A_A^c = 2V_{A_2A_3} \times \omega_3 = 2 \times 462.6 \times 6.36 = 5884 \text{ mm/sec}^2$$

ومنحاهها عمودي على السرعة النسبية $V_{A_2A_3}$ ؛ أي عمودي على استقامة الشق المستقيم O_3A_3 ، أما اتجاهها فنحصل عليه بتدوير متجه السرعة النسبية زاوية قدرها 90° ، باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_3 ؛ أي إنها تتجه على امتداد المحور A_3Y_1 الموجب، وعلاقتها الشعاعية بالنسبة لجملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ ، هي:

$$A_A^c = A_A^c \cdot j_1 = 5884 j_1$$

برسم مضلع التسارع وفق علاقة التسارع؛ المبين في الجزء c من (الشكل-3-13)، وبالتعويض بالعلاقات الشعاعية فيها:

$$-2099 i_1 - 4626 j_1 = 1335 i_1 + A_{A_3}^r \cdot j_1 + A_{A_2A_3}^r \cdot i_1 + 5884 j_1$$

بتطابق المتجه الواحدي i_1 ؛ نحصل على أن:

$$A_{A_2A_3}^r = -2099 - 1335 = -3434 \text{ mm/sec}^2$$

الإشارة السالبة تدل على أن مركبة التسارع المماسي النسبي $A_{A_2A_3}^r$ معاكسة للمحور A_3X_1 . ويتطابق المتجه الواحدي j_1 ؛ نحصل على أن:

$$A_{A_3}^r = -4626 - 5884 = -10510 \text{ mm/sec}^2$$

الإشارة السالبة تدل على أن مركبة التسارع المماسي النسبي $A_{A_3}^r$ معاكسة للمحور A_3Y_1 ، ومنه التسارع الزاوي للدولاب المقود 3 :

$$\varepsilon_3 = A_{A_3}^r / O_3A_3 = 10510/33 = 318 \text{ rad/sec}^2 \text{ ccw}$$

ولإجراء الحل، بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، حالة النقاط المتطابقة. نختار مقياس لرسم المخطط الحركي وفق الأطوال، وليكن $[2 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء a من (الشكل-14-3)، ومقياساً لرسم مخطط السرعة وفق علاقة السرعة؛ استناداً للقيم العددية لمتجهاتها، وليكن $[100 \text{ mm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء b من (الشكل-14-3)، بالقياس؛ نحصل على أن:

$$V_{A_2A_3} = 462.6 \text{ mm/sec} , \quad V_{A_3} = 209.9 \text{ mm/sec}$$

منه السرعة الزاوية للدولاب المقود 3 :

$$\omega_3 = V_{A_3} / O_3A_3 = 209.9/33 = 6.36 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

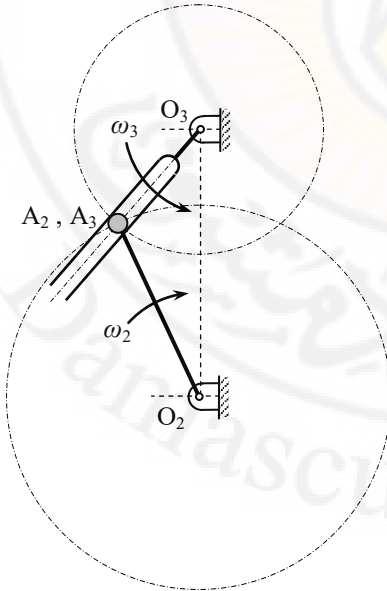
وباختيار مقياس لرسم مخطط التسارع وفق علاقة التسارع، استناداً للقيم العددية لمتجهاتها المصححة، وليكن $[2500 \text{ mm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء c من (الشكل-14-3)، بالقياس نحصل على أن:

$$A_{A_2A_3}^r = 3434 \text{ mm/sec}^2 , \quad A_{A_3}^r = 10510 \text{ mm/sec}^2$$

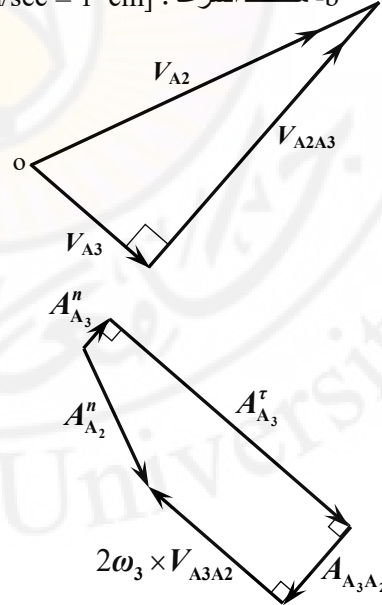
ومنه التسارع الزاوي للدولاب المقود 3 ، يساوي إلى:

$$\varepsilon_3 = A_{A_3}^r / O_3A_3 = 10510/33 = 318 \text{ rad/sec}^2 - \text{ccw}$$

a- المخطط الحركي: [2:1]



b- مخطط السرعة: $[100 \text{ mm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.



c- مخطط التسارع: $[2500 \text{ mm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

(الشكل-14-3)، مخططات حركة تركيبية دولاب جينيف.

حيث:

$$\begin{aligned}(V_{A2} &= 508 \text{ mm/sec}) \\ (V_{A3} &= 210 \text{ mm/sec}) \\ (V_{A3A2} &= 465 \text{ mm/sec}) \\ (\omega_3 &= 6.35 \text{ rad/sec-ccw})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(A_{A2}'' &= 5080 \text{ mm/sec}^2) \\ (A_{A3}'' &= 1330 \text{ mm/sec}^2) \\ (A^c &= 5905 \text{ mm/sec}^2) \\ (A_{A3}^{\tau} &= 10500 \text{ mm/sec}^2) \\ (A_{A3A2}^{\tau} &= 3425 \text{ mm/sec}^2) \\ (\varepsilon_3 &= 318 \text{ rad/sec}^2\text{-ccw})\end{aligned}$$

ملاحظة:

عُد في حل المسألة أن مبدأ جملة المحاور المتحركة $T_1(A_3X_1Y_1)$ في النقطة A_3 ، مع افتراض أن حركة النقطة A_2 هي حركة مركبة؛ وذلك لأن مسار النقطة A_2 بالنسبة للنقطة A_3 ؛ أي بالنسبة لجملة المحاور المتحركة T_1 هو خط مستقيم معلوم. لكن إذا عُد أن مبدأ جملة المحاور المتحركة T_1 في النقطة A_2 ، مع افتراض أن حركة النقطة A_3 هي حركة مركبة، فإن الحل سيكون أكثر صعوبة، وذلك لأن مسار النقطة A_3 بالنسبة للنقطة A_2 ؛ أي بالنسبة لجملة المحاور المتحركة T_1 هو غير معلوم.

مسألة-3-4

يبين (الشكل-3-15) المخطط الحركي لتركيب آليّة بسيطة، حيث يدور القرص 2 ، بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 50 \text{ rad/sec})$ ، حول المفصل الثابت O_3 باتجاه دوران عقارب الساعة. تنتقل الحركة من هذا القرص إلى الوصلة 3 عبر مسمار B_2 مثبت إلى القرص. إن هذا المسمار مقيد بالحركة ضمن مجرى منحني في الوصلة 3 التي تتأرجح حول المفصل الثابت O_3 عند دوران القرص. فإذا كان نصف قطر انحناء المجرى هو R ، ومركز الانحناء في هذه اللحظة هو C ؛ المطلوب في الوضع المبين في الشكل:

- دراسة الحركة وصلات التركيب الآليّة.

حيث تكون الأبعاد عندئذ:

$$(O_2O_3 = 14 \text{ cm}) , (O_2B_2 = 3 \text{ cm}) , (O_3B_3 = 12.5 \text{ cm}) , (R = 19 \text{ cm})$$

الحل:

1. رسم المخطط الحركي

رُسم المخطط الحركي بمقياس $[1/3]$ ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-3-15)، بما أن النقطة B_2 من الوصلة 2 هي مقيدة الحركة على وصلة متحركة أخرى 3 ، فإنه تنتج نقطة B_3 منطبقة عليها في الوصلة 3 ؛ ومن ثم فإن بين هاتين النقطتين حركة نسبية على المسار المنحني P .

2. دراسة السرعة

إن سرعة المسمار B_2 لكونه نقطة من الوصلة 2 ، هي سرعة مطلقة قيمتها:

$$V_{B_2} = O_2 B_2 \cdot \omega_2 = 150 \text{ cm/sec}$$

وباتجاه عمودي على $O_2 B_2$ ، ووفق اتجاه دوران السرعة الزاوية ω_2 .

ولكونه نقطة تتحرك على الوصلة 3 ، فإن سرعة المسمار B_2 المنطبقة على النقطة B_3 من الوصلة 3 ، تعطى بالعلاقة الشعاعية:

$$V_{B_2} = V_{B_3} + V_{B_2 B_3}$$

باختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة [$1 \text{ cm} \equiv 50 \text{ cm/sec}$]، وفق العلاقة الشعاعية؛ ووفقاً للخطوات المتبعة سابقاً، مع الإشارة إلى أن:

- منحنى السرعة V_{B_3} عمودي على $O_3 B_3$.

- منحنى السرعة $V_{B_2 B_3}$ مماسي للمسار المنحني P ؛ أي عمودي على CB_3 .

ينتج من إجراء القياسات على مخطط السرعة؛ المبين في الجزء b من (الشكل-3-15)، وتحويلها إلى قيم حقيقية، أن:

$$V_{B_3} = 95 \text{ cm/sec} , \quad V_{B_3 B_2} = 150 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط، كما أن السرعة الزاوية للوصلة 3 ، هي:

$$\omega_3 = V_{B_3} / O_3 B_3 = 7.6 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

3. دراسة التسارع

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة، فإن المركبة المماسية لتسارع B_2 تساوي الصفر، وتصبح العلاقة الشعاعية للتسارع استناداً إلى العلاقة:

$$A_{B_2}'' = A_{B_3}'' + A_{B_3}^r + A_{B_2 B_3}'' + A_{B_2 B_3}^r + A_{B_2 B_3}^c$$

حيث مركبات التسارع الناظرية:

$$A_{B_2}'' = O_2 B_2 \cdot \omega_2^2 = 7500 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من النقطة B_2 إلى المفصل الثابت O_2 .

$$A_{B_3}'' = O_3 B_3 \cdot \omega_3^2 = 722 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من النقطة B_3 إلى المفصل الثابت O_3 .

$$A_{B_2 B_3}'' = V_{B_2 B_3}^2 / R = 1184 \text{ cm/sec}^2$$

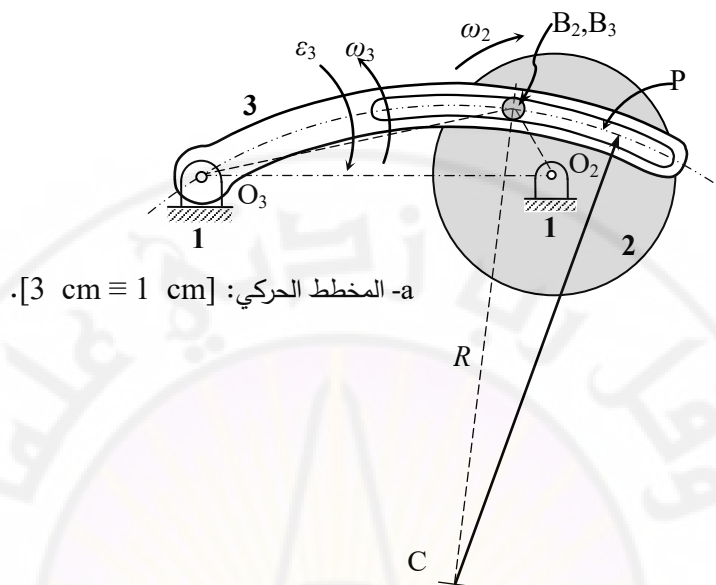
وتتجه من النقطة B_2 إلى مركز الانحناء C .

ومركبة تسارع كوريوليس:

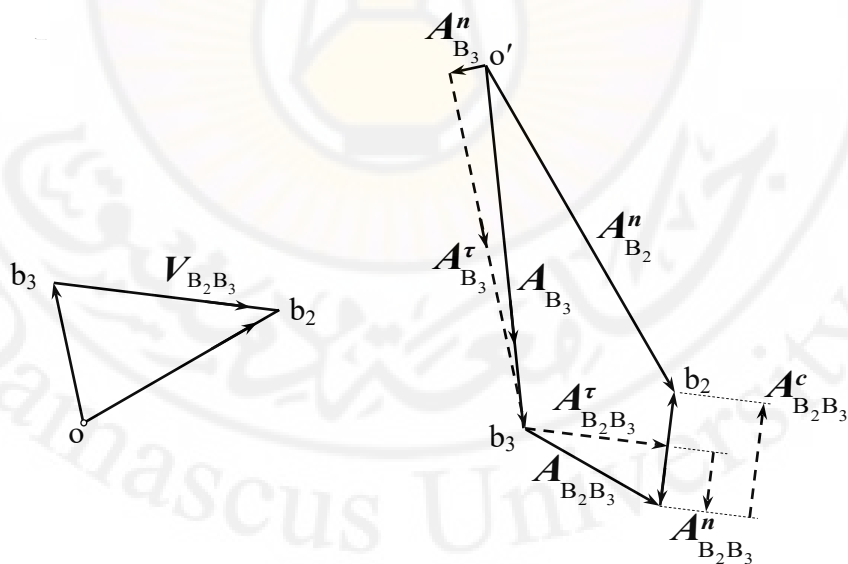
$$A_{B_2 B_3}^c = 2 \omega_3 \cdot V_{B_2 B_3} = 2280 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من مركز الانحناء C إلى النقطة B_2 الناتج من تدوير شعاع السرعة النسبية $V_{B_2 B_3}$ بزاوية 90° ،

باتجاه دوران الوصلة التي يحدث عليها الانزلاق ω_3 .



a- المخطط الحركي: $[3 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$.



c- مخطط التسارع: $[1500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ b- مخطط السرعة: $[50 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

مخططات حركة الترتيبية الآلية البسيطة.

(الشكل-3-15)

يمكن عندئذ رسم مخطط التسارع المبين في الجزء c من (الشكل-3-15)،
 باختيار مقياس رسم مناسب $[1500 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ؛ علماً أن منحنى المركبة المماسية لتسارع
 النقطة B_3 هو عمودي على الخط O_3B_3 ؛ بينما منحنى المركبة المماسية للتسارع النسبي هو مماسي
 لمسار المنحني P. ينتج من مخطط التسارع، أن:

$$A_{B_2B_3}^r = 2850 \text{ cm/sec}^2, \quad A_{B_3}^r = 7100 \text{ cm/sec}^2, \quad A_{B_2}^r = 7200 \text{ cm/sec}^2$$

بالاتجاهات المبينة على المخطط.

أما التسارع الزاوي للوصلة 3، فهو:

$$\varepsilon_3 = A_{B_3}^r / O_3B_3 = 568 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw}$$

مسألة-3-5

يبين الجزء a من (الشكل-3-16) المخطط الحركي لتركيب آلية تستعمل للحصول على
 حركة سريعة الارتداد، حيث يدور المرفق O_2A حول المفصل الثابت O_2 ؛ لينقل الحركة إلى
 الذراع المتأرجح 4 عبر المنزلقة 3، ومنه إلى المنزلقة 6 عبر الوصلة 5.

إذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 1.5 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران
 عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق $(\theta_2 = 150^\circ)$ ، وبطريقة التمثيل التخطيطي
 لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين:
 - دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية، وذلك بـ:

1. رسم المخطط الحركي بمقياس مناسب، حيث:

$$(O_2A = 20 \text{ cm}), \quad (O_4B = 20 \text{ cm}), \quad (BC = 65 \text{ cm}), \quad (a = 12 \text{ cm})$$

2. تعيين السرعات الخطية لنقاط التركيبة، والزاوية لوصلاتها على التوالي.

3. تعيين التسارعات الخطية لنقاط التركيبة، والزاوية لوصلاتها على التوالي.

4. تعيين سرعة التحاك في المفصلات C، O_4 ، B، إذا كان قطر محور الربط عند كل منها
 يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.

الحل:

1. رسم المخطط الحركي

رُسم المخطط الحركي؛ استناداً إلى أطوال الوصلات بمقياس $[1/10]$ ، المبين في الجزء a
 من (الشكل-3-16).

2. تعيين السرعات الخطية والزاوية

بما أن الوصلة 2 تتحرك حركة دورانية حول المفصل الثابت O_2 ، فإن السرعة المطلقة للمفصل A بكونه نقطة من الوصلة 2 ، هي:

$$V_{A_2} = O_2 A \cdot \omega_2 = 30 \text{ cm/sec}$$

استناداً إلى قيمة السرعة V_{A_2} ، يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة، وليكن $[8 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

أما المنزلقة A_3 ، فحركتها مركبة، فبكونها نقطة من الوصلة 2 ، فسرعتها تكون:

$$V_{A_3} = V_{A_2} = 30 \text{ cm/sec}$$

وبكونها نقطة تتحرك على الوصلة 4 ، فسرعتها تحدد بالعلاقة الشعاعية:

$$V_{A_3} = V_{A_4} + V_{A_3 A_4}$$

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط السرعة؛ باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة، علماً أن منحى السرعة المطلقة للنقطة A_4 من الوصلة 4 هو معلوم؛ لكونه عمودياً على الوصلة $O_4 A_4$ ، ومنحى السرعة النسبية $V_{A_3 A_4}$ هو معلوم أيضاً؛ لكونه يوازي الوصلة $O_4 A_4$.

ينتج من إجراء القياسات على مخطط السرعة؛ المبين في الجزء b من (الشكل-3-16)، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط أن:

$$V_{A_4} = 28 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_{A_3 A_4} = 11.2 \text{ cm/sec}$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط. يمكن عندئذ تعيين السرعة الزاوية للوصلة 4 ، حيث:

$$\omega_4 = \frac{V_{A_4}}{O_4 A_4} = 1 \text{ rad/sec - cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي، وبعد إجراء قياس الطول $O_4 A_4$ على المخطط الحركي، وتحويله إلى قيمة حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط، نتج أن:

$$O_4 A_4 = 28 \text{ cm}$$

وكون المفصل B من الوصلة 4 ، فإن قيمة السرعة المطلقة لها تحدد من علاقة التناسب:

$$V_B = \frac{O_4 B}{O_4 A_4} V_{A_4} \Rightarrow o_4 b = \frac{O_4 B}{O_4 A_4} o_4 a_4 = 2.5 \text{ cm}$$

ينتج بعد إجراء القياسات على مخطط السرعة؛ المبين في الجزء b من (الشكل-3-16)، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط، أن:

$$V_B = 20 \text{ cm/sec}$$

أما الوصلة 5 فحركتها مستوية عامة، حيث تنتج ميزاتها الحركية من العلاقة الشعاعية:

$$V_C = V_B + V_{CB}$$

علماً أن المفصل C يتحرك حركة مستقيمة ضمن مجرى المنزلقة 6 .

من ثم فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على المخطط، والحصول على:

$$V_{CB} = 12.6 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_C = 12.6 \text{ cm/sec}$$

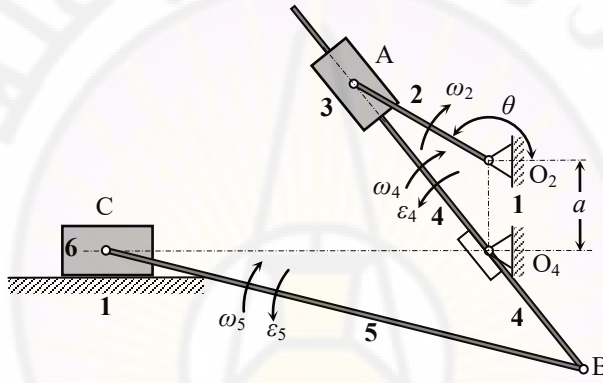
وبالاتجاهات المبينة على مخطط السرعة.

أما السرعة الزاوية للوصلة 5 ، فهي:

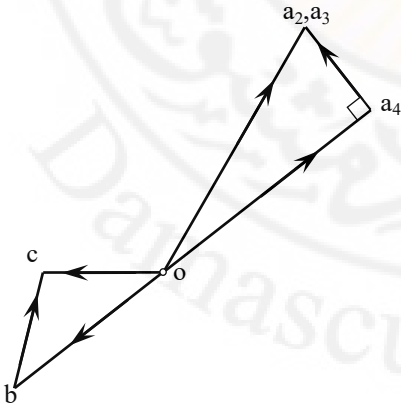
$$\omega_5 = V_{CB} / CB = 0.2 \text{ rad/sec-cw}$$

وبالاتجاه المبين على المخطط الحركي.

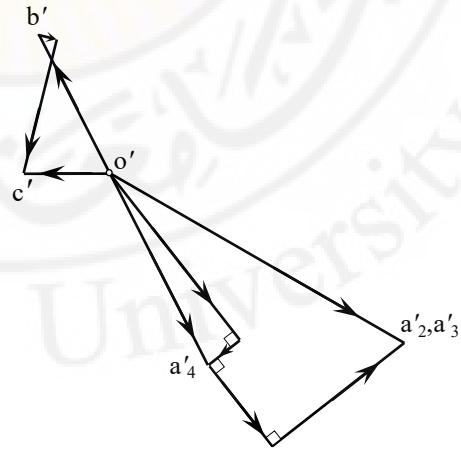
وأما المنزلقة 6 ، فإن جميع نقاطها تتحرك انسحابياً بسرعة المفصل C نفسها.



a. المخطط الحركي: $[10 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$.



b. مخطط السرعة: $[8 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.



c. مخطط التسارع: $[10 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

(الشكل-3-16)، مخططات حركة تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق.

3. تعيين التسارعات الخطية والزווية

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة ($\omega_2 = \text{Const.}$) ؛ أي إن التسارع الزاوي لها معدوم ($\varepsilon_2 = 0$)، والتسارع المماسي للنقطة A_2 معدوم ($A_{A_2}^r = 0$)؛ ومن ثم التسارع المطلق للنقطة A_2 هو ناظمي فقط، ويتجه من النقطة A_2 إلى المفصل الثابت O_2 ، حيث:

$$A_{A_2} = A_{A_2}'' = O_2 A \cdot \omega_2^2 = 45 \text{ cm/sec}^2$$

أما المنزلقة A_3 ، بكونها نقطة من الوصلة 2، فتسارعها يكون:

$$A_{A_3} = A_{A_2} = 45 \text{ cm/sec}^2$$

وبكونها نقطة تتحرك على الوصلة 4، فتسارعها يحدد بالعلاقة الشعاعية:

$$A_{A_3} = A_{A_4}'' + A_{A_4}^r + A_{A_3 A_4} + A_A^c$$

حيث المركبة الناطمية:

$$(A_{A_4}'' = O_4 A \cdot \omega_4^2 = 28 \text{ cm/sec}^2)$$

باتجاه من النقطة A_4 إلى المفصل الثابت O_4 .

ومركبة تسارع كوريوليس:

$$(A_A^c = 2V_{A_3 A_4} \cdot \omega_4 = 22.4 \text{ cm/sec}^2)$$

باتجاه عمودي على AB.

استناداً إلى هذه القيم يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسارع، وليكن $[10 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

يمكن عندئذ البدء برسم مخطط التسارع؛ باتباع الأسس المبينة في الفقرات السابقة؛ علماً أن المركبة المماسية $A_{A_4}^r$ ، فإنها مجهولة القيمة لكن منحاًها عمودي على المركبة الناطمية A_{A_4}'' ، كما أن التسارع النسبي $A_{A_3 A_4}$ ذات منحى مواز للوصلة $O_4 A$ ، وهو مجهولة القيمة. أما اتجاه تسارع كوريوليس، فإنه يحدد باتباع طريقة تدوير متجه السرعة النسبية $V_{A_3 A_4}$ زاوية 90° باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_4 ، ويرسم بحيث يغلق مخطط علاقة التسارع.

نتج بعد إجراء رسم متجهات العلاقة السابقة مخطط التسارع؛ المبين في الجزء c من (الشكل-3-16)، حيث نحصل بعد تحويل القياسات إلى قيم حقيقية على أن:

$$A_{A_3 A_4} = 13.5 \text{ cm/sec}^2, \quad A_{A_4}^r = 5.2 \text{ cm/sec}^2$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط، ومنه فإن التسارع الزاوي للوصلة 4، هو:

$$\varepsilon_4 = \frac{A_{A_4}^r}{O_4 A} = 0.185 \text{ rad/sec}^2 - \text{ccw}$$

وكون المفصل B من الوصلة 4 ، فإن قيمة التسارع المطلقة لها تحدد من علاقة التناسب:

$$A_B = \frac{O_4 B}{O_4 A_4} A_{A_4} \Rightarrow o'_4 b' = \frac{O_4 B}{O_4 A_4} o'_4 a'_4 = 2.04 \text{ cm}$$

ينتج بعد إجراء القياسات على مخطط التسارع، المبين في الجزء c من (الشكل-3-16)، وتحويلها إلى قيم حقيقية بدلالة مقياس رسم المخطط، أن:

$$A_B = 20.4 \text{ cm/sec}$$

أما الوصلة 5 فحركتها مستوية عامة، حيث تنتج ميزاتها الحركية من العلاقة الشعاعية:

$$A_C = A_B + A_{CB}'' + A_{CB}^r$$

علماً أن النقطة C تتحرك حركة مستقيمة ضمن مجرى المنزلقة 6 .

من ثم فإنه يمكن تمثيل العلاقة الشعاعية على المخطط والحصول على أن:

$$A_{CB}^r = 18.2 \text{ cm/sec}^2 , \quad A_C = 11.3 \text{ cm/sec}^2$$

وبالاتجاهات المبينة على المخطط. أما التسارع الزاوي للوصلة 5 ، فهو:

$$\varepsilon_5 = \frac{A_{CB}^r}{CB} = 0.28 \text{ rad/sec-ccw}$$

وأما المنزلقة 6 ، فإن جميع نقاطها تتحرك انسحابياً بتسارع المفصل C نفسه.

4. تعيين سرع التحاك

استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً في الفقرة 3-4-3 ، ومن العلاقة (3-13)، فإن سرعة التحاك عند المفصل B ؛ أي الازدواج الدوراني B بين الوصلة 4 ، والوصلة 5 ، حيث السرعتان الزاويتان ω_4 ، ω_5 بنفس الاتجاه، هي:

$$(V_r)_B = r(\omega_4 - \omega_5) = 4 \text{ mm/sec}$$

أما سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني الثابت O_4 بين الوصلة 4 ، والوصلة الثابتة 1 ، حيث $(\omega_1 = 0)$ ، فهي:

$$(V_r)_{O_4} = r \cdot \omega_4 = 5 \text{ mm/sec}$$

كذلك فإن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني C بين الوصلة 5 ، والمنزلقة 6 ، حيث $(\omega_6 = 0)$ ، فهي:

$$(V_r)_C = r \cdot \omega_5 = 1 \text{ mm/sec}$$

يُلاحظ أن سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني A_2 بين الوصلة 2 ، والمنزلقة 3 ، حيث $(\omega_3 = 0)$ ، هي:

$$(V_r)_{A_2} = r \cdot \omega_2 = 7.5 \text{ mm/sec}$$

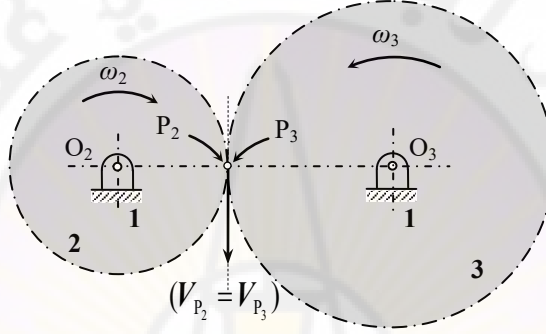
كما يُلاحظ أن سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة A ؛ أي عند الازدواج الانزلاقي A_3 بين المنزلقة 3 ، والوصلة 4 ، حيث $(\omega_3 = 0)$ ، فهي:

$$(V_r)_{A_3} = V_{A_3 A_4} = 11.2 \text{ cm/sec}$$

6-3- الحركة النسبية عند نقاط تماس تدحرج صرف

Relative Motion at Contact Points in Rolling

يعد الازدواج التدحرجي أحد الوسائل المهمة المستعملة في تقييد الحركة بين وصلتين؛ نظراً لكونه أساسياً في نقل الحركة بوساطة المتدحرجات، والمسننات. يتم ذلك بتقييد حركة وصلة بالتدحرج على وصلة أخرى دون انزلاق نسبي بين سطحي الوصلتين عند نقطة التماس. يبين (الشكل-3-17) دائرتي الخطوة لمسننين 2, 3، حيث الحركة عند نقطة التماس P هي تدحرج صرف، وتدعى بنقطة التدحرج.



(الشكل-3-17)، رسم تخطيطي لدائرتي الخطوة لمسننين لتوضيح السرعة عند نقطة التدحرج.

ومن الواضح وجود نقطتين متطابقتين عند التماس، حيث تنطبق P_2 من الوصلة 2 على P_3 من الوصلة 3، كما أن نقطة التماس تقع على الخط الواصل بين مركزي الدائرتين O_2O_3 ، ويمكن استناداً إلى المفهوم العام للحركة النسبية بين نقطتين كتابة العلاقة الشعاعية:

$$V_{P_2} = V_{P_3} + V_{P_2P_3}$$

لكن بما أن الحركة عند نقطة التماس هي تدحرج صرف دون انزلاق، فإنه لا يمكن حدوث حركة نسبية بين P_2 ، P_3 باتجاه المماس المشترك للدائرتين عندهما؛ فضلاً عن عدم وجود سرعة نسبية باتجاه الناطم المشترك O_2O_3 ؛ لأن الوصلتين صلبتان، وأي حركة نسبية بهذا الاتجاه تعني فقدان التماس بينهما، ينتج إذن أن:

$$V_{P_2P_3} = 0 \Rightarrow V_{P_2} = V_{P_3}$$

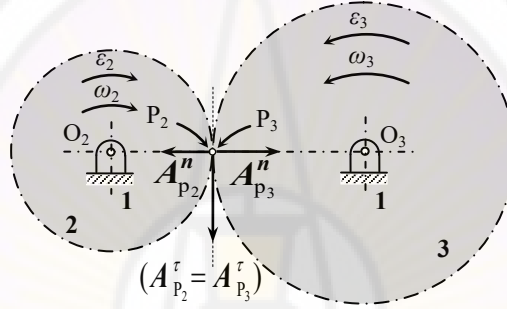
ومن ثم فإن النقطتين المتطابقتين عند تماس تدحرجي صرف لهما السرعة نفسها قيمة، واتجاه كما في (الشكل-3-17)، من الواضح عندئذ أن:

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{O_3P_3}{O_2P_2} \quad (21-3)$$

أما التسارع النسبي بين النقطتين المتطابقتين، فإنه يمكن تمثيله بمركبتين:
 مركبة مماسية $A_{P_2P_3}^r$ باتجاه المماس المشترك لسطحي الوصلتين عند نقطة التماس.
 مركبة ناظرية $A_{P_2P_3}''$ باتجاه الناظم المشترك؛ أي خط المراكزين O_2O_3 المار بنقطة التماس.
 لكن يُلاحظ من (الشكل-3-18) أن منحى المركبة المماسية $A_{P_2}^r$ للتسارع المطلق للنقطة P_2 ،
 هو نفسه منحى المركبة المماسية $A_{P_3}^r$ للتسارع المطلق للنقطة P_3 ؛ أي المماس المشترك، كما أن
 منحى المركبتين الناظمتين A_{P_2}'' ، A_{P_3}'' هو نفسه الناظم المشترك؛ لذا يمكن كتابة العلاقتين الشعاعيتين:

$$A_{P_2P_3}^r = A_{P_2}^r - A_{P_3}^r$$

$$A_{P_2P_3}'' = A_{P_2}'' - A_{P_3}''$$



(الشكل-3-18)، رسم تخطيطي لدائرتي الخطوة لمسننين لتوضيح مركبات التسارع عند نقطة التدرج.

بما أن شرط عدم وجود انزلاق يستلزم عدم وجود حركة نسبية بين النقطتين
 باتجاه المماس المشترك، فإن المركبتين $A_{P_2}^r$ ، $A_{P_3}^r$ متماثلتان قيمةً، واتجاهاً؛ ومن ثم
 المركبة المماسية للتسارع النسبي معدومة ($A_{P_2P_3}^r = 0$).

أما المركبة الناظرية لتسارع النقطة P_2 ؛ فإنها تتجه من النقطة P_2 إلى مركز الدوران O_2 ؛
 بينما تلك لتسارع النقطة P_3 ، فإنها تتجه من النقطة P_3 إلى مركز الدوران O_3 ، كما في
 (الشكل-3-19). من الواضح أن هاتين المركبتين متعاكستان بالاتجاه؛ مع كونهما على منحى واحد O_2O_3 ؛
 أي إن تطبيق العلاقة الشعاعية للمركبات الناظرية يؤدي إلى أن قيمة المركبة الناظرية للتسارع النسبي
 $A_{P_2P_3}''$ هي مجموع قيمتي المركبتين الناظمتين A_{P_2}'' ، A_{P_3}'' ، أما اتجاهها فهو من النقطة P_2 إلى مركز
 الدوران O_2 ؛ بينما $A_{P_3P_2}''$ ، فإنها لها القيمة نفسها، لكن باتجاه من النقطة P_3 إلى مركز الدوران O_3 .

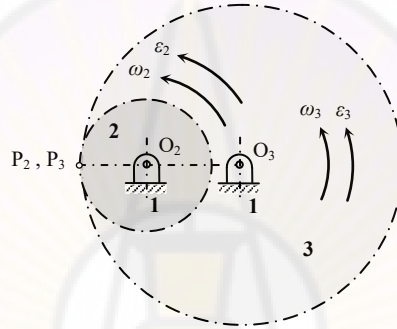
من المهم إذن الانتباه إلى وجود تسارع نسبي ناظمي رغم أن التسارع النسبي المماسي
 يساوي الصفر، كما يُلاحظ أنه ليس من الضروري رسم مخطط تسارع عندما يكون المراكزان O_2 ، O_3 ثابتين؛
 إذ يمكن تعيين التسارعات A_{P_3} و ε_3 ؛ بسهولة استناداً إلى التحليل السابق بدلالة المعطيات الحركية
 للمسنن 2، أي ω_2 و ε_2 ، ونسبة طولي قطري المسننين. حيث تعين السرعة الزاوية ω_3 من العلاقة
 (3-21)، أما التسارع الزاوي ε_3 ، فإنه يحسب من العلاقة ($A_{P_2}^r = A_{P_3}^r$)، أو من اشتقاق العلاقة
 (3-21). يعين بعدئذ مركبتا تسارع النقطة P_2 ؛ ومن ثم جمعهما شعاعياً للحصول على A_{P_3} .

1-6-3 تحليل حركة التركيبات الآلية حالة تدرج صرف

Kinematic Analysis Mechanisms at Contact Points in Rollin

يلحظ في الحالة السابقة أن نقطة التماس؛ أي نقطة التدرج وقعت بين مركزي المسننين الثابتين؛ مما نتج منه أن المسننين يدوران باتجاهين متعاكسين؛ من ثم السرعتان الزاويتان ω_2 و ω_3 متعاكستان بالاتجاه، وكذلك الأمر بالنسبة للسرعتين الزاويتين ε_2 و ε_3 .

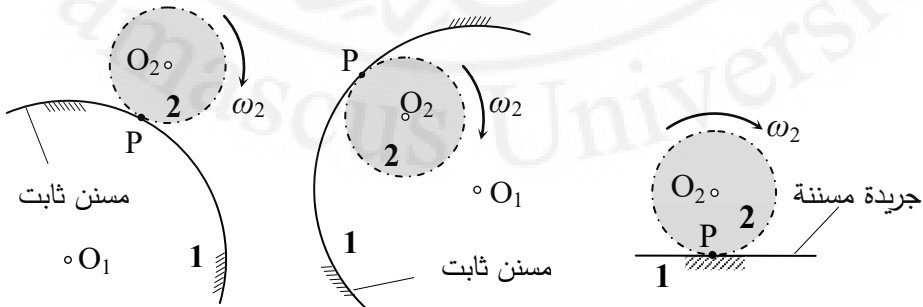
أما إذا وقعت نقطة التماس P خارج مركزي المسننين الثابتين، كما هو مبين تخطيطياً في دائرتي الخطوة للمسننين في (الشكل-3-19)، فإن المسننين سيدوران بجهة واحدة، وسيكون للسرعتين الزاويتين ω_2 و ω_3 ، والسرعتين الزاويتين ε_2 و ε_3 جهة الدوران نفسها، كما أن التحليل السابق للسرعة، والتسارع عند نقطة تماس التدرج الصرف لن يختلف في هذه الحالة.



رسم تخطيطي لدائرتي الخطوة لمسننين لتوضيح نقطة تماس مسنن داخلي مع تريس صغير.
(الشكل-3-19)

تعدّ الحالتان السابقتان لتدرج مسننين مركزاهما ثابتان الأكثر شيوعاً من الناحية العملية، إلا أنه يمكن أن تُصادف حالتان خاصتان للنقاط المتطابقة عند نقطة تماس تدرج صرف.
- الحالة الأولى

وهي تدرج مسنن دائري على جريدة مسننة ثابتة، أو مسنن آخر ثابت، كما هو مبين تخطيطياً في دوائر الخطوة للمسننات في (الشكل-3-20).

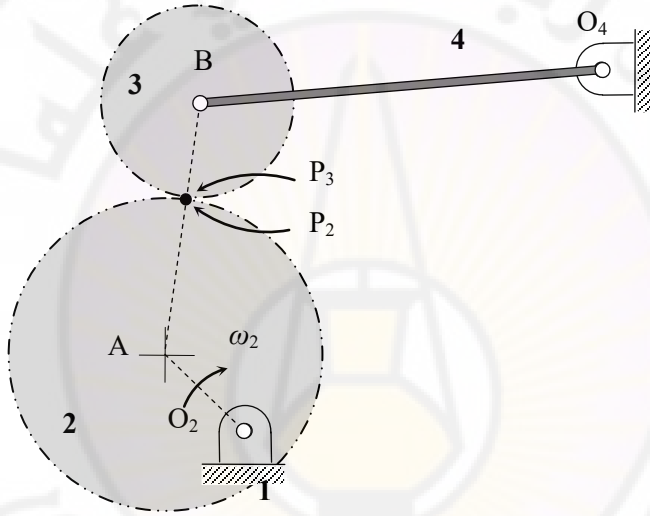


(الشكل-3-20)، رسوم تخطيطية لتوضيح تدرج مسنن دائري على جريدة مسننة ثابتة أو مسنن آخر ثابت.

يُلاحظ في هذه الحالة أن نقطة التماس P هي مركز آني للدوران، وبما أن الحركة هي تدحرج بدون انزلاق، فإن سرعة هذه النقطة المشتركة بين المسننين 1 و 2 معدومة ($V_p = 0$)؛ لكون أحد المسننين ثابتاً. أما التسارع الخطي لهذه النقطة، فهو غير معدوم، ويمكن إيجاده بسهولة من دراسة الحركة النسبية بين نقطة التماس P ، ونقطة أخرى نعدّها قطباً مثل مركز المسنن المتدحرج O_2 .

- الحالة الثانية

وهي تدحرج مسننين دائريين على بعضهما، ومركزاهما متحركان، كما هو مبين تخطيطياً في دائرتي الخطوة للمسننين في (الشكل-3-21).



رسم تخطيطي لتدحرج مسننين دائريين على بعضهما ومركزاهما متحركان.

(الشكل-3-21)

يُلاحظ أن هذه الحالة مشابهة من حيث التحليل للحركة بين مسننين مركزاهما ثابتان؛ إذ إن الحركة عند نقطة التماس هي تدحرج صرف دون انزلاق؛ أي لا يمكن حدوث حركة نسبية بين النقطتين P_2, P_3 باتجاه المماس المشترك للدائرتين عندهم؛ فضلاً عن عدم وجود سرعة نسبية باتجاه النواظم المشترك؛ لأن الوصلتين صلبتان، وأي حركة نسبية بهذا الاتجاه تعني فقدان التماس بينهما. ينتج إذن أن:

$$A_{P_2P_3}^r = 0 \quad , \quad V_{P_2P_3} = 0$$

تجدر الإشارة هنا إلى أنه من الضروري رسم مخططي السرعة، والتسارع لتحديد سرعة، وتسارع كل من النقطتين P_2 و P_3 ؛ مع ملاحظة أن المسافة بين مركزي المسننين ثابتة؛ لأن مجموع نصفي قطريهما يبقى ثابتاً طيلة فترة الحركة.

مسألة-3-6

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2004-2005.

يبين الجزء a من (الشكل-3-22) المخطط الحركي لتركيب آلية تفاضلية الشوط. الوصلتان 2, 3 هما مسننان يتعشقان عند P .

فإذا دار المسنن 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 100 \text{ rad/sec}$)، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل:

- دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية.

علماً أن:

$$(O_3C = O_2P = 75 \text{ mm}) , (O_3P = DE = 100 \text{ mm}) , (O_2B = 50 \text{ mm}) \\ (CE = 125 \text{ mm}) , (BD = 150 \text{ mm}) , (DG = 200 \text{ mm}) , (CF = 250 \text{ mm})$$

الحل:

1. رسم المخطط الحركي

نرسم المخطط الحركي؛ استناداً إلى أطوال الوصلات بمقياس [1/5]، المبين في الجزء a من (الشكل-3-22).

2. دراسة السرعة

إن سرعة المفصل B كنقطة من الوصلة 2 بالنسبة للمركز الثابت O_2 ، هي سرعة مطلقة، قيمتها:

$$V_B = O_2B \times \omega_2 = 50 \times 100 = 5000 \text{ mm/sec} \rightarrow$$

وباتجاه عمودي على O_2B ، ووافق اتجاه ω_2 .

استناداً إلى قيمة V_B ، يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط السرعة، وليكن $[2000 \text{ mm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، وذلك كالآتي:

1. نختار قطب o يمثل النقاط ذات السرعة المعدومة. نرسم منه شعاعاً ob يمثل متجه سرعة المفصل B .

2. نحصل على سرعة نقطة التدرج P ؛ لكونها نقطة P_2 من الوصلة 2 ، وذلك برسم من القطب o خط عمودي على O_2P_2 يمثل منحنى السرعة V_{P_2} ؛ بينما نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على P_2B يمثل منحنى السرعة V_{P_2B} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة p_2 .

3. يكون P نقطة تدرج للوصلتين 2, 3 يكون فيها ($V_{P_2} = V_{P_3}$) ؛ من ثم فإن النقطة p_3 تنطبق على النقطة p_2 .

4. نرسم من القطب o خط عمودي على O_3C يمثل منحنى السرعة V_C ؛ بينما نرسم من النقطة p_3 خطاً عمودياً على P_3C يمثل منحنى السرعة V_{CP_3} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c .

5. نرسم من القطب o خط شاقولي يمثل منحنى السرعة V_F ؛ بينما نرسم من النقطة c خطاً عمودياً على الوصلة FC يمثل منحنى السرعة V_{FC} ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة f .

6. نحدد النقطة e على الخط cf ؛ وفق العلاقة:

$$ce = \frac{CE}{CF}cf$$

7. نرسم من النقطة e خط عمودي على الوصلة ED يمثل منحى السرعة V_{DE} ؛
بينما نرسم من النقطة b خطاً عمودياً على الوصلة BD يمثل منحى السرعة V_{DB} ،
يتقاطع هذان الخطان في النقطة d .

8. نحدد النقطة g على الخط de ؛ وفق العلاقة:

$$gd = \frac{GD}{ED}ed$$

إن المخطط الناتج المبين في الجزء b من (الشكل-3-22)، هو مخطط السرعة للتركيبة الآلية في هذه الوضعية، وإن المتجهات المنطلقة من القطب إلى النقاط على مخطط السرعة، تمثل السرعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبة؛ بينما المتجهات الواصلة بين أي نقطتين على المخطط السرعة، فإنها تمثل السرعة النسبية لهاتين النقطتين على التركيبة، على أن توجه هذه المتجهات بحيث تدل على سرعة نقطة رأس المتجه بالنسبة لنقطة بدايته، وهذه الاتجاهات مبينة على المخطط.
9. بقياس أطوال المتجهات، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للسرعات، باستعمال مقياس رسم المخطط؛ نحصل على أن:

$$op \equiv V_p \Rightarrow V_p = op \times 2000 = 3.75 \times 2000 = 7500 \text{ mm/sec}$$

$$oc \equiv V_c \Rightarrow V_c = oc \times 2000 = 2.81 \times 2000 = 5620 \text{ mm/sec}$$

$$of \equiv V_f \Rightarrow V_f = of \times 2000 = 1.8 \times 2000 = 3600 \text{ mm/sec}$$

$$oe \equiv V_e \Rightarrow V_e = oe \times 2000 = 2 \times 2000 = 4000 \text{ mm/sec}$$

$$od \equiv V_d \Rightarrow V_d = od \times 2000 = 1.95 \times 2000 = 3900 \text{ mm/sec}$$

$$og \equiv V_g \Rightarrow V_g = og \times 2000 = 4.85 \times 2000 = 9700 \text{ mm/sec}$$

أما قيم السرعات الزاوية للوصلات؛ فنحصل عليها وفق العلاقات الآتية:

$$\omega_3 = \frac{O_2P_2}{O_3P_3} \times \omega_2 = 75 \text{ rad/sec}$$

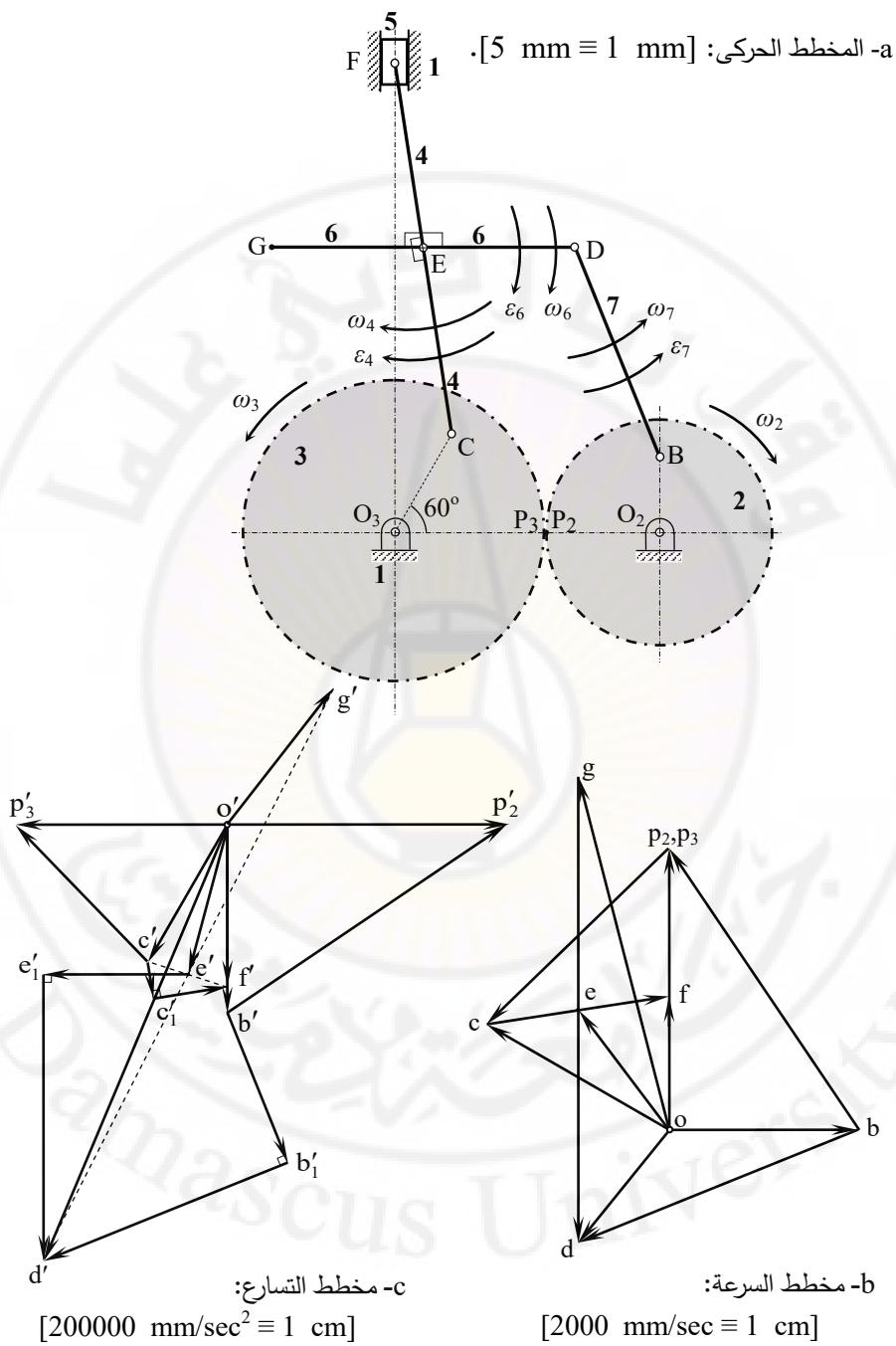
واتجاهها بعكس اتجاه دوران ω_2 ؛ لأن نقطة التخرج تقع بين مركزي الدوران O_2, O_3 .

$$\omega_4 = \omega_{FC} = \frac{V_{FC}}{FC} = \frac{fc \times 2000}{FC} = \frac{2.45 \times 2000}{250} = 19.6 \text{ rad/sec-cw}$$

$$\omega_5 = 0$$

$$\omega_6 = \omega_{ED} = \frac{V_{DE}}{DE} = \frac{de \times 2000}{DE} = \frac{3.1 \times 2000}{100} = 62 \text{ rad/sec-cw}$$

$$\omega_7 = \omega_{DB} = \frac{V_{DB}}{DB} = \frac{db \times 2000}{DB} = \frac{4 \times 2000}{150} = 53.3 \text{ rad/sec-ccw}$$



مخططات حركة تركيب آلية تفاضلية الشوط.

(الشكل-3-22)

3. دراسة التسارع

بما أن السرعة الزاوية للوصلة 2 ثابتة؛ أي إن التسارع الزاوي ($\varepsilon_2 = 0$) لها معدوم، والتسارع المماسي للمفصل B معدوم ($A_B^t = 0$)؛ ومن ثم التسارع المطلق للمفصل B هو ناظمي فقط يتجه من المفصل B إلى مركز الدوران O_2 ، وقيمته العددية تحدد بالعلاقة:

$$A_B = A_B^n = O_2B \times \omega_2^2 = 50(100)^2 = 500000 \text{ mm/sec}^2$$

كما يمكننا تعيين المركبات الناضمية الآتية قيمة، واتجاهاً:

$$A_{P_2}^n = O_2P \times \omega_2^2 = 75(100)^2 = 750000 \text{ mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة P_2 إلى مركز الدوران O_2 .

$$A_{P_3}^n = O_3P \times \omega_3^2 = 100(75)^2 = 562500 \text{ mm/sec}^2$$

باتجاه من النقطة P_3 إلى مركز الدوران O_3 .

$$A_{FC}^n = FC \times \omega_4^2 = 250(19.6)^2 = 96040 \text{ mm/sec}^2$$

باتجاه من المفصل F إلى المفصل C.

$$A_{DE}^n = DE \times \omega_6^2 = 100(62)^2 = 384400 \text{ mm/sec}^2$$

باتجاه من المفصل D إلى المفصل E.

$$A_{DB}^n = DB \times \omega_7^2 = 150(53.3)^2 = 426133 \text{ mm/sec}^2$$

باتجاه من المفصل D إلى المفصل B.

استناداً إلى هذه القيم يمكن اختيار مقياس مناسب لرسم مخطط التسارع، وليكن $[200000 \text{ mm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ، وذلك كما يأتي:

1. نختار قطب o' يمثل النقاط ذات التسارعات المعدومة. نرسم من القطب o' شعاع $o'b'$

ليمثل متجه التسارع ($A_B = A_B^n$).

2. نرسم من القطب o' خط أفقي يوازي O_2P ، يمثل منحى التسارع الناظمي $A_{P_2}^n$ للنقطة P_2 ؛

بينما نرسم من النقطة b' خطاً موازياً لـ P_2B ، يمثل منحى التسارع الناظمي النسبي $A_{P_2B}^n$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة p'_2 .

3. نرسم من النقطة p'_2 خط أفقي يوازي خط المركزين O_2O_3 ، يمثل منحى

التسارع الناظمي النسبي $A_{P_3P_2}^n$ ، ونحدد عليه النقطة p'_3 ؛ وفق الطول $p'_2p'_3$ الذي يساوي:

$$p'_2p'_3 = p'_2o'_2 + o'_2p'_3$$

حيث:

$$p'_2o'_2 \equiv A_{P_2}^n \equiv 3.75 \text{ cm} , \quad o'_2p'_3 \equiv A_{P_3}^n \equiv 2.81 \text{ cm}$$

4. نرسم من النقطة p'_3 خط يوازي P_3C ، يمثل منحى التسارع الناظمي النسبي $A_{CP_3}^n$ ؛ بينما

نرسم من القطب o' خطاً موازياً لـ O_3C ، يمثل منحى التسارع الناظمي النسبي $A_{CO_3}^n$ ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة c' .

5. نرسم من النقطة c' شعاعاً $c'e'$ ، يمثل متجه التسارع الناظمي النسبي A_{FC}^n ،

بحيث يكون موازياً للوصلة FC، ويتجه من المفصل F إلى المفصل C، وبطول يكافئ

طويلة المتجه A_{FC}^n ، ونقيم عليه عموداً من النقطة c'_1 يمثل منحى التسارع المماسي

النسبي A_{FC}^t ؛ بينما نرسم من القطب o' خطاً شاقولياً يوازي مسار المنزلقة F،

ويمثل منحى التسارع المطلق A_F ، يتقاطع هذان الخطان في النقطة f' .

6. نحدد النقطة e' على الخط $c'f'$ ؛ وفق العلاقة:

$$c'e' = \frac{CE}{CF} c'f'$$

7. نرسم من النقطة e' شعاعاً $e'e'_1$ يمثل متجه التسارع الناظمي النسبي A''_{DE} ، بحيث يكون موازياً للوصلة DE ، ويتجه من المفصل D إلى المفصل E ، وبطول يكافئ طولية التسارع A''_{DE} ، ونقيم عليه عموداً من النقطة e'_1 ، يمثل منحى التسارع المماسي النسبي A^r_{DE} ؛ بينما نرسم من النقطة b' شعاعاً $b'b'_1$ ، يمثل متجه التسارع الناظمي النسبي A''_{DB} ، بحيث يكون موازياً للوصلة DB ، ويتجه من المفصل D إلى المفصل B ، وبطول يكافئ طولية التسارع A''_{DB} ، ونقيم عليه عموداً من النقطة b'_1 ، يمثل منحى متجه التسارع المماسي النسبي A^r_{DB} ، يتقاطع هذان العمودان في النقطة d' .

8. نحدد النقطة g' على الخط $d'e'$ ؛ وفق العلاقة:

$$g'd' = \frac{GD}{ED} e'd'$$

إن المخطط الناتج المبين في الجزء c من (الشكل-3-22)، هو مخطط تسارع التركيبية الآلية في هذه الوضعية، وإن الأشعة المنطلقة من القطب إلى النقاط المزودة بإشارة فتحة على مخطط التسارع، تمثل متجهات التسارعات المطلقة للنقاط الموافقة لها على التركيبية الآلية؛ بينما الأشعة الواصلة بين أي نقطتين مزودة بإشارة فتحة على مخطط التسارع، فإنها تمثل متجهات التسارعات النسبية لهاتين النقطتين على التركيبية الآلية، على أن توجه هذه المتجهات بحيث تدل على تسارع نقطة رأس الشعاع بالنسبة لنقطة بدايته، وهذه الاتجاهات مبينة على المخطط.

9. بقياس أطوال المتجهات الممثلة للتسارعات المطلقة، ومن ثم تحويل هذه الأطوال إلى قيم حقيقية للتسارعات باستعمال مقياس رسم مخطط التسارع؛ نحصل على :

$$o'c' \equiv A_C \Rightarrow A_C = o'c' \times 200000 = 2.1 \times 200000 = 420000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'f' \equiv A_F \Rightarrow A_F = o'f' \times 200000 = 2.15 \times 200000 = 430000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'e' \equiv A_E \Rightarrow A_E = o'e' \times 200000 = 2.05 \times 200000 = 410000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'd' \equiv A_D \Rightarrow A_D = o'd' \times 200000 = 6.3 \times 200000 = 1260000 \text{ mm/sec}^2$$

$$o'g' \equiv A_G \Rightarrow A_G = o'g' \times 200000 = 2.3 \times 200000 = 460000 \text{ mm/sec}^2$$

أما المركبات المماسية لهذه التسارعات، فإنها ممثلة بالأشعة:

$$c'_1f' \equiv A^r_{FC} \Rightarrow A^r_{FC} = c'_1f' \times 200000 = 1 \times 200000 = 200000 \text{ mm/sec}^2$$

$$e'_1d' \equiv A^r_{DE} \Rightarrow A^r_{DE} = e'_1d' \times 200000 = 3.8 \times 200000 = 760000 \text{ mm/sec}^2$$

$$b'_1d' \equiv A^r_{DB} \Rightarrow A^r_{DB} = b'_1d' \times 200000 = 3.5 \times 200000 = 700000 \text{ mm/sec}^2$$

يمكن من ذلك تعيين التسارعات الزاوية للوصلات من العلاقات الآتية:

$$\varepsilon_4 = A^r_{FC} / FC = 800 \text{ rad/sec}^2 - cw$$

$$\varepsilon_6 = A^r_{DE} / DE = 7600 \text{ rad/sec}^2 - cw$$

$$\varepsilon_7 = A^r_{DB} / DB = 4667 \text{ rad/sec}^2 - ccw$$

وبالاتجاهات المبينة على الشكل لتتفق مع اتجاهات أشعة المركبات المماسية المناسبة.

Instantaneous Velocity Centre

7-3- المركز اللحظي للسرعة

نعلم من علم الحركة أنه يمكن عد الحركة العامة لجسم صلب في لحظة ما، مكافئة لحركة دوران هذا الجسم حول نقطة ثابتة لحظياً في الفراغ. انطلاقاً من هذا المفهوم يمكن تعريف المركز اللحظي للسرعة بأنه:

"نقطة يدور حولها جسم بالنسبة لجسم آخر إما بشكل دائم أو لحظي، حيث تكون هذه النقطة مشتركة بين الجسمين، ولها السرعة الخطية نفسها في كل منهما بالنسبة لأي جسم آخر؛ أي لا يوجد عندها سرعة نسبية بينهما، ويمكن لهذه النقطة أن تكون ثابتة، أو متحركة".

بيننا سابقاً أننا سنقتصر في دراستنا على تحليل الحركة المستوية؛ ومن ثم فإن جميع المراكز اللحظية للسرعة تقع في مستوى الحركة. في حال كون المركز اللحظي متحركاً، فإنه يرسم خلال حركة الجسمين منحنيًا أملس يسمى المحل الهندسي للمركز اللحظي للسرعة بـ السنترود (*Centrode*).

كما نعلم أنه في حالة دوران جسم صلب يكون منحنى السرعة الخطية لأية نقطة من نقاطه عمودياً على نصف قطر الدوران عند هذه النقطة؛ لذا ينتج من التعريف السابق، أنه يكفي لإيجاد المركز اللحظي للسرعة بين جسمين معرفة منحنى سرعة نقطتين مختلفتين من أحدهما بالنسبة للآخر.

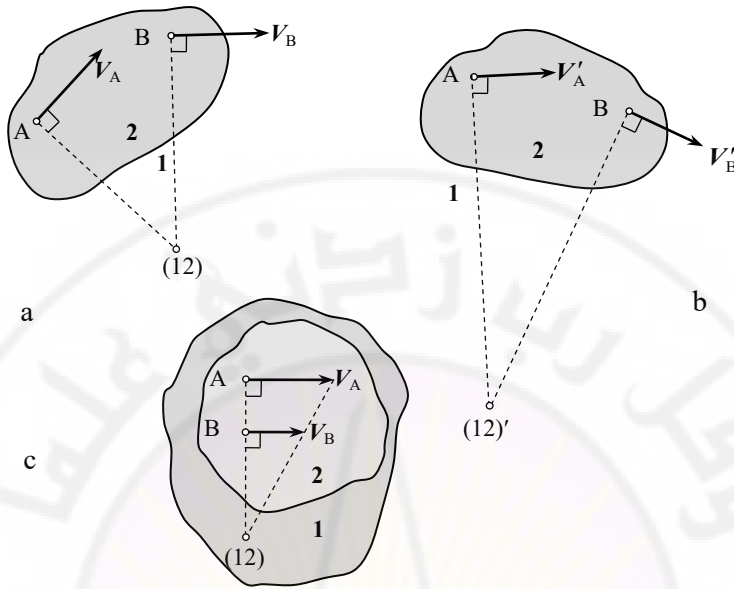
يمكن توضيح ذلك من خلال الرسم التوضيحي المبين في (الشكل-3-23)، حيث يتحرك الجسم 2 بالنسبة للمستوي الثابت 1. إذا كانت سرعتا النقطتين A , B من هذا الجسم هما V_A , V_B بالنسبة إلى المستوي 1، فإن المركز اللحظي للسرعة (12) هو نقطة تقاطع الخطين المنشأين عمودياً على منحنى كل من هاتين السرعتين، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-3-24). من الواضح أن موقع المركز اللحظي للسرعة لا يتأثر باتجاه كل من السرعتين؛ وإنما فقط بمنحنى كل منهما. ينتج من ذلك أن المركز اللحظي للسرعة (12) هو المركز اللحظي للسرعة (21) نفسه؛ إذ لا يحصل تغيير في منحنى السرعات النسبية عند انعكاس الحركة؛ وإنما يتغير اتجاه هذه السرعات؛ أي إن:

$$V_{(12)} = -V_{(21)}$$

إذا تحرك الجسم 2 إلى الوضع المبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-3-23)، بحيث يتغير منحنى كل من سرعتي النقطتين A , B، فإن المركز اللحظي للسرعة يصبح (12)؛ أي إن هذا المركز اللحظي للسرعة قد غير موقعه خلال حركة الجسم، فهو إذن مركز لحظي للسرعة متغير.

يحدث في بعض الحالات أن يتطابق العمودان المنشأان على كل من متجهي السرعة عند النقطتين A , B. لا يمكن عندئذ تحديد موقع المركز اللحظي للسرعة إلا إذا علمت قيمة كل من السرعتين؛ أي طول كل متجه سرعة، حيث يكون المركز اللحظي للسرعة هو نقطة تقاطع العمود المشترك المنشأ عند النقطتين A , B؛ مع الخط الواصل بين نهايتي متجهي السرعة، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء c من (الشكل-3-23).

كما يتضح من (الشكل-3-23)، أن مفهوم النقطة المشتركة بين الجسمين الذي ورد في تعريف المركز اللحظي للسرعة، لا يعني ضرورة وقوع هذا المركز اللحظي للسرعة ضمن الحدود الفيزيائية لأي من الجسمين؛ إذ يمكن النظر إلى أي جسم ذي حركة مستوية بأنه غير محدود الأبعاد ضمن مستوى الحركة. إن ذلك لا يؤثر على الإطلاق في الحركة النسبية بين الجسمين قيد الدراسة. مثال ذلك، توسيع الجسم 2 ليشمل المركز اللحظي للسرعة (12) لن يغير بأي حال من الأحوال سرعة كل من النقطتين A , B بالنسبة إلى المستوي 1.



(الشكل-3-23)، رسم تخطيطي لتحديد المركز اللحظي للسرعة.

8-3- نظرية استقامة ثلاثة مراكز لحظية للسرعة

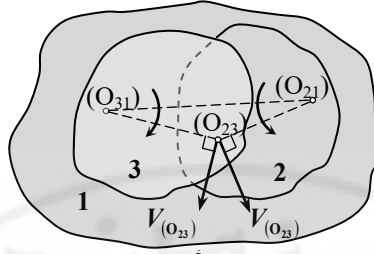
Three Instantaneous Centers in Line Theorem

تسمى أحياناً نظرية كينيدي نسبة لـ أرونهولد كينيدي (Aronhold Kennedy) وتتص على الآتي:
 "إذا تحركت ثلاثة أجسام صلبة حركة مستوية نسبية فيما بينها، فإن لها ثلاثة مراكز لحظية للسرعة تقع على استقامة واحدة".

يمكن برهان صحة هذه النظرية على الشكل الآتي:

لنكن الأجسام 1, 2, 3 التي تتحرك حركة مستوية نسبية فيما بينها، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-3-24)، حيث النقطة (O_{21}) هي المركز اللحظي للسرعة للجسم 2 بالنسبة إلى الجسم 1؛ بينما النقطة (O_{31}) هي المركز اللحظي للسرعة للجسم 3 بالنسبة إلى الجسم 1.

لنفرض أن المركز اللحظي للسرعة (O_{23}) يقع خارج الخط الواصل بين المركزين اللحظيين للسرعة $(O_{21}), (O_{31})$ ، وأن سرعته $V_{(O_{23})}$ ؛ لكونه نقطة من الجسم 3 هي عمودية على الخط $[O_{31}O_{23}]$ ؛ بينما سرعته $V_{(O_{23})}$ ؛ لكونه نقطة من الجسم 2 هي عمودية على الخط $[O_{31}O_{23}]$ ؛ من ثم فإن هاتين السرعتين غير متطابقتين في الاتجاه كما هو مبين في (الشكل-3-24). ينتج من ذلك أن للجسم 2 عند هذا المركز اللحظي للسرعة (O_{23}) سرعة نسبية بالنسبة إلى الجسم 3؛ وهذا يناقض تعريف المركز اللحظي للسرعة الذي أوردناه في الفقرة 7-3. لا يمكن أن نتعدم هذه السرعة النسبية إلا إذا كان المركز اللحظي للسرعة (O_{23}) واقعاً على الخط $[(O_{31}), (O_{23})]$ ؛ ومن ثم فإن المراكز اللحظية للسرعة الثلاثة يجب أن تكون على استقامة واحدة.



(الشكل-3-24)، رسم تخطيطي لثلاثة أجسام صلبة تتحرك حركة مستوية.

إن وضع المركز اللحظي للسرعة (O_{23}) على الخط بالنسبة للمركزين يتعلق باتجاه السرعات الزاوية للأجسام 1, 2, 3، وفيقيمتها، كما تجدر الملاحظة إلى أنه ليس من الضروري أن تكون الأجسام الثلاثة متصلة فيما بينها بأية وسيلة كانت.

إن هذه النظرية ذات فائدة كبيرة في تحديد أوضاع المراكز اللحظية للسرعة للتركيبات الآلية المعقدة التي تتحرك أغلب وصلاتها عادة بحركة مستوية عامة، كما سيتضح لاحقاً.

9-3- المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية Primary Instantaneous Centers

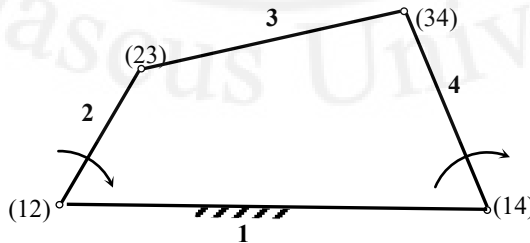
لما كانت طبيعة الحركة النسبية بين وصلتين في تركيبة آلية هي محددة؛ وفقاً لنوع ازدواج الواصل بينهما، فإنه من الضروري بيان كيفية تعيين المركز اللحظي للسرعة لأنواع الازدواج المختلفة قبل البدء في إيجاد المراكز اللحظية للسرعة للوصلات التي لا يوجد بينها ازدواج. إن جميع المراكز اللحظية للسرعة التي يمكن تحديدها مباشرة؛ استناداً إلى نوع الازدواج بين كل وصلتين تسمى مراكز لحظية للسرعة ابتدائية، أو مراكز لحظية للسرعة واضحة.

Turning Pair

1-9-3- الازدواج الدوراني

في حال وجود ازدواج دوراني بين وصلتين 1, 2، فإن مركز هذا الازدواج؛ أي نقطة الوصل المشتركة بينهما، هو مركز لحظي للسرعة دائم؛ إذ إن الوصلة 2 ستدور دوماً حول هذه النقطة بالنسبة إلى الوصلة 1، والعكس بالعكس. يمكن لهذا المركز اللحظي للسرعة الدائم أن يكون ثابتاً إذا كانت إحدى الوصلتين ثابتة، أو متحركاً عندما تكون الوصلتان متحركتين.

يبين (الشكل-3-25) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان، حيث (14)، (12) هما مركزان لحظيان للسرعة ثابتان؛ بينما (34)، (23) هما مركزان لحظيان للسرعة متحركان.



(الشكل-3-25)، مخطط تركيبة رباعية لقضبان لتحديد المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواج الدورانية.

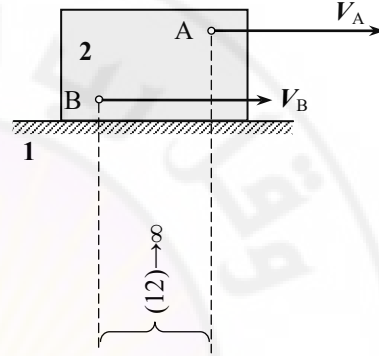
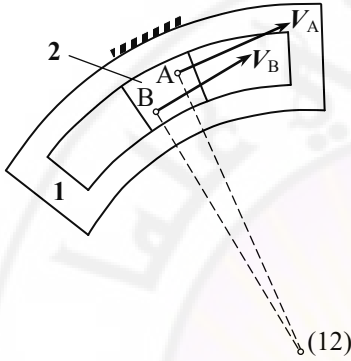
Sliding Pair

2-9-3- الازدواج الانزلاقي

يبين (الشكل-3-26)، تخطيطاً لحالتين لهذا الازدواج:

- الحالة a من (الشكل-3-26)

حيث تنزلق الوصلة 2 في ضمن مجرى دائري في الوصلة 1؛ من ثم فإن جميع نقاط المنزلقة تتحرك على مسارات دائرية متحدة في النقطة (12)؛ أي إنها المركز اللحظي للسرعة للوصلتين.



a- حالة الانزلاق ضمن مجرى دائري.

b- حالة الانزلاق ضمن مجرى مستقيم.

(الشكل-3-26)، رسوم تخطيطية لتوضيح المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية في الازدواج الانزلاقية.

- الحالة b من (الشكل-3-26)

حيث تنزلق الوصلة 2 على الوصلة 1 بحركة مستقيمة، حيث تتحرك جميع نقاط المنزلقة على مسارات مستقيمة، وبالسعة نفسها. ينتج من ذلك أن الخطوط العمودية المنشأة على متجهات السرعة هي متوازية فيما بينهما تتلاقى في اللانهاية، إما فوق المنزلقة أو تحتها، ومنه فإن الحركة الانتقالية المستقيمة هي حالة خاصة للحركة الدورانية حيث يقع مركز الدوران في اللانهاية؛ ومن ثم فإنه عندما تتحرك وصلة حركة انزلاقية مستقيمة بالنسبة لوصلة أخرى، فالمركز اللحظي للسرعة لهما يقع في اللانهاية على طول أي خط عمودي على مسار الانزلاق.

نلاحظ في كلتا الحالتين، أنه يمكن للوصلة 1 أن تكون ثابتة، أو متحركة دون التأثير في المركز اللحظي للسرعة؛ لأن ذلك لن يغير طبيعة الحركة النسبية بين الوصلتين.

Contact Pair

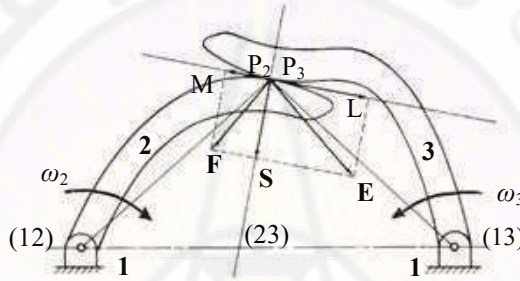
3-9-3- الازدواج بتماس مباشر

يحدث هذا الازدواج عندما تكون الوصلة القائدة بتماس مباشر مع الوصلة المقودة؛ أي دون وجود وصلة قارنة بينهما تعمل على نقل الحركة، مثال ذلك، نقل الحركة باستعمال المسننات، والكامات وتوابعها، وأقراص الاحتكاك.

في حال وجود وصلة قارنة، فإن خط نقل الحركة ينطبق على الخط الواصل بين نهايتيها؛ بينما في تركيبات التماس المباشر، فإن خط نقل الحركة هو الناطم المشترك لسطحي الوصلتين عند نقطة التماس.

يبين (الشكل-3-27) تخطيطاً لـ P_2 , P_3 نقطتان متطابقتان عند التماس المباشر للوصلتين 3 , 2 . إن الأزواج بين كل من هاتين الوصلتين، والوصلة الثابتة 1 هو ازدواج دوراني؛ ومن ثم فإن (12) هو المركز اللحظي للوصلة 2 بالنسبة إلى الوصلة 1 ، كما أن (13) هو مركز لحظي للوصلة 3 بالنسبة إلى الوصلة 1 .

ينتج من تعريف المركز اللحظي للوصلة، أن سرعة نقطة التماس P_2 في الوصلة 2 هي عمودية على الخط $[(12), P_2]$ ، وممثلة بالمتجه P_2E ، كما أن المتجه P_3F يمثل سرعة نقطة التماس P_3 في الوصلة 3 ، وهو عمودي على الخط $[(13), P_3]$. يمكن تحليل كل من هذين المتجهين، بالاتجاهين الناظمي، والمماسي لنقطة التماس P .



(الشكل-3-27)، رسم تخطيطي لتحديد المراكز اللحظية الابتدائية في الأزواج ذو التماس المباشر.

نميز من الوجهة الحركية نوعين من التماس المباشر، تماس انزلاقي، و تماس تدرجي صرف.

1. تماس انزلاقي Sliding Contact

حيث تكون الحركة النسبية عند نقطة التماس في هذه الحالة انزلاقية.

فمن شرط التماس، يجب أن تكون المركبتان الناظمتان P_2S , P_3S متساويتين بالقيمة، والاتجاه في جميع الأوضاع للحفاظ على التماس بين الوصلتين 3 , 2 .

ومن شرط الانزلاق، يجب عدم تساوي المركبتين المماسيتين P_2L , P_3M مهما كان اتجاههما، أو عند تساويهما باتجاهين متعاكسين.

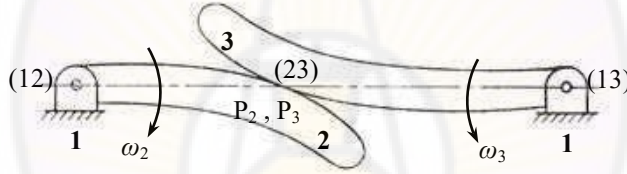
من ثم تكون الحركة النسبية الممكنة عندئذ بين الوصلتين 3 , 2 عند نقطة التماس، هي حركة انزلاق فقط على طول المماس المشترك بسرعة نسبية قيمتها الفرق الشعاعي للمركبتين المماسيتين. ينتج من ذلك أن المركز اللحظي للوصلة (23) لهاتين الوصلتين يقع حتماً على طول الناظم المشترك لهما عند نقطة التماس. كما أنه استناداً إلى نظرية استقامة ثلاثة مراكز لحظية للوصلة؛ وفق الفقرة 3-8 ، فإن المراكز اللحظية للوصلة الثلاثة (12), (23), (13) يجب أن تقع على استقامة واحدة؛ أي إن المركز اللحظي للوصلة (23) يحدد مباشرة بنقاط الناظم المشترك مع الخط الواصل بين المركزين اللحظيين للوصلة (13) , (12)، كما هو مبين في (الشكل-3-27).

2. تماس تدرجي صرف Rolling Contact

حيث تكون الحركة النسبية عند نقطة التماس في هذه الحالة تدرجية.

يتضح من التحليل السابق أن الشرط اللازم، والكافي لحركة تدرج صرف دون انزلاق عند نقطة التماس المباشر، ينتج من شرط عدم الانزلاق وهو تساوي المركبتين المماسيتين بالقيمة والاتجاه؛ وذلك منعاً لحدوث انزلاق باتجاه المماس المشترك؛ فضلاً عن شرط التماس وهو تساوي المركبتين الناضميتين.

ينتج من ذلك تطابق سرعتين P_2E , P_3F قيمة، واتجاهاً وهو ما سبق استنتاجه في الفقرة 3-6. كما يلاحظ من الرسم التخطيطي المبين في (الشكل-3-28) أن تحقيق هذا الشرط يؤدي إلى كون الخطين $[(12), P_2]$ ، $[(13), P_3]$ على خط واحد هو الخط الواصل بين المركزين اللحظيين للسرعة (12)، (13)؛ ومن ثم يجب أن تقع نقطة التماس على هذا الخط، كما هو مبين في (الشكل-3-28). تكون هذه النقطة عندئذ هي المركز اللحظي للسرعة (23) للوصلتين المتدرجتين؛ استناداً للتعريف الوارد في الفقرة 3-7؛ فضلاً عن أنها تحقق نظرية استقامة المراكز اللحظية للسرعة الثلاثة.



(الشكل-3-28)، رسم تخطيطي لتحديد المراكز اللحظية الابتدائية في الازدواج ذو التماس التدرجي.

ينتج من ذلك أن في حالة تدرج صرف يكون المركز اللحظي للسرعة للوصلتين هو نقطة تماسهما في هذه اللحظة. من الواضح أنه يمكن لإحدى الوصلتين أن تكون ثابتة، أو متحركة، كما يمكن أن تكون مستوية السطح كتدرج قرص على سطح مستو، أو منحنية السطح، كتدرج قرص على قرص آخر، كما في حالة المسننات الموضحة تخطيطياً في (الشكل-3-21).

يُلاحظ في حالتي التماس المباشر - انزلاقي، أو تدرجي - أن السرعات الزاوية تتناسب عكسياً مع الأطوال المحددة على خط المراكز اللحظية للسرعة من تقاطع الناضم المشترك معه، كما هو موضح تخطيطياً في (الشكل-3-17):

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{[(13), (23)]}{[(12), (23)]}$$

ومن ثم فإن شرط الحصول على نسبة ثابتة للسرعتين الزاويتين هو تقاطع الناضم المشترك مع خط المراكز اللحظية للسرعة في نقطة ثابتة، ويمكن تحقيق ذلك باختيار منحنيات مناسبة لكل من سطحي التماس.

10-3- تحديد المراكز اللحظية للسرعة للتركيبات الآلية

Instantaneous Centers Determination in Mechanisms

بينما في الفقرة 3-7 ، وجود مركز لحظي للسرعة واحد فقط لكل وصلتين؛ لذا فإن عدد المراكز اللحظية للسرعة في تركيبة آلية ما، يساوي عدد جميع التوافقيات الحركية الممكنة بين كل وصلتين من وصلاتها، ومنه فإن:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \quad (22-3)$$

حيث:

N تمثل عدد المراكز اللحظية للسرعة للتركيبات الآلية.

n تمثل عدد الوصلات في التركيبات الآلية.

تحدد المراكز اللحظية للسرعة لتركيبات آلية انطلاقاً من تحديد جميع المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية؛ وفق ما ورد في الفقرة 3-9 ، لكل من الازدواجات الدورانية، الانزلاقية، وازدواجات التماس المباشر بنوعيه الانزلاقي، والتدحرجي. تحدد مواقع بقية المراكز اللحظية للسرعة بتطبيق نظرية استقامة المراكز اللحظية للسرعة الثلاثة.

يُلاحظ من العلاقة (22-3) التي تحدد عدد المراكز اللحظية للسرعة أن عددها يتزايد بسرعة مع عدد الوصلات، يصل مثلاً في حالة تركيبات آلية بسيطة ذات سبع وصلات إلى واحد وعشرين مركزاً. تكون عادة المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية التي يمكن تحديدها مباشرة أقل من نصف العدد الكلي للمراكز اللحظية للسرعة. يؤدي تطبيق نظرية كينيدي في تحديد بقية المراكز اللحظية للسرعة إلى تعقيد الرسم؛ وهذا ينتج منه احتمال كبير للخطأ، والتداخل؛ لذا فقد وجدت طريقة تخطيطية بسيطة منهجية تساعد على تحديد المراكز اللحظية للسرعة المتبقية بصورة تسلسلية، ومنطقية، تسمى هذه الطريقة بـ مخطط الدائرة لاعتمادها على رسم دائرة ما، ويقسم محيطها بعدد وصلات التركيبات الآلية، وترقم النقاط الناتجة بأرقام هذه الوصلات، ليس من الضروري أن يكون التباعد متساوياً بين النقاط المتتالية.

إن جميع الخطوط الممكنة التي تصل بين كل نقطتين من هذه النقاط تمثل المراكز اللحظية للسرعة. نرسم أولاً خطوطاً متصلة لتمثل المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية المحددة مباشرة من المخطط الحركي، واستناداً إلى الأسس الواردة سابقاً، ومن ثم تمثل المراكز اللحظية للسرعة المتبقية بخطوط متقطعة.

لتحديد المراكز اللحظية للسرعة غير الابتدائية، نبحث في مخطط الدائرة عن أي مثلثين بينهما ضلع مشترك متقطع؛ بينما تكون بقية الأضلاع خطوطاً متصلة. لما كان كل خط على المخطط يمثل مركزاً لحظياً للسرعة، فإن أضلاع المثلث هي في الواقع ثلاثة مراكز لحظية للسرعة لثلاث وصلات مختلفة. استناداً إلى نظرية كينيدي يجب أن تقع هذه المراكز اللحظية للسرعة الثلاثة على استقامة واحدة. إذن يحدد المركز اللحظي للسرعة الممثل بالضلع المشترك المقطع على التركيبات الآلية، من تقاطع الخططين الواصلين بين المركزين الممثلين بالضلعين الآخرين في كل من المثلثين. بعد تحديد هذا المركز المجهول على مخطط التركيبات الآلية، يرسم الخط المقطع الممثل له على مخطط الدائرة كخط متصل منعاً للتباس؛ خاصة في حالة تركيبات آلية كثيرة الوصلات. تستمر هذه العملية حتى تصبح جميع الخطوط على مخطط الدائرة متصلة.

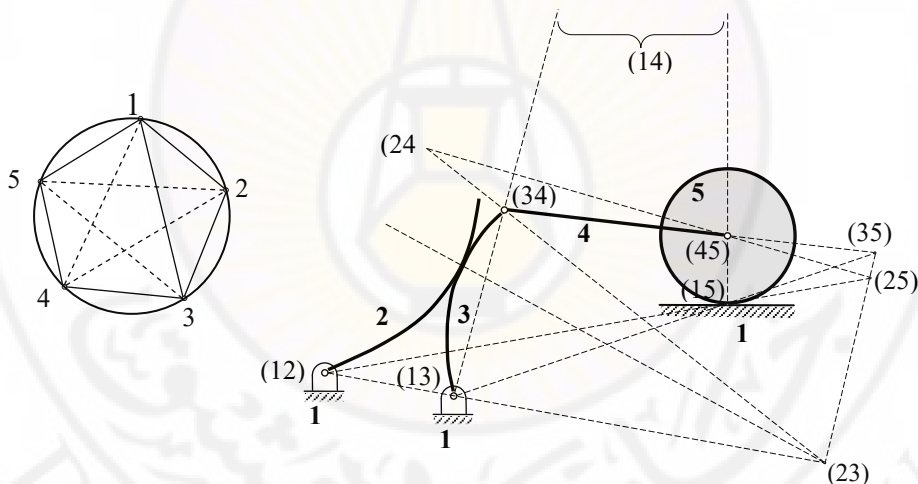
من الضروري عند استعمال هذه الطريقة تحديد جميع المراكز اللحظية الابتدائية للسرعة، وتمثيلها على الدائرة، وإلا فإنه يستحيل الاستمرار في تحديد بقية المراكز اللحظية للسرعة بإيجاد مثلثين بينهما ضلع مشترك متقطع. كما يحدث أحياناً عند تطبيق طريقة مخطط الدائرة، أن نتبع تسلسلاً في إيجاد المراكز اللحظية للسرعة يؤدي إلى حالة مستحيلة، أو غير منطقية التحقق، لكن هذا لا يعني خطأ الطريقة. مثال ذلك وقوع نقطة التقاطع المحددة لأحد المراكز اللحظية للسرعة على مستقيمين متطابقين، أو متوازيين. يجب عندئذ إدخال تعديل على تسلسل الحل، ومحاولة تحديد هذا المركز اللحظي للسرعة باختيار مثلثين آخرين، ولا يفهم من ذلك أبداً وجود خطأ في الطريقة، أو استحالة الحل.

سنوضح فيما يأتي التطبيق العملي لهذه الطريقة من خلال مثال نموذجي يتضمن تحديد المراكز اللحظية للسرعة لتركيبة آلية، والتي يمكن - استناداً إليه - تحديد المراكز اللحظية للسرعة لأية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحديد المراكز اللحظية للسرعة لتركيبة آلية

يبين (الشكل-29-3) المخطط الحركي لأحد أوضاع تركيبة آلية. المطلوب:

- تحديد المراكز اللحظية للسرعة للتركيبة الآلية.



(الشكل-29-3)، مخطط لتحديد المراكز اللحظية للسرعة لتركيبة آلية.

لتحديد المراكز اللحظية للسرعة العشرة للتركيبة الآلية يرسم دائرة ما، ويقسم محيطها بعدد وصلات التركيبة الآلية، وترقم النقاط الناتجة بأرقام هذه الوصلات. إن المراكز اللحظية للسرعة (23)، (15)، (45)، (34)، (13)، (12)، هي مراكز لحظية للسرعة ابتدائية ترسم كخطوط متصلة على مخطط الدائرة استناداً إلى ما ذكرناه سابقاً، مع الانتباه إلى التماس الانزلاقي بين الوصلتين 2، 3.

نلاحظ من هذا المخطط أنه يمكن تحديد المركز اللحظي للسرعة (14) كنقطة تقاطع الخط [(34)، (13)] مع الخط [(45)، (15)] على التركيبة الآلية؛ إذ إن الخط المتقطع [1,4] في مخطط الدائرة، هو الضلع المشترك للمثلثين $\Delta 134$ و $\Delta 154$. بعد تحديد المركز اللحظي للسرعة (14) على التركيبة الآلية، يرسم الخط [1,4] على مخطط الدائرة كخط متصل، وهكذا تكرر العملية لتحديد المراكز اللحظية للسرعة المتبقية (24)، (25)، (35) على التوالي.

11-3- تعيين السرعة باستعمال المراكز اللحظية للسرع

Velocity Determination by Instantaneous Centre

- إن المبادئ الأساسية التي يعتمد عليها تعيين السرعة بطريقة المراكز اللحظية للسرع هي:
- إن قيم السرعات الخطية لنقاط وصلة دوارة تتناسب مباشرة مع أنصاف أقطار الدوران، وإن نصف قطر دوران نقطة هو البعد بين هذه النقطة، والمركز اللحظي للسرعة للوصلة بالنسبة للمستوي الثابت.
 - إن اتجاه السرعة الخطية لنقطة، هو عمودي على نصف قطر دوران النقطة.
 - إن المركز اللحظي للسرعة، هو نقطة مشتركة بين الوصلتين لها السرعة الخطية نفسها قيمة، واتجاهاً في كليهما.
 - إن سرعة المركز اللحظي للسرعة المنسوب إلى الوصلة الثابتة في هذه اللحظة تساوي الصفر؛ لأن سرعة الوصلة الثابتة معدومة، وتسمى المراكز اللحظية المنسوبة إلى الوصلة الثابتة بـ المراكز اللحظية المسندية (*Pivot Centers*).
- ينتج من ذلك أنه إذا عرفت السرعة الخطية المطلقة لنقطة ما في تركيبية آلية، فإنه يمكن تعيين سرعة أية نقطة أخرى في هذه التركيبية الآلية بالنسبة للمستوي الثابت؛ فضلاً عن تعيين السرعات الزاوية للوصلات.
- توجد طرائق عدة لتطبيق المبادئ المذكورة أعلاه تخطيطياً، وتحليلياً، ولكل منها ميزات تطبيقية تختلف باختلاف التركيبات الآلية المراد دراسة حركتها؛ لذا من المفضل أن يلم القارئ بأهم هذه الطرائق؛ كما يمكن أحياناً استعمال طريقتين بأن واحد. سنذكر هنا اسم طريقتين تخطيطيتين لتعيين سرعة نقاط تركيبية آلية هما؛ طريقة خط المراكز اللحظية للسرعة (*Instantaneous Centre Line Method*)، وطريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة (*Link to Link Method*). أما طريقة الانتقال من نقطة، أو وصلة إلى نقطة، أو وصلة أخرى تحليلياً، فإنه ستوضح من خلال حل مسألة. فضلاً عن طريقة تعيين سرعة نقطة معينة من هذه النقاط مباشرة (*Direct Method*)، عندما يكون المطلوب تعيين، أو التأكد من سرعة نقطة معينة في التركيبية الآلية دون الاهتمام بسرعات بقية النقاط. يُنقل عندئذ مباشرة من الوصلة التي تحوي النقطة ذات السرعة المعلومة، إلى الوصلة التي تحوي النقطة المراد إيجاد سرعتها. توفر هذه الطريقة الجهد الكبير اللازم؛ بخاصة عندما تتكون التركيبية الآلية من وصلات كثيرة نسبياً؛ إذ يكفي عندئذ تحديد المركز اللحظي للسرعة للوصلة المجهولة بالنسبة للوصلة المعلومة، حيث تمثل السرعة المطلقة لهذا المركز اللحظي للسرعة بوجه عام سرعة نقطة من نقاط الوصلة المجهولة. يستفاد من هذه السرعة في تعيين السرعة الزاوية لهذه الوصلة، ومن ثم يصبح من السهل تحديد سرعة أية نقطة أخرى منها.

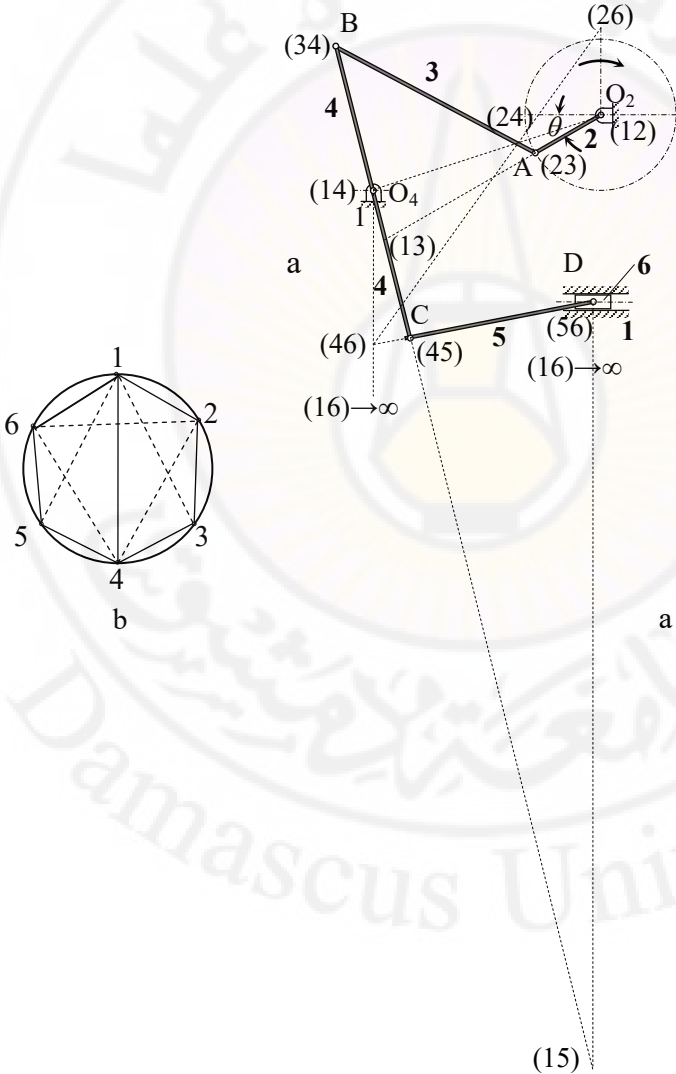
يمكن في حالة حركة مستوية عامة للوصلة المجهولة تحديد المركز اللحظي المسندي للسرعة للوصلة المجهولة بالإضافة إلى تحديد المركز اللحظي للسرعة للوصلة المجهولة بالنسبة للوصلة المعلومة.

مسألة-3-7

يبين (الشكل-3-30) مخطط للتركيبة الآلية التي دُرست حركتها، في المسألة-3-1 ؛
بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية وفق (الشكل-3-6).
المطلوب؛ وفقاً لمفهوم المركز اللحظي للسرعة:
- تعيين سرعة وصلات التركيبة الآلية.

الحل:

a. رسم المخطط الحركي
استناداً إلى الأبعاد التي سبق إعطاؤها في المسألة-3-1 ، يرسم المخطط الحركي بمقياس
[1/15] ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-3-30).



(الشكل-3-30)، مخطط لتحديد المراكز اللحظية للسرعة لتركيبة آلية.

b. تحديد المراكز اللحظية للسرعة

يرسم مخطط الدائرة المبينة في الجزء b من (الشكل-3-30)، ويقسم محيطها بعدد وصلات التركيبية الآلية الستة، وترقم النقاط الناتجة بأرقام هذه الوصلات. حيث المراكز اللحظية الابتدائية للسرعة المعنية مباشرة هي (61),(56),(45),(41),(34),(23),(12). إذا لم يطلب تحديد جميع المراكز اللحظية للسرعة، وعددها في هذه الحالة 15 مركزاً، فإنه يكفي بإيجاد المراكز اللحظية للسرعة اللازمة في الانتقال من الوصلة المعلومة إلى الوصلة التي تليها، ومن ثم تحديد المراكز اللحظية للسرعة تباعاً؛ وفق مقتضيات الدراسة.

c. تعيين السرعات

سنستع في هذا المثال، طريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة من خلال حساب السرعات الخطية والزווية لكل منها تحليلياً.

إن سرعة المفصل A من الوصلة 2 معلومة من المعطيات السابقة، وهي:

$$V_A = [(12), A] \omega_2 = 150 \text{ cm/sec}$$

باتجاه عمودي على خط المراكز اللحظية للسرعة (12),(23),(13) يتفق واتجاه دوران السرعة الزווية ω_2 .

تدور الوصلة 3 حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (13) بسرعة زווية قدرها:

$$\omega_3 = \frac{V_A}{[(13), A]} = 4.33 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

حيث قيس البعد $[(13), A]$ من المخطط الحركي، وحُول إلى طوله الحقيقي؛ بدلالة مقياس رسم المخطط الحركي. كما عُيّن اتجاه السرعة الزווية وفقاً لاتجاه سرعة دوران المفصل A بالنسبة للمركز اللحظي المسندي للسرعة (13).

بما أن المفصل B هو نقطة من الوصلة 3، فإن سرعته الخطية تحدد بالعلاقة:

$$V_B = [(13), B] \omega_3 = 171 \text{ cm/sec}$$

وباتجاه يوافق اتجاه دوران السرعة الزווية ω_3 حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (13).

وبما أن الوصلة 4 تتحرك حركة دورانية حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (14)،

فإن سرعتها الزווية تعين بالعلاقة:

$$\omega_4 = \frac{V_B}{[(14), B]} = 5.7 \text{ rad/sec} - \text{ccw}$$

وبما أن المفصل C هو نقطة من الوصلة 4، فإن سرعته الخطية تعين بالعلاقة:

$$V_C = [(14), C] \omega_4 = 171 \text{ cm/sec}$$

باتجاه عكس اتجاه سرعة المفصل B؛ بسبب التناظر حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (14).

أما الوصلة 5، فإنها تدور حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (15)؛ فضلاً عن

أن المفصل C هو نقطة منها، ومن ثم فإن سرعتها الزווية تعين بالعلاقة:

$$\omega_5 = \frac{V_C}{[(15), C]} = 1.14 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

وبما أن المفصل D هو نقطة من الوصلة 5 ، فإن سرعته الخطية تعين بالعلاقة:

$$V_D = [(15), D] \omega_5 = 173.3 \text{ cm/sec}$$

باتجاه يوافق اتجاه دوران الوصلة 5 حول المركز اللحظي المسندي للسرعة (15)؛ أي نحو اليمين. تمثل هذه السرعة للمفصل D سرعة الوصلة 6 ؛ لأن جميع نقاطها تتحرك حركة انسحابية على مسار مستقيم:

$$V_6 = V_D = 173.3 \text{ cm/sec}$$

إذا كان المطلوب إيجاد سرعة المنزلقة فقط دون تعيين بقية السرعات لنقاط التركيبة الآلية ووصلاتها، فإنه يمكن استناداً إلى الطريقة المباشرة تعيين موقع المركز اللحظي للسرعة (26)، كما في الشكل، حيث ينتج أن:

$$V_D = V_{(26)} = [(12), (26)] \omega_2 = 172 \text{ cm/sec}$$

يُلاحظ أنه يجب عند تطبيق طرائق المركز اللحظي للسرعة في تعيين السرعات، أن تقع النقاط المتناسبة على وصلة واحدة؛ فضلاً عن ضرورة الانتقال من وصلة إلى أخرى عبر نقطة تحويل مشتركة في الوصلتين.

تعد طريقة المراكز اللحظية للسرعة في الكثير من الحالات من أبسط طرائق التحليل الحركي، عندما نهتم فقط بدراسة السرعة، أو التحقق من نتائج التحليل الرياضي، لكن مما يحد من استعمالها مقارنة بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات السرعة النسبية، هو عدم إمكان تعيين التسارع؛ ومن ثم تحليل القوى العطالية؛ إنما يمكن أحياناً الاستفادة منها في تعيين السرعات الزاوية للوصلات، ومن ثم إكمال التحليل برسم مخطط التسارع.

من الصعب - بوجه عام - إعطاء أفضلية مؤكدة لطريقة على أخرى من الطرائق المختلفة التي بحثناها في مجال استعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة كلها؛ نظراً لعدم وجود قواعد ثابتة لتحديد هذه الأفضلية؛ إنما يعود تقدير ذلك في كل حالة على حدة إلى الإدراك الهندسي للمصمم وخبرته في استعمال الطريقة التي تحقق له الغاية من دراسته، بصورة تحافظ على التوازن المطلوب بين الكلفة والدقة.

لم نتطرق للدراسات المتوفرة في مجال التحليل الحركي كلها، والتي تتزايد باستمرار لتواكب تطور التركيبات الآلية المستعملة في الآلات الحديثة؛ وذلك لكون غالبية هذه الدراسات تعتمد أساساً على المفاهيم المبينة من خلال هذا الفصل؛ مع تطوير في أساليب التطبيق لتناسب بعض الحالات الخاصة.

كما تجدر الإشارة إلى أن ما أوردناه من أمثلة تطبيقية، لم يقصد منه سوى توضيح الأسس المختلفة المتبعة في التحليل الحركي للتركيبات الآلية، وهذا لا يعني بالضرورة أن الطريقة الموضحة في دراسة كل من هذه التطبيقات هي الحل الأمثل لها.

سنوضح فيما يأتي من خلال - ثلاث مسائل - نموذجية الطريقة السهلة والسريعة المتبعة لحل مسائل امتحان، والتي يمكن - استناداً إليهم - إجراء التحليل الحركي في أية تركيب آلية معقدة مهما بلغ عدد وصلاتها بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية:

- بين نقطتين على وصلة واحدة.
- بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين.
- عند نقطة تماس تدحرج صرف.

مسألة-3-8

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2012-2013.

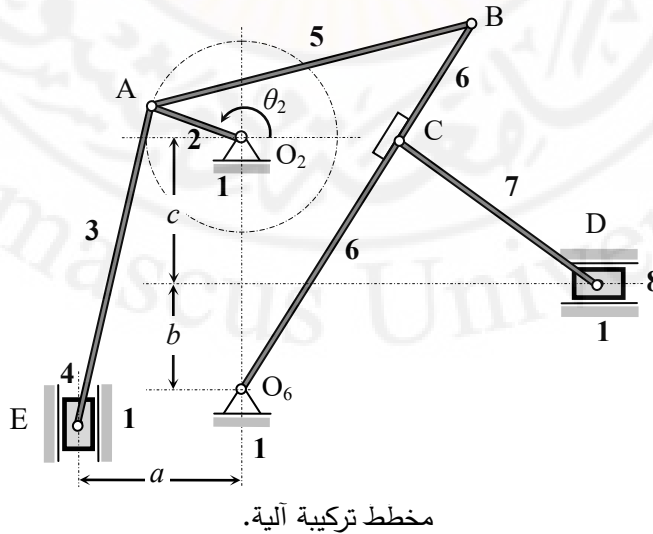
يبين الشكل تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبة آلية، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ، لينقل الحركة إلى كل من المنزلقين 4 و 8 عبر الوصلات 3 و 5 و 6 و 7. فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 2 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق $(\theta_2 = 155^\circ)$ ، وبطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين على وصلة واحدة:

- دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية، وذلك بـ :

1. رسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية بدقة، وإتقان، باستعمال مقياس الرسم: [كل 10 cm من الأطوال الحقيقية تكافئ 1 cm على المخطط الحركي].
2. إيجاد الميزات الحركية لوصلات التركيبة الآلية من مخططي السرعة والتسارع؛ باستعمال المقاييس الآتية:
لمخطط السرعة $[10 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، ولمخطط التسارع $[10 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.
3. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
4. إيجاد سرعة التحاك في المفصل C؛ إذا كان قطر الربط يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.
علماً أن:

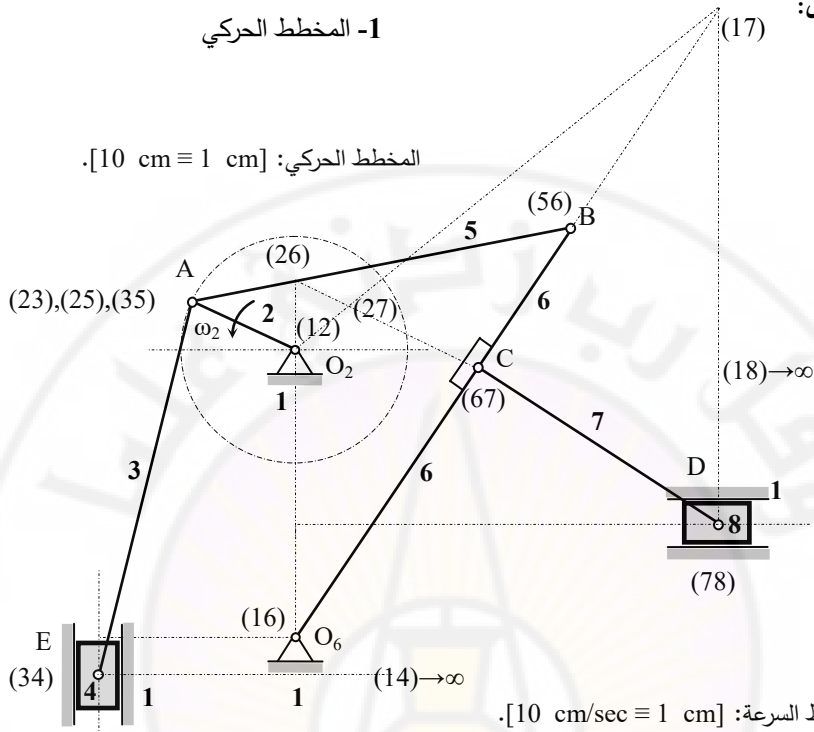
$$(O_2A = 15 \text{ cm}), (O_6B = 65 \text{ cm}), (AB = AE = 51 \text{ cm}), (BC = 22 \text{ cm})$$

$$(CD = 38 \text{ cm}), (a = 26 \text{ cm}), (b = 15 \text{ cm}), (c = 23 \text{ cm})$$

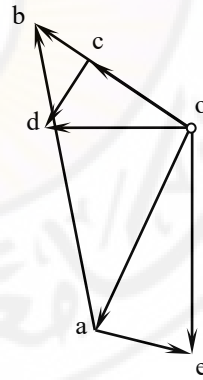
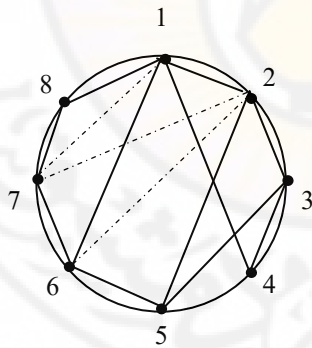


الحل: 1- المخطط الحركي

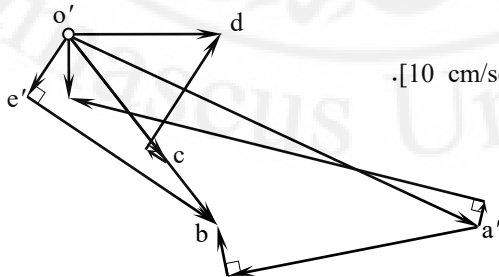
المخطط الحركي: $[10 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$.



مخطط السرعة: $[10 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.



مخطط التسارع: $[10 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.



مخططات الحركة.

2- دراسة الحركة

ω rad/sec	V cm/sec	ε rad/sec ²	A cm/sec ²
$\omega_2 = 2$)	$V_A = 30$	$\varepsilon_2 = 0$	$A''_A = 60$
$\omega_3 = 0.25$)	$V_E = 30$	$\varepsilon_3 = 1.11$)	$A_E = 8.5$
$\omega_4 = 0$	$V_B = 25$	$\varepsilon_4 = 0$	$A_B = 31.8$
$\omega_5 = 0.813$)	$V_C = 16.2$	$\varepsilon_5 = 0.134$)	$A_C = 21$
$\omega_6 = 0.384$)	$V_D = 19.3$	$\varepsilon_6 = 0.47$)	$A_D = 20.4$
$\omega_7 = 0.28$)		$\varepsilon_7 = 0.48$)	
$\omega_8 = 0$		$\varepsilon_8 = 0$	

3- للتأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 ، تُحدد المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية (78) ، (67) ، (56) ، (35) ، (25) ، (34) ، (23) ، (14) ، (18) ، (16) ، (12) ، ومن ثم تحدد المراكز اللحظية للسرعة (17) ، (26) ، (27) على التوالي، ومنه:

$$\omega_7 = \omega_2 [(12) , (27)] / [(17) , (27)] = 2 \times 0.9/6.3 = 0.285 \text{ rad/sec })$$

4- تعيين سرعة التحاك في المفصل C ؛ أي الأزواج الدوراني C المكون من الوصلتين 6 و 7 ،

من العلاقة:

$$(V_r)_C = (\omega_6 + \omega_7) d/2 = (0.384 + 0.28) 5 = 3.32 \text{ mm/sec}$$

مسألة-3-9

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2012-2013.

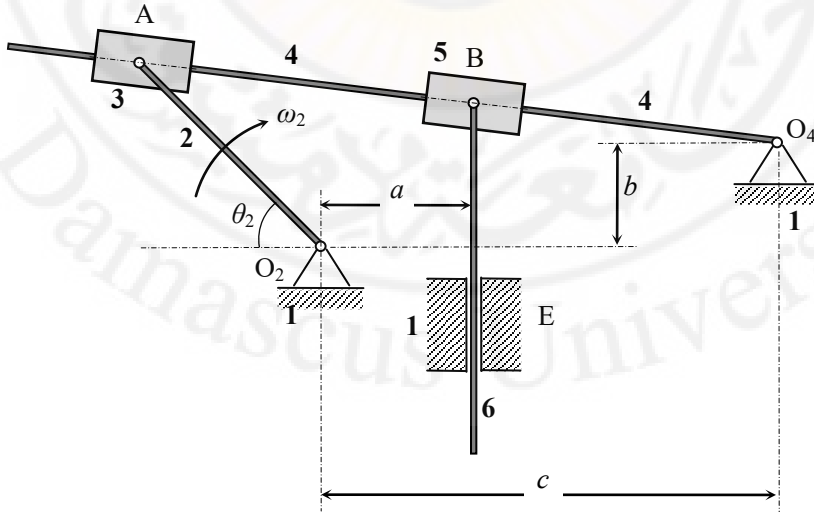
يبين الشكل تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية آلية، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ؛ لينقل الحركة إلى الذراع المتأرجح 4 عبر المنزلقة 3 ، ومنه إلى الوصلة 6 التي تنزلق ضمن المجرى الشاقولي E عبر المنزلقة 5 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 3 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق $(\theta_2 = 45^\circ)$ ، وبطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين متطابقتين على وصلتين متحركتين:

- دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية، وذلك بـ :

1. رسم المخطط الحركي بإتقان؛ باستعمال مقياس الرسم:
كل 10 cm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط الحركي]
 2. تعيين الميزات الحركية لوصلات التركيبية من مخططي السرعة والتسارع؛ باستعمال المقاييس الآتية:
لمخطط السرعة $[15 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، ولمخطط التسارع $[20 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.
 3. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 6 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
 4. إيجاد سرعة التحاك في المفصل الثابت O_4 ؛ إذا كان قطر محور الربط يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.
- علماً أن:

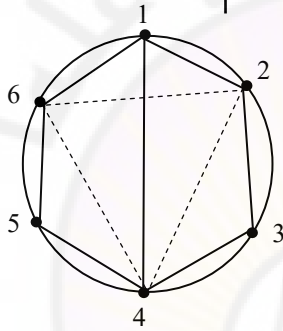
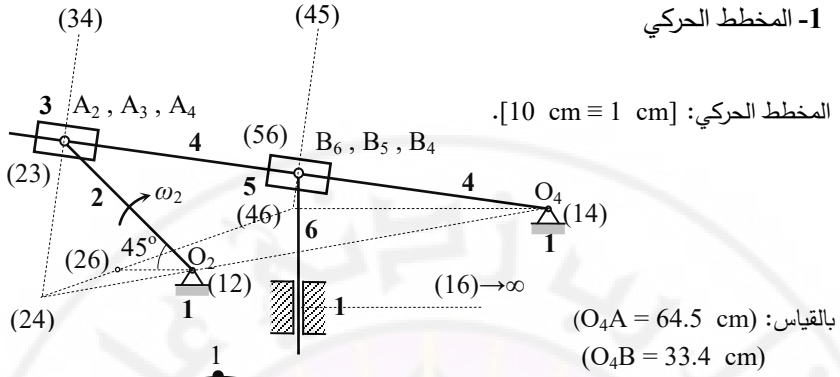
$$(a = 14 \text{ cm}) , (b = 8 \text{ cm}) , (c = 47 \text{ cm}) , (O_2A = 24 \text{ cm})$$



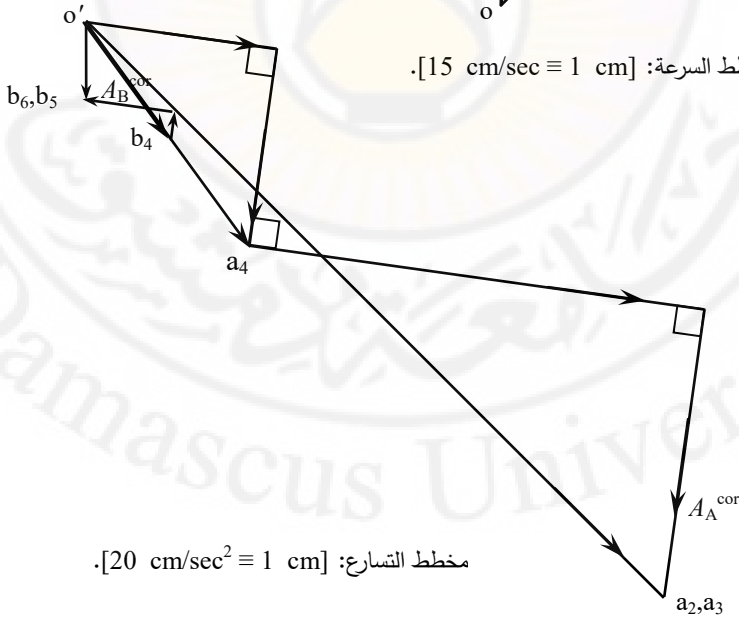
مخطط تركيبية آلية.

الحل:

1- المخطط الحركي



مخطط السرعة: $[15 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.



مخططات الحركة.

2- دراسة الحركة

ω rad/sec	V cm/sec	ε rad/sec ²	A cm/sec ²
$\omega_2 = 3$ ↺	$V_{A2} = V_{A3} = 72$	$\varepsilon_2 = 0$	$A''_{A2} = 216$
$\omega_4 = 0.89$ ↺	$V_{A4} = 57.45$	$\varepsilon_4 = 0.818$ ↺	$A''_{A4} = 51$
	$V_{A3A4} = 43.2$		$A^{cor}_A = 76.9$
	$V_{B4} = 29.7$		$A_{A4} = 73.2$
	$V_{B6} = V_{B5} = 30$		$A_{A3A4} = 121.4$
	$V_{B5B4} = 4.2$		$A_{B4} = 38$
			$A^{cor}_B = 7.47$
			$A_{B5B4} = 24$
			$A_{B6} = 20.6$

3- للتأكد من السرعة الخطية للوصلة 6 ، تُحدد المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية (56) ، (45) ، (34) ، (23) ، (14) ، (16) ، (12) ، ومن ثم تُحدد المراكز اللحظية للسرعة (24) ، (26) ، (46) على التوالي، ومنه:

$$V_6 = V_{(26)} = \omega_2 [(12) , (26)] = 1 \times 10 \times 3 = 30 \text{ cm/sec} \uparrow$$

4- تعين سرعة التحاك في المفصل الثابت O_4 ؛ أي الازدواج الدوراني الثابت O_4 المكون من الوصلتين 1 و 4 ، من العلاقة:

$$(V_r)_{O4} = (\omega_4) d/2 = 4.45 \text{ mm/sec}$$

مسألة-3-10

يبين الشكل تخطيطاً لتركيبية آلية أندرو التفاضلية الشوط التي تؤمن للمنزلة الترددية 7 أربعة أشواط متغيرة الطول. تنتج هذه الحركة عن دورة واحدة للمرفق 5 ، أو دورتين للمرفق الآخر 2 ، تمثل الدائرتان M , N دائرتي الخطوة لمسننين يتعشقان عند P . تتصل الوصلتان 2 , 5 بشكل صلب بالمسننين M , N على التوالي.

فإذا دار المرفق O_2A بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 50 \text{ rad/sec})$ ؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل، وبطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية عند نقطة تماس تدحرج صرف:

- دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية، وذلك ب :

1. رسم المخطط الحركي بدقة، وإتقان؛ باستعمال مقياس الرسم:

(كل 32 mm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط الحركي).

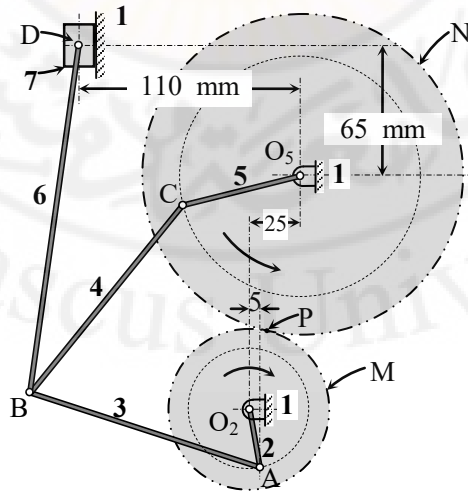
2. إيجاد الميزات الحركية لوصلات التركيبية الآلية من مخططي السرعة والتسارع؛ باستعمال المقاييس الآتية:

لمخطط السرعة (500 mm/sec $\equiv$ 1 cm)، ولمخطط التسارع (25000 mm/sec² $\equiv$ 1 cm).

3. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 4 ، والسرعة الخطية للمنزلة 7 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.

4. إيجاد سرعة التحاك في المفصل B ؛ إذا كان قطر محور الربط يساوي ($d = 10 \text{ mm}$).

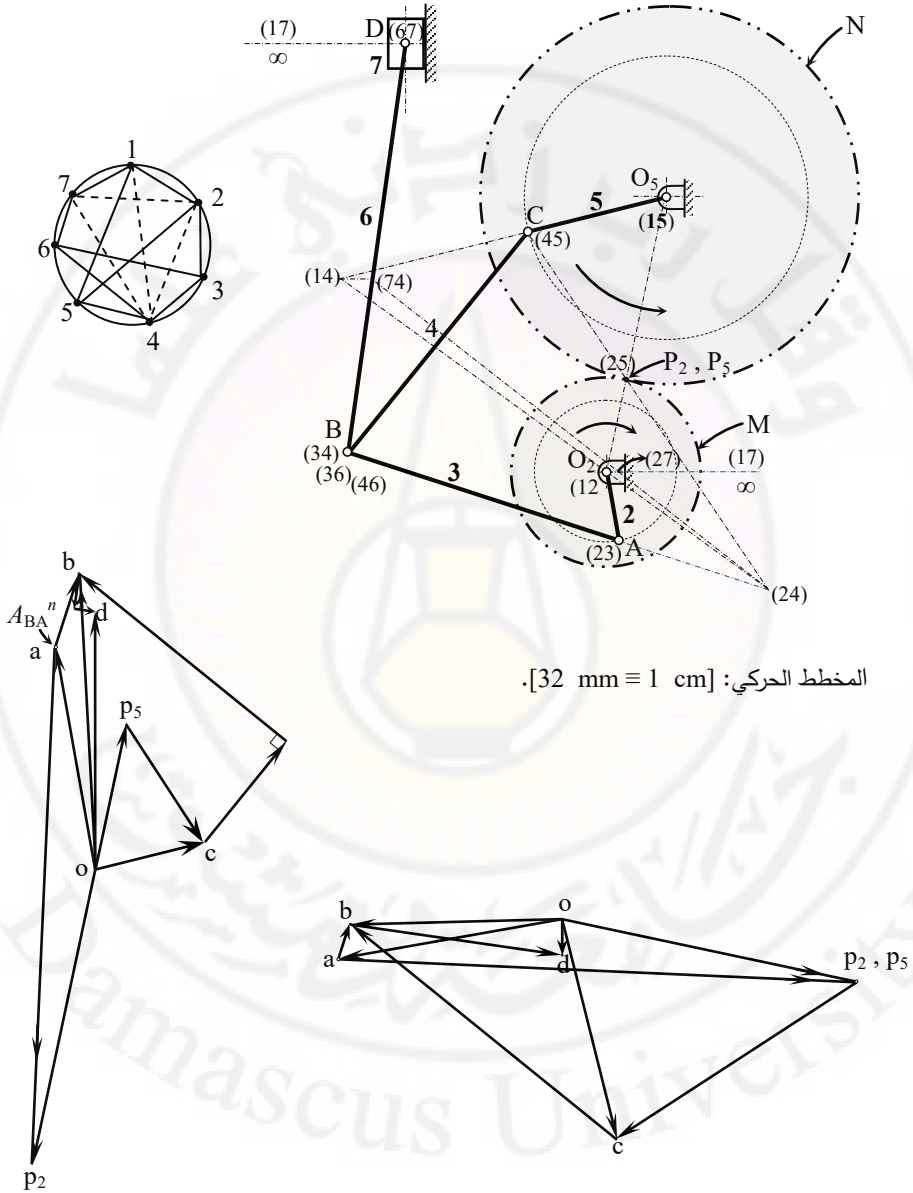
علماً أن قطر الدائرة M هو ($d_M = 80 \text{ mm}$)، وقطر الدائرة N هو ($d_N = 160 \text{ mm}$)، وأن الأطوال النسبية لوصلات هذه التركيبة الآلية هي.

$$(O_2A = 30 \text{ mm}), (AB = CB = 120 \text{ mm}), (BD = 175 \text{ mm}), (O_5C = 60 \text{ mm})$$


مخطط تركيبية آلية أندرو التفاضلية الشوط (*Andreu Differ-Stroke Engine*)

الحل:

1- المخطط الحركي



المخطط الحركي: $[32 \text{ mm} \equiv 1 \text{ cm}]$.

مخطط السرعة: $[500 \text{ mm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$. مخطط التسارع: $[25000 \text{ mm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

مخططات الحركة.

2- دراسة الحركة

ω rad/sec	V mm/sec	ε rad/sec ²	A mm/sec ²
$\omega_2 = 50$ ↺	$V_A = 1500$	$\varepsilon_2 = 0$	$A''_A = 75000$
$\omega_5 = 25$ ↺	$V_{P2} = V_{P2} = 2000$	$\varepsilon_5 = 0$	$A''_{P2} = 100000$
$\omega_3 = 2$ ↺	$V_C = 1500$	$\varepsilon_3 = 212$ ↺	$A''_{P5} = 50000$
$\omega_4 = 18.9$ ↺	$V_B = 1400$	$\varepsilon_4 = 737$ ↺	$A''_C = 37500$
$\omega_6 = 8.05$ ↺	$V_D = 240$	$\varepsilon_6 = 40$ ↺	$A_B = 97940$
			$A_D = 85500$

3- للتأكد من السرعة الزاوية للوصلة 4 ، تُحدد المراكز اللحظية للسرعة الابتدائية (67) ، (46) ، (36) ، (45) ، (34) ، (23) ، (17) ، (15) ، (12) ، ومن ثم تحدد المراكز اللحظية للسرعة (24) ، (14) ، (47) ، (27) على التوالي، ومنه:

$$\omega_4 = \omega_2 [(12), (24)] / [(14), (24)] = 18.9 \text{ rad/sec} \quad \downarrow$$

وللتأكد من السرعة الخطية للمنزلة 7 ، يتم من العلاقة:

$$V_D = V_{(27)} = \omega_2 [(12), (27)] = 50 \times 0.15 \times 32 = 240 \text{ mm/sec} \quad \downarrow$$

4- تعين سرعة التحاك الأولى في المفصل B ، للازدواج الدوراني المكون من الوصلتين 3 و 4 ،

من العلاقة:

$$(V_r)_{1B} = (\omega_4 - \omega_3).d/2 = (18.9 - 2) 5 = 94.5 \text{ mm/sec}$$

وتعين سرعة التحاك الثانية في المفصل B ، للازدواج الدوراني المكون من الوصلتين 4 و 6 ، من العلاقة:

$$(V_r)_{2B} = (\omega_4 - \omega_6).d/2 = (18.9 - 8.05) 5 = 54.25 \text{ mm/sec}$$

أما سرعة التحاك الثالثة في المفصل B ، للازدواج الدوراني المكون من الوصلتين 3 و 6 ، فتعين من العلاقة:

$$(V_r)_{3B} = (\omega_6 - \omega_3).d/2 = (8.05 - 2) 5 = 30.25 \text{ mm/sec}$$

مسائل غير محلولة PROBLEMS

م-3-1

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 1983-1984.

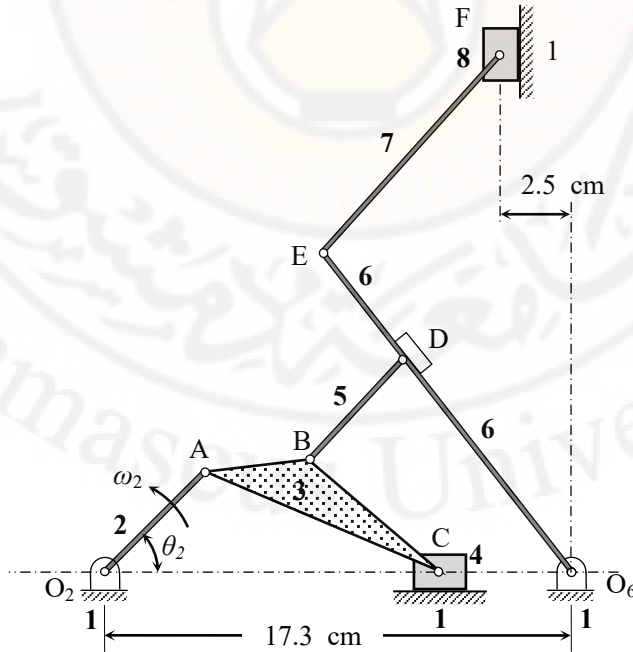
يبين الشكل (م-3-1) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 1 \text{ rad/sec})$ ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفاصل C ، B ، E ؛ إذا كان قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.

علماً أن:

$(O_2A = 5.1 \text{ cm})$ ، $(AC = 10.2 \text{ cm})$ ، $(AB = 4.5 \text{ cm})$ ، $(BC = 6.4 \text{ cm})$
 $(BD = 5.1 \text{ cm})$ ، $(DO_6 = 10.2 \text{ cm})$ ، $(EO_6 = 15.2 \text{ cm})$ ، $(EF = 10.2 \text{ cm})$



الشكل (م-3-1)، مخطط تركيبية آلية.

م-3-2

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2005-2006.

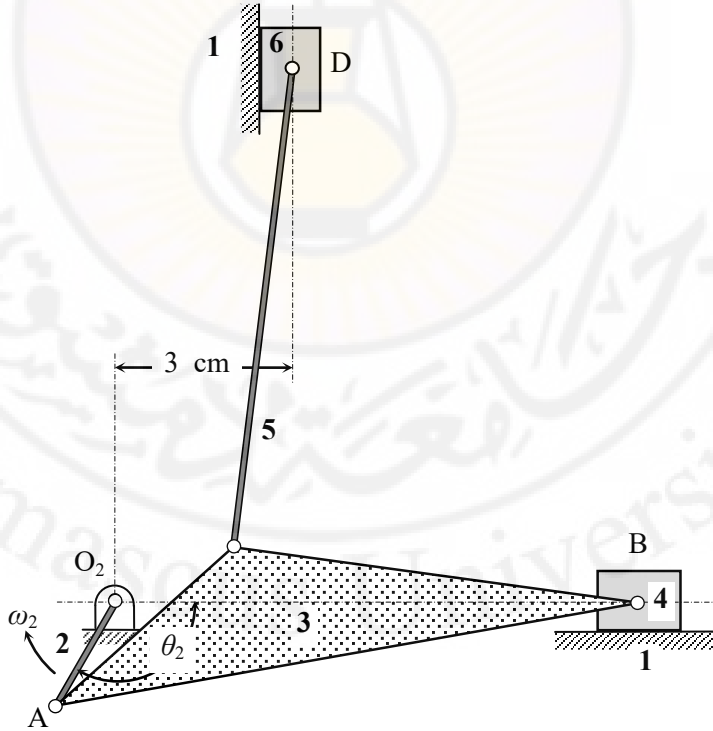
يبين الشكل (م-3-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ؛ ليحرك كلاً من الوصلتين 4، 6 حركة ترددية.

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 40 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 120^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبة الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الخطية لكل من الوصلتين 4، 6؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك ضمن مجرى الوصلتين 4، 6.
4. تعيين سرعة كل من المفاصل B, C, D ؛ بطريقة خط المراكز اللحظية للسرعة.
5. تعيين سرعة هذه النقاط؛ بطريقة الانتقال من وصلة إلى وصلة تحليلياً، وتخطيطياً.

علماً أن:

$$(O_2A = 2 \text{ cm}), (AC = 4 \text{ cm}), (AB = 10 \text{ cm}), (BC = 7 \text{ cm}), (CD = 8 \text{ cm})$$



الشكل (م-3-2)، مخطط تركيبة آلية.

م-3-3

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2020-2021.

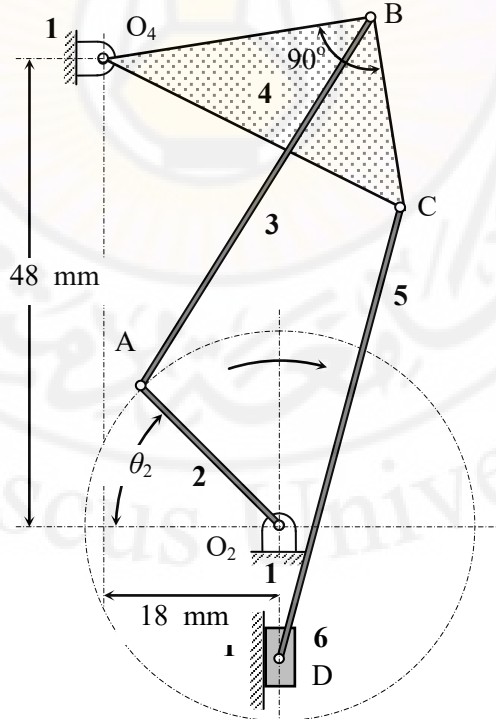
يبين الشكل (م-3-3) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية تستعمل في آلة خياطة؛ لتحريك الساق الحاملة للإبرة، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ؛ ليعطي الوصلة 6 حركة ترددية.

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 30 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 6، والسرعة الزاوية للوصلة 4؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفاصل B, C, D ؛ إذا كان نصف قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي $(r = 5 \text{ mm})$.

علماً أن:

$(O_2A = BC = 20 \text{ mm})$ ، $(AB = 45 \text{ mm})$ ، $(O_4B = 28 \text{ mm})$ ، $(CD = 48 \text{ mm})$



الشكل (م-3-3)، مخطط تركيبية آلية تستعمل في آلة خياطة.

م-4-3

يبين الشكل (م-4-3) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلة تغليف (Wrapping Machine) المستعملة في آلات اللف، وفي تزويد المطابع بالورق على دفعات متقطعة، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ، لينقل الحركة عبر الذراع ACB إلى الوصلة المرفقية القائمة 6 التي تتأرجح حول المفصل الثابت O_6 .

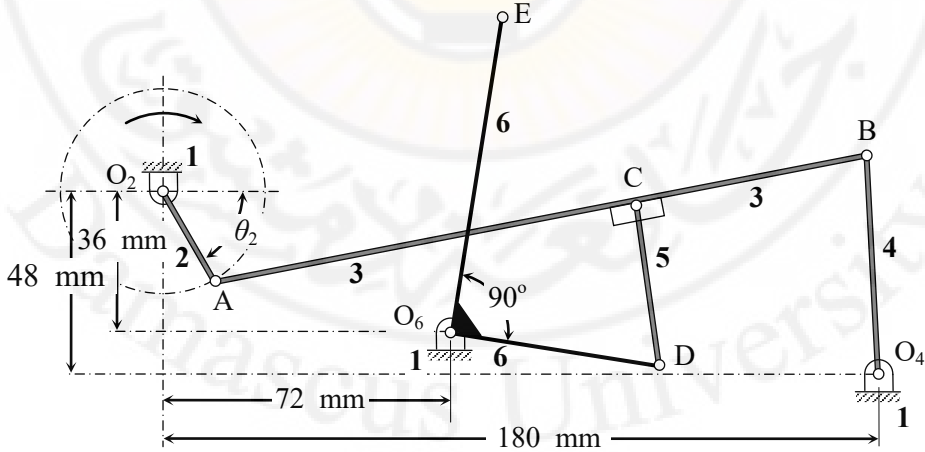
فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 100 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 60^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 6 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفاصل C ، O_6 ، O_2 ؛ إذا كان قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.

علماً أن:

$$(O_2A = 27 \text{ mm}) , (AB = 168 \text{ mm}) , (CB = 60 \text{ mm})$$

$$(O_4B = O_6D = 54 \text{ mm}) , (CD = 42 \text{ mm}) , (O_6E = 90 \text{ mm})$$



مخطط تركيبية آلة تغليف.

الشكل (م-4-3)

م-3-5

يبين الشكل (م-3-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية محرك ذي ثلاث أسطوانات، حيث يدور المرفق المشترك O_2B فيها حول المفصل الثابت O_2 .

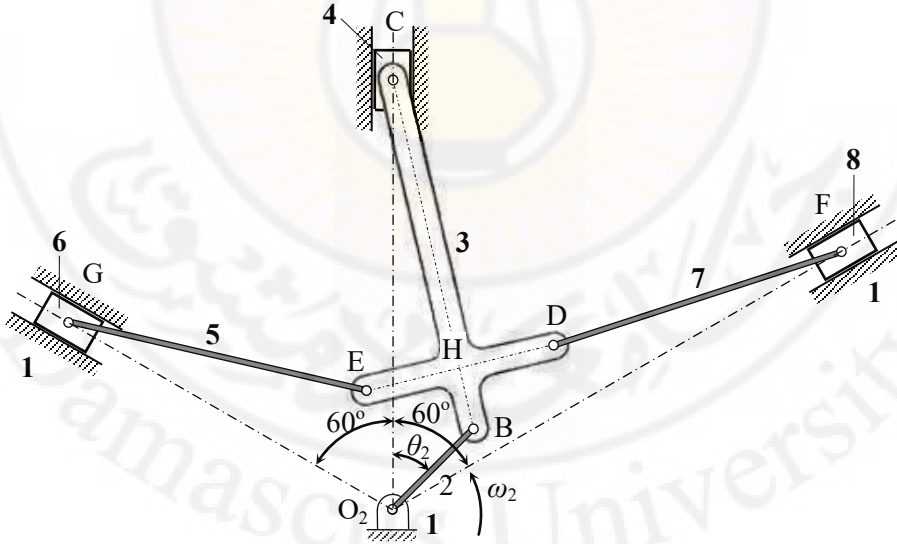
فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 2500 \text{ rad/sec})$ ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 6 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفصلات D, E, B ؛ إذا كان قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي $(d = 10 \text{ mm})$.

علماً أن:

$$(O_2B = 10 \text{ cm}) , (BC = 35 \text{ cm}) , (BH = 5 \text{ cm})$$

$$(EH = HD = 8.5 \text{ cm}) , (GE = FD = 26 \text{ cm})$$



مخطط تركيبية محرك ذي ثلاث أسطوانات.

الشكل (م-3-5)

م-3-6

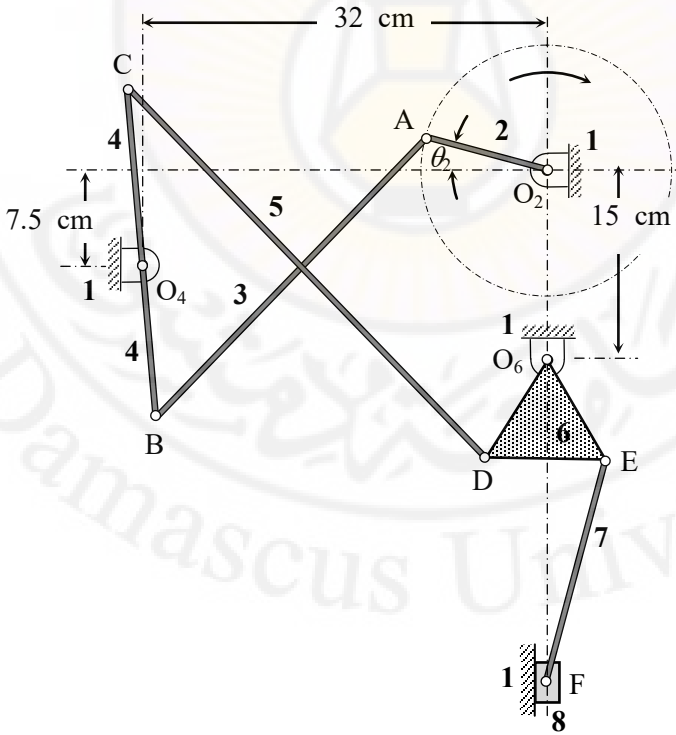
يبين الشكل (م-3-6) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية ركبته في مكبس تخريم، حيث الوصلة القائدة 2 تمثل المرفق؛ بينما الوصلة المقودة 8 تمثل ممسك أداة التخريم.

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 50 \text{ rad/sec}$)، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 15^\circ$) الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 7؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفاصل C، D، E؛ إذا كان قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي ($d = 10 \text{ mm}$).

علماً أن:

($O_2A = 10 \text{ cm}$) ، ($AB = 31 \text{ cm}$) ، ($O_4C = 14 \text{ cm}$) ، ($O_4B = 12.5 \text{ cm}$)
($CD = 40.5 \text{ cm}$) ، ($EF = 18 \text{ cm}$) ، ($O_6D = O_6E = 9 \text{ cm}$) ، ($DE = 9.5 \text{ cm}$)



الشكل (م-3-6)، مخطط تركيبية آلية ركبته في مكبس تخريم.

م-3-7

يبين الشكل (م-3-7) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية تدخل في تصميم بعض أجزاء آلات البناء، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 ؛ ليعطي حركة دورية منحنية للذراع المشقوق O_6D ، عبر الوصلة المرفقية قائمة الزاوية ABC ، التي تتأرجح حول المفصل الثابت O_4 ، وعبر المنزلقة 5 .

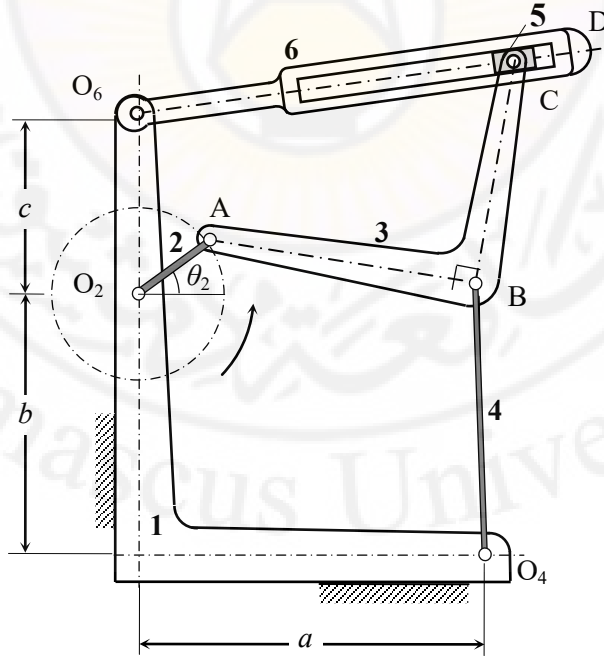
فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 300 \text{ rad/sec})$ ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta = 30^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 6 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني B ؛ إذا كان قطر محور الربط هو $(d = 20 \text{ mm})$ ، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة 5 .

علماً أن:

$$(O_2A = 75 \text{ mm}) , (AB = 225 \text{ mm}) , (BC = 200 \text{ mm})$$

$$(O_4B = 225 \text{ mm}) , (a = 300 \text{ mm}) , (b = 225 \text{ mm}) , (c = 150 \text{ mm})$$



الشكل (م-3-7)، مخطط تركيبية آلية.

م-8-3

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2004-2005.

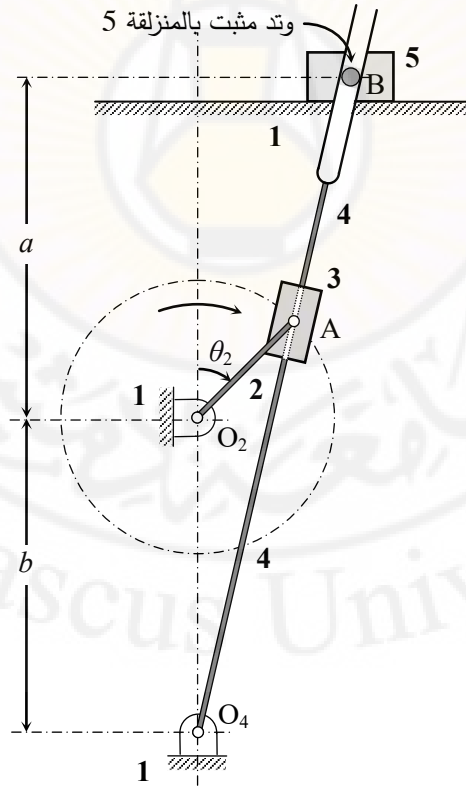
يبين الشكل (م-8-3) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 ؛ لإعطاء حركة سريعة الارتداد للمنزلة 5 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 100 \text{ rad/sec}$)، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 45^\circ$) الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 4 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفصلات O_2, O_4, A ؛ إذا كان قطر مسمار الربط عند كل منها يساوي ($d = 10 \text{ mm}$).

علماً أن:

$$(O_2A = 50 \text{ mm}) , (a = 125 \text{ mm}) , (b = 115 \text{ mm})$$



الشكل (م-8-3)، مخطط تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق.

م-9-3

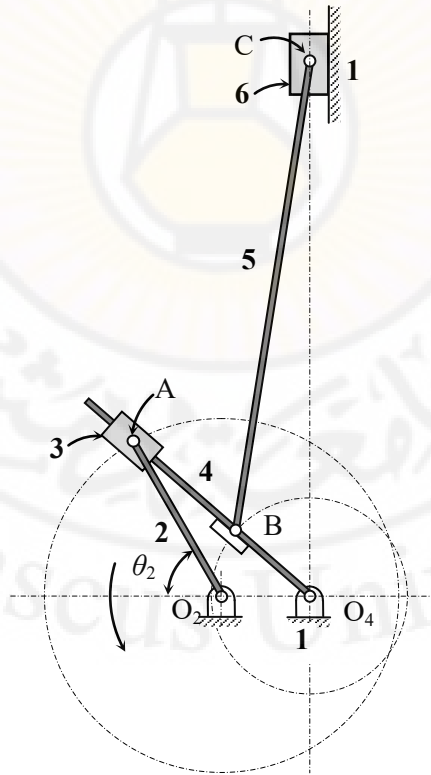
يبين الشكل (م-9-3) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية ويت وورث (Whitworth)، المستعملة في الحصول على حركة سريعة الارتداد لعدة القطع في مقشطة صغيرة.

فإذا دار المرفق O_2A بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 60^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 5 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند الازدواج الدوراني B ؛ إذا كان قطر محور الربط هو $(d = 20 \text{ mm})$ ، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة 6 .

علماً أن:

$(O_2O_4 = 90 \text{ mm})$ ، $(O_2A = 180 \text{ mm})$ ، $(O_4B = 96 \text{ mm})$ ، $(BC = 390 \text{ mm})$



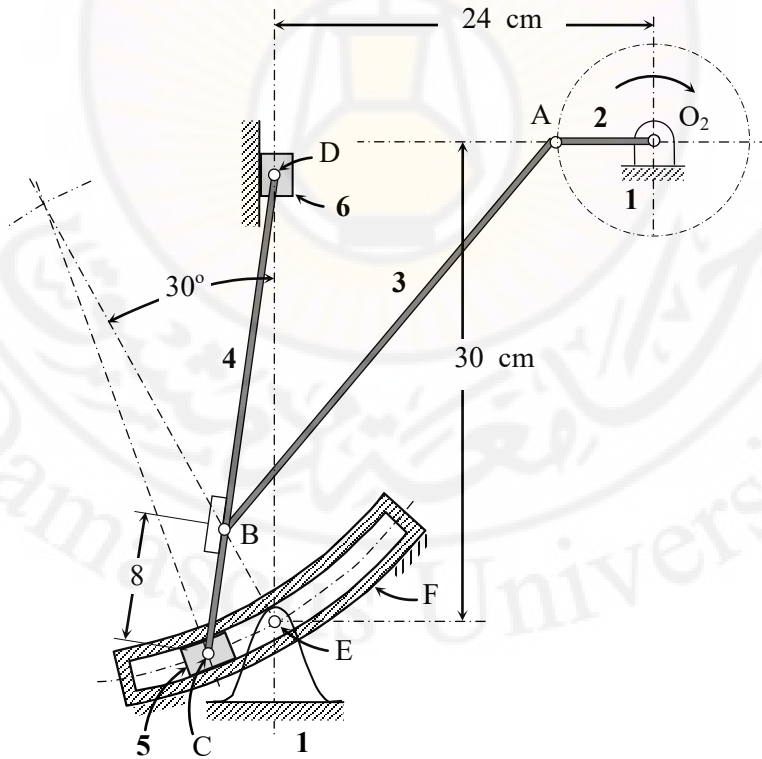
الشكل (م-9-3)، مخطط تركيبية آلية ويت وورث.

م-10-3

يبين الشكل (م-10-3) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية مضخة تغذية ترددية متغيرة الشوط. تنتقل الحركة من الوصلة القائدة 2 عبر المفصل B إلى ذراع التوصيل CBD الذي تتصل نهايته C بكتلة متمفصلة معه 5. تتحرك هذه الكتلة ضمن مجرى منحني في الوصلة F المثبتة إلى المسند E. يمكن تغيير شوط المكبس D بتغيير وضع F حول المسند E. فإذا دار المرفق بسرعة ثابتة قدرها ($\omega_2 = 500 \text{ rad/sec}$)، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب في الوضع المبين الآتي:

- 1- دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
- 2- التأكد من السرعة الخطية للمكبس 6 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.

علماً أن نصف قطر انحناء المجرى يساوي طول الذراع CD ، وأن الأبعاد: ($O_2A = 6 \text{ cm}$) ، ($AB = 32 \text{ cm}$) ، ($CD = 30 \text{ cm}$)



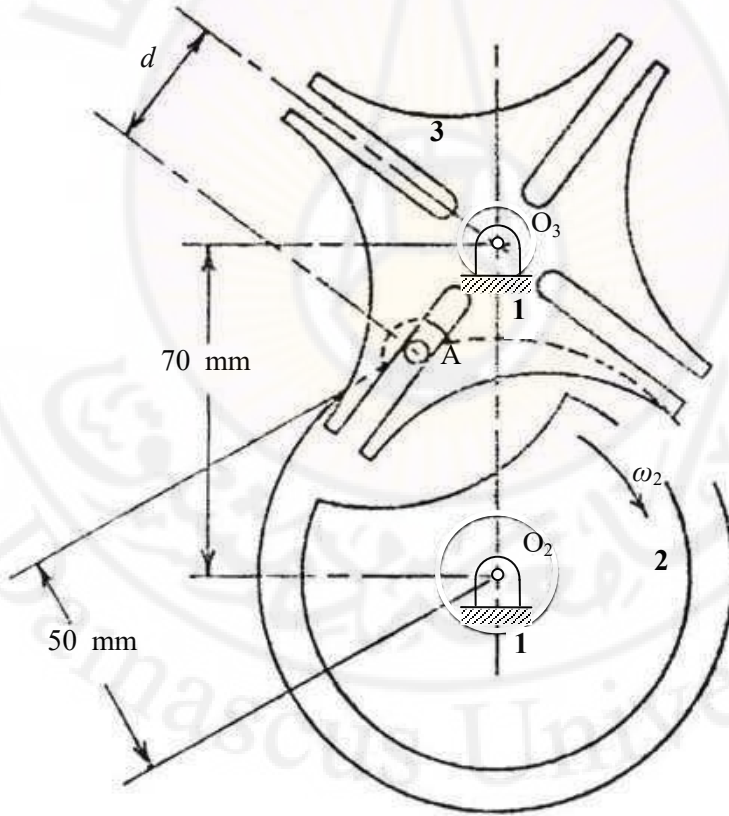
الشكل (م-10-3)، مخطط تركيبية مضخة تغذية ترددية متغيرة الشوط.

م-3-11

يبين الشكل (م-3-11) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية دولاب جينيفا (Geneva) للحركة المتقطعة.

فإذا دار الدولاب بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 15 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الذي تكون فيه المسافة $(d = 33 \text{ mm})$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للدولاب المخدّد 3 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.



تركيبية دولاب جينيفا (Geneva)

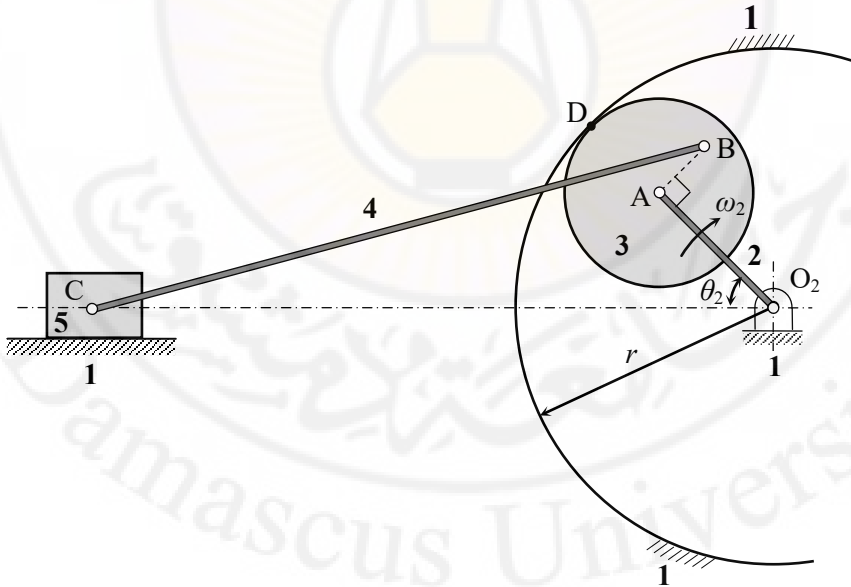
الشكل (م-3-11)

م-3-12

يبين الشكل (م-3-12) مخططاً لأوضاع تركيبة آلية؛ لتحويل حركة دورانية إلى حركة انزلاقية ترددية؛ عبر مسننين 1 و 3 يتعشقان داخلياً، حيث المسنن 1 ثابت؛ بينما يدور المسنن 3؛ لينقل الحركة من المرفق 2 إلى المنزلقة 5 عبر ذراع التوصيل 4 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 200 \text{ rad/sec}$) باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 45^\circ$) الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
 2. التأكد من السرعة الخطية للوصلة 5 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
 3. تعيين سرعة التحاك عند المفصل B ؛ إذا كان قطر محور الربط هو ($d = 20 \text{ mm}$)، وكذلك سرعة التحاك ضمن مجرى المنزلقة.
- علماً أن:
- ($r = 200 \text{ mm}$) , ($OA = 120 \text{ mm}$) , ($AB = 50 \text{ mm}$) , ($BC = 500 \text{ mm}$)



مخطط تركيبية آلية لتحويل حركة دورانية إلى حركة انزلاقية ترددية.

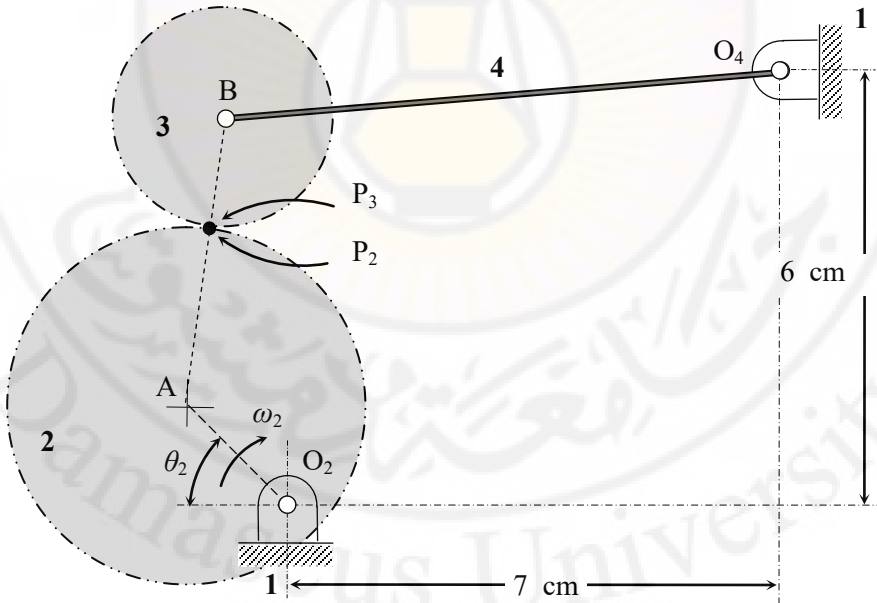
الشكل (م-3-12)

م-3-13

يبين الشكل (م-3-13) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية مسننة، حيث كل من المسننين 2, 3 ممثل بدائرة خطوته. يدور المسنن 2 حول المفصل الثابت O_2 ؛ بينما يتدحرج المسنن 3 عليه تدحرجاً صرفاً.

فإذا دار المسنن 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الزاوية للوصلة 4 ؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفصل B ؛ إذا كان قطر الربط يساوي $(d = 5 \text{ mm})$.
علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالسنتيمتر، وأن:
 $(O_2A = 2 \text{ cm})$ ، $(AP_2 = 2.5 \text{ cm})$ ، $(BP_3 = 1.5 \text{ cm})$ ، $(O_4B = 8 \text{ cm})$



مخطط تركيبية آلية مسننة.

الشكل (م-3-13)

م-3-14

يبين الشكل (م-3-14) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية مكونة من ثلاث وصلات، ومسننين، وجريدة مسننة، التي تؤمن للوصلة 6 حركة تأرجحية حول المفصل الثابت O_6 عبر المسننين 4 و 5 والمتعشقين عند M ، وذراع التوصيل AB المتمفصل من جهة بالمرفق O_2A ، ومن جهة أخرى بمركز المسنن 4 الذي يتدحرج على الجريدة المسننة الثابتة 1.

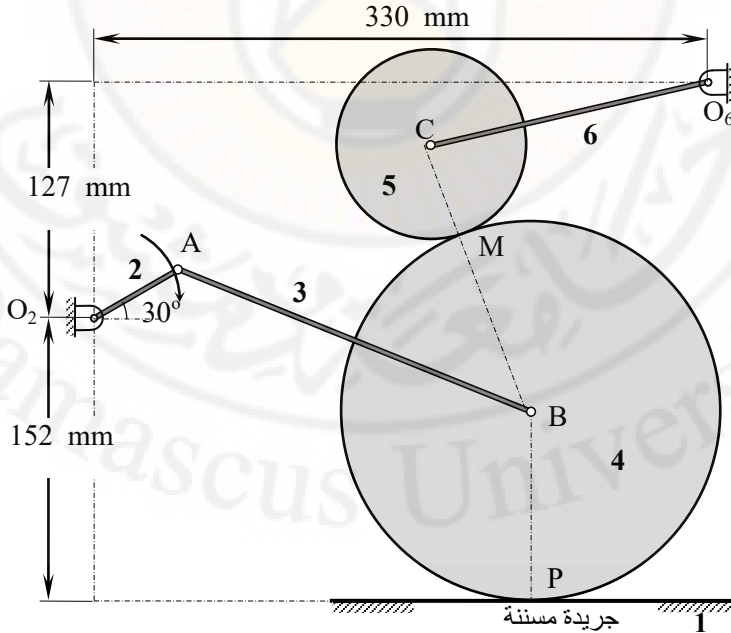
فإذا دار المرفق O_2A بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 25 \text{ rad/sec}$)، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 30^\circ$) الآتي:

1. دراسة حركة وصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. التأكد من السرعة الخطية للمفصل B ، والسرعة الزاوية للوصلة 6؛ بطريقة مباشرة؛ باستعمال مفهوم المركز اللحظي للسرعة.
3. تعيين سرعة التحاك عند المفصلين B و C ؛ إذا كان قطر مسمار الربط يساوي ($d = 5 \text{ mm}$).

علماً أن قطر المسنن 4 هو ($d_4 = 204 \text{ mm}$)، وقطر المسنن 5 هو ($d_5 = 102 \text{ mm}$)،

وأن:

$$(O_2A = 50.8 \text{ mm}) , (AB = 204 \text{ mm}) , (O_6C = 152 \text{ mm})$$



الشكل (م-3-14)، مخطط تركيبية آلية مسننة.

الفصل الرابع

تحليل حركة التركيبات الآلية بواسطة الحاسوب

Computer Aided Kinematic Analysis of Mechanisms

Introduction

1-4- مقدمة

إن الطرق التخطيطية لتحليل حركة التركيبات الآلية المشروحة في الفصل السابق تعتمد بالخطوة المتعلقة بعملية تعيين الإزاحة، والسرعة، والتسارع لأجزاء التركيبة الآلية في وضعية وحيدة محددة، ولكن تحليل الحركة في وضعية وحيدة للآلية يعطي عادة معلومات ضئيلة جداً لا تفي بما يلزم للمصمم؛ لأن مثل هذا التحليل يجب أن يتم في وضعيات كثيرة خلال دورة عمل كاملة للتركيبة الآلية؛ هذا يعني بأن إنشاء مخططات السرعة، والتسارع يجب أن يكرر في كل وضعية للتركيبة الآلية؛ لتعيين تغيرات السرعة، والتسارع بصورة كاملة.

إن للطرق التحليلية بعض الميزات الخاصة؛ مقارنة بالطريقة التخطيطية؛ إذ إنه يمكن اشتقاق علاقات تحليلية لحساب الإزاحة، والسرعة، والتسارع بدلالة الوسائط العامة للتركيبة الآلية، وتصاغ كخطوة نالية هيكل رياضي، ثم يُعد برنامج يعالجه الحاسوب، ويقوم بالعمليات الحسابية اللازمة، وأخيراً تُطبع النتائج وتُرسَم مخططات الحركة على أنواعها؛ وهذا يتيح للباحث الإلمام الدقيق بجميع التغيرات الحركية من إزاحة، وسرعة، وتسارع، حتى يتمكن من أخذ قرار حول صلاحية الآلية للاستعمال العملي، أم فيما كان من الضروري إجراء تعديلات في أبعادها الحركية أو غير ذلك.

يتناول هذا الفصل طرائق عدة لتحليل حركة التركيبات الآلية، بحيث يمكن تطبيقها في حل أمثلة عملية؛ باستعمال الحاسوب، وهي الآتية:

- تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية.
- تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة.
- تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق.

2-4- تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية

Equations of Motion Analysis by Trigonometry

تعتمد طريقة تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية، على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطط الحركي للتركيبة الآلية؛ وذلك باستعمال علاقات الهندسة المستوية والنسب المثلثية. يُحصل على سرعة كل نقطة من هذه النقاط من اشتقاق معادلة الإزاحة الموافقة لها بالنسبة للزمن، أما التسارع، فينتج من اشتقاق معادلة السرعة بالنسبة للزمن.

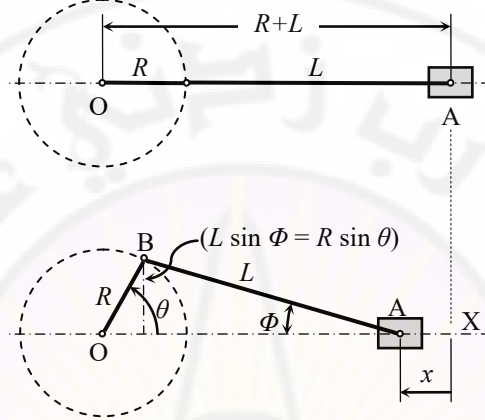
سنوضح فيما يأتي من خلال مثال نموذجي الأسس المتبعة في تحليل معادلات حركة نقطة من تركيبة آلية المنزلقة والمرفق المركزية، والتي يمكن - استناداً إليه - تحليل معادلات الحركة بتطبيق علاقات النسب المثلثية لأي نقطة في أية تركيبة آلية، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل معادلات حركة تركيبية آلية المنزلقة والمرفق

Equations of Motion Analysis of Slider-Crank Mechanism

يبين (الشكل-1-4) مخططاً لتركيبية آلية المنزلقة والمرفق المركزية في وضعها الحدي الخارجي، وفي وضعية عامة محددة بزاوية الوضع الزاوي للمرفق θ . المطلوب:

- دراسة حركة التركيبية الآلية.



(الشكل-1-4)، مخطط تركيبية آلية المنزلقة والمرفق المركزية في وضعها الحدي الخارجي وفي وضعية عامة.

من (الشكل-1-4)، يمكن تعيين إزاحة المكبس x_A عن وضعيته الابتدائية اليميني؛ بدلالة الوضع الزاوي للمرفق θ :

$$x_A = (R + L) - (R \cos \theta + L \cos \phi)$$

$$x_A = R(1 - \cos \theta) + L(1 - \cos \phi) \quad (1-4)$$

يمكن التعبير عن الزاوية ϕ بدلالة الزاوية θ ؛ بإنزال عمود من المفصل B على المحور OX؛ ليتشكل مثلثان قائمان، ويكون طول العمود:

$$R \sin \theta = L \sin \phi \quad \Rightarrow \quad \sin \phi = \frac{R}{L} \sin \theta$$

منه؛ نحصل على:

$$\cos^2 \phi = 1 - \sin^2 \phi = 1 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2 \theta$$

ومنه بالتعويض؛ نحصل على معادلة إزاحة المنزلقة A؛ بدلالة الزاوية θ فقط:

$$x_\theta = R(1 - \cos \theta) + L \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2 \theta \right]^{1/2} \right\} \quad (2-4)$$

بمفاضلة معادلة الإزاحة x_θ بالنسبة للزمن، تنتج معادلة سرعة المنزلقة A، مع افتراض أن السرعة الزاوية ω للمرفق هي مشتق زاوية الوضع θ له، بالنسبة للزمن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \omega R \sin \theta \left[1 + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{\cos \theta}{\left[1 - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \sin^2 \theta \right]^{1/2}} \right] \quad (3-4)$$

إذا كانت تركيبية آلية المنزلقة والمرفق تستعمل في محرك مكبسي، أو مضخة مكبسية، فإن نسبة L إلى R تكون كبيرة نسبياً، ثلاث مرات أو أكثر، وهذا يؤدي إلى تبسيط شكل المعادلة الأخيرة.

باستعمال نظرية البيנוمية ذات الحدين في نشر الجذر التربيعي، وتعويض $(\theta = 0)$ عندما $(t = 0)$ ، وإهمال الحدود التي هي أعلى من الرتبة الثانية، فإنه يتبقى الحدود الآتية فقط في معادلة إزاحة المنزلقة:

$$x_\theta = R(1 - \cos \theta) + \frac{R^2}{2L} \sin^2 \theta \quad (4-4)$$

باستبدال الزاوية θ بالمقدار $\omega.t$ ، وبمفاضلة معادلة الإزاحة تنتج معادلة السرعة التقريبية للمنزلة:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = \omega.R.\sin \theta [1 + (\frac{R}{L})\cos \theta] \quad (5-4)$$

بافتراض أن السرعة الزاوية ω ثابتة، وبمفاضلة معادلة السرعة التقريبية، تنتج معادلة التسارع التقريبي للمنزلة:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \omega^2.R[\cos \theta + (\frac{R}{L})\cos 2\theta] \quad (6-4)$$

إن المعادلات السابقة تعطي قيمة موجبة لـ سرعة المنزلقة، وتسارعها؛ إذا كان اتجاههما نحو عمود المرفق، وقيمة سالبة إذا كان اتجاههما مبتعداً عن عمود المرفق، وتسري هذه المعادلات على آلية المنزلقة والمرفق المركزية؛ إذا كانت السرعة الزاوية لعمود المرفق ثابتة؛ وإذا كانت النسبة R/L أكبر، أو تساوي ثلاثة، وعلى تركيبية آلية المنزلقتين والمرفق المبينة سابقاً في الفقرة 2-5، و (الشكل-2-13) من الفصل الثاني، حيث يمكن الحصول على علاقات حركة المنزلقة 4 بعد تعويض $(R/L = 0)$ ؛ لأن L تساوي لانهاية؛ وهذا ينتج أن:

$$x_\theta = R(1 - \cos \theta) \Rightarrow V_\theta = R.\omega.\sin \theta \Rightarrow A_\theta = R.\omega^2.\cos \theta$$

وهي علاقات حركة توافقية بسيطة؛ لذا فإن من أهم تطبيقاتها توليد اهتزازات توافقية بسيطة في آلات الاختبار، وكذلك كمولد حركة جيبية - تجيبية صحيحة في عناصر الحاسبات التمثيلية الميكانيكية.

من الواضح عند تطبيق هذه الطريقة، لا بد من كتابة معادلة إزاحة مستقلة لكل نقطة يراد تعيين حركتها، وذلك بدلالة الإزاحة المعلومة للوصلة القائمة في التركيبية الآلية. يمكن لمعادلة الإزاحة أن تكون خطية، أو زاوية، بحسب طبيعة حركة النقطة، أو الوصلة العائدة لها.

استناداً للمعادلات المستنتجة (4-4)، و (5-4)، و (6-4)، والمعادلات الموافقة لكل نقطة، أو وصلة من تركيبية آلية يراد تعيين حركتها؛ لإيجاد كل من الإزاحات، والسرعات، والتسارعات الخطية لهذه لنقاط، أو الزاوية لوصلات التركيبية الآلية من أجل أوضاع مختلفة للمرفق. يمكن صياغة برنامج للحاسوب؛ بأي لغة برمجة ملائمة مثل، لغة (C++)، أو بلغة (BASIC)، أو بلغة فورتران (FORTRAN)؛ لتسهيل العمليات الحسابية، والوصول إلى أدق النتائج، بتعيين قيم هذه الإزاحات، والسرعات، والتسارعات الخطية، والزاوية.

إن هذه الطريقة سهلة وسريعة عند كون التركيبية الآلية بسيطة الشكل ذات عدد قليل من الوصلات، لكن لما كانت غالبية الآلات مكونة من مجموعة تركيبات آلية متداخلة؛ فإن تحليل الحركة بهذه الطريقة يصبح معقداً جداً؛ بسبب تداخل المتغيرات المؤثرة في تعيين معادلات الإزاحة؛ فضلاً عن تزايد احتمال حصول أخطاء في كتابة هذه المعادلات من الصعب اكتشافها.

3-4- تحليل متجهات الحركة بتطبيق علاقات الأعداد المركبة

Vectors of Motion Analysis by Complex Numbers Relations

تعتمد طريقة تحليل متجهات الحركة؛ بتطبيق علاقات الأعداد المركبة، على كتابة معادلات الإزاحة لمختلف نقاط المخطط الحركي للتركيبة الآلية، وذلك باستعمال علاقات الأعداد المركبة. يُحصل على سرعة كل نقطة من هذه النقاط من اشتقاق معادلة الإزاحة الموافقة لها بالنسبة للزمن، أما التسارع، فينتج من اشتقاق معادلة السرعة بالنسبة للزمن.

سنوضح فيما يأتي الشرح النظري لهذه الطريقة من خلال دراسة نموذجية تتضمن الأسس المتبعة في تحليل متجهات كل من حركة نقطة من وصلة، وحركة نقطتين متطابقتين من وصلتين بتطبيق علاقات الأعداد المركبة، والتي يمكن -استناداً إليهما- تحليل متجهات الحركة في أية تركيبة آلية، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون الشرح النظري.

1-3-4 تحليل متجهات حركة نقطة من وصلة

Vectors of Motion Analysis of Point Motion of Link

لتحليل متجهات حركة نقطة من وصلة؛ بتطبيق علاقات الأعداد المركبة، ندرس الحالة المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-2-4)، حيث تدور الوصلة 2 حول المفصل الثابت O_2 ، بسرعة زاوية ω_2 ، وتسارع زاوي ε_2 ، عندما تكون الإزاحة الزاوية للوصلة هي θ_2 مقيسة من المحور الموجب، وباتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

إذا أردنا تعيين حركة النقطة P على هذه الوصلة، فإن وضع هذه النقطة يمثل بالمتجه R_p ، الذي يمكن التعبير عنه كعدد مركب بإحدى المعادلات الآتية:

$$R_p = r_p \cdot e^{i.\theta_2} \quad (7-4)$$

$$R_p = r_p (\cos \theta_2 + i.\sin \theta_2)$$

علماً أنه بصورة عامة:

$$e^{i.\theta_2} = \cos \theta_2 + i.\sin \theta_2$$

تعد المعادلة الأولى من (7-4) أكثر سهولة في تحليل الحركة.

حيث:

r_p تمثل طولية، أو القيمة المطلقة لمتجه الإزاحة، وهي في هذه الحالة ثابتة، وتساوي O_2P .
 $e^{i.\theta_2}$ تمثل وحدة قياس المتجه باتجاه الإزاحة الزاوية θ_2 مع المحور الأفقي الحقيقي R، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-2-4).

يمكن تعيين متجه سرعة النقطة P؛ باشتقاق المعادلة (7-4) بالنسبة للزمن، ينتج:

$$V_p = \dot{R}_p = r_p \cdot \dot{\theta}_2 \cdot i \cdot e^{i.\theta_2}$$

$$V_p = r_p \cdot \omega_2 \cdot i \cdot e^{i.\theta_2} \quad (8-4)$$

حيث $(\dot{\theta}_2 = \omega_2)$ ، يمثل معدل تغيير الإزاحة الزاوية للوصلة OP، أو السرعة الزاوية لها.

كما يمكن البرهان باستعمال علاقات الأعداد المركبة، ومفكوك متتالية ماك لوران (Mac-Lauran)، أن:

$$i.e^{i.\theta_2} = i(\cos\theta_2 + i.\sin\theta_2) = e^{i(\theta_2 + \pi/2)}$$

وبالتعويض تصبح معادلة السرعة (8-4)، على الشكل الآتي:

$$V_p = r_p . \omega_2 . e^{i(\theta_2 + \pi/2)} \quad (9-4)$$

كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-4-2)، حيث يتجه متجه السرعة بزاوية $(\theta_2 + \pi / 2)$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة مع المحور الحقيقي، وطول هذا المتجه هو $(r_p . \omega_2)$ ؛ أي إن جداء وحدة قياس المتجه بالوحدة التخيلية i ، يعمل على تدويره زاوية 90° ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة عن وضعه السابق.

نحصل على متجه التسارع؛ باشتقاق معادلة متجه السرعة (8-4) كالآتي:

$$\begin{aligned} A_p = \ddot{R}_p &= r_p . \omega_2^2 (i^2 . e^{i.\theta_2}) + r_p . \dot{\omega}_2 (i . e^{i.\theta_2}) \\ A_p &= r_p . \omega_2^2 (i^2 . e^{i.\theta_2}) + r_p . \varepsilon_2 (i . e^{i.\theta_2}) \end{aligned} \quad (10-4)$$

حيث:

$(\varepsilon_2 = \ddot{\theta}_2 = \dot{\omega}_2)$ ، يمثل معدل تغير السرعة الزاوية للوصلة.

والحد الأول، يمثل متجه المركبة النازمية للتسارع A_p^n .

أما الحد الثاني، فإنه يمثل متجه المركبة المماسية للتسارع A_p^r .

والقيم العددية لهما:

$$A_p^n = r_p . \omega_2^2 \quad , \quad A_p^r = r_p . \varepsilon_2$$

وبالاتجاهات المبينة في الجزء d من (الشكل-4-2).

ويمكن كتابة معادلة متجه التسارع (10-4)، على النحو الآتي:

$$A_p = r_p . \omega_2^2 . e^{i(\theta_2 + \pi)} + r_p . \varepsilon_2 . e^{i.(\theta_2 + \pi/2)} \quad (11-4)$$

عادة تكتب المعادلة (11-4) بدلالة الزاوية θ_2 ؛ وذلك تسهيلاً لإيجاد مركبات تسارع النقاط في التركيبات الآلية، بحيث تصبح:

$$A_p = -r_p . \omega_2^2 (\cos\theta_2 + i.\sin\theta_2) + r_p . \varepsilon_2 (i.\cos\theta_2 - \sin\theta_2)$$

بإعادة ترتيب هذه المعادلة:

$$A_p = -(r_p . \omega_2^2 . \cos\theta_2 + r_p . \varepsilon_2 . \sin\theta_2) + i(-r_p . \omega_2^2 . \sin\theta_2 + r_p . \varepsilon_2 . \cos\theta_2)$$

وتكتب بالشكل:

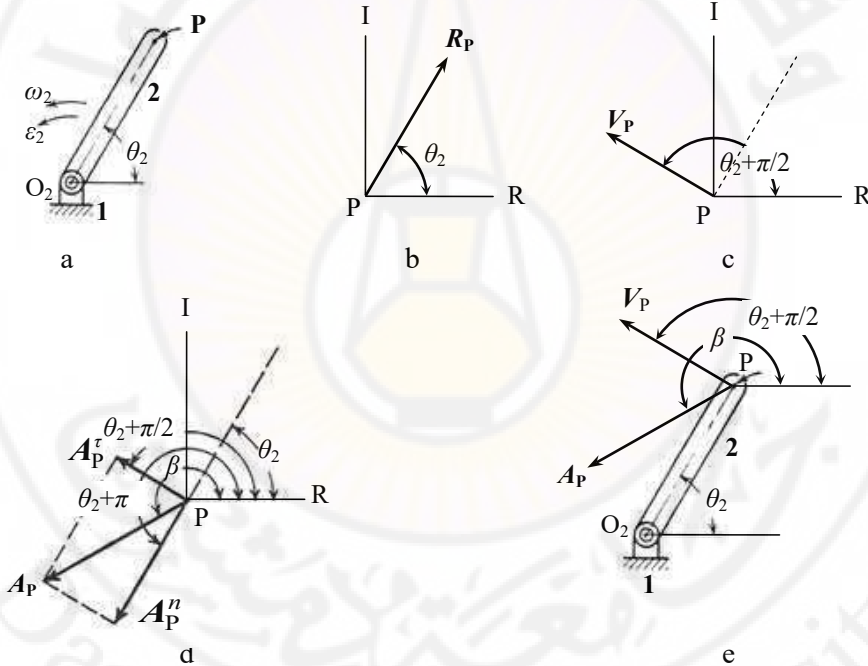
$$A_p = a + i.b$$

أي إنه يمكن أيضاً تمثيل متجه التسارع A_p كمحصلة مركبتين اتجاهيتين، الأولى باتجاه المحور الحقيقي R ، ولتكن قيمتها a ، والأخرى باتجاه المحور التخيلي I ، ولتكن قيمتها b ، وإن القيمة المطلقة لهذا التسارع معطاة بالعلاقة:

$$A_p = (a^2 + b^2)^{1/2} = [(r_p \cdot \omega_2^2)^2 + (r_p \cdot \varepsilon_2)^2]^{1/2} \quad (12-4)$$

وباتجاه زاوية β مع المحور الحقيقي، كما هو موضح في الجزء e من (الشكل-2-4)، حيث:

$$\tan \beta = \frac{b}{a} = \frac{(-\omega_2^2 \cdot \sin \theta_2 + \varepsilon_2 \cdot \cos \theta_2)}{-\omega_2^2 \cdot \cos \theta_2 + \varepsilon_2 \cdot \sin \theta_2} \quad (13-4)$$



(الشكل-2-4)، مخططات تحليل متجهات الحركة كأعداد مركبة لنقطة من وصلة تدور حول مركز ثابت.

يبين الجزء e من (الشكل-2-4)، توضع كل من متجهي سرعة النقطة P ، وتسارعها بالنسبة للوصلة 2، ويُلاحظ من التحليل السابق أنه يمكن تعيين متجهات السرعة، والتسارع لأي وضع لهذه الوصلة خلال دورة كاملة.

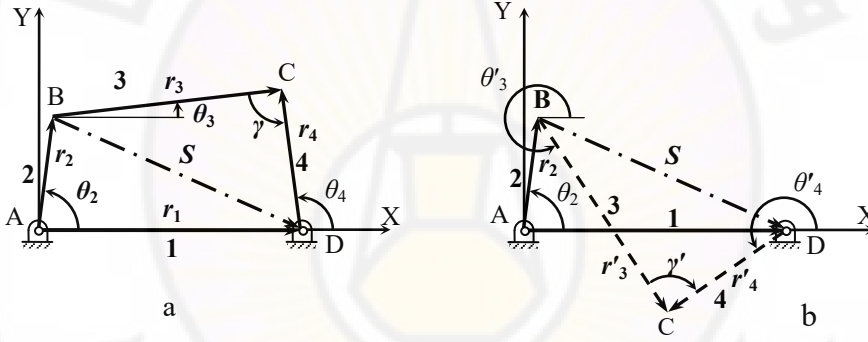
استاداً للمعادلات المستنتجة (7-4)، و(9-4)، و(11-4)، يمكن تعيين كل من السرعة الخطية، والتسارع الخطي لهذه النقطة من الوصلة من أجل أوضاع مختلفة لها؛ وذلك بصياغة برنامج للحاسوب بأي لغة برمجة ملائمة مثل، لغة (C++)، أو بلغة (BASIC)، أو بلغة فورتران (FORTRAN)؛ لتسهيل العمليات الحسابية، والوصول إلى أدق النتائج؛ بتعيين قيم هذه السرعات الخطية، والتسارعات الخطية.

سنوضح فيما يأتي التطبيق العملي لهذه الطريقة من خلال مثالين نموذجيين تتضمن الأسس المتبعة في هذا التحليل في دراسة حركة كل من تركيبة آلية رباعية القضبان، وتركيب آلية المرفق والمنزلة المركزية، والتي يمكن - استناداً إليهما - تحليل متجهات الحركة؛ بتطبيق علاقات الأعداد المركبة في أية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل متجهات حركة تركيبة آلية رباعية القضبان

Vectors of Motion Analysis of Four-Bar Mechanism

يبين الجزء a من (الشكل-3-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان، حيث يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ؛ بينما يبين الجزء b من (الشكل-3-4)، مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان المتصلة بأطوال الوصلات نفسها للتركيبة الآلية المجاورة، والمطلوب في الوضع المبين في الجزء a من (الشكل-3-4)، عندما يميل المرفق بزاوية قدرها θ_2 على خط الشوط: - تحليل حركة التركيبة الآلية.



(الشكل-3-4)، مخططات لتركيبتين آلية رباعية القضبان.

a. تحليل الأوضاع

كما هو واضح في الجزء a من (الشكل-3-4)، يمكن كتابة المعادلة الاتجاهية:

$$\mathbf{S} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3 \Rightarrow \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 \quad (14-4)$$

أو باستعمال نظرية الأعداد المركبة:

$$r_2 \cdot e^{i\theta_2} + r_3 \cdot e^{i\theta_3} = r_1 + r_4 \cdot e^{i\theta_4} \quad (15-4)$$

حيث:

r_2 يمثل طول الوصلة 2؛ أي المرفق.

r_3 يمثل طول الوصلة 3؛ أي القارئة.

r_4 يمثل طول الوصلة 4؛ أي الوصلة المقودة.

r_1 يمثل طول يعين وضع المركز الثابت D، بالنسبة للمفصل الثابت A.

$\theta_2, \theta_3, \theta_4$ يمثل الوضع الزاوي لكل من الوصلات 2 و 3 و 4، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-3-4).

($\theta_1 = 0$) يمثل الوضع الزاوي للوصلة الثابتة 1، وهي زاوية ثابتة خلال دورة كاملة للمرفق 2.

باختيار المحورين X و Y ، كما هو موضح في الجزء a من (الشكل-4-3)، وبإسقاط المعادلة (14-4) عليهما ينتج:

$$r_2 \cdot \cos \theta_2 + r_3 \cdot \cos \theta_3 = r_1 + r_4 \cdot \cos \theta_4 \quad (16-4)$$

$$r_2 \cdot \sin \theta_2 + r_3 \cdot \sin \theta_3 = r_4 \cdot \sin \theta_4 \quad (17-4)$$

حيث الزوايا θ_3, θ_4 مجهولة.

لتعيين المجهول θ_4 ، يمكن كتابة المعادلتين (16-4) و (17-4)؛ بصورة تتم فيها عزل الحدود التي تحوي الزاوية θ_3 :

$$r_3 \cdot \cos \theta_3 = r_4 \cdot \cos \theta_4 - r_2 \cdot \cos \theta_2 + r_1$$

$$r_3 \cdot \sin \theta_3 = r_4 \cdot \sin \theta_4 - r_2 \cdot \sin \theta_2$$

بتربيع المعادلتين الأخيرتين، وجمعهما ينتج:

$$r_3^2 = r_4^2 + r_2^2 + r_1^2 + 2r_1 \cdot r_4 \cdot \cos \theta_4 - 2r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2 - 2r_2 \cdot r_4 \cdot \cos(\theta_4 - \theta_2) \quad (18-4)$$

بذلك حُذِفَ المجهول θ_3 .

يمكن ضم بعض القيم المعلومة في المعادلة (18-4) لتبسيطها، حيث يُلاحظ في الجزء a من (الشكل-4-3)، أن:

$$S_X = r_1 + r_2 \cdot \cos \theta_2 \quad (19-4)$$

$$S_Y = -r_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (20-4)$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2}{-2r_3 \cdot r_4} \right] \quad (21-4)$$

بالتعويض في المعادلة (18-4)، والاختصار؛ نحصل على:

$$S_X \cdot \cos \theta_4 + S_Y \cdot \sin \theta_4 - r_3 \cdot \cos \gamma + r_4 = 0 \quad (22-4)$$

نلاحظ أن المعادلة (22-4)، لا تحتوي على $\sin$ و $\cos$ لنفس الزاوية، من الملائم عندها استعمال العلاقات المثلثية الآتية:

$$\sin \theta = \frac{2 \tan(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} , \quad \cos \theta = \frac{1 - \tan^2(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} \quad (23-4)$$

بتعويض هاتين العلاقتين في المعادلة (22-4)؛ نحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـ $\tan(\theta_4/2)$:

$$(r_4 - r_3 \cdot \cos \gamma - S_X) \tan^2 \frac{\theta_4}{2} + 2S_Y (r_4 - r_3 \cdot \cos \gamma + S_X) \tan \frac{\theta_4}{2} = 0 \quad (24-4)$$

بحل هذه المعادلة ينتج:

$$\tan \frac{\theta_4}{2} = \frac{-S_Y \pm \sqrt{S_Y^2 - r_4^2 + 2r_3 \cdot r_4 \cdot \cos \gamma - r_3^2 \cdot \cos^2 \gamma + S_X^2}}{r_4 - r_3 \cdot \cos \gamma - S_X} \quad (25-4)$$

وبالتعويض من المعادلات (19-4)، (20-4)، (21-4) في المعادلة (25-4)؛ نحصل على:

$$\tan \frac{\theta_4}{2} = \frac{-S_Y \pm r_3 \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}}{r_4 - r_3 \cdot \cos \gamma - S_X} \quad (26-4)$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1} \frac{r_2 \cdot \sin \theta_2 \pm r_3 \sin \gamma}{r_4 - r_1 + r_2 \cdot \cos \theta_2 - r_3 \cdot \cos \gamma} \quad (27-4)$$

يمكن بطريقة مماثلة تعيين المجهول θ_3 ، وذلك بعد عزل الحدود التي تحوي الزاوية θ_4 في المعادلتين (16-4)، (17-4)، ومن ثم تربيعهما وجمعهما؛ لنحصل على أن:

$$\theta_3 = 2 \tan^{-1} \frac{-r_2 \cdot \sin \theta_2 \pm r_4 \sin \gamma}{r_4 - r_1 + r_2 \cdot \cos \theta_2 - r_4 \cdot \cos \gamma} \quad (28-4)$$

b. تحليل السرعة

يمكن كتابة المعادلة (15-4) بالشكل:

$$r_{BA} \cdot e^{i \cdot \theta_2} + r_{CB} \cdot e^{i \cdot \theta_3} = r_{DA} + r_{CD} \cdot e^{i \cdot \theta_4} \quad (29-4)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن؛ مع عدّ أن:

$\dot{r}$ يمثل تغير طولية متجه الموضع R ، وبما أن أطوال الوصلات تبقى ثابتة يكون $(\dot{r} = 0)$.
 $(\dot{\theta} = \omega)$ يمثل تغير زاوية ميل متجه الموضع على المحور الأفقي.

ينتج:

$$i \cdot \omega_2 \cdot r_{BA} \cdot e^{i \cdot \theta_2} + i \cdot \omega_3 \cdot r_{CB} \cdot e^{i \cdot \theta_3} = i \cdot \omega_4 \cdot r_{CD} \cdot e^{i \cdot \theta_4} \quad (30-4)$$

بفصل الأجزاء الحقيقية والتخيلية، وترتيب الحدود؛ نحصل على:

$$\omega_3 \cdot r_{CB} \cdot \sin \theta_3 - \omega_4 \cdot r_{CD} \cdot \sin \theta_4 = -\omega_2 \cdot r_{BA} \cdot \sin \theta_2 \quad (31-4)$$

$$\omega_3 \cdot r_{CB} \cdot \cos \theta_3 - \omega_4 \cdot r_{CD} \cdot \cos \theta_4 = -\omega_2 \cdot r_{BA} \cdot \cos \theta_2 \quad (32-4)$$

بالحل المشترك للمعادلتين (31-4) ، (32-4)؛ نحصل على أن:

$$\omega_3 = \frac{r_{BA} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_4)}{r_{CB} \cdot \sin(\theta_4 - \theta_3)} \omega_2 \quad (33-4)$$

$$\omega_4 = \frac{r_{BA} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_{CD} \cdot \sin(\theta_4 - \theta_3)} \omega_2 \quad (34-4)$$

c. تحليل التسارع

باشتقاق المعادلة (29-4) مرتين بالنسبة للزمن، مع عدّ أن:

$(\ddot{\theta} = \varepsilon)$ يمثل التغير الثاني لزاوية ميل متجه الموضع على المحور الأفقي.

ينتج:

$$\begin{aligned} & -\dot{\theta}_2^2 \cdot r_{BA} \cdot e^{i\theta_2} + i\ddot{\theta}_2 \cdot r_{BA} \cdot e^{i\theta_2} - \dot{\theta}_3^2 \cdot r_{CB} \cdot e^{i\theta_3} + i\ddot{\theta}_3 \cdot r_{CB} \cdot e^{i\theta_3} \\ & = -\dot{\theta}_4^2 \cdot r_{CD} \cdot e^{i\theta_4} + i\ddot{\theta}_4 \cdot r_{CD} \cdot e^{i\theta_4} \end{aligned} \quad (35-4)$$

بقسمة طرفي العلاقة (35-4) على $e^{i\theta_3}$ ينتج:

$$\begin{aligned} & -\dot{\theta}_2^2 \cdot r_{BA} \cdot e^{i(\theta_2-\theta_3)} + i\ddot{\theta}_2 \cdot r_{BA} \cdot e^{i(\theta_2-\theta_3)} - \dot{\theta}_3^2 \cdot r_{CB} + i\ddot{\theta}_3 \cdot r_{CB} \\ & = -\dot{\theta}_4^2 \cdot r_{CD} \cdot e^{i(\theta_4-\theta_3)} + i\ddot{\theta}_4 \cdot r_{CD} \cdot e^{i(\theta_4-\theta_3)} \end{aligned} \quad (36-4)$$

يُلاحظ أن الأجزاء الحقيقية من هذه المعادلة لا تحتوي على المجهول $\ddot{\theta}_3$ ؛ أي:

$$\begin{aligned} & -\dot{\theta}_2^2 \cdot r_{BA} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) + \ddot{\theta}_2 \cdot r_{BA} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) - \dot{\theta}_3^2 \cdot r_{CB} \\ & = -\dot{\theta}_4^2 \cdot r_{CD} \cdot \cos(\theta_4 - \theta_3) + \ddot{\theta}_4 \cdot r_{CD} \cdot \sin(\theta_4 - \theta_3) \end{aligned} \quad (37-4)$$

ومن هنا يمكن الحصول على المجهول $\ddot{\theta}_4$:

$$\ddot{\theta}_4 = \varepsilon_4 = \frac{r_{BA} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3) \ddot{\theta}_2 + r_{BA} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) \dot{\theta}_3^2 + r_{CB} \cdot \dot{\theta}_3^2 - r_{CD} \cdot \cos(\theta_4 - \theta_3) \dot{\theta}_4^2}{r_{CD} \cdot \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (38-4)$$

وبقسمة المعادلة (35-4) على $e^{i\theta_4}$ ، وعدّ الأجزاء الحقيقية نحصل على المجهول $\ddot{\theta}_3$:

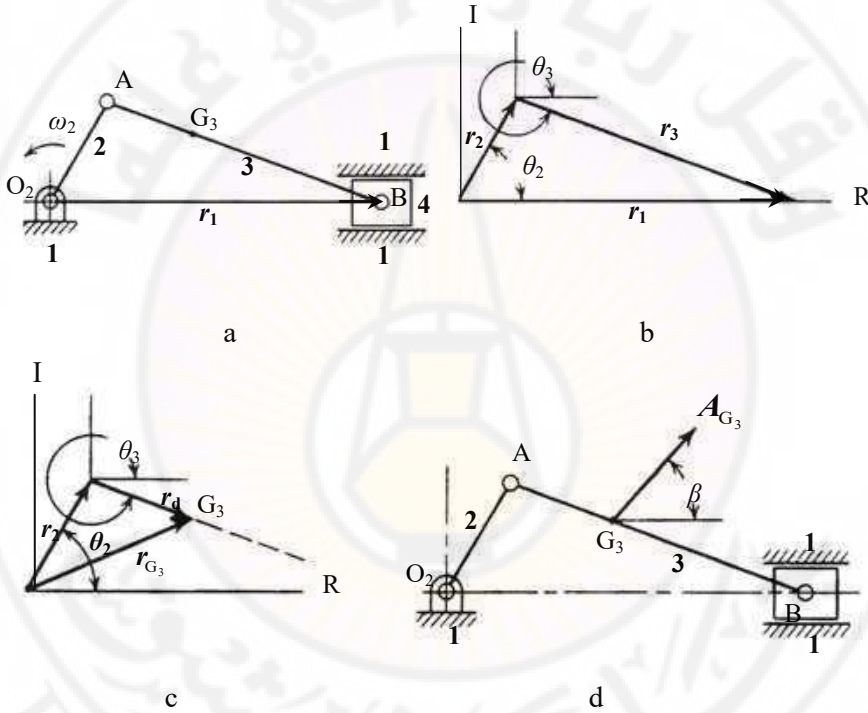
$$\ddot{\theta}_3 = \varepsilon_3 = \frac{r_{BA} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_4) \ddot{\theta}_2 + r_{BA} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_4) \dot{\theta}_2^2 + r_{CB} \cdot \cos(\theta_4 - \theta_3) \dot{\theta}_3^2 - r_{CD} \cdot \dot{\theta}_4^2}{r_{CB} \cdot \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (39-4)$$

استناداً للعلاقات، والمعادلات المستنتجة، يمكن تعيين الوضع الزاوي، والسرعات الزاوية، والتسارعات الزاوية لكل من وصلات التركيبة الآلية رباعية القضبان من أجل أوضاع مختلفة للمرفق، وذلك بصياغة برنامج للحاسوب؛ بأي لغة برمجة ملائمة مثل، لغة (C++)، أو بلغة (BASIC)، أو بلغة فورتران (FORTRAN)؛ لتسهيل العمليات الحسابية، والوصول إلى أدق النتائج، بتعيين قيم هذه الزوايا، والسرعات الزاوية، والتسارعات الزاوية.

• تحليل متجهات حركة تركيبية آلية المنزلقة والمرفق

Vector of Motion s Analysis of Slider-Crank Mechanism

يبين الجزء a من (الشكل 4-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المرفق والمنزلقة المركزية، حيث يدور المرفق 2 ، بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ، والمطلوب في الوضع المبين في (الشكل 4-4)، عندما يميل المرفق بزاوية قدرها θ_2 على خط الشوط: - تحليل حركة التركيبية الآلية.



(الشكل 4-4)، مخططات تحليل متجهات حركة تركيبية آلية المنزلقة والمرفق بطريقة الأعداد المركبة.

كما هو واضح في الجزء b من (الشكل 4-4)، فإن وضع المكبس B بالنسبة للمفصل الثابت O_2 معين بالمتجه r_1 ، حيث يمكن كتابة العلاقة الاتجاهية:

$$r_1 = r_2 + r_3$$

أو باستعمال نظرية الأعداد المركبة:

$$r_1 \cdot e^{i\theta_1} = r_2 \cdot e^{i\theta_2} + r_3 \cdot e^{i\theta_3}$$

منه، يكون وضع المكبس B ، بالنسبة للمفصل الثابت O_2 المعين بالمتجه:

$$r_1 = r_2 \cdot e^{i\theta_2} + r_3 \cdot e^{i\theta_3} \quad (40-4)$$

حيث:

r_2 يمثل طول الوصلة 2 ؛ أي المرفق.

r_3 يمثل طول الوصلة 3 ؛ أي ذراع التوصيل.

r_1 يمثل طول متغير يعين وضع المنزلقة B ، بالنسبة للمفصل الثابت O_2 .

θ_2 , θ_3 يمثلان الوضع الزاوي لكل من الوصلتين 2 و 3 ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-4-4).

($\theta_1 = 0$) يمثل الوضع الزاوي للوصلة الثابتة 1 ، وهي زاوية ثابتة خلال دورة كاملة للمرفق 2 .

باشتقاق المعادلة (40-4) مرتين متتاليتين، نحصل على المعادلات الاتجاهية:

$$V_B = \dot{r}_1 = r_2 \cdot \omega_2 (i \cdot e^{i\theta_2}) + r_3 \cdot \omega_3 (i \cdot e^{i\theta_3}) \quad (41-4)$$

$$A_B = \ddot{r}_1 = r_2 (i \cdot \varepsilon_2 - \omega_2^2) e^{i\theta_2} + r_3 (i \cdot \varepsilon_3 - \omega_3^2) e^{i\theta_3} \quad (42-4)$$

إذ أن:

$$\omega_2 = \text{Const} \Rightarrow \varepsilon_2 = d\omega_2 / dt = 0 \quad , \quad \varepsilon_3 = d\omega_3 / dt$$

يمكن كتابة معادلة التسارع (42-4) بالشكل الآتي:

$$A_B = \ddot{r}_1 = -r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot e^{i\theta_2} + r_3 (i \cdot \varepsilon_3 - \omega_3^2) e^{i\theta_3} \quad (43-4)$$

نلاحظ من هذه المعادلات أن القيم (r_2 , r_3 , θ_2 , ω_2) هي قيم معلومة من معطيات التركيبة الآلية؛ بينما المطلوب تعيين القيم المجهولة (r_1 , V_B , A_B , θ_3 , ω_3 , ε_3).

لتعيين r_1 , θ_3 ، يمكن كتابة المعادلة (40-4) على الشكل الآتي:

$$r_1 = r_2 (\cos \theta_2 + i \cdot \sin \theta_2) + r_3 (\cos \theta_3 + i \cdot \sin \theta_3) \quad (44-4)$$

وبمساواة الأجزاء التخيلية للطرفين ينتج:

$$0 = r_2 \cdot \sin \theta_2 + r_3 \cdot \sin \theta_3 \quad (45-4)$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left[-\frac{r_2}{r_3} \sin \theta_2 \right] \quad (46-4)$$

بينما بمساواة الأجزاء الحقيقية لطرفي المعادلة (44-4)، فإنه ينتج:

$$r_1 = r_2 \cdot \cos \theta_2 + r_3 \cdot \cos \theta_3 \quad (47-4)$$

أي إنه يمكن تعيين r_1 , θ_3 من المعادلتين (46-4) و (47-4)، وذلك بمعلومية القيم الأخرى.

يمكن بطريقة مماثلة تعيين ω_3 , V_B ، من مساواة كل من الأجزاء الحقيقية، والتخيلية، لطرفي المعادلة (41-4)، بعد كتابتها بدلالة توابع مثلثية، والحصول على أن:

$$\omega_3 = -\omega_2 \left[\frac{r_2 \cdot \cos \theta_2}{r_3 \cdot \cos \theta_3} \right] \quad (48-4)$$

$$V_B = \dot{r}_1 = -r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin \theta_2 - r_3 \cdot \omega_3 \cdot \sin \theta_3 \quad (49-4)$$

أما القيمتان ε_3 ، A_B ، فإنهما تحدان من مساواة كل من الأجزاء الحقيقية، والتخيلية لطرفي المعادلة (4-43)، بعد كتابتها بدلالة توابع مثلثية، والحصول على أن:

$$\varepsilon_3 = \omega_2^2 \left[\frac{r_2 \cdot \sin \theta_2}{r_3 \cdot \cos \theta_3} \right] + \omega_3^2 \left[\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right] \quad (50-4)$$

$$A_B = \ddot{r} = -r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \theta_2 - r_3 \cdot \omega_3^2 \cdot \cos \theta_3 - r_3 \cdot \varepsilon_3 \cdot \sin \theta_3 \quad (51-4)$$

إن المعادلات الست السابقة تعطي جميع المتغيرات الحركية، والتي تلزم لدراسة حركة هذه التركيبة الآلية قيمة، واتجاهاً؛ مع ملاحظة أن الاتجاه الموجب للقيم الزاوية هو عكس دوران عقارب الساعة، وللقيم الخطية هو بالاتجاه المعتاد لمحاو الإحداثيات، كما أن هذه المعادلات صحيحة لقيم الزاوية θ_2 كافةً من $(0 - 360^\circ)$ ، وكذلك لقيم أخرى للسرعة الزاوية ω_2 ، ولأطوال مختلفة للوصلات؛ مما يسمح بإجراء دراسة كاملة للحركة لاحتمالات تصميمية عدة، واختيار التصميم الأفضل لتركيبة آلية معينة.

رغم ما يبدو من ضخامة العمليات الحسابية في هذه الحالة، إلا أنه يمكن باستعمال الحاسوب تسهيل هذه العمليات، والوصول إلى أدق النتائج؛ وهذا يعطي هذه الطريقة ميزات كبيرة عن بقية طرائق دراسة الحركة؛ بخاصة عند إنشاء التركيبات الآلية، أو عندما يكون المطلوب دراسة الحركة على كامل مجال عمل التركيبة الآلية.

تجدر الإشارة إلى أنه في بعض الأحيان، نهتم بدراسة حركة نقاط أخرى من التركيبة الآلية. مثال ذلك في حالة تركيبة آلية المنزلقة والمرفق، حيث إن تسارع مركز ثقل ذراع التوصيل AB ، ذو أهمية خاصة في تعيين القوى المؤثرة في التركيبة الآلية، كما سنوضح ذلك في فصل لاحق. ليكون مركز الثقل هذا G_3 ، فإنه تنتج المعادلات الاتجاهية الآتية، من توضع متجهات الحركة المبين في الأجزاء c و d من (الشكل-4-4):

$$\mathbf{r}_{G_3} = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_d = r_2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} + r_d \cdot e^{i \cdot \theta_3} \quad (52-4)$$

$$\mathbf{V}_{G_3} = \dot{\mathbf{r}}_{G_3} = r_2 \cdot \omega_2 (i \cdot e^{i \cdot \theta_2}) + r_d \cdot \omega_3 (i \cdot e^{i \cdot \theta_3}) \quad (53-4)$$

$$\mathbf{A}_{G_3} = \ddot{\mathbf{r}}_{G_3} = -r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} + r_d (i \cdot \varepsilon_3 - \omega_3^2) e^{i \cdot \theta_3} \quad (54-4)$$

وتكتب المعادلة (54-4) بدلالة التوابع المثلثية، عندما تكون السرعة الزاوية للمرفق ثابتة، على الشكل الآتي:

$$\begin{aligned} A_{G_3} &= (-r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \theta_2 - r_d \cdot \varepsilon_3 \cdot \sin \theta_3 - r_d \cdot \omega_3^2 \cdot \cos \theta_3) \\ &\quad + i(-r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \theta_2 + r_d \cdot \varepsilon_3 \cdot \cos \theta_3 - r_d \cdot \omega_3^2 \cdot \sin \theta_3) \quad (55-4) \\ &= a_{G_3} + i \cdot b_{G_3} \end{aligned}$$

أي إن متجه تسارع مركز الثقل، كما هو مبين في الجزء d ، وقيمتها العددية:

$$A_{G_3} = [a_{G_3}^2 + b_{G_3}^2]^{1/2}$$

وباتجاه يميل بزاوية β على المحور الحقيقي، تحدد بالعلاقة:

$$\tan \beta = b_{G_3} / a_{G_3}$$

مسألة-4-1

في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق المركزية لمحرك احتراق داخلي، المبين مخططها في الجزء a من (الشكل-4-4). يبلغ طول المرفق مقدار ($O_2A = 50.8 \text{ mm}$)، وطول ذراع التوصيل مقدار ($AB = 203.2 \text{ mm}$)، ويبعد مركز كتل ذراع التوصيل عن المفصل A مقدار ($AG_3 = 50.8 \text{ mm}$).

فإذا كانت السرعة الدورانية لمرفق المحرك ثابتة، وقدرها ($n_2 = 3000 \text{ rpm}$)؛ المطلوب عندالوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 30^\circ$)، الآتي:

1. تعيين متجه تسارع مركز الكتلة A_{G_3} لذراع التوصيل.
2. رسم كل من منحني تغيرات A_{G_3} بالنسبة لـ θ_2 ، ومنحني الزاوية β التي يحصر المتجه A_{G_3} مع المحور الحقيقي بالنسبة لـ θ_2 .

الحل:

1. يعين متجه التسارع A_{G_3} ، باستعمال المعادلة (4-55)، وبالمعطيات الآتية:

$$(r_d = 50.8 \text{ mm}) , (r_3 = 203.2 \text{ mm}) , (r_2 = 50.8 \text{ mm})$$

$$(\theta_2 = 30^\circ) , (\omega_2 = 314 \text{ rad/sec})$$

ولكن قبل إجراء الحسابات، يجب أولاً تعيين θ_3 ، ω_3 ، ε_3 .

يمكن تعيين زاوية ذراع التوصيل θ_3 ، من المعادلة (4-46) كالآتي:

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left[-\frac{r_2}{r_3} \sin \theta_2 \right] = \sin^{-1} \left[-\frac{50.8}{203.2} \sin 30^\circ \right] = \sin^{-1} (-0.125)$$

$$\theta_3 = -7.18^\circ = 352.82^\circ$$

يجب ملاحظة أنه يوجد وضعان لذراع التوصيل، إما ($\theta_3 = 352.82^\circ$)، أو ($\theta_3 = 187.18^\circ$)، وذلك حسب كون المنزلقة موجودة على يمين مفصل المرفق O_2 ، أو على يساره.

كما يمكن تعيين السرعة الزاوية ω_3 ، والتسارع الزاوي ε_3 ، لذراع التوصيل من المعادلات (4-48) و (4-50) على الترتيب:

$$\omega_3 = -\omega_2 \left[\frac{r_2 \cdot \cos \theta_2}{r_3 \cdot \cos \theta_3} \right]$$

$$= -\frac{314 \times 50.8 \times \cos 30^\circ}{203.2 \times \cos 352.82} = -68.56 \text{ rad/sec}$$

$$\varepsilon_3 = \omega_2^2 \left[\frac{r_2 \cdot \sin \theta_2}{r_3 \cdot \cos \theta_3} \right] + \omega_3^2 \left[\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right]$$

$$= (314)^2 \frac{50.8 \sin 30^\circ}{203.2 \cos 352.82} + (68.56)^2 \frac{\sin 352.82}{\cos 352.82} = 11830 \text{ rad/sec}^2$$

يصبح الآن بالإمكان تعيين المركبات الحقيقية، والتخيلية، لمتجه التسارع A_{G_3} من المعادلة (4-54)، كالآتي:

$$\begin{aligned} a_{G_3} &= -r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \theta_2 - r_d \cdot \varepsilon_3 \cdot \sin \theta_3 - r_d \cdot \omega_3^2 \cdot \cos \theta_3 \\ &= -(50.8)(314)^2(0.866) - 50.8(11830)(-0.125) - 50.8(68.56)^2(0.992) \\ &= -4500 \times 10^3 \text{ mm/sec}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{G_3} &= -r_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \theta_2 + r_d \cdot \varepsilon_3 \cdot \cos \theta_3 - r_d \cdot \omega_3^2 \cdot \sin \theta_3 \\ &= -50.8(314)^2 \sin 30^\circ + 50.8(11830)(0.992) - 50.8(68.56)^2(-0.125) \\ &= -1888 \times 10^3 \text{ mm/sec}^2 \end{aligned}$$

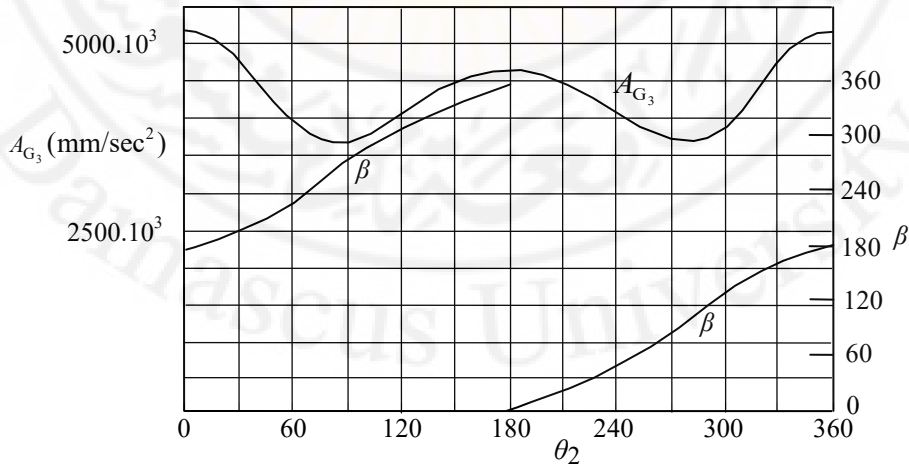
ويكون مقدار التسارع A_{G_3} :

$$\begin{aligned} A_{G_3} &= [a_{G_3}^2 + b_{G_3}^2]^{1/2} = [(4500 \times 10^3)^2 + (1888 \times 10^3)^2]^{1/2} \\ &= 4880 \times 10^3 \text{ mm/sec}^2 \end{aligned}$$

والزاوية β التي يحصرها متجه التسارع الكلي A_{G_3} مع المحور الحقيقي، المحور الأفقي، هي:

$$\tan \beta = b_{G_3} / a_{G_3} = -1888 / (-4500) = 0.419 \Rightarrow \beta = 22.7^\circ, \quad 202.7^\circ$$

2. أما المنحنيات لكل من تغيرات التسارع A_{G_3} ، والزاوية β ، بالنسبة لزاوية الوضع θ_2 ، فهي ممثلة في (الشكل-4-5).



مخطط منحنيات كل من تغيرات التسارع A_{G_3} والزاوية β بالنسبة لزاوية الوضع θ_2 .

(الشكل-4-5)

2-3-4- تحليل متجهات حركة نقطتين متطابقتين

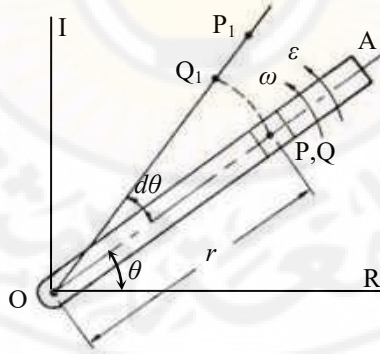
Vectors of Motion Analysis of Two Coincident Points

بينما في الفصل الثالث، كيفية تمثيل هذه الحركة تخطيطاً، والاستفادة من ذلك في تحليل حركة النقاط المتطابقة في تركيب آلي، ووصلاتها، حيث تُقيد الحركة النسبية، بتحريك نقطة من وصلة متحركة على مسار معين بالنسبة لوصلة متحركة أخرى؛ بواسطة سطح توجيه مستقيم، أو منحني. تنشأ عندئذ حركة نسبية بين النقاط المتطابقة على الوصلتين المتحركتين؛ وهذا يؤدي إلى ظهور مركبات إضافية لميزات الحركة عند هذه النقاط.

يمكن توضيح ذلك، من خلال دراسة حركة الحالة؛ المبين مخططها في (الشكل-4-6)، حيث تقيد حركة نقطة من الوصلة P بالانزلاق ضمن المجرى المستقيم في الوصلة OA، التي تدور حول المفصل الثابت O، بسرعة زاوية ω ، وتسارع زاوي ε ؛ وفق الاتجاه المبين في (الشكل-4-3)، حيث:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad \varepsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

لنفرض أن النقطة المطابقة للوصلة P على الوصلة OA هي النقطة Q في هذه اللحظة. فإذا دارت الوصلة OA زاوية $d\theta$ ، فإن النقطة Q تدور حول المفصل الثابت O إلى النقطة Q_1 ؛ بينما تكون الوصلة P قد انزلقت على الوصلة OA بالنسبة للنقطة Q_1 إلى الوضع P_1 ؛ أي إن النقطة Q؛ لكونها مثبتة إلى الوصلة OA تتحرك على مسار دائري مركزه المفصل الثابت O؛ بينما تتحرك الوصلة P بالنسبة للمستوى الثابت على مسار منحني ما.



(الشكل-4-6)، مخطط حركة وصلة مقيدة بالانزلاق ضمن مجرى مستقيم في وصلة متحركة.

يمكن كتابة معادلة إزاحة النقطة P، أو الوصلة P على شكل عدد مركب:

$$OP = r \cdot e^{i\theta} \quad (56-4)$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن، ينتج معادلة سرعة الوصلة P:

$$V_P = \dot{r} \cdot e^{i\theta} + r \cdot \omega (i \cdot e^{i\theta}) \quad (57-4)$$

يمكن كتابة معادلة السرعة (4-57)، على شكل علاقة شعاعية:

$$V_P = V_Q + V_{PQ} \quad (58-4)$$

حيث:

V_Q تمثل سرعة النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O ، باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية تساوي $(V_Q = r \cdot \omega)$.
 V_{PQ} تمثل سرعة انزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q ، على طول الوصلة OA ، وقيمتها العددية تساوي $(V_{PQ} = \dot{r})$.

كما أن معادلة التسارع تنتج من اشتقاق معادلة السرعة (4-57) بالنسبة للزمن:

$$A_P = -r \cdot \omega^2 \cdot e^{i\theta} + r \cdot \varepsilon (i \cdot e^{i\theta}) + \ddot{r} \cdot e^{i\theta} + 2 \dot{r} \cdot \omega (i \cdot e^{i\theta}) \quad (59-4)$$

يمكن كتابة معادلة التسارع (4-59)، على شكل علاقة شعاعية:

$$A_P = A_Q'' + A_Q^r + A_{PQ} + A_{PQ}^c \quad (60-4)$$

حيث:

A_Q'' تمثل المركبة النازمية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O ، بالاتجاه من Q إلى المفصل الثابت O ، وقيمتها العددية $(A_Q'' = r \cdot \omega^2)$.
 A_Q^r تمثل المركبة المماسية لتسارع النقطة Q بالنسبة إلى المفصل الثابت O ، باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية $(A_Q^r = r \cdot \varepsilon)$.
 A_{PQ} يمثل التسارع النسبي لانزلاق الوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q ، على طول الوصلة OA ، وقيمتها العددية $(A_{PQ} = \ddot{r})$.

A_{PQ}^c يدعى بتسارع كوريوليس، أو التسارع المتمم، ويمثل تسارع المتمم للوصلة P بالنسبة إلى النقطة Q ، باتجاه عمودي على الوصلة OA ، وقيمتها العددية $(A_{PQ}^c = 2V_{PQ} \cdot \omega)$.

نلاحظ من العلاقة (4-60)، أن تقييد الحركة بوساطة سطح توجيه على وصلة متحركة، قد نشأ عنه مركبة إضافية للتسارع A_{PQ}^c ، كما يُلاحظ أن اتجاه التسارع النسبي الانزلاقي يحدد بمعدل تغير السرعة النسبية متزايداً أو متناقصاً؛ بينما يحدد اتجاه تسارع كوريوليس من تدوير متجه السرعة النسبية حول مبدئه بزاوية 90° ، باتجاه دوران ω ، كما سبق، وشرح في الفصل الثالث.

تجدر الإشارة إلى أنه في هذه الحالة، قيدت حركة الوصلة P بالانزلاق على مسار مستقيم؛ هذا نتج منه أن السرعة النسبية V_{PQ} متغيرة القيمة، لكن ثابتة المنحى على طول الوصلة OA ؛ ومن ثم فإن التسارع النسبي A_{PQ} له مركبة واحدة على طول هذه الوصلة، هي في الواقع المركبة المماسية للتسارع النسبي.

وجدنا - أيضاً - أنه يحدث في بعض التركيبات الآلية أن تحدد حركة المنزلقة على مسار منحني، حيث تتغير السرعة النسبية V_{PQ} بالقيمة والمنحى؛ هذا تنتج منه مركبتان للتسارع النسبي A_{PQ} ، واحدة مماسية لمسار الانزلاق، والأخرى ناظرية عليه باتجاه مركز انحناء هذا المسار؛ بينما منحى السرعة النسبية V_{PQ} ؛ فهو مماسي لمسار الانزلاق. في هذه الحالة تبقى العلاقة (4-16) صحيحة؛ بينما يمكن كتابة العلاقة (4-60)، بالشكل العام:

$$A_P = A_Q'' + A_Q^r + A_{PQ}'' + A_{PQ}^r + A_{PQ}^c \quad (61-4)$$

تعدّ العلاقة الشعاعية (4-61) العلاقة العامة للتسارع في التركيبات الآلية، حيث يمكن انعدام بعض حدودها؛ وفقاً للحركة النسبية الحاصلة بين مختلف الوصلات المكونة للتركيب الآلية.

استناداً للمعادلات المستنتجة (4-56)، و (4-57)، و (4-59)، يمكن تعيين كل من الإزاحة الخطية، والسرعة الخطية، والتسارع الخطي، لهذه النقطة من المنزلقة من أجل أوضاع مختلفة للوصلة التي تتحرك عليها، وذلك بصياغة برنامج للحاسوب؛ بأي لغة برمجة ملائمة؛ مثل، لغة (C++)، أو بلغة (BASIC)، أو بلغة فورتران (FORTRAN)؛ لتسهيل العمليات الحسابية، والوصول إلى أدق النتائج؛ بتعيين قيم هذه الإزاحات الخطية، والسرعات الخطية، والتسارعات الخطية.

4-4- تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق

Position Analysis of Motion by Crank Angle

تعتمد طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق على إيجاد العلاقات التي تربط زوايا الوصلات، وأطوالها؛ لكون الوصلات هي متجهات، مع زاوية المرفق المعروفة باسم زاوية الدخل (InPut Angle)، وإن عملية إيجاد الزاوية المتغيرة لوصلة من التركيب الآلية كتابع لزاوية المرفق معروفة باسم تحليل الأوضاع (Position Analysis).

يُحصل على علاقة السرعة الزاوية كتابع لزاوية المرفق لكل وصلة من وصلات التركيب الآلية المكونة لها، من اشتقاق معادلة الإزاحة الزاوية الموافقة لها بالنسبة للزمن، أما علاقة التسارع الزاوي كتابع لزاوية المرفق، فتنتج من اشتقاق معادلة السرعة الزاوية بالنسبة للزمن.

سنوضح فيما يلي التطبيق العملي لهذه الطريقة من خلال مثالين نموذجيين، تتضمن الأسس المتبعة في دراسة تحليل حركة كل من تركيب آليّة رباعية القضبان، وتركيب آليّة المرفق والمنزلة اللامركزية، والتي يمكن - استناداً إليهما - تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق في أية تركيب آليّة مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل أوضاع الحركة في تركيبية آلية رباعية القضبان

Position Analysis of Motion in Four-Bar Mechanism

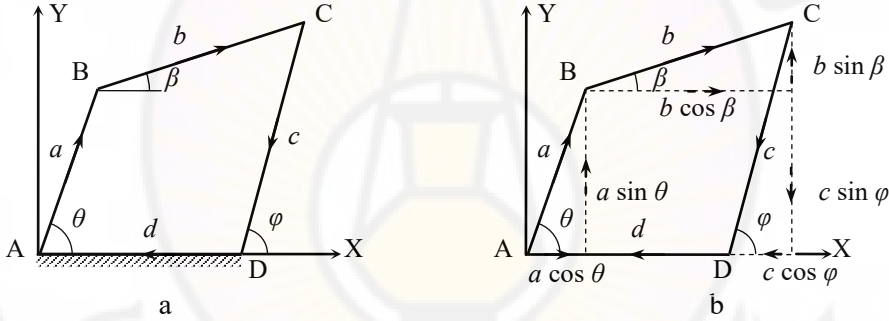
يبين الجزء a من (الشكل-7-4) مخططاً لتركيبية آلية رباعية القضبان ABCD ، حيث تتصف بأن أطوال وصلاتها هي:

$$(AB = a) , (BC = b) , (CD = c) , (DA = d)$$

وأن الوصلة AD ثابتة، ومتوضعة على طول المحور AX ، أما الوصلة القائدة AB ؛ أي المرفق، والوصلة القارئة BC ، والوصلة المقودة DC ، فإنها تصنع زوايا θ ، β ، φ على الترتيب مع المحور AX ؛ أي مع الوصلة الثابتة AD .

فإذا دار المرفق AB ، بسرعة زاوية قدرها ω_1 ، وبتسارع زاوي قدره ε_1 ، وكلاهما عكس جهة دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بدلالة زاوية المرفق θ :

- تحليل أوضاع الحركة.



(الشكل-7-4)، مخططات تحليل أوضاع الحركة في تركيبية آلية رباعية القضبان.

بصورة عامة من أجل تحليل أوضاع الحركة في هذه التركيبية الآلية، لابد من إيجاد علاقة بين زاوية الوصلة المقودة DC ؛ أي الزاوية φ ؛ أي زاوية الخرج (Output Angle)، وزاوية المرفق AB ؛ أي الزاوية θ ؛ أي زاوية الدخل (Input Angle)، وإيجاد العلاقة بين زاوية الوصلة القارئة BC ؛ أي الزاوية β ؛ وزاوية المرفق θ ، ستُخرج معادلات الإزاحات، والسرعات، والتسارعات، على الشكل الآتي:

a. تحليل الإزاحة Displacement Analysis

عند وضع الاتزان للتركيبية، يكون مجموع مساقط أطوال عناصرها على المحور X ، وعلى المحور Y مساوياً للصفر.

نأخذ أولاً مجموع أطوال المساقط على المحور X ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-4)، يكون لدينا:

$$a.\cos\theta + b.\cos\beta - c.\cos\varphi - d = 0 \quad (i)$$

منه؛ نحصل على:

$$b.\cos\beta = c.\cos\varphi + d - a.\cos\theta$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$b^2 \cdot \cos^2 \beta = (c \cdot \cos \varphi + d - a \cdot \cos \theta)^2$$

منه؛ نحصل على:

$$b^2 \cdot \cos^2 \beta = c^2 \cdot \cos^2 \varphi + d^2 + 2c \cdot d \cdot \cos \varphi + a^2 \cdot \cos^2 \theta - 2a \cdot c \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta - 2a \cdot d \cdot \cos \theta \quad (ii)$$

وبأخذ مجموع أطوال المساقط على المحور Y ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-4-6)،

يكون لدينا:

$$a \sin \theta + b \sin \beta - c \sin \varphi = 0 \quad (iii)$$

منه؛ نحصل على:

$$b \sin \beta = c \sin \varphi - a \sin \theta$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$b^2 \cdot \sin^2 \beta = (c \cdot \sin \varphi - a \cdot \sin \theta)^2 = c^2 \cdot \sin^2 \varphi + a^2 \cdot \sin^2 \theta - 2a \cdot c \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta \quad (vi)$$

بجمع المعادلتين (ii) و (vi) ينتج:

$$b^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = c^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + d^2 + 2c \cdot d \cdot \cos \varphi + a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 2a \cdot c (\cos \varphi \cdot \cos \theta + \sin \varphi \cdot \sin \theta) - 2a \cdot d \cdot \cos \theta$$

منه؛ نحصل على:

$$b^2 = c^2 + d^2 + 2c \cdot d \cdot \cos \varphi + a^2 - 2a \cdot c (\cos \varphi \cdot \cos \theta + \sin \varphi \cdot \sin \theta) - 2a \cdot d \cdot \cos \theta$$

بإعادة ترتيب هذه المعادلة:

$$(\cos \varphi \cdot \cos \theta + \sin \varphi \cdot \sin \theta) = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2a \cdot c} + \frac{d}{a} \cos \varphi - \frac{d}{c} \cos \theta \quad (v)$$

بوضع:

$$\frac{d}{a} = k_1 \quad ; \quad \frac{d}{c} = k_2 \quad ; \quad \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2a \cdot c} = k_3 \quad (vi)$$

عندها يمكن كتابة المعادلة (v)، على الشكل:

$$\cos \varphi \cos \theta + \sin \varphi \sin \theta = k_1 \cos \varphi - k_2 \cos \theta + k_3$$

منه؛ نحصل على:

$$\cos(\theta - \varphi) = k_1 \cos \varphi - k_2 \cos \theta + k_3 \quad (vii)$$

تدعى المعادلة (vii) بـ معادلة فرودنشتاين (Freudenstein's Equation).

من الصعب جداً تحديد قيمة الزاوية φ ، من أجل قيمة معطاة للزاوية θ في المعادلة (vii) ؛
لذا من الضروري تبسيط هذه المعادلة، فمن العلاقات المثلثية، معلوم لدينا:

$$\sin \varphi = \frac{2 \tan(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)} \quad ; \quad \cos \varphi = \frac{1 - \tan^2(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)}$$

بتعويض هذه القيم في المعادلة (vii) ينتج:

$$\frac{1 - \tan^2(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)} \cos \theta + \frac{2 \tan(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)} \sin \theta = k_1 \frac{1 - \tan^2(\varphi/2)}{1 + \tan^2(\varphi/2)} - k_2 \cdot \cos \theta + k_3$$

منه؛ نحصل على:

$$\begin{aligned} & \cos \theta [1 - \tan^2(\varphi/2)] + 2 \sin \theta \cdot \tan(\varphi/2) \\ &= k_1 [1 - \tan^2(\varphi/2)] - k_2 \cdot \cos \theta [1 + \tan^2(\varphi/2)] + k_3 [1 + \tan^2(\varphi/2)] \\ & \cos \theta - \cos \theta \cdot \tan^2(\varphi/2) + 2 \sin \theta \cdot \tan(\varphi/2) \\ &= k_1 - k_1 \cdot \tan^2(\varphi/2) - k_2 \cdot \cos \theta - k_2 \cdot \cos \theta \cdot \tan^2(\varphi/2) + k_3 + k_3 \cdot \tan^2(\varphi/2) \\ & - \cos \theta \tan^2(\varphi/2) + k_1 \tan^2(\varphi/2) + k_2 \cos \theta \tan^2(\varphi/2) - k_3 \tan^2(\varphi/2) \\ & + 2 \sin \theta \tan(\varphi/2) = -\cos \theta + k_1 - k_2 \cos \theta + k_3 \\ & - \tan^2(\varphi/2) [\cos \theta - k_1 - k_2 \cdot \cos \theta + k_3] + 2 \sin \theta \tan(\varphi/2) \\ & - k_1 - k_3 + \cos \theta (1 + k_2) = 0 \\ & [(1 - k_2) \cos \theta + k_3 - k_1] \tan^2(\varphi/2) + (-2 \sin \theta) \tan(\varphi/2) \\ & + [k_1 + k_3 - (1 + k_2) \cos \theta] = 0 \end{aligned}$$

منه؛ نحصل على:

$$A \cdot \tan^2(\varphi/2) + B \cdot \tan(\varphi/2) + C = 0 \quad (viii)$$

حيث:

$$A = (1 - k_2) \cos \theta + k_3 - k_1 , \quad B = -2 \sin \theta , \quad C = k_1 + k_3 - (1 + k_2) \cos \theta \quad (ix)$$

نلاحظ أن المعادلة (viii)، هي معادلة من الدرجة الثانية لـ $\tan(\varphi/2)$ ، ولها جذران، هما:

$$\tan(\varphi/2) = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\varphi = 2 \tan^{-1} \left[\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right] \quad (x)$$

من هذه المعادلة، يمكن إيجاد زاوية الوضع φ للوصلة المقودة CD ؛ وذلك بمعرفة أطوال الوصلات a, b, c, d ، وزاوية الوضع θ للوصلة القائمة AB .

ولإيجاد العلاقة بين وضع الوصلة القائدة AB ؛ أي الزاوية θ ، ووضع الوصلة القارئة BC ؛ أي الزاوية β ، عندئذ يجب عزل الزاوية φ من المعادلتين (i) و (iii) ، وذلك بكتابة المعادلة (i) ، على الشكل الآتي:

$$c.\cos\varphi = a.\cos\theta + b.\cos\beta - d \quad (xi)$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$c^2.\cos^2\varphi = a^2.\cos^2\theta + b^2.\cos^2\beta + 2a.b.\cos\theta.\cos\beta + d^2 - 2a.d.\cos\theta - 2b.d.\cos\beta \quad (xii)$$

كما يمكن كتابة المعادلة (iii) ، على الشكل الآتي:

$$c.\sin\varphi = a.\sin\theta + b.\sin\beta \quad (xiii)$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$c^2.\sin^2\varphi = a^2.\sin^2\theta + b^2.\sin^2\beta + 2a.b.\sin\theta.\sin\beta \quad (xiv)$$

بجمع المعادلتين (xii) و (xiv) ينتج:

$$c^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = a^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) + b^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) + 2a.b(\cos\theta.\cos\beta + \sin\theta.\sin\beta) + d^2 - 2a.d.\cos\theta - 2b.d.\cos\beta$$

منه؛ نحصل على:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2a.b(\cos\theta.\cos\beta + \sin\theta.\sin\beta) + d^2 - 2a.d.\cos\theta - 2b.d.\cos\beta$$

$$(\cos\theta.\cos\beta + \sin\theta.\sin\beta) = \frac{c^2 - a^2 - b^2 - d^2}{2a.b} + \frac{d}{b}\cos\theta + \frac{d}{a}\cos\beta \quad (xv)$$

بوضع:

$$\frac{d}{a} = k_1 \quad ; \quad \frac{d}{b} = k_4 \quad ; \quad \frac{c^2 - a^2 - b^2 - d^2}{2a.b} = k_5 \quad (xvi)$$

عندها تصبح المعادلة (xv) ، على الشكل الآتي:

$$(\cos\theta.\cos\beta + \sin\theta.\sin\beta) = k_1.\cos\beta + k_4.\cos\theta + k_5 \quad (xvii)$$

من الصعب جداً تحديد قيمة الزاوية β ، من أجل قيمة معطاة للزاوية θ في المعادلة (xvii) ؛

لذا من الضروري تبسيط هذه المعادلة، فمن العلاقات المثلثية، معلوم لدينا:

$$\sin\beta = \frac{2\tan(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} \quad ; \quad \cos\beta = \frac{1 - \tan^2(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)}$$

بتعويض هذه العلاقات في المعادلة (xvii) ينتج:

$$\cos \theta \left[\frac{1 - \tan^2(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} \right] + \sin \theta \left[\frac{2 \tan(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} \right] = k_1 \frac{1 - \tan^2(\beta/2)}{1 + \tan^2(\beta/2)} + k_4 \cdot \cos \theta + k_5$$

منه؛ نحصل على:

$$\begin{aligned} & \cos \theta [1 - \tan^2(\beta/2)] + 2 \sin \theta \cdot \tan(\beta/2) = \\ & k_1 [1 - \tan^2(\beta/2)] + k_4 \cdot \cos \theta [1 + \tan^2(\beta/2)] + k_5 [1 + \tan^2(\beta/2)] \\ & \cos \theta - \cos \theta \tan^2(\beta/2) + 2 \sin \theta \cdot \tan(\beta/2) = \\ & k_1 - k_1 \tan^2(\beta/2) + k_4 \cdot \cos \theta + k_4 \cdot \cos \theta \cdot \tan^2(\beta/2) + k_5 + k_5 \tan^2(\beta/2) \\ & - \cos \theta \cdot \tan^2(\beta/2) + k_1 \tan^2(\beta/2) - k_4 \cdot \cos \theta \cdot \tan^2(\beta/2) - k_5 \tan^2(\beta/2) \\ & + 2 \sin \theta \cdot \tan(\beta/2) - k_1 - k_4 \cdot \cos \theta - k_5 + \cos \theta = 0 \\ & - \tan^2(\beta/2) [(k_4 + 1) \cos \theta + k_5 - k_1] + 2 \sin \theta \cdot \tan(\beta/2) \\ & - [(k_4 - 1) \cos \theta + k_5 + k_1] = 0 \\ & [(k_4 + 1) \cos \theta + k_5 - k_1] \tan^2(\beta/2) + (-2 \sin \theta) \tan(\beta/2) \\ & + [(k_4 - 1) \cos \theta + k_5 + k_1] = 0 \end{aligned}$$

منه؛ نحصل على:

$$D \tan^2(\beta/2) + E \tan(\beta/2) + F = 0 \quad (xviii)$$

حيث:

$$D = (k_4 + 1) \cos \theta + k_5 - k_1, E = -2 \sin \theta, F = [(k_4 - 1) \cos \theta + k_5 + k_1] \quad xix$$

نلاحظ أن المعادلة (xviii)، هي معادلة من الدرجة الثانية لـ $\tan(\beta/2)$ ، ولها جذران، هما:

$$\tan(\beta/2) = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\beta = 2 \tan^{-1} \left[\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right] \quad (xx)$$

ومن المعادلة (xx)، يمكن إيجاد زاوية الوضع β للوصلة القارنة BC .

ملحوظة:

يمكن الحصول على الزاوية β مباشرة من المعادلة (i) أو (iii)، بعد أن تُعين الزاوية φ ،

كما هو وارد أعلاه.

b. تحليل السرعة Velocity Analysis

لتكن:

. AB $\omega_1 = d\theta/dt$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة القائدة

. BC $\omega_2 = d\beta/dt$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة القارئة

. CD $\omega_3 = d\phi/dt$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة المقودة

باشتقاق المعادلة (i) ، بالنسبة للزمن ينتج:

$$-a \cdot \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} - b \cdot \sin \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} + c \cdot \sin \phi \cdot \frac{d\phi}{dt} = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$-a \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta - b \cdot \omega_2 \cdot \sin \beta + c \cdot \omega_3 \cdot \sin \phi = 0 \quad (xxi)$$

وباشتقاق المعادلة (iii) بالنسبة للزمن ينتج:

$$a \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} + b \cdot \cos \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} - c \cdot \cos \phi \cdot \frac{d\phi}{dt} = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$a \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta + b \cdot \omega_2 \cdot \cos \beta - c \cdot \omega_3 \cdot \cos \phi = 0 \quad (xxii)$$

بضرب طرفي المعادلة (xxi) بـ $\cos \beta$ ، والمعادلة (xxii) بـ $\sin \beta$ ينتج:

$$-a \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - b \cdot \omega_2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta + c \cdot \omega_3 \cdot \sin \phi \cdot \cos \beta = 0 \quad (xxiii)$$

$$a \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta + b \cdot \omega_2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta - c \cdot \omega_3 \cdot \cos \phi \cdot \sin \beta = 0 \quad (xxiv)$$

بجمع العلاقتين (xxiii) و (xxiv) ينتج:

$$a \cdot \omega_1 \cdot \sin(\beta - \theta) + c \cdot \omega_3 \cdot \sin(\phi - \beta) = 0$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\omega_3 = \frac{-a \cdot \omega_1 \cdot \sin(\beta - \theta)}{c \cdot \sin(\phi - \beta)} \quad (xxv)$$

أيضاً بضرب طرفي العلاقة (xxi) بـ $\cos \phi$ ، والعلاقة (xxii) بـ $\sin \phi$ ينتج:

$$-a \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi - b \cdot \omega_2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \phi + c \cdot \omega_3 \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi = 0 \quad (xxvi)$$

$$a \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + b \cdot \omega_2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \phi - c \cdot \omega_3 \cdot \cos \phi \cdot \sin \phi = 0 \quad (xxvii)$$

بجمع العلاقتين (xxvi) و (xxvii) ينتج:

$$a \cdot \omega_1 \cdot \sin(\phi - \theta) + b \cdot \omega_2 \cdot \sin(\phi - \beta) = 0$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\omega_2 = \frac{-a \cdot \omega_1 \cdot \sin(\phi - \theta)}{b \cdot \sin(\phi - \beta)} \quad (xxviii)$$

من هذه المعادلة (xxviii) ، والمعادلة (xxv) ، يمكن إيجاد السرعة الزاوية ω_2 و ω_3 ؛ وذلك بمعرفة أطوال الوصلات a ، b ، c ، وزوايا الوضع θ ، β ، ϕ لكل من الوصلة القائدة AB ، والوصلة القارئة BC ، والوصلة المقودة DC على الترتيب مع المحور AX ؛ أي مع الوصلة الثابتة AD ؛ فضلاً عن السرعة الزاوية ω_1 للوصلة القائدة AB .

c. تحليل التسارع Acceleration Analysis

ليكن:

. $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ يمثل التسارع الزاوي للوصلة القائدة AB .

. $\varepsilon_2 = d\omega_2/dt$ يمثل التسارع الزاوي للوصلة القارئة BC .

. $\varepsilon_3 = d\omega_3/dt$ يمثل التسارع الزاوي للوصلة المقودة CD .

باشتقاق المعادلة (xxi) بالنسبة للزمن ينتج:

$$-a [\omega_1 \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} + \sin \theta \cdot \frac{d\omega_1}{dt}] - b [\omega_2 \cdot \cos \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} + \sin \beta \cdot \frac{d\omega_2}{dt}] + c [\omega_3 \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \sin \varphi \cdot \frac{d\omega_3}{dt}] = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$-a \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \theta - a \cdot \sin \theta \cdot \varepsilon_1 - b \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \beta - b \cdot \sin \beta \cdot \varepsilon_2 + c \cdot \omega_3^2 \cdot \cos \varphi + c \cdot \sin \varphi \cdot \varepsilon_3 = 0 \quad (xxix)$$

وباشتقاق المعادلة (xxii) بالنسبة للزمن ينتج:

$$a [\omega_1 (-\sin \theta) \frac{d\theta}{dt} + \cos \theta \cdot \frac{d\omega_1}{dt}] + b [\omega_2 (-\sin \beta) \frac{d\beta}{dt} + \cos \beta \cdot \frac{d\omega_2}{dt}] - c [\omega_3 (-\sin \varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \cos \varphi \cdot \frac{d\omega_3}{dt}] = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$-a \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \theta + a \cdot \cos \theta \cdot \varepsilon_1 - b \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \beta + b \cdot \cos \beta \cdot \varepsilon_2 + c \cdot \omega_3^2 \cdot \sin \varphi - c \cdot \cos \varphi \cdot \varepsilon_3 = 0 \quad (xxx)$$

بضرب طرفي العلاقة (xxix) بـ $\cos \varphi$ ، والعلاقة (xxx) بـ $\sin \varphi$ ينتج:

$$-a \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - a \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi - b \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi \quad (xxxi)$$

$$-b \cdot \varepsilon_2 \sin \beta \cdot \cos \varphi + c \cdot \omega_3^2 \cdot \cos^2 \varphi + c \cdot \varepsilon_3 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0$$

$$-a \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi + a \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi - b \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi \quad (xxxii)$$

$$+ b \cdot \varepsilon_2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi + c \cdot \omega_3^2 \cdot \sin^2 \varphi - c \cdot \varepsilon_3 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi = 0$$

جمع العلاقتين (xxxi) و (xxxii) ينتج:

$$-a \cdot \omega_1^2 (\cos \varphi \cdot \cos \theta + \sin \varphi \cdot \sin \theta) + a \cdot \varepsilon_1 (\sin \varphi \cdot \cos \theta - \cos \varphi \cdot \sin \theta) - b \cdot \omega_2^2 (\cos \varphi \cdot \cos \beta + \sin \varphi \cdot \sin \beta) + b \cdot \varepsilon_2 (\sin \varphi \cdot \cos \beta - \cos \varphi \cdot \sin \beta) + c \cdot \omega_3^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$\begin{aligned} & -a.\omega_1^2.\cos(\varphi - \theta) + a.\varepsilon_1.\sin(\varphi - \theta) - b.\omega_2^2.\cos(\varphi - \beta) \\ & + b.\varepsilon_2.\sin(\varphi - \beta) + c.\omega_3^2 = 0 \end{aligned}$$

ومنه؛ نحصل على أن:

$$\varepsilon_2 = \frac{-a.\varepsilon_1.\sin(\varphi - \theta) + a.\omega_1^2.\cos(\varphi - \theta) + b.\omega_2^2.\cos(\varphi - \beta) - c.\omega_3^2}{b.\sin(\varphi - \beta)} \quad (xxxiii)$$

أيضاً بضرب طرفي العلاقة (xxix) بـ $\cos\beta$ ، والعلاقة (xxx) بـ $\sin\beta$ ينتج:

$$\begin{aligned} & -a.\omega_1^2.\cos\theta.\cos\beta - a.\varepsilon_1.\sin\theta.\cos\beta - b.\omega_2^2.\cos^2\beta \\ & - b.\varepsilon_2.\sin\beta.\cos\beta + c.\omega_3^2.\cos\varphi.\cos\beta + c.\varepsilon_3.\sin\varphi.\cos\beta = 0 \end{aligned} \quad (xxxiv)$$

$$\begin{aligned} & -a.\omega_1^2.\sin\theta.\sin\beta + a.\varepsilon_1.\cos\theta.\sin\beta - b.\omega_2^2.\sin^2\beta \\ & + b.\varepsilon_2.\cos\beta.\sin\beta + c.\omega_3^2.\sin\varphi.\sin\beta - c.\varepsilon_3.\cos\varphi.\sin\beta = 0 \end{aligned} \quad (xxxv)$$

بجمع العلاقتين (xxxiv) و (xxxv) ينتج:

$$\begin{aligned} & -a.\omega_1^2(\cos\beta.\cos\theta + \sin\beta.\sin\theta) + a.\varepsilon_1(\sin\beta.\cos\theta - \cos\beta.\sin\theta) \\ & - b.\omega_2^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) + c.\omega_3^2(\cos\varphi.\cos\beta + \sin\varphi.\sin\beta) \\ & + c.\varepsilon_3(\sin\varphi.\cos\beta - \cos\varphi.\sin\beta) = 0 \end{aligned}$$

منه؛ نحصل على:

$$\begin{aligned} & -a.\omega_1^2.\cos(\beta - \theta) + a.\varepsilon_1.\sin(\beta - \theta) - b.\omega_2^2 + c.\omega_3^2.\cos(\varphi - \beta) \\ & + c.\varepsilon_3.\sin(\varphi - \beta) = 0 \end{aligned}$$

ومنه؛ نحصل على أن:

$$\varepsilon_3 = \frac{-a.\varepsilon_1.\sin(\beta - \theta) + a.\omega_1^2.\cos(\beta - \theta) + b.\omega_2^2 - c.\omega_3^2.\cos(\varphi - \beta)}{c.\sin(\varphi - \beta)} \quad (xxxvi)$$

من المعادلة (xxxiii)، والمعادلة (xxxvi)، يمكن إيجاد التسارع الزاوي للوصلتين BC و CD ، وذلك بعد إيجاد السرعة الزاوية ω_3 للوصلة المقودة CD من المعادلة (xxv) ، والسرعة الزاوية ω_2 للوصلة القارئة BC من المعادلة (xxviii) ، وبمعرفة أطوال الوصلات a ، b ، c ، وزوايا الوضع θ ، β ، φ لكل من الوصلة القائدة AB ، والوصلة القارئة BC ، والوصلة المقودة DC على الترتيب مع المحور AX ؛ أي مع الوصلة الثابتة AD ؛ فضلاً عن السرعة الزاوية ω_1 للوصلة القائدة AB .

d. البرنامج الحاسوبي لتحليل أوضاع الحركة

Computer Program for Position Analysis of Motion

استناداً للعلاقات، والمعادلات المستنتجة لحساب السرعات الزاوية، والتسارعات الزاوية لتركيبية آلية رباعية القضبان من أجل أوضاع مختلفة للمرفق. يمكن صياغة برنامج للحاسوب بلغة فورتران (FORTRAN)؛ لتعيين قيم هذه السرعات، والتسارعات الزاوية.

في البرنامج الحاسوبي أدناه، اعتمدت الرموز الآتية:

ل متغيرات الدخل:

A,B,C,D تمثل أطوال الوصلات AB ، BC ، CD و DA على الترتيب، مقاسة بـ mm .

THET تمثل الفاصل الزاوي لوصلة الدخل AB ، مقاسة بـ الدرجات .

VELA تمثل السرعة الزاوية لوصلة الدخل AB ، مقاسة بـ rad/sec .

ACCA تمثل التسارع الزاوي لوصلة الدخل AB ، مقاسة بـ rad/sec^2 .

ول متغيرات الخرج:

THET تمثل الإزاحة الزاوية لوصلة الدخل AB ، مقاسة بـ الدرجات .

PHI تمثل الإزاحة الزاوية لوصلة الخرج DC ، مقاسة بـ الدرجات .

BETA تمثل الإزاحة الزاوية للوصلة القارنة BC ، مقاسة بـ الدرجات .

VELC تمثل السرعة الزاوية لوصلة الخرج DC ، مقاسة بـ rad/sec .

VELB تمثل السرعة الزاوية للوصلة القارنة BC ، مقاسة بـ rad/sec .

ACCC تمثل التسارع الزاوي لوصلة الخرج DC ، مقاسة بـ rad/sec^2 .

ACCB تمثل التسارع الزاوي للوصلة القارنة BC ، مقاسة بـ rad/sec^2 .

C PROGRAM TO FIND THE VELOCITY AND ACCELERATION
 C IN A FOUR – BAR MECHANISM

```

  DIMENSION PH (2), PHI (2), PP (2), BET (2), BT (2), VELC (2),
  VELB (2), ACCC (2), ACCB (2), C1 (2), C2 (2), C3 (2), C4 (2),
  B1 (2), B2 (2), B3 (2), B4 (2)
  READ (*,*) A, B, C, D, VELA, ACCA, THETA
  PI = 4.0 * ATAN(1.0)
  THET = 0
  IHT = 180 / THETA
  DTHET = PI / IHT
  DO 10 J = 1, 2 * IHT
  THET = (J - 1) * DTHET
  AK = (A * A - B * B + C * C + D * D) * 0.5
  TH = THET * 180 / PI
  AA = AK - A * (D - C) * COS (THET) - (C * D)
  BB = -2.0 * A * C * SIN (THET)
  CC = AK - A * (D + C) * COS (THET) + (C * D)
  AB = BB ** 2 - 4 * AA * CC
  IF (AB .LT. 0) GO TO 10
  PHH = SQRT(AB)
  PH (1) = -BB + PHH
  PH (2) = -BB - PHH
  DO 9 I = 1, 2
  PHI (I) = ATAN (PH (I) * 0.5 / AA) * 2
  PP (I) = PHI (I) * 180 / PI
  BET (I) = ASIN ((C * SIN (PHI (I)) - A * SIN (THET)) / B)
  BT (I) = BET (I) * 180 / PI
  VELC (I) = A * VELA * SIN (BET (I) - THET)
  / (C * SIN (BET (I) - PHI (I)))
  VELB (I) = (A * VELA * SIN (PHI (I) - THET))
  / (B * SIN (BET (I) - PHI (I)))
  C1 (I) = A * ACCA * SIN (BET (I) - THET)

```

```

C2 (I) = A * VELA **2 * COS (BET (I) – THET) +
B * VELB (I) **2
C3 (I) = C * VELC (I) **2 * COS (PHI (I) – BET (I))
C4 (I) = C * SIN (BET (I) - PHI (I))
ACCC (I) = (C1 (I) – C2 (I) + C3 (I) ) / C4 (I)
B1 (I) = A * ACCA * SIN (PHI (I) – THET)
B2 (I) = A * VELA **2 * COS (PHI (I) – THET)
B3 (I) = B * VELB (I) **2 * COS (PHI (I) –
BET (I) ) - C * VELC (I) **2
B4 (I) = B * (SIN (BET (I) - PHI (I)))
9 ACCB (I) = (B1 (I) – B2 (I) - B3 (I)) / B4 (I)
IF (J . NE . 1) GO TO 8
WRITE*,7)
7 FORMAT (4X,' THET', 4X,' PHI', 4X,' BETA',
4X,' VELC', 4X,' VELB', 4X,' ACCC', 4X,' ACCB'
8 WRITE(*, 6) TH, PP (1), BT (1), VELC (1),
VELB (1), ACCC (1), ACCB (1)
6 FORMAT (8F8. 2)
WRITE(*,5) PP (2), BT (2), VELC (2), VELB (2), ACCC (2),
ACCB (2)
5 FORMAT (8X, 8F8. 2)
10 CONTINUE
STOP
END

```

مسألة-4-2

يبين الجزء a من (الشكل-4-7) مخططاً لتركيب آلية رباعية القضبان ABCD ، حيث تتصف بأن أطوال وصلاتها هي:

$$(AB = 300 \text{ mm}) ; (BC = 360 \text{ mm}) ; (CD = 360 \text{ mm}) ; (AD = 600 \text{ mm})$$

فإذا دار المرفق AB بسرعة زاوية قدرها $(\omega_1 = 10 \text{ rad/sec})$ ، وبتباطؤ زاوي قدره $(\varepsilon_1 = 30 \text{ rad/sec}^2)$ ، وكلاهما عكس جهة دوران عقارب الساعة؛ المطلوب باستعمال طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق θ ، ومن أجل فواصل زاوية متساوية للمرفق AB قدرها 30° :
- إيجاد كل من الإزاحات الزاوية، والسرعات الزاوية، والتسارعات الزاوية للوصلتين BC و CD .

الحل:

باستعمال البرنامج الحاسوبي أعلاه، واعتماد رموز كل من متغيرات الدخل، ومتغيرات الخرج
خُصِلَ على الجدول الآتي:

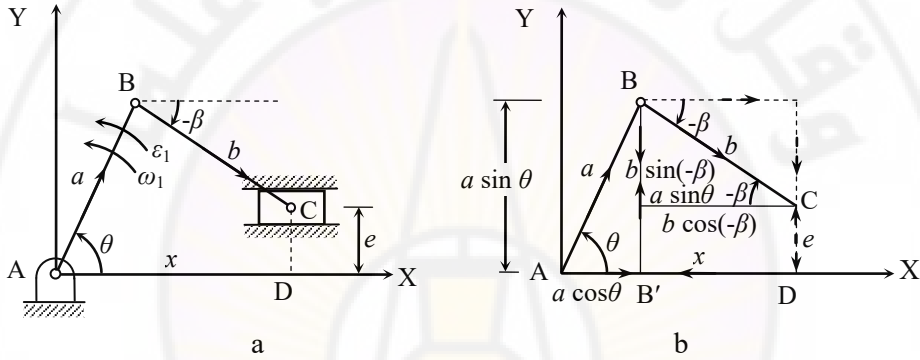
THET	PHI	BETA	VELC	VELB	ACCC	ACCB
00.00	-114.62	- 65.38	-10.00	-10.00	- 61.67	121.67
	114.62	65.38	-10.00	-10.00	121.67	- 61.67
30.00°	-144.88	- 82.70	- 8.69	- 0.84	101.52	181.43
	97.30	35.12	- 0.84	- 8.69	181.43	101.52
60.00°	-166.19	- 73.81	- 6.02	6.02	38.02	77.45
	106.19	13.81	6.02	- 6.02	77.45	38.02
90.00°	174.73	- 47.86	- 8.26	12.26	-180.18	216.18
	132.14	- 5.27	12.26	- 8.26	216.18	-180.18
270.00°	-132.14	5.27	12.26	- 8.26	-289.73	229.73
	-174.73	47.86	- 8.26	12.26	229.73	- 289.73
300.00°	-106.19	-13.81	6.02	- 6.02	-113.57	-1.90
	166.19	73.81	-6.02	6.02	- 1.90	-113.57
330.00°	- 97.30	- 35.12	- 0.84	- 8.69	-170.39	- 49.36
	144.88	82.72	- 8.69	- 0.84	- 49.36	176.39

• تحليل أوضاع الحركة في تركيبية آلية المنزلقة والمرفق

Position Analysis of Motion in Slider-Crank Mechanism

يبين الجزء a من (الشكل-4-8) مخططاً لتركيبية آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية، حيث تتصف بأن المرفق AB طوله a ، والمنزلة C تتصل بذراع التوصيل BC الذي طوله b ، والاختلاف المركزي هو $(CD = e)$. وأن المرفق يصنع زاوية θ مع المحور الأفقي X ، والمنزلة تتحرك حركة ترددية على طول المسار الموازي للمحور X .

فإذا دار المرفق AB، بسرعة زاوية ω_1 ، وبتسارع زاوي ε_1 ، وكلاهما عكس جهة دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بدلالة زاوية المرفق θ :
- تحليل أوضاع الحركة.



(الشكل-4-8)، مخططات تحليل أوضاع الحركة في تركيبية آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية.

بصورة عامة من أجل تحليل أوضاع الحركة في هذه التركيبية الآلية، لابد من إيجاد علاقة بين زاوية ذراع توصيل الحركة BC ؛ أي الزاوية β ، وزاوية المرفق AB ؛ أي الزاوية θ ، وتُستخرج علاقات الإزاحة، والسرعة، والتسارع، على الشكل الآتي:

a. تحليل الإزاحة Displacement Analysis

عند وضع اتزان التركيبية الآلية، يكون مجموع مساقط أطوال عناصرها على المحور X ، وعلى المحور Y مساوياً للصفر.

بأخذ مجموع أطوال المساقط على المحور X ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-4-8)، يكون لدينا:

$$a \cdot \cos \theta + b \cdot \cos(-\beta) - x = 0$$

تدل إشارة السالب قبل الزاوية β ، على أن قياس هذه الزاوية تم بجهة دوران عقارب الساعة.

منه؛ نحصل على:

$$b \cdot \cos \beta = x - a \cdot \cos \theta \quad (i)$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$b^2 \cdot \cos^2 \beta = x^2 + a^2 \cdot \cos^2 \theta - 2x \cdot a \cdot \cos \theta \quad (ii)$$

وبأخذ مجموع أطوال المساقط على المحور Y ، يكون لدينا:

$$a.\sin\theta - b.\sin(-\beta) - e = 0 \Rightarrow -b.\sin\beta + e = a.\sin\theta$$

منه؛ نحصل على:

$$b.\sin\beta = e - a.\sin\theta \quad (iii)$$

بتربيع الطرفين ينتج:

$$b^2.\sin^2\beta = e^2 + a^2.\sin^2\theta - 2e.a.\sin\theta \quad (iv)$$

بجمع المعادلتين (ii) و (iv)، ينتج:

$$b^2(\cos^2\beta + \sin^2\beta) = x^2 + e^2 + a^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) - 2x.a.\cos\theta - 2e.a.\sin\theta$$

$$b^2 = x^2 + e^2 + a^2 - 2x.a.\cos\theta - 2e.a.\sin\theta$$

منه؛ نحصل على:

$$x^2 + (-2a.\cos\theta)x + a^2 - b^2 + e^2 - 2e.a.\sin\theta = 0$$

ومنه؛ نحصل على:

$$x^2 + k_1.x + k_2 = 0 \quad (v)$$

حيث:

$$k_1 = -2a.\cos\theta, \quad k_2 = a^2 - b^2 + e^2 - 2e.a.\sin\theta \quad (vi)$$

نلاحظ أن المعادلة (v) هي معادلة من الدرجة الثانية لـ x ، ولها جذران، هما:

$$x = \frac{-k_1 \pm \sqrt{k_1^2 - 4k_2}}{2} \quad (vii)$$

من هذه العلاقة يمكن إيجاد إزاحة المنزلقة C بعد معرفة قيم كل من a ، b ، e و θ ، ويُعين وضع ذراع التوصيل BC ؛ ممثلاً بالزاوية β ؛ وفق العلاقة:

$$\sin(-\beta) = \frac{a.\sin\theta - e}{b} \Rightarrow \sin\beta = \frac{e - a.\sin\theta}{b}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{e - a.\sin\theta}{b}\right) \quad (viii)$$

ملحوظة:

في حال كانت المنزلقة متوضعة على المحور X ؛ أي أن خط عملها يمر من محور دوران المرفق، سيكون الاختلاف المركزي عندئذ (e = 0)، وتؤخذ عندها العلاقتان (vi) و (viii)، الشكل الآتي:

$$k_1 = -2a.\cos\theta, \quad k_2 = a^2 - b^2$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{-a.\sin\theta}{b}\right)$$

b. تحليل السرعة Velocity Analysis

لتكن:

. AB $\omega_1 = d\theta/dt$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة للقائدة

. BC $\omega_2 = d\beta/dt$ تمثل السرعة الزاوية للوصلة للقارنة

$V_s = dx/dt$ تمثل السرعة الخطية للمنزلة.

باشتقاق المعادلة (i) بالنسبة للزمن ينتج:

$$b(-\sin \beta) \frac{d\beta}{dt} = \frac{dx}{dt} - a(-\sin \theta) \frac{d\theta}{dt}$$

منه؛ نحصل على:

$$-a.\omega_1.\sin \theta - b.\omega_2.\sin \beta - \frac{dx}{dt} = 0 \quad (ix)$$

وباشتقاق المعادلة (iii) بالنسبة للزمن، ينتج:

$$b.\cos \beta \cdot \frac{d\beta}{dt} = -a.\cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

منه؛ نحصل على:

$$a.\omega_1.\cos \theta + b.\omega_2.\cos \beta = 0 \quad (x)$$

بضرب طرفي المعادلة (ix) بـ $\cos \beta$ ، والمعادلة (x) بـ $\sin \beta$ ينتج:

$$-a.\omega_1.\sin \theta.\cos \beta - b.\omega_2.\sin \beta.\cos \beta - \frac{dx}{dt} \cos \beta = 0 \quad (xi)$$

$$a.\omega_1.\cos \theta.\sin \beta + b.\omega_2.\cos \beta.\sin \beta = 0 \quad (xii)$$

بجمع المعادلتين (xi) و (xii) ينتج:

$$a.\omega_1(\sin \beta.\cos \theta - \cos \beta.\sin \theta) - \frac{dx}{dt} \cos \beta = 0$$

من هذه المعادلة، يمكن إيجاد السرعة الخطية للمنزلة ($V_s = dx/dt$):

$$a.\omega_1.\sin(\beta - \theta) = V_s.\cos \beta$$

ومنه؛ نحصل على أن:

$$V_s = \frac{a.\omega_1.\sin(\beta - \theta)}{\cos \beta} \quad (xiii)$$

أما السرعة الزاوية ω_2 لذراع التوصيل BC ، فيمكن تعيينه من المعادلة (x):

$$\omega_2 = \frac{-a.\omega_1.\cos \theta}{b.\cos \beta} \quad (xiv)$$

c. تحليل التسارع Acceleration Analysis

ليكن:

$\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ يمثل التسارع الزاوي للوصلة القائدة AB .

$\varepsilon_2 = d\omega_2/dt$ يمثل التسارع الزاوي للوصلة القارئة BC .

$A_s = d^2x/dt^2$ يمثل التسارع الخطي للمنزلة.

باشتقاق العلاقة (ix)، بالنسبة للزمن ينتج:

$$-a[\omega_1 \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt} + \sin \theta \frac{d\omega_1}{dt}] - b[\omega_2 \cdot \cos \beta \frac{d\beta}{dt} + \sin \beta \frac{d\omega_2}{dt}] - \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$-a[\varepsilon_1 \cdot \sin \theta + \omega_1^2 \cdot \cos \theta] - b[\varepsilon_2 \cdot \sin \beta + \omega_2^2 \cdot \cos \beta] - \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad (xv)$$

وباشتقاق العلاقة (x)، بالنسبة للزمن ينتج:

$$a[\omega_1(-\sin \theta) \frac{d\theta}{dt} + \cos \theta \cdot \frac{d\omega_1}{dt}] + b[\omega_2(-\sin \beta) \frac{d\beta}{dt} + \cos \beta \cdot \frac{d\omega_2}{dt}] = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$a[\varepsilon_1 \cdot \cos \theta - \omega_1^2 \cdot \sin \theta] + b[\varepsilon_2 \cdot \cos \beta - \omega_2^2 \cdot \sin \beta] = 0 \quad (xvi)$$

بضرب طرفي العلاقة (xv) بـ $\cos \beta$ ، والعلاقة (xvi) بـ $\sin \beta$ ينتج:

$$-a[\varepsilon_1 \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta + \omega_1^2 \cdot \cos \theta \cdot \cos \beta] - b[\varepsilon_2 \sin \beta \cdot \cos \theta + \omega_2^2 \cdot \cos^2 \beta] - \frac{d^2x}{dt^2} \cos \beta = 0 \quad (xvii)$$

$$a[\varepsilon_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta - \omega_1^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \beta] + b[\varepsilon_2 \cos \beta \cdot \sin \beta - \omega_2^2 \cdot \sin^2 \beta] = 0 \quad (xviii)$$

جمع المعادلتين (xvii) و (xviii) ينتج:

$$a[\varepsilon_1 (\sin \beta \cdot \cos \theta - \cos \beta \cdot \sin \theta) - \omega_1^2 (\cos \beta \cdot \cos \theta + \sin \beta \cdot \sin \theta)]$$

$$- b \cdot \omega_2^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - \frac{d^2x}{dt^2} \cos \beta = 0$$

منه؛ نحصل على:

$$-a \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\beta - \theta) + a \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin(\beta - \theta) - b \cdot \omega_2^2 - \frac{d^2x}{dt^2} \cos \beta = 0$$

من هذه المعادلة يمكن إيجاد التسارع الخطي A_s للمنزلة C :

$$A_s = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin(\beta - \theta) - a \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\beta - \theta) - b \cdot \omega_2^2}{\cos \beta} \quad (xix)$$

أما التسارع الزاوي لذراع التوصيل BC، فيمكن تعيينه من المعادلة (xvi):

$$\varepsilon_2 = \frac{a(\omega_1^2 \cdot \sin \theta - \varepsilon_1 \cdot \cos \theta) + b \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \beta}{b \cdot \cos \beta} \quad (xx)$$

d. البرنامج الحاسوبي لتحليل أوضاع الحركة

Computer Program for Position Analysis of Motion

استناداً للعلاقات، والمعادلات المستنتجة لحساب السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي لذراع التوصيل BC، والسرعة الخطية، والتسارع الخطي للمنزلة C في تركيب آلية المنزلقة والمرفق، ومن أجل أوضاع مختلفة للمرفق. يمكن صياغة برنامج للحاسوب بلغة فورتران (FORTRAN)، لتعيين قيم هذه السرع والتسارعات.

في البرنامج الحاسوبي أدناه، اعتمدت الرموز الآتية:

ل متغيرات الدخل:

A,B,E يمثل a طول المرفق AB، و b طول ذراع التوصيل BC، و e الاختلاف المركزي، مقيسة ب mm.

VA تمثل السرعة الزاوية للمرفق AB، مقيسة ب rad/sec.

ACC يمثل التسارع الزاوي للمرفق AB، مقيسة ب rad/sec^2 .

THA يمثل الفاصل الزاوي لوصلة الدخل، مقيسة ب الدرجات.

ول متغيرات الخرج:

THA تمثل الإزاحة الزاوية للمرفق AB، مقيسة ب الدرجات.

BET تمثل الإزاحة الزاوية لذراع التوصيل BC، مقيسة ب الدرجات.

VS تمثل السرعة الخطية للمنزلة C، مقيسة ب m/sec.

VB تمثل السرعة الزاوية لذراع التوصيل BC، مقيسة ب rad/sec.

ACS يمثل التسارع الخطي للمنزلة C، مقيسة ب m/sec^2 .

ACB يمثل التسارع الزاوي لذراع التوصيل BC، مقيسة ب rad/sec^2 .

C PROGRAM TO FIND THE VELOCITY AND ACCELERATION
 C IN A SLIDER CRANK MECHANISM

READ (*,*) A, B, E, VA, ACC, THA

PI = 4 * ATAN(1.)

TH = 0

IH = 180 / THA

DTH = PI / IH

DO 10 I = 1, 2 * IH

TH = (I - 1) * DTH

BET = ASIN (E - A * SIN (TH) / B)

VS = -A * VA * SIN (TH - BET) / (COS (BET) * 1000)

VB = -A * VA * COS (TH) / B * COS (BET)

AC1 = A * ACC * SIN (BET - TH) - B * VB ** 2

AC2 = A * VA ** 2 * COS (BET - TH)

ACS = (AC1 - AC2) / (COS (BET) * 1000)

AC3 = A * ACC * COS (TH) - A * VA ** 2 * SIN (TH)

AC4 = B * VB ** 2 * SIN (BET)

ACB = -(AC3 - AC4) / (B * COS (BET))

IF (i .EQ. 1) WRITE (*.9)

9 FORMAT (3X, 'TH', 5X, 'BET', 4X, 'VS', 4X, 'VB',
 4X, 'ACS', 4X, 'ACB')

10 WRITE(*,8) TH * 180 / PI, BET * 180 / PI, VS, VB, ACS, ACB

8 FORMAT (6 F 8.2)

STOP

END

مسألة-3-4

يبين الجزء a من (الشكل-4-8)، مخطط تركيبية آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية، المؤلفة من مرفق طوله يساوي ($AB = 200 \text{ mm}$)، وذراع توصيل طوله يساوي ($BC = 750 \text{ mm}$)، ومنزلقة ينحرف خط عملها عن محور المرفق بمقدار ($e = 50 \text{ mm}$).

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية قدرها ($\omega_1 = 20 \text{ rad/sec}$)، وتسارع زاوي قدره ($\varepsilon_1 = 10 \text{ rad/sec}^2$)؛ وكلاهما عكس جهة دوران عقارب الساعة؛ المطلوب؛ باستعمال طريقة تحليل أوضاع الحركة بدلالة زاوية المرفق θ ، ومن أجل فواصل زاوية متساوية للمرفق AB قدرها 30° إيجاد كل من:

- السرعة الخطية، والتسارع الخطي للمنزلقة C .
- السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي لذراع التوصيل BC .

الحل:

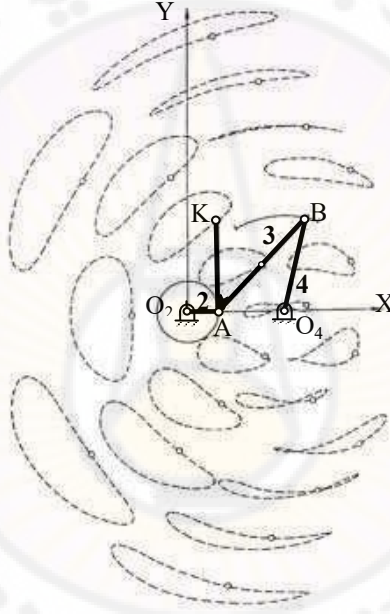
باستعمال البرنامج الحاسوبي أعلاه، واعتماد رموز كل من متغيرات الدخل، ومتغيرات الخرج حُصل على الجدول الآتي:

TH	BET	VS	VB	ACS	ACB
00.00	3.82	0.27	- 5.32	- 101.15	- 0.78
30.00°	- 3.82	- 2.23	- 4.61	- 83.69	49.72
60.00°	- 9.46	- 3.80	- 2.63	- 35.62	91.14
90.00°	- 11.54	- 4.00	0.00	14.33	108.87
120.00°	- 9.46	- 3.13	2.63	44.71	93.85
150.00°	- 3.82	- 1.77	4.61	55.11	54.35
180.00°	3.82	- 0.27	5.32	58.58	4.56
210.00°	11.54	1.29	4.53	62.42	- 47.90
240.00°	17.31	2.84	2.55	57.93	- 93.34
270.00°	19.47	4.00	0.00	30.28	- 113.14
300.00°	17.31	4.09	- 2.55	- 21.45	- 96.14
330.00°	11.54	2.71	- 4.53	- 75.44	- 52.61

5-4- منحنيات الوصل للتركيبات الآلية المرفقية

Coupler Curves in Linkage Mechanisms

يتطلب في بعض الأحيان أن تُحَرَّك التركيبة الآلية نقطة على مسار محدد، وتُولَدَ بوساطة الوصلة القارئة، كما هو الحال في تركيبات آلية الحركة المستقيمة التي وردت معنا في الفصل الثاني. إن نقاط مستوي ذراع التوصيل لتركيبة آلية رباعية القضبان، ترسم في أثناء حركتها مسارات تسمى منحنيات الوصل؛ بينما ترسم النقاط المفصلية A و B مسارات دائرية. ويمكن بوساطة تركيبة آلية رباعية القضبان رسم منحنيات متنوعة الأشكال، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-4-9).

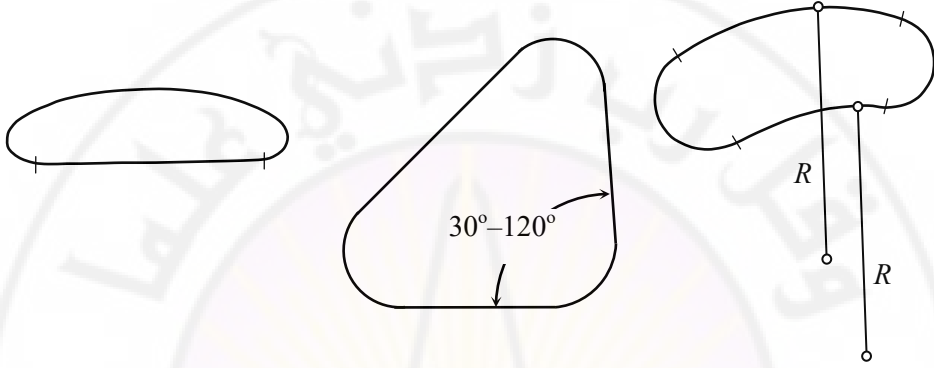


(الشكل-4-9)، مخططات لمنحنيات الوصل للمرفق المتأرجح في أوضاع مختلفة لنقطة من ذراع التوصيل.

تؤدي أشكال منحنيات الوصل دوراً أساسياً عند تصميم تركيبة رباعية القضبان، فهي تستعمل غالباً لتسيير جسم ما في مجرى معين، أو لتوجيه أحد أجزاء الآلة؛ وفق مسار محدد. عادة يطلب تصميم تركيبة آلية بحيث ترسم نقطة ما من ذراع التوصيل منحنيًا محددًا، ولهذا التصميم صعوبات كثيرة يستعاض عنها عادة بإيجاد تركيبة آلية تخطيطياً، بحيث يقترب المحل الهندسي للنقطة المفروضة من المسار المطلوب.

يتوفر للمهتمين مراجع تحتوي على منحنيات مرسومة بمقياس معين، وما على الباحث إلا أن يفتش بين هذه الأمثلة للعثور على المنحني المرغوب، ويجد بالتالي أبعاد تركيبة آلية رباعية القضبان لأداء الحركة المنشودة. يتم اختيار المنحني المناسب حسب نوع الحركة المطلوبة.

عموماً منحنى الوصل، هو منحنٍ جبري من الدرجة السادسة، ويحتوي على ثلاث نقاط مضاعفة، وثلاثة محارق. يبين الجزء a من (الشكل-10-4)، مخططاً لمنحنٍ يستعمل في الحركة المستقيمة، ويبين الجزء b من (الشكل-10-4)، مخططاً لمنحنٍ يلزم من أجل الحركة الزاوية. ولتصميم تركيبية آلية ذات فترتي توقف، يجب أن يكون للمنحني قطاعان متساويي التقوس، وبالاتجاه نفسه، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-10-4).



a- منحنٍ لتوليد حركة مستقيمة. b- منحنٍ لتوليد حركة زاوية. c- منحنٍ لتوليد فترتي توقف. (الشكل-10-4)، مخططات لمنحنيات وصل.

سنوضح فيما يأتي من خلال مثالين نموذجيين الأسس المتبعة في تحديد إحداثيات نقطة من الوصلة القارئة في تركيبية آلية رباعية القضبان، وتركيبية آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية، والتي يمكن - استناداً إليهما - تحديد إحداثيات نقطة من الوصلة القارئة في أية تركيبية آلية رباعية الوصلات، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• منحنيات الوصل في تركيبية آلية رباعية القضبان

Coupler Curves in Four-Bar Mechanism

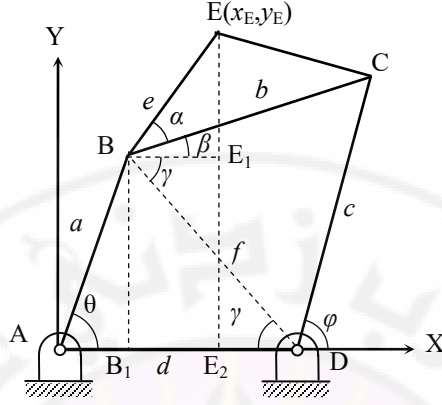
يبين (الشكل-11-4) مخططاً لتركيبية آلية رباعية القضبان ABCD، ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارئة BC التي تصنع زاوية α مع الوصلة BC، بجهة عكس دوران عقارب الساعة، وإحداثياتها (x_E, y_E) . المطلوب::
- تحديد إحداثيات النقطة E من الوصلة القارئة.

يتطلب أولاً إيجاد الطول BD، والزاويتين γ و β . فمن المثلث القائم الزاوية ΔBB_1D ، لدينا:

$$\tan \gamma = \frac{BB_1}{B_1D} = \frac{BB_1}{AD - AB_1} = \frac{a \cdot \sin \theta}{d - a \cdot \cos \theta}$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{a \cdot \sin \theta}{d - a \cdot \cos \theta}$$



مخطط تركيبية آلية رباعية القضبان ذات نقطة إزاحة مقترنة على الوصلة القارئة.
(الشكل-4-11)

كما أن:

$$\begin{aligned}\overline{BD}^2 &= \overline{BB_1}^2 + \overline{B_1D}^2 = \overline{BB_1}^2 + (AD - AB_1)^2 \\ \overline{BD}^2 &= (a \cdot \sin \theta)^2 + (d - a \cdot \cos \theta)^2 \\ &= a^2 \cdot \sin^2 \theta + d^2 + a^2 \cdot \cos^2 \theta - 2a \cdot d \cdot \cos \theta \\ &= a^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + d^2 - 2a \cdot d \cdot \cos \theta \\ \overline{BD}^2 &= a^2 + d^2 - 2a \cdot d \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

ومن المثلث $\triangle DBC$:

$$\cos(\gamma + \beta) = \frac{\overline{BD}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2}{2BC \cdot BD} = \frac{f^2 + b^2 - c^2}{2b \cdot f}$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\begin{aligned}\gamma + \beta &= \cos^{-1} \left(\frac{f^2 + b^2 - c^2}{2b \cdot f} \right) \\ \beta &= \cos^{-1} \left(\frac{f^2 + b^2 - c^2}{2b \cdot f} \right) - \gamma\end{aligned}\quad (i)$$

ومن (الشكل-4-11)، حيث $(B_1E_2 = BE_1)$ ، نجد أن:

$$\begin{aligned} x_E &= AE_2 = AB_1 + B_1E_2 = AB_1 + BE_1 \\ &= a \cdot \cos \theta + e \cdot \cos(\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (ii)$$

أيضاً من (الشكل-4-11)، حيث $(E_2E_1 = B_1B)$ ، نجد أن:

$$\begin{aligned} y_E &= E_2E = E_2E_1 + E_1E = B_1B + E_1E \\ &= a \cdot \sin \theta + e \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (iii)$$

من المعادلات أعلاه، يمكن تحديد إحداثيات النقطة E ، وذلك متى علمنا:

$$a, e, \theta, \alpha, \beta$$

• منحنيات الوصل في تركيب آلية المنزلقة والمرفق

Coupler Curves in Slider-Crank Mechanism

يبين (الشكل-4-12) مخططاً لتركيب آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية، ذات نقطة إزاحة مقرنة E على الوصلة القارئة BC التي تصنع زاوية α مع BC ، بجهة عكس دوران عقارب الساعة، وإحداثياتها (x_E, y_E) . المطلوب:

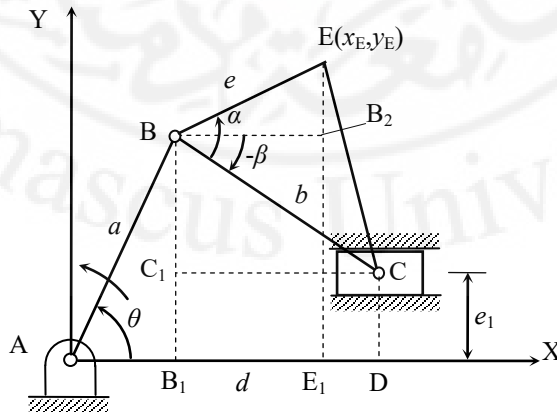
- تحديد إحداثيات النقطة E من الوصلة القارئة.

يتطلب أولاً إيجاد الزاوية β ، فمن المثلث القائم الزاوية ΔBC_1C ، لدينا:

$$\sin \beta = \frac{BC_1}{BC} = \frac{BB_1 - B_1C_1}{BC} = \frac{a \cdot \sin \theta - e_1}{b}$$

منه؛ نحصل على أن:

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \theta - e_1}{b} \right) \quad (iv)$$



(الشكل-4-12)، مخطط تركيب آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية ذات نقطة إزاحة مقرنة على الوصلة القارئة.

كما أن:

$$x_E = AE_1 = AB_1 + B_1E_1 = AB_1 + BB_2$$

$$x_E = a \cdot \cos \theta + e \cdot \cos(\alpha - \beta) \quad (v)$$

$$y_E = E_1E = E_1B_2 + B_2E = B_1B + B_2E$$

$$y_E = a \cdot \sin \theta + e \cdot \sin(\alpha - \beta) \quad (vi)$$

من المعادلات أعلاه، يتم تحديد إحداثيات النقطة E ، وذلك متى علمنا:

$$a, b, e, e_1, \theta, \alpha, \beta$$

ملحوظة:

إذا كانت تركيبية آلية المنزلقة والمرفق مركزية؛ أي إن المنزلقة متوضعة على المحور X ؛ من ثم يكون خط عملها يمر من محور دوران المرفق، عندها سيكون الاختلاف المركزي ($e_1 = 0$). في مثل هذه الحالة، المعادلة (iv) يمكن أن تكتب على الشكل الآتي:

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{a \cdot \sin \theta}{b} \right)$$

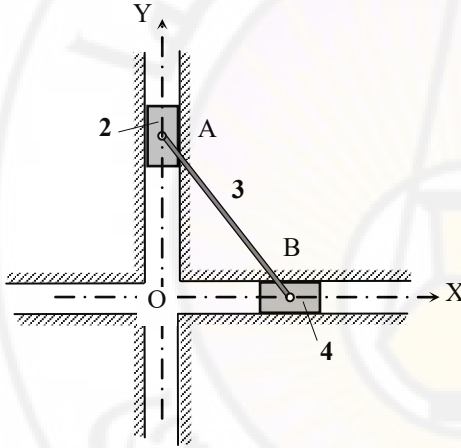
مسائل غير محلولة PROBLEMS

م-4-1

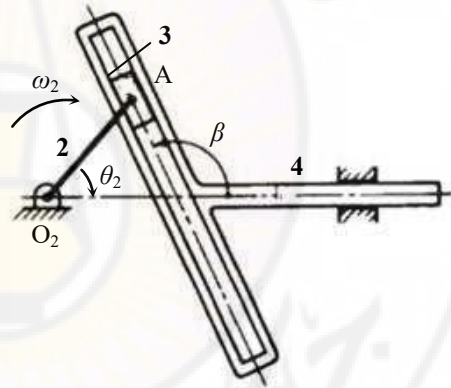
يبين الشكل (م-4-1) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية راسم القطع الناقص، حيث طول ذراع التوصيل AB يساوي $(l = 20 \text{ cm})$.

المطلوب عند الوضع الموافق لإزاحة المنزلقة A مقدار $(v_A = 12 \text{ cm})$ ، ولسرعتها مقدار $(V_A = 40 \text{ cm/sec})$ ، ولتسارعها مقدار $(A_A = -80 \text{ cm/sec}^2)$:

1. إيجاد الإزاحة الخطية x_B للمنزلة B، وسرعتها الخطية V_B ، وتسارعها الخطي A_B .
2. إعداد برنامج حاسوبي؛ لإيجاد القيم السابقة خلال دورة كاملة للمرفق.



مخطط تركيبية آلية راسم القطع الناقص.
الشكل (م-4-1)



مخطط تركيبية آلية المنزلقتين والمرفق.
الشكل (م-4-2)

مسألة-4-2

يبين الشكل (م-4-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المنزلقتين والمرفق (Scotch-yoke)، حيث يدور المرفق O_2A ، بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ؛ باتجاه دوران عقارب الساعة.

المطلوب؛ بمعرفة طول المرفق O_2A ، والزاوية β الآتي:

1. إجراء تحليل معادلات الحركة؛ بتطبيق علاقات النسب المثلثية؛ لإيجاد الإزاحة الخطية x_4 للوصلة 4، وسرعتها الخطية V_4 ، وتسارعها الخطي A_4 .
2. إعداد برنامج حاسوبي؛ لإيجاد القيم السابقة خلال دورة كاملة للمرفق.

م-3-4

يبين الشكل (م-3-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المنزلقة والمرفق اللامركزية، حيث أزيح خط الشوط بالمقدار e ؛ لتأمين حركة سريعة الارتداد.

a. إذا دار المرفق بسرعة زاوية متغيرة ω_2 ، وتسارع زاوي منتظم ε_2 ؛ المطلوب:

1. كتابة العلاقة الشعاعية ($r_a + r_d = r_2 + r_3$) كأعداد مركبة.

b. إذا كانت ($\omega_2 = 10 \text{ rad/sec}$)، و ($\varepsilon_2 = 20 \text{ rad/sec}^2$) عند الوضع الزاوي للمرفق

المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 45^\circ$)؛ المطلوب تعيين الآتي:

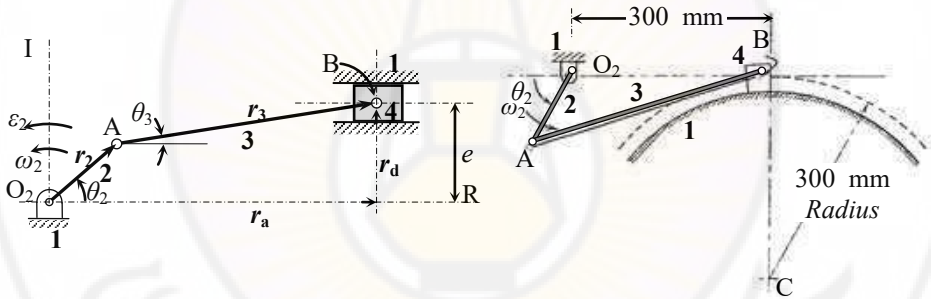
1. الإزاحة الزاوية θ_3 ، والبعد r_a .

2. السرعة الزاوية ω_3 ، والتسارع الزاوي ε_3 للوصلة 3.

3. السرعة الخطية V_B للمنزلة B، وتسارعها الخطي A_B .

علماً أن:

$$(r_2 = 150 \text{ mm}) , (r_3 = 500 \text{ mm}) , (e = 200 \text{ mm})$$



الشكل (م-4-4) مخططات لتركيبية آلية المنزلقة والمرفق. الشكل (م-3-4)

م-4-4

يبين الشكل (م-4-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المنزلقة والمرفق المركزية، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 1 \text{ rad/sec}$)؛ باتجاه عكس دوران

عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 35^\circ$) الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.

2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = 100 \text{ mm}) , (AB = 350 \text{ mm})$$

$$(V_B = 73.19 \text{ mm/sec}) , (A_B = 69.07 \text{ mm/sec}^2)$$

$$(\omega_4 = 0.244 \text{ rad/sec-cw}) , (\varepsilon_4 = 0.222 \text{ rad/sec}^2\text{-cw})$$

الجواب:

م-4-5

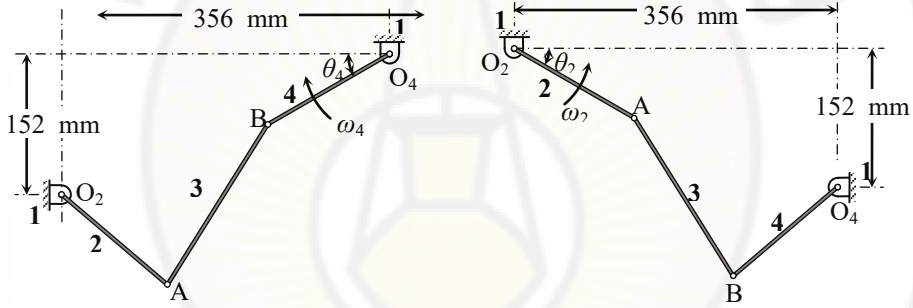
يبين الشكل (م-4-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان، حيث تدور الوصلة 4 فيها حول المفصل الثابت O_4 .

فإذا دارت الوصلة 4 بسرعة زاوية ثابتة؛ لتصبح سرعة المفصل B تساوي $(V_B = 24.4 \text{ m/sec})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للوصلة 4 المحدد بالزاوية $(\theta_4 = 30^\circ)$ الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = 152 \text{ mm}) , (AB = 203 \text{ mm}) , (O_4B = 152 \text{ mm})$$



مخططات لتركيبات آلية رباعية القضبان.

الشكل (م-4-5)

الشكل (م-4-6)

م-4-6

يبين الشكل (م-4-6) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 160 \text{ rad/sec})$ ؛ باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 30^\circ)$ الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = 152 \text{ mm}) , (AB = 203 \text{ mm}) , (O_4B = 152 \text{ mm})$$

م-4-7

يبين الشكل (م-4-7) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية المرفق والذراع المشقوق.

a. إذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب:

1. كتابة معادلات الحركة كأعداد مركبة.

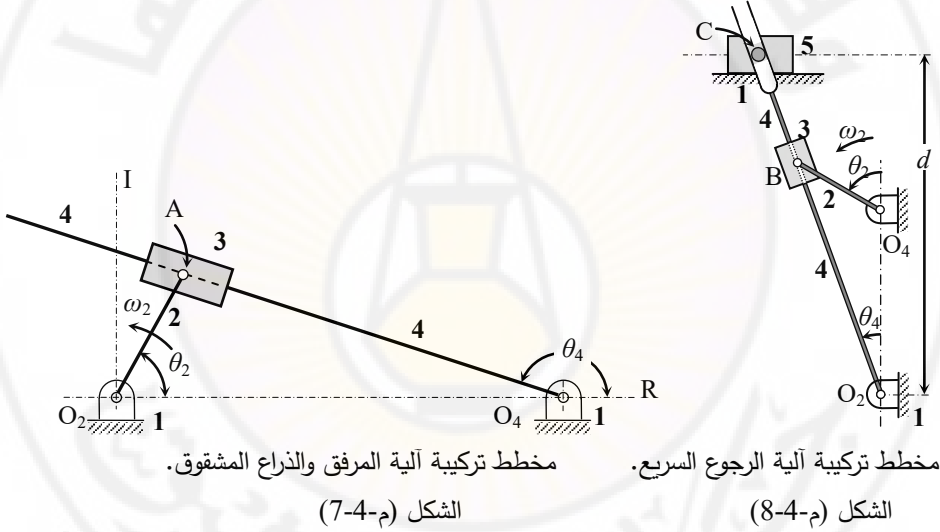
b. إذا كانت $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق $(\theta_2 = 45^\circ)$:

1. تعيين ميزات الحركة ω_4 ، ε_4 للوصلة 4 .

2. تعيين السرعة الخطية V_{A4} للنقطة A ، وتسارعها الخطي A_{A4} .

علماً أن:

$$(O_2O_4 = 240 \text{ mm}) , (O_2A = 70 \text{ mm})$$



م-4-8

يبين الشكل (م-4-8) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية الرجوع السريع.

a. إذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب:

1. كتابة معادلات الحركة كأعداد مركبة.

b. إذا كانت $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق $(\theta_2 = 60^\circ)$:

1. تعيين الإزاحة الزاوية θ_4 للذراع 4 .

2. تعيين السرعة الخطية V_{C5} للمنزلة C₅ ، وتسارعها الخطي A_{C5} .

علماً أن:

$$(O_2O_4 = 300 \text{ mm}) , (O_2B_2 = 150 \text{ mm}) , (d = 550 \text{ mm})$$

م-4-9

يبين الشكل (م-4-9) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 200 \text{ rad/sec}$)؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 30^\circ$) الآتي:

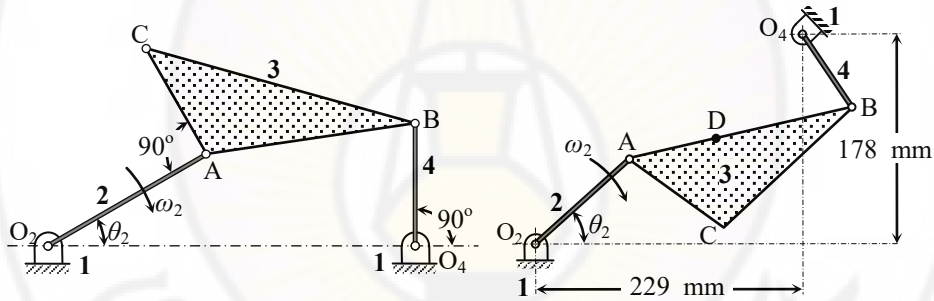
1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = 381 \text{ mm}), (O_4B = 254 \text{ mm}), (AC = 254 \text{ mm}), (O_2O_4 = 762 \text{ mm})$$

$$(A_C = 1.95 \times 10^7 \text{ mm/sec}^2), (V_C = 8.55 \times 10^4 \text{ mm/sec}) \quad \text{الجواب:}$$

$$(\omega_3 = 152.8 \text{ rad/sec ccw}), (\omega_4 = 111.6 \text{ rad/sec cw})$$



مخططات لتركيبات آلية رباعية القضبان ذات نقطة إزاحة مقترنة.

الشكل (م-4-9)

الشكل (م-4-10)

م-4-10

يبين الشكل (م-4-10) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها ($\omega_2 = 30 \text{ rad/sec}$)؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 45^\circ$) الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = 102 \text{ mm}), (AB = 203 \text{ mm}), (O_4B = 76.2 \text{ mm})$$

$$(AC = 102 \text{ mm}), (AD = 76.2 \text{ mm}), (BC = 152 \text{ mm})$$

م-4-11

يبين (الشكل م-4-11) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

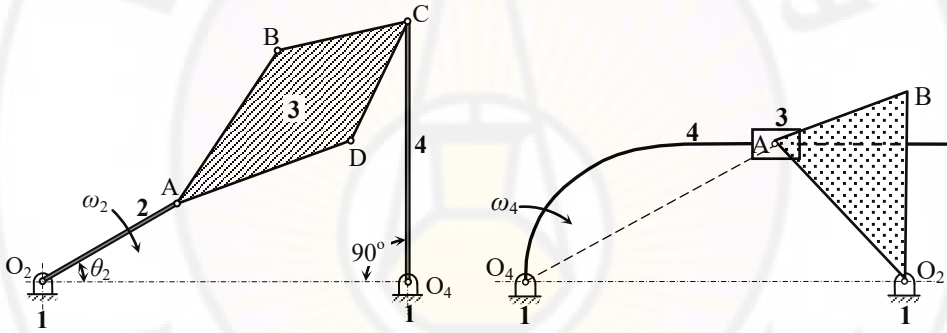
فإذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 1 \text{ rad/sec})$ ؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 35^\circ)$ الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(AB = AD = 178 \text{ mm}) , (BC = CD = 127 \text{ mm})$$

$$(O_2A = 152 \text{ mm}) , (O_2O_4 = 356 \text{ mm}) , (O_4C = 254 \text{ mm})$$



مخطط تركيبية آلية رباعية الوصلات. مخطط تركيبية آلية رباعية القضبان ذات نقطتي إزاحة مقترنة.

الشكل (م-4-11)

الشكل (م-4-12)

م-4-12

يبين الشكل (م-4-12) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية الوصلات، حيث تدور الوصلة 4 فيها حول المفصل الثابت O_4 .

فإذا دارت الوصلة 4 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_4 = 1 \text{ rad/sec})$ ؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$$(O_2A = O_2B = 102 \text{ mm}) , (O_4A = 152 \text{ mm})$$

$$(O_2O_4 = 203 \text{ mm}) , (AB = 76.2 \text{ mm})$$

م-4-13

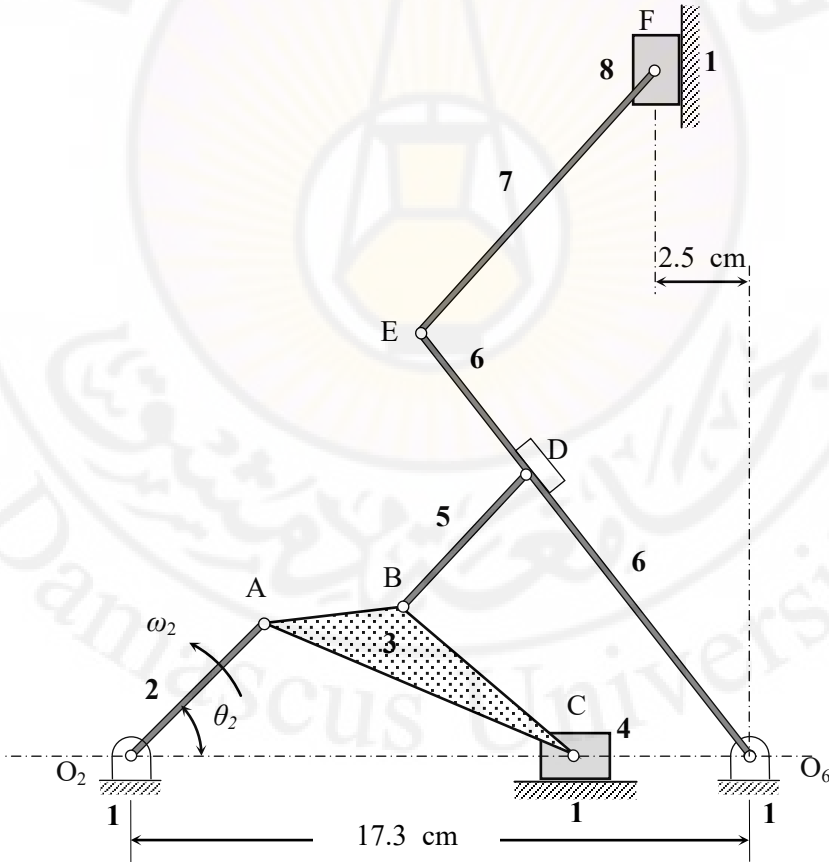
يبين الشكل (م-4-13) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية، حيث يدور المرفق O_2A فيها حول المفصل الثابت O_2 .

إذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 1 \text{ rad/sec})$ ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق 2 المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبية الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.
2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن:

$(O_2A = 5.1 \text{ cm})$, $(AC = 10.2 \text{ cm})$, $(AB = 4.5 \text{ cm})$, $(BC = 6.4 \text{ cm})$
 $(BD = 5.1 \text{ cm})$, $(DO_6 = 10.2 \text{ cm})$, $(EO_6 = 15.2 \text{ cm})$, $(EF = 10.2 \text{ cm})$



الشكل (م-4-14)، مخطط تركيبية آلية.

م-14-4

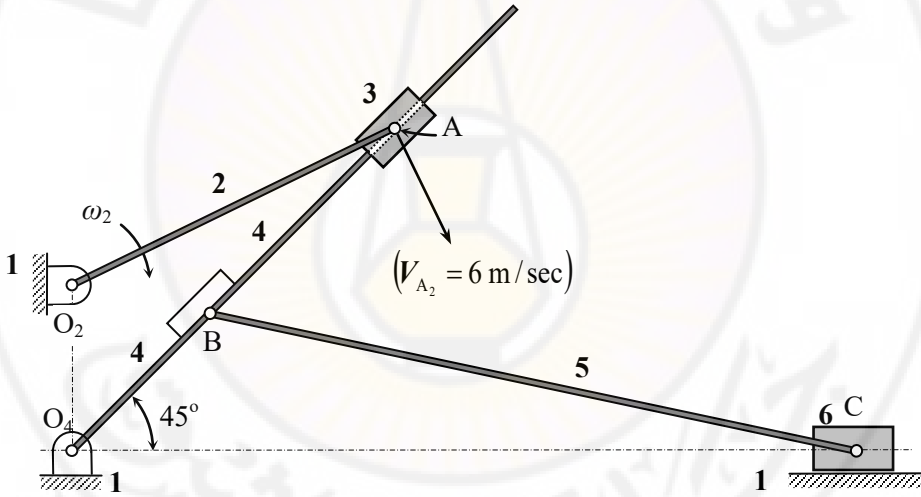
يبين الشكل (م-14-4) مخططاً لأحد أوضاع تركيب آلية الرجوع السريع، حيث يدور المرفق 2 فيها حول المفصل الثابت O_2 .

إذا دار المرفق بسرعة زاوية ثابتة؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ لتصبح سرعة النقطة A تساوي ($V_A = 6 \text{ m/sec}$)؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للوصلة 4 المحدد بالزاوية ($\theta_4 = 45^\circ$) الآتي:

1. تعيين ميزات الحركة لوصلات التركيبة الآلية؛ بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية.

2. إعداد برنامج للحاسوب، وتعيين القيم السابقة باستعمال الحاسوب.

علماً أن: ($O_2A = 191 \text{ mm}$) , ($O_4B = 102 \text{ mm}$) , ($O_2O_4 = 89 \text{ mm}$) , ($BC = 356 \text{ mm}$)



مخطط تركيب آلية الرجوع السريع.

الشكل (م-14-4)

الفصل الخامس

تحريك التركيبات الآلية *Kinetics of Mechanisms*

تطرقنا خلال الفصلين الثالث والرابع إلى طرائق تعيين الميزات الحركية لوصلات تركيبية آلية؛ استناداً إلى الشكل الهندسي، والبُعدي لمخططها الحركي فقط؛ أي إنه قد أهمل تأثير مجموعة القوى المطبقة على وصلات التركيبية الآلية؛ لتتمكن من أداء عمل معين، والقوى اللازمة للحصول على حركة معينة؛ فضلاً عن القوى الناتجة عن الثقالة، والاحتكاك، والتجميع، والصدم، وتغير درجات الحرارة. يجب اعتماد جميع هذه القوى عند القيام بالتصميم النهائي لآلة، وتحليل تأثيرها في مختلف أجزائها؛ لتتمكن من تعيين نوعية هذه الأجزاء، وأبعادها، بما يضمن عدم انهيارها عند تأدية هذه الآلة العمل الذي صممت من أجله. لن نتطرق هنا إلى دراسة تأثير القوى الناتجة من التجميع، والصدم، وتغير درجة الحرارة؛ إذ إن هذه القوى تتعلق بصورة عامة بنظام تصميم كل آلة على حدة، ويمكن الرجوع إلى مراجع تصميم الآلات في حال دراسة تأثير هذه القوى.

Introduction

5-1- مقدمة

تعتمد دراسة تحريك التركيبات الآلية على المبادئ، والقوانين الأساسية المثبتة في علم الميكانيك الهندسي بالنسبة لجسيم مادي، أو لجسم مادي صلب؛ بخاصة من حيث مفاهيم تحليل القوى، والعزوم المؤثرة، وإيجاد محصلتها، وشروط التوازن. يمكن إجراء هذه الدراسة إما بالتحليل الرياضي لعلاقات القوى، والعزوم، وانحفاظ الطاقة، أو بالتمثيل التخطيطي للعلاقات الشعاعية لهذه القوى، والعزوم. إن أهم العوامل التي تحدد طريقة الحل هي نوع التركيبية الآلية، وعدد الأوضاع المراد تحليلها.

يطبق التحليل الرياضي عادة في التركيبات الآلية البسيطة كالكامات، والمسننات، والمنظمات؛ بينما يعد التحليل التخطيطي أسهل، وأسرع في حال تحليل أية تركيبية آلية في وضع معين، لكن يفضل اللجوء إلى التحليل الرياضي عند دراسة مختلف أوضاع التركيبية الآلية خلال دورة عمل كاملة؛ بخاصة عند توفر إمكان استعمال الحاسبات الرقمية، رغم ذلك، فإنه ينصح عندئذ بالتحقق من النتائج في أحد أوضاع التركيبية الآلية بطريقة التمثيل التخطيطي.

تعتمد طرائق التحليل الرياضي أساساً على مبدأ التحليل إلى مركبات بالنسبة لجملة إحداثيات، أو على كتابة العلاقات الشعاعية للقوى المؤثرة بطريقة الأعداد المركبة، ومعالجتها وفق الأسس نفسها التي سبق توضيحها في الفصل الرابع في حالة تحليل الميزات الحركية؛ لذا فإننا سنقتصر هنا على دراسة تحليل القوى بالطريقة التخطيطية؛ فضلاً عن بيان كيفية دراسة تحليل القوى في المنظمات تحليلياً.

تصنف القوى المؤثرة في وصلات تركيبية آلية ما في مجموعتين:

1. القوى الاستاتيكية *Static Forces*

هي القوى الناتجة عن الثقالة؛ أي عن أوزان الوصلات، وعن الاحتكاك عند الازدواجات، والأحمال الخارجية المطبقة على هذه الوصلات.

2. القوى العطالية *Inertia Forces*

هي القوى الناتجة عن تحريك كل من الوصلات بالتسارعات المطلوبة لأداء حركة معينة. يمكن تبسيط التحليل بدراسة توازن الوصلات تحت تأثير كل مجموعة قوى على حدة، ومن ثم تأثيرها المحصل؛ استناداً إلى مبدأ التتضيد، أو تراكب القوى في تحريك جسم صلب الذي ينص على: "إن التأثير المحصل لجملة قوى في جسم صلب يساوي المجموع الشعاعي للمؤثرات الناتجة من تطبيق كل من مركبات هذه الجملة على حدة".

2-5- القوى الاستاتيكية *Static Forces*

■ قوى ثقالة الوصلات *Gravity Forces of Links*

تكون قوى ثقالة الوصلات؛ أي أوزان أجزاء آلة - عادة - صغيرة مقارنة بالقوى الاستاتيكية الأخرى المؤثرة فيها؛ لذا فإنها تهمل في أغلب حالات التحليل الاستاتيكي للقوى بطريقة الحل التخطيطي.

■ قوى الاحتكاك في الازدواجات *Friction Forces in Pairs*

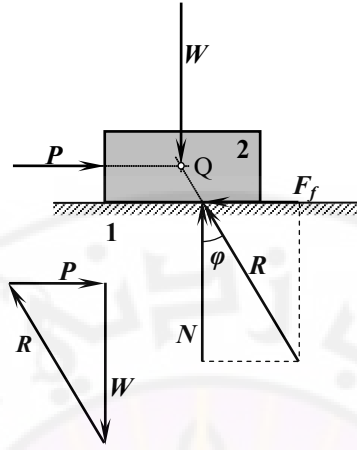
تنتقل القوى في آلة ما عبر الوصلات المختلفة المكونة لها، وذلك عبر الازدواجات الواسلة فيما بين هذه الوصلات. إن خط عمل القوة المنقلة من وصلة إلى أخرى ناظمي على سطح التماس في حال إهمال الاحتكاك. أما وجود الاحتكاك، فإنه يؤثر في انحراف خط عمل هذه القوى بزاوية الاحتكاك ϕ التي تتناسب مع معامل الاحتكاك f عند سطح التماس.

تصنف قوى الاحتكاك المؤثرة في وصلات تركيبية آلية ما، وفق ما يأتي:

a. قوى الاحتكاك الساكن *Static Frictional Forces*

يبين (الشكل-5-1)، تخطيطاً لوصلتين 1، 2 أجبرتاً على التلامس ببعضهما ببعض من دون أن تكون بينهما حركة نسبية. تؤثر في الوصلة 2 قوة شاقولية معينة W ؛ بينما تحاول القوة P أن تزلق المنزلقة 2 على طول السطح المستوي للوصلة 1.

إن خط عمل هذه القوة P معلوم، لكن قيمتها مجهولة؛ ومن ثم فإن شرط التوازن يستلزم مرور رد الفعل R ؛ أي القوة المؤثرة من الوصلة 1 في الوصلة 2، من نقطة تقاطع القوتين W ، P ؛ بسبب وجود الاحتكاك؛ فإن خط عمل رد الفعل R ينحرف عن منحنى النظم المشترك بزاوية الاحتكاك ϕ (Friction Angle).



(الشكل-5-1)، رسم تخطيطي لتوضيح قوى الاحتكاك الساكن وقوى الاحتكاك حالة ازدواج انزلاقي.

يمكن تعيين قيمة كل من القوتين P , R من خلال رسم مضلع للقوى المؤثرة في الوصلة 2 ؛
 علماً أن الزاوية ϕ تحدد بدلالة معامل الاحتكاك الساكن f_s (Coefficient of Static Friction) بين الوصلتين. ينتج من ذلك أن القوة R مركبتين:

1. المركبة الناعمية

وتمثل رد الفعل الناعمي العمودي على مستوي التلامس، ويرمز لها بـ N ،
 واتجاهها يعاكس دوماً اتجاه القوة الشاقولية W .

2. المركبة المماسية

وتمثل قوة الاحتكاك الساكن عندما لا توجد حركة نسبية بين الوصلتين، ويرمز لها بـ F_f ،
 واتجاهها يعاكس دوماً الاتجاه الذي تحاول أن تتحرك الوصلة 2 بموجبه، وقيمتها ترتبط مع المركبة الناعمية، بالعلاقة الآتية:

$$F_f = \tan \phi \cdot N = f_s \cdot N \quad (1-5)$$

تدل التجارب التي أجريت على تلامس السطوح غير المزيتة، أن قوة الاحتكاك F_f عندما يكون الانزلاق وشيكاً مستقلة عن مساحة التلامس، ولكنها تتناسب مع المركبة الناعمية الكائنة بين سطحي التلامس، والعلاقة الأخيرة هي التعبير الرياضي عن هذا التناسب.

b. قوى الاحتكاك في حالة ازدواج انزلاقي Sliding Frictional Forces

يبين (الشكل-5-1)، تخطيطاً لازدواج انزلاقي، حيث الحركة النسبية عند سطح التماس هي انسحابية، تؤثر في الوصلة المنزلقة 2 قوة شاقولية معينة W ؛ بينما تعمل القوة P على تحريك المنزلقة 2 على طول السطح المستوي للوصلة 1 .

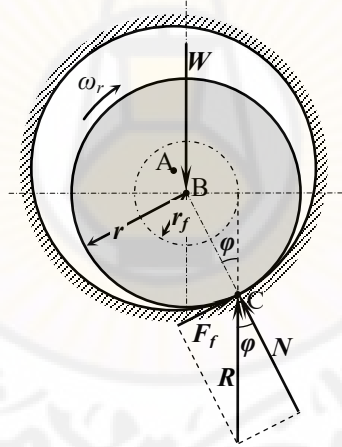
تدل التجارب على أن قوة الاحتكاك F_f بين الوصلتين اللتين تنزلقان بالنسبة لبعضهما بعضاً، تقل عن قوة الاحتكاك عندما يكون الانزلاق وشيكاً، والعلاقة (5-1)، تنطبق أيضاً على الحركة الانزلاقية، عندئذ معامل الاحتكاك الساكن f_s يُمثل بمعامل الاحتكاك الانزلاقي f_k (Coefficient of Sliding Friction).

كما تدل الأبحاث على أن معامل الاحتكاك الانزلاقي f_k مستقل عن مساحة التلامس، وهو مستقل أيضاً عن السرعة النسبية.

C. قوى الاحتكاك في حالة ازدواج دوراني Turning Frictional Force

في حالة الازدواج الدوراني، فإن انزلاق السطح الدائري لعمود، أو وتد الربط، على جدار المسند، أو المحمل، يؤدي إلى نشوء قوة احتكاك F_f تؤثر من المحمل في العمود.

يبين (الشكل-5-2)، تخطيطاً لمقطع مرتكز عمود (Journal) نصف قطره r ، ومركزه B، يدور باتجاه دوران عقارب الساعة ضمن محمل مركزه A، حيث تم تكبير الخوص الموجود بين العمود والمحمل؛ بهدف توضيح الرسم.



(الشكل-5-2)، رسم تخطيطي لتوضيح قوى الاحتكاك حالة ازدواج دوراني.

عندما يبدأ العمود بالدوران بالسرعة الزاوية النسبية ω_{ab} باتجاه دوران عقارب الساعة، المبين في (الشكل-5-2)، فإن مركز العمود B يدور، ويتدرج العمود؛ بسبب الاحتكاك صاعداً إلى الجهة اليمنى من المسند، وينزلق عندما يحصل التوازن، ولكن التلامس يبقى في الجهة اليمنى من المسند؛ أي إن نقطة التماس تتحرك نحو اليمين، باتجاه يعاكس اتجاه الدوران حتى النقطة C؛ ومن ثم فإن المركبة النازمية N تحرف عن خط عمل الحمل W المطبق على العمود بزاوية الاحتكاك ϕ ، أما المركبة المماسية F_f فهي تمثل قوة الاحتكاك. إن محصلة هاتين المركبتين هي القوة R التي يؤثر بها المحمل في عمود الدوران عند نقطة التماس C، وهي تساوي وتعاكس الحمل W.

تسمى الدائرة التي مركزها B ، وتمس خط عمل القوة R ، ب دائرة الاحتكاك (Friction Circle)، ونصف قطرها هو:

$$r_f = r \cdot \sin \varphi$$

بما أن زاوية الاحتكاك φ في أغلب التطبيقات العملية لا تزيد على 5° ، وتنخفض حتى 1° في حالة تزييت جيد، ومستمر بين العمود والمسند، ولدينا عند زوايا صغيرة ($\sin \varphi \approx \tan \varphi$)، فيكون:

$$r_f \approx r \cdot \tan \varphi = f_k \cdot r \quad (2-5)$$

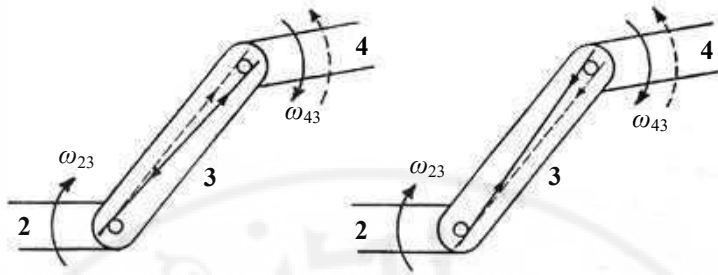
يتضح من علاقة نصف قطر دائرة الاحتكاك r_f أن الاحتكاك لا يتعلق بقيمة القوى المطبقة على عمود الدوران؛ وإنما يتأثر فقط بنصف قطر هذا العمود، ومعامل الاحتكاك. بما أن هذا المعامل ثابت بوجه عام، فإن نصف قطر دائرة الاحتكاك ثابت لازدواج دوراني معين، وهو عموماً نفسه لجميع الازدواجات الدورانية في تركيبة معينة.

تستعمل دائرة الاحتكاك لتعيين خط عمل القوة المؤثرة بين مرتكز العمود B ، والمسند. ننشئ الدائرة أولاً ثم نحدد اتجاه القوة التي يجب أن تكون مماسة للدائرة باستمرار، ويجب أن نلاحظ أن هذه الدوائر صغيرة بطبيعتها.

يُلاحظ في كلتا الحالتين - ازدواج انزلاقي، أو دوراني - أن اتجاه انحراف القوة المنقولة، من وصلة إلى أخرى، يحدد تبعاً لاتجاه الحركة الانسحابية، أو الدورانية بحسب نوع الازدواج. تعين المركبة النازمية N لهذه القوة من توازن القوى المؤثرة في الوصلتين المتزوجتين في الاتجاه النازمي؛ بينما تعين قوة الاحتكاك من العلاقة ($F_f = f_k \cdot N$)، وباتجاه يعاكس دوماً اتجاه الحركة الانسحابية، أو بحيث يكون اتجاه عزمها حول مركز الازدواج الدوراني عكس اتجاه الدوران النسبي عند هذا الازدواج.

إذا اتصلت وصلة في تركيبة آلية، عند كل من نهايتها، بوصلة مجاورة عبر ازدواج دوراني، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-3-5)، فإن خط عمل كل من القوتين المنقلبتين من هذه الوصلة إلى كل من الوصلتين المجاورتين لها، يجب أن يكون مماساً مشتركاً لكل من دائرتي الاحتكاك عند كل من الازدواجين، يسمى خط العمل عندئذ ب محور الاحتكاك. يختلف وضع الخط باختلاف اتجاه الدوران النسبي بين كل وصلتين، وتبعاً لاتجاه كل من القوتين المنقلبتين.

إن الوصلة 3 ، في الحالة a من (الشكل-3-5)، هي في حالة انضغاط؛ ومن ثم يكون خط عمل القوة المنقولة منها إلى الوصلة 2 مماسياً عند أعلى دائرة الاحتكاك، بحيث يكون اتجاه عزم هذه القوة حول مركز الازدواج بين الوصلتين، هو عكس اتجاه الدوران النسبي بينهما الممثل بالقوس الموجه المتصل. أما خط عمل القوة المنقولة من الوصلة 3 إلى الوصلة 4 ، فإنه يمس دائرة الاحتكاك عند أسفلها، بحيث يعاكس اتجاه عزم هذه القوة اتجاه الدوران النسبي الممثل أيضاً بالقوس الموجه المتصل، ينتج من ذلك أن خط الاحتكاك هو المماس المشترك الممثل بالخط المتصل؛ بينما يمثل الخط المتقطع المماس المشترك عندما يكون الدوران النسبي بين الوصلة 4 والوصلة 3 هو عكس اتجاه دوران عقارب الساعة الممثل بالقوس الموجه المتقطع. تمثل الحالة b من (الشكل-3-5)، وضع خط الاحتكاك عندما تكون الوصلة 3 في حالة شد.



ب- الوصلة 3 في حالة شد. ا- الوصلة 3 في حالة انضغاط.
(الشكل-5-3)، رسم تخطيطي لتوضيح خط عمل القوة المنقلة من وصلة إلى أخرى.

يوضح هذا التحليل الموجز، أهم الأسس التي تلزم مراعاتها عند وجود احتكاك كبير نسبياً عند الازدواجات المختلفة في تركيبية آلية ما. إلا أن الأبحاث الحديثة في مجال علم الاحتكاك، وزيوت التزليق (Tribology)؛ فضلاً عن التطور الحاصل في أساليب التصنيع؛ قد أدت إلى إمكان تخفيض معاملات الاحتكاك بين سطوح تماس الازدواجات في الآلات. فهي في حالة انزلاق انسحابي (0.02-0.04)، وفي حالة ازدواج دوراني (0.01-0.02). يسمح ذلك بإهمال تأثير الاحتكاك دون الإخلال بدقة تحليل القوى والعزوم في التركيبات الآلية بوجه عام. إن الخطأ النسبي الكلي الناتج من إهمال قوى الاحتكاك في تركيبية آلية المنزلقة والمرفق مثلاً، لا يتجاوز في حالة تصميم جيد حدود 3% ؛ بينما ينخفض إلى حدود 1% في حالة التركيبات الآلية المسننة؛ لذا فإننا سنفرض أن الاحتكاك مهمل في جميع التطبيقات التي سنوردها في الفقرات التالية ما لم يذكر خلاف ذلك.

Static Forces Analysis

1-2-5- تحليل القوى الاستاتيكية

تُحلل القوى الاستاتيكية الناتجة من الأحمال الخارجية المؤثرة في وصلات تركيبية آلية، وإيجاد شروط توازن هذه التركيبية الآلية؛ استناداً إلى التحليل التخطيطي للقوى الاستاتيكية، وإلى مفهوم مخطط الجسم الحر (Free Body Diagram)، حيث تعزل وصلات التركيبية الآلية بعضها عن بعض على شكل مخططات مستقلة، تبين عليها جميع القوى والعزوم المؤثرة في كل منها؛ مع ملاحظة عدم وجود أي عزم عند التوصيلات المفصليّة.

يدل الرمز F_{ab} في الفقرات اللاحقة على القوة التي تؤثر بها الوصلة a في الوصلة b ؛ بينما يدل الرمز F_{ba} على التأثير العكسي، كما أن الخط المتعرج على أي مخطط حر لوصلة يدل على قوة مجهولة القيمة والمنحى. أما القوة المعلومة قيمةً، واتجاهاً، فإنها ستمثل بشعاع؛ بينما يدل الخط المستقيم غير الموجه على قوة معلومة المنحى، لكنها مجهولة القيمة، والاتجاه الشعاعي.

سنوضح فيما يأتي من خلال مثالين نموذجيين الأسس المتبعة في تحليل القوى الاستاتيكية الناتجة من الأحمال الخارجية في كل من تركيبية آلية المرفق والمنزلة المركزية، وتركيبية آلية رباعية القضبان، والتي يمكن - استناداً إليهما - تحليل القوى الاستاتيكية الناتجة من الأحمال الخارجية في أية تركيبية آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل القوى الاستاتيكية في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق

Static Forces Analysis in the Slider-Crank Mechanism

يبين الجزء a من (الشكل-4-5) مخططاً لتركيب آلية المنزلقة والمرفق المركزية في الوضع الذي نريد تحليل القوى الاستاتيكية، حيث تؤثر في المكبس القوة المحركة المعلومة المبذولة على المكبس F_4 الناتجة من ضغط الغاز ضمن الأسطوانة، والتي تسبب من دوران المرفق 2 ، بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة.

المطلوب في حالة إهمال الاحتكاك في محامل التركيب الآلية، والمفاصل الدورانية، وحالة افتراض الاحتكاك:

- تعيين قيمة كل من القوى واتجاهها المؤثرة في محامل التركيب الآلية، والمفاصل الدورانية، وكذلك العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من O_2 ، ليقاوم عزم فعل القوة F_4 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيب الآلية استاتيكيًا عند الوضع المطلوب.

a. حالة إهمال الاحتكاك

يبين الجزء b من (الشكل-4-5)، مخططات الجسم الحر لكل من الوصلات 2 ، 3 ، 4 ، حيث تؤثر في الوصلة 3 قوتان، إحداهما F_{23} ، وهي القوة المنقلة إليها من الوصلة 2 ، والأخرى F_{43} ، وهي القوة المنقلة إليها من الوصلة 4 .

ومن مبدأ:

"يُتزن جسم تحت تأثير قوتين فقط إذا كانت القوتان متساويتين بالقيمة، متعاكستين بالاتجاه، وعلى خط عمل واحد".

ينتج من ذلك أن خط العمل المشترك للقوتين F_{43} ، F_{23} هو الخط الواصل بين المفصلين B ، C ؛ أي الوصلة 3 ؛ بينما لا يمكن تحديد قيمتهما، واتجاههما مباشرة من تحليل القوى المؤثرة في الوصلة 3 فقط.

وفي الوصلة 2 تؤثر قوتان، إحداهما القوة F_{32} التي يعاكس اتجاهها اتجاه القوة F_{23} ؛ أي إن خط عملها معلوم، لكنها مجهولة القيمة، والاتجاه، أما القوة الأخرى F_{12} ، فهي مجهولة كلياً بخلاف أنها تؤثر عند المفصل الثابت O_2 ؛ لذا فقد بينت على المخطط بخط متعرج؛ فضلاً عن ذلك يؤثر في هذه الوصلة العزم T_2^s الذي ينتقل من عمود الدوران المار من O_2 ، وهو مجهول قيمة، واتجاهاً.

وفي الوصلة 4 تؤثر ثلاث قوى، وهي القوة F_4 معلومة القيمة، والاتجاه؛ بينما القوة F_{34} معلومة خط العمل فقط؛ لكنها تعاكس القوة F_{43} . أما خط عمل القوة F_{14} ، فهو متعامد مع سطح التماس بين الوصلتين 4 ، 1 بسبب إهمال الاحتكاك.

يمكن تحديد قيمة كل من القوتين F_{34} ، F_{14} ، واتجاهها من رسم مضيع توازن القوى للوصلة 4 ، المبين في الجزء c من (الشكل-4-5). يتم ذلك باختيار القطب O_{4F} ، ورسم شعاع يمثل القوة F_4 بمقياس مناسب، ومن ثم رسم خط يوازي خط عمل القوة F_{34} ، وخط آخر يوازي خط عمل القوة F_{14} ، أحدهما من القطب، والآخر من نهاية شعاع القوة F_4 . يحدد اتجاه كل من هاتين القوتين على هذا المضيع، بحيث تكون محصلة القوى المؤثرة في الوصلة 4 تساوي الصفر؛ أي إن اتجاه الأشعة يتتابع بدءاً من القطب O_{4F} ، وبشكل ينتهي عند هذا القطب. أما قيمة كل من F_{34} ، F_{14} ، فإنها تحدد بمعلومية مقياس رسم الشعاع الممثل للقوة F_4 .

يمكن بعدئذ تعيين قيمة كل من القوى F_{32} , F_{23} , F_{43} ، واتجاهها، حيث لدينا من التحليل السابق للوصلتين 2 , 3 ، أن:

$$F_{43} = -F_{34} \quad , \quad F_{23} = -F_{32} \quad , \quad F_{32} = -F_{23}$$

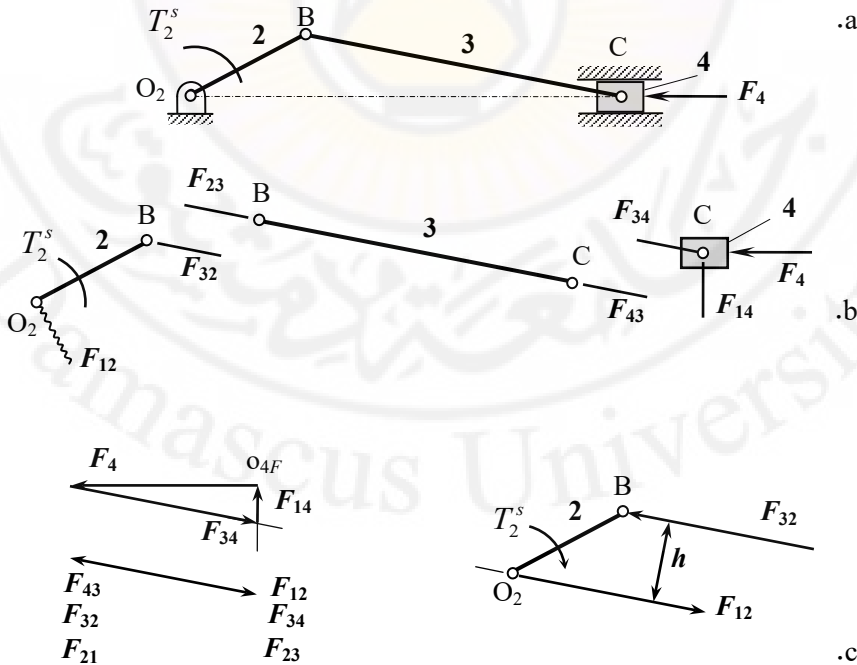
نلاحظ من توازن القوى المؤثرة في الوصلة 2 ، أن القوة F_{12} يجب أن تساوي بالقيمة القوة F_{32} ، وتعاكسها بالاتجاه، وبما أن خطي عمل هاتين القوتين متوازيان، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-5-4)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ المؤثر على المرفق، والنتاج عن عزم فعل القوة F_4 حول المفصل الثابت O_2 ، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$T_{O_2}^s = F_{32} \cdot h \quad)$$

ويعين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، ليقاوم عزم القوة F_{32} حول المفصل الثابت O_2 ، والنتاج عن فعل القوة F_4 ، وليحافظ على توازن التركيبة الآلية استاتيكيًا من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة على المرفق:

$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -F_{32} \times h$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 هو باتجاه دوران عقارب الساعة، وعكس اتجاه عزم المزدوجة $T_{O_2}^s$ ، ومن البديهي ضرورة تحويل أية قياسات مثل h إلى القيم الحقيقية؛ بدلالة مقياس الرسم الذي اختير للأبعاد



(الشكل-5-4)، مخططات تحليل القوى الاستاتيكية في وصلات تركيبية آلية المنزلقة والمرفق حالة إهمال الاحتكاك.

b. حالة افتراض الاحتكاك

إن عدم إمكان تأمين ترتيب جيد للازدواج في التركيب الآلية مثلاً، سيؤدي إلى وجود قوى احتكاك كبيرة نسبياً تؤثر في نتائج تحليل القوى الاستاتيكية، بينما الخطوات الأساسية التي اتبعت على أساس إهمال الاحتكاك لا تتغير. يكفي عندئذ الاستعاضة من كل قوة محسوبة عند الازدواج، بقوة محصلة R تمثل القوة المنتقلة عند كل ازدواج، تعطى هذه القوة بالعلاقة الشعاعية:

$$R = F + f \cdot F \quad (3-5)$$

حيث F هي القوة المنتقلة عند إهمال الاحتكاك؛ بينما f هي قيمة معامل الاحتكاك للازدواج الذي تنتقل عنده القوة F . أما خط عمل المحصلة R ، فإنه ينحرف عن خط عمل القوة F وفق ما ذكر سابقاً في الفقرة 2-5.

نحسب أولاً أنصاف أقطار دوائر الاحتكاك لكل مفصل دوراني؛ باستعمال العلاقة (2-5)، ثم نرسم هذه الدوائر على المخطط الحركي للتركيب الآلية، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل 5-5)، وقد بالغنا في حجم الدوائر في الشكل حتى يتضح التحليل بصورة جيدة.

يوجد احتكاك بين المكبس، وجدران الأسطوانة؛ أي بين الكتلة المنزلقة 4، ودليل الحركة الثابت 1؛ ولذلك فإن بالإمكان حساب زاوية الاحتكاك φ ، باستعمال معامل الاحتكاك بين هذين السطحين ($\tan \varphi = f$).

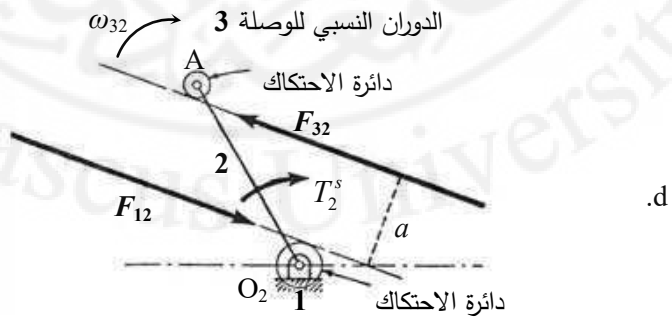
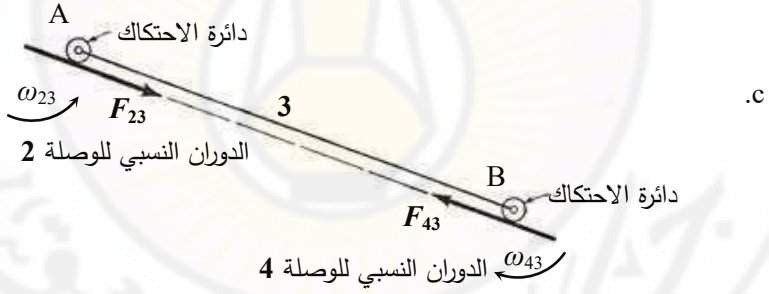
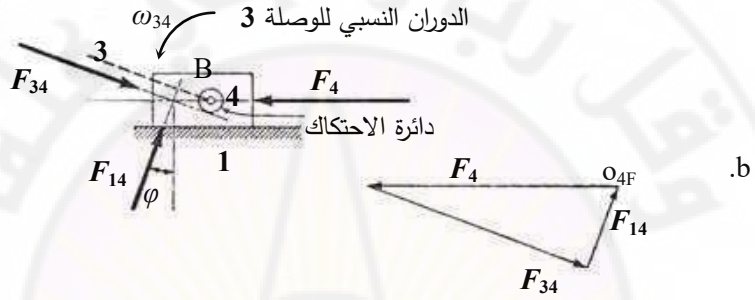
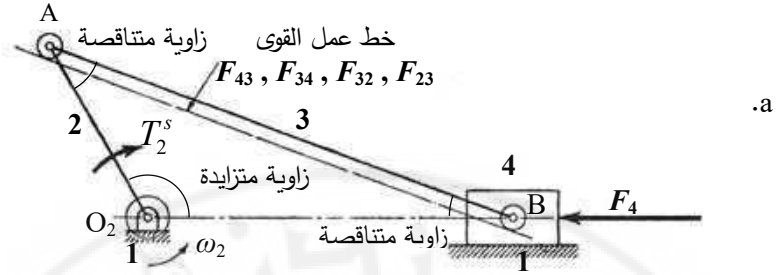
إن مخطط الجسم الحر للكتلة المنزلقة 4؛ موضح في الجزء b من (الشكل 5-5)، وهو يبين القوة المحركة F_4 ، ورد فعل الهيكل الممثل بالوصلة الثابتة F_{14} ، ورد فعل ذراع التوصيل F_{34} ، كما يبين اتجاه القوة F_4 ، ومقدارها معلوم. لكن مقداري F_{14} و F_{34} مجهولان.

بما أن حركة المكبس تنزلق نحو اليسار؛ لذلك فإن مركبة قوة الاحتكاك للقوة F_{14} تقاوم هذه الحركة، وعليه فإن الزاوية φ تقاس إلى يسار الخط العمودي، ويتحدد بذلك اتجاه القوة F_{14} ، ونعين اتجاه القوة F_{34} من مخطط الجسم الحر للوصلة 3، المبين في الجزء c من (الشكل 5-5).

إن دوران الوصلة 3، هو باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ من ثم فإن دوران الكتلة المنزلقة 4 بالنسبة للوصلة 3 هو باتجاه دوران عقارب الساعة؛ لذلك فإن القوة F_{43} يجب أن تكون مماسة لقاع دائرة الاحتكاك عند المفصل B.

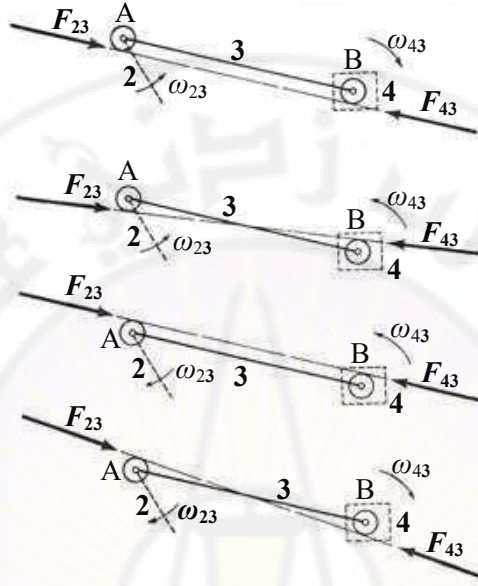
وإن دوران المرفق 2 بالنسبة للوصلة 3 هو بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة؛ لذلك فإن القوة F_{23} يجب أن تكون مماسة لقاع دائرة الاحتكاك عند المفصل A، وهذا يحدد خط عمل القوة F_{34} ؛ ولذلك فإننا ننشئ الآن مضلع القوى للوصلة 4، المبين في الجزء b من (الشكل 5-5)، ونحصل منه على مقداري القوتين F_{14} و F_{34} .

إن مخطط الجسم الحر للمرفق 2؛ موضح في الجزء d من (الشكل 5-5)، يجب أن تكون القوة F_{12} مماسة لقمة دائرة الاحتكاك عند المفصل الثابت O_2 حتى يقاوم احتكاك المفصل الثابت O_2 عند دوران الوصلة 2 بالاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة، ويجب أن يساوي عزم الدوران الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من O_2 ، عزم المزدوجة $T_{O_2}^s$ المؤلفة من القوتين المتوازيتين F_{12} و F_{32} ، ويعاكسه بالاتجاه.



مخططات تحليل القوى الاستاتيكية في وصلات تركيبية آلية المنزلقة والمرفق حالة افتراض الاحتكاك.
(الشكل-5-5)

يبين (الشكل-5-6)، تخطيطاً للحالات الأربع التي يمكن أن تنشأ في تعيين موقع خط العمل للوصلة 3 من تأثير دوران كل من الوصلة 4 و 2 عليها.



(الشكل-5-6)، رسم تخطيطي لحالات تعيين موقع خط العمل لذراع توصيل.

• تحليل القوى الاستاتيكية في تركيب آلية رباعية القضبان

Mechanism Static Forces Analysis in the Four - Bar Linkage

يبين الجزء a من (الشكل-5-7) مخطط لأوضاع تركيب آلية رباعية القضبان، حيث تؤثر القوتان المعلومتان F_3 و F_4 في الوضع المبين بالشكل.

المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية θ_2 :

- تحديد قيمة كل من القوى واتجاهها المؤثرة في محامل التركيب الآلية، والمفاصل الدورانية، وكذلك العزم الاستاتيكي T_2^s ، اللازم تطبيقه على الوصلة 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، ليقاوم عزم فعل القوى F_3 و F_4 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيب الآلية استاتيكيًا.

نلاحظ عدم إمكان إجراء هذا التحليل دون اللجوء إلى عزل كل وصلة، ورسم المخطط الحر للقوى؛ نظراً لكون عدد المجاهيل أكثر من عدد علاقات التوازن الستاتيكي المحدد بثلاث علاقات، كما هو معلوم من علم الميكانيك الهندسي. تشمل هذه العلاقات علاقة توازن العزوم حول نقطة في مستوي الجسم؛ فضلاً عن علاقتي توازن القوى باتجاهين متعامدين بعضهما على بعض.

إن مخططات الجسم الحر لكل من الوصلات 2، 3، 4؛ موضحة في الجزء b من (الشكل-5-7)، نلاحظ من هذه المخططات أنه لا يمكن تعيين القيم المجهولة لكل منها بصورة مستقلة؛ نظراً لكون عددها يزيد على ثلاث قيم لكل وصلة.

بافتراض أن كل القوى المؤثرة عند الازدواجات مجهولة القيمة، والاتجاه، حيث بينت بخطوط متعرجة، وبما أن القوة F_{43} تساوي، وتعاكس القوة F_{34} ، فإنه يمكن تحليل القوى المؤثرة في الوصلتين 4 , 3 بشكل مشترك، بحيث يصبح لدينا عندئذ ستة مجاهيل فقط للوصلتين، وبما أن لكل وصلة ثلاث علاقات توازن فقط، فإنه يمكن إيجاد حل مشترك لهاتين الوصلتين.

تحلل القوة F_{34} على الوصلة 4 إلى مركبتين، إحداها ناظرية F_{34}'' باتجاه الوصلة O_4C ، والأخرى مماسية F_{34}^r عمودية عليها، كما في المخططات المبينة في الجزء c من (الشكل-5-7). يمكن تعيين قيمة المركبة العمودية من علاقة توازن العزوم حول المفصل الثابت O_4 للقوى المؤثرة في الوصلة 4 ، حيث:

$$F_{34}^r = \frac{F_{34} \cdot a}{O_4C}$$

ويكون اتجاهها بحيث يعاكس اتجاه عزم القوة F_4 حول المفصل الثابت O_4 ، ومن مبدأ تساوي الفعل، ورد الفعل ينتج أن القوة F_{43}^r تساوي، وتعاكس القوة F_{34}^r .
يدرس بعدئذ توازن الوصلة 3 بفرض اتجاه ما للمركبة F_{43}'' ، وليكن نحو اليسار، وموازنة عزوم القوى المؤثرة فيها حول المفصل B :

$$F_{34} \cdot b = F_{43}^r \cdot d - F_{43}'' \cdot e$$

أي إن:

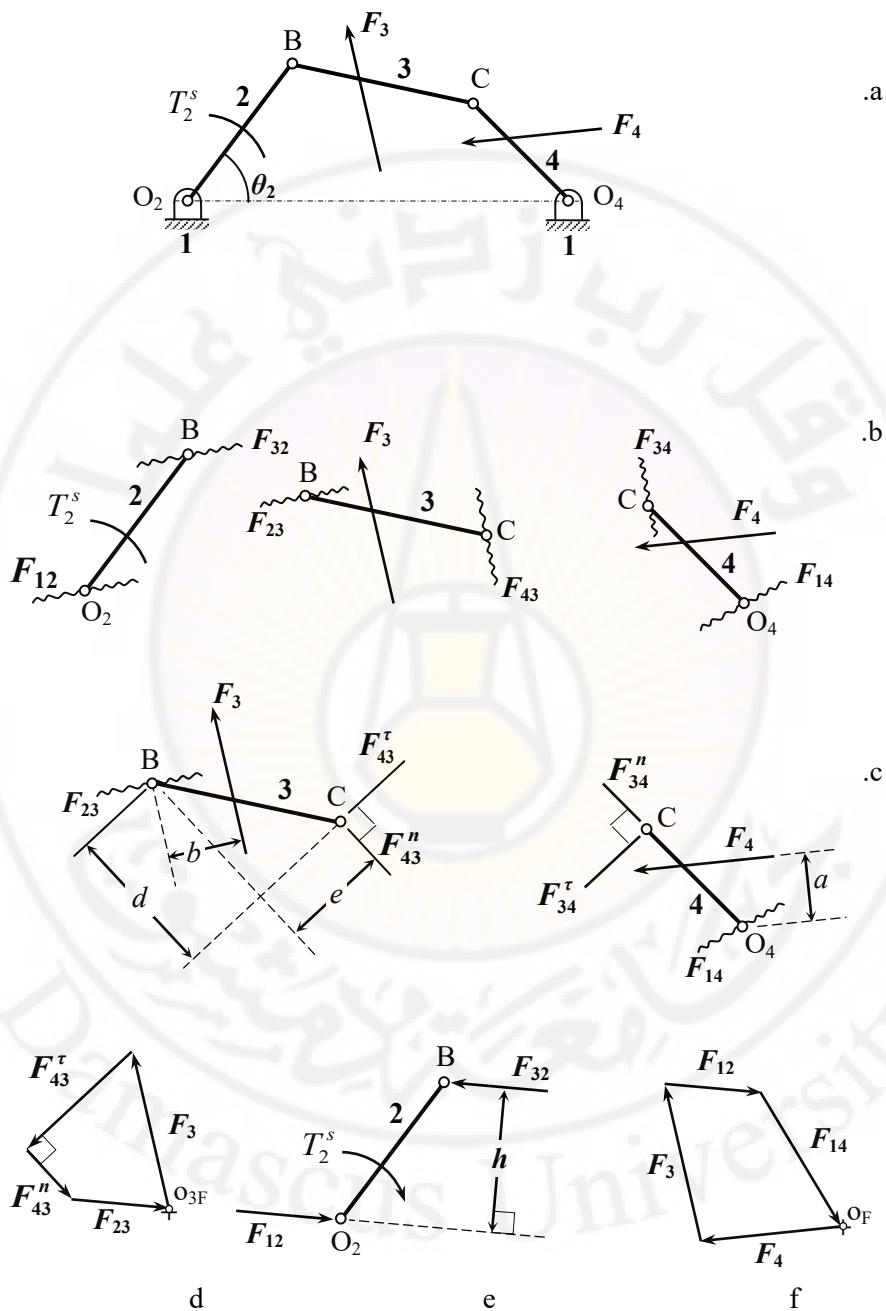
$$F_{43}'' = \frac{F_{43}^r \cdot d - F_{34} \cdot b}{e}$$

إذا كانت القيمة الناتجة من هذه العلاقة موجبة، فإن اتجاه القوة F_{43}'' المفروض نحو اليسار صحيح، أما إذا كانت هذه القيمة سالبة، فإن الاتجاه الصحيح هو عكس الاتجاه المفروض؛ أي على اليمين.

بعدئذ تحدد قيمة القوة F_{23} من مخطط مضع توازن القوى للوصلة 3 ، المبين في الجزء d من (الشكل-5-7)، بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى، أما اتجاهها، فيكون بحيث يعلق هذا المضع.

أما القوة F_{32} المؤثرة في الوصلة 2 عند المفصل B ، فإنها تساوي، وتعاكس القوة F_{23} ، وذلك من مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل B ، فهي إذن أصبحت معلومة، ومن توازن القوى في الوصلة 2 ينتج أن القوة F_{12} تساوي القوة F_{32} بالقيمة، وتعاكسها بالاتجاه على خط عمل يوازي القوة F_{32} . وبما أن خطي عمل هاتين القوتين متوازيان، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-5-4)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ المؤثر على المرفق، والناتج عن عزم فعل القوى F_4, F_3 حول المفصل الثابت O_2 ، وقيمته العددية تحسب من العلاقة:

$$T_{O_2}^s = F_{32} \cdot h \quad)$$



مخططات تحليل القوى الاستاتيكية في وصلات تركيبية آلية رباعية القضبان.

(الشكل-5-7)

ويعين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم القوة F_{32} حول المفصل الثابت O_2 ، والناتج عن فعل القوى F_3 ، F_4 ، وليحافظ على توازن التركيبة الآلية استاتيكيًا من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة على المرفق:

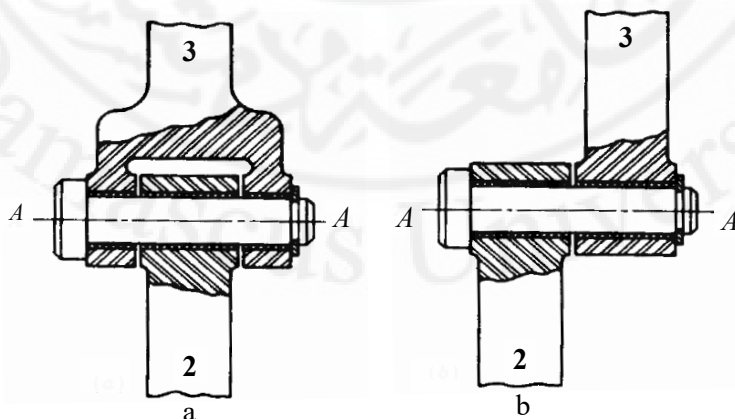
$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -F_{32} \times h$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 هو باتجاه دوران عقارب الساعة، وعكس اتجاه عزم المزدوجة $T_{O_2}^s$ ، ومن البديهي ضرورة تحويل أية قياسات مثل h ، e ، b إلى القيم الحقيقية لكل منها؛ بدلالة مقياس الرسم الذي اختير للأبعاد.

يُلاحظ أننا فرضنا في كل من التحليلين السابقين، أن القوى كافة تؤثر في مستو واحد هو مستوى الحركة. لكن يحدث أحياناً في الآلات ذات الحركة المستوية أن تكون القوى في مستويات متوازية، حيث يُعاد تحليلها كما لو أنها جميعاً في مستو واحد؛ أي بإهمال العزوم الناتجة من وجود خطوط عمل هذه القوى في مستويات متوازية ذات تباعدات مختلفة عن مستوى الحركة. لكن إذا أردنا أخذ تأثير هذه العزوم في التحليل، فإنه يمكن عندئذ إجراء تحليل آخر في مستو عمودي على مستوى التحليل الأول.

فضلاً عن ذلك، فقد فرضنا أن الخط الواصل بين مركزي ازدواجين دورانيين عند نهائي وصلة، كالوصلة 3 مثلاً، ينطبق على خط عمل انتقال القوى على طول محور الوصلة. يمكن في تصميم جيد تحقيق ذلك عملياً إلى حد كبير؛ باختيار مناسب لشكل الازدواج الدوراني عند كل من نهائي الوصلة. إن تصميم هذه الازدواجات، كما في الرسم التخطيطي المبين في الجزء a من (الشكل-5-8)، يحقق نظرياً التطابق المذكور أعلاه.

أما في حالة الازدواج في الرسم التخطيطي المبين في الجزء b من (الشكل-5-8)، فإنه من الواضح نشوء عزوم تدوير تؤثر في مسمار الربط A-A ، وفي كل من الوصلتين 2 ، 3 .



(الشكل-5-8)، رسم تخطيطي لنماذج ازدواج دوراني.

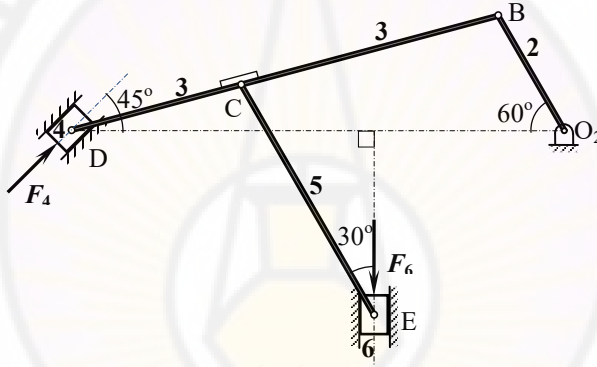
مسألة-5-1

يبين (الشكل-5-9)، مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية، حيث المكبس D يخضع لقوة F_4 ، والمكبس E يخضع لقوة F_6 .

إذا كان المكبس D يخضع لقوة قدرها $(F_4 = 450 \text{ N})$ ، والمكبس E يخضع لقوة قدرها $(F_6 = 670 \text{ N})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بـ $(\theta_2 = 120^\circ)$ ، وإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات:

- تعيين قيمة كل من القوى واتجاهها المؤثرة في محامل التركيبة الآلية، والمفاصل الدورانية، وإيجاد العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران O_2 ، ليقاوم عزم فعل القوى الخارجية F_4 و F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على التوازن الاستاتيكي للتركيبة الآلية.

علماً أن: $(CE = CB = 90 \text{ cm})$ ، ، $(BD = 150 \text{ cm})$ $(OB = 45 \text{ cm})$



(الشكل-5-9)، مخطط لأحد أوضاع تركيبة آلية.

الحل:

استناداً إلى الأبعاد وأطوال الوصلات؛ رُسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية بمقياس $[20 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء a من (الشكل-5-10)، واستناداً للقيم العددية للقوى الخارجية المؤثرة في الوصلتين 4 و 6 ؛ اختير مقياس لرسم مصلعات توازن القوى الاستاتيكية للوصلات $[200 \text{ N} \equiv 1 \text{ cm}]$.

فمن مثلث توازن القوى الاستاتيكية للوصلة 6 ، المبين في الجزء b من (الشكل-5-10)، يمكن تعيين القيم العددية للقوى المجهولة F_{16} و F_{56} ، المدونة في جدول القوى، المبين في الجزء c من (الشكل-5-10)، وتحديد منحاهما، واتجاهاتها.

ومن مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل E ، يكون:

$$F_{65} = -F_{56}$$

ومن توازن الوصلة 5 الاستاتيكي، يكون:

$$F_{65} = -F_{35}$$

ومن مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل C ، يكون:

$$F_{53} = -F_{35}$$

حيث مناحي هذه القوى تنطبق على منحنى الوصلة 5 ، كما هو مبين في الجزء d من (الشكل-5-10).

تحلل القوة F_{43} على الوصلة 3 إلى مركبتين، إحداها ناعظمية F_{43}'' باتجاه الوصلة DB ، والأخرى مماسية F_{43}^{τ} عمودية عليها، كما هو مبين في المخطط الحركي في الجزء a من (الشكل-5-10). يمكن تعيين قيمة المركبة المماسية من علاقة توازن العزوم حول المفصل B للقوى المؤثرة في الوصلة 3 ، حيث:

$$F_{43}^{\tau} = \frac{F_{53} \cdot h_1}{DB} = \frac{785 \times 8.7 \times 10}{150} = 455 \text{ N}$$

ومن مضلع توازن القوى الاستاتيكية للوصلة 4 ، المبين في الجزء e من (الشكل-5-10)، يمكن تعيين القيم العددية للقوى المجهولة F_{14} و F_{34}'' ، المدونة في جدول القوى، وتحديد مناعها، واتجاهاتها.

ومن مضلع توازن القوى الاستاتيكية للوصلة 3 ، المبين في الجزء f من (الشكل-5-10)، يمكن تعيين القيمة العددية للقوة المجهولة F_{23} ، المدونة في جدول القوى، وتحديد مناعها، واتجاهاتها. ترسم القوة F_{32} ، بنقطة تأثيرها في المفصل B ، وبمناعها، واتجاهها على المخطط الحركي، فيكون من توازن الوصلة 2 الاستاتيكي:

$$F_{12} = -F_{32}$$

ينتج أن القوة F_{12} تساوي القوة F_{32} بالقيمة، وتعاكسها بالاتجاه، وعلى خط عمل يوازي القوة F_{32} ، وبما أن خطي عمل هاتين القوتين متوازيان، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-5-10)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ المؤثر على المرفق، والنتاج عن عزم فعل القوى F_4, F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وقيمته العددية تحسب من العلاقة:

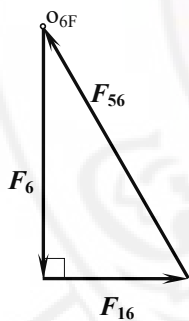
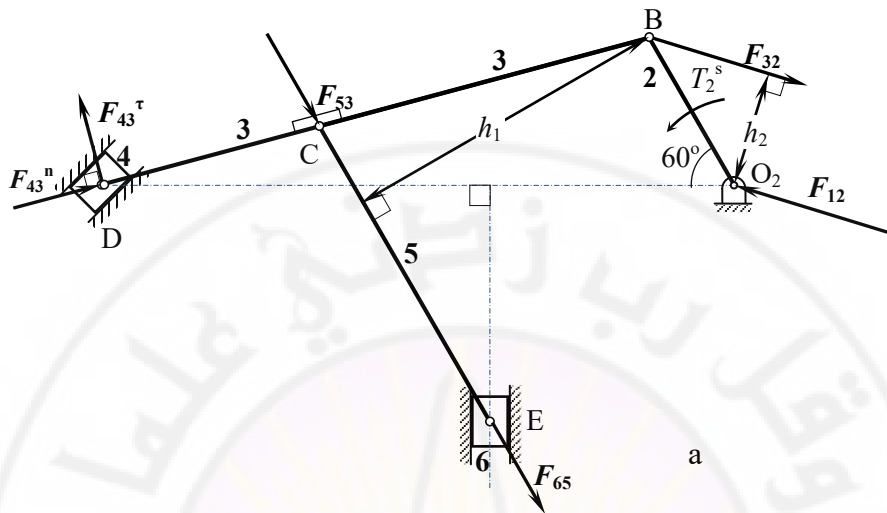
$$T_{O_2}^s = F_{32} \cdot h = 546 \times 1.5 \times 20 = 163.80 \text{ N.m} \quad \rfloor$$

ويعين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، ليقاوم عزم القوة F_{32} الناتج عن فعل القوى F_4, F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيبة الآلية استاتيكيًا من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة على المرفق:

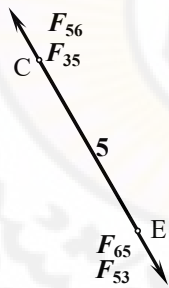
$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -163.80 \text{ N.m}$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، هو باتجاه دوران عقارب الساعة، وعكس اتجاه العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ ، ويساوي إلى:

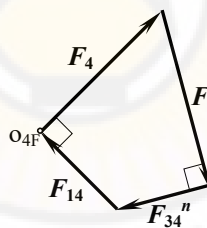
$$T_2^s = 163.80 \text{ N.m} - \text{ccw} \rfloor$$



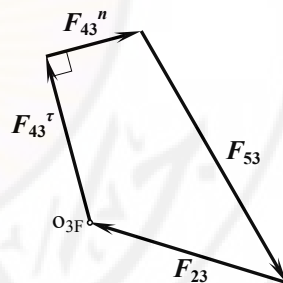
b



d



e



f

c

F	F_{16}	F_{56}	F_{43}^{τ}	F_{14}	F_{34}^n	F_{23}
N	386	785	455	286	255	546

تحليل القوى الاستاتيكية في وصلات التركيبة الآلية.

(الشكل-5-10)

5-2-2- حفظ القدرة الناتجة عن القوى الاستاتيكية

Conservation of Energy Output of the Static Forces

يُدرَس أيضاً تأثير القوى الاستاتيكية الناتجة من الأحمال الخارجية المؤثرة في وصلات تركيبية آلية تتحرك في مستوي؛ استناداً إلى طريقة مباشرة تعتمد على مبدأ حفظ القدرة أثناء الحركة، بحيث تكون استطاعة الدخل (*Input Power*) عبر الوصلة القائدة الناتجة عن فعل القوى الخارجية، تساوي استطاعة الخرج (*Output Power*) عبر الوصلة المقودة الناتجة عن القوى الخارجية.

استناداً إلى معلومات علم التحريك، تُمثل الاستطاعة بالمقدار الذي يحدد عمل القوة F التي تحرك الجسم الانسحابي في واحدة الزمن، أو عمل العزم الدوراني T_Z^e الذي يحرك الجسم الدوراني في واحدة الزمن؛ فإذا بُذِل هذا العمل w بانتظام، فإن علاقة الاستطاعة الوسطية، هي:

$$P_{av} = w/t$$

حيث t تمثل الزمن الذي أنجز فيه العمل.

وإن علاقة الاستطاعة الآنية فيما إذا تحرك الجسم حركة انسحابية، هي:

$$P = \frac{dw}{dt} = F \cdot \cos \alpha \cdot \frac{ds}{dt} = F_r \cdot V$$

أي إن الاستطاعة الآنية P في الحركة الانسحابية لجسم، والناتجة عن القوة F في اللحظة t ، تساوي حاصل جداء المركبة المماسية للقوة F_r ، بالسرعة الخطية لحركة الجسم V .

أما علاقة الاستطاعة فيما إذا تحرك الجسم حركة دورانية حول محور ثابت Z ، فهي:

$$P = \frac{dw}{dt} = T_Z^e \frac{d\phi}{dt} = T_Z^e \cdot \omega$$

أي إن الاستطاعة الآنية P في الحركة الدورانية لجسم، والناتجة عن العزم الدوراني T_Z^e في اللحظة t ، تساوي حاصل جداء العزم الدوراني T_Z^e ، بالسرعة الزاوية لدوران الجسم ω .

ففي لحظة بدء الحركة، تتحرك التركيبية الآلية من خلال دورة عمل الوصلة القائدة (*Driving Link*)؛ أي المرفق (*Crank*)، وهي وصلة الدخل التي تدور بعدد دورات كاملة حول مركز ثابت، وأنها الوصلة التي تتلقى الحركة لتتحول إلى الحركة التي على التركيبية الآلية تحويلها، ويكون لها قدرة ناتجة عن فعل القوى الخارجية تُمثل بـ استطاعة الدخل (*Input Power*)، وفي الجزء الأخير من التركيبية الآلية، وخلال دورة عمل الوصلات المقودة (*Driven Link*)، وهي وصلات الخرج التي تقوم بالحركة التي خصصت التركيبية الآلية من أجل الحصول عليها، يكون لوصلات الخرج قدرة ناتجة عن قوى خارجية تُمثل بـ استطاعة الخرج (*Output Power*).

إن نسبة استطاعة الخرج لوصلات الخرج إلى استطاعة الدخل لوصلة الدخل، تمثل مردود الاستطاعة (Power Efficiency)، ويرمز له بـ η :

$$\eta = \frac{\text{استطاعة الخرج}}{\text{استطاعة الدخل}}$$

يفضل أن تكون قيمة المردود η تساوي الواحد، لكي يتحقق الغرض المطلوب من التركيبة الآلية. سنوضح من خلال مسألتين نموذجيتين الأسس المتبعة في هذه الطريقة، والتي يمكن - استناداً إليهما - إيجاد العزم الاستاتيكي المؤثر في المرفق؛ بطريقة حفظ القدرة الناتجة عن القوى الاستاتيكية في أية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-5-2

استناداً إلى الأبعاد، وأطوال الوصلات لتركيبة الآلية، والقوى الخارجية التي سبق إعطاؤها في المسألة-5-1، و(الشكل-5-9)، والتي حُلَّت القوى الاستاتيكية في وصلاتها.

فإذا دار المرفق O_2B بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 180 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 120^\circ)$ ، وبإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات:

- إيجاد العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، ليقاوم عزم فعل القوى الخارجية F_4 و F_6 المؤثرة في الوصلتين المقودتين 4 و 6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على التوازن الاستاتيكي للتركيبة الآلية، وذلك باستعمال مفهوم حفظ القدرة، ودون تحليل القوى الاستاتيكية في الوصلات.

الحل:

يمكن استعمال مجمل المفاهيم التي أوردناها في الفصل الثالث في دراسة الحركة النسبية لنقاط وصلة لتحديد سرعة وصلات التركيبة الآلية، حيث يتم عادة عند تطبيق طريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية، رسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية عند الوضع المطلوب للوصلة القائدة ذات الحركة المعلومة، وعليه رُسم المخطط الحركي، بمقياس $[1 \text{ cm} \equiv 20 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء a من (الشكل-5-11)، يمكن عندئذ رسم مخطط السرعة، بمقياس $[1 \text{ cm} \equiv 200 \text{ cm/sec}]$ ، والمبين في الجزء b من (الشكل-5-11)، وعليه تُعَيَّن السرعات الخطية V_D و V_E للوصلات المقودة 4 و 6، عند هذا الوضع للمخطط الحركي، والمدونة في الجدول المبين في الجزء c من (الشكل-5-11).

بتطبيق مبدأ حفظ القدرة؛ بتساوي استطاعة الدخل عبر الوصلة القائدة 2 الناتجة عن عزم القوة F_{32} حول المفصل الثابت O_2 ، والناتجة عن فعل القوى الخارجية؛ مع استطاعة الخرج عبر الوصلتين المقودتين 4 و 6 الناتجة عن القوى الخارجية F_4, F_6 المؤثرة فيهما؛ نحصل على:

$$F_4 \times V_D - F_6 \times V_E = T_{O_2}^s \times \omega_2$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ حول المفصل الثابت O_2 ، والناتج عن فعل القوى الخارجية F_4 و F_6 :

$$450 \times 946 - 670 \times 174 = T_{O_2}^s \times 18.85 \Rightarrow T_{O_2}^s = 16399 \text{ N.cm - cw}$$

القيمة الموجبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ حول المفصل الثابت O_2 ، هو باتجاه دوران المرفق ω ؛ أي باتجاه دوران عقارب الساعة.

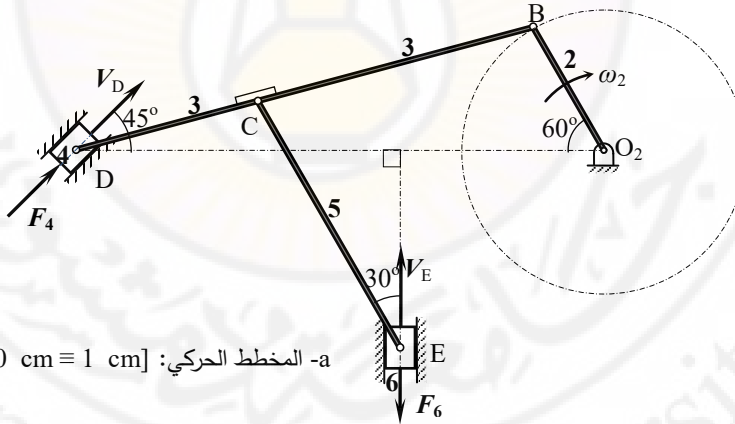
ويعين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوى الخارجية من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة في المرفق:

$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -163.99 \text{ N.m}$$

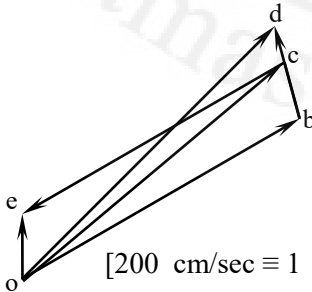
الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي (T_2^s) الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، هو عكس اتجاه العزم الاستاتيكي $(T_{O_2}^s)$ الناتج عن فعل القوة الخارجية، ويساوي:

$$T_2^s = 163.99 \text{ N.m - ccw}$$

وهذا ما حصلنا عليه تقريباً عند تحليل القوى الاستاتيكية في الوصلات، عند حل المسألة-5-1 .



a- المخطط الحركي: [10 cm $\equiv$ 1 cm].



ω rad/sec	V cm/sec
$\omega_2 = 18.85$	$V_B = 848.2$
	$V_D = 946$
	$V_E = 174$

c- جدول السرعة. b- مخطط السرعة: [200 cm/sec $\equiv$ 1 cm]

(الشكل-5-11)، دراسة سرعة وصلات التركيب الآلية.

مسألة-3-5

يبين (الشكل-5-12) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية ركببة، أو مفصلية، تستعمل عندما يكون المطلوب التغلب على مقاومة كبيرة F_6 تؤثر في المنزلقة C لمسافة قصيرة؛ نتيجة تطبيق عزم صغير نسبياً T على المرفق 2، حيث الوصلتان 4 و 5 متساويتان بالطول، وتميل كل منهما بزاوية α على مسار المنزلقة C. كما أشرنا إليها سابقاً في الفقرة 2-9-2 والجزء a من (الشكل-2-25) في الفصل الثاني.

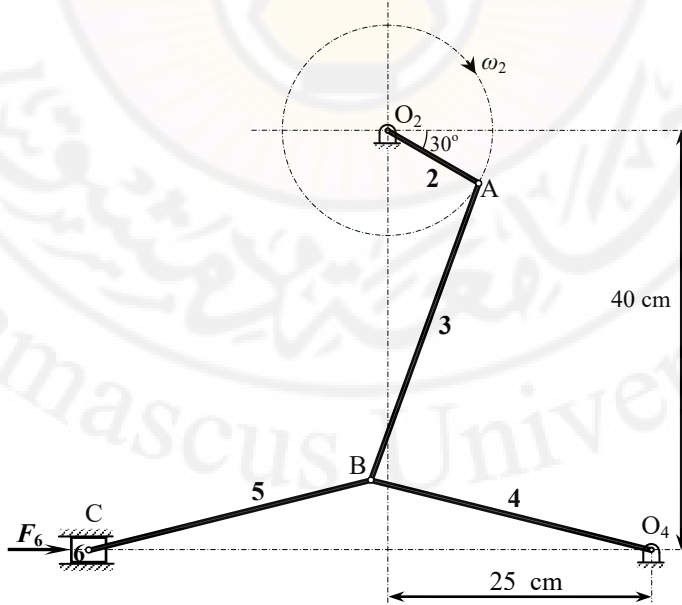
إذا دار المرفق O_2A بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 1 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة، وكانت المنزلقة C تخضع لقوة خارجية قدرها $(F_6 = 500 \text{ N})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 30^\circ)$ ، وبإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، ما يأتي:

1. تعيين قيمة كل من القوى واتجاهها المؤثرة في محامل التركيبة الآلية، والمفاصل الدورانية، وإيجاد العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة الخارجية F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيبة الآلية استاتيكيًا.

2. التأكد من العزم الاستاتيكي T_2^s ، المقاوم لفعل القوة الخارجية، بطريقة مباشرة؛ باستعمال مبدأ انحفاظ القدرة الناتجة عن القوى الاستاتيكية.

علماً أن:

$$(O_2A = 10 \text{ cm}) , (AB = 30 \text{ cm}) , (BC = O_4B)$$



(الشكل-5-12)، مخطط لأحد أوضاع تركيبة آلية ركببة.

الحل:

1. استناداً إلى الأبعاد، وأطوال الوصلات؛ رُسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية بمقياس $[5 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء a من (الشكل-5-13)، واستناداً للقيمة العددية للقوة الخارجية المؤثرة في الوصلة 6؛ اختير مقياس لرسم مضلعات توازن القوى الاستاتيكية للوصلات $[100 \text{ N} \equiv 1 \text{ cm}]$. فمن مثلث توازن القوى الاستاتيكي للوصلة 6، المبين في الجزء b من (الشكل-5-13)، يمكن تعيين القيم العددية للقوى المجهولة F_{16} و F_{56} ، المدونة في جدول القوى، المبين في الجزء السفلي من (الشكل-5-13)، وتحديد منحائها، واتجاهاتها.

ومن مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل C، يكون:

$$F_{65} = -F_{56}$$

من عدّ أن الخط الواصل بين مركزي ازدواجين دورانيين عند نهايتي وصلة، كالوصلة 5، ينطبق على خط عمل انتقال القوى على طول محور الوصلة، يكون:

$$F_{65} = -(F_{35} + F_{45})$$

إن مناحي القوة F_{65} ، ومحصلة القوتين $F_{35} + F_{45}$ تنطبق على منحنى الوصلة 5، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-5-13).

ومن تحليل القوى المؤثرة في المفصل B، المبين في الجزء d من (الشكل-5-13)، يمكن تعيين القيم العددية للقوى المجهولة F_{45} و F_{35} ، المدونة في جدول القوى.

ومن مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل B، يكون:

$$F_{54} = -F_{45} \quad , \quad F_{53} = -F_{35}$$

ومن توازن الوصلة 4 الاستاتيكي، المبين في الجزء f من (الشكل-5-13)، يكون:

$$F_{14} = -F_{54}$$

ومن توازن الوصلة 3 الاستاتيكي، المبين في الجزء h من (الشكل-5-13)، يكون:

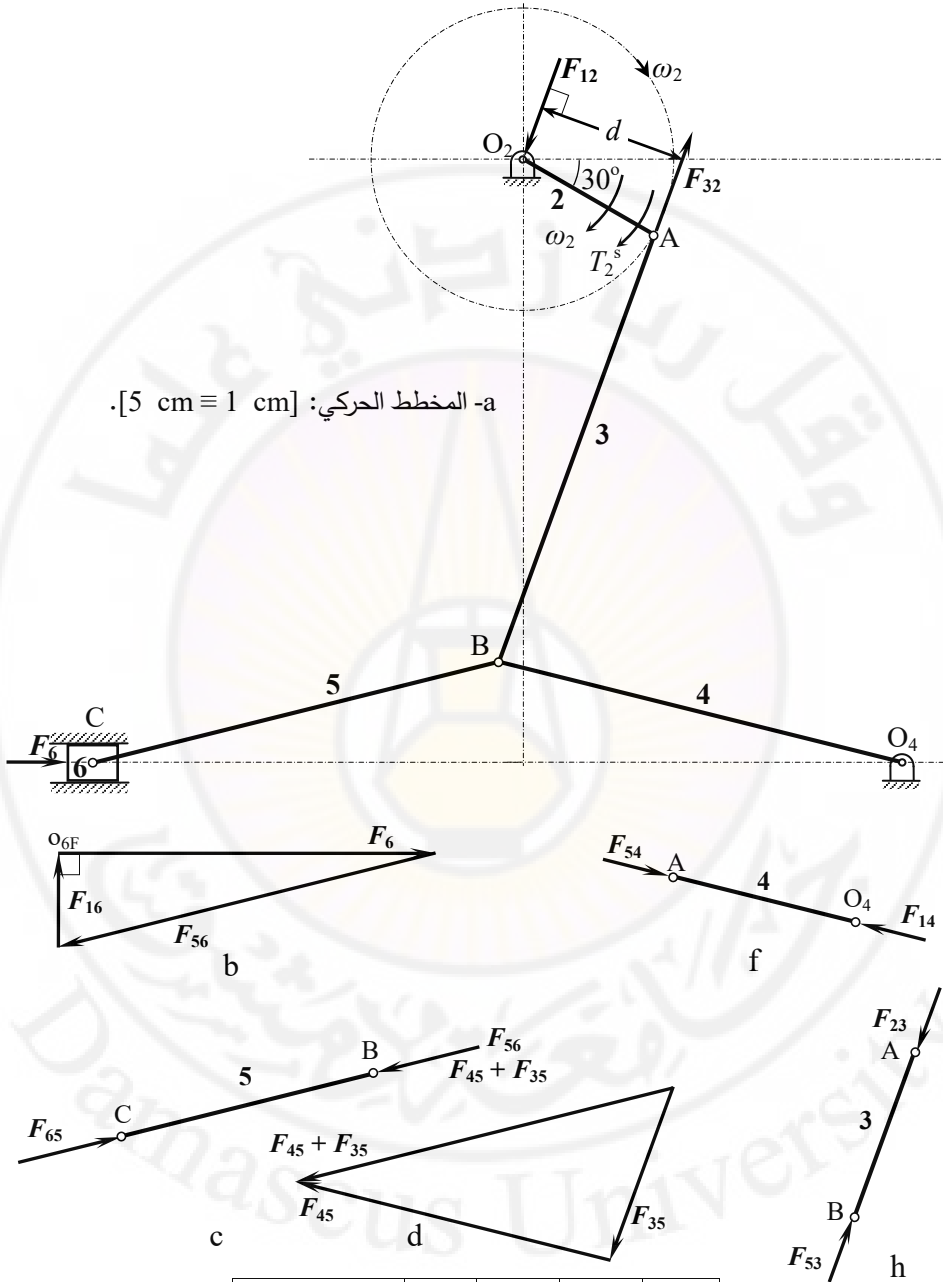
$$F_{53} = -F_{23}$$

ومن مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل A، يكون:

$$F_{32} = -F_{23}$$

ترسم القوة F_{32} ، بنقطة تأثيرها في المفصل A، وبمنحائها، واتجاهها على المخطط الحركي، المبين في الجزء a من (الشكل-5-13)، فيكون من توازن القوى الاستاتيكي في الوصلة 2:

$$F_{12} = -F_{32}$$



(الشكل-5-13)، مخططات تحليل القوى الاستاتيكية في وصلات التركيبة الآلية.

نلاحظ من توازن القوى المؤثرة في الوصلة 2 ، أن القوة F_{12} تساوي بالقيمة القوة F_{32} ، وتعاكسها بالاتجاه، وبما أن خطي عمل هاتين القوتين متوازيان، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-5-13)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ المؤثر على المرفق، والناجم عن عزم فعل القوة F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وقيمه العددية تحسب من العلاقة:

$$T_{O_2}^s = F_{32} \cdot h = 243 \times 2 \times 5 = 2430 \text{ N.cm} \quad \rfloor$$

يمكن عندئذ تعيين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة الخارجية F_6 ، من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة على المرفق:

$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -F_{32} \times h = -2430 \text{ N.cm}$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، هو عكس اتجاه العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ الناتج عن عزم القوة F_{32} حول المفصل الثابت O_2 ، ويساوي إلى:

$$T_2^s = 24.30 \text{ N.m} - \text{cw} \quad \rfloor$$

2. استناداً لسرعة المفصل A عند الوضع المطلوب؛ وفق المخطط الحركي، المبين في الجزء a من (الشكل-5-13)، يكون:

$$V_A = O_2 A \cdot \omega_2 = 10 \text{ cm/sec}$$

يُرسَم مخطط السرعة، بمقياس (2 cm/sec $\equiv$ 1 cm)، المبين في الجزء a من (الشكل-5-14)، ومن ثم تعين السرعة الخطية V_C للوصلة المقودة 6 ؛ المدونة في جدول السرعة المبين في الجزء b من (الشكل-5-14).

بتطبيق مبدأ حفظ القدرة، بتساوي استطاعة الدخل عبر الوصلة القائدة 2 الناتجة عن فعل القوى الخارجية F_{32} ؛ مع استطاعة الخرج عبر الوصلة 6 الناتجة عن القوة الخارجية F_6 ؛ نحصل على:

$$F_6 \times V_C = T_{O_2}^s \times \omega_2$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ حول محور المرفق المار من المفصل الثابت O_2 ، والناجم عن فعل القوة الخارجية:

$$-500 \times 4.84 = T_{O_2}^s \times 1 \Rightarrow T_{O_2}^s = -2420 \text{ N.cm}$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ حول محور المرفق المار من المفصل الثابت O_2 ، هو عكس اتجاه دوران المرفق ω ؛ أي عكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ أي إن:

$$T_{O_2}^s = 2420 \text{ N.cm - ccw } \rfloor$$

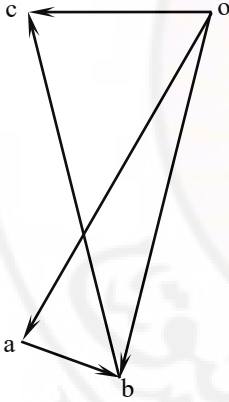
ويعين العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم فعل القوى الخارجية F_6 ، من علاقة توازن العزوم الاستاتيكية المؤثرة على المرفق:

$$\Sigma T^s = 0 \Rightarrow T_2^s + T_{O_2}^s = 0 \Rightarrow T_2^s = -T_{O_2}^s = -24.2 \text{ N.m}$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الاستاتيكي T_2^s الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، هو عكس اتجاه العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ الناتج عن عزم فعل القوة الخارجية، ويساوي إلى:

$$T_2^s = 24.20 \text{ N.m - cw } \rfloor$$

وهذا ما حصلنا عليه تقريباً عند تحليل القوى الاستاتيكية في الوصلات.



ω rad/sec	V cm/sec
$\omega_2 = 1$ $\rfloor$	$V_A = 10$
	$V_B = 10$
	$V_C = 4.84$

a- مخطط السرعة: $[2 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

b- جدول السرعة.

دراسة السرعة للتركيبة الآلية المركبة.

(الشكل-5-14)

3-5- قوى العطالة

Inertia Forces

بينا في الفقرات السابقة طريقة تحليل القوى الاستاتيكية المنتقلة؛ عبر وصلات تركيبية آلية، والتي تشمل جميع القوى المؤثرة في التركيبية الآلية؛ بخلاف تلك اللازمة لتحريك كل من الوصلات بحركة معينة تستلزم شروط أداء الآلة عند استثمارها عملياً. تُحلل هذه القوى استناداً إلى التسارعات الخطية، والزاوية للوصلات التي تحدد؛ وفقاً للطرائق التي سبق توضيحها في **الفصل الثالث**، ويسمى بـ التحليل التحريكي، أو بـ التحليل الديناميكي.

يمكن توضيح أسس تحليل القوى المحركة للوصلات؛ انطلاقاً من مفهوم الحركة المستوية العامة لجسم صلب الذي ينص:

"تكافئ الحركة المستوية العامة لجسم صلب حركة انسحابية بسرعة مركز كتل هذا الجسم؛ فضلاً عن حركة دورانية حول محور عمودي على مستوي الحركة مار من هذا المركز".

من تطبيق هذا المفهوم على جسم صلب كتلته M ، وعزم عطالته الكتلي I_G (Mass Moment of Inertia) حول محور عمودي على مستوي الحركة مار من مركز كتلته G ، وينتج حركة مستوية عامة تحت تأثير مجموعة قوى خارجية غير متوازنة $F_1^e, F_2^e, \dots, F_n^e$ ، تُنتج تسارعات خطية لجسيماته المادية تكسبها قوى فعالة (Active Forces)؛ أي قوى ديناميكية (Dynamic Forces).

يمكن الاستعاضة عن جميع هذه القوى الفعالة المؤثرة على جسيمات الجسم، بمجموعة مكافئة لها مكونة من:

- قوة محصلة Resultant Force

تساوي محصلة مجموع القوى الفعالة، تمر من مركز كتلته G باتجاه التسارع الخطي لهذا المركز A_G ، وتدعى بـ القوة الفعالة، ويرمز لها بـ F ، وتُحدد الحركة الانسحابية من حركة الجسم، وعلاقتها استناداً إلى معلومات علم التحريك، هي:

$$F = M \cdot A_G \quad (4-5)$$

- عزم محصل Resultant Torque

يساوي محصلة مجموع عزوم القوى الفعالة حول مركز الكتل G ، باتجاه دوران التسارع الزاوي لهذا الجسم E ، ويدعى بـ العزم الفعال، ويرمز له بـ T_G ، ويُحدد الحركة الدورانية من حركة الجسم، وعلاقته استناداً إلى معلومات علم التحريك، هي:

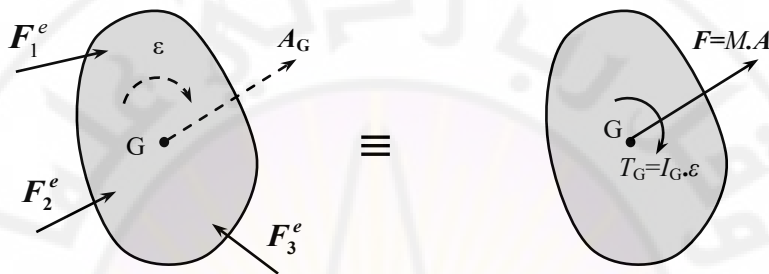
$$T_G = I_G \cdot E \quad (5-5)$$

واستناداً إلى مبادئ علم التحريك الأساسية، لدينا:

$$M \cdot A_G = \Sigma F^e \quad (6-5)$$

$$I_G \cdot E = \Sigma T_G^e \quad (7-5)$$

هاتان العلاقتان، تدلان على أنه إذا أثرت مجموعة من القوى غير المتوازنة في جسم صلب، فإن مركز كتلة G يكتسب تسارعاً خطياً A_G يكسبه قوة فعالة F ؛ أي قوة ديناميكية في اتجاه محصلة القوى المؤثرة ΣF^e نفسها، كما أن الجسم يكتسب تسارعاً زاوياً E يكسبه عزمياً فعالاً T_G ؛ أي عزمياً ديناميكياً بسبب عزوم القوى المؤثرة، وعزوم الدوران حول مركز الكتلة، وإن هذا التسارع الزاوي يؤثر في اتجاه محصلة العزوم ΣT_G^e نفسها، وذلك كما هو مبين تخطيطياً لمقطع عرضاني للجسم مار من مركز الكتل في (الشكل-5-15).



مجموعة القوى المؤثرة

المجموعة المكافئة للقوى الفعالة

(الشكل-5-15)، رسم تخطيطي لتوضيح تكافؤ المجموعة المكافئة للقوى الفعالة مع مجموعة القوى المؤثرة.

تعرف المجموعة العطالية بأنها المجموعة التي تساوي المجموعة المكافئة للقوى والعزوم الفعالة

F , T_G ، وتعاكسها بالاتجاه، والمكونة من:

- قوة عطالة *Inertia Force*

تساوي إلى محصلة قوى العطالة لجسيمات الجسم المادية المؤثرة في مركز كتل الجسم G ،

أو محصلة القوى الفعالة المعاكسة، والمسماة بـ المتجه الرئيس لقوى العطالة، ويرمز له بـ F^{in} ، ويُحدّد استناداً إلى مبادئ علم الميكانيك، بالعلاقة:

$$F^{in} = -M \cdot A_G \quad (8-5)$$

- عزم عطالي *Inertia Torque*

يساوي إلى العزم المحصل لقوى عطالة جسيمات الجسم المادية حول مركز كتل الجسم G ،

أو العزم الفعال المعاكس، والمسماة بـ العزم الرئيس لقوى العطالة، ويرمز له بـ T_G^{in} ، ويُحدّد استناداً إلى مبادئ علم الميكانيك، بالعلاقة:

$$T_G^{in} = -I_G \cdot E \quad (9-5)$$

بما أن متجهات التسارع تكون معلومة في غالب الأحيان، فإن بالإمكان كتابة العلاقتين

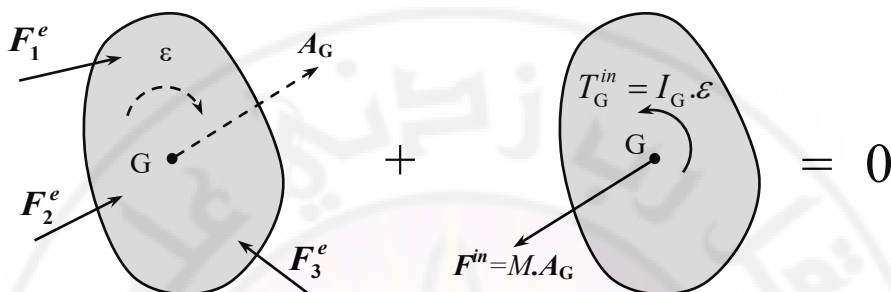
(6-5)، (7-5) بصورة جديدة، وبشكل علاقات توازن تساعد على تعيين القوى اللازمة لإحداث

هذه التسارعات المعلومة، وتدعى بعلاقات التوازن الديناميكي، أو علاقات التوازن التحريك، وهي بالشكل:

$$\Sigma F^e + F^{in} = 0 \quad (10-5)$$

$$\Sigma T_G^e + T_G^{in} = 0 \quad (11-5)$$

تكمُن أهمية استعمال علاقات مبدأ التوازن الديناميكي؛ لدراسة تحريك تركيبة آلية في أنها تحول التحليل الديناميكي إلى مسألة توازن لحظي؛ لجملة القوى المؤثرة في وصلات هذه التركيبة الآلية، كما هو مبين تخطيطياً لمقطع عرضاني لجسم في (الشكل-5-16).



مجموعة القوى المؤثرة. + المجموعة العطالية. = 0

رسم تخطيطي لمقطع عرضاني لتوضيح توازن المجموعة العطالية مع مجموعة القوى المؤثرة.

(الشكل-5-16)

تمثل العلاقاتان (11-5)، (10-5)، مبدأ دالامبير (D'Alembert's Principle) لجسم صلب،

الذي نصه:

"إن المجموع الشعاعي لجميع القوى الخارجية، وقوى العطالة المؤثرة في جسيمات جسم صلب يساوي الصفر. كما أن المجموع الشعاعي لجميع العزوم الخارجية، وعزوم دوران قوى العطالة المؤثرة في جسيمات جسم صلب حول مركز الكتل يساوي أيضاً الصفر، بصورة مستقلة".

Inertia Forces Analysis

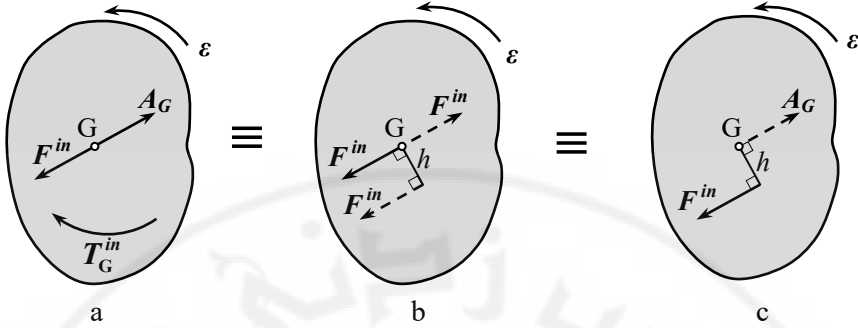
1-3-5 تحليل قوى العطالة

يفضل عند إجراء تحليل القوى تخطيطياً الاستعاضة عن المجموعة العطالية لوصلة F^in, T_G^in بقوة واحدة يكافئ تأثيرها هذه المجموعة، تدعى بقوة العطالة المكافئة؛ لأن ذلك يسمح بإجراء التحليل؛ استناداً إلى مصلعات توازن القوى، ومثل هذا الاستبدال أمر غير ضروري إذا كان تحليل القوى سيتم بطريقة تحليلية. يمكن توضيح ذلك من دراسة الجسم الصلب؛ المبين تخطيطاً مقطعه العرضاني في (الشكل-5-17)، حيث استعويض عن العزم T_G^in ، بمزدوجة تحقق العلاقة:

$$T_G^in = F^in \cdot h$$

ومنه:

$$h = T_G^in / F^in \quad (12-5)$$



رسم تخطيطي لمقطع عرضاني لتوضيح الاستعاضة عن المجموعة العطالية بقوة عطالية واحدة.
(الشكل-5-17)

ينتج إذن أنه يمكن تحقيق شروط توازن الجسم، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-5-17)، بقوة مكافئة واحدة فقط F^{in} قيمتها $M.A_G$ ، واتجاهها عكس اتجاه تسارع مركز الكتلة A_G ، وتؤثر عند بعد عمودي h من هذا المركز، بحيث يكون اتجاه عزم هذه القوة حول مركز الثقل هو عكس اتجاه دوران التسارع الزاوي للجسم ε ، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-5-17)؛ علماً أن التكافؤ بين الحالتين مبين في الجزء b من (الشكل-5-17)، ومن الواضح أن قيمة البعد h حسابياً، هي:

$$h = I_G \cdot \varepsilon / M \cdot A_G$$

يكفي عندئذ لتحليل قوى العطالة في تركيبة آلية ما، تعيين قوة العطالة المكافئة لكل من وصلاتها، ومن ثم تطبيق طريقة التحليل التخطيطي؛ وفق الأسس نفسها التي سبق اتباعها في تحليل القوى الاستاتيكية.

سنوضح فيما يأتي من خلال مثال نموذجي الخطوات المتبعة في تحليل قوى العطالة في تركيبة آلية رباعية القضبان، والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة تأثيرها في أية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

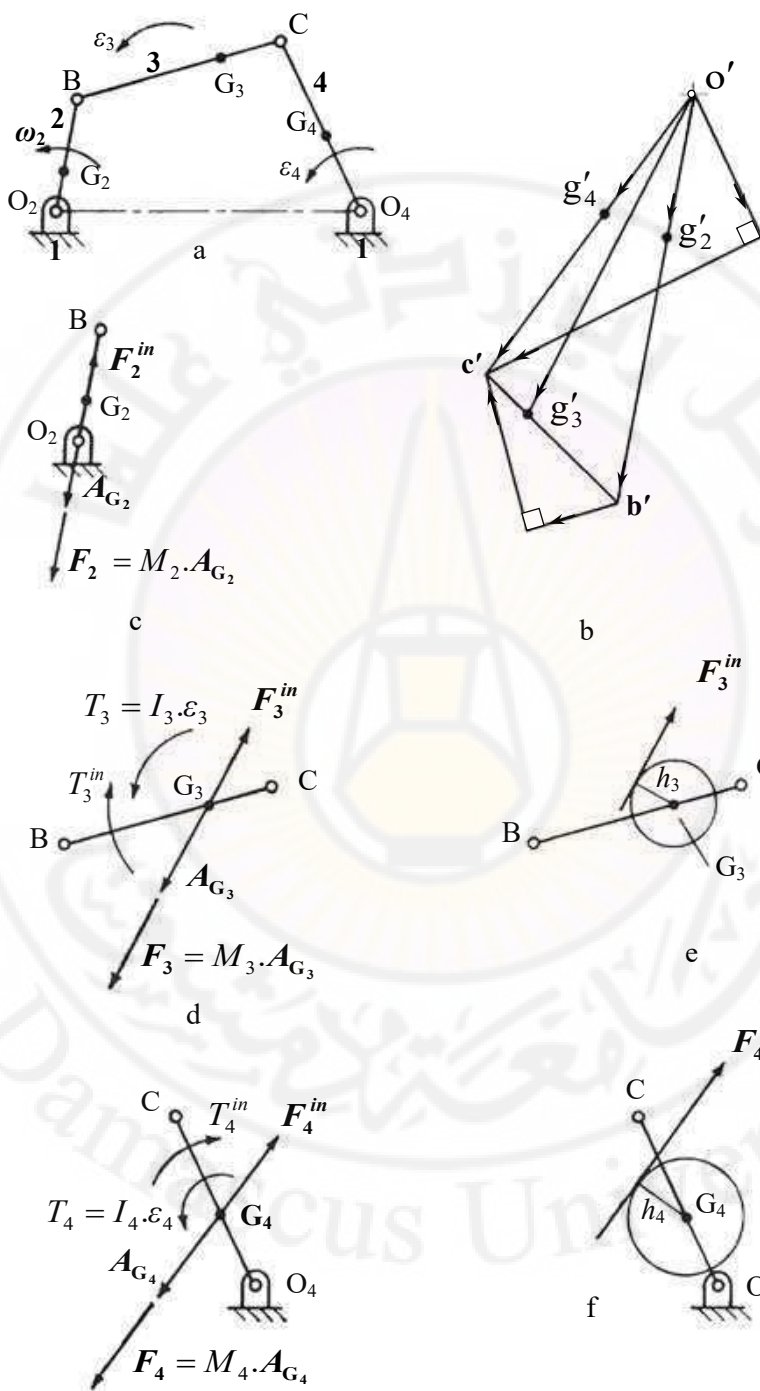
• تحليل قوى العطالة في تركيبة آلية رباعية القضبان

Inertia Forces Analysis In the Four - Bar Linkage Mechanism

يبين الجزء a من (الشكل-5-18) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان، حيث تدور الوصلة القائدة 2 بسرعة زاوية ثابتة ω_2 ، بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة.

إذا كانت النقاط G_4 ، G_3 ، G_2 تدل على مواقع مراكز كتل الوصلات 2، 3، 4 على التوالي، وكانت M_4 ، M_3 ، M_2 ترمز لكتل هذه الوصلات، و I_4 ، I_3 ، I_2 ترمز لعزوم عطالة هذه الوصلات حول محور مار من مركز كتل كل منها على التوالي؛ المطلوب:

- تحليل القوى في الوصلات، وتعيين العزم الديناميكي T_2^d اللازم التأثير به في الوصلة 2 لتحريك هذه التركيبة الآلية بالحركة المعينة بمخطط التسارع، المبين في الجزء b من (الشكل-5-18).



(الشكل-5-18)، مخططات تحليل قوى العطالة في وصلات تركيبية آلية رباعية القضبان.

يمكن استناداً إلى مخطط التسارع المبين في الجزء b من (الشكل-5-18).
تعيين قيمة التسارعات الزاوية $\varepsilon_3, \varepsilon_4$ للوصلتين 3 و 4 ، واتجاههما بمعلومية المركبتين المماسيتين
للتسارع A_{CB}^r, A_4^r ، كما تحدد قيمة التسارع الخطي A_G ، واتجاهه لكل من مراكز الكتل G .

تؤثر القوة الفعالة F_2 للوصلة 2 في مركز الكتل G_2 ، وباتجاه التسارع الخطي لهذا المركز،
كما في المخطط المبين في الجزء c من (الشكل-5-18)؛ ومن ثم فإن قوة العطالة المؤثرة في هذه
الوصلة F_2^{in} تساوي القوة الفعالة F_2 بالقيمة، وتعاكسها بالاتجاه. أما العزم العطالي T_2^{in} ،
فهو معدوم؛ لإنعدام العزم الفعال T_2 ، لأن هذه الوصلة تدور بسرعة زاوية ثابتة؛ أي:

$$\omega = \text{Const.} \Rightarrow \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow T_2 = I_2 \cdot \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow T_2^{in} = 0 \Rightarrow h_2 = 0$$

تحدد قوة العطالة F_3^{in} للوصلة 3 بالطريقة نفسها، وبما أن هذه الوصلة
تتحرك بتسارع زاوي ε_3 ، فإنه يلزم وجود عزم فعال:

$$T_3 = I_3 \cdot \varepsilon_3$$

ومن ثم فإن العزم العطالي T_3^{in} يساوي العزم الفعال T_3 بالقيمة، ويعاكسه بالاتجاه،
كما في المخطط المبين في الجزء d من (الشكل-5-18)، يمكن الاستعاضة عن هذه المجموعة العطالية
لِلوصلة 3 ، استناداً إلى ما بيناه في الفقرة السابقة، بالقوة نفسها F_3^{in} مع إزاحة خط عمل هذه القوة
موازياً لنفسه بالمقدار:

$$h_3 = \frac{I_3 \cdot \varepsilon_3}{M_3 \cdot A_{G_3}}$$

وباتجاه يكون فيه عزم قوة العطالة حول G_3 باتجاه T_3^{in} ؛ أي يعاكس اتجاه دوران التسارع الزاوي ε_3 ،
كما في المخطط المبين في الجزء e من (الشكل-5-18)، يقاس البعد h_3 على الرسم؛
وفقاً للمقياس المختار لرسم المخطط الحركي للتركيبة الآلية.

يمكن اتباع الخطوات نفسها لتعيين F_4^{in} والمسافة h_4 ، كما في المخطط المبين في الجزء f
من (الشكل-5-18)، حيث:

$$h_4 = \frac{I_4 \cdot \varepsilon_4}{M_4 \cdot A_{G_4}}$$

وباتجاه يحقق عزمًا لقوة العطالة حول G_4 باتجاه دوران T_4^{in} ؛ أي يعاكس اتجاه التسارع الزاوي ε_4 .
تعدّ قوى العطالة عندئذ قوى خارجية، وتكون كل وصلة متوازنة تحت تأثير قوة العطالة فيها،
ورود الأفعال المجهولة، والمنتقلة من الوصلتين المجاورتين لها. تحدد قوى العطالة على مخطط حركي
غير مبين بشكل يُرسم بمقياس مناسب، ويستكمل التحليل بتعيين ردود الأفعال عند نقاط الازدواج؛
بافتراض أن كل القوى المؤثرة عندها مجهولة القيمة، والاتجاه، حيث بينت بخطوط متعرجة في
(الشكل-5-19).

يدرس توازن الوصلة 4 ، وذلك من كون أن القوة F_{43} تساوي، وتعاكس القوة F_{34} ، فإنه يمكن تحليل القوى المؤثرة في الوصلتين 4 ، 3 بشكل مشترك؛ وذلك بتحليل القوة F_{34} على الوصلة 4 إلى مركبتين، إحداها ناظرية F_{34}^n باتجاه الوصلة O_4C ، والأخرى مماسية F_{34}^r عمودية عليها، كما في المخطط المبين في الجزء c من (الشكل-5-19). يمكن تعيين قيمة المركبة العمودية من علاقة توازن العزوم حول المفصل الثابت O_4 للقوى المؤثرة في الوصلة 4 ، حيث:

$$F_{34}^r = \frac{F_4^{in} \cdot a}{O_4C}$$

حيث a يمثل البعد العمودي لمتجه القوة F_4^{in} عن المفصل الثابت O_4 ، ويؤخذ من المخطط الحركي، ويجب أن يحول إلى قيمته الحقيقية؛ بدلالة مقياس رسم هذا المخطط، ويكون اتجاه القوة F_{34}^r بحيث يعاكس اتجاه عزم قوة العطالة المكافئة F_3^{in} حول المفصل الثابت O_4 ، ومن مبدأ تساوي الفعل، ورد الفعل في المفصل C ينتج أن القوة F_{43}^r تساوي، وتعاكس القوة F_{34}^r .

يدرس بعدئذ توازن الوصلة 3 بفرض اتجاه ما للمركبة F_{43}^n ، وموازنة عزوم القوى المؤثرة فيها حول المفصل B :

$$F_{43}^n \cdot b \pm F_{43}^r \cdot c \pm F_3^{in} \cdot d = 0$$

أي إن:

$$F_{43}^n = \frac{\pm F_{43}^r \cdot c \pm F_3^{in} \cdot d}{b}$$

حيث الأبعاد العمودية على متجهات القوى b , c , d تؤخذ من المخطط الحركي، ويجب أن تحول إلى قيمهم الحقيقية؛ بدلالة مقياس رسم هذا المخطط، وإذا كانت القيمة الناتجة من هذه العلاقة موجبة، فإن اتجاه القوة F_{43}^n المفروض صحيح، أما إذا كانت هذه القيمة سالبة، فإن الاتجاه الصحيح هو عكس الاتجاه المفروض.

لتعيين القوة F_{12} ، المنقولة من الوصلة 1 إلى الوصلة 2 ، نعين القوة F_{23} من مخطط مصلع توازن القوى للوصلة 3 ، المبين في الجزء d من (الشكل-5-19)، وفق العلاقة:

$$F_{43}^n + F_{43}^r + F_3^{in} + F_{23} = 0$$

بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى تنتج القيمة العددية للقوة F_{23} ، أما اتجاهها، فيكون بحيث يغلق هذا المصلع.

أما القوة F_{32} المؤثرة في الوصلة 2 عند المفصل B ، فإنها تساوي، وتعاكس القوة F_{23} ، وذلك من مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل B ، فهي إذن أصبحت معلومة، ومن توازن القوى في الوصلة 2 ، وفق مخطط الجسم الحر لها، المبين في الجزء e من (الشكل-5-19)، ينتج أن علاقة القوة F_{12} تساوي:

$$F_{12} = -(F_{32} + F_2^{in})$$

بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى تنتج القيمة العددية للقوة F_{12} .

بما أن خطي عمل القوتين $(F_{32} + F_2^{in})$, F_{12} متوازيان، كما هو مبين في الجزء e من (الشكل-5-19)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الديناميكي $T_{O_2}^d$ المنتقل من المرفق 2 إلى محور المفصل الثابت O_2 ، والناجم عن تأثير قوى العطالة في التركيبة الآلية، وقيمتها العددية تحسب من علاقة عزم محصلة القوتين $(F_{32} + F_2^{in})$ حول المفصل الثابت O_2 ، حيث نحصل على:

$$T_{O_2}^d = (F_{32} + F_2^{in}) \times e$$

حيث e يمثل البعد العمودي لمحصلة القوتين $(F_{32} + F_2^{in})$ عن المفصل الثابت O_2 ، ويؤخذ من المخطط الحركي، ويجب أن يحول إلى قيمته الحقيقية؛ بدلالة مقياس رسم هذا المخطط.

من ثم يعين العزم الديناميكي T_2^d اللازم تطبيقه على الوصلة 2 ؛ لتحقيق الحركة المعينة بمخطط التسارع المطلوب، أو بمعنى آخر؛ يعين العزم الديناميكي اللازم لموازنة تأثير قوى العطالة في التركيبة الآلية من علاقة توازن العزوم الديناميكية المؤثرة على المرفق.

$$T^{in} + \Sigma T^d \Rightarrow \Sigma T^d = 0 \Rightarrow T_2^d + T_{O_2}^d = 0 \Rightarrow T_2^d = -T_{O_2}^d = -(F_{32} + F_2^{in}) \times e$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم الديناميكي (T_2^d) الذي يجب التأثير به في المرفق 2 من محور المفصل الثابت O_2 ، هو بالاتجاه المبين في المخطط e في (الشكل-5-19)، وهو عكس اتجاه العزم الديناميكي $(T_{O_2}^d)$ الناتج عن فعل قوى العطالة في التركيبة الآلية.

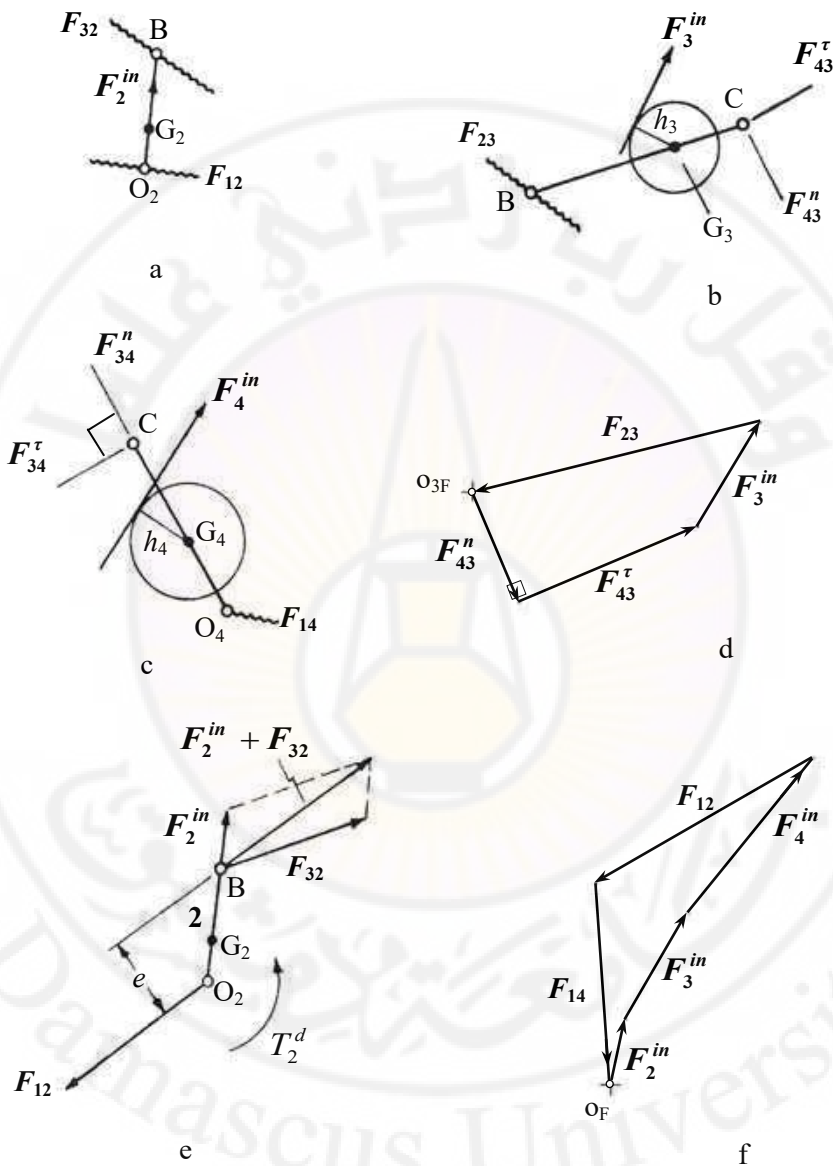
يسمى هذا العزم عادة بـ العزم الديناميكي؛ أو العزم التحريكي اللازم لتحريك التركيبات الآلية بحركة معينة مطلوبة، كما أنه يمثل العزم اللازم تطبيقه لتحقيق التوازن الديناميكي؛ أي التوازن التحريكي للتركيبات الآلية.

يستكمل التحليل بعدئذ بتعيين القوة F_{14} ، المنقولة من الوصلة 1 إلى الوصلة 4 ، من مخطط مضلع توازن القوى للوصلات 2 و 3 و 4 ، المبين في الجزء f من (الشكل-5-19)، وفق العلاقة:

$$F_2^{in} + F_3^{in} + F_4^{in} + F_{12} + F_{14} = 0$$

بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى تنتج القيمة العددية للقوة F_{14} ، أما اتجاهها، فيكون بحيث يغلق هذا المضلع.

يجب الانتباه إلى أن العزم الديناميكي في هذه الحالة لا يمكن تعيينه بالطريقة المباشرة؛ استناداً إلى مبدأ حفظ القدرة الناتج عن القوى الاستاتيكية؛ لأن العزم الديناميكي ينتج عن تأثير قوى العطالة.



مخططات الجسم الحر لوصلات تركيبية آلية رباعية القضبان.
(الشكل-5-19)

4-5- قوة الارتجاج

Shaking Force

من الأمور المهمة بالنسبة للمصمم تلك القوى التي تنتقل إلى الهيكل الثابت، أو أساس الآلة، حيث تنتقل محصلة قوى العطالة المؤثرة في وصلات آلة إلى الهيكل الذي تستند إليه؛ عبر الازدواج المتصلة به. إن تغير قيمة هذه القوى أو اتجاهها يؤدي إلى ارتجاج الآلة، أو اهتزازها؛ لذا فإن محصلة قوى العطالة تسمى بقوة الارتجاج. إن لهذه القوة انعكاسات سلبية على عمل الآلة، وأدائها من جهة، وقد تؤدي إلى انهيار بعض أجزاء الهيكل؛ بسبب إجهادات التعب من جهة أخرى. من الضروري إذن تحديد قوة الارتجاج، ودراسة تغيراتها خلال دورة عمل كاملة للآلة، لما لها من تأثير مهم في تصميم هيكل الآلة، وفي إيجاد الوسائل الكفيلة بعزلها، أو تخفيف تأثيرها في الآلات، والمنشآت المجاورة.

يمكن بسهولة تعيين قوة الارتجاج، لكونها تساوي دوماً المجموع الشعاعي لجميع قوى العطالة المؤثرة في وصلات الآلة.

$$F_S = \Sigma F^{in} \quad (13-5)$$

يبين الجزء a من (الشكل-5-20) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان التي سبق تحليلها في الفقرة 5-3-1، وقد رُسمت عليها قوى العطالة $F_4^{in}, F_3^{in}, F_2^{in}$ المؤثرة في الوصلات 2, 3, 4 على التوالي، والتي عُيِّنت كاملة؛ استناداً إلى (الشكل-5-19).

يكفي عندئذ لتعيين قيمة قوة الارتجاج F_S ، واتجاهها، اختيار مقياس رسم مناسب لتمثيل القوى، ومن ثم رسم متجهات قوى العطالة بدءاً من القطب O_F ، كما في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-5-20). يمثل المتجه المحصل F_S لهذه القوى قوة الارتجاج، وذلك بعد تحويل طوله إلى قيمة حقيقية للقوة بدلالة المقياس المختار.

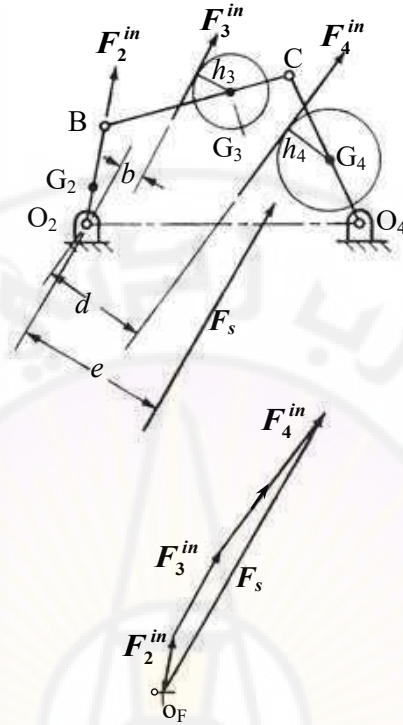
يحدد موقع خط عمل القوة F_S ، من علاقة العزوم حول أية نقطة مناسبة في مستوي قوى العطالة، ولتكن مثلاً المفصل الثابت O_2 ، حيث ينتج:

$$T_{O_2}(F_S) = \Sigma T_{O_2}(F^{in}) \quad (14-5)$$

منه:

$$F_S \cdot e = F_3^{in} \cdot b + F_4^{in} \cdot d$$

علماً أن عزم القوة F_2^{in} حول المفصل الثابت O_2 في هذه الحالة يساوي الصفر؛ ومن ثم تحسب قيمة البعد e الذي يحدد موقع قوة الارتجاج F_S بالنسبة للمفصل الثابت O_2 ، بحيث يكون هذا البعد بالاتجاه الذي يحقق علاقة العزوم أعلاه، ومن البديهي ضرورة تحويل أية قياسات مثل d, e, b إلى القيم الحقيقية لكل منها؛ بدلالة مقياس الرسم الذي اختير للأبعاد.



مخططات لتحديد موقع خط عمل قوة الارتجاج لتركيبية آلية رباعية القضبان.
(الشكل-20-5)

يسمى عزم قوة الارتجاج حول محور عمود الدوران للوصلة القائدة، بعزم الارتجاج، وهو في حالة مثال (الشكل-20-5)، هو $(F_s \cdot e)$ ، وباتجاه عكس دوران عقارب الساعة للوضع المبين للمخطط الحركي للتركيبية الآلية. من الواضح أن قوى العطالة ستتغير قيمةً، واتجاهاً، وموقعاً خلال دورة كاملة للوصلة القائدة؛ ومن ثم سيؤدي ذلك إلى تغير قيمة قوة الارتجاج، واتجاهها، وموقعها. تنتج من هذه التغيرات قوى اهتزازية تنتقل إلى الهيكل الثابت عبر الازدواجيات المتصلة به.

إن قوة الارتجاج إذن تساوي محصلة القوى المنقلة إلى الهيكل الثابت، تحت تأثير قوى العطالة المؤثرة في الوصلات المتحركة للتركيبية الآلية. مثال ذلك تكون قوة الارتجاج في تركيبية آلية رباعية القضبان هي محصلة F_{41} ، F_{21} ، وهما القوتان المنقلتان عند كل من الازدواجين O_2 ، O_4 على التوالي. تتضح صحة ذلك بسهولة من مقارنة مضعل القوى في المخطط المبين في الجزء f من (الشكل-19-5)، مع المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-20-5)؛ مع ملاحظة أن:

$$F_{41} = -F_{14} \quad , \quad F_{21} = -F_{12}$$

5-5- تحليل القوى الاستاتيكية والعطالية في تركيبة آلية

Inertia and Static Forces Analysis in a Mechanism

بينما في الفقرات السابقة كيفية تحليل كل من القوى الاستاتيكية، وقوى العطالة المؤثرة في تركيبة آلية ما بصورة مستقلة. إذا كان المطلوب تعيين التأثير المشترك لهاتين المجموعتين من القوى، فإنه يمكن تطبيق مبدأ التتضيد المذكور في مقدمة هذا الفصل لتحديد كل من القوى المحصلة المنتقلة عبر ازدواجات التركيبة الآلية.

تنتج القوة الكلية عند ازدواج ما من الجمع الشعاعي للقوة المنتقلة عنده تحت تأثير القوى الاستاتيكية فقط، والقوة المنتقلة تحت تأثير القوى العطالية من دون غيرها من القوى؛ أي يمكن توضيح هذا المبدأ بالعلاقة الشعاعية.

$$F'_{ab} = F^s_{ab} + F^d_{ab} \quad (15-5)$$

حيث:

F'_{ab} تمثل القوة الكلية المنتقلة من الوصلة a إلى الوصلة b في تركيبة آلية ما.

F^s_{ab} تمثل القوة المنتقلة من a إلى b، تحت تأثير القوى الاستاتيكية في التركيبة الآلية.

F^d_{ab} تمثل القوة المنتقلة من a إلى b، تحت تأثير قوى العطالة في التركيبة الآلية.

كما أن العزم الكلي T'_2 لازم التأثير به في الوصلة 2 مثلاً، هو حاصل الجمع الشعاعي لعزم الموازنة الاستاتيكي T^s_2 ، وعزم الموازنة التحريكي؛ أي الديناميكي T^d_2 .

يفضل أحياناً إجراء تحليل مشترك لتأثير القوى الاستاتيكية، والعطالية معاً. يتم ذلك عندما لا يستلزم تصميم أجزاء الآلة تحليلاً مستقلاً لكل من مجموعتي القوى. لا تختلف خطوات التحليل المشترك عما اتبع سابقاً إلا من حيث شمولها جميع القوى بأن واحد.

سنوضح ذلك من خلال مسألتين نموذجيتين الخطوات المتبعة في التحليل المشترك للقوى الاستاتيكية، وقوى العطالة المؤثرة في وصلات تركيبة آلية، والتي يمكن - استناداً إليهما - دراسة تأثيرهما في أية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة 4-5

يبين الجزء a من (الشكل-5-21)، المخطط الحركي لتركيب آلية الجر، والمستعملة للحصول على حركة سريعة الارتداد للمنزلة 6، حيث تدور الوصلة 2 فيها حول المسند الثابت O_2 ، وتؤثر في الوصلة 6 قوة مقاومة خارجية أفقية F_6 .

إذا دارت الوصلة 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 50 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، وكانت الوصلة 6 تخضع لقوة خارجية قدرها $(F_6 = 400 \text{ N})$ ؛ المطلوب:

- إجراء تحليل حركي، وديناميكي؛ لتعيين القوى المنقلة عند الازدواجات تحت تأثير القوى العطالية، والاستاتيكية، ومن ثم تحديد العزم الكلي T'_2 اللازم أن يؤثر به في الوصلة 2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة الخارجية؛ وليحافظ على توازن التركيبة الآلية ديناميكياً في الوضع المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 90^\circ)$.

علماً أن جميع الوصلات متجانسة، ومتناظرة بالنسبة لمراكز كتلتها، وأن:

$$\begin{aligned} (O_2A = 100 \text{ mm}) , (AB = 150 \text{ mm}) , (CD = 375 \text{ mm}) \\ (O_2O_4 = 65 \text{ mm}) , (O_4B = 125 \text{ mm}) , (O_4C = 200 \text{ mm}) \\ (W_2 = 20 \text{ N}) , (W_3 = 25 \text{ N}) , (W_4 = 40 \text{ N}) , (W_5 = 80 \text{ N}) , (W_6 = 90 \text{ N}) \\ (I_3 = 0.02 \text{ kg.m}^2) , (I_4 = 0.033 \text{ kg.m}^2) , (I_5 = 0.051 \text{ kg.m}^2) \end{aligned}$$

الحل:

يُرسَم المخطط الحركي بمقياس $[1/5]$ ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-5-21)، ومن ثم يُرسَم مخطط السرعة للتركيبة الآلية بمقياس $[2 \text{ m/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$ ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-5-21)، حيث ينتج من هذا المخطط أن:

$$\omega_3 = 30 \text{ rad/sec} - \text{ccw} , \omega_4 = 52 \text{ rad/sec} - \text{ccw} , \omega_5 = 21 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$

استناداً إلى ذلك يُرسَم مخطط التسارع للتركيبة الآلية، بمقياس $[100 \text{ m/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$ ، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-5-19)، حيث ينتج من هذا المخطط أن:

$$\begin{aligned} A_{G_2} = 125 \text{ m/sec}^2 , A_{G_3} = 300 \text{ m/sec}^2 , A_{G_4} = 294 \text{ m/sec}^2 \\ A_{G_5} = 335 \text{ m/sec}^2 , A_{G_6} = A_D = 184 \text{ m/sec}^2 \\ \varepsilon_3 = 600 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw} , \varepsilon_4 = 1016 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw} , \varepsilon_5 = 1378 \text{ rad/sec}^2 - \text{ccw} \end{aligned}$$

بالاتجاهات الموضحة على المخطط الحركي المبين في الجزء a من (الشكل-5-21).

يتم بعدئذ تعيين قوة العطالة المؤثرة في كل من الوصلات، من العلاقة:

$$F^{in} = \frac{W}{g} A_G$$

حيث ينتج أن:

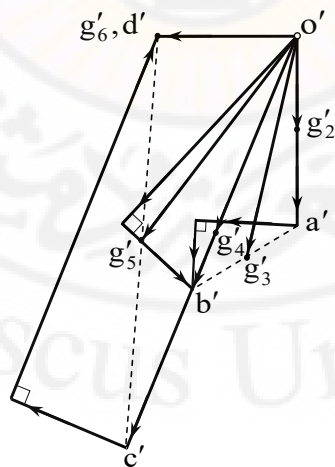
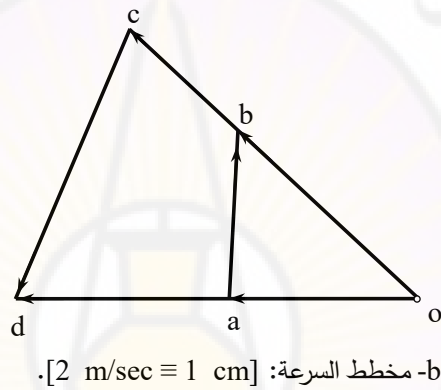
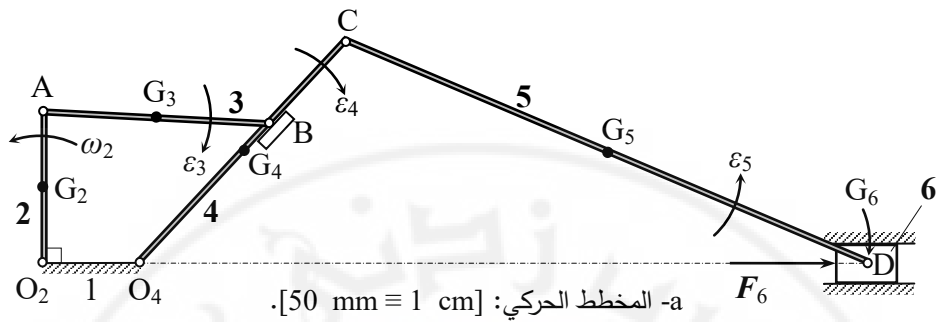
$$F_2^{in} = 255 \text{ N} , F_3^{in} = 765 \text{ N} , F_4^{in} = 1198 \text{ N} , F_5^{in} = 2732 \text{ N} , F_6^{in} = 1688 \text{ N}$$

كما يعين العزم العطالي المؤثر حول كل من مراكز الكتل، من العلاقة:

$$T_G^{in} = I_G \cdot \varepsilon$$

حيث ينتج أن:

$$T_{G_3}^{in} = 12 \text{ N.m} , T_{G_4}^{in} = 33.53 \text{ N.m} , T_{G_5}^{in} = 70.28 \text{ N.m}$$



(الشكل-5-21)، مخططات التحليل الحركي لتרכيبة آلية الجر.

استناداً إلى ما أوضحناه في الفقرة 5-3-1 ، يمكن الاستعاضة عن المجموعة العطالية F^{in}, T_G^{in} لكل وصلة بقوة العطالة المكافئة F^{in} التي تؤثر عند بعد h من مركز كتل الوصلة، ويعين من العلاقة:

$$h = T_G^{in} / F^{in}$$

حيث ينتج أن:

$$h_3 = 15.7 \text{ mm} , \quad h_4 = 28 \text{ mm} , \quad h_5 = 25.7 \text{ mm}$$

مع ملاحظة أن العزم العطالي للوصلة 2 يساوي الصفر؛ لأنها تدور بسرعة زاوية ثابتة، كما أن العزم العطالي للوصلة 6 يساوي أيضاً الصفر؛ لأنها تتحرك حركة ترددية انسحابية.

يمكن عندئذ رسم مخطط الجسم الحر لكل من الوصلات 2, 3, 4, 5, 6، كما هي مبينة في الأجزاء a, b, e, g, k من (الشكل-5-22) على التوالي، وذلك باتباع الخطوات التي بينها سابقاً في الفقرة 5-5، لدراسة التأثير المشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية معاً، علماً أن مقياس رسم الأطوال البعدية هو [1/5]، ومقياس لرسم مضلعات القوى، هو [1000 N $\equiv$ 1 cm].

ينتج من علاقة العزم حول المفصل C؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة 5، المبين في الجزء a من (الشكل-5-23)، أن:

$$F_{65}^r = \frac{F_5^{in} \times x_1}{CD} = 1100 \text{ N}$$

ومن ثم ينتج من مضلع القوى للوصلة 6، المبين في الجزء c من (الشكل-5-22)، أن:

$$F_{56}^n = 2700 \text{ N} , \quad F_{16} = 2007 \text{ N}$$

بالاتجاهات المبينة في الشكل.

كما ينتج من مضلع القوى للوصلة 5، المبين في الجزء d من (الشكل-5-22)، أن:

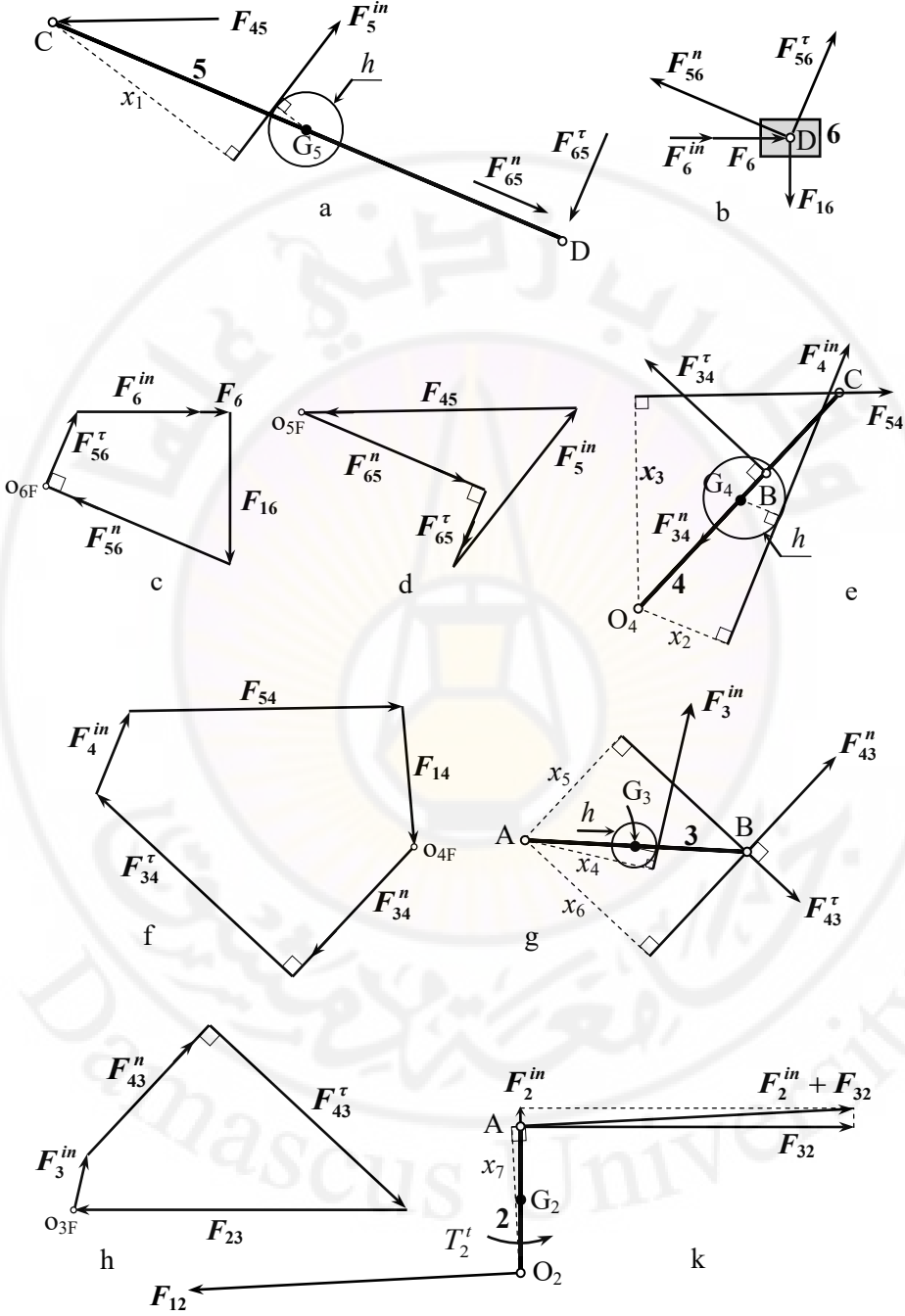
$$F_{45} = 3700 \text{ N}$$

كما ينتج من علاقة العزم حول المفصل الثابت O₄؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة 4، المبين في الجزء e من (الشكل-5-22)، أن:

$$F_{34}^r = \frac{F_{54} \times x_3 - F_4^{in} \times x_2}{O_4B} = 3619 \text{ N}$$

كما ينتج من علاقة العزم حول المفصل A؛ وفق المخطط الجسم الحر للوصلة 3، المبين في الجزء g من (الشكل-5-22)، أن:

$$F_{43}^n = \frac{F_{43}^r \times x_5 - F_3^{in} \times x_4}{x_6} = 2400 \text{ N}$$



(الشكل-5-22) مخططات التحليل المشترك للقوى الاستاتيكية والعطالية لتركيب آلية الجر .

يرسم عندئذ مضلع القوى للوصلة 4 ، المبين في الجزء f من (الشكل-5-22)، حيث نحصل على أن:

$$F_{14} = 1900 \text{ N}$$

وكذلك ينتج من مضلع القوى للوصلة 3 ، المبين في الجزء h من (الشكل-5-22)، أن:

$$F_{23} = 4500 \text{ N}$$

من ثم يُلاحظ من مخطط الجسم الحر للوصلة 2 ، المبين في الجزء k من (الشكل-5-23)، أن:

$$F_{12} = 4510 \text{ N}$$

ومنه، فإن العزم الكلي T_2' اللازم لتوازن الوصلة 2 ، المبين في الجزء k من (الشكل-5-23)، هو باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، وقيمته العددية هي:

$$T_2' = F_{12} \cdot x_7 = 440 \text{ N.m}$$

إذا كان المطلوب تعيين قوة الارتجاج F_S ، فإنه يمكن رسم مخطط قوى يمثل جميع قوى العطالة بحيث تكون محصلاتها هي F_S قيمة، واتجاهاً. أما نقطة تأثيرها، فإنها تحدد من علاقة العزم حول أية نقطة في مستوى الحركة، وليكن المفصل الثابت O_2 مثلاً.

مسألة-5-5

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2006-2007

يبين (الشكل-5-23) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية رباعية القضبان المتصالية، حيث تدور الوصلة 2 فيها حول المسند الثابت O_2 ، وتؤثر في النقطة D من الوصلة 4 قوة خارجية F_D ، بالاتجاه المبين بالشكل.

إذا دارت الوصلة 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 40 \text{ rad/sec})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة، وخضعت النقطة D من الوصلة 4 لقوة خارجية قدرها $(F_D = 500 \text{ N})$ ؛ المطلوب عند الوضع الزاوي للوصلة 2 المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ ، وبإهمال أوزان الوصلات، وقوى الاحتكاك في الازدواجات الدورانية في القوى الاستاتيكية:

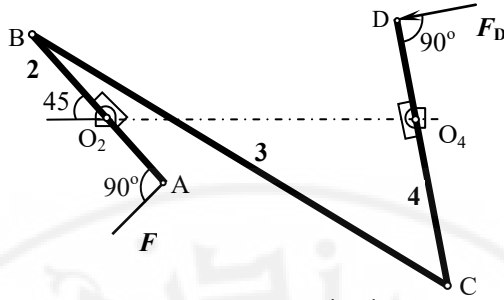
- إجراء تحليل حركي، وديناميكي؛ لتعيين القوى المنتقلة عند الازدواجات الدورانية تحت تأثير القوى العطالية، والاستاتيكية، وتحديد القوة F_A لازم التأثير بها في الوصلة 2 ؛ حتى تتحرك بسرعة زاوية ω_2 ؛ ولتقاوم فعل القوة الخارجية F_D ، وتحافظ على توازن التركيبة الآلية ديناميكياً.

علماً أن الوصلتين 2 و 4 موازنتان، بحيث يكون مركزا كتلتهما G_2 و G_4 منطبقين على مركزي دورانهما O_2 و O_4 ، ومركز كتل الوصلة 3 يقع في منتصفها، وأن:

$$\begin{array}{lll} (O_2A = 7.5 \text{ cm}) & (AB = O_4C = 20 \text{ cm}) & (CD = 30 \text{ cm}) \\ (BC = 55 \text{ cm}) & (O_2O_4 = 35 \text{ cm}) & \\ (W_2 = 25 \text{ N}) & (W_3 = 35 \text{ N}) & (W_4 = 30 \text{ N}) \\ (I_{G_2} = 0.06 \text{ kg.m}^2) & (I_{G_3} = 0.1 \text{ kg.m}^2) & (I_{G_4} = 0.07 \text{ kg.m}^2) \end{array}$$

وذلك باستعمال مقاييس الرسم الآتية:

- مقياس المخطط الحركي [5 cm من الأبعاد الحقيقية تعادل 1 cm على المخطط الحركي].
- مقياس مخطط السرعة [160 cm/sec $\equiv$ 1 cm].
- مقياس مخطط التسارع [5000 cm/sec² $\equiv$ 1 cm].
- مقياس مخطط القوى [200 N $\equiv$ 1 cm].



(الشكل-5-23)، مخطط أحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان المتصلة.

الحل:

استناداً لمخططات الحركة، الموضحة في الأجزاء a , b , c من (الشكل-5-24)،
نحصل على النتائج الآتية:

V cm/sec	ω rad/sec	A cm/sec ²	ε rad/sec ²	A_G m/sec ²
$V_B = 500$	$\omega_2 = 40$	$A_B = 20000$	$\varepsilon_2 = 0$	$A_{G_2} = 0$
$V_A = 300$	$\omega_3 = 7$	$A_A = 12000$	$\varepsilon_3 = 375$	$A_{G_3} = 188$
$V_C = 155$	$\omega_4 = 7.75$	$A_C = 22750$	$\varepsilon_4 = 1140$	$A_{G_4} = 0$
$V_D = 77.5$		$A_D = 11375$		

واستناداً لعلاقات تحديد المجموعة العطالية، ومخططات الجسم الحر للوصلات،
الموضحة في الأجزاء d , e , f من (الشكل-5-24)، نحصل على النتائج الآتية:

F^{in} N	T^{in} N.m	h cm	F N
$F_2^{in} = 0$	$T_2^{in} = 0$	$h_2 = 0$	$F_{34}^r = 149$
$F_3^{in} = 670$	$T_3^{in} = 37.5$	$h_3 = 5.6$	$F_{34}^n = 343$
$F_4^{in} = 0$	$T_4^{in} = 79.8$	$h_4 = \infty$	$F_{14} = 490$
			$F_{23} = 980$
			$F_{12} = 1160$
			$F_A = 425$

وأن:

$$F_{34}^r = \frac{T_4^{in} - F_D \cdot O_4D}{O_4C} = \frac{79.8 - 500 \times 0.1}{0.2} = 149 \text{ N}$$

$$F_{43}^n = \frac{F_3^{in} \cdot x_1 + F_{43}^r \cdot x_2}{x_3} = \frac{670 \times 2.7 + 149 \times 7.1}{8.35} = 343 \text{ N}$$

$$F_A = \frac{F_{32} \cdot x_4}{O_2A} = \frac{980 \times 0.65 \times 5}{7.5} = 425 \text{ N}$$

5-5-1- تحليل القوى الاستاتيكية والعطالية بطريقة مباشرة

Inertia and Static Forces Analysis by Direct Method

يحدث أحياناً أن يكون المطلوب تعيين العزم الكلي T_2' اللازم أن يؤثر به عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 في الوصلة 2 ؛ للحفاظ على توازن التركيبة الآلية ديناميكياً في وضع محدد مثلاً، أو تعيين العزم الكلي T_{O_2}' المنتقل من المرفق 2 إلى عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ لأداء عمل معين في آلة تتصل بعمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 . دون الاهتمام بتحليل القوى في الوصلات؛ لتعيين القوى المنتقلة عند الازدواج تحت تأثير القوى العطالية والاستاتيكية. يمكن أن يتم ذلك، بنقل قوة القيد من التركيبة الآلية دون الوصلة القائدة - بافتراضها وصلة مستقلة - مباشرة إلى الوصلة القائدة التي يؤثر فيها العزم الكلي؛ توفر هذه الطريقة الجهد الكبير اللازم في الطريقة السابقة؛ خاصة عندما تتكون التركيبة الآلية من وصلات كثيرة نسبياً.

يمكن توضيح مبدأ تطبيق هذه الطريقة من خلال مثال نموذجي يبين الخطوات المتبعة في التحليل المباشر للقوى الاستاتيكية، وقوى العطالة المؤثرة في وصلات تركيبة آلية، لإيجاد العزم الكلي المؤثر في المرفق، والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة تأثيرها في أية تركيبة آلية مهما بلغ عدد وصلاتها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تحليل القوى الاستاتيكية والعطالية بطريقة مباشرة في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق

Inertia and Static Forces Analysis by Direct Method in the Slider-Crank Mechanism

ليكن المخطط الحركي لتركيبة آلية المنزلقة والمرفق، الموضح في الجزء a من (الشكل-5-25)، والتي سبق تحليلها استاتيكيّاً في الفقرة 5-2-1، حيث تمثل F_4 القوة المعلومة المؤثرة في المكبس نتيجة ضغط الغاز؛ بينما يدور المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة ω_2 .

إذا كانت النقاط G_2, G_3, G_4 تدل على مواقع مراكز كتل الوصلات 2, 3, 4 على التوالي؛ فضلاً عن أن كتل هذه الوصلات، وعزوم عطالتها حول مراكز الكتل الموافقة معلومة؛ المطلوب بإهمال الاحتكاك بين الوصلات، وتأثير وزن كل من الوصلات في القوى الاستاتيكية:

- إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية المؤثرة في هذه التركيبة الآلية، وتعيين العزم الكلي T_{O_2}' المنتقل من المرفق 2 إلى عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، لأداء عمل معين في آلة تتصل بعمود الدوران؛ وذلك بطريقة مباشرة دون تحليل القوى في الوصلات.

يُرسَم مخطط تسارع التركيبة الآلية، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-5-25)؛ استناداً إلى المخطط الحركي، والسرعة الزاوية ω_2 ؛ ليمثل الحركة المطلوبة لمختلف الوصلات. تحدد في هذا المخطط تسارعات مراكز كتل الوصلات؛ مع ملاحظة أن تسارع مركز كتل المكبس G_4 ينطبق على تسارع النقطة C ؛ لأن حركته انزلاقية انسحابية. كما يعين اتجاه التسارع الزاوي ε_3 بمعلومية اتجاه المركبة المماسية لتسارع النقطة C بالنسبة إلى النقطة B ، كما في المخطط المبين في الجزء c من (الشكل-5-25).

يُرسَم مخطط الجسم الحر المشترك للوصلتين 3 ، 4 ، حيث تُعين كل من قوتي العطالة F_4^{in} ، F_3^{in} ؛ تبعاً لما بيّناه سابقاً؛ مع ملاحظة أن قوة العطالة F_4^{in} تمر من المفصل C باتجاه يعاكس تسارع المنزلقة 4 ؛ لأن حركتها انسحابية، ومن ثمّ تعين القوة الكلية F_{14} من علاقة العزم حول المفصل B ، حيث:

$$F_{14} \cdot a = F_4 \cdot d - F_3^{in} \cdot b - F_4^{in} \cdot d$$

علماً أن a ، b ، d تمثل الأبعاد العمودية على متجهات العلاقة عن المفصل B الموضحة على المخطط الحركي، يجب أن تحول إلى قيمهم الحقيقية؛ بدلالة مقياس رسم هذا المخطط.

يمكن بعدئذٍ تعيين القوة الكلية F_{23} من مضلع توازن القوى للوصلتين 3 ، 4 ، كما في المخطط المبين في الجزء d من (الشكل-5-25)، وفق العلاقة:

$$F_4 + F_{14} + F_4^{in} + F_3^{in} + F_{23} = 0$$

بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى تنتج القيمة العددية للقوة F_{23} ، أما اتجاهها، فيكون بحيث يغلّق هذا المضلع.

أما القوة F_{32} المؤثرة في الوصلة 2 عند المفصل B ، فإنها تساوي، وتعاكس القوة F_{23} ، وذلك من مبدأ الفعل ورد الفعل في المفصل B ، فهي إذن أصبحت معلومة.

ينتج من مخطط الجسم الحر للوصلة 2 ، المبين في الجزء e من (الشكل-5-25)، أن القوة F_{12} الكلية تساوي محصلة القوتين $(F_2^{in} + F_{32})$ ، وتعاكسها بالاتجاه، علماً أن قوة العطالة F_2^{in} للوصلة 2 تنطبق على الوصلة O_2B ، وباتجاه عكس تسارع مركز الكتل G_2 ؛ لأنها تدور بسرعة زاوية ثابتة؛ أي أن:

$$F_{12} = -(F_{32} + F_2^{in})$$

بمعلومية مقياس الرسم المختار لتمثيل أشعة القوى تنتج القيمة العددية للقوة F_{12} .

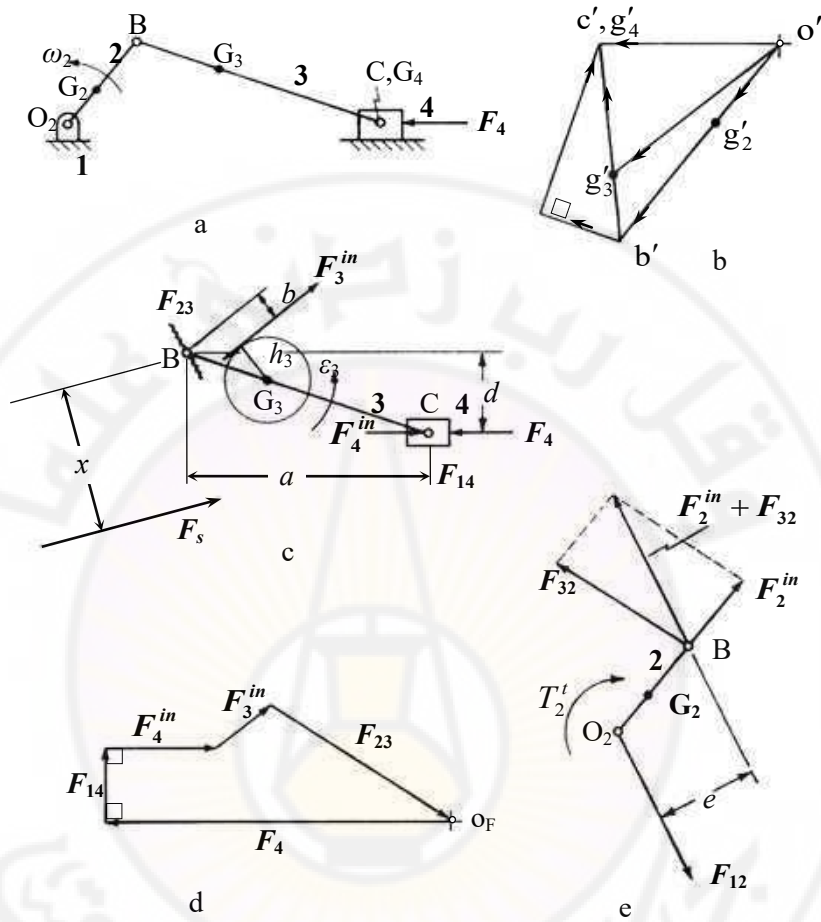
بما أن خطي عمل القوتين F_{12} ، $(F_{32} + F_2^{in})$ متوازنان، كما هو مبين في الجزء e من (الشكل-5-25)، فإنه ينتج منهما مزدوجة، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، تمثل العزم الكلي T'_{O_2} المنقل من المرفق 2 إلى عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ، لأداء عمل معين في الآلة المتصلة بعمود الدوران، والناجم عن تأثير القوى الاستاتيكية، والعطالية المؤثرة في هذه التركيبية الآلية، وقيمتها العددية تحسب من علاقة عزم محصلة القوتين $(F_{32} + F_2^{in})$ حول المفصل الثابت O_2 ، حيث نحصل على أن:

$$T'_{O_2} = (F_{32} + F_2^{in}) e$$

حيث e يمثل البعد العمودي لمحصلة القوتين $(F_{32} + F_2^{in})$ عن المفصل الثابت O_2 ، ويُؤخذ من المخطط الحركي، ويجب أن يحول إلى قيمته الحقيقية؛ بدلالة مقياس رسم هذا المخطط.

تجدر الإشارة إلى أن العزم الديناميكي T'_{O_2} المؤثر في المرفق 2 ؛ نتيجة قوى العطالة فقط، هو حاصل الفرق الجبري بين العزم الكلي T'_{O_2} المعين في هذه الفقرة، والعزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ ، الذي سبق تعيينه في مجال تحليل القوى الاستاتيكية لهذه التركيبية الآلية في الفقرة 5-2-1 .

كما يجب الانتباه إلى أن قوة الارتجاج في هذه الحالة لا يمكن تعيينها بدلالة القوتين F_{21} ، F_{41} المنقلتين من التركيبية الآلية إلى الهيكل؛ لأنهما تمثلان التأثير المشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية.



مخططات تحليل القوى الاستاتيكية والعتالية المؤثرة في تركيبة آلية المنزلقة والمرفق بالطريقة المباشرة.
(الشكل-5-25)

Forces Analysis in Governors

6-5- تحليل القوى في المنظمات

بينما في الفقرة 2-11 من الفصل الثاني، وظيفة المنظم كتركيبة آلية تستعمل في تنظيم القدرة الناتجة من آلة لتلائم تغيرات الحمل المطبق عليها؛ فضلاً عن توضيح مبدأ عمل أهم أنواعها، بما أن القوى المؤثرة في وصلات المنظم هي بوجه عام قوى نابذة، أو عطالية، وقوى شد، أو انضغاط نابضية؛ فإنه يفضل إجراء الدراسة الديناميكية للمنظمات تحليلياً؛ استناداً إلى مبادئ علم التحريك الأساسية؛ بخاصة أن اتجاه هذه القوى، ونقاط تأثيرها تحدد بسهولة انطلاقاً من نوع المنظم، وآلية حركته.

يمكن توضيح أهم الأسس المعتمدة في التحليل الحركي والديناميكي للمنظمات من خلال المسائل النموذجية الآتية، والتي يمكن - استناداً إليهم - إجراء تحليل حركي وديناميكي لأي منظم، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-5-6

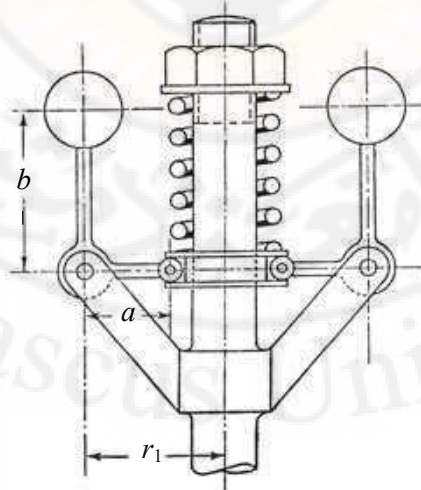
يبين (الشكل-5-26)، تخطيطاً لتركيبية منظم هارنتل (Hartnell)، ذو كرتين ونابض انضغاط، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، كما أشرنا إليها سابقاً في الفقرة 2-11-1 من الفصل الثاني، ويتصف بأن:

$$(a = 60 \text{ mm}) , \quad (b = 120 \text{ mm}) , \quad (c = 100 \text{ mm})$$

ويدور بسرعة الدوران الحدية الأولى، وقدرها $(n_1 = 300 \text{ r.p.m})$ عندما يكون الذراع الحامل لكل من كرتيه شاقولياً، وأن وزن كل من كرتيه هو $(W = 25 \text{ N})$.

فإذا كان ازدياد سرعة الدوران مقدار $(\Delta n_{21} = 3\% n_1)$ من سرعة الدوران الحدية الأولى يؤدي إلى انزلاق الجلبة مقدار $(y_{21} = 6 \text{ mm})$ عن وضع حدها الأول؛ المطلوب بإهمال تأثير كل من وزن كل من الكرتين، وميل الأذرع، تعيين الآتي:

- 1- عامل الصلابة k للنابض.
- 2- مجال سرعات عمل المنظم ω'_2, ω''_2 الذي تبقى خلاله الجلبة ثابتة عند الوضع الجديد المحدد بالبعد $(y_2 = 6 \text{ mm})$ فوق الوضع الحدي الأول، إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة هي $(F_f = 28 \text{ N})$.
- 3- معامل عدم حساسية المنظم μ_n .
- 4- جهد المنظم Q ، وقدرته E ، عند ازدياد فجائي لسرعة الدوران مقدار $(\Delta n_{21} = 3\% n_1)$ من سرعة الدوران الحدية الأولى، وبإهمال قوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة.

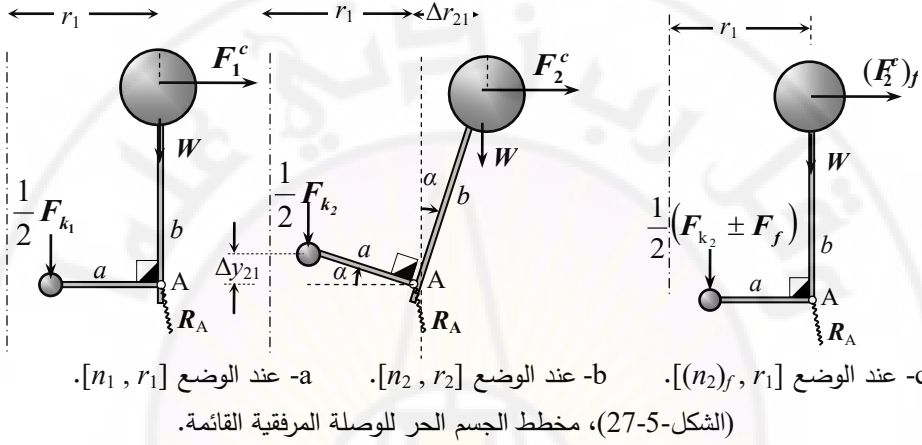


رسم تخطيطي لتركيبية منظم هارنتل (Hartnell).

(الشكل-5-26)

الحل:

يُهمل عادة عند تحليل القوى في المنظمات النابذة تأثير وزن الأذرع المرفقية المتصلة بالكرات من جهة، وبالجلبة المنزلقة من جهة أخرى؛ لأن تأثيرها صغير جداً؛ بالمقارنة بقيّة القوى المؤثرة في وصلات المنظم.



1- يعبّر عامل صلابة النابض، من العلاقة الفيزيائية لقوة صلابة النابض:

$$F_k = k(\Delta l_{in} + y)$$

حيث:

k تمثل عامل صلابة النابض.

Δl_{in} تمثل الانضغاط الابتدائي للنابض.

y تمثل الانضغاط الإضافي للنابض الناتج من حركة الجلبة إلى الأعلى، ويساوي المسافة الشاقولية التي يتحركها الدحرج المتصل بالجلبة.

فعند سرعة الدوران $(n_1 = 300 \text{ r.p.m})$ ، الموافقة لنصف قطر دوران مركز الكرة $(r_1 = c = 100 \text{ mm})$ ، فإن قوة صلابة النابض F_{k_1} في هذا الوضع، هي:

$$F_{k_1} = k(\Delta l_{in} + y_1) \quad (1)$$

وبعد ازدياد سرعة الدوران إلى:

$$n_2 = n_1 + \Delta n_{21} = n_1 + 0.03 n_1 = 300 (1 + 0.03) = 309 \text{ r.p.m}$$

الموافقة لنصف قطر دوران مركز الكرة $(r_2 = r_1 + \Delta r_{21})$ ، فإن قوة صلابة النابض F_{k_2}

في هذا الوضع، هي:

$$F_{k_2} = k(\Delta l_{in} + y_2) \quad (2)$$

بطرح العلاقتين (2) ، (1)، تنتج علاقة تغير قوة صلابة النابض:

$$F_{k_2} - F_{k_1} = k(y_2 - y_1) = k \cdot \Delta y_{21}$$

منه نحصل على علاقة عامل صلابة النابض:

$$k = \frac{F_{k_2} - F_{k_1}}{\Delta y_{21}} \quad (3)$$

حيث Δy_{21} يمثل مقدار انضغاط النابض، الذي يساوي إلى إزاحة الجلبة المتناسب مع إزاحة مركز الكرة Δr_{21} ، والموافق لزيادة لسرعة الدوران مقدار $(\Delta n_{21} = 3\% n_1)$ ، ويساوي:

$$\Delta y_{21} = y_2 - y_1 = 6 - 0 = 6 \text{ mm}$$

وتُحسب قوة صلابة النابض F_{k_1} - من ناحية أخرى - من تطبيق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الوصلة المرفقية القائمة حاملة الكرة، عند الوضع الحدي الأول الموافق لسرعة دوران محور المنظم n_1 ، ونصف قطر دوران مركز الكرة r_1 ، حيث ينتج من علاقة العزم حول النقطة A ؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة، الموضح في الجزء a من (الشكل-5-27)، والذي يبين قوة العطالة النابذة F_1^c ، ووزن الكرة W المؤثرة في مركز كرة المنظم، وقوة صلابة النابض F_{k_1} التي يخضع لها كل من الدحروجين، والتي تساوي لنصف قيمة القوة المؤثرة في الجلبة أن:

$$T_A^{in} + T_A^e = 0 \Rightarrow F_1^c \cdot b = \frac{1}{2} F_{k_1} \cdot a \Rightarrow F_{k_1} = \frac{2b}{a} F_1^c$$

حيث F_1^c تمثل قوة العطالة النابذة الموافقة لـ $[n_1 \text{ و } r_1]$ ، وعلاقتها:

$$F_1^c = M \cdot \omega_1^2 \cdot r_1$$

حيث:

M تمثل كتلة الكرة، وتساوي إلى:

$$M = W/g = 25/9.81 = 2.55 \text{ kg}$$

ω_1 تمثل السرعة الزاوية لدوران الكرة، الموافق لسرعة دوران محور المنظم n_1 ، وتساوي إلى:

$$\omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = \frac{2\pi \times 300}{60} = 10\pi = 31.4 \text{ rad/sec}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة العطالة النابذة F_1^c ؛ نحصل على أن:

$$F_1^c = \frac{25}{9.81} \times \left(\frac{2\pi \times 300}{60}\right)^2 \times \frac{100}{1000} = 251.26 \text{ N}$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة صلابة النابض F_{k_1} ؛ نحصل على أن:

$$F_{k_1} = 1005 \text{ N}$$

كما تُحسب قوة صلابة النابض F_{k_2} - بالطريقة نفسها - بتطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الوصلة المرفقية القائمة حاملة الكرة، عند الوضع الموافق لسرعة دوران محور المنظم n_2 ، ونصف قطر دوران مركز الكرة r_2 ، حيث ينتج من علاقة العزم حول النقطة A ؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة، الموضح في الجزء b من (الشكل-5-27)، والذي يبين قوة العطالة النابذة F_2^c ، ووزن الكرة W المؤثرة في مركز كرة المنظم، وقوة صلابة النابض F_{k_2} التي يخضع لها كل من الدحروجين، والتي تساوي لنصف قيمة القوة المؤثرة في الجلبة أن:

$$T_A^{in} + T_A^e = 0 \Rightarrow F_2^c \cdot b \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} F_{k_2} \cdot a \cdot \cos \alpha - W \cdot b \cdot \sin \alpha$$

يكون α صغيرة بحيث $(\sin \alpha \approx 0)$ ، وهذا يؤدي إلى إهمال تأثير وزن الكرات، وتؤول علاقة العزم عندئذ إلى:

$$F_2^c \cdot b = \frac{1}{2} F_{k_2} \cdot a$$

مقارنة بعلاقة العزم الموافقة للوضع الحدي الأول، يُلاحظ أن علاقة العزم هي نفسها لجميع أوضاع الوصلة المرفقية القائمة، ومنه:

$$F_{k_2} = \frac{2b}{a} F_2^c$$

حيث F_2^c تمثل قوة العطالة النابذة المؤثرة في مركز الكرة، والموافقة لـ $[n_2 \text{ و } r_2]$ ، وعلاقتها:

$$F_2^c = M \cdot \omega_2^2 \cdot r_2$$

حيث r_2 يمثل نصف قطر دوران الكرة الموافق لسرعة دوران n_2 ، ويساوي إلى:

$$r_2 = r_1 + \Delta r_{21}$$

حيث Δr_2 تمثل مقدار إزاحة مركز الكرة، ويحسب من مخطط حركة دوران الوصلة المرفقية القائمة زاوية α حول النقطة A ، كما هو موضح في الجزء b من (الشكل-5-27)، بحيث:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta r_{21}}{b} = \frac{\Delta y_{21}}{a} \Rightarrow \Delta r_{21} = \frac{b}{a} \cdot \Delta y_{21} = \frac{120}{60} \times 6 = 12 \text{ mm}$$

منه يكون نصف قطر دوران الكرة:

$$r_2 = 100 + 12 = 112 \text{ mm}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة العطالة النابذة F_2^c ؛ نحصل على أن:

$$F_2^c = \frac{25}{9.81} \times \left(\frac{2\pi \times 309}{60} \right)^2 \times \frac{112}{1000} = 298.55 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة صلابة النابض F_{k_2} ؛ نحصل على أن:

$$F_{k_2} = 1194.22 \text{ N}$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عامل صلابة النابض (3)؛ نحصل على أن:

$$k = 31.54 \text{ N/mm} = 31.54 \text{ kN/m}$$

تجدر الإشارة إلى أن إهمال تأثير وزن كل من الكرتين لا يؤثر في أسس التحليل السابق؛ نظراً لأن تأثيره في علاقة العزم ضئيل جداً؛ مقارنة بقوة العطالة النابذة؛ بسبب كون زاوية ميل الأذرع صغيرة في معظم التطبيقات العملية، ويُلاحظ أنها في هذه المسألة:

$$\sin \alpha = 0.1 \Rightarrow \alpha \cong 6^\circ$$

مما يسمح اعتبار علاقة العزم هي نفسها لجميع أوضاع الوصلة المرفقية القائمة حاملة الكرة.

2-يشير الدليل السفلي الحرف f لكل رمز أينما ورد في هذه المسألة على عدّ قوة الاحتكاك المؤثرة عند الجلبة، ويُعين مجال سرعات عمل المنظم، الذي تبقى خلاله الجلبة ثابتة عند الوضع الجديد، وقدره ($v_2 = 6 \text{ mm}$) فوق الوضع السابق، بتعيين سرعة المنظم $(\omega_2)_f$ من علاقة قوة العطلة النابذة عند هذا الوضع، مع عدّ الاحتكاك الذي يمنع حركة الجلبة إلى أعلى، والكرات إلى الخارج عند ازدياد سرعة الدوران، وبالعكس عند نقصانها، وأن اتجاه قوة الاحتكاك F_f المؤثرة عند الجلبة إلى الأسفل عند حركة الجلبة إلى الأعلى، والعكس بالعكس، منه:

$$(F_2^c)_f = M \cdot (\omega_2^2)_f \cdot r_2 \Rightarrow (\omega_2^2)_f = \frac{1}{M \cdot r_2} (F_2^c)_f$$

وتحسب قوة العطالة النابذة $(F_2^c)_f$ - من ناحية أخرى - من تطبيق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الوصلة المرفقية القائمة حاملة الكرة عند الوضع المذكور، حيث ينتج من علاقة العزم حول النقطة A؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة، الموضح في الجزء c من (الشكل-5-27)، والذي يبين قوة العطالة النابذة F_2^c ، ووزن الكرة W المؤثرة في مركز كرة المنظم، وقوة كل من قوة صلابة النابض F_{k_2} ، وقوة الاحتكاك F_f التي يخضع لها كل من الدحروجين، والتي تساوي لنصف قيمة القوة المؤثرة في الجلبة، أن:

$$T_A^{in} + T_A^e = 0 \Rightarrow (F_2^c)_f \cdot b = \frac{1}{2} (F_{k_2} \pm F_f) a \Rightarrow (F_2^c)_f = \frac{a}{2b} (F_{k_2} \pm F_f)$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على:

$$(F_2^c)_f = \frac{60}{2 \times 120} (1194.22 \pm 28) = 298.55 \pm 7 \text{ N}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة السرعة الزاوية؛ نحصل على:

$$(\omega_2^2)_f = \frac{1}{(25/9.81) \times 0.112} (298.55 \pm 7) = 1046 \pm 24.5$$

ومنه حدود مجال سرعة الدوران عند نصف قطر دوران الكرة r_2 ؛ هي من:

$$(\omega_2^2)'_f = 1046 - 24.5 = 1021.5 \text{ rad}^2 / \text{sec}^2$$

$$(\omega_2)'_f = 31.96 \text{ rad/sec} \Rightarrow (n_2)'_f = 305.36 \text{ r.p.m}$$

إلى:

$$(\omega_2^2)''_f = 1046 + 24.5 = 1070.5 \text{ rad}^2 / \text{sec}^2$$

$$(\omega_2)''_f = 32.72 \text{ rad/sec} \Rightarrow (n_2)''_f = 312.59 \text{ r.p.m}$$

من ثم تكون حدود مجال سرعة الدوران عند نصف قطر دوران الكرة r_2 ، هي:

$$(n_2)'_f = 305 \text{ r.p.m} \Rightarrow (n_2)''_f = 313 \text{ r.p.m}$$

3- يعبين معامل عدم الحساسية عند نصف قطر دوران الكرة r_2 ، من العلاقة:

$$\mu_n = \frac{\omega' - \omega''}{\omega_{av.}} = \frac{2(\omega' - \omega'')}{\omega' + \omega''} = \frac{2(32.72 - 31.96)}{32.72 + 31.96} = 0.023$$

4- يمثل جهد المنظم Q ، كما أشرنا إليه سابقاً في الفقرة 3-11-2 من الفصل الثاني، بالقوة الوسطية التي يؤثر بها المنظم في الجلبة عند تغير مفاجئ في سرعة الدوران. من الواضح أن الجهد يساوي الصفر عند سرعة اتزان ثابتة، لكن عند حدوث تغير مفاجئ في هذه السرعة، تظهر قوة أنية Q_m تؤثر في وسيلة التحكم المستعملة لتنظيم سرعة الآلة، واستناداً إلى مبدأ الفعل ورد الفعل، هذه القوة الأنية تساوي، وتعاكس القوة الأنية Q_m التي يؤثر بها المنظم في الجلبة عند تغير مفاجئ في سرعة الدوران؛ تتناقص هذه القوة الأنية تدريجياً بانتظام حتى تصبح معدومة عند وصول الجلبة إلى وضع الاتزان الجديد، وعليه؛ فإن جهد المنظم يعطى بالقيمة الوسطية للقوة الأنية:

$$Q = Q_m / 2$$

من ثم يمكن تعيين قيمة القوة الأنية Q_m بسهولة، حيث تساوي القوة لازم التأثير بها عند الجلبة؛ لمنعها من الحركة نتيجة ازدياد السرعة المفاجئ، الذي حدد في المسألة بمقدار $3\% n_1$ من سرعة الاتزان الابتدائية ($n_1 = 300$ r.p.m)، وتصبح مخططات الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة عندئذ، كما هي مبينة في (الشكل-5-28)، حيث ينتج من علاقات العزم حول النقطة A للأوضاع الثلاثة أن:

$$(1/2) Q_m \cdot a = (F_1^c - F_1^c) b \Rightarrow Q_m = \frac{2b}{a} (F_1^c - F_1^c)$$

حيث F_1^c تمثل قوة العطالة النابذة المؤثرة في مركز الكرة لحظة زيادة سرعة الدوران، وتساوي إلى:

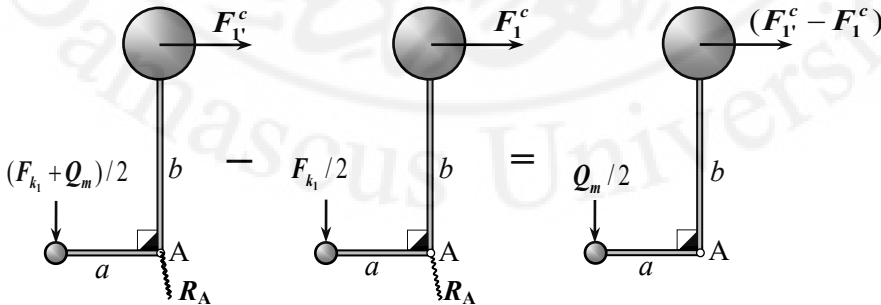
$$F_1^c = M \cdot \omega_2^2 \cdot r_1 = 266.56 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القوة الأنية؛ نحصل على أن:

$$Q_m = 61.22 \text{ N}$$

ومنه جهد المنظم:

$$Q = Q_m / 2 = 30.6 \text{ N}$$



تحت تأثير القوة Q_m قبل زيادة سرعة الدوران لحظة زيادة سرعة الدوران (الشكل-5-28)، مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة حاملة الكرة.

أما قدرة المنظم E ، فهي العمل الناتج من المنظم خلال انزلاق الجلبة الموافق لزيادة سرعة الدوران؛ أي إن:

$$E = Q \cdot \Delta y_{12}$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$E = Q \cdot \Delta y_{21} = 183.6 \text{ N.mm}$$

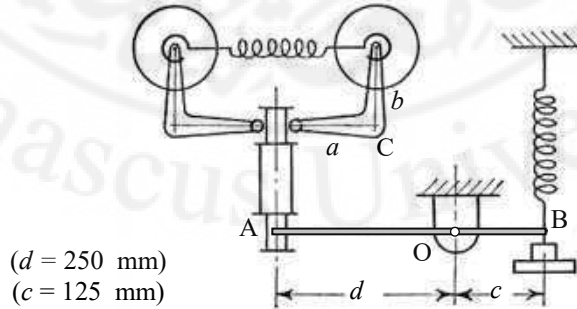
مسألة-5-7

يبين (الشكل-5-29) تخطيطاً لتركيبية منظم ويلسون - هارتنل (*Wilson-Hartnell*)، مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، كما أشرنا إليها سابقاً في الفقرة 2-11-1 من الفصل الثاني، ويتصف بأن: مجال سرعات عمله هو $(n_1 = 240 \text{ r.p.m})$ و $(n_2 = 252 \text{ r.p.m})$ ، عند نصفي القطرين الحديين، وهما $(r_1 = 125 \text{ mm})$ و $(r_2 = 272 \text{ mm})$ ، والوصلة المرفقية الحاملة للكرة قائمة الزاوية ذات ضلعين متساويين، بحيث $(a = b)$ ، وأن:

كتلة كل كرة هي $(M = 2.3 \text{ kg})$ ، وعامل الصلابة المكافئ لل نابضين الرئيسيين هو $(k_p = 800 \text{ N/m})$. المطلوب بعد إهمال تأثير كل من وزن كل من الكرتين، وقوى الاحتكاك، وميل الأنزع،

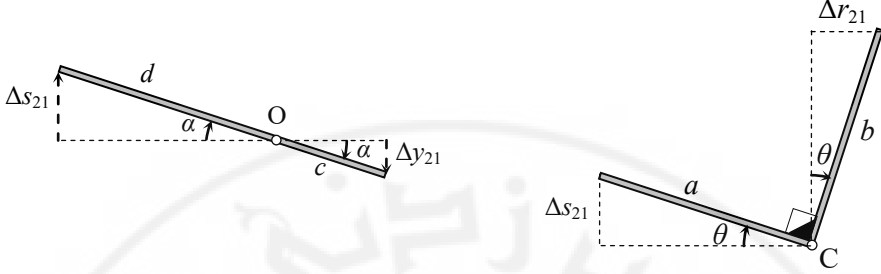
تعيين الآتي:

1. معامل الحساسية μs للمنظم.
2. عامل الصلابة k_F للنابض المساعد.
3. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، عند نصف قطر دوران $(r_3 = 150 \text{ mm})$ ، وازدياد في سرعة الدوران قدره $(\Delta n_{43} = 1\% n_3)$ من سرعة الدوران عند هذا الوضع.
4. إذا فرض عدم وجود النابض المساعد، فما هو عامل الصلابة k'_p ، والطول الحر l' ، لنابض بديل عن النابضين الرئيسيين.



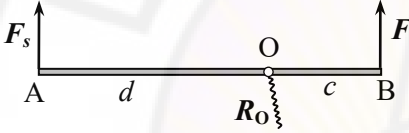
(الشكل-5-29)، رسم تخطيطي لتركيبية منظم ويلسون - هارتنل (*Wilson - Hartnell*).

الحل:

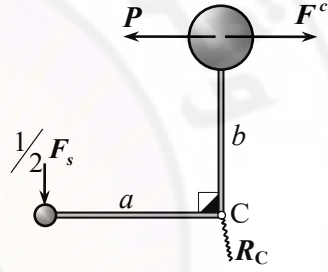


b- مخطط دوران الوصلة الأفقية.

a- مخطط دوران الوصلة القائمة.



c- مخطط الجسم الحر للوصلة الأفقية.



d- خطط الجسم الحر للوصلة القائمة.

(الشكل-5-30)، مخططات التحليل الحركي والديناميكي لوصلات تركيبة منظم ويلسون - هارنتل.

1. يعرف معامل الحساسية μ_s ، كما أشرنا إليه سابقاً في الفقرة 2-11-3 من الفصل الثاني، بأنه يمثل النسبة بين سرعة الاتزان الوسطية ω_{av} ، وفرق سرعة الاتزان العظمى ($\omega_{\max} = \omega_2$) الموافقة لحالة الحمل الكامل على المحرك، وسرعة الاتزان الصغرى ($\omega_{\min} = \omega_1$) الموافقة لحالة اللاحمل على المحرك؛ أي:

$$\mu_s = \frac{\omega_{av.}}{\omega_{\max.} - \omega_{\min.}} = \frac{n_{av.}}{n_{\max.} - n_{\min.}}$$

حيث سرعة الدوران الوسطية $n_{av.}$ ، تساوي إلى:

$$n_{av.} = \frac{n_{\max.} + n_{\min.}}{2} = \frac{252 + 240}{2} = 246 \text{ r.p.m}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة معامل الحساسية μ_s ؛ نحصل على أن:

$$\mu_s = \frac{246}{252 - 240} = 20.5$$

2. يـعـيـن عـامـل الصـلـابـة k_F للـنـابـض المـسـاعـد، مـن العـلاقـة الفـيزيائية لقوة صلابة نابض عند وضع عام:

$$F = k_F (\Delta l_m^F + y)$$

بالتعويض في الوضعين $[r_1, n_1]$ و $[r_2, n_2]$ على التوالي، والطرح بينهما، تنتج علاقة تغير قوة صلابة النابض المساعد:

$$\Delta F_{21} = k_F \cdot \Delta y_{21}$$

منه علاقة عامل صلابة النابض المساعد:

$$k_F = \frac{\Delta F_{21}}{\Delta y_{21}} \quad (1)$$

حيث Δy_{21} تمثل استطالة النابض المساعد، الذي يساوي انتقال الطرف الأيمن B من الوصلة الأفقية AB .

يحسب Δy_{21} انتقال الطرف الأيمن B من الوصلة الأفقية AB . من مخطط حركة دورانها حول المسند الثابت O ، المبين في الجزء a من (الشكل-5-30)، منه:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta y_{21}}{c} = \frac{\Delta s_{21}}{d} \Rightarrow \Delta y_{21} = \frac{c}{d} \Delta s_{21} \quad (2)$$

حيث Δs_{21} تمثل انتقال الطرف الأيسر A من الوصلة الأفقية AB الذي يساوي إزاحة الجلبة. وتحسب Δs_{21} إزاحة الجلبة من مخطط حركة دوران الوصلة القائمة حول النقطة C ، المبين في الجزء b من (الشكل-5-30)، منه:

$$\sin \theta = \frac{\Delta s_{21}}{a} = \frac{\Delta r_{21}}{b} \Rightarrow \Delta s_{21} = \frac{a}{b} \Delta r_{21} \quad (3)$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على إزاحة الجلبة:

$$\Delta s_{21} = (r_2 - r_1) = 175 - 125 = 50 \text{ mm}$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة انضغاط النابض المساعد (2)؛ نحصل على أن:

$$\Delta y_{21} = \frac{125}{250} 50 = 25 \text{ mm}$$

ويحسب ΔF_{21} تغير قوة صلابة النابض المساعد؛ من تطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الوصلة الأفقية ذات الكتلة المهملة عند وضع عام، حيث ينتج من علاقة العزم حول المسند الثابت O ؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة الأفقية، المبين في الجزء c من (الشكل-5-30)، والذي يبين القوة الناتجة عن صلابة النابض المساعد F ، والقوة المؤثرة في الجلبة F_s أن:

$$T_O^{\text{in}} + T_O^e = 0 \Rightarrow T_O^e = 0 \Rightarrow F \cdot c = F_s \cdot d \Rightarrow F = \frac{d}{c} F_s$$

بالتعويض في الوضعين $[r_1, n_1]$ و $[r_2, n_2]$ على التوالي، والطرح بينهما، تنتج علاقة تغير قوة صلابة النابض المساعد:

$$\Delta F_{21} = \frac{d}{c} \Delta F_{s_{21}} \quad (4)$$

ويحسب ΔF_{s21} تغير القوة المؤثرة في الجلبة؛ من تطبيق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة عند وضع عام، حيث ينتج من علاقة العزم حول النقطة C؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة، المبين في الجزء d من (الشكل-5-30)، والذي يبين قوة العطالة النابذة F^c ، وقوة صلابة النابض الرئيس P المؤثرة في مركز كرة المنظم، والقوة التي يخضع لها كل من الدحرجين، والتي تساوي لنصف قيمة القوة المؤثرة في الجلبة F_s أن:

$$T_C^{in} + T_C^e = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} F_s \cdot a = F^c \cdot b - P \cdot b \Rightarrow F_s = \frac{2b}{a} (F^c - P)$$

بالتعويض في الوضعين $[r_1, n_1]$ و $[r_2, n_2]$ على التوالي، والطرح بينهما، تنتج علاقة تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s21} = \frac{2b}{a} (\Delta F_{21}^c - \Delta P_{21}) \quad (5)$$

ويحسب ΔP_{21} تغير قوة صلابة النابض الرئيس من تغير العلاقة الفيزيائية لقوة صلابة نابض:

$$\Delta P_{21} = k_p \cdot \Delta l_p = k_p \cdot \Delta x_{21} = k_p (2\Delta r_{21}) \quad (6)$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على تغير قوة صلابة النابض الرئيس:

$$\Delta P_{21} = 2 \times 800 (0.175 - 0.125) = 80 \text{ N}$$

ويحسب ΔF_{21}^c تغير قوة العطالة النابذة من تغير القوة النابذة المؤثرة في مركز الكرة:

$$\Delta F_{21}^c = F_2^c - F_1^c \quad (7)$$

حيث:

$$F_2^c = M \cdot \omega_2^2 \cdot r_2 = 2.3 \left(\frac{2\pi \times 252}{60} \right)^2 \times 0.175 = 280.3 \text{ N}$$

$$F_1^c = M \cdot \omega_1^2 \cdot r_1 = 2.3 \left(\frac{2\pi \times 240}{60} \right)^2 \times 0.125 = 181.6 \text{ N}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في العلاقة (7)؛ نحصل على تغير قوة العطالة النابذة:

$$\Delta F_{21}^c = 98.7 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في العلاقة (5)؛ نحصل على تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s21} = 37.4 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في العلاقة (4)؛ نحصل على تغير قوة صلابة النابض المساعد:

$$\Delta F_{21} = 74.8 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في العلاقة (1)؛ نحصل على عامل صلابة النابض المساعد:

$$k_F \approx 3 \text{ N/mm} = 3000 \text{ N/m}$$

3. لحساب جهد المنظم Q عند ازدياد في السرعة بنسبة n_3 1% من سرعة الاتزان عند الوضع الموافق لنصف قطر دوران ($r_3 = 150$ mm) يقع بين الوضعين الحديين، يتطلب تحديد سرعة الاتزان ω_3 عند الوضع الموافق لـ r_3 ، وذلك من علاقة قوة العطالة النابذة عند هذا الوضع:

$$F_3^c = M \cdot \omega_3^2 \cdot r_3 \Rightarrow \omega_3 = \left(\frac{F_3^c}{M \cdot r_3} \right)^{1/2}$$

تحتسب F_3^c من علاقة تغييرها مع قوة العطالة النابذة للوضع الحدي الأول المعلوم:

$$\Delta F_{31}^c = F_3^c - F_1^c \Rightarrow F_3^c = \Delta F_{31}^c + F_1^c$$

ويحسب ΔF_{31}^c تغير قوة العطالة النابذة بين وضعين من العلاقة (5):

$$\Delta F_{31}^c = \frac{a}{2b} \Delta F_{s_{31}} + \Delta P_{31}$$

ويحسب ΔP_{31} تغير قوة صلابة النابض الرئيس من العلاقة (6):

$$\Delta P_{31} = k_p \cdot \Delta x_{31} = k_p (2\Delta r_{31})$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$\Delta P_{31} = 2 \times 800 (0.150 - 0.125) = 40 \text{ N}$$

ويحسب $\Delta F_{s_{31}}$ تغير القوة المؤثرة في الجلبة من العلاقة (4):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d} \Delta F_{31}$$

ويحسب ΔF_{31} تغير قوة صلابة النابض المساعد، من العلاقة (1):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d} k_F \cdot \Delta y_{31}$$

وتحسب Δy_{31} استطالة النابض المساعد من العلاقة (2):

$$\Delta F_{s_{31}} = \frac{c}{d} k_F \cdot \frac{c}{d} \Delta s_{31}$$

ويحسب Δs_{31} انتقال الجلبة من العلاقة (3):

$$\Delta F_{s_{31}} = \left(\frac{c}{d} \right)^2 k_F \cdot \frac{a}{b} (r_3 - r_1)$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على تغير القوة المؤثرة في الجلبة:

$$\Delta F_{s_{31}} = \left(\frac{125}{250} \right)^2 \times 3000 \times (0.150 - 0.125) = 18.75 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة ΔF_{31}^c تغير القوة النابذة بين الوضعين؛ نحصل على أن:

$$\Delta F_{31}^c = \frac{18.75}{2} + 40 = 49.375 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة F_3^c قوة العطالة النابذة عند الوضع الموافق لنصف قطر دوران r_3 ؛ نحصل على أن:

$$F_3^c = \Delta F_{31}^c + F_1^c = 49.375 + 181.6 \cong 231 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة ω_3 ؛ نحصل على سرعة الاتزان عند الوضع الموافق لـ r_3 :

$$\omega_3 = \left(\frac{F_3^c}{M \cdot r_3} \right)^{1/2} = \left(\frac{231}{2.3 \times 0.150} \right)^{1/2} = 25.87 \text{ rad/sec}$$

منه؛ نحصل على عدد الدورات عند الوضع الموافق لـ r_3 :

$$n_3 = 60\omega_3 / 2\pi \approx 247 \text{ r.p.m}$$

ويعين جهد المنظم، بالعلاقة:

$$Q = Q_m / 2$$

وتحسب القوة الآتية Q_m ، من تطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الوصلة المرفقية القائمة لحظة زيادة سرعة الدوران من الوضع المحدد بنصف قطر r_3 . تصبح مخططات الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة عندئذ، كما هو مبين في (الشكل-5-31)، حيث ينتج من علاقات العزم حول النقطة C للأوضاع الثلاث، أن:

$$(Q_m / 2) a = (F_3^c - F_3^c) b$$

منه علاقة القوة الآتية:

$$Q_m = \frac{2b}{a} (F_3^c - F_3^c) = \frac{2b}{a} [M(\omega_4)^2 \cdot r_3 - M(\omega_3)^2 \cdot r_3]$$

حيث ω_4 تمثل السرعة الزاوية الأخيرة، وتساوي إلى:

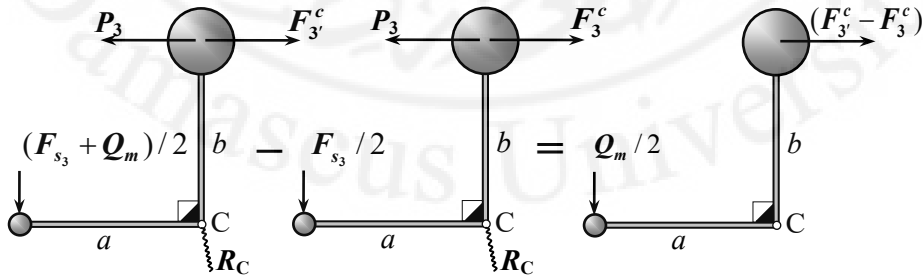
$$n_4 = n_3 + 0.01n_3 = 1.01n_3 = 249.5 \text{ r.p.m} \Rightarrow \omega_4 = 2\pi \cdot n_4 / 60 = 26.13 \text{ rad/sec}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القوة الآتية؛ نحصل على أن:

$$Q_m = 2 \times 2.3 \times 0.15 [(26.12)^2 - (25.87)^2] \approx 9.3 \text{ N}$$

وبما أن جهد المنظم Q ، يمثل القوة الوسطية للقوة الآتية Q_m التي يؤثر بها المنظم في الجلبة لحظة زيادة سرعة الدوران، فإن:

$$Q = 4.65 \text{ N}$$



لحظة زيادة السرعة.

قبل زيادة السرعة.

تحت تأثير القوة Q_m .

(الشكل-5-31)، مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة.

تحتسب قدرة المنظم E لحظة زيادة سرعة الدوران من العلاقة:

$$E = Q \cdot \Delta s_{34}$$

ويحتسب Δs_{34} انتقال الجلبة الموافق لزيادة سرعة الدوران Δn_{43} من العلاقة (3):

$$\Delta s_{34} = \frac{a}{b} \Delta r_{34} = \frac{a}{b} (r_4 - r_3)$$

ويحتسب r_4 نصف قطر الدوران الموافق لسرعة دوران الأخيرة ($n_4 = 249.5$ r.p.m) من العلاقة (1):

$$\Delta F_{43}^c = \frac{a}{2b} \Delta F_{s_{43}} + \Delta P_{43}$$

أي:

$$F_4^c - F_3^c = \frac{a}{2b} (F_{s_4} - F_{s_3}) + (P_4 - P_3)$$

باستعمال العلاقات (4),(1),(2),(3),(6)، يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بدلالة مجهول واحد r_4

نصف قطر الدوران الموافق لسرعة دوران ($n_4 = 249.5$ r.p.m):

$$m \cdot \omega_4^2 \cdot r_4 - F_3^c = \frac{1}{8} k_F (r_4 - r_3) + 2k_P (r_4 - r_3)$$

بالتعويض بالقيم العددية:

$$2.3(26.13)^2 r_4 - 230.95 = 0.125 \times 3000 (r_4 - 0.15) + 2 \times 800 (r_4 - 0.15)$$

منه نصف قطر الدوران:

$$404.4 r_4 = 65.3 \Rightarrow r_4 = 0.16147 \text{ m} = 161.47 \text{ mm}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة Δs_{34} انتقال الجلبة؛ نحصل على أن:

$$\Delta s_{34} = 161.47 - 150 = 11.47 \text{ mm}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة E قدرة المنظم؛ نحصل على أن:

$$E = 4.65 \times 11.47 = 53.33 \text{ N.mm}$$

4. يشير الدليل العلوي إشارة الفتحة ' لكل رمز أينما ورد في هذه المسألة

على مواصفات النابض البديل، ويمكن إيجاد عامل الصلابة k_p' ، والطول الحر l' للنابض البديل عن النابضين الرئيسيين في حالة عدم وجود النابض المساعد ($k_F = 0$)، من تطبيق العلاقة الفيزيائية لقوة صلابة نابض على النابض البديل.

$$P' = k_p' (\Delta l_{in}^{P'} + x')$$

وتحسب P' قوة صلابة النابض البديل - من ناحية أخرى - من تطبيق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة عند وضع عام؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة المبين في (الشكل-5-32)، حيث ينتج من علاقة العزوم حول النقطة C أن:

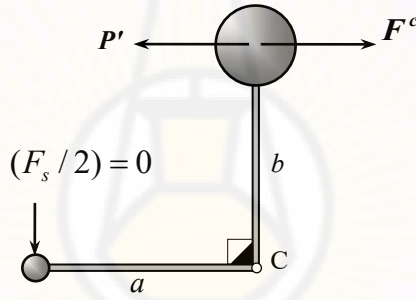
$$T_C^{in} + T_C^e = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} F_s \cdot a = (F^c - P') \cdot b$$

حيث F_s القوة المؤثرة في الجلبة، تكون معدومة استناداً إلى العلاقة (4)، ومن ثم إلى العلاقة (1):

$$F_s = \frac{c}{d} \cdot F = \frac{c}{d} k_F (\Delta l_{in}^F + y) = 0$$

ومنه؛ بالتعويض في علاقة العزوم حول النقطة C؛ نحصل على:

$$P' = F^c$$



مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة مع النابض الرئيس البديل.

(الشكل-5-32)

بالنسبة للوضع الموافق لـ $[n_1, r_1]$ ، يكون:

$$P'_1 = F_1^c \Rightarrow k'_p (2r_1 - l') = 181.6 \text{ N}$$

وبالنسبة للوضع الموافق لـ $[n_2, r_2]$ ، يكون:

$$P'_2 = F_2^c \Rightarrow k'_p (2r_2 - l') = 280.3 \text{ N}$$

علاقتان بمجهولين هما k'_p, l' بحلّهما؛ نحصل على أن:

$$k'_p = 987 \text{ N/m} \quad , \quad l' = 66 \text{ mm}$$

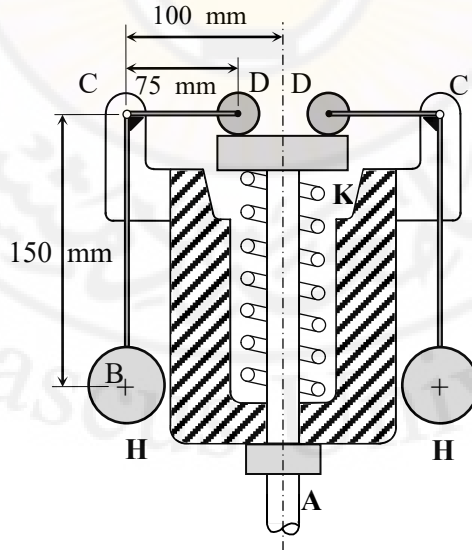
مسألة-5-8

يبين (الشكل-5-33) تخطيطاً لتركيبية منظم مشترك التحميل، محوره A مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، كما أشرنا إليها سابقاً في الفقرة 1-11-2 من الفصل الثاني، حيث تتصل كل من كرتيه H بوصلة مرفقية قائمة الزاوية BCD تتمفصل مع الجلبة S عند C ، ومجهزة بدحروجين في D يضغطان على السطح العلوي للمحور A ؛ وهذا يؤدي إلى رفع الجلبة إلى الأعلى، وانضغاط النابض K المحصور بين الجلبة والمحور A ، ويتصف بأن:

كتلة كل من الكرتين هي ($m = 2.7 \text{ kg}$)، وكتلة الجلبة هي ($m_s = 13.5 \text{ kg}$)، وقوة الاحتكاك عند الجلبة هي ($F_f = 22 \text{ N}$)، وقوة انضغاط النابض عندما تكون الجلبة في أخفض وضع لها هي ($P_1 = 475 \text{ N}$)، عند نصف قطر دوران الكرتين قدره ($r_1 = 100 \text{ mm}$).

المطلوب بإهمال كتلة الوصلتين المرفقتين القائمتين، والدحروجين المتصلين بهما، وبالأخذ بالحسبان تأثير كل من وزن الكرتين، وميل الأذرع، إيجاد الآتي:

1. سرعة الدوران n_1 الحدية الأولى التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى من أخفض وضع لها.
2. عامل الصلابة k للنابض المستعمل، إذا كانت زيادة في السرعة قدرها ($\Delta n_{21} = 10 \% n_1$) من سرعة الدوران الحدية الأولى، تؤدي إلى ارتفاع الجلبة بمقدار ($y_2 = 6 \text{ mm}$).
3. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، عند ازدياد مفاجئ في سرعة الدوران بين الوضعين المذكورين أعلاه.



رسم تخطيطي لتركيبية منظم مشترك التحميل.

(الشكل-5-33)

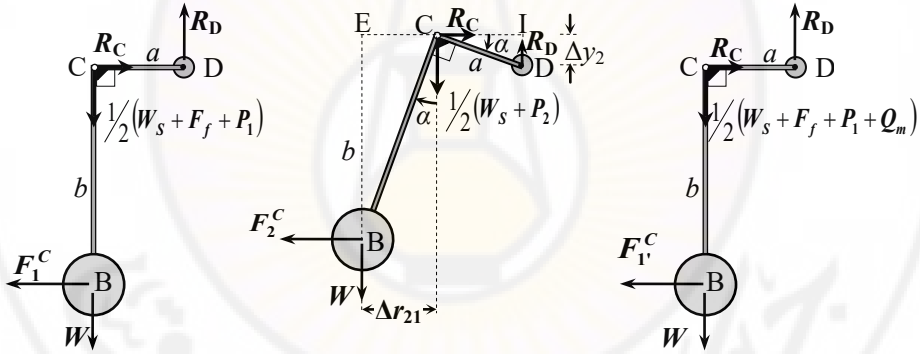
الحل:

1. تحسب السرعة الزاوية ω_1 ، ومنها سرعة الدوران الحدية الأولى المطلوبة n_1 في الموضع الموافق لـ $[n_1, r_1]$ ، من علاقة قوة العطالة النابذة F_1^c المؤثرة في مركز الكرة:

$$F_1^c = m \cdot \omega_1^2 \cdot r_1 \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{F_1^c}{m \cdot r_1} = \frac{F_1^c}{2.7 \times 0.1} = \frac{F_1^c}{0.27}$$

وتحسب قوة العطالة النابذة F_1^c - من ناحية أخرى - من تطبيق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة حاملة الكرة لحظة بدء حركة الجلبة نحو الأعلى، حيث ينتج من علاقة العزم حول مركز الدحرج D ؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة، المبين في الجزء a من (الشكل-5-34) أن:

$$T_D^{in} + T_D^e = 0 \Rightarrow F_1^c \cdot b = [W + \frac{1}{2}(W_s + F_f + P_1)] \cdot a$$



c- لحظة زيادة السرعة. b- في الموضع الموافق لـ $[n_2, r_2]$. a- في الموضع الموافق لـ $[n_1, r_1]$. (الشكل-5-34)، مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة.

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على قيمة قوة العطالة النابذة:

$$F_1^c = \frac{75}{150} [2.7 \times 9.81 + \frac{1}{2} (13.5 \times 9.81 + 22 + 475)] = 170.6 \text{ N}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة السرعة الزاوية؛ نحصل على أن:

$$\omega_1^2 = \frac{170.6}{0.27} = 631.85 \text{ rad}^2 / \text{sec}^2 \Rightarrow \omega_1 = 25.14 \text{ rad/sec}$$

ومنه؛ نحصل على سرعة الدوران التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى:

$$n_1 = \omega_1 \times 60 / 2\pi = 25.14 \times 60 / 2\pi = 240 \text{ r.p.m}$$

2. يحسب عامل الصلابة k لل نابض، من العلاقة الفيزيائية لقوة صلابة نابض عند وضع عام:

$$P = k(\Delta l_{in} + y)$$

منه، بالتعويض في الوضعين $[r_1, n_1]$ و $[r_2, n_2]$ على التوالي، والطرح بينهما، تنتج علاقة تغير قوة صلابة النابض:

$$P_2 - P_1 = k(y_2 - y_1)$$

منه علاقة عامل صلابة النابض:

$$k = \frac{P_2 - P_1}{\Delta y_{21}}$$

حيث لدينا:

$$P_1 = 475 \text{ N} , \quad \Delta y_{21} = y_2 - y_1 = 6 - 0 = 6 \text{ mm}$$

وتحسب P_2 قوة صلابة النابض عند الوضع الموافق لـ $[n_2, r_2]$ ، من تطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة حاملة الكرة عند هذا الوضع، حيث ينتج من علاقة العزم حول المركز اللحظي I ؛ وفق مخطط الجسم الحر للوصلة القائمة، المبين في الجزء b من (الشكل-5-34)، أن:

$$T_1^{in} + T_1^e = 0 \Rightarrow F_2^c \cdot BE = W \cdot IE + \frac{1}{2}(W_s + P_2) \cdot IC$$

ونعلم أنه عند هذا الوضع الموافق لـ $[n_2, r_2]$ ، تكون قوة العطالة النابذة:

$$F_2^c = m \cdot \omega_2^2 \cdot r_2$$

والسرعة الزاوية لدوران المنظم:

$$n_2 = n_1 + 0.1n_1 = 1.1n_1 = 264 \text{ r.p.m} \Rightarrow \omega_2 = 1.1\omega_1 = 27.64 \text{ rad/sec}$$

ونصف قطر دوران الكرة:

$$r_2 = r_1 + EC = r_1 + \Delta r_{21}$$

حيث Δr_{21} تمثل إزاحة مركز الكرة، وتحسب من مخطط حركة دوران الوصلة المرفقية القائمة حول النقطة C ، المبين في الجزء b من (الشكل-5-34)، بحيث:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta r_{21}}{b} = \frac{\Delta y_{21}}{a} \Rightarrow \Delta r_{21} = \frac{b}{a} \Delta y_{21} = \frac{150}{75} \times 6 = 12 \text{ mm}$$

منه، بالتعويض في علاقة نصف قطر دوران الكرة؛ نحصل على أن:

$$r_2 = 100 + 12 = 112 \text{ mm}$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة F_2^c قوة العطالة النابذة؛ نحصل على أن:

$$F_2^c = 2.7(27.64)^2 \times 0.112 = 231 \text{ N}$$

وتحسب الأطوال، من المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-5-34):

$$BE = (\overline{CB}^2 - \overline{EC}^2)^{1/2} = [(150)^2 - (12)^2]^{1/2} = 149.52 \text{ mm}$$

$$IC = (\overline{CD}^2 - \overline{ID}^2)^{1/2} = [(75)^2 - (6)^2]^{1/2} = 74.76 \text{ mm}$$

$$IE = EC + IC = 12 + 74.76 = 86.76 \text{ mm}$$

منه؛ بالتعويض في علاقة العزم؛ نحصل على قوة صلابة النابض عند الوضع الموافق لـ $[n_2, r_2]$:

$$231 \times 149.52 = 2.7 \times 9.81 \times 86.76 + \frac{1}{2} (13.5 \times 9.81 + P_2) \times 74.76 \Rightarrow P_2 = 730 \text{ N}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عامل صلابة النابض؛ نحصل على:

$$k = (730 - 475) / 6 = 42.5 \text{ N/mm} = 42.5 \text{ kN/m}$$

3. يحدد جهد المنظم Q ، من العلاقة:

$$Q = Q_m / 2$$

وتحسب القوة الآتية Q_m ، من تطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الوصلة القائمة لحظة زيادة السرعة الزاوية إلى ω_2 من الوضع المحدد بنصف قطر r_1 ، حيث ينتج من علاقة العزم حول مركز الدحرج D ، وفق مخطط الجسم الحر للوصلة المرفقية القائمة، المبين في الجزء c من (الشكل-5-28)، أن:

$$F_{1'}^c \cdot b = [W + \frac{1}{2} (W_s + F_f + P_1 + Q_m)] \cdot a \Rightarrow Q_m = \frac{2b}{a} F_{1'}^c - 2W - (W_s + F_f + P_1)$$

حيث قوة العطالة النابذة عندئذ، تحدد بالعلاقة:

$$F_{1'}^c = m \cdot \omega_2^2 \cdot r_1 = 2.7 (27.64)^2 \cdot 0.1 = 206.27 \text{ N}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القوة الآتية؛ نحصل على أن:

$$Q_m = \frac{2 \times 150}{75} 206.27 - 2 \times 2.7 \times 9.81 - (13.5 \times 9.81 + 22 + 475) = 142.66 \text{ N}$$

كما يمكن الحصول على Q_m من طرح علاقتي العزم لكل من مخططي الجسم الحر للوصلة القائمة المبينين في الجزأين a و c من (الشكل-5-28):

$$Q_m = \frac{2b}{a} (F_{1'}^c - F_1^c) = 142.66 \text{ N}$$

منه جهد المنظم:

$$Q = 142.66 / 2 = 71.33 \text{ N}$$

أما قدرة المنظم E ، فتعطى بالعلاقة:

$$E = Q \cdot \Delta y_{21} = 71.33 \times 6 = 428 \text{ N.mm}$$

يُلاحظ من التحليل السابق لمنظمات تعمل بالطرد المركزي، أن القوة النابذة هي في الواقع قوة العطالة الناتجة من المركبة الناطمية لتسارع مركز الكرة على أساس أن تحليل القوى يتم عند سرعة اتزان معينة. سنبين في المسألة التالية تأثير التسارع الزاوي الذي يؤدي دوراً مهماً في أداء المنظمات المرفقية العطالية.

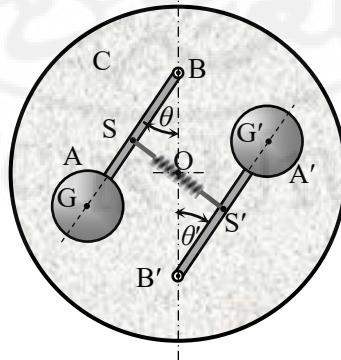
مسألة-5-9

يبين (الشكل-5-35)، تخطيطاً لمقطع عمودي على محور الدوران مار عبر صفيحة C في تركيبة منظم مرفقي مركّب على عمود دوران شاقولي مباشرة، بحيث تدور الصفيحة C حول مركزها المنطبق على محور الدوران O. يتم فصل الذراعان A , A' مع هذه الصفيحة عند B , B' على التوالي، حيث البعد بينهما هو (BB' = 60 mm). تثبت على كل من الذراعين كرة بحيث إن كتلة كل ذراع مع كرتيه هي (M = 225 g)، والنقطتان G , G' تمثلان مركز ثقل على التوالي. يُحمل المنظم بنابض شدّ يصل بين النقطتين S , S' ، وتؤمن وسيلة تحكم - غير مبينة في الشكل - تساوي الزاويتين θ, θ' دوماً.

فإذا كان عامل صلابة النابض هو ($k = 700 \text{ N/m}$)؛ المطلوب بإهمال عزم عطالة الأجزاء المتحركة، وكتلة النابض ما يأتي:

1. تعيين قوة الشد في النابض F_{k_1} ، اللازمة لتكون الزاويتان ($\theta = \theta' = 30^\circ$) عند سرعة دوران مقدارها ($n_1 = 300 \text{ r.p.m}$).
2. إذا كان التسارع الزاوي للمنظم يساوي ($\varepsilon_2 = 50 \text{ rad/sec}^2$)، عند دورانه باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، فما قيمة سرعة الدوران n_2 التي تكون عندها الزاويتان ($\theta = \theta' = 45^\circ$).
علماً أن:

$$(BG = B'G' = 48 \text{ mm}) \quad , \quad (BS = B'S' = 24 \text{ mm})$$

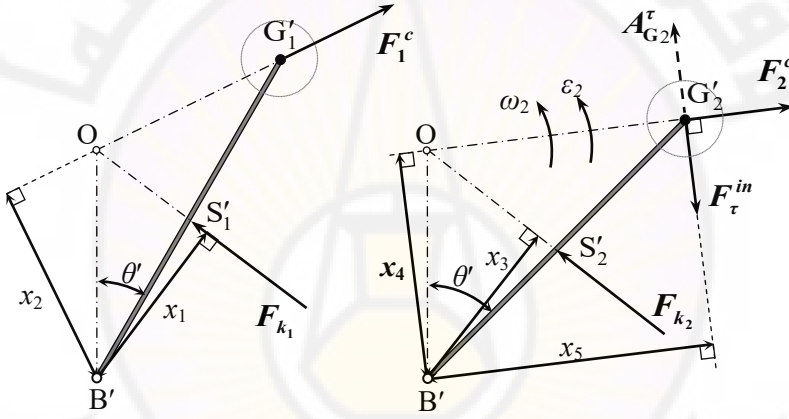


(الشكل-5-35)، رسم تخطيطي لمقطع عمودي على محور الدوران في تركيبة المنظم المرفقي.

الحل:

لقد رُسمت الأطوال البعدية لمخططات الجسم الحر في (الشكل-5-36) لهذه المسألة بمقياس [1 / 1]؛ لتسهيل حساب الأبعاد اللازمة للحل مباشرة بالقياس، دون الحاجة إلى تعيينها باستعمال العلاقات المثلثية.

1. يبين الجزء a من (الشكل-5-36)، مخطط الجسم الحر للذراع B'G' عند الوضع الزاوي له $(\theta' = 30^\circ)$ ، والخاضع لقوة العطالة النابذة F_1^c المؤثرة في مركز ثقل الذراع G'، وقوة شد النابض F_{k_1} المؤثرة في النقطة S'.



a- عند الوضع $(\theta' = 30^\circ)$.
b- عند الوضع $(\theta' = 45^\circ)$.
(الشكل-5-36)، مخطط الجسم الحر للذراع B'G' من تركيب المنظم المرفقي.

تحسب قوة الشد في النابض F_{k_1} عند الوضع $(\theta' = 30^\circ)$ ، من تطبيق علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الذراع B'G' عند الوضع $(\theta' = 30^\circ)$ ، حيث ينتج من علاقة العزم حول المسند الثابت B' وفق مخطط الجسم الحر له، المبين في الجزء a من (الشكل-5-36)، أن:

$$T_{B'}^{in} + T_{B'}^e = 0 \Rightarrow F_1^c \cdot x_2 = F_{k_1} \cdot x_1 \Rightarrow F_{k_1} = \frac{x_2}{x_1} F_1^c$$

حيث:

x_1, x_2 تمثل أبعاداً، ويمكن قياسها مباشرة من المخطط:

$$x_2 = 27 \text{ mm}, \quad x_1 = 23 \text{ mm}$$

F_1^c تمثل قوة العطالة النابذة، وتساوي:

$$F_1^c = M \cdot \omega_1^2 \cdot r_1$$

حيث:

r_1 يمثل نصف قطر دوران G' حول محور الدوران O ، وبالقياص ($r_1 = OG'_1 = 27 \text{ mm}$).
 M تمثل كتلة الذراع مع كرتته، وتساوي ($M = 225 \text{ g} = 0.225 \text{ kg}$).
 ω_1 تمثل السرعة الزاوية للدوران عند الوضع الزاوي ($\theta = 30^\circ$)، وتساوي:

$$\omega_1 = \frac{2\pi \times 300}{60} = 31.4 \text{ rad/sec}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة العطالة النابذة؛ نحصل على أن:

$$F_1^c = 6 \text{ N}$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة الشد في النابض؛ نحصل على أن:

$$F_{k_1} = 7 \text{ N}$$

2. كما يبين الجزء b من (الشكل-5-36)، مخطط الجسم الحر للذراع $B'G'$ عند الوضع الزاوي له ($\theta' = 45^\circ$)، وعند دوران محور المنظم بتسارع زاوي قدره ε_2 ، والخاضع لقوة العطالة المماسية F_τ^{in} التي تؤثر في مركز الكرة G'_2 ، باتجاه عكس اتجاه التسارع المماسي $A_{G'_2}^\tau$ لمركز الكتلة G'_2 ؛ وقوة العطالة الناضمية F_τ^{in} ، والتي تمثل قوة العطالة النابذة، هي عكس اتجاه التسارع الناضمي $A_{G'_2}''$ لمركز الكتلة G'_2 ، وقوة شد النابض F_{k_2} التي تؤثر في النقطة S'_2 .

تحتسب قوة العطالة النابذة في هذه الحالة؛ بدلالة السرعة الزاوية ω_2 المطلوب حسابها:

$$F_2^c = M \cdot \omega_2^2 \cdot r_2 = 0.225 \times 0.034 \omega_2^2 = 0.00765 \omega_2^2 \text{ N}$$

حيث r_2 تمثل نصف قطر دوران G'_2 حول محور الدوران O ، وبالقياص ($r_2 = OG'_2 = 34 \text{ mm}$).
ويحسب التسارع المماسي لمركز الكتلة G'_2 :

$$A_{G'_2}^\tau = \varepsilon_2 \cdot r_2 = 50 \times 0.034 = 1.7 \text{ m/sec}^2$$

ومنه قوة العطالة المماسية:

$$F_\tau^{in} = M \cdot A_{G'_2}^\tau = 0.225 \times 1.7 = 0.383 \text{ N}$$

وتحتسب قوة شد النابض F_{k_2} عند الوضع ($\theta' = 45^\circ$)؛ بدلالة الزيادة في طول النابض، حيث:

$$F_{k_2} = F_{k_1} + k(2\Delta l) = F_{k_1} + k[2(OS'_2 - OS'_1)]$$

لأن النابض يستطيل من كلا طرفيه S' ، S بالمسافة نفسها؛ ومن ثم فإن استطالته الكلية هي ضعف هذه المسافة.

منه:

بقياس الطول ($OS'_1 = 15.4 \text{ mm}$) من المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-5-36)،
وقياس الطول ($OS'_2 = 21.8 \text{ mm}$)، من المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-5-36)، فإن:

$$F_{k_2} = F_{k_1} + k(2\Delta l) = 7 + 700 [2(0.0218 - 0.0154)] = 16 \text{ N}$$

ينتج من علاقة العزم في التوازن الديناميكي على الذراع B'G' عند الوضع ($\theta' = 45^\circ$)
حول المسند الثابت B' ؛ وفق مخطط الجسم الحر له، المبين في الجزء b من (الشكل-5-36)، أن:

$$F_2^c \cdot x_4 = F_{k_2} \cdot x_3 + F_\tau^{in} \cdot x_5 \Rightarrow F_2^c = 12.12 \text{ N}$$

وذلك بعد قياس الأبعاد:

$$x_5 = 39 \text{ mm} , \quad x_4 = 29.8 \text{ mm} , \quad x_3 = 23.5 \text{ mm}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة F_2^c ؛ بدلالة السرعة الزاوية ω_2 ، ينتج أن:

$$\omega_2^2 = 1584.3 \text{ rad}^2/\text{sec}^2 \Rightarrow \omega_2 = 39.8 \text{ rad/sec}$$

ومن ثم، فإن الزاوية ($\theta' = 45^\circ$) تحدث عند سرعة دوران:

$$n_2 = 60 \omega_2 / 2\pi = 380 \text{ r.p.m}$$

Distribution of Mass

7-5- توزيع الكتل

تبين لنا من دراسة تحريك جسم صلب تحت تأثير جملة قوى خارجية، أن تسارعاته الخطية،
والزاوية الناتجة تعتمد على توزيع الكتل فيه، وعلى كتلته الكلية، علاوة على القوى المؤثرة فيه؛
لذا لا بد من تحديد G موقع مركز كتل هذا الجسم؛ وبخاصة عند تعيين قوى العطالة المؤثرة فيه،
ويمكن تأكيد أن موضع مركز كتل الجسم الصلب بواسطة توزيع الكتل يؤدي إلى أن G هي أيضاً
مركز ثقل الجسم، وبما أن موضع مركز الكتل لا يحدد توزيع الكتل تحديداً كاملاً، فإن علاقة العزم
حول محور عمودي على مستوى الحركة مار من مركز الكتل، هي التي تحتوي على تكامل يعتمد على
توزيع الكتلة نسبة إلى محور العزم، ويحصل هذا التكامل كلما كان للجسم الصلب تسارعا زاوياً
حول محور دورانه. يدعى مقدار التكامل هذا بـ عزم العطالة للكتلة حول محور، وهو الذي يعبر تماماً
عن ميزة توزيع الكتل؛ لذا لدراسة تحريك جسم صلب تحت تأثير جملة قوى خارجية لا بد من تعيين:

1. كتلة الجسم.

2. مركز كتل الجسم.

3. عزم عطالة كتلة الجسم.

8-5- مخطط عزم الدوران

Turning Moment Diagram

تبين من دراسة تحريك وصلات تركيبية آلية ما تحت تأثير القوى الخارجية، وقوى العطالة، والموضحة سابقاً في الفقرة 5-5 أن العزم T المنقل إلى عمود الدوران يتغير بتغير الأوضاع النسبية للوصلات من جهة، ويتغير قيمة القوى الخارجية المؤثرة في وصلات التركيبية الآلية من جهة أخرى. يمكن تمثيل قيمة العزم الناتج ببيانياً؛ أي $[T = f(\theta)]$ ؛ بالنسبة لكل وضع من أوضاع الوصلة المتصلة بعمود الدوران θ ؛ أي التي تنقل هذا العزم. يسمى المخطط الناتج خلال دورة عمل كاملة للتركيبية الآلية بمخطط عزم الدوران. إن تحليل هذا المخطط أهمية كبيرة في تصميم الآلات المختلفة، ودراسة أدائها، خاصة فيما يتعلق بتأثيره في سرعة دوران عمود الدوران، وتحديد الاستطاعة الاقتصادية لهذه الآلات.

يعد مخطط عزم الدوران لتركيبية آلية المنزلقة والمرفق، المستعملة في المحركات الترددية مثلاً نموذجياً للتحليل، نظراً للتغيرات الكبيرة التي تحصل في ضغط الغاز، وقوى العطالة عند الأوضاع المختلفة للمرفق θ خلال دورة كاملة للعمليات الترموديناميكية.

ففي محرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة رباعي الشوط، حيث يدور المرفق دورتين كاملتين $(\theta = 720^\circ)$ لكل دورة عمل واحدة للمحرك، يؤدي خلالها المكبس أربعة أشواط. هي:

1. شوط السحب *Suction*

خلال هذا الشوط، يكون ضغط الغازات في الأسطوانة أقل من الضغط الجوي بقليل، فيسحب المكبس خليطاً من البنزين والهواء.

2. شوط الانضغاط *Compression*

خلال هذا الشوط، يضغط المكبس الغازات في حيز الخلو، ويرتفع ضغطها باستمرار.

3. شوط التمدد *Expansion*

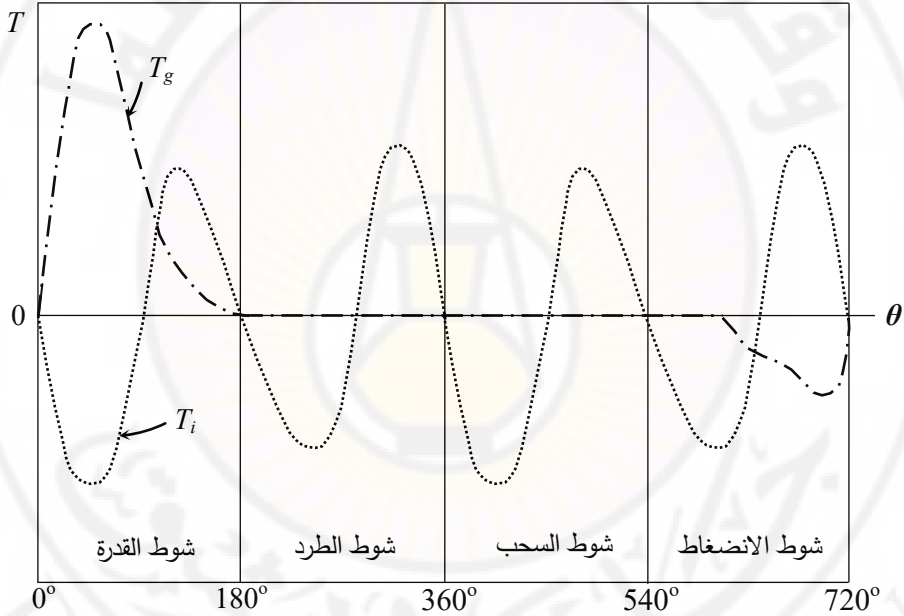
أو شوط القدرة، فخلال هذا الشوط، تنفجر الشحنة بفعل شرارة كهربائية، ويحصل الاحتراق تحت حجم ثابت، ومن ثم تتمدد الغازات دافعة المكبس أمامها؛ لينتج عنها عمل مفيد، وفاعل على عمود المرفق.

4. شوط الانفلات *Exhaust*

أو شوط الطرد، فخلال هذا الشوط، يرجع المكبس ثانية، ونواتج الاحتراق تُدفع إلى خارج الأسطوانة. أما تتابع الأشواط في محركات الديزل، فإنه يختلف قليلاً عما سبق، ولكن المهم في بحثنا الحاضر هو دراسة العزم الناتج على عمود المرفق دون الخوض في تسلسل الأشواط.

يمكن إيجاد منحنى عزم الدوران T_m لهذا المحرك، من تحليل القوى الاستاتيكية لضغط الغاز بصورة مستقلة، وتعيين تغيرات العزم الاستاتيكي (*Static Torque*) عند المرفق؛ ومن ثم تحليل قوى العطالة بصورة منفردة، وتعيين تغيرات العزم العطالي (*Inertia Torque*) عند المرفق؛ للتغلب على عطالة الأجزاء المتحركة، كذراع التوصيل، والمكبس. ينتج مخطط عزم الدوران من المحصلة الجبرية للعزمين السابقين عند مختلف أوضاع زاوية المرفق.

يحدد العزم الناتج من ضغط الغاز من تحليل القوى الاستاتيكية؛ باتباع الخطوات نفسها، الموضحة سابقاً في الفقرة 5-2-1 ، حيث تعين قيمة القوة المؤثرة في المكبس في كل وضع من أوضاع المرفق ($\theta = 720^\circ$)، يؤدي خلالها المكبس أربعة أشواط على المحور الأفقي للمخطط؛ بالاستعانة بالمنحني البياني لتغيرات ضغط الغاز بالنسبة لوضع المكبس، كما هو مبين في (الشكل-5-37)؛ يمثل المنحني T_g ، المبين في (الشكل-5-37)، تغيرات قيم هذا العزم حيث يكون موجباً؛ أي فاعلاً خلال شوط القدرة؛ بينما ينعدم نسبياً خلال شوطي الانفلات، والسحب، وبدء شوط الانضغاط حيث يصبح سالباً؛ أي مبدولاً؛ إذ يضغط المكبس عندئذ شحنة الغاز الجديدة التي أدخلت إلى الأسطوانة خلال شوط السحب.

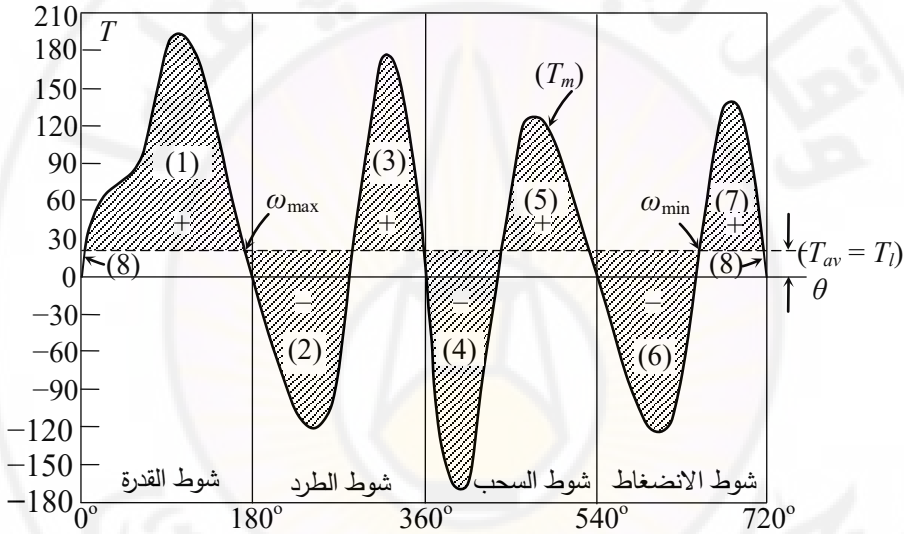


مخطط تغيرات كل من العزم الاستاتيكي والعزم العطالي لمحرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة.
(الشكل-5-37)

أما منحني العزم العطالي T_i ، المبين في (الشكل-5-37)، فإنه يحدد من تحليل قوى العطالة المؤثرة في التركيبة الآلية؛ باتباع الخطوات نفسها، الموضحة سابقاً في الفقرة 5-3-1 ، في كل وضع من أوضاع المرفق خلال دورة واحدة ($\theta = 360^\circ$)؛ إذ إن المنحني الناتج لتغيرات العزم العطالي لدورة واحدة يكرر نفسه خلال الدورة الثانية للمرفق ($\theta = 360^\circ, 720^\circ$)؛ لأن الأوضاع النسبية للوصلات لا تتغير في الدورتين، ومن ثم قيم تسارعات هذه الوصلات، واتجاهاتها.

أما مخطط العزم الصافي T_m ، المبين في (الشكل-5-38)، فإنه ينتج من المحصلة الجبرية للعزمين السابقين عند مختلف أوضاع زاوية المرفق، ويكرر نفسه لكل دورتين للمرفق في حالة محرك الاحتراق الداخلي وحيد الأسطوانة، ورباعي الشوط.

كما يمكن تحديد قيم العزم الصافي T_m ، المنقل إلى عمود الدوران لمختلف أوضاع المرفق بإجراء تحليل تخطيطي مشترك للقوى الناتجة من الضغط والعتالة. يتم ذلك بتكرار الخطوات التي اتبعت سابقاً في الفقرة 5-5 ، عند أوضاع مختلفة لزاوية المرفق من 0° إلى 720° ينتج مخطط العزم الصافي T_m ، المبين في (الشكل-5-38)، أما القيم المبينة للعزم T_m ؛ فهي قيم رمزية؛ بهدف توضيح التفاوت النسبي الكبير بين قيم العزم الناتج من هذا النوع من المحركات.



(الشكل-5-38)، مخطط تغيرات عزم الدوران الصافي لمحرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة.

إلا أنه يفضل أحياناً تحديد قيم هذا العزم تحليلياً، وإيجاد المعادلات الرياضية التي تعين تغيرات عزم الدوران بالنسبة لزاوية المرفق، أو إجراء التحليل؛ استناداً إلى مفهوم الجُمل المكافئة ديناميكياً. تمثل المساحات الموجبة من مخطط العزم T_m ، والتي تقع فوق المحور الأفقي ($T_m = 0$)، القدرة الموجبة؛ أي القدرة الناتجة من المحرك؛ وهي التي يكون عندها اتجاه العزم T_m باتجاه دوران المرفق؛ بينما تمثل المساحات السالبة من مخطط العزم، والتي تقع تحت المحور الأفقي ($T_m = 0$)، القدرة السالبة؛ أي القدرة المبذولة، وهي التي يكون عندها اتجاه العزم T_m عكس اتجاه دوران المرفق. تنتج قيمة العزم الوسطي T_{av} ، من حاصل قسمة المجموع الجبري لجميع هذه المساحات، والتي تمثل القدرة الكلية E الناتجة خلال دورة عمل كاملة على المجال الكلي؛ لإراحة المرفق خلال دورة عمل كاملة للمحرك ($\theta_C = 720^\circ$)؛ أي:

$$T_{av} = \frac{E}{\theta_C}$$

يمكن تصنيف المجموعات الآلية المؤلفة من محرك، وحمل مقاوم؛ وفقاً لاحتمالات تغير العزم، كما يأتي:

1. عزم المحرك متغير ($T_m \neq \text{Const}$)، بينما عزم الحمل المقاوم ثابت ($T_l = \text{Const}$). مثال ذلك مجموعة توليد مؤلفة من محرك احتراق داخلي، ومولد كهربائي.
2. عزم المحرك ثابت ($T_m = \text{Const}$)؛ بينما عزم الحمل المقاوم متغير ($T_l \neq \text{Const}$). مثال ذلك مجموعة مؤلفة من محرك كهربائي ومكبس تشكيل أو تخريم؛ أو محرك كهربائي وضغط هواء ترددي.
3. عزم المحرك متغير ($T_m \neq \text{Const}$)، وعزم الحمل متغير ($T_l \neq \text{Const}$). مثال ذلك مجموعة محرك احتراق داخلي يدير ضاغط هواء ترددي؛ أو مضخة مكبسية.

الحالتان الأولى والثانية متماثلتان ديناميكياً، حيث يكون العزم الوسطي لمخطط العزم المتغير مساوياً للعزم الثابت مقاوماً كان أو محركاً. أما في الحالة الثالثة، فإن العزم الوسطي لكل من مخططي العزمين المتغيرين يجب أن يكون واحداً؛ ليمكن المجموعة الآلية أن تعمل بصورة صحيحة، واقتصادية.

فإذا كان عزم الحمل المقاوم T_l المطبق على عمود دوران المرفق لمحرك الاحتراق الداخلي ثابتاً، فإنه يجب أن يساوي العزم الوسطي للمحرك T_{av} ؛ أي ($T_l = T_{av}$)، وذلك استناداً إلى مبدأ حفظ القدرة. تمثل المساحات المرقنة عرضياً فوق خط العزم الوسطي T_{av} ، القدرة الزائدة على تلك اللازمة للحمل المقاوم؛ ومن ثم تعمل على زيادة سرعة عمود المرفق. أما المساحات المرقنة عرضياً تحت خط العزم الوسطي، فإنها تمثل القصور الحاصل في القدرة الناتجة من المحرك؛ ومن ثم يؤدي ذلك إلى نقصان سرعة عمود المرفق. يعود ذلك إلى كون القدرة الزائدة، أو المتناقصة هي قدرة حركية ينتج منها تزايد، أو تناقص نسبي في سرعة الدوران؛ وذلك استناداً إلى علاقة القدرة الحركية E_c ، لجسم صلب يدور بسرعة زاوية ω ، وعزم عطالته حول محور مار من مركز كتلته I_G ، هي:

$$E_c = \frac{1}{2} (I_G \cdot \omega^2) \quad (16-5)$$

يُلاحظ - وفقاً لمفهوم القيمة الوسطية لتغيرات منحن، أو تابع ما في التحليل الرياضي - أن مجموع المساحات 1, 3, 5, 7 المحصورة فوق خط العزم الوسطي، يساوي مجموع المساحات 2, 4, 6, 8 المحصورة تحته.

ينتج من تغير مستوى القدرة عند نقاط تقاطع مخطط عزم الدوران مع خط العزم الوسطي، أن القدرة العظمى لعمود المرفق $E_{\max}$ تنتج عند إحدى نقاط التقاطع هذه؛ بينما تكون القدرة صغرى $E_{\min}$ عند نقطة تقاطع أخرى. يؤدي ذلك إلى حدوث سرعة عظمى $\omega_{\max}$ عند نقطة التقاطع الأولى، وسرعة صغرى $\omega_{\min}$ عند نقطة التقاطع الأخرى.

إن التحليل السابق، قد تم على أساس تغيرات عزم الدوران الناتج من محرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة، ورباعي الشوط، وتأثير هذه التغيرات في أداء المحرك عندما يكون عزم الحمل المقاوم المطبق على عمود دوران المرفق ثابتاً. إلا أنه يمكن تطوير مجمل المفاهيم التي بينها من خلال هذا التحليل؛ لتشمل كل الاحتمالات الممكنة لحالات تغير العزم مهما كان مصدرها، أو نوعها؛ مع ملاحظة إجراء التحليل لدورة عمل كاملة التي يمكن أن تتم خلال زاوية θ ، قد تختلف عما هي عليه في التحليل السابق. يحدد مجال تحليل المخطط بالمجال الذي يبدأ عنده مخطط عزم الدوران بتكرار نفسه.

5-8-1- تراوح القدرة

Fluctuation of Energy

تبين لنا في الفقرة السابقة وجود نقطة تقاطع بين مخطط عزم دوران المحرك، وخط العزم الوسطي، أو مخطط عزم الحمل الثابت، يكون عندها مستوى القدرة أعظماً؛ بينما يكون هذا المستوى أصغرياً عند نقطة تقاطع أخرى خلال دورة عمل كاملة؛ ومن ثم فإن التغير في القدرة بين هاتين النقطتين يمثل أعظم تغير في القدرة خلال دورة العمل، يسمى هذا التغير بـ التراوح الأعظمي للقدرة، ويرمز له بـ E_f . يمكن إذن التعبير عن التراوح الأعظمي للقدرة بالعلاقة الجبرية الآتية:

$$E_f = E_{\max} - E_{\min} \quad (17-5)$$

تجدر الإشارة إلى، أن نقطتي التقاطع اللتين تحددان مواقع حدوث القدرة العظمى $E_{\max}$ ، والصغرى $E_{\min}$ ، تعينان في الواقع من تقاطع مخططي العزم المحرك، وعزم الحمل المقاوم بشكل عام. إلا أنهما في حالة (الشكل-5-38) قد انطبقتا على خط العزم الوسطي؛ لأن هذا الخط هو مخطط عزم الحمل الثابت، حيث $(T_l = T_{av})$ ؛ لذا يجب الانتباه دوماً إلى ضرورة تعيين جميع نقاط تقاطع؛ استناداً إلى مخططي العزم حصراً؛ لأن التفاوت في مستويات القدرة ينتج من تغيرات كل من العزم المحرك، وعزم الحمل.

يتضح من تعريف التراوح الأعظمي للقدرة أنه يساوي - بوجه عام - المجموع الجبري للمساحات المحصورة بين مخططي عزمي المحرك المقاوم، في المجال الواقع بين نقطتي تقاطعهما اللتين تحدث عندهما القدرة العظمى $E_{\max}$ ، والصغرى $E_{\min}$.

يُلاحظ من (الشكل-5-38)، أن تراوح القدرة الناتج في محرك احتراق داخلي، وحيد الأسطوانة، رباعي الشوط، كبير نسبياً بسبب وجود شوط قدرة فاعل واحد خلال دورتين لعمود المرفق. يمكن تخفيض هذا التراوح جزئياً باللجوء إلى استعمال محرك متعدد الأسطوانات بفترات إشعال متساوية فيما بينها؛ شرط أن تكون جميع الأسطوانات متماثلة من حيث الشكل، والوزن، ومنحني تغير ضغط الغاز. تختلف منحنيات الضغط عادة بين أسطوانة، وأخرى بصورة طفيفة جداً يمكن إهماله، يعود هذا الاختلاف إلى صعوبة تنظيم كمية الغاز إلى كل أسطوانة بصورة متساوية فيما بينها.

إن العزم الكلي الناتج في لحظة ما على عمود المرافق، هو المجموع الجبري للعزوم المؤثرة في كل من المرافق في اللحظة نفسها. يمكن إذن، برسم مخطط عزم الدوران لكل مرفق على حدة الحصول على المخطط المحصل للمحرك من الجمع الجبري لهذه المخططات؛ علماً أن ترتيب الإشعال سيعمل على إزاحة مخطط كل مرفق عن الذي يليه بزاوية:

$$\theta_n = 720^\circ / n$$

حيث n تمثل عدد أسطوانات المحرك.

ينتج من ذلك أن المخطط المحصل للمحرك، يتكرر بالشكل نفسه خلال مجال زاوية θ_n ، ويكفي عندئذ تحليل المخطط ضمن هذا المجال فقط لتعيين التراوح الأعظمي للقدرة. من الواضح أن هذا التراوح سيكون أقل منه في حالة محرك مماثل بأسطوانة واحدة، وذلك نظراً لتداخل المخططات الفردية، أو تراكمها لكل من المرافق خلال دورة كاملة.

يفضل أحياناً التعبير عن التراوح الأعظمي للقدرة E_f ، كنسبة من القدرة الكلية الناتجة خلال دورة كاملة على الشكل:

$$K_e = \frac{E_f}{E} \quad (18-5)$$

حيث:

K_e تمثل معامل تراوح القدرة.

E تمثل القدرة الكلية الناتجة خلال دورة كاملة، وتساوي المجموع الجبري للمساحات الموجبة، والسالبة جميعها حول خط العزم ($T=0$)، خلال دورة عمل كاملة.

تعطي بعض المراجع قيمة تقريبية لمعامل تراوح القدرة في محركات الاحتراق الداخلي، مثلاً:

K_e	
0.95	- محرك وحيد الأسطوانة رباعي الشوط
0.035	- محرك ذو أربع أسطوانات رباعي الشوط
0.02	- محرك ذو ست أسطوانات رباعي الشوط
0.015	- محرك ذو ثمان أسطوانات رباعي الشوط

يُلاحظ من ذلك الأثر الفاعل لتعدد الأسطوانات في تخفيض معامل تراوح القدرة الأعظمي، لكن يصبح معدل هذا التأثير شبه مهمل لأكثر من ثمان أسطوانات.

Fluctuation of Speed

2-8-5- تراوح السرعة

بينما في الفقرة 8-5 ، أنه ينتج من تراوح القدرة تغير في سرعة عمود الدوران، حيث تحدث السرعة العظمى ω_{max} عند زاوية المرفق الموافقة للقدرة العظمى E_{max} ؛ بينما تحدث السرعة الصغرى ω_{min} عند تلك الزاوية الموافقة للقدرة الصغرى E_{min} . يمثل الفرق ($\omega_{max} - \omega_{min}$) تراوح السرعة الأعظمي لعمود الدوران، ويعبر عنه عادة؛ بدلالة معامل تراوح السرعة الذي يرمز له بـ K_s ، ويعرّف بالعلاقة:

$$K_s = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{av}} \quad (19-5)$$

حيث ω_{av} تمثل السرعة الوسطية لعمود الدوران، وتسمى عادة بـ السرعة الاسمية، ويرمز لها بـ ω ، ولما كانت قيم معامل تراوح السرعة عادة صغيرة، فإنه يمكن عدّ السرعة الوسطية مساوية الوسط الحسابي للسرعتين العظمى والصغرى؛ أي:

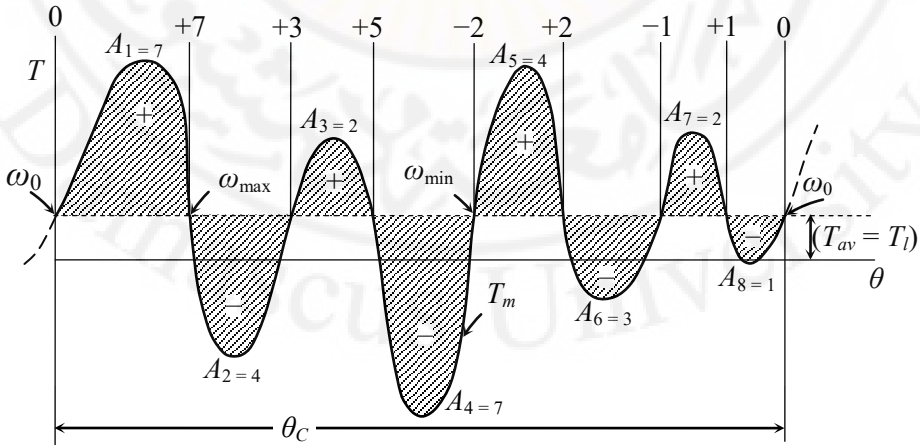
$$\omega_{av} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

تعطي العيارية البريطانية، مثلاً القيم الوسطية المسموح بها لمعامل تراوح السرعة، الذي سبق تعريفه في العلاقة (5-19)، وذلك لطبيعة التطبيقات المختلفة، مثال ذلك قيم الجدول الآتي:

K_s	
0.2	- آلات تكسير الأحجار والمطارق
0.05	- الآلات الزراعية وآليات البناء
0.03	- آلات التشغيل والمضخات
0.015	- آلات الغزل والنسيج
0.006	- مولدات التيار المستمر
0.002	- مولدات التيار المتناوب

3-8-5- القدرة العظمى والصغرى Maximum and Minimum Energy

يصعب عادة تحديد موقع النقطتين الحديتين اللتين تحددان كلاً من سرعتين العظمى، والصغرى مباشرة من شكل تغيرات مخططي العزم المحرك، وعزم الحمل؛ خاصة عندما يتقاطع هذان المخططان عند نقاط عدة خلال دورة عمل كاملة. تستعمل عندئذ طريقة منهجية حسابية في الانتقال من نقطة تقاطع إلى التي تليها، وتعيين قيمة القدرة عند كل منها. يمكن توضيح ذلك؛ استناداً إلى مخطط عزم الدوران لمجموعة آلية، المبين في (الشكل-5-39)، الذي يحتوي على مخطط تغيرات عزم المحرك T_m ، حيث الحمل المقاوم T_l المطبق على عمود الدوران ثابت؛ ومن ثم يساوي العزم الوسطي T_{av} .



(الشكل-5-39)، مخطط عزم الدوران لمجموعة آلية.

إن المساحات المحصورة بين مخططي عزمي المحرك، والمقاوم، المرفقة عرضياً، تمثل قدرة حركية. لقد بينت مساحة كل منها، حيث ترمز المساحة $(A_1 = 7)$ مثلاً، إلى أن المساحة المحصورة بين المخططين، ونقطتي تقاطعهما الأولى والثانية هي (7) وحدات قدرة حركية؛ تبعاً لنظام الوحدات القياسية المستعمل في رسم العزم بالنسبة لزاوية المرفق θ ، التي تقاس بالراديان عند إجراء العمليات الحسابية.

إذا فرضنا أن السرعة عند نقطة التقاطع الأولى هي ω_0 ، وأن القدرة عندها هي E_0 ، فإن هذه القدرة تصبح عند نقطة التقاطع الثانية $(E_0 + 7)$ ؛ أي إنه حصل ازدياد نسبي في القدرة قدره $(+7)$ وحدة قدرة؛ لأن المساحة A_1 موجبة؛ إذ إنها فوق مخطط العزم المقاوم T_1 . ينتج من ذلك أن السرعة عند نقطة التقاطع الثانية هي أكبر من ω_0 ، تبدأ القدرة بعد ذلك بالتناقص بسبب المساحة السالبة A_2 حتى نقطة التقاطع الثالثة، بحيث تصبح عند هذه النقطة $(E_0 + 3)$ ؛ ومن ثم فإن السرعة عند هذه النقطة الثالثة هي أقل منها عند نقطة التقاطع الثانية، لكنها أكبر من ω_0 ؛ لأن مجموع المساحتين $(A_1 + A_2)$ جبرياً هو موجب $(+3)$ وحدة قدرة، وهكذا يمكن الاستمرار بتعيين القدرة عند كل نقطة تقاطع على التوالي، حتى نهاية المجال θ_C لدورة عمل كاملة.

تشير القيم المبينة شاقولياً فوق نقاط تقاطع المخططين في (الشكل-5-39)، إلى مستوى القدرة النسبي عند كل منها. يُلاحظ في هذه الحالة أن أعظم قدرة $(+7)$ تنتج عند نهاية المساحة A_1 ؛ ومن ثم فالسرعة عند هذا الوضع للمرفق أعظمية $\omega_{\max}$ ، أما أصغر قدرة (-2) ، فإنها تحصل عند نهاية المساحة A_4 التي توافق نقطة حدوث أصغر سرعة للمرفق $\omega_{\min}$. إن المجموع الجبري لجميع المساحات خلال المجال θ_C يساوي الصفر؛ لأن مستوى القدرة عند نهاية دورة العمل يعود إلى ما كان عليه عند بدايتها.

ينتج من ذلك في حالة (الشكل-5-39)، أن تراوح القدرة الأعظمي؛ استناداً إلى العلاقة (5-17)، هو:

$$E_f = +7 - (-2) = 9 \text{ وحدة قدرة}$$

تجدر الإشارة إلى أن نقطتي التقاطع الحديتين، يمكن أن تقعا عند أي نقطتي تقاطع منذ بدء دورة العمل حتى نهايتها؛ تبعاً لشكل كل من مخططي العزم. كما أنه ليس من الضروري أن يتم أول تقاطع بين المخططين عند $(\theta = 0)$ ، كما في (الشكل-5-39)، وكذلك الأمر بالنسبة لآخر نقطة تقاطع بينهما التي يمكن ألا تقع عند $(\theta = \theta_C)$. لكن يجب الانتباه في هذه الحالة إلى ضرورة إدخال المساحة المحصورة بين $(\theta = 0)$ ، وأول نقطة تقاطع، وكذلك المساحة المحصورة بين آخر نقطة تقاطع، والنقطة $(\theta = \theta_C)$ عند إجراء حساب القدرة، مثال ذلك، المساحتان المؤشر عليهما بالرقم (8) في (الشكل-5-38).

9-5- الدولاب المعدل

Flywheel

يتضح من الفقرات السابقة أن التراوح الأعظمي للقدرة المنقلة عبر عمود المرفق، يتعلق بنوع المحرك، ومخطط العزم المقاوم المطبق على عمود دوران المرفق. يمكن أحياناً تخفيض القيمة العظمى لتراوح القدرة، بإجراء بعض التعديلات الممكنة في تصميم أجزاء المجموعة الآلية المكونة من المحرك والحمل؛ إلا أن ذلك يبقى محدوداً ضمن حدود معينة تتعلق بطبيعة القوى المؤثرة في هذه المجموعة؛ بخاصة في محركات الاحتراق الداخلي، حيث لا يمكن تجاوز طبيعة القوى الديناميكية المؤثرة فيه، والتي تستلزم وجود شوط قدرة فاعل واحد خلال كل أربعة أشواط يحركها المكبس؛ من ثم فإن تراوح السرعة الناتج من تراوح القدرة يكون في أغلب الحالات غير مقبول؛ لتؤدي المجموعة الآلية عملها بصورة صحيحة.

لذا فإنه يجب تصميم خزان قدرة يتصل بعمود الدوران، بحيث يدخر القدرة الزائدة عندما يكون العزم المحرك أكبر من عزم الحمل المقاوم، ليبدلها خلال الحالة العكسية. يتم ذلك بسهولة بتركيب دولاب على عمود الدوران يمتص القدرة الزائدة بازدياد سرعة دورانه، بينما يترافق بذل هذه القدرة المختزنة بنقصان السرعة، يسمى هذا الدولاب بـ الدولاب المعدل، أو ما يطلق عليه بـ الحذافة. يجب إذن تصميم أبعاد هذه الحذافة، وكتلتها، بحيث تحافظ على تراوح السرعة المسموح به؛ وفقاً لطبيعة العمل الذي يؤديه المحرك، والحمل المطبق عليه؛ لكن من مساوئ استعمال الحذافات، أنها تؤثر بإجهادات انحناء، وفتل على عمود المرفق.

يُلاحظ من علاقة القدرة الحركية أن تراوح السرعة الناتج من تراوح معين للقدرة يتعلق بعزم عطالة الأجزاء المتحركة منسوباً إلى عمود الدوران، حيث ينتج من العلاقتين (5-16)، (5-17) أن التراوح الأعظمي للقدرة هو:

$$E_f = 1/2 \cdot I_f (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) \quad (20-5)$$

حيث I_f تمثل عزم عطالة الحذافة حول محور الدوران، بافتراض أن عطالة بقية الأجزاء المتحركة صغيرة يمكن إهمالها عملياً.

ينتج من تعويض قيمة السرعة الوسطية في العلاقة (5-38)، والإصلاح أن:

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega_{av}^2 \quad (21-5)$$

يجب الانتباه عندئذ إلى ضرورة توافق الوحدات القياسية لمكونات العلاقة (5-39)،

حيث تكون في الجملة الدولية:

$$E_f (\text{N.m}) \quad , \quad I_f (\text{kg.m}^2) \quad , \quad \omega_{av} (\text{rad/sec})$$

يمكن توضيح أهم الأسس المعتمدة في تحديد التراوح الأعظمي للقدرة المنقلة عبر عمود المرفق، لتصميم أبعاد حذافة المجموعة الآلية من خلال المسائل النموذجية الآتية، والتي يمكن - استناداً إليهم - توضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

يعطى أحياناً مخطط العزم بيانياً دون كتابته بمعادلة رياضية، حيث يُعين في هذه الحالة التراوح الأعظمي للقدرة، والعزم الوسطي من حساب المساحات المختلفة؛ وفق الأسس التي ذكرت في الفقرات السابقة. يتكون المخطط في أغلب التطبيقات العملية من هذا النوع من أشكال هندسية بسيطة، مستطيل، مثلث، يمكن حساب مساحتها بسهولة.

مسألة-10-5

مسألة امتحان الدورة التكميلية من العام الدراسي 2017-2018

تتكون مجموعة آلية من آلة ذات عزم مقاوم ثابت ($T_l = \text{Const.}$)، تتصل مباشرة مع محرك ذي ثلاث أسطوانات متماثلة، حيث الزاوية بين كل مرفقين متتاليين هي 120° ، ومجال دورة العمل الترموديناميكية الكاملة هي 360° ، ويتغير عزم الدوران الصافي لكل أسطوانة، بحيث يتزايد بانتظام من صفر إلى قيمة عظمى قدرها 800 N.m خلال دوران المرفق زاوية 60° من النقطة الميتة الداخلية، ثم يتناقص بانتظام حتى يعدم عند الزاوية 180° ، ويبقى معدوماً حتى نهاية الدورة.

فإذا دار المحرك بسرعة دوران وسطية قدرها ($n = 3000 \text{ r.p.m}$)؛ المطلوب:

1. رسم مخطط عزم الدوران؛ أي $[T = f(\theta)]$ للمجموعة الآلية؛ متضمناً مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث، ومخطط العزم الكلي الناتج من المحرك T_m خلال دورة كاملة، وموضحاً عليه كلاً من العزم المقاوم T_L ، والعزم الوسطي T_{av} لهما، وزوايا تقاطعهم، وموضع حدوث التغير الأعظمي للعزم $(T_m - T_L)_{\max}$ خلال دورة العمل الترموديناميكية الكاملة.
2. تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
3. تعيين معامل تراوح القدرة K_e للمحرك.
4. تعيين معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية، في حال تركيب حذافة حلقيّة وزنها هو ($W_f = 70 \text{ N}$)، ونصف قطر عطالتها حول مركز ثقلها هو ($\rho_f = 80 \text{ mm}$).
5. تحديد الوضع الزاوي للمرفق θ ، من مخطط عزم الدوران، الذي يحدث عنده أعظم تسارع زاوي $\varepsilon_{\max}$ للأجزاء المتحركة بالنسبة للمحرك، وحساب قيمة هذا التسارع الزاوي.

الحل:

1. لرسم مخطط عزم الدوران؛ أي $[T = f(\theta)]$ للمجموعة الآلية، نبدأ أولاً برسم مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث بالنسبة لزاوية دوران المرفق θ ، كما في (الشكل-5-40)، ومن ثم يُحصل على مخطط العزم الكلي للمحرك T_m ، المبين أيضاً في (الشكل-5-47)، بجمع مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث؛ وفق كل زاوية من دوران المرفق، ومن (الشكل-5-40)، يمكن استنتاج:

$$\frac{ab}{de} = \frac{cb}{ce} \Rightarrow de = ab \frac{ce}{cb} \Rightarrow de = 800 \frac{120^\circ}{60^\circ} = 400 \text{ N.m}$$

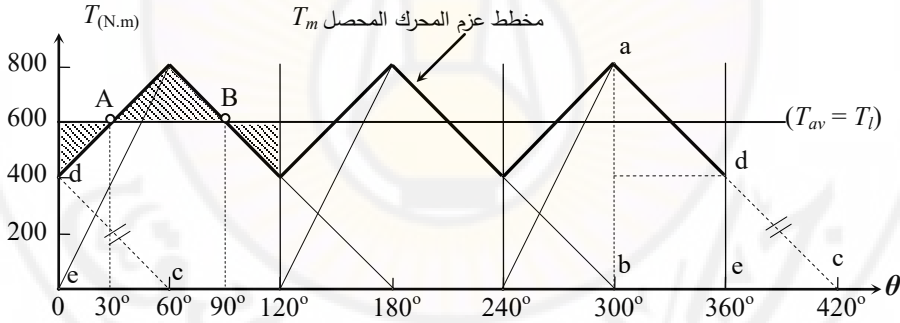
كما يُحصل على العزم المقاوم الثابت T_l ، حيث يساوي إلى العزم الوسطي T_{av} لتغيرات عزم المحرك T_m ، ويساوي - استناداً إلى الفقرة 5-8 ، و(الشكل-5-40) - إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة له بالنسبة لخط العزم ($T_m = 0$) التي تمثل القدرة الناتجة من المحرك، والمساحات السالبة بالنسبة لخط العزم ($T_m = 0$) التي تمثل القدرة المبذولة للمحرك؛ على المجال الكلي الموافق لدورية العزم المحصل التي تتم كل ($\theta_C = 2\pi = 360^\circ$)؛ لينجز خلالها القدرة E ؛ أي إن العزم الوسطي يساوي إلى:

$$T_{av} = \frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة العزم الوسطي؛ نحصل على أن:

$$T_{av} = \frac{E}{\theta_C} = 3 \left[\frac{1}{2} (800 - 400) \times 120^\circ + 400 \times 120^\circ \right] / 360^\circ = 600 \text{ N.m}$$

الموضح في مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.



(الشكل-5-40)، مخططات عزوم الأسطوانات الثلاث ومخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

2. تُعَيَّن استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \omega = 2\pi \cdot n / 60 = 2\pi \times 3000 / 60 = 314 \text{ rad/sec}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

$$P_{av} = 600 \times 314 = 188400 \text{ W} = 188.4 \text{ kW}$$

3. يـعـيـن مـعـامـل تـرـاوـح الـقـدـرة K_e لـلـمـحـرك، مـن الـعـلاـقـة:

$$K_e = \frac{E_f}{E}$$

حيث:

E_f يـمـثـل التـرـاوـح الأـعـظـمـي للـقـدـرة، و يـحـسـب مـبـاـشـرة مـن مـخـطـط عـزـم الدـورـان، و يـسـاـوي إلـى المـسـاحـة المـهـشـرة المـحـصـورة بـيـن النـقـطـتـيـن A و B ؛ نـقـطـتـي تـقـاطـع مـخـطـط عـزـم المـحـرك T_m مـع خـط العـزـم المـقاـوم الثـابـت T_l ، حـيـث $(T_l = T_{av})$ ، و يـسـاـوي إلـى:

$$E_f = \frac{1}{2}(800 - 600)(90^\circ - 30^\circ) \frac{\pi}{180} = 105 \text{ N.m}$$

E تـمـثـل قـدـرة المـحـرك خـالـل دـورـة عـمـل كـامـلـة، و تـسـاـوي إلـى مـسـاحـة المـثـلـثـات الـثـلاثـة:

$$E = \theta_C \times T_{av} = 2\pi \times 600 = 3768 \text{ N.m} , \quad E = 3\left(\frac{1}{2} \times \pi \times 800\right) = 3768 \text{ N.m}$$

مـنـه؛ بـالـتـعـويـض بـالـقـيـم العـدـديـة المـحـسـوبـة فـي عـلاـقـة مـعـامـل تـرـاوـح الـقـدـرة لـلـمـحـرك؛ نـحـصـل عـلـى أـن:

$$K_e = \frac{105}{3768} = 0.028$$

4. يـعـيـن مـعـامـل تـرـاوـح الـسـرـعة K_s لـلـمـجـمـوعـة الآليـة، مـن عـلاـقـة التـرـاوـح الأـعـظـمـي للـقـدـرة:

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega^2 \Rightarrow K_s = \frac{E_f}{I_f \cdot \omega^2}$$

حيث I_f يـمـثـل عـزـم عـطـالـة الحـذافـة حـول مـحـور الدـورـان، و يـسـاـوي إلـى:

$$I_f = M_f \cdot \rho_f^2 = \frac{W_f}{g} \rho_f^2 = \frac{70}{9.81} \times \left(\frac{80}{1000}\right)^2 = 0.045 \text{ kg.m}^2$$

مـنـه؛ بـالـتـعـويـض بـالـقـيـم العـدـديـة المـحـسـوبـة فـي عـلاـقـة مـعـامـل تـرـاوـح الـسـرـع؛ نـحـصـل عـلـى أـن:

$$K_s = \frac{105}{0.045(314)^2} = 0.0237$$

1. يـعـيـن التـسـارـع الزاوي الأـعـظـمـي $\varepsilon_{\max}$ لـلـحـذافـة، مـن الـعـلاـقـة:

$$\Delta T_{\max} = (T_m - T_l)_{\max} = I_f \cdot \varepsilon_{\max} \Rightarrow \varepsilon_{\max} = \frac{(T_m - T_l)_{\max}}{I_f}$$

حيث يـمـكـن إيجـاد $(T_m - T_l)_{\max}$ مـبـاـشـرة مـن مـخـطـط عـزـم الدـورـان، و يـسـاـوي إلـى:

$$(T_m - T_l)_{\max} = (T_m - T_l)_{(\theta=60^\circ)} = 800 - 600 = 200 \text{ N.m}$$

مـنـه، بـالـتـعـويـض بـالـقـيـم العـدـديـة المـحـسـوبـة فـي عـلاـقـة التـسـارـع الزاوي الأـعـظـمـي؛ نـحـصـل عـلـى أـن:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{200}{0.045} = 4445 \text{ rad/sec}^2$$

و يـحـدـث ذـلـك عـند الزاويـة $(\theta = 60^\circ)$ ، و يـكـرـر ذـلـك كـل 120° .

كما يُعطى مخطط العزم أحياناً؛ باستعمال التمثيل البياني، أو الاختباري لكل من مخططي العزم المحرك، وعزم الحمل، وهذا ينتج عادة من الاختبارات التي تجرى على المجموعة الآلية، فإن قيمة التراوح الأعظمي للقدرة E_f تحدد بسهولة عندئذ، بوساطة جهاز قياس المساحات، الممساح (Planimeter)، حيث تُعَيَّن المساحات المحصورة بين مخططي العزمين، ومن ثم تُتبع الخطوات التي بينها سابقاً في الفقرة 3-8-5، و(الشكل-5-39).

مسألة-11-5

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2001-2002

تتكون مجموعة آلية من آلة ذات عزم مقاوم ثابت ($T_l = \text{Const.}$)، تتصل مباشرة مع محرك ذي أربعة أسطوانات متماثلة.

وجد في الاختبار التجريبي أن منحنى عزم دوران المحرك T_m المرسوم؛ بدلالة الوضع الزاوي للمرفق θ ، بالمقاييس الآتية:

$$\text{شاقولياً } (1 \text{ cm} \equiv 150 \text{ N.m})، \text{ وأفقياً } (1 \text{ cm} \equiv 12^\circ)$$

أنه يكرر نفسه كل نصف دورة لحركة المرفق،

وأن المساحة المحصورة بين مخطط عزم دوران المحرك، وخط العزم ($T=0$) هي 165 cm^2 ،
وأن المساحات المحصورة بين مخطط عزم دوران المحرك، وخط العزم المقاوم الثابت،
والمأخوذة بالترتيب من إحدى النهايات، هي:

$$+6.95 \text{ cm}^2, -4.65 \text{ cm}^2, +5.4 \text{ cm}^2, -8.95 \text{ cm}^2, +5.8 \text{ cm}^2, -7.8 \text{ cm}^2, +3.25 \text{ cm}^2$$

فإذا دار المحرك بسرعة دوران وسطية قدرها ($n = 750 \text{ r.p.m.}$)، وكانت الحذافة المركبة حلقة وزنها يساوي ($W_f = 680 \text{ N}$)، ونصف قطر عطالتها يساوي ($\rho_f = 35 \text{ cm}$)؛ المطلوب تعيين:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك أي؛ الاسمية P .

2. النسبة المئوية لمعامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية.

الحل:

1. تُعَيَّن استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث:

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \omega = 2\pi \cdot n / 60 = 2\pi \times 750 / 60 = 25\pi = 78.5 \text{ rad/sec}$$

T_{av} يمثل العزم الوسطي، ويساوي إلى العزم الوسطي لتغيرات عزم المحرك T_m ، ويساوي - استناداً إلى الفقرة 5-8 ، و(الشكل-5-41) - إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة له بالنسبة لخط العزم ($T_m = 0$) التي تمثل القدرة الناتجة من المحرك، والمساحات السالبة بالنسبة لخط العزم ($T_m = 0$) التي تمثل القدرة المبذولة للمحرك من الحذافة؛ على المجال الكلي الموافق لدورية العزم المحصل التي تتم كل $(\theta_c = \frac{720^\circ}{n} = \frac{720^\circ}{4} = 180^\circ)$ ؛ لينجز خلالها القدرة E ؛ أي إن العزم الوسطي يساوي إلى:

$$\frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}} = T_{av}$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$T_{av} = \frac{E}{\theta_c} = (165 \times 150 \times 12^\circ) / 180^\circ = 1650 \text{ N.m}$$

الموضح في مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

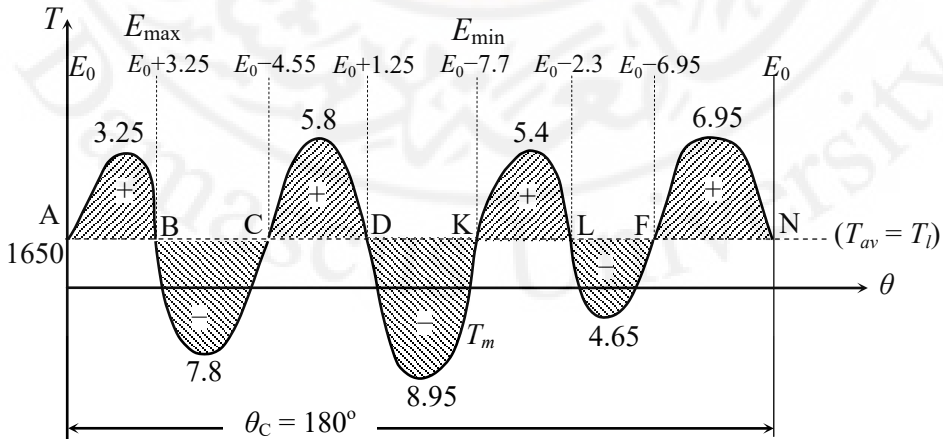
$$P_{av} = 1650 \times 78.5 = 129525 \text{ W} \approx 130 \text{ kW}$$

2. يعين معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية، من علاقة التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega_{av}^2 \Rightarrow K_s = E_f / I_f \cdot \omega_{av}^2$$

حيث E_f تمثل التراوح الأعظمي للقدرة، وتحسب من العلاقة:

$$E_f = E_{\max} - E_{\min}$$



(الشكل-5-41)، مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

حيث $E_{\max}$ ، $E_{\min}$ تمثلان القدرة الأعظمية، والأصغرية خلال دورة العمل، وتعيينان من (الشكل-5-41)، باختيارهما من قيم القدرة عند نقاط تقاطع منحني تغيرات العزم المحرك T_m ، وخط عزم الحمل المقاوم T_l الثابت، حيث $(T_l = T_{av})$.

نلاحظ من مخطط عزم الدوران أن القدرة الأعظمية تقع عند نقطة التقاطع B ، وقدرها:

$$E_{\max} = E_B = 3.25 \times 150 \times 12^\circ \times \pi / 180^\circ = 102.05 \text{ N.m}$$

والقدرة الأصغرية تقع عند نقطة التقاطع K ، وقدرها:

$$E_{\min} = E_K = -7.7 \times 150 \times 12^\circ \times \pi / 180^\circ = -241.78 \text{ N.m}$$

منه التراوح الأعظمي للقدرة يساوي إلى:

$$E_f = 102.05 - (-241.78) = 343.83 \text{ N.m}$$

أما I_f فيمثل عزم عطالة الحذافة الحلقية، ويساوي إلى:

$$I_f = M_f \cdot \rho_f^2 = \frac{W_f}{g} \rho_f^2 = \frac{680}{9.81} (0.35)^2 = 8.49 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة معامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية؛ نحصل على أن:

$$K_s = \frac{343.83}{8.49 (78.5)^2} = 0.0065 = 0.65\%$$

مسألة-5-12

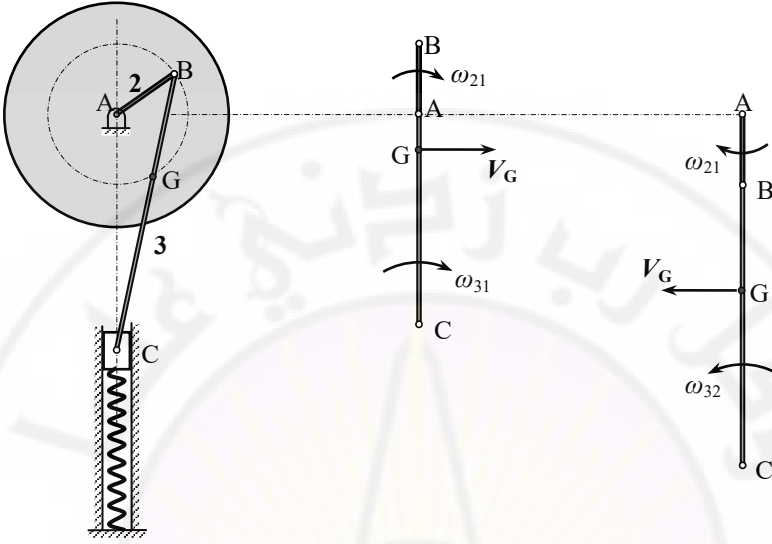
يبين الجزء a من (الشكل-5-42)، تخطيطاً لتركيبية آلية المنزلقة والمرفق المركزية، المكونة من مرفق AB طوله يساوي $(l_2 = 100 \text{ mm})$ ، وذراع توصيل BC طوله يساوي $(l_3 = 400 \text{ mm})$ ، وكتلته تساوي $(m_3 = 18 \text{ kg})$ ، ومركز ثقله G يبعد عن المفصل C مقدار $(CG = 250 \text{ mm})$ ، ونصف قطر عطالته حول محور مار من G ، وموازي لعمود المرفق هو $(\rho_G = 125 \text{ mm})$ ، ومن رأس مستطرق (Crosshead) C كتلته تساوي $(m_4 = 9 \text{ kg})$ ، يستند إلى نابض يقاوم حركته للأسفل عامل صلابته هو $(k = 2.7 \text{ kN/m})$ ، ويخضع لقوة انضغاطية قدرها $(F_{k_0} = 200 \text{ N})$ ، عندما يكون الرأس المستطرق في الوضعية الحدية العليا $(\theta_2 = 0^\circ)$.

تتم عملية موازنة سرعة دوران عمود المرفق؛ بوساطة دولاب معدل مركب مباشرة على عمود المرفق A كتلته تساوي $(m_f = 45 \text{ kg})$ ، ونصف قطر عطالته هو $(\rho_f = 150 \text{ mm})$ ، وتدار المجموعة الآلية بوساطة محرك كهربائي بسرعة دوران قدرها $(n_{av} = 300 \text{ r.p.m})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة.

إذا كان المحرك الكهربائي يقدم الاستطاعة اللازمة لمقاومة احتكاك المجموعة؛ المطلوب بإهمال وزن كل من المرفق والنابض:

- إيجاد معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية.

الحل:



c- المرفق في الوضعية الحدية السفلى. b- المرفق في الوضعية الحدية العليا. a- تركيبة آلية المنزلقة والمرفق. (الشكل-5-42)

في حل المسألة، يدل الرقم 1 على الوضعية الحدية العليا للمرفق، والرقم 2 على الوضعية الحدية السفلى له. ويدل الرمز ω_{a1} على السرعة الزاوية للوصلة a في الوضعية الحدية 1 للمرفق.

يحدد معامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية، من العلاقة:

$$k_s = \frac{\omega_{21} - \omega_{22}}{\omega_{av}}$$

حيث:

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية لعمود المرفق الوسطية، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \frac{\omega_{21} + \omega_{22}}{2} = \frac{2\pi \cdot n_{av}}{60} = \frac{2\pi \times 300}{60} = 31.4 \text{ rad/sec}$$

ω_{21} تمثل السرعة الزاوية لعمود المرفق 2 في الوضعية الحدية العليا 1 الموافقة لـ $(\theta_2 = 0^\circ)$ ، المبينة في الجزء b من (الشكل-5-42)، وتحدد عندما يكون المرفق في الوضعية الحدية العليا 1، تكون سرعة النقطة C معدومة، أما سرعة النقطة B التي تقع خارج مركزي دورانها A و C، فهي:

$$V_B = AB \times \omega_{21} = BC \times \omega_{31} \Rightarrow 100 \omega_{21} = 400 \omega_{31}$$

منه:

$$\omega_{21} = 4 \omega_{31} \Rightarrow \omega_{31} = 0.25 \omega_{21}$$

ω_{22} تمثل السرعة الزاوية لعمود المرفق 2 في الوضعية الحدية السفلى 2 الموافقة لـ $(\theta_2 = 180^\circ)$ ، المبينة في الجزء c من (الشكل-5-42)، وتحدد بالمثل، فعندما يكون المرفق في الوضعية الحدية السفلى 2، تكون سرعة النقطة C معدومة، أما سرعة النقطة B التي تقع بين مركزي دورانها A و C، فهي:

$$V_B = AB \times \omega_{22} = BC \times \omega_{32} \Rightarrow 100 \omega_{22} = 400 \omega_{32}$$

منه:

$$\omega_{22} = 4 \omega_{32} \Rightarrow \omega_{32} = 0.25 \omega_{22}$$

حيث:

ω_{31} تمثل السرعة الزاوية لذراع التوصيل 3 في الوضعية الحدية العليا 1 الموافقة لـ $(\theta_2 = 0^\circ)$ ، المبينة في الجزء b من (الشكل-5-42).
 ω_{32} تمثل السرعة الزاوية لذراع التوصيل 3 في الوضعية الحدية السفلى 2 الموافقة لـ $(\theta_2 = 180^\circ)$ ، المبينة في الجزء c من (الشكل-5-42).

وتحددان بتطبيق علاقة تغير القدرة الحركية على المجموعة، المكونة من الدولاب المعدل f وذراع التوصيل 3، من الوضعية الحدية العليا 1 للمرفق، إلى الوضعية الحدية السفلى 2 له.

$$E_c^2 - E_c^1 = \Sigma W_{(1 \rightarrow 2)} \Rightarrow (E_3^2 + E_f^2) - (E_3^1 + E_f^1) = w_{W_3} + w_{W_4} + w_{F_k}$$

حيث:

E_3^1 تمثل القدرة الحركية لذراع التوصيل 3 في الوضعية الحدية العليا، وتساوي إلى:

$$\begin{aligned} E_3^1 &= \frac{1}{2} m_3 \cdot V_G^2 + \frac{1}{2} I_G \cdot \omega_{31}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_3 \cdot CG^2 \cdot \omega_{31}^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \rho_G^2 \cdot \omega_{31}^2 = \frac{1}{2} m_3 (CG^2 + \rho_G^2) \omega_{31}^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 18 (0.25^2 + 0.125^2) \omega_{31}^2 = 0.703 \omega_{31}^2 = 0.044 \omega_{21}^2 \text{ J} \end{aligned}$$

E_f^1 تمثل القدرة الحركية للدولاب المعدل f في الوضعية الحدية العليا، وتساوي إلى:

$$E_f^1 = \frac{1}{2} I_f \cdot \omega_{21}^2 = \frac{1}{2} m_f \cdot \rho_f^2 \cdot \omega_{21}^2 = \frac{1}{2} 45 \times 0.15^2 \omega_{21}^2 = 0.506 \omega_{21}^2 \text{ J}$$

منه نحسب E_c^1 القدرة الحركية الكلية للمجموعة في الوضعية الحدية العليا، وتساوي إلى:

$$E_c^1 = (E_3^1 + E_f^1) = 0.044 \omega_{21}^2 + 0.506 \omega_{21}^2 = 0.55 \omega_{21}^2 \text{ J}$$

بالطريقة نفسها نحسب E_c^2 القدرة الحركية الكلية للمجموعة في الوضعية الحدية السفلى، وتساوي إلى:

$$E_c^2 = (E_3^2 + E_f^2) = 0.044 \omega_{22}^2 + 0.506 \omega_{22}^2 = 0.55 \omega_{22}^2 \text{ J}$$

أما:

w_{W_3} فيمثل عمل قوة ثقالة ذراع التوصيل BC ، ويساوي إلى:

$$w_{W_3} = W \cdot H_G = m_3 \cdot g \cdot 2l_2 = 18 \times 9.81 \times 2 \times 0.1 = 35.32 \text{ J}$$

w_{W_4} يمثل عمل قوة ثقالة الرأس المستطرق C ، ويساوي إلى:

$$w_{W_4} = W_4 \cdot H_C = m_4 \cdot g \cdot 2l_2 = 9 \times 9.81 \times 2 \times 0.1 = 17.66 \text{ J}$$

w_{F_k} يمثل عمل قوة صلابة النابض، ويحدد بالعلاقة:

$$w_{F_k(1 \rightarrow 2)} = \frac{k}{2} (\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2)$$

حيث:

Δl_{in} تمثل الاستطالة الابتدائية للنابض، وتساوي إلى:

$$\Delta l_{in} = \frac{F_{k_0}}{k} = \frac{200}{2700} = 0.074 \text{ m}$$

Δl_{fin} تمثل الاستطالة النهائية للنابض، وتساوي إلى:

$$\Delta l_{fin} = \Delta l_{in} + 2l_2 = 0.074 + 0.2 = 0.274 \text{ m}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عمل قوة صلابة النابض؛ نحصل على أن:

$$w_{F_k(1 \rightarrow 2)} = \frac{2700}{2} [(0.074)^2 - (0.274)^2] = -93.96 \text{ J}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم في علاقة تغير القدرة الحركية للمجموعة:

$$0.55 \omega_{22}^2 - 0.55 \omega_{21}^2 = 35.32 + 17.66 - 93.96 = -40.98$$

نحصل على العلاقة الآتية:

$$\omega_{21}^2 - \omega_{22}^2 = 74.51 \Rightarrow (\omega_{21} + \omega_{22})(\omega_{21} - \omega_{22}) = 74.51$$

التي تكتب بالشكل:

$$2\omega_{av}(\omega_{21} - \omega_{22}) = 74.51 \Rightarrow \frac{\omega_{21} - \omega_{22}}{\omega_{av}} = \frac{74.51}{2\omega_{av}^2}$$

ومنه؛ بالتعويض في علاقة معامل تراوح السرعة للتركيبة الآلية؛ نحصل على أن:

$$k_s = \frac{\omega_{21} - \omega_{22}}{\omega_{av}} = \frac{74.51}{2 \times 31.4^2} = 0.0378$$

أما في حال إجراء الدراسة الديناميكية للمجموعة الآلية تحليلياً، فإن تغيرات كل من العزم المحرك، وعزم الحمل تعطى عندئذ بمعادلة رياضية بدلالة الإزاحة الزاوية θ لعمود الدوران. يمكن عندئذ تعيين قيمة E_f من حساب قيمة تكامل المنحني، أو المنحنيات الناتجة عن هذه المعادلات الرياضية التي تحدد المساحات المكافئة للتراوح الأعظمي للقدرة، على الشكل الآتي:

$$E_f = \int_{\theta_{\min.}}^{\theta_{\max.}} (T_m - T_l) d\theta \quad (22-5)$$

حيث:

$\theta_{\min.}$ تمثل قيمة زاوية المرفق التي تحدث عندها السرعة الصغرى.

$\theta_{\max.}$ تمثل قيمة زاوية المرفق التي تحدث عندها السرعة العظمى.

T_m تمثل معادلة العزم المحرك؛ بدلالة زاوية المرفق θ .

T_l تمثل معادلة عزم الحمل؛ بدلالة زاوية المرفق θ .

يجب أن نلاحظ - عند إجراء التكامل في المعادلة (22-5) - ضرورة تجزئة هذا التكامل ضمن مجالات نقاط تقاطع المنحنيين T_m ، T_l المتتالية، في حال وجود مثل هذه النقاط في المجال الواقع بين الزاويتين $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$. مثال ذلك في (الشكل-5-41)، يجب إجراء ثلاثة تكاملات جزئية لوجود نقطتي تقاطع إضافيتين في المجال بين الزاويتين $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$ ، وتكون قيمة E_f ؛ وفقاً للمعادلة (22-5)، هي المجموع الجبري لنتائج هذه التكاملات الثلاثة.

يمكن تلخيص الخطوات اللازمة لتطبيق المعادلة (22-5)، في تعيين E_f التراوح الأعظمي للقدرة

على الشكل الآتي:

1. رسم مخططي العزمين T_m ، T_l بالنسبة إلى الزاوية θ ؛ ضمن مجال دورة عمل كاملة؛ استناداً إلى المعادلة الرياضية لكل منهما.
2. تعيين قيم الزاوية θ الموافقة لجميع نقاط تقاطع المخططين ضمن هذا المجال، وذلك نتيجة حل العلاقة $(T_m = T_l)$.
3. إذا كان عدد نقاط التقاطع المعينة في البند 2 كبيراً نسبياً أكثر من ثلاث نقاط، أو أربع، فإنه يجب حساب جميع المساحات الموجبة، والسالبة بين كل نقطتي تقاطع متتاليتين، ومن ثم اتباع الطريقة التي سبق ذكرها في الفقرة 5-8-3 ، و(الشكل-5-46) لتعيين الزاويتين $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$ ؛ ومن ثم إجراء التكامل في المعادلة (22-5)؛ مع ملاحظة ما نوهنا عنه أعلاه بشأن التكاملات الجزئية بين هاتين الزاويتين.

4. أما إذا كان عدد نقاط التقاطع المعينة في البند 2 قليلاً، فإنه يمكن مباشرة تعيين المساحة العظمى الموجبة، أو السالبة، وهي تمثل في الواقع التراوح الأعظمي للقدرة E_f ، يكفي عندئذ إجراء التكامل للمعادلة (22-5) على أساس $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$ هما الزاويتان اللتان تحددان هذه المساحة. تحدث هذه الحالة عندما يكون المجال صغيراً نسبياً؛ بخاصة في المحركات متعددة الأسطوانات؛ علماً أن أغلب التطبيقات العملية هي من هذا النوع. من الواضح أنه يجب في حال عدم التمكن من استقراء موقع المساحة اتباع ما ذكر في البند 3 .

مسألة-5-13

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2007-2008

يعطى عزم الدوران الناتج على عمود المرفق في محرك، بالمعادلة:

$$T_{m(Nm)} = 160 + 55 \sin 3\theta$$

حيث θ تمثل زاوية المرفق مقيسة من النقطة الميتة الداخلية.

يدير هذا المحرك مباشرة آلة يتغير العزم المقاوم فيها؛ وفق المعادلة:

$$T_{l(Nm)} = 160 + 17 \sin \theta$$

فإذا دار المحرك بسرعة دوران وسطية قدرها $(n = 300 \text{ r.p.m})$ ، وكان معامل تراوح السرعة

للمجموعة الآلية يساوي $(K_s = 0.2)$ ؛ المطلوب:

1. تعيين الاستطاعة الوسطية للمحرك P_{av} ؛ أي الاسمية P .
2. رسم مخطط عزم الدوران؛ $[T = f(\theta)]$ للمجموعة الآلية بصورة متقنة، بعد حساب قيم العزوم عند الزوايا الآتية:

$$\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ.$$

متضمناً كلاً من منحني تغيرات العزم المحرك T_m ، ومنحني تغيرات العزم المقاوم T_l ، وموضحاً عليه العزم الوسطي T_{av} لهما، وزوايا تقاطعهم، وموضع حدوث التغير الأعظمي للعزم $(T_m - T_l)_{\max}$.

3. تعيين وزن الحذافة الحلقية W_f اللازم تركيبها على عمود المجموعة، إذا كان نصف قطر عطالتها $(\rho_f = 30 \text{ cm})$.

4. تحديد الوضع الزاوي للمرفق θ ، من مخطط عزم الدوران، الذي يحدث عنده أعظم تباطؤ زاوي $\varepsilon_{\max}$ للأجزاء المتحركة بالنسبة للمحرك، وحساب قيمة هذا التباطؤ الزاوي. علماً أن:

$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$

الحل:

1. تُعين استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث:

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \omega = 2\pi \cdot n / 60 = 2\pi \times 300 / 60 = 10\pi = 31.4 \text{ rad/sec}$$

T_{av} يمثل العزم الوسطي، ويساوي إلى العزم الوسطي لتغيرات كل من عزم المحرك T_m ، والمقاوم T_l ، ويساوي - استناداً إلى الفقرة 5-8 ، و(الشكل-5-43) - إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة، والسالبة المحصورة بين أي من منحنيي التغيرات، والمحور الأفقي ($T = 0$)؛ مقسوماً على المجال الكلي لدورة كاملة؛ لينجز خلالها القدرة E ؛ أي إن العزم الوسطي يساوي إلى:

$$T_{av} = \frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}}$$

لكن لدينا من مبادئ التحليل الرياضي أن المساحات المحصورة بين منحن، والمحور الأفقي للإحداثيات ضمن مجال تغير ما، تساوي تكامل المعادلة الرياضية لهذا المنحني بين حدي مجال التغير؛ ومن ثم فإن في هذه المسألة:

$$T_{av} = \frac{\int_0^{2\pi} T_l \cdot d\theta}{2\pi} = \frac{\int_0^{2\pi} T_m \cdot d\theta}{2\pi} = 160 \text{ N.m}$$

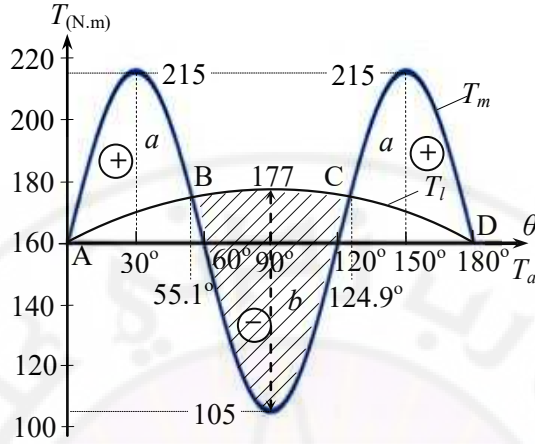
وذلك لأن تكامل الحد الدوري $\sin\theta$ في معادلة العزم المقاوم يساوي الصفر، وتكامل الحد الدوري $\sin 3\theta$ في معادلة العزم المحرك يساوي الصفر، ويجب أن يكون العزم الوسطي للمحرك مساوياً العزم الوسطي اللازم لتدوير الآلة؛ انطلاقاً من مبدأ انحفاظ القدرة عند إهمال مردود النقل بينهما. نلاحظ من ذلك أنه يمكن مباشرة تعيين العزم الوسطي للمجموعة الآلية، على أساس أنه يساوي الحد الثابت في معادلة العزم؛ لكونه لا يتعلق بقيم الزاوية θ ؛ إذ إن وسطي الحدود الدورية الأخرى خلال دورة العمل يساوي الصفر دوماً، ومنه يرسم العزم الوسطي T_{av} في مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

$$P_{av} = 160 \times 31.4 = 5024 \text{ W} \approx 5 \text{ kW}$$

2. لرسم مخطط عزم الدوران؛ $[T = f(\theta)]$ للمجموعة الآلية، نبدأ أولاً برسم كل من مخطبي T_l و T_m بالنسبة لزاوية المرفق θ ، كما في (الشكل-5-43)، حيث يُلاحظ أن دورة العمل المشتركة لهما هي 2π ؛ فضلاً عن أن كليهما متناظران حول الوضع ($\theta = \pi$). يتم ذلك بسهولة بحساب قيمة كل من العزمين عند عدة قيم معينة للزاوية θ ؛ استناداً إلى المعادلة المعطاة لكل منهما:

θ	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$T_m(\text{N.m})$	160	215	160	105	160	215	160
$T_l(\text{N.m})$	160	168.5	174.7	177	174.7	168.5	160



(الشكل-5-43)، مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

3. يبين وزن الحذافة الحلقية W_f اللازم تركيبها على عمود المجموعة، من العلاقة:

$$W_f = M_f \cdot g$$

حيث M_f تمثل كتلة الحذافة الحلقية، وتحدد من علاقة عزم عطالتها:

$$I_f = M_f \cdot \rho_f^2 \Rightarrow M_f = I_f / \rho_f^2$$

حيث I_f يمثل عزم عطالة الحذافة الحلقية اللازمة لتأمين معامل تراوح السرعة المطلوب، ويحدد من علاقة التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega_{av}^2 \Rightarrow I_f = \frac{E_f}{K_s \cdot \omega_{av}^2}$$

حيث E_f يمثل التراوح الأعظمي للقدرة، ويحسب من تطبيق المعادلة:

$$E_f = \int_{\theta_{\min.}}^{\theta_{\max.}} (T_m - T_l) d\theta$$

حيث $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$ تمثل زوايا نقطتي تقاطع T_m مع T_l ، تكون في الأولى القدرة أعظمية؛ ومن ثم تكون فيها السرعة الزاوية أعظمية، وفي الأخرى تكون فيها القدرة أصغر؛ ومن ثم تكون فيها السرعة الزاوية أصغر، وتحدد الزاويتان $\theta_{\min}$ ، $\theta_{\max}$ من قيم الزوايا التي يتقاطع عندها مخططا العزمين T_m ، T_l ، وذلك من حل العلاقة:

$$T_m = T_l$$

حيث ينتج أن:

$$55 \sin 3\theta - 17 \sin \theta = 0 \Rightarrow 55(3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) - 17 \sin \theta = 0$$

$$165 \sin \theta - 220 \sin^3 \theta - 17 \sin \theta = 0 \Rightarrow 148 \sin \theta - 220 \sin^3 \theta = 0$$

$$\sin \theta (148 - 220 \sin^2 \theta) = 0$$

إما:

$$\sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0, \pi, 2\pi$$

أو:

$$(148 - 220 \sin^2 \theta) = 0 \Rightarrow \sin^2 \theta = 148 / 220 = 0.6727 \Rightarrow \sin \theta = \pm 0.82$$

وإما:

$$\sin \theta = +0.82 \Rightarrow \theta = 55.1^\circ, 180^\circ - 55.1^\circ = 124.9^\circ$$

أو:

$$\sin \theta = -0.82 \Rightarrow \theta = 180^\circ + 55.1^\circ = 235.1^\circ, 360^\circ - 55.1^\circ = 304.9^\circ$$

أي إن تقاطع T_m مع T_l خلال دورة عمل كاملة يحدث عند القيم الزاوية التقريبية:

$$\theta = 0^\circ, 55.1^\circ, 124.9^\circ, 180^\circ, 235.1^\circ, 304.9^\circ, 360^\circ$$

يلحظ من مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية؛ وبسبب التناظر حول $(\theta = \pi)$ ، أن المساحة الموجبة من النقطة A إلى النقطة B تساوي المساحة الموجبة من النقطة C إلى النقطة D ، ولنرمز لكل منهما بـ a ، وكذلك الأمر بالنسبة للمساحة السالبة من النقطة B إلى النقطة C ، نرمز لها بـ b . تعدّ المساحة موجبة في المجال الذي يكون فيه عزم المحرك T_m أكبر من عزم الحمل المقاوم T_l ، وهي سالبة في الحالة العكسية.

يتضح من مخطط عزم الدوران أن القدرة العظمى $E_{\max}$ تنتج عند نقطة التقاطع B ، حيث $(\theta = 55.1^\circ)$ ؛ بينما تكون القدرة الصغرى $E_{\min}$ عند نقطة التقاطع C ، حيث $(\theta = 124.9^\circ)$ ، يكفي بسبب التناظر حساب التراوح الأعظمي E_f من المساحة b ، حيث ينتج من تطبيق المعادلة أن:

$$E_f = \int_{55.1^\circ}^{124.9^\circ} (55 \sin 3\theta - 17 \sin \theta) d\theta$$

بحل التكامل بالقيم العددية؛ نحصل على التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = -54.92 \text{ N.m}$$

الإشارة السالبة تدل على أن قيمة E_f ، الممثلة بالمساحة المرقنة b ، تمثل القدرة الأعظمية التي يجب بذلها في المحرك من الحذافة، هذا يدل على أن $(\theta_{\min} = 124.9^\circ)$ ، وأن $(\theta_{\max} = 55.1^\circ)$.

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة الحذافة الحلقية؛ نحصل على أن:

$$I_f = \frac{54.92}{0.02 (31.4)^2} = 2.785 \text{ kg.m}^2$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة كتلة الحذافة الحلقية؛ نحصل على أن:

$$M_f = 2.785 / (0.3)^2 = 30.92 \text{ kg}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة وزن الحذافة الحلقية؛ نحصل على أن:

$$W_f = 30.92 \times 9.81 = 303.4 \text{ N}$$

4. يمين التباطؤ الزاوي الأعظمي $\varepsilon_{\max}$ للحذافة، من العلاقة:

$$\Delta T_{\max} = (T_m - T_l)_{\max} = I_f \cdot \varepsilon_{\max} \Rightarrow \varepsilon_{\max} = \frac{(T_m - T_l)_{\max}}{I_f}$$

حيث يمكن إيجاد $(T_m - T_l)_{\max}$ مباشرة من مخطط عزم الدوران، عند ملاحظة أن:

$$(T_m - T_l)_{\max} = (T_m - T_l)_{(\theta=90^\circ)} = 105 - 177 = -72 \text{ N.m}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة التسارع الزاوي الأعظمي؛ نحصل على أن:

$$\varepsilon_{\min} = -\frac{72}{2.785} = -25.85 \text{ rad/sec}^2$$

الإشارة السالبة تدل على التباطؤ الزاوي الأعظمي الذي يحدث عند الزاوية $(\theta = 90^\circ)$ ؛ بينما التسارع الزاوي الأعظمي، فإنه يحدث ذلك عند الزاوية $(\theta = 270^\circ)$ ، وقيمته $(\varepsilon_{\max} = 25.85 \text{ rad/sec}^2)$ ، ويكرر ذلك كل 180° .

يُلاحظ في هذه المسألة، أنه أمكن تعيين النقطتين الحديتين للسرعتين العظمى والصغرى، مباشرة من دراسة مخططي العزم وفقاً للشكل؛ لذا لم يكن ضرورياً حساب المساحة بين النقطة A والنقطة B؛ لأنه من الواضح أنها أصغر من المساحة b. لكن قد يلزم أحياناً حساب بقية المساحات لتعيين هاتين النقطتين الحديتين.

يمكن أحياناً ربط المجموعات الآلية المؤلفة من محرك، وآلة؛ عبر مجموعة مسننات وفقاً لاحتمالات سرعة دوران كل من عمود المحرك، وعمود الآلة، حيث يطبق في هذه الحالة مبدأ انحفاظ القدرة الحركية لتعيين عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة منسوباً إلى محور المحرك، ومن ثم تعيين عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها لهذه المجموعة؛ وذلك وفق معلومات علم التحريك الأساسية.

مسألة-5-14

تبلغ سرعة دوران محرك رباعي الشوط ذي أسطوانة واحدة مقدار $(n_m = 400 \text{ r.p.m})$ ، ويدير عبر جملة مسننات آلة سرعة دورانها تساوي $(n_l = 1200 \text{ r.p.m})$.

وجد في الاختبار التجريبي لهذا المحرك، أن المجموع الجبري للمساحات المحصورة حول خط عزم المحرك $(T_m = 0)$ يساوي 2483 mm^2 ، حيث كان مقياس رسم مخطط هذا العزم؛ بدلالة الوضع الزاوي للمرفق هو:

$$(1 \text{ mm} \equiv 60 \text{ N.m}) \text{ شاقولياً، و } (1 \text{ mm} \equiv 3^\circ) \text{ أفقياً.}$$

فإذا كان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بعمود المحرك هو $(I_m = 370 \text{ kg.m}^2)$ ، وعزم عطالة الأجزاء المتصلة بعمود الآلة هو $(I_l = 12 \text{ kg.m}^2)$ ، وكان معامل تراوح القدرة للمحرك يساوي $(K_e = 0.8)$ ؛ المطلوب تعيين:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
2. معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية.
3. عزم عطالة الحذافة I_f اللازم تركيبها على عمود الآلة؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة للمجموعة الآلية لا يزيد على المقدار $(K_s' = \pm 15\%)$ حول قيمة السرعة الوسطية.

الحل:

1. تُعين استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث:

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \omega_m = 2\pi \cdot n_m / 60 = 2\pi \times 400 / 60 = 41.88 \text{ rad/sec}$$

T_{av} يمثل العزم الوسطي، ويساوي إلى العزم الوسطي لتغيرات عزم المحرك T_m ، ويساوي - استناداً إلى الفقرة 5-8، و(الشكل-5-38) - إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة بالنسبة لخط العزم $(T_m = 0)$ التي تمثل القدرة الناتجة من المحرك، والمساحات السالبة بالنسبة لخط العزم $(T_m = 0)$ التي تمثل القدرة المبذولة للمحرك على المجال الموافق لزاوية عمل دورة ترموديناميكية كاملة، وقدرها $(\theta_c = 4\pi)$ ؛ لينجز خلالها القدرة E ؛ أي إن العزم الوسطي يساوي إلى:

$$T_{av} = \frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}}$$

حيث القدرة الكلية E الناتجة في المحرك خلال عمل دورة ترموديناميكية كاملة تساوي إلى:

$$E = 2483 \times 60 \times 3^\circ \times \pi / 180^\circ = 2483\pi \text{ N.m} = 7800.5 \text{ N.m}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة العزم الوسطي؛ نحصل على أن:

$$T_{av} = \frac{E}{\theta_C} = \frac{2483\pi}{4\pi} = 620.75 \text{ N.m}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

$$P_{av.} = 620.75 \times 41.88 = 26000 \text{ W} = 26 \text{ kW}$$

2. يعين معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية، من علاقة تراوح القدرة الأعظمي:

$$E_f = I_{eq} \cdot K_s \cdot \omega_m^2 \Rightarrow K_s = \frac{E_f}{I_{eq} \cdot \omega_m^2}$$

حيث:

E_f يمثل تراوح القدرة الأعظمي، ويحسب من علاقة معامل تراوح القدرة للمحرك:

$$K_e = \frac{E_f}{E} \Rightarrow E_f = K_e \cdot E$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على تراوح القدرة الأعظمي:

$$E_f = 0.8 \times 7800.5 = 6240.4 \text{ N.m}$$

I_{eq} يمثل عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يحسب عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً I_{eq} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من تطبيق علاقة القدرة الحركية المكافئة لهذه الأجزاء المتحركة؛ منسوبة إلى محور المحرك، وذلك بأن: "القدرة الحركية المكافئة للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوبة لمحور المحرك، تساوي المجموع الجبري للقدرة الحركية الناتجة على محور المحرك؛ منسوبة لمحورها، والقدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$(1/2) I_{eq} \cdot \omega_m^2 = (1/2) I_m \cdot \omega_m^2 + (1/2) I_{lm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{eq} = I_m + I_{lm}$$

حيث:

I_m يمثل عزم عطالة الأجزاء المتحركة للمحرك؛ منسوباً إلى محوره.

I_{lm} يمثل عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

ويحسب عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة I_{lm} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من تطبيق مبدأ انحفاظ القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ أي إن: "القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة إلى محورها، تساوي القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$(1/2) I_l \cdot \omega_l^2 = (1/2) I_{lm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{lm} = \left(\frac{\omega_l}{\omega_m}\right)^2 I_l$$

حيث:

ω_l تمثل السرعة الزاوية للآلة.

I_l تمثل عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة؛ منسوباً إلى محورها.

بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{lm} = \left(\frac{1200}{400}\right)^2 \times 12 = 108 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{eq} = 370 + 108 = 478 \text{ kg.m}^2$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة معامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية؛ نحصل على أن:

$$K_s = \frac{E_f}{I_{eq} \cdot \omega_m^2} = \frac{6240.4}{478 (41.88)^2} = 0.0074$$

3. يعين عزم عطالة الحذافة I_{fl} اللازم تركيبها على عمود الآلة، من تطبيق مبدأ انحفاظ القدرة الحركية على الحذافة؛ أي إن:

"القدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور الآلة، تساوي القدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$\frac{1}{2} I_{fl} \cdot \omega_l^2 = \frac{1}{2} I_{fm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{fl} = \frac{\omega_m^2}{\omega_l^2} I_{fm}$$

حيث I_{fm} تمثل عزم عطالة الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يحسب عزم عطالة الحذافة I_{fm} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من تطبيق علاقة القدرة الحركية للمجموعة مع حذافة؛ منسوبة لمحور المحرك، وذلك بأن:

"القدرة الحركية للمجموعة الآلية مع حذافة؛ منسوبة لمحور المحرك، تساوي المجموع الجبري للقدرة الحركية للمجموعة؛ منسوبة لمحور المحرك، والقدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$\frac{1}{2} I_{(eq+f)} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_{eq} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_{fm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{(eq+f)} = I_{eq} + I_{fm}$$

منه عزم عطالة الحذافة؛ منسوب إلى محور المحرك:

$$I_{fm} = I_{(eq+f)} - I_{eq}$$

حيث $I_{(eq+f)}$ يمثل عزم عطالة المجموعة الآلية مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يحسب عزم عطالة المجموعة مع الحذافة $I_{(eq+f)}$ ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من علاقة تراوح القدرة الأعظمي:

$$E_f = I_{(eq+f)} \cdot K_s' \cdot \omega_{av}^2 \Rightarrow I_{(eq+f)} = \frac{E_f}{K_s' \cdot \omega_m^2}$$

بما أن المطلوب معامل تراوح سرعة لا يزيد على $(K_s' = \pm 15\%)$ ؛ أي ألا تزيد السرعة، أو تنقص عن القيمة الوسطية ω_m بأكثر من النسبة 15%، فإن معامل تراوح السرعة بين سرعتين العظمى، والصغرى، هو ضعفي هذه النسبة، ومنه يكون معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية المطلوب تحقيقه يساوي إلى:

$$K_s' = 2 \times 0.0015 = 0.003$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة المجموعة مع الحذافة منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{(eq+f)} = \frac{6240.4}{0.003(41.88)^2} = 1186 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{fm} = 1186 - 478 = 708 \text{ kg.m}^2$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على عمود الآلة؛ نحصل على أن:

$$I_{fl} = \left(\frac{400}{1200}\right)^2 \times 708 = 78.66 \text{ kg.m}^2$$

مسألة-5-15

يعطى عزم الدوران الناتج من محرك، بالمعادلة:

$$T_{m(Nm)} = 2500 + 675 \sin 2\theta$$

حيث θ تمثل زاوية المرفق مقيسة من النقطة الميتة الداخلية.

يدور هذا المحرك بسرعة دوران وسطية قدرها $(n_m = 600 \text{ r.p.m})$ ، ويدير - عبر مجموعة مسننات تخفيض - آلة ذات سرعة دوران وسطية قدرها $(n_l = 300 \text{ r.p.m})$ ، حيث يتغير فيها عزم الحمل المقاوم، وفق المعادلة:

$$T_{l(Nm)} = 2500 + 270 \sin \theta$$

فإذا كان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور المحرك يكافئ كتلة قدرها $(M_m = 5 \text{ kg})$ ، ونصف قطر عطالة قدره $(\rho_m = 30 \text{ cm})$ ، وكان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور الآلة يكافئ كتلة قدرها $(M_l = 20 \text{ kg})$ ، ونصف قطر عطالة قدره $(\rho_l = 30 \text{ cm})$ ؛ المطلوب:

1. رسم مخطط عزم الدوران؛ $[T = f(\theta)]$ ؛ للمجموعة الآلية بصورة متقنة. متضمناً كلاً من منحني تغيرات العزم المحرك T_m ، وتغيرات العزم المقاوم T_l ، وموضحاً عليه العزم الوسطي T_{av} لهما، وزوايا تقاطعهم.

2. تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .

3. تعيين عزم عطالة الحذافة I_{fm} اللازم تركيبها على محور المحرك، بحيث يكون معامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية يساوي $(K_s = 6\%)$ حول قيمة السرعة الوسطية.

4. تحديد الوضع الزاوي للمرفق θ من مخطط عزم الدوران، الذي يحدث عنده أعظم تسارع زاوي $\varepsilon_{\max}$ للأجزاء المتحركة بالنسبة للمحرك، وحساب قيمة هذا التسارع الزاوي.

يمكن أن تعدّ هذه المسألة نموذجاً شاملاً؛ لأن ربط الآلة مع المحرك غير مباشر، وكلا العزمين متغيران، ولتوضح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

الحل:

1. لرسم مخطط عزم الدوران؛ أي $[T=f(\theta)]$ ؛ للمجموعة الآلية بصورة متقنة، نبدأ أولاً برسم كل من مخططي T_m ، T_l بالنسبة للزاوية θ ، كما في (الشكل-5-44)، حيث يُلاحظ أن دورة العمل المشتركة لهما هي 2π ؛ فضلاً عن أن كليهما متناظران حول الوضع $(\theta = \pi)$. يتم ذلك بسهولة بحساب قيمة كل من العزمين عند عدة قيم معينة للزاوية θ ؛ استناداً إلى المعادلة المعطاة لكل منهما.

2. تعين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث:

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي:

$$\omega_{av} = \omega_m = \frac{2\pi \times 600}{60} = 62.8 \text{ rad/sec}$$

T_{av} يمثل العزم الوسطي، ويساوي إلى العزم الوسطي لتغيرات كل من عزم المحرك T_m ، والمقاوم T_l ، ويساوي - استناداً إلى الفقرة 5-8 ، و(الشكل-5-44) - إلى المجموع الجبري للمساحات الموجبة، والسالبة المحصورة بين أي من منحنىي التغيرات، والمحور الأفقي $(T=0)$ ؛ مقسوماً على المجال الكلي لدورة كاملة؛ لينجز خلالها القدرة E ؛ أي إن العزم الوسطي يساوي إلى:

$$T_{av} = \frac{\text{القدرة الكلية خلال دورة كاملة}}{\text{المجال الكلي لدورة كاملة}}$$

لكن لدينا من مبادئ التحليل الرياضي، أن المساحات المحصورة بين منحن، والمحور الأفقي للإحداثيات ضمن مجال تغير ما، تساوي تكامل المعادلة الرياضية لهذا المنحنى بين حدي مجال التغير؛ ومن ثم فإن في هذه المسألة:

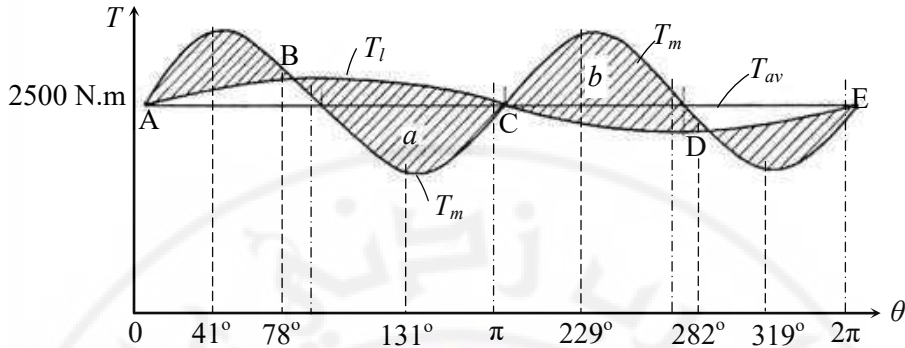
$$T_{av} = \frac{\int_0^{2\pi} T_m \cdot d\theta}{2\pi} = \frac{\int_0^{2\pi} T_l \cdot d\theta}{2\pi} = 2500 \text{ N.m}$$

وذلك لأن تكامل الحد الدوري $\sin 2\theta$ في معادلة العزم المحرك يساوي الصفر، وتكامل الحد الدوري $\sin \theta$ في معادلة العزم المقاوم يساوي الصفر، ويجب أن يكون العزم الوسطي للمحرك مساوياً العزم الوسطي اللازم لتدوير الآلة؛ انطلاقاً من مبدأ انحفاظ القدرة عند إهمال مردود النقل بينهما.

يُلاحظ من ذلك، أنه يمكن مباشرة تعيين العزم الوسطي للمجموعة الآلية، على أساس أنه يساوي الحد الثابت في معادلة العزم؛ لكونه لا يتعلق بقيم الزاوية θ ؛ إذ إن وسطي الحدود الدورية الأخرى خلال دورة العمل يساوي الصفر دوماً، ومنه يرسم العزم الوسطي T_{av} في مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

$$P_{av} = 2500 \times 62.8 / 1000 = 157 \text{ kW}$$



(الشكل-5-44)، مخطط عزم الدوران للمجموعة الآلية.

3. يُحسب عزم عطالة الحذافة I_{fm} اللازم تركيبها على محور المحرك، من تطبيق علاقة القدرة الحركية للمجموعة مع حذافة؛ منسوبة لمحور المحرك، وذلك بأن:

"المجموع الجبري للقدرة الحركية للمجموعة؛ منسوبة لمحور المحرك، والقدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور المحرك؛ تساوي القدرة الحركية للمجموعة مع حذافة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$\frac{1}{2} I_{eq} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_{fm} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_{(eq+f)} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{eq} + I_{fm} = I_{(eq+f)}$$

منه عزم عطالة الحذافة؛ منسوب إلى محور المحرك:

$$I_{fm} = I_{(eq+f)} - I_{eq}$$

حيث:

$I_{(eq+f)}$ تمثل عزم عطالة المجموعة مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

I_{eq} تمثل عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوباً إلى محور المحرك

يُحسب عزم عطالة المجموعة مع الحذافة $I_{(eq+f)}$ ؛ منسوباً إلى محور المحرك، اللازم لتأمين معامل تراوح السرعة المطلوب من علاقة تراوح القدرة الأعظمي (5-39):

$$E_f = I_{(eq+f)} \cdot K_s \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{(eq+f)} = \frac{E_f}{K_s \cdot \omega_m^2}$$

ويُحسب التراوح الأعظمي للقدرة E_f ، من تطبيق المعادلة (5-40)، حيث إن:

$$E_f = \int_{\theta_{min.}}^{\theta_{max.}} (T_m - T_l) d\theta$$

وتحدد الزوايا θ_{min} ، θ_{max} ، من قيم الزوايا التي يتقاطع عندها مخططا العزمين T_m ، T_l ، من حل العلاقة:

$$T_m = T_l$$

حيث ينتج أن:

$$675 \sin 2\theta - 270 \sin \theta = 0$$

ومنه:

$$\sin \theta (5 \cos \theta - 1) = 0$$

إما:

$$\sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0, \pi, 2\pi$$

أو:

$$\cos \theta = 0.2 \Rightarrow \theta = 78.4^\circ, 281.6^\circ$$

أي إن تقاطع T_m مع T_l خلال دورة عمل كاملة يحدث عند القيم الزاوية التقريبية:

$$\theta = 0, 78^\circ, \pi, 282^\circ, 2\pi$$

يُلاحظ من (الشكل-4-44)؛ وبسبب التناظر حول $(\theta = \pi)$ ، أن المساحة المرفقة الموجبة من النقطة A إلى النقطة B، تساوي المساحة السالبة من النقطة D إلى النقطة E، وكذلك الأمر بالنسبة للمساحتين من النقطة B إلى النقطة C، ومن النقطة C إلى النقطة D اللتين رمزنا لهما a, b على التوالي. تعدّ المساحة موجبة في المجال الذي يكون فيه عزم المحرك T_m أكبر من عزم الحمل المقاوم T_l ، وهي سالبة في الحالة العكسية.

يتضح من الشكل أن القدرة العظمى $E_{\max}$ تنتج عند نقطتي التقاطع B، D؛ بينما تكون القدرة الصغرى $E_{\min}$ عند نقطة التقاطع C، يكفي بسبب التناظر حساب التراوح الأعظمي للقدرة E_f من المساحة a أو b ، حيث ينتج من تطبيق المعادلة (4-22)، أن:

$$E_f = \int_{180^\circ}^{78^\circ} (675 \sin 2\theta - 270 \sin \theta) d\theta$$

بحل التكامل بالقيم العددية؛ نحصل على التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = 972 \text{ N.m}$$

حيث:

$$\theta_{\min.} = 180^\circ, \quad \theta_{\max.} = 78^\circ$$

يُلاحظ في هذه المسألة أنه أمكن تعيين النقطتين الحديتين للسرعتين العظمى والصغرى، مباشرة من دراسة مخططي العزم؛ وفقاً لـ (الشكل-4-44). لذا لم يكن ضرورياً حساب المساحة المرفقة بين النقطة B والنقطة A؛ لأنه من الواضح أنها أصغر من المساحة a . لكن قد يلزم أحياناً حساب بقية المساحات لتعيين هاتين النقطتين الحديتين.

تجدر الإشارة إلى أنه في حال حساب E_f ، بحيث يُستعمل حدود التكامل المحدد لمجال التراوح الأعظمي بصورة معكوسة؛ أي في حالة هذه المسألة من $(\theta = 78^\circ)$ إلى $(\theta = 180^\circ)$ ، فإن القيمة الناتجة عندئذٍ للتراوح الأعظمي E_f ستكون مساوية القيمة التي عينت سابقاً لكن سالبة. تشير الإشارة السالبة عندئذٍ إلى القدرة السالبة الأعظمية التي يجب بذلها في المحرك من الحذافة.

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم العطالة المجموعة مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{(eq+f)} = \frac{972}{0.06(62.8)^2} = 4.11 \text{ kg.m}^2$$

ويحسب عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوباً إلى محور المحرك I_{eq} من تطبيق علاقة القدرة الحركية المكافئة لهذه الأجزاء المتحركة؛ منسوبة إلى محور المحرك، وذلك بأن: "القدرة الحركية المكافئة للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوبة لمحور المحرك، تساوي المجموع الجبري للقدرة الحركية الناتجة على محور المحرك؛ منسوبة لمحور المحرك، والقدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$(1/2) I_{eq} \cdot \omega_m^2 = (1/2) I_m \cdot \omega_m^2 + (1/2) I_{lm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{eq} = I_m + I_{lm}$$

حيث:

I_m تمثل عزم عطالة أجزاء المحرك؛ منسوباً إلى محوره.
 I_{lm} تمثل عزم عطالة أجزاء الآلة؛ منسوباً إلى محور المحرك.
ويُحسب عزم عطالة أجزاء الآلة I_{lm} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من تطبيق مبدأ انخفاض القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ أي إن:
"القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة إلى محورها؛ تساوي القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$(1/2) I_l \cdot \omega_l^2 = (1/2) I_{lm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{lm} = \frac{\omega_l^2}{\omega_m^2} I_l$$

حيث:

ω_l تمثل السرعة الزاوية لمحور الآلة.
 I_l تمثل عزم عطالة الأجزاء المتحركة للآلة؛ منسوباً إلى محورها.
بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$I_{lm} = 20(0.3)^2 \left(\frac{300}{600}\right)^2 = 0.45 \text{ kg.m}^2$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ نحصل على أن:

$$I_{eq} = 5(0.3)^2 + 0.45 = 0.9 \text{ kg.m}^2$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة الحذافة؛ منسوب إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{fm} = 3.21 \text{ kg.m}^2$$

4. ينتج التسارع الزاوي الأعظمي عندما يكون العزم المحصل للمحرك، والآلة؛ أي الحمل، أعظمياً؛ إذ إن:

$$(T_m - T_l)_{\max.} = I_{(eq+f)} \cdot \varepsilon_{\max.} \Rightarrow \varepsilon_{\max.} = \frac{(T_m - T_l)_{\max.}}{I_{(eq+f)}}$$

حيث يلاحظ من (الشكل 4-44)، أن أعظم عزم محصل $(T_m - T_l)_{\max.}$ ، يحدث في المجال من النقطة C إلى النقطة D، وتعين الزاوية الموافقة ضمن هذا المجال من العلاقة:

$$\frac{d}{d\theta}(T_m - T_l) = 0 \Rightarrow \theta = 229^\circ$$

وهي التي يكون عندها:

$$(T_m - T_l)_{(\theta=229^\circ)} = (T_m - T_l)_{\max.} = 872 \text{ N.m}$$

وأن $I_{(eq+f)}$ يمثل عزم العطالة الكلي للمجموعة مع حذف، ويساوي إلى:

$$I_{(eq+f)} = I_f + I_{eq} = 3.21 + 0.9 = 4.11 \text{ kg.m}^2$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة التسارع الزاوي الأعظمي؛ نحصل على أن:

$$\varepsilon_{\max.} = 212 \text{ rad/sec}^2$$

تجدد الإشارة إلى وجود قيمة أخرى ($\theta = 131^\circ$)، حيث يكون العزم المحصل أصغرياً؛ هذا يؤدي إلى أعظم تباطؤ قيمته المطلقة تساوي القيمة المحسوبة أعلاه للتسارع الزاوي الأعظمي.

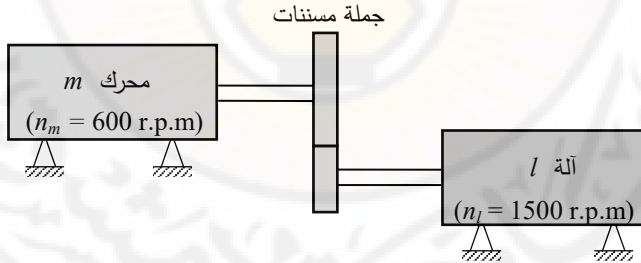
مسألة-5-16

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2016-2017

يعطي محرك رباعي الشوط ذو أسطوانة واحدة استطاعة قدرها ($P = 60 \text{ kW}$)، عند سرعة دوران قدرها ($n_m = 600 \text{ r.p.m}$). يدير هذا المحرك، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-5-45)؛ عبر جملة مسننات، آلة سرعة دورانها قدره ($n_l = 1500 \text{ r.p.m}$).

فإذا كان التراوح الأعظمي للقدرة E_f ، يساوي ($K_e = 85\%$) من القدرة الناتجة خلال دورة عمل كاملة للمحرك E ، وكان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بعمود المحرك يساوي ($I_m = 80 \text{ kg.m}^2$)؛ بينما عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود الآلة يساوي ($I_l = 7 \text{ kg.m}^2$)؛ المطلوب تعيين:

1. معامل تراوح السرعة K_s للمجموعة الآلية.
2. عزم عطالة الحذف اللازم تركيبها على عمود الآلة I_l ؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة لا يزيد على ($K_s' = \pm 0.4\%$) حول قيمة السرعة الوسطية.



(الشكل-5-45) رسم تخطيطي لمجموعة آلية.

الحل:

1. يُعين معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية K_s ، من علاقة التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = I_{eq} \cdot K_s \cdot \omega_m^2 \Rightarrow K_s = \frac{E_f}{I_{eq} \cdot \omega_m^2}$$

حيث:

ω_m تمثل السرعة الزاوية لدوران المحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_m = \frac{2\pi \cdot n_m}{60} = \frac{2\pi \times 600}{60} = 62.83 \text{ rad/sec}$$

I_{eq} يمثل عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة لكل من المحرك والآلة معاً؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يُحسب عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً I_{eq} ؛ منسوباً إلى محور المحرك من تطبيق علاقة القدرة الحركية المكافئة لهذه الأجزاء المتحركة؛ منسوبة إلى محور المحرك، وذلك بأن: "القدرة الحركية المكافئة للأجزاء المتحركة للمحرك والآلة معاً؛ منسوبة لمحور المحرك، تساوي المجموع الجبري للقدرة الحركية الناتجة على محور المحرك؛ منسوبة لمحور المحرك، والقدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك".

$$(1/2) I_{eq} \cdot \omega_m^2 = (1/2) I_m \cdot \omega_m^2 + (1/2) I_{lm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{eq} = I_m + I_{lm}$$

حيث:

I_m يمثل عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود المحرك؛ منسوباً إلى محوره.

I_{lm} يمثل عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود الآلة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يُحسب عزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمود الآلة I_{lm} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من مبدأ انخفاض القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ أي إن: "القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة إلى محورها، تساوي القدرة الحركية الناتجة على محور الآلة؛ منسوبة لمحور المحرك".

$$\frac{1}{2} I_{lm} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_l \cdot \omega_l^2 \Rightarrow I_{lm} = \frac{\omega_l^2}{\omega_m^2} I_l$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$I_{lm} = \left(\frac{1500}{600} \right)^2 \times 7 = 43.75 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عزم العطالة المكافئ للأجزاء المتحركة؛ نحصل على أن:

$$I_{eq} = 80 + 43.75 = 123.75 \text{ kg.m}^2$$

أما E_f فيمثل التراوح الأعظمي للقدرة، ويساوي إلى:

$$E_f = K_e \cdot E$$

حيث E تمثل القدرة الناتجة خلال دورة عمل كاملة للمحرك، وتساوي إلى:

$$E = 2E_1$$

حيث E_1 تمثل القدرة الناتجة خلال دورة واحدة لمحور المحرك؛ أي المرفق، وتساوي إلى:

$$E_1 = T_{av} \cdot 2\pi = \frac{P_m}{\omega_m} 2\pi$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$E_1 = \frac{60 \times 10^3}{62.83} 2\pi = 6000 \text{ Nm.cycle}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القدرة الناتجة خلال دورة عمل كاملة للمحرك؛ نحصل على أن:

$$E = 12000 \text{ Nm. cycle}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة التراوح الأعظمي للقدرة؛ نحصل على أن:

$$E_f = 0.85 \times 12000 = 10200 \text{ N.m}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية؛ نحصل على أن:

$$K_s = \frac{10200}{123.75 (62.83)^2} = 0.02$$

2. يُحسب عزم عطالة الحذافة I_{fl} اللازم تركيبها على عمود الآلة، من تطبيق مبدأ انخفاض القدرة الحركية على الحذافة، وذلك بأن:

"القدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور الآلة، تساوي القدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$\frac{1}{2} I_{fl} \cdot \omega_l^2 = \frac{1}{2} I_{fm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{fl} = \frac{\omega_m^2}{\omega_l^2} I_{fm}$$

حيث I_{fm} يمثل عزم عطالة الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يُعين عزم عطالة الحذافة I_{fm} ؛ منسوباً إلى محور المحرك، من تطبيق علاقة القدرة الحركية المكافئة للمجموعة مع حذافة، وذلك بأن:

"القدرة الحركية للمجموعة مع حذافة؛ منسوبة لمحور المحرك، تساوي المجموع الجبري للقدرة الحركية للمجموعة؛ منسوبة لمحور المحرك، والقدرة الحركية للحذافة؛ منسوبة لمحور المحرك":

$$\frac{1}{2} I_{(eq+f)} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_{eq} \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_{fm} \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{(eq+f)} = I_{eq} + I_{fm}$$

منه عزم عطالة الحذافة؛ منسوب إلى محور المحرك:

$$I_{fm} = I_{(eq+f)} - I_{eq}$$

حيث $I_{(eq+f)}$ يمثل عزم عطالة المجموعة مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك.

يُحسب عزم عطالة المجموعة مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك، من علاقة التراوح الأعظمي للقدرة:

$$E_f = I_{(eq+f)} \cdot K_s' \cdot \omega_m^2 \Rightarrow I_{(eq+f)} = \frac{E_f}{K_s' \cdot \omega_m^2}$$

بما أن المطلوب معامل تراوح سرعة لا يزيد على ($K_s' = \pm 0.4\%$)؛ أي ألا تزيد السرعة، أو تنقص عن القيمة الوسطية ω_m بأكثر من النسبة 0.4% ، فإن معامل تراوح السرعة بين سرعتين العظمى، والصغرى، هو ضعفي هذه النسبة، ومنه يكون معامل تراوح سرعة المجموعة الآلية المطلوب تحقيقه يساوي إلى:

$$K_s' = 2 \times 0.004 = 0.008$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عزم عطالة المجموعة مع الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{(eq+f)} = \frac{10200}{0.008(62.83)^2} = 322.98 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة عزم عطالة الحذافة؛ منسوباً إلى محور المحرك؛ نحصل على أن:

$$I_{fm} = 322.98 - 123.75 = 199.23 \text{ kg.m}^2$$

ومنه؛ بالتعويض في علاقة عزم عطالة الحذافة اللازم تركيبها على عمود الآلة؛ نحصل على أن:

$$I_{fl} = \left(\frac{600}{1500}\right)^2 \times 199.23 = 31.88 \text{ kg.m}^2$$

5-9-1- تطبيقات الدواب المعدل

Flywheel Application

يستعمل مفهوم تخزين القدرة بوساطة كتلة دوارة - تسمى الحذافة - في تطبيقات عدة لعل أهمها ما بيناه في الفقرة السابقة، حيث تقوم الحذافة بالحد من تراوح السرعة ضمن حدود مقبولة؛ وفقاً للعمل الذي تؤديه المجموعة الآلية؛ أي إن الحذافة تُعَدِّل تغيرات السرعة، أو توهينها، والتي يمكن أن تنتج في أية مجموعة نقل ميكانيكية خلال كل دورة عمل من تدفق غير منتظم للقدرة بسبب تغيرات العزم. تنشأ هذه التغيرات في أغلب الأحيان عن البنية الوظيفية لمجموعة النقل، حيث تكون طبيعة توليد القدرة، أو استهلاكها متغيرة خلال كل دورة عمل؛ لذا تعد المحركات، والآلات الترددية بأنواعها المختلفة؛ كمحركات الاحتراق الداخلي، والضواغط، والمضخات، وغيرها، أهم مجال تطبيقي للحذافة.

تجدر الإشارة إلى ضرورة التمييز بين وظيفة كل من تركيبة آلية المنظم، والحذافة، حيث يتحكم المنظم في سرعة الدوران الوسطية لعمود الدوران؛ بينما تتحكم الحذافة في التراوح الدوري للسرعة خلال كل دورة عمل، كما أن عمل المنظم يتم بصورة متقطعة؛ بينما تؤدي الحذافة عملها بصورة مستمرة.

يمثل عمل الحذافة في تعديل تموجات السرعة - من خلال اختزان القدرة - أداء المكثف كخزان للشحنة في الدارات الكهربائية.

لا تقتصر تطبيقات الحذافة على ما ذكرناه أعلاه؛ وإنما يستفاد منها في الآلات التي تستلزم قدرة كبيرة آنية؛ خلال فترة قصيرة بالنسبة للفترة الباقية من دورة العمل التي تكون فيها القدرة اللازمة للتشغيل شبه معدومة. من أهم التطبيقات في هذا المجال المكابس بأنواعها، والمقصات الآلية، حيث تحتاج عملية التشغيل، أو التشكيل، بحسب نوع الآلة، إلى قدرة كبيرة خلال فترة قصيرة لا تتجاوز عادة (1/5-1/6) فترة دورة العمل الكاملة. أما القدرة اللازمة خلال الفترة الباقية من هذه الدورة للتعليق على الاحتكاك، والوزن، والعطالة، فهي صغيرة نسبياً، ويمكن إهمالها.

إذا فرض عدم وجود حذافة في مثل هذه الآلات، فإنه يجب اختيار المحرك بحيث تكون استطاعته كافية لتقديم كامل القدرة اللازمة للتشغيل خلال الزمن الصغير جداً الذي تستغرقه عملية التشغيل فقط.

أما في حال استعمال حذافة، فإنها - من منطلق كونها خزان قدرة - تسمح باستعمال محرك ذي استطاعة أصغر، حيث تقوم الحذافة بتعديل تدفق القدرة من المحرك، وتوزيعه خلال فترة دورة عمل كاملة. يتم ذلك بتخزين القدرة في الحذافة خلال الفترات الواقعة بين عمليات التشغيل الفعلية، ومن ثم بذلها عند حدوث هذه العمليات.

يمكن توضيح هذا المجال التطبيقي للحذافة من خلال مسألتين نموذجيتين تبين الخطوات المتبعة، والتي يمكن - استناداً إليهما - توضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

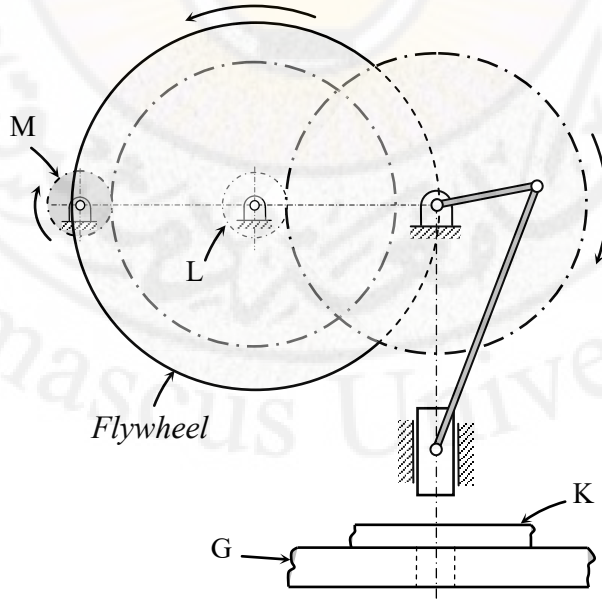
مسألة-5-17

يبين (الشكل-5-53) رسماً تخطيطياً لمكبس تخريم، حيث تنتقل الحركة من محرك كهربائي M ثابت العزم، وسرعة دوران، إلى عمود دوران تركيبة المكبس، عبر جملة مسننات تخفيض. تُحول الحركة الدورانية إلى ترددية بواسطة تركيبة منزلة ومرفق، حيث تستعمل المنزلقة كأداة تخريم لتشكيل ثقب في صفيحة فولاذية K عبر قالب الثقب G .

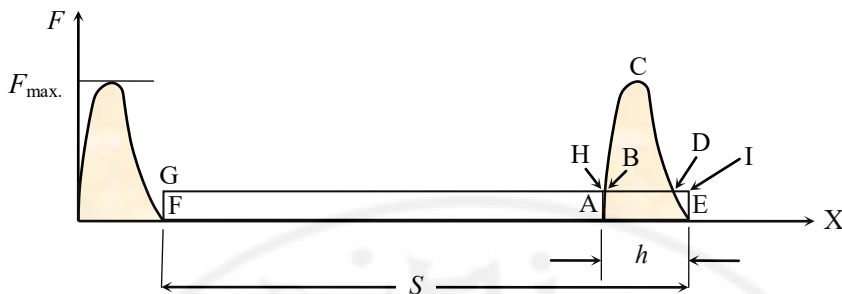
يدور المحرك بسرعة دوران قدرها ($n = 900$ r.p.m)؛ ليؤمن عبر جملة مسننات التخفيض، والتركيبة الترددية، تخريم 30 ثقباً في الدقيقة، حيث تستغرق عملية التنقيب الواحدة $1/6$ من الفترة بين كل عمليتين متتاليتين.

فإذا كان قطر الثقب المطلوب تشكيله يساوي ($d = 16$ mm) في صفيحة سماكتها تساوي ($h = 12$ mm)، ومقاومة القص لمعدنها يساوي ($\tau = 300$ N/mm²)؛ وكان مخطط تغير القوة F المؤثرة في أداة التخريم بالنسبة لانتقالها x ؛ أي $[F = f(x)]$ ؛ عند تشكيل ثقب في الصفيحة الفولاذية مبيناً في (الشكل-5-54)؛ المطلوب تعيين:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك، عند عدم وجود حذافة.
2. الاستطاعة الوسطية $(P_{av})_f$ للمحرك، في حال تركيب حذافة.
3. عزم عطالة الحذافة، إذا رُكبت على عمود مناوئ وسيط يدور بسرعة دوران قدرها ($n_L = 225$ r.p.m)، وكان تراوح السرعة المسموح به لمكبس التخريم يساوي ($K_s = \pm 5\%$).



(الشكل-5-53)، رسم تخطيطي لمكبس تخريم.



(الشكل-5-54)، مخطط تغير القوة المؤثرة في أداة التخريم بالنسبة لإزاحتها.

الحل:

1. في حالة عدم وجود حذافة، يجب على محرك مكبس التخريم أن يؤمن القدرة الكلية E خلال زمن التثقيب الفعلي t_c ، وتكون الاستطاعة الوسطية اللازمة للمحرك عندئذ، هي:

$$P_{av} = E / t_c$$

حيث:

t_c يمثل زمن التثقيب الفعلي.

E تمثل القدرة الكلية اللازمة لقطع ثقب واحد.

يُعين زمن التثقيب الفعلي t_c ، من كون أن مكبس التخريم ينجز 30 ثقباً في الدقيقة، فيكون زمن كل دورة عملية تثقيب كاملة:

$$t = 60/30 = 2 \text{ sec}$$

منه زمن التثقيب الفعلي:

$$t_c = \frac{1}{6} \times t = \frac{1}{6} \times 2 = 1/3 \text{ sec}$$

تُعين القدرة الكلية اللازمة لقطع ثقب واحد E ، استناداً إلى مخطط القوة بدلالة الإزاحة الخطية لأداة التخريم؛ أي $[F = f(x)]$ ؛ لأن تحليل القدرة لا يختلف عن التحليل السابق لمخطط عزم الدوران بدلالة الإزاحة الزاوية لمحور الدوران؛ أي $[T = f(\theta)]$ ؛ وأن القدرة الكلية في كلتا الحالتين هي المساحة المحصورة بين المنحني، والمحور الأفقي.

يُلاحظ من (الشكل-5-54) أن القوة F المؤثرة في أداة التخريم تتزايد عند بدء القطع بسرعة لتصل إلى قيمتها العظمى F_{max} ، ثم تتناقص تدريجياً لتتعدم عند انتهاء عملية التثقيب، حيث تكون أداة التخريم قد تحركت مسافة $(x = h)$ تساوي سماكة الصفيحة المراد تثقيبها. تبقى القوة شبه معدومة حتى بداية عملية قطع جديدة، حيث تكون إزاحة أداة القطع الكلية خلال دورة عمل كاملة ممثلة بالمسافة S ، ويتضح من المخطط حدوث تراوح كبير في القدرة خلال كل دورة عمل.

بما أن معادلة تغير القوة F بالنسبة لإزاحة أداة التخريم x الخطية غير معلومة، فيمكن تقريب مخطط القوة خلال عملية القطع إلى مثلث؛ مع الحفاظ على دقة مقبولة عملياً؛ ومن ثم فإن القدرة الكلية E اللازمة لقطع ثقب واحد، تحدد بالعلاقة:

$$E = (1/2) F_{max} \cdot h$$

تحدد القيمة العظمى للقوة المؤثرة في أداة التحريم F_{max} ، من مبدأ الفعل ورد الفعل،
بالقيمة العظمى للقوة F_{max} اللازمة لقص معدن الصفيحة التي تحدد استناداً إلى أبحاث مقاومة المواد؛
بدلالة الرموز الواردة في نص المسألة، من العلاقة:

$$F_{max} = A_r \cdot \tau = \pi \cdot d \cdot h \cdot \tau$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$F_{max} = 180864 \text{ N}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة القدرة؛ نحصل على أن:

$$E = 1085 \text{ N.m}$$

ومنه؛ بالتعويض في علاقة الاستطاعة الوسطية اللازمة للمحرك؛ نحصل على أن:

$$P_{av} = 3.255 \text{ kW}$$

يجب الانتباه إلى أن هذه الاستطاعة هي وسطية؛ أي إنها حسبت على أساس
توزيع منتظم للقدرة E خلال الزمن t_c ؛ إلا أن عملية التثقيب تستلزم عند القوة الآنية الأعظمية F_{max} ،
استطاعة آنية P هي تقريباً ضعفي الاستطاعة الوسطية؛ ومن ثم فإن المحرك ذو استطاعة آنية عظمى:

$$P_{max} = 2P_{av} = 6.5 \text{ kW}$$

2. لقد وجدنا في الحالة الأولى أن القدرة الكلية اللازمة لثقب واحد E هي ممثلة على المخطط
في (الشكل-5-54) بالمساحة ABCDE ، ويجب تأمينها دون حذافة خلال زمن التثقيب t_c .
أما عند تركيب حذافة، فإنها تعمل على توزيع القدرة بصورة منتظمة خلال فترة دورة العمل الكاملة t ،
وتكون القدرة E نفسها، وتصبح ممثلة بالمساحة FGIE ، التي تساوي المساحة السابقة ABCDE ،
حيث يمثل الخط GI القيمة الوسطية لمخطط القوة خلال دورة عمل كاملة.

من الواضح عندئذ أن استطاعة المحرك $(P_{av})_f$ ، اللازمة لتأمين القدرة E خلال الزمن t
في حال تركيب حذافة، هي:

$$(P_{av})_f = E / t = 0.542 \text{ kW}$$

ينتج من مقارنة استطاعة المحرك في الحالتين أن:

$$(P_{av})_f / P_{av} = t_c / t = 1/6$$

أي إن تركيب الحذافة قد عمل على تخفيض استطاعة المحرك بمقدار 6 مرات، عما كانت عليه
من دون حذافة.

3. يعين عزم عطالة الحذافة اللازمة، من علاقة التراوح الأعظمي للقدرة (5-39):

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega_f^2 \Rightarrow I_f = \frac{E_f}{K_s \cdot \omega_f^2}$$

حيث E_f تمثل التراوح الأعظمي للقدرة؛ أي القدرة المختزنة في الحذافة، ولتعيينها يُلاحظ من
(الشكل-5-54)، أن على الحذافة تخزين قدرة E_f تكافئ المساحة BCD ؛ بينما يقدم المحرك
القدرة الإضافية اللازمة E_m الممثلة بالمساحة ABDE خلال فترة t_c ، وتساوي إلى:

$$E_m = (t_c / t) E = 1/6 \times 1085 = 181 \text{ Nm}$$

تجدر الإشارة إلى أننا في حساب E_m ، قد افترضنا أن المساحة ABDE مساوية للمساحة AHIE ، وهو تقريب مقبول عملياً؛ بسبب كون الفرق بين المساحتين صغيراً يمكن إهماله؛ ومن ثم فإن القدرة E_f المختزنة في الحذافة، هي:

$$E_f = E - E_m = 904 \text{ N.m}$$

وبما أنه قد رُكبت الحذافة على عمود سرعة دورانه $(n_L = 225 \text{ r.p.m})$ ، فإن:

$$\omega_f = 2\pi \cdot n_L / 60 = 23.55 \text{ rad/sec}$$

وبما أن المطلوب معامل تراوح سرعة لا يزيد على $(K_s = \pm 5\%)$ ؛ أي ألا تزيد السرعة، أو تنقص عن القيمة الوسطية ω_f بأكثر من النسبة 5% ، فإن معامل تراوح السرعة بين سرعتين العظمى، والصغرى هو ضعفي هذه النسبة، ومنه يكون معامل تراوح السرعة لمكبس التخريم يساوي إلى:

$$K_s = 2 \times 0.05 = 0.1$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة عزم عطالة الحذافة؛ نحصل على أن:

$$I_f = 16.3 \text{ kg.m}^2$$

مسألة-5-18

يدار مقص آلي بمحرك كهربائي ثابت العزم قدره $(T_m = \text{Const.} = 125 \text{ N.m})$ ، يتصل مباشرة بعمود تدوير المقص، ويركب على عمود دوران المحرك حذافة قرصية كتلتها هي $(M_f = 235 \text{ kg})$ ، ونصف قطرها هو $(R_f = 61 \text{ cm})$.

فإذا كانت سرعة دوران الحذافة هي $(n_1 = 280 \text{ r.p.m})$ عند لحظة بدء عملية القص، والانخفاض الحاصل في عدد دوراتها بعد انتهاء عملية القص مباشرة هو $(\Delta n_{12} = 25 \text{ r.p.m})$ ، وكانت عملية القص تستهلك زمن قدره $(t_p = 0.8 \text{ sec})$ ؛ المطلوب إيجاد:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
2. القدرة اللازمة E_p لعملية القص.
3. عدد عمليات القص N الممكن تنفيذها خلال ساعة عمل للمقص.

الحل:

1. تُعين استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ بدلالة سرعته الوسطية ω_{av} ، من العلاقة:

$$P_{av} = T_{av} \cdot \omega_{av}$$

حيث:

T_{av} تمثل العزم الوسطي، ويساوي إلى عزم المحرك الثابت:

$$T_{av} = T_m = 125 \text{ N.m}$$

ω_{av} تمثل السرعة الزاوية الوسطية للمحرك، وتساوي إلى:

$$\omega_{av} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{2\pi}{2 \times 60} (n_1 + n_2)$$

حيث n_2 تمثل سرعة دوران الحذافة بعد انتهاء عملية القص، وتساوي إلى:

$$n_2 = n_1 - \Delta n_{12} = 280 - 25 = 255 \text{ r.p.m}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة السرعة الزاوية الوسطية للمحرك؛ نحصل على أن:

$$\omega_{av} = \frac{2\pi}{120} (280 + 255) = 28 \text{ rad/sec}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة الاستطاعة الوسطية؛ نحصل على أن:

$$P_{av} = 125 \times 28 = 3500 \text{ W} = 3.5 \text{ kW}$$

2. تعين القدرة اللازمة لعملية القص E_p ؛ من كونها تساوي إلى مجموع القدرة الناتجة من المحرك E_m ، والقدرة المقدمة من الحذافة E_f ؛ أي إن:

$$E_p = E_m + E_f$$

حيث E_f تمثل القدرة المقدمة من الحذافة، وتعطى بالعلاقة:

$$E_f = I_f \cdot K_s \cdot \omega_{av}^2$$

حيث:

K_s يمثل معامل تراوح سرعة المقص الآلي، ويعطى بالعلاقة:

$$K_s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_{av}} = \frac{n_1 - n_2}{n_{av}} = \frac{2(280 - 255)}{280 + 255} = 0.0934$$

I_f يمثل عزم عطالة الحذافة القرصية المستعملة، ويعطى بالعلاقة:

$$I_f = \frac{1}{2} M_f \cdot R_f^2 = \frac{1}{2} \times 235 (0.61)^2 = 43.72 \text{ kg.m}^2$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في علاقة القدرة المقدمة من الحذافة؛ نحصل على أن:

$$E_f = 43.72 \times 0.0934 \times (28)^2 = 3200 \text{ N.m}$$

أما القدرة الناتجة من المحرك E_m ، فتعطى بالعلاقة:

$$E_m = P_{av} \cdot t_p$$

حيث t_p يمثل زمن عملية القص، ويساوي إلى:

$$t_p = 0.8 \text{ sec}$$

منه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القدرة الناتجة من المحرك؛ نحصل على أن:

$$E_m = 3500 \times 0.8 = 2800 \text{ N.m}$$

ومنه؛ بالتعويض بالقيم العددية في علاقة القدرة اللازمة لعملية القص؛ نحصل على أن:

$$E_p = 2800 + 3200 = 6000 \text{ N.m}$$

3. تعين N عدد عمليات القص خلال ساعة عمل للمقص، من العلاقة:

$$\frac{\text{القدرة الناتجة من المحرك خلال ساعة}}{\text{القدرة اللازمة لعملية القص}} = \text{عدد عمليات القص خلال ساعة}$$

$$N = \frac{3500 \times 3600}{6000} = 2100$$

Flywheel Design

2-9-5- تصميم الدولاب المعدل

يصنف الدولاب المعدل، أو ما يطلق عليه الحذافة بصورة عامة في نوعين:

1. حذافة قرصية Disc Flywheel

وتكون بشكل قرص صلب صغير السماكة؛ مقارنة بقطره D_f ، وأن عزم عطالتها I_f يعطى عادة بدلالة وزنها W_f ونصف قطرها R_f بالعلاقة:

$$I_f = \frac{M_f \cdot R_f^2}{2} = \frac{W_f \cdot D_f^2}{8g} \quad (41-5)$$

يستعمل هذا النوع في محركات السيارات حيث يكون الحيز المتوفر لتركيبها محدوداً باعتبار تصميمية، وتصنع عموماً من الفولاذ، أو حديد الصب، ويُعين قطر القرص، ووزنه؛ بما يوفق بين الإجهادات الناتجة من قوة العطالة النابذة والحيز المتاح لحركته؛ بخاصة الخلوص المسموح به بالنسبة إلى الطريق في حالة المركبات الآلية.

تسحب الإجهادات المؤثرة في الحذافة القرصية؛ استناداً إلى أبحاث مقاومة المواد، وتصميم الآلات المتعلقة بالأقراص الدوارة، ولن نتطرق إليها في مجال هذا البحث.

2. حذافة حلقيية Rim Flywheel

أو حذافة إطارية، وهي الأكثر استعمالاً في مختلف أنواع الآلات الثابتة: كالمكابس، والمطارق، والمقصات الآلية. تكون الحذافة الإطارية بشكل حلقة، نصف القطر الوسطي لها R_{av} ، ذات مقطع مستطيل عادة، تتصل بأذرع أو أعصاب بالجزعة، أو البطيخة (Hub)، التي تتركب على عمود الدوران؛ باستعمال خابور مناسب.

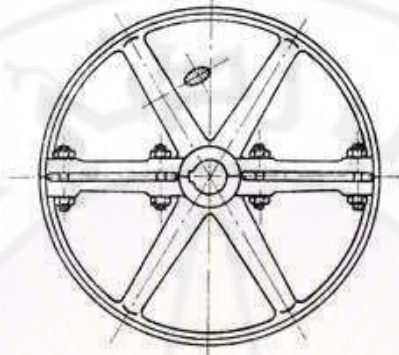
إن نسبة عرض مقطع الحلقة b إلى ارتفاعه h يكون بحدود $(b/h = 0.6 - 3)$ ، وفي حال استعمال الحذافة لنقل الحركة بواسطة سير، فإن العرض b يجب أن يزيد على الأقل على عرض السير بنحو $(3 - 5 \text{ cm})$.

أما قطر الجزعة، فإنه يساوي على الأقل ضعف قطر عمود الدوران، وطولها هو بحدود $(1.5 - 2)$ قطر عمود الدوران.

أما عدد الأذرع النظامي فهو ستة، إلا أنه في حالة حذافات ذات قطر كبير يمكن استعمال ثمانية أذرع، أو عشرة. إن المقطع العرضي للأذرع هو عادة قطع ناقص. تستدق الأذرع من الجزعة إلى المحيط الداخلي للحلقة بميل قدره $(10\% - 25\%)$.

تصنع الحذافات الإطارية من حديد الصب، أو فولاذ الصب؛ تبعاً للسرعات المحيطية. تسمح أغلب الأنظمة العيارية بسرعة محيطية عظمى قدرها 30 m/sec لحديد الصب، و 60 m/sec لفولاذ الصب، ويمكن لهذه السرعة أن تصل إلى القيمة 90 m/sec في حالة بعض التصميمات الخاصة للأذرع. كما يجب الانتباه إلى إجراء موازنة دقيقة للحذافة خاصة في حالة سرعات محيطية عالية.

كما تصنع الحذافات عادة كقطعة واحدة، إلا أنه يفضل تصنيعها من قطعتين عندما يكون قطرها أكبر من مترين، وذلك يسهل نقلها، وتركيبها على عمود الدوران. يجب في هذه الحالة أن يقطع الجزآن على طول الذراع، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-5-55)؛ لأن ذلك يؤمن متانة تساوي ضعفي المتانة في حالة إجراء القطع بين الأذرع.



(الشكل-5-55)، رسم تخطيطي لحذافة حلقيّة.

يعين وزن حذافة حلقيّة W_f من هذا النوع على أساس أنها حلقة نصف قطر عطالتها ρ_f يساوي نصف قطرها الوسطي R_{av} ، حيث ينتج أن:

$$I_f = M_f \cdot \rho_f^2 = M_f \cdot R_{av}^2 = \frac{W_f \cdot R_{av}^2}{g} \Rightarrow W_f = \frac{g \cdot I_f}{R_{av}^2} \quad (42-5)$$

من الواضح أن هذا الوزن يمثل وزن الإطار المحيطي. أما أوزان الجذعة، والأذرع الإضافية فإنها تسهم في زيادة عزم العطالة الفعلي؛ وهذا يؤدي إلى معامل تراوح للسرعة أقل من المستعمل في التصميم، أو المسموح به؛ مما يحسن أداء المجموعة الآلية.

إن تحليل الإجهادات الناتجة من قوة العطالة النابذة، والمؤثرة في الإطار، والأذرع معقد، ولا توجد طريقة دقيقة لتعيين هذه الإجهادات المختلفة، لذا تُصمم عادة الحذافة الحلقيّة إجهادياً بصورة تقريبية، باستعمال معامل أمان كبير نسبياً؛ لتقادي انهيار الحذافة تحت تأثير الإجهادات المجهولة التي لا تؤخذ عادة في التحليل؛ كإجهادات التقلص، والتمدد، وما قد ينتج من تشوهات في الإطار، والأذرع.

تعد الإجهادات المؤثرة - بصورة عامة - إجهادات شد؛ فضلاً عن إجهادات الانحناء التي تنتج من تثبيت كل من الإطار، والأذرع تثبتاً صلباً من جهة، وتلك التي تحدث بسبب قوى العطالة الناتجة من تغيرات السرعة؛ لذا فإننا سنبين بإيجاز الأسس المتبعة في إجراء تصميم أولي لأبعاد الحذافة؛ علماً أنه يفضل في حالة سرعات محيطية عالية استكمال التصميم بتحليل شامل للإجهادات، حيث يمكن الرجوع إلى المراجع الخاصة بهذا التحليل، بخاصة عندما يستفاد من الحذافة كوسيلة لنقل القدرة ضمن المجموعة الآلية، إلا أننا هنا سنفرض أن الحذافة لا تتقل أية حركة، أو قدرة.

يمكن استناداً إلى أبحاث مقاومة المواد، تعيين إجهاد الشد الحلقي σ_1 ، الناتج في مقطع إطار الحذافة الحلقية، من تأثير قوة العطالة النابذة.

فمن العلاقة (5-42):

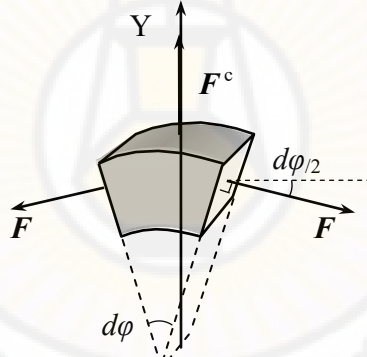
$$W_f = \frac{g}{R_{av}^2} I_f = \frac{g}{R_{av}^2} \cdot \frac{E_f}{\omega_f^2 \cdot K_s} = \frac{g \cdot E_f}{K_s \cdot V_c^2}$$

حيث V_c تمثل السرعة المحيطية الوسطية، وتعين بالوحدة القياسية m/sec .

تحدد السرعة المحيطية الوسطية V_c ، من كون أن الاجهادات الناتجة على محيط وأذرع الحذافة تتعلق بقيمة قوة العطالة النابذة المؤثرة فيها؛ ومن ثم يجب التوفيق بين التحليل الديناميكي، والحالة الإجهادية للحذافة الحلقية؛ أي لا بد من توازن قوى العطالة النابذة المؤثرة في محيط الحذافة مع القوى الناتجة من الإجهادات.

يبين (الشكل-5-56) تخطيطاً لشريحة كتلتها m من محيط حذافة حلقية، خاضعة للقوة F الناتجة عن الإجهادات، وللمركبة النازمية النابذة F^c ؛ بسبب أن الحذافة تدور بسرعة زاوية ثابتة، ومن تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على الشريحة بعد إهمال وزنها:

$$F^{in} + \Sigma F^e = 0$$



(الشكل-5-56)، رسم تخطيطي لشريحة من محيط حذافة حلقية.

بإسقاطها على محور شاقولي:

$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow F^c - 2F_Y = 0$$

فقوة العطالة النابذة F^c ، تحدد من العلاقة:

$$F^c = m \cdot A^n = \frac{W}{g} \cdot \frac{V_c^2}{R_{av}} = \frac{\gamma \cdot V}{g} \cdot \frac{V_c^2}{R_{av}} = \frac{\gamma}{g} (R_{av} \cdot d\phi \cdot A) \frac{V_c^2}{R_{av}} = \frac{\gamma \cdot V_c^2 \cdot A}{g} d\phi$$

حيث:

A^n تمثل مركبة التسارع النازمي لنقطة من محيط الحلقة، وتعين بالوحدة القياسية m/sec^2 .

γ يمثل الوزن النوعي لمعدن الحذافة، ويعين بالوحدة القياسية N/m^3 .

V يمثل حجم الشريحة، ويعين بالوحدة القياسية m^3 .

A يمثل السطح الجانبي للشريحة، ويعين بالوحدة القياسية m^2 .

أما القوة F الناتجة عن الإجهادات، فتحدد من (الشكل-5-56):

$$F_Y = F \cdot \sin \frac{d\phi}{2}$$

بالتعويض في علاقة التوازن:

$$\frac{\gamma \cdot V_c^2 \cdot A}{g} d\phi = 2F \cdot \sin \frac{d\phi}{2}$$

بما أن $d\phi$ صغيرة جداً، بحيث يمكن أن نضع:

$$\sin \frac{d\phi}{2} \approx \frac{d\phi}{2}$$

بالتعويض:

$$\frac{\gamma \cdot V_c^2 \cdot A}{g} d\phi = 2F \cdot \frac{d\phi}{2} \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{\gamma \cdot V_c^2}{g}$$

أي:

$$\sigma_1 = \frac{\gamma \cdot V_c^2}{g} \quad (43-5)$$

حيث σ_1 تمثل الإجهاد الحلقي، ويعين بالوحدة القياسية N/m^2 .

كما يمكن أيضاً تعيين إجهاد الانحناء الأعظمي σ_2 ، المؤثر في مقطع إطار الحذافة، على أساس أن كل جزء بين ذراعين متتاليين هو جائز مستقيم مثبت الطرفين، خاضع تحت تأثير قوة العطالة النابذة الموزعة عليه بانتظام، حيث ينتج أن:

$$\sigma_2 = \frac{2 \cdot \pi^2}{n^2} \cdot \frac{R_{av}}{h} \sigma_1 \quad (44-5)$$

حيث:

n يمثل عدد الأذرع.

R_{av} يمثل نصف القطر الوسطي للإطار.

h يمثل ارتفاع مقطع الإطار؛ أي سماكته باتجاه نصف القطر.

σ_1 يمثل إجهاد الشد الحلقي، المعين بالعلاقة (43-5).

يعطى إجهاد الشد الكلي، الناتج من تأثير قوة العطالة النابذة في الإطار الحلقي للحذافة، في أغلب التطبيقات العملية، بالعلاقة:

$$\sigma = 0.75 \sigma_1 + 0.25 \sigma_2 \quad (45-5)$$

بينت التجارب العملية أن الإجهاد الكلي المسموح به $[\sigma]$ ، يجب ألا يتجاوز المقدار 40 N/mm^2 لحديد الصب، والمقدار 150 N/mm^2 لفولاذ الصب؛ فضلاً عن أن إجهاد الشد الحلقي المسموح به $[\sigma_1]$ ، يجب ألا يزيد على المقدار 7 N/mm^2 لحديد الصب، والمقدار 25 N/mm^2 لفولاذ الصب؛ ومن ثم فإن التصميم الصحيح يجب أن يلائم أبعاد الحذافة لتحقيق كل من الشرطين الإجهاديين لإطار الحذافة.

أما الأذرع، فإنها تصمم في حالة حذافة لا يستفاد منها في نقل القدرة، استناداً إلى العزم المؤثر نتيجة تغير سرعة الحذافة، تسارع أو تباطؤ، وتصمم على أساس العزم الكلي المؤثر عند توقف فجائي، حيث يترتب على الأذرع تحمل هذا العزم. يعد الذراع في هذه الحالة كابولة (Cantilever) مثبتة إلى الجذعة، وتحمل حملاً مركزاً عند نهايتها الحرة المتصلة بالإطار المحيطي، حيث ينتج أن الإجهاد الناتج في الأذرع، يعطى بالعلاقة:

$$\sigma_a = \frac{T(D_f - d)}{Z \cdot D_f \cdot n_e} \quad (46-5)$$

حيث:

D_f يمثل القطر الوسطي للحذافة.

d يمثل قطر الجذعة التي تتصل بها الأذرع.

T يمثل العزم المنقول إلى الحذافة عند التوقف من عمود الدوران، ويعين بالوحدة القياسية N.m .

n_e يمثل عدد الأذرع الفاعل، ويؤخذ مساوياً نصف عدد الأذرع، أو ثلثها.

Z يمثل عامل مقطع الأذرع عند الجذعة، ويعين بالوحدة القياسية m^3 .

σ_a يمثل الإجهاد الناتج في الذراع، ويعين بالوحدة القياسية N/m^2 .

يسمح في حالات التطبيقات التي يتم فيها التوقف بصورة منتظمة نسبياً، بأن تصل قيمة الإجهاد σ_a حتى المقدار 10 N/mm^2 لحديد الصب، إلا أنه في حالة توقف أي فجائي، كما في المضخات مثلاً، فإن قيمة هذا الإجهاد يجب ألا تزيد على المقدار 6 N/mm^2 . لكن تثبيت الأذرع إلى إطار الحذافة، يؤدي عموماً إلى تخفيض قيمة الإجهاد المحسوبة؛ وفق العلاقة (46-5)، بحيث يمكن أن يكون الإجهاد الفعلي المؤثر في الأذرع، بحدود 50% من القيمة المحسوبة في حالة إطار ثقيل نسبياً. أما في حالة فولاذ الصب، فيكون الإجهاد الأعظمي المسموح به مساوياً أربعة أمثال إجهاد حديد الصب.

لقد تبين عملياً أن الأبعاد الأخرى للحذافة، وطريقة التصنيع تحدد أبعاد الأذرع، بشكل تكون فيه العلاقة (46-5) محققة بأمان كافٍ في أغلب التطبيقات.

تجدر الإشارة إلى أن مجمل القيم التي ذكرت أعلاه، فيما يتعلق بالإجهادات المسموحة تعود إلى حذافة إطارية من قطعة واحدة. أما في حالة تصنيع هذه الحذافة على شكل قطعتين، أو أكثر، فإن ذلك يؤثر في انخفاض متانتها ضمن حدود متفاوتة، تصل إلى انخفاض في الإجهاد المسموح به يعادل تقريباً 50% ، في حالة الحذافة المبينة في (الشكل-5-45).

مسألة-19-5

المطلوب تصميم الحذافة الحلقية اللازمة في **المسألة-5-15** ؛ علماً أنه يراد تصنيعها كقطعة واحدة من حديد الصب، بحيث يكون إجهاد الشد الحلقي المسموح به يساوي $(\sigma_1 = 5 \text{ N/mm}^2)$ ، وعرض إطار الحذافة b يساوي ضعفي ارتفاعه h ؛ أي $(b = 2h)$ ، علماً أن الوزن النوعي لحديد الصب المستعمل هو $(\gamma = 74000 \text{ N/m}^3)$.

الحل:

استناداً إلى تعيين عزم عطالة الحذافة، فقد تبين في المسألة المذكورة أن:

$$I_f = 3.21 \text{ kg.m}^2$$

والحذافة مركبة على عمود دوران المحرك، حيث:

$$\omega_f = \omega_m = 62.8 \text{ rad/sec}$$

ينتج من العلاقة (43-5) لإجهاد الشد الحلقي، أن السرعة المحيطية الوسطية، تساوي إلى:

$$V_c^2 = \frac{\sigma_1 \cdot g}{\gamma} \Rightarrow V_c = 25.7 \text{ m/sec}$$

ومنه نصف القطر الوسطي للحذافة الحلقية:

$$R_{av} = V / \omega_m \approx 0.41 \text{ m}$$

أما وزن الحذافة، فإنه ينتج من علاقة عزم العطالة بعد إهمال تأثير الأذرع، وبافتراضها حلقة:

$$W_f = I_f \cdot g / R_{av}^2 = 187 \text{ N}$$

لكن هذا الوزن يساوي جداء حجم الإطار الحلقي في الوزن النوعي؛ أي إن:

$$W_f = \gamma (2 \pi \cdot R_{av} \cdot b \cdot h)$$

وبما أن $(b = 2h)$ ، فإنه ينتج بعد التعويض من قيم الوزن النوعي، ونصف القطر، ووزن الحذافة أن:

$$h = 22.15 \text{ mm} , \quad b = 44.3 \text{ mm}$$

فإذا أخذ تأثير إجهاد الانحناء، بعد فرض أن عدد الأذرع هو $(n = 6)$ ، فينتج من تطبيق العلاقة (44-5) أن:

$$\sigma_2 = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot R_f}{n^2 \cdot h} \sigma_1 \Rightarrow \sigma_2 = 50.7 \text{ N/mm}^2$$

يمكن بعدئذ التحقق من قيمة إجهاد الشد الكلي، بتطبيق العلاقة (45-5):

$$\sigma = 0.75 \sigma_1 + 0.25 \sigma_2 \Rightarrow \sigma \approx 16 \text{ N/mm}^2$$

وهو ضمن الحدود المسموح بها لحديد الصب التي ذكرت في الفقرة السابقة.

يتضح مما تقدم أن التصميم النهائي للحذافة مهما كان نوعها، يجب أن يتم على أساس التوفيق بين مختلف المتغيرات الديناميكية، والإجهادية المؤثرة فيها، ووفقاً للأداء المطلوب للمجموعة الآلية العائدة لها هذه الحذافة. مثال ذلك، يؤثر اختيار موقع الحذافة، في الدراسة الإجهادية لكل من المجموعة الآلية والحذافة. يمكن توضيح ذلك استناداً إلى (الشكل-5-53) في المسألة-5-17، حيث يؤدي تركيب الحذافة على محور المحرك M ذي السرعة العالية نسبياً، إلى ظهور إجهادات عالية في إطارها، لكن يكون وزنها قليلاً؛ بينما ينتج من تركيبها على عمود دوران المرفق ذي السرعة المنخفضة، إلى ازدياد كبير في وزنها؛ وهذا يؤدي إلى ازدياد كبير في إجهادات الانحناء المؤثر في عمود دوران المرفق، لكن يحدث انخفاض في الإجهادات الناتجة في الحذافة؛ لذا يكون الحل الأنسب التوفيق بين هذه المتغيرات، أن تُركب الحذافة على عمود دوران متوسط السرعة، كما في (الشكل-5-53).

مسائل غير محلولة Problems

م-1-5

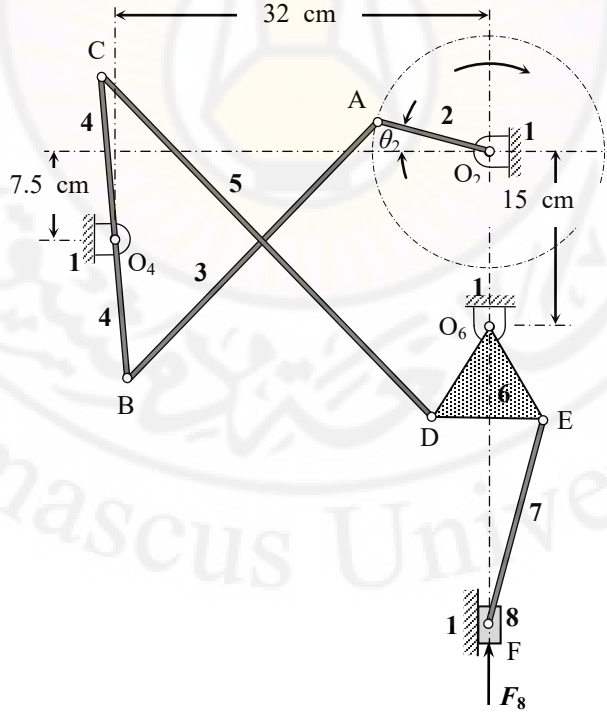
يبين الشكل (م-1-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية ركببة في مكبس تخريم، حيث الوصلة المقودة، المنزلقة F تمثل ممسك أداة التخريم، وتؤثر فيها قوة F_8 تعاكس حركتها.

فإذا كان وزن المنزلقة F يساوي $(W_8 = 50 \text{ N})$ ، والقوة المؤثرة فيها تساوي $(F_8 = 800 \text{ N})$ ومعامل الاحتكاك السكوني بينها والمجرى يساوي $(f_s = 0.1)$ ؛ المطلوب بإهمال أوزان بقية الوصلات، وعطالاتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 15^\circ)$.

- إجراء تحليل القوى الاستاتيكية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبية الآلية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الاستاتيكي T_2^s اللازم تطبيقه على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة F_8 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيبية الآلية استاتيكية.

علماً أن:

$(O_2A = 10 \text{ cm})$ ، $(AB = 31 \text{ cm})$ ، $(O_4C = 14 \text{ cm})$ ، $(O_4B = 12.5 \text{ cm})$
 $(CD = 41 \text{ cm})$ ، $(EF = 18 \text{ cm})$ ، $(O_6D = O_6E = DE = 9 \text{ cm})$



الشكل (م-1-5)، مخطط لتركيبية آلية ركببة في مكبس تخريم.

م-5-2

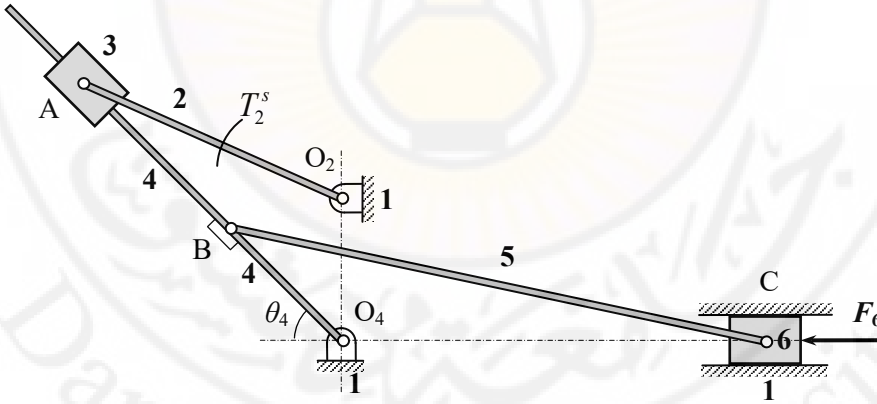
يبين الشكل (م-5-2) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية حركة سريعة الارتداد (Quick-Return Motion Mechanism)، حيث تؤثر القوة F_6 في المنزلقة 6 .

فإذا كانت القوة المؤثرة في المنزلقة 6 تساوي ($F_6 = 335 \text{ N}$)؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للوصلة 4 المحدد بالزاوية ($\theta_4 = 45^\circ$).

- إجراء تحليل القوى الاستاتيكية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة الآلية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الاستاتيكي T_2^s اللازم تطبيقه على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيبة الآلية استاتيكياً.

علماً أن:

$$(O_2O_4 = 18 \text{ cm}) , (O_4B = 20 \text{ cm}) , (O_2A = 36 \text{ cm}) , (BC = 70 \text{ cm})$$



مخطط لتركيبة آلية حركة سريعة الارتداد (Quick-Return Motion Mechanism).

الشكل (م-5-2)

م-3-5

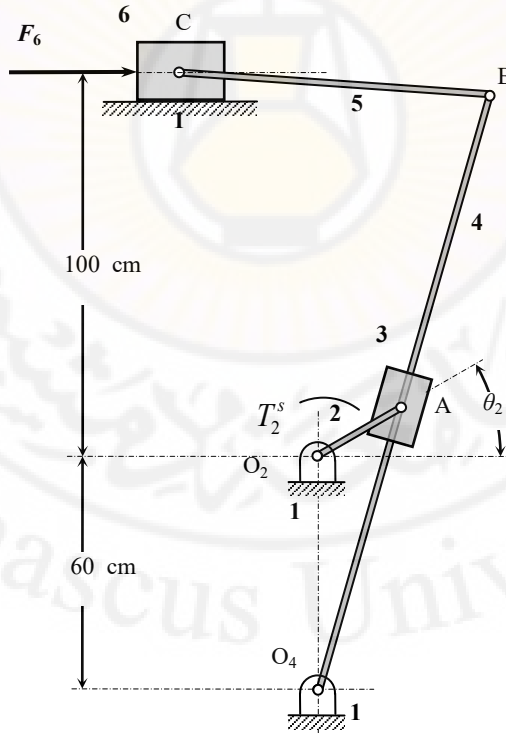
يبين الشكل (م-3-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية حركة سريعة الارتداد (Quick-Return Motion Mechanism)، حيث تؤثر القوة F_6 في المنزلقة 6 .

فإذا كانت القوة المؤثرة في المنزلقة 6 تساوي ($F_6 = 335 \text{ N}$)؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 30^\circ$):

- إجراء تحليل القوى الاستاتيكية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبية الآلية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الاستاتيكي T_2^s اللازم تطبيقه على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة F_6 حول المفصل الثابت O_2 ، وليحافظ على توازن التركيبية الآلية استاتيكياً.

علماً أن:

$$(O_2A = 25 \text{ cm}) , (O_4B = 160 \text{ cm}) , (BC = 80 \text{ cm})$$



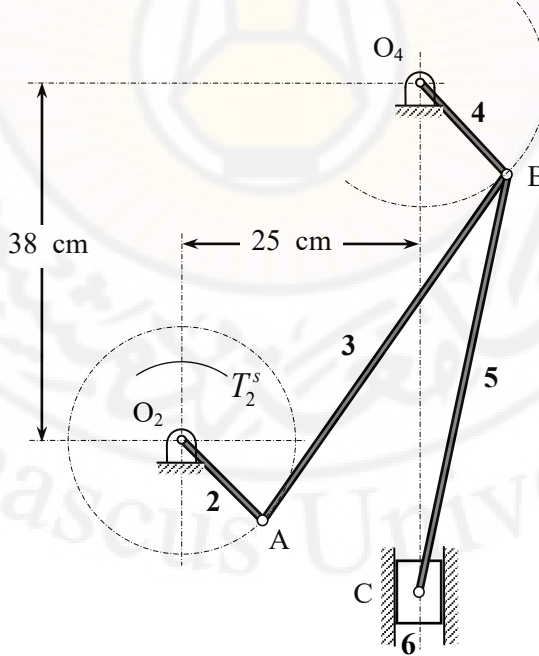
مخطط لتركيبية آلية حركة سريعة الارتداد (Quick-Return Motion Mechanism).

الشكل (م-3-5)

م-4-5

يبين الشكل (م-4-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية مكبس قوالب، يدور فيها المرفق O_2A حول المفصل الثابت O_2 ؛ لينقل الحركة للوصلة AB التي بدورها تحرك الوصلة O_4B حركة اهتزازية حول O_4 ، خلالها يعمل ذراع التوصيل BC على تحريك المكبس C . فإذا دار المرفق بسرعة دوران ثابتة قدرها $(n_2 = 100 \text{ r.p.m})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 45^\circ)$ ، ما يأتي:

- 1- رسم المخطط الحركي بإتقان؛ باستعمال مقياس الرسم:
كل 5 cm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط].
- 2- إيجاد السرعة الخطية للمكبس C من مخطط السرعة؛ باستعمال مقياس الرسم
[25 cm/sec $\equiv$ 1 cm].
- 3- إيجاد القوة الناتجة عند المكبس C ، عندما يؤثر في المرفق O_2A عزم قدره $(T_2^s = 569 \text{ N.m})$ ؛ بمردود قدره $(\eta = 80 \%)$ ، وذلك دون تحليل القوى في الوصلات.
علماً أن:
($O_4B = 13 \text{ cm}$) ، ($O_2A = 12 \text{ cm}$) ، ($CB = AB = 45 \text{ cm}$)



الشكل (م-4-5)، مخطط لتركيبية آلية مكبس قوالب.

الجواب: ($F_C = 4144 \text{ N}$) ، ($V_C = 115 \text{ cm/sec}$)

م-5-5

يبين الشكل (م-5-5) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية تستعمل في تشغيل مضخة، يدور فيها المرفق O_2A حول المفصل الثابت O_2 ، لينقل الحركة إلى المنزلقة 6 عبر الوصلات 3 و 4 و 5.

فإذا دار المرفق، بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 120$ r.p.m)، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، وعطالتها، وكذلك الاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية ($\theta_2 = 45^\circ$)، ما يأتي:

1- رسم المخطط الحركي بإتقان؛ باستعمال مقياس الرسم:

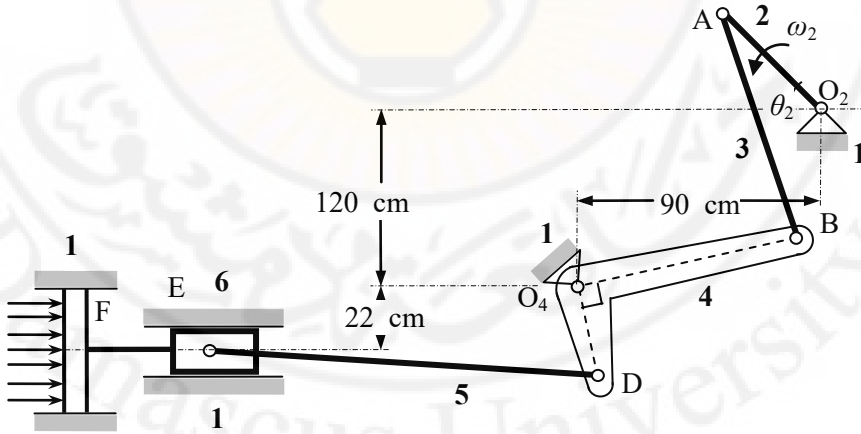
[كل 20 cm من الأطوال الحقيقية تقابل 1 cm على المخطط].

2- إيجاد السرعة الخطية للمنزلقة E، من مخطط السرعة؛ باستعمال مقياس الرسم $[50 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

3- إيجاد العزم الاستاتيكي $T_{O_2}^s$ اللازم تطبيقه على محور المرفق المار من المفصل الثابت O_2 ؛ لمقاومة ضغط قدره ($Q_F = 35.3 \text{ N/cm}^2$)، يؤثر في مكبس F قطره ($d = 22.5 \text{ cm}$)، وذلك دون تحليل القوى في الوصلات.

علماً أن:

($ED = 150 \text{ cm}$) ($AB = 120 \text{ cm}$) ، ($BO_4 = 90 \text{ cm}$) ، ($O_2A = O_4D = 30 \text{ cm}$)



مخطط لتركيبية آلية تستعمل في تشغيل مضخة.

الشكل (م-5-5)

الجواب: ($T_{O_2} = 800 \text{ N.m}$) ، ($V_E = 71.5 \text{ cm/sec} \leftarrow$)

م-5-6

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 1981-1982.

يبين الشكل (م-5-6) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية فيها الوصلة 2 موازنة، بحيث مركز كتلتها G_2 يكون منطبقاً على مركز دورانها O_2 .

فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية قدرها $(\omega_2 = 300 \text{ rad/sec})$ ، بعكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، والاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 60^\circ)$:

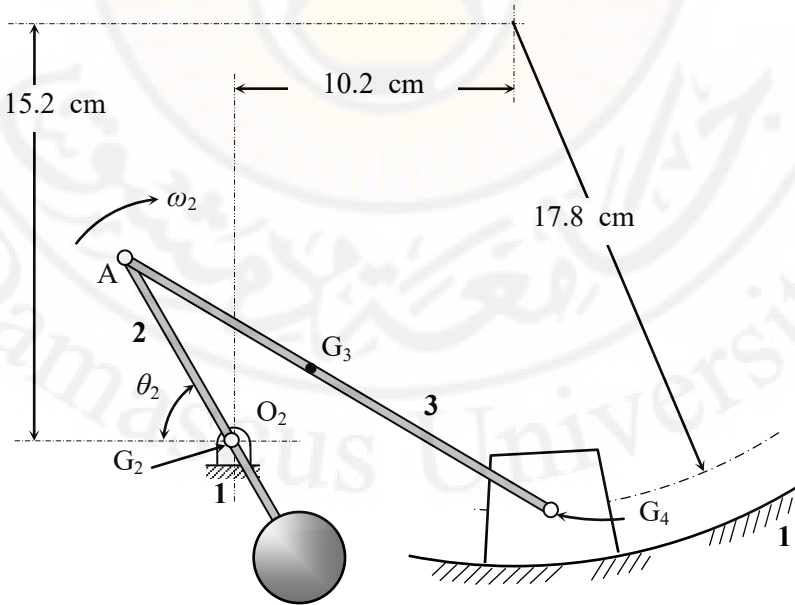
- إجراء تحليل حركي، وديناميكي؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبية الآلية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الخارجي T_2^e اللازم تطبيقه على الوصلة القائدة 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ للحفاظ على توازن التركيبية الآلية ديناميكياً، بما فيه تعيين قوة الارتجاج، وموقع خط عملها عن المفصل الثابت O_2 .

علماً أن:

$$(O_2A = 7.62 \text{ cm}) , (AB = 17.8 \text{ cm}) , (AG_3 = 7.62 \text{ cm})$$

$$(W_2 = 17.8 \text{ N}) , (W_3 = 35.6 \text{ N}) , (W_4 = 89 \text{ N})$$

$$(I_2 = 0.004 \text{ kg.m}^2) , (I_3 = 0.020 \text{ kg.m}^2) , (I_4 = 0.014 \text{ kg.m}^2)$$



الشكل (م-5-6)، مخطط لتركيبية آلية.

م-5-7

يبين الشكل (م-5-7) مخططاً لأحد أوضاع تركيبة آلية، حيث تؤثر القوة الأفقية F_2 في المنزلقة 2 ، بالاتجاه المبين في الشكل.

فإذا تحركت المنزلقة 2 ، بسرعة ($V_2 = 3.5 \text{ m/sec}$)، وتسارع ($A_2 = 35 \text{ m/sec}^2$)، باتجاه القوة ($F_2 = 200 \text{ N}$)؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، والاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للوصلة 4 المحدد بالزاوية ($\theta_4 = 60^\circ$):

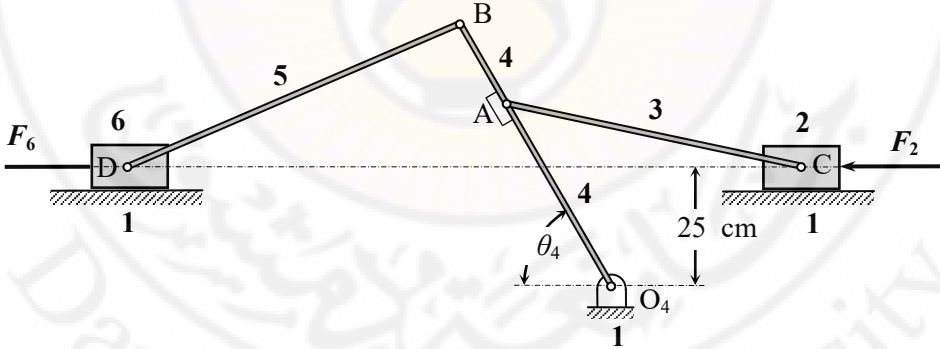
- إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية المؤثرة في التركيبة الآلية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبة الآلية، واتجاهاتها، وكذلك القوة F_6 اللازم تطبيقها على المنزلقة 6 ؛ للحفاظ على توازن التركيبة الآلية ديناميكياً، بما فيه تعيين قوة الارتجاج، وموقع خط عملها عن المفصل الثابت O_4 .

علماً أن الوصلات رفيعة متجانسة، ومتناظرة بالنسبة لمراكز كتلتها، وأن:

$$(O_2A = 45 \text{ cm}) , (O_4B = AC = 64 \text{ cm}) , (BD = 76 \text{ cm})$$

$$(W_2 = 10 \text{ N}) , (W_3 = W_4 = 12 \text{ N}) , (W_5 = 15 \text{ N}) , (W_6 = 10 \text{ N})$$

$$(I_3 = I_4 = 0.03 \text{ kg.m}^2) , (I_5 = 0.04 \text{ kg.m}^2)$$



مخطط لتركيبة آلية.

الشكل (م-5-7)

م-5-8

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2014-2015

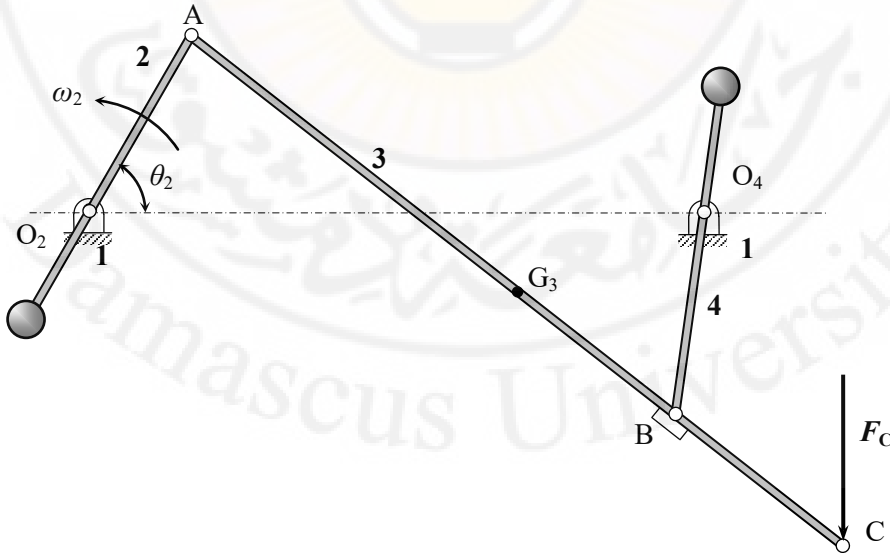
يبين الشكل (م-5-8) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان المتصلبة فيها الوصلتان 2 و 4 موازتان، بحيث مركزا كتلتيهما يكونان منطبقين على مركزي دورانهما، وتؤثر القوة الشاقولية F_C في النقطة C من الوصلة 3، بالاتجاه المبين في الشكل.

فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 10 \text{ rad/sec})$ ، بعكس دوران عقارب الساعة، وكانت القوة الشاقولية F_C المؤثرة في النقطة C تساوي $(F_C = 135 \text{ N})$ ؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، والاحتكاك عند الازدواج، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 60^\circ)$:

- إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية المؤثرة في التركيبية الآلية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الخارجي T_2^e اللازم تطبيقه على المرفق 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة الشاقولية F_C ، وليحافظ على توازن التركيبية الآلية ديناميكياً، بما فيه تعيين قوة الارتجاج، وموقع خط عملها عن المفصل الثابت O_4 .

علماً أن:

$$\begin{aligned} (O_2A = 15 \text{ cm}) , \quad (AB = 45 \text{ cm}) , \quad (O_4B = 15 \text{ cm}) \\ (AC = 60 \text{ cm}) , \quad (O_2O_4 = 45 \text{ cm}) , \quad (AG_3 = 30 \text{ cm}) \\ (W_3 = 17.8 \text{ N}) , \quad (I_3 = 0.056 \text{ kg.m}^2) , \quad (I_4 = 0.0071 \text{ kg.m}^2) \end{aligned}$$



الشكل (م-5-8)، مخطط لتركيبية رباعية القضبان المتصلبة.

م-5-9

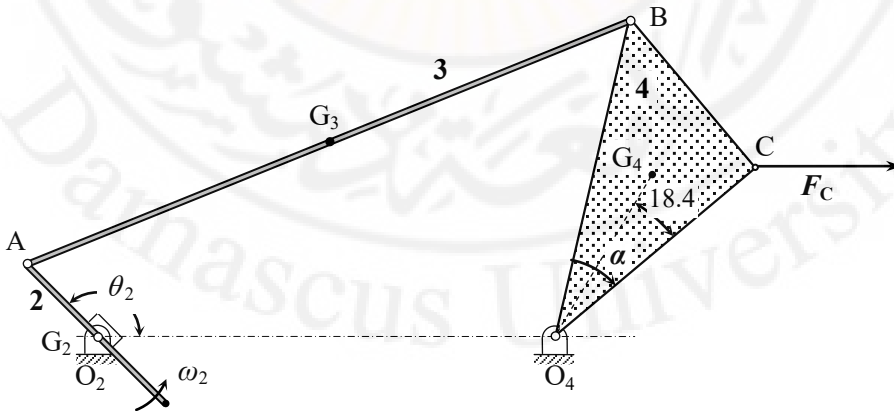
يبين الشكل (م-5-9) مخططاً لأحد أوضاع تركيبية آلية رباعية القضبان O_2ABO_4 ، مع مقارن (Coupler) ممتد للخارج حتى نقطة الإزاحة المقرنة C على الوصلة المقودة BO_4 ، بحيث يصنع معها زاوية α بجهة دوران عقارب الساعة، وتؤثر في المقارن عند النقطة C ، القوة الخارجية الأفقية F_C ، بالاتجاه المبين في الشكل.

فإذا دار المرفق 2 بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 60 \text{ rad/sec})$ ، بعكس دوران عقارب الساعة، وكانت القوة الخارجية الأفقية F_C تساوي $(F_C = 178 \text{ N})$ ؛ المطلوب بإهمال أوزان الوصلات، والاحتكاك عند الازدواجات، وعند الوضع الزاوي للمرفق المحدد بالزاوية $(\theta_2 = 135^\circ)$:

- إجراء تحليل مشترك للقوى الاستاتيكية، والعطالية المؤثرة في التركيبية الآلية؛ لتعيين قيمة كل من القوى المؤثرة في محامل التركيبية الآلية، واتجاهاتها، وكذلك العزم الخارجي T_2^e اللازم تطبيقه على المرفق المهمل الكتلة 2 من عمود الدوران المار من المفصل الثابت O_2 ؛ ليقاوم عزم فعل القوة الخارجية F_C ، وليحقق توازن التركيبية الآلية ديناميكياً، بما فيه تعيين قوة الارتجاج، وموقع خط عملها عن المفصل الثابت O_4 .

علماً أن:

$$\begin{aligned} (O_2A = 7.5 \text{ cm}) , (AB = 50 \text{ cm}) , (O_4B = 25 \text{ cm}) , (O_2O_4 = 35 \text{ cm}) \\ (BC = 15 \text{ cm}) , (O_4C = 20 \text{ cm}) , (AG_3 = 25 \text{ cm}) , (O_4G_4 = 14.2 \text{ cm}) \\ (W_3 = 31.7 \text{ N}) , (W_4 = 15.2 \text{ N}) , (I_3 = 0.07 \text{ kg.m}^2) , (I_4 = 0.0042 \text{ kg.m}^2) \end{aligned}$$



مخطط لتركيبية آلية رباعية القضبان مع مقارن.

الشكل (م-5-9)

م-5-10

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2018-2019

يبين (الشكل-5-26) المرسوم سابقاً تخطيطاً لتركيبية منظم هارنتل (*Hartnell*) ذي كرتين، ونابض انضغاط، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، ويتصف بأن:

الوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية له، طول ضلعها المتصل بالجلبة هو ($a = 80 \text{ mm}$)، وطول ضلعها المتصل بالكرة هو ($b = 110 \text{ mm}$)، الذي يكون شاقولياً عندما يدور محوره بسرعة دوران قدرها ($n_1 = 800 \text{ r.p.m}$) الموافقة لسرعة الدوران الحدية الأولى له عند نصف قطر دوران الكرة الحدي الأول، وقدره ($r_1 = 90 \text{ mm}$)، وأن:

كتلة كل من الكرتين هي ($m = 1.2 \text{ kg}$)، وكتلة الجلبة هي ($m_s = 3 \text{ kg}$)، وعامل صلابة النابض هو ($k = 40 \text{ kN / m}$).

المطلوب بعد إهمال تأثير وزن الكرات، وقوى الاحتكاك، وميل الأنزع، الحفاظ على وضع الذراع الحامل لكل من الكرتين شاقولياً عند نصف قطر الدوران المذكور، وقدره ($r_1 = 90 \text{ mm}$)، وسرعة دوران قدرها ($n'_1 = 825 \text{ r.p.m}$)، وذلك بتعيين الآتي:

1. الحمل الميت اللازم وضعه على الجلبة.
2. مقدار الانضغاط الابتدائي $\Delta\delta$ الإضافي اللازم للنابض، عند عدم تطبيق الحمل الميت.

*

م-5-11

يبين (الشكل-5-26) المرسوم سابقاً تخطيطاً لتركيبية منظم هارنتل (*Hartnell*) ذي كرتين، ونابض انضغاط، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، ويتصف بأن:

الوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية له، طول ضلعها المتصل بالجلبة هو ($a = 65 \text{ mm}$)، وطول ضلعها المتصل بالكرة هو ($b = 90 \text{ mm}$)، الذي يكون شاقولياً عندما يدور محوره بسرعة دوران قدرها ($n_1 = 420 \text{ r.p.m}$) الموافقة لسرعة الدوران الحدية الأولى له عند نصف قطر دوران الكرة الحدي الأول، وقدره ($r_1 = 75 \text{ mm}$)، وأن:

كتلة كل من كرتيه هي ($m = 2 \text{ kg}$)، ويؤثر في الجلبة حمل قدره ($W_m = 40 \text{ N}$)؛ فضلاً عن قوة صلابة النابض.

1. قوة النابض F_{k1} ، المؤثرة في الجلبة عند وضع الاتزان n_1 ، بإهمال الاحتكاك.
2. قوة الاحتكاك عند الجلبة F_f التي يمكنها التقلب عند وضع الاتزان n_1 على زيادة في سرعة الدوران قدرها $(\Delta n_{21} = 1\% n_1)$ من وضع الاتزان n_1 .
3. عامل صلابة النابض اللازم k ، إذا كانت زيادة في سرعة الدوران قدره $(\Delta n_{31} = 5\% n_1)$ من وضع الاتزان n_1 تؤدي إلى إزاحة الجلبة مسافة $(\Delta y_{31} = 12 \text{ mm})$.
4. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، عند ازدياد فجائي في سرعة الدوران قدره $(\Delta n_{31} = 5\% n_1)$.

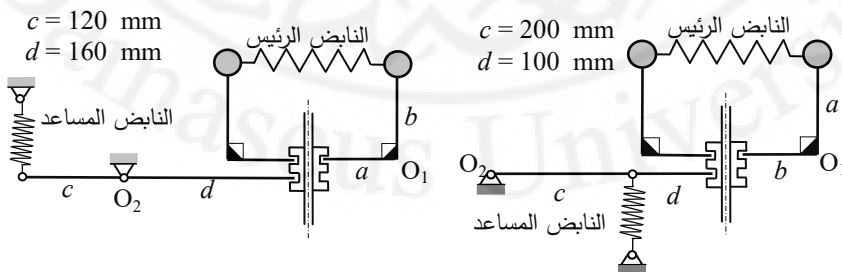
م-5-12

يبين الشكل (م-5-12) تخطيطاً لتركيبية منظم ويلسون-هارتنتل (Wilson-Hartnell) ذي كرتين ونابضين، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويعتعمل لتنظيم سرعة محرك، ويتصف بأن:

مجال سرعات دورانه هما $(n_1 = 300 \text{ r.p.m})$ و $(n_2 = 325 \text{ r.p.m})$ ، عند نصفي القطرين الحديين، وقدرهما $(r_1 = 85 \text{ mm})$ و $(r_2 = 100 \text{ mm})$. والوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية له، طول ضلعها المتصل بالجلبة هو $(a = 60 \text{ mm})$ ، وطول ضلعها المتصل بالكرة هو $(b = 100 \text{ mm})$ ، الذي يكون شاقولياً عند سرعة الدوران الحدية الأولى n_1 ، والموافقة لنصف قطر دوران الكرة الحدي r_1 ، وأن: عامل صلابة النابض الرئيسي هو $(k_p = 2 \text{ kN/m})$ ، وعامل صلابة النابض المساعد هو $(k_F = 5 \text{ kN/m})$.

المطلوب بعد إهمال تأثير وزن الكرات، وقوى الاحتكاك، وميل الأنزع، تعيين الآتي:

1. معامل حساسية المنظم μ_s .
2. كتلة كل من الكرتين m .
3. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، الناتجة من التغير الفجائي لسرعة الدوران بين القيمتين المذكورتين.



الشكل (م-5-12) و (م-5-13)

الشكل (م-5-14)

رسوم تخطيطية لتركيبية منظم ولسون-هارتتل.

م-5-13

يبين الشكل (م-5-13) تخطيطاً لتركيبية منظم ويلسون-هارتنتل (Wilson - Hartnell) ذي كرتين ونابضين، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، ويتصف بأن:

مجال سرعات دورانه هما $(n_1 = 600 \text{ r.p.m})$ و $(n_2 = 630 \text{ r.p.m})$ ، عند نصفي القطرين الحديين، وقدرهما $(r_1 = 150 \text{ mm})$ و $(r_2 = 170 \text{ mm})$. والوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية له، طول ضلعها المتصل بالجلبة هو $(a = 75 \text{ mm})$ ، وطول ضلعها المتصل بالكرة هو $(b = 100 \text{ mm})$ ، الذي يكون شاقولياً عند سرعة الدوران الحدية الأولى n_1 ، والموافقة لنصف قطر دوران الكرة الحدي r_1 ، وأن: كتلة كل كرة هي $(m = 5 \text{ kg})$ ، وعامل صلابة النابض المساعد هو $(k_F = 40 \text{ kN/m})$.

المطلوب بعد إهمال تأثير وزن الكرات، وقوى الاحتكاك، وميل الأذرع، تعيين الآتي:

1. معامل الحساسية μs للمنظم.
2. عامل الصلابة k_p للنابض الرئيس.
3. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، الناتجة من التغير المفجائي لسرعة الدوران بين القيمتين المذكورتين.

*

م-5-14

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2014-2015

يبين الشكل (م-5-14) تخطيطاً لتركيبية منظم ويلسون-هارتنتل (Wilson - Hartnell) ذي كرتين ونابضين، ومقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول، ويعمل بتأثير قوة الطرد المركزي، ويستعمل لتنظيم سرعة محرك، ويتصف بأن:

مجال سرعات دورانه هما $(n_1 - n_2 \text{ r.p.m})$ عند نصفي القطرين الحديين، وقدرهما $(150 - 170 \text{ mm})$ على التوالي. والوصلة المرفقية حاملة الكرة قائمة الزاوية له، طول ضلعها المتصل بالجلبة هو $(a = 100 \text{ mm})$ ، وطول ضلعها المتصل بالكرة هو $(b = 120 \text{ mm})$ ، الذي يكون شاقولياً عند سرعة الدوران الحدية n_1 ، والموافقة لنصف قطر دوران الكرة الحدي r_1 ، وأن: كتلة كل كرة هي $(m = 5 \text{ kg})$ ، وعامل صلابة النابض الرئيس هو $(k_p = 40 \text{ kN/m})$ ، وطوله الحر هو $(l_0 = 140 \text{ mm})$.

المطلوب في حال إلغاء النابض المساعد، وبإهمال تأثير وزن الكرات، وميل الأذرع، تعيين الآتي:

1. مجال سرعات عمل المنظم n_1 و n_2 ، الموافق لنصفي القطرين الحديين المذكورين أعلاه.
2. معامل حساسية المنظم μs .
3. جهد المنظم Q ، وقدرته E ، الناتجة من التغير المفجائي للسرعة بين القيمتين المحسوبتين أعلاه.

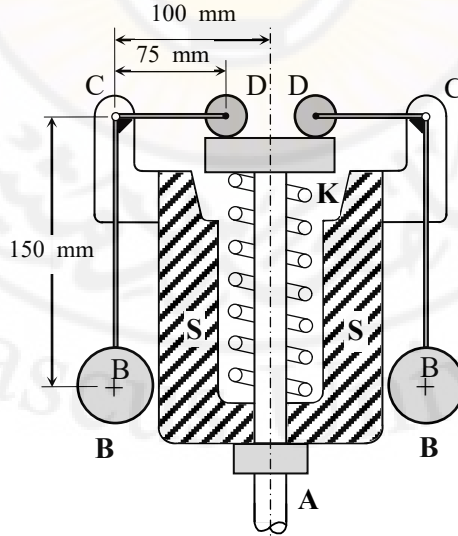
م-5-15

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2016-2017

يبين الشكل (م-5-15) تخطيطاً لتركيبية منظم مشترك التحميل، محوره A مقيد الحركة في الاتجاه الشاقولي، وعند وضعه الحدي الأول. تتصل كل من كرتيه B بوصلة مرفقية قائمة الزاوية BCD تتمفصل مع الجلبة S عند C، ومجهزة بدحروجين في D يضغطان على السطح العلوي للمحور، وهذا يؤدي إلى رفع الجلبة إلى الأعلى، وانضغاط النابض K المحصور بين الجلبة والمحور، ويتصف بأن: كتلة كل من الكرتين هي $(m_B = 2.7 \text{ kg})$ ، وكتلة الجلبة هي $(m_S = 13.5 \text{ kg})$ ، وقوة الاحتكاك عند الجلبة هي $(F_f = 22 \text{ N})$ ، وعامل صلابة النابض هو $(k = 50 \text{ kN/m})$ ، وقوة انضغاطه عندما تكون الجلبة في أخفض وضع لها هي $(P_1 = 475 \text{ N})$ ، عند نصف قطر دوران الكرتين قدره $(r_1 = 100 \text{ mm})$.

المطلوب بإهمال كتلة الوصلتين المرفقيتين، والدحروجين المتصلين بهما، وبالأخذ بالحسبان تأثير كل من وزن الكرتين، وميل الأذرع تعيين الآتي:

1. سرعة الدوران الحدية الأولى n_1 ، التي تبدأ عندها الجلبة بالحركة نحو الأعلى من أخفض وضع لها.
2. مجال سرعات عمل المنظم n_2'', n_2' التي تبقى خلالها الجلبة ثابتة على مسافة $(y_2 = 10 \text{ mm})$ فوق أخفض وضع لها.
3. معامل عدم حساسية المنظم μ_n .



رسم تخطيطي لتركيبية منظم مشترك التحميل عند وضعه الحدي الأول.

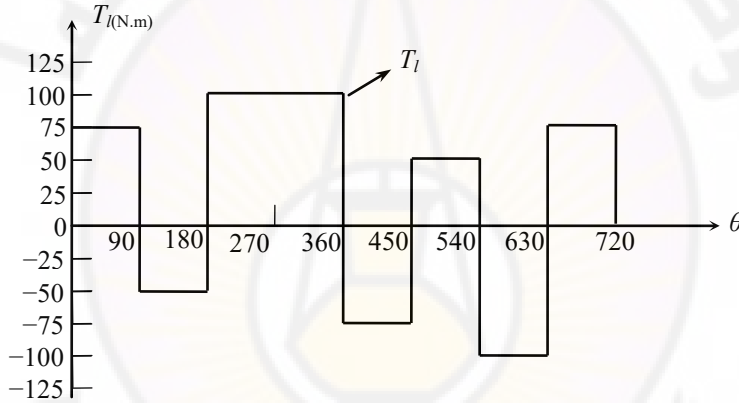
الشكل (م-5-15)

م-5-16

يتغير العزم المقاوم T_l في آلة؛ وفقاً للمخطط المبين في الشكل (م-5-17)، حيث يتكرر هذا المخطط بعد كل دورتين لعمود الدوران.

تدار هذه الآلة مباشرة بمحرك ثابت العزم ($T_m = \text{Const.}$)؛ بسرعة دوران وسطية قدرها $(n_{av} = 3500 \text{ r.p.m.})$. المطلوب تعيين الآتي:

1. استطاعة المحرك الوسطية P_{av} ؛ أي الاسمية P .
2. وضع عمود الدوران θ_1, θ_2 الذي تحدث عنده كل من السرعة العظمى، والصغرى.
3. التراوح الأعظمي للقدرة E_f .



الشكل (م-4-16) مخطط تغيرات العزم المقاوم في آلة.

*

م-5-17

يتغير العزم المقاوم T_l لآلة، بحيث يتزايد بانتظام من قيمة قدرها 675 N.m إلى قيمة عظمى قدرها 2700 N.m ، خلال دوران محور الآلة من الصفر إلى π ، ويبقى ثابتاً من π إلى 3π ، ثم يتناقص بانتظام إلى قيمة قدرها 675 N.m خلال دوران المحور من 3π إلى 4π ، ومن ثم يبقى ثابتاً حتى نهاية دورة عمل كاملة ، وقدرها 6π .

تدار هذه الآلة مباشرة بمحرك ثابت العزم ($T_m = \text{Const.}$)، بسرعة دوران وسطية قدرها $(n_{av} = 250 \text{ r.p.m.})$ ، ومجهز محوره بحذافة حلقيّة وزنها يساوي $(W_f = 4500 \text{ N})$ ، ونصف قطر عطالتها يساوي $(\rho_f = 60 \text{ cm})$.

المطلوب:

1. رسم مخطط عزم الدوران؛ $[T=f(\theta)]$ ؛ للمجموعة الآلية بإتقان؛ متضمناً مخطط تغيرات العزم المقاوم للآلة T_l ، وموضحاً عليه كلاً من عزم المحرك اللازم T_m ، والعزم الوسطي T_{av} لهما، ونقاط التقاطع فيما بينهم خلال دورة عمل كاملة بالنسبة لزاوية دوران محور الآلة θ .
2. تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
3. تعيين التراوح الأعظمي للقدرة E_f على مخطط عزم الدوران؛ خلال دورة عمل كاملة للآلة، وحساب قيمته.
4. تعيين معامل تراوح القدرة K_e للمحرك.
5. تعيين عزم عطالة الحذافة الحلقية I_f المستعملة.
6. تعيين معامل تراوح السرعة K_s لمحور الدوران.

*

م-5-18

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2006-2007

يعطي محرك احتراق داخلي أحادي الأسطوانة رباعي الشوط (شوط التمدد - شوط الطرد - شوط السحب - شوط الانضغاط)، استطاعة قدرها $(P = 30 \text{ kW})$ عند سرعة دوران قدرها $(n = 300 \text{ r.p.m})$.

يبدأ منحني عزم دوران المحرك T_m خلال شوط التمدد بزاوية نصف قطرية من 0 إلى π ، وشوط الانضغاط من 3π إلى 4π على شكل مثلثين متساويي الساقين، وكانت القدرة الناتجة عن المحرك خلال شوط الطرد من π إلى 2π ، والسحب من 2π إلى 3π معدومة، أما القدرة الناتجة خلال شوط الانضغاط فكانت سالبة، وتساوي ربع القدرة الناتجة خلال شوط التمدد.

يدير هذا المحرك مباشرة آلة ذات عزم مقاوم ثابت $(T_l = \text{Const.})$. المطلوب:

1. رسم مخطط عزم الدوران؛ $[T=f(\theta)]$ ؛ للمجموعة الآلية بإتقان؛ متضمناً مخطط تغيرات عزم المحرك T_m ، وموضحاً عليه كلاً من العزم المقاوم T_l للآلة، والعزم الوسطي T_{av} لهما، ونقاط التقاطع فيما بينهم خلال دورة عمل ترموديناميكية.
2. تعيين القدرة الناتجة عن المحرك E خلال دورة عمل كاملة.
3. تعيين القيمة العظمى لعزم الدوران خلال شوط التمدد.
4. تعيين كتلة الحذافة الحلقية M_f ، اللازم تركيبها على محور المحرك؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة لمحور الدوران لا يزيد على $(K_s = \pm 1.5 \%)$ حول قيمة السرعة الوسطية، إذا كان نصف قطر عطالتها هو $(\rho_f = 600 \text{ mm})$.

م-5-19

يعطى عزم الدوران الناتج على عمود دوران محرك؛ بدلالة زاوية المرفق θ ؛ بالمعادلة:

$$T_{m(Nm)} = 500 + 250 \sin 2\theta - 320 \cos 2\theta$$

حيث θ تمثل زاوية المرفق من النقطة الميتة الداخلية.

يدير هذا المحرك مباشرة آلة ذات عزم مقاوم ثابت ($T_l = \text{Const.}$).

فإذا كانت سرعة الدوران الوسطية هي ($n_{av} = 1500 \text{ r.p.m}$)، ومعامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية المسموح به هو ($K_s = 10\%$) حول قيمة السرعة الوسطية؛ المطلوب تعيين الآتي:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
2. عزم عطالة الحذافة I_f اللازمة.
3. الوضع الزاوي θ الذي يحدث عنده أعظم تسارع زاوي ε_{min} للحذافة، وقيمة هذا التسارع.

*

م-5-20

يعطى عزم الدوران الناتج على عمود دوران محرك؛ بدلالة زاوية المرفق θ ؛ بالمعادلة:

$$T_{m(Nm)} = 19200 + 6400 \sin 3\theta$$

حيث θ تمثل زاوية المرفق من النقطة الميتة الداخلية.

يدير هذا المحرك مباشرة آلة يتغير فيها العزم المقاوم؛ وفق المعادلة:

$$T_{l(Nm)} = 19200 + 2750 \sin \theta$$

فإذا كانت سرعة الدوران الوسطية هي ($n_{av} = 300 \text{ r.p.m}$)، وعزم عطالة الحذافة هو ($I_f = 400 \text{ kg m}^2$)، وكون:

$$(\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) , \quad (\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$$

المطلوب تعيين الآتي:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
2. معامل تراوح السرعة K_s لمحور الدوران.
3. الوضع الزاوي θ الذي يحدث عنده أعظم تباطؤ زاوي ε_{min} للحذافة، وقيمة هذا التباطؤ.

م-5-21

مسألة امتحان الدورة التكميلية من العام الدراسي 2011-2012

يعطى عزم الدوران الناتج على عمود المرفق في محرك؛ بالمعادلة:

$$T_{m(N.m)} = 4a + a(\sin \theta + \sin 2\theta)$$

حيث a عدد ثابت، و θ تمثل الانتقال الزاوي للمرفق من النقطة الميتة الداخلية.

يولد المحرك استطاعة وسطية قدرها ($P_{av} = 7.5 \text{ kW}$)، عند دوران المرفق بسرعة وسطية قدرها ($n_m = 600 \text{ r.p.m}$)، ويدير عبر مجموعة مسننات تخفيض آلة ذات عزم مقاوم ثابت ($T_l = \text{Const.}$)، وسرعة دوران وسطية قدرها ($n_l = 150 \text{ r.p.m}$).

فإذا كان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور المحرك يكافئ كتلة قدرها ($M_m = 5 \text{ kg}$)، ونصف قطر عطالة قدره ($\rho_m = 30 \text{ cm}$)، وكان عزم عطالة الأجزاء المتصلة بمحور الآلة يكافئ كتلة قدرها ($M_l = 20 \text{ kg}$)، ونصف قطر عطالة قدره ($\rho_l = 30 \text{ cm}$)؛ المطلوب الآتي:

- 1- تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
- 2- رسم مخطط عزم الدوران؛ $[T = f(\theta)]$ ؛ بإتقان للمجموعة الآلية، متضمناً منحني تغيرات عزم المحرك T_m بعد حساب قيمته في الأوضاع الزاوية الآتية:
 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$

وموضاً عليه كلاً من العزم المقاوم T_l للآلة، والعزم الوسطي T_{av} لهما، ونقاط التقاطع فيما بينهم.
 3- تعيين عزم عطالة الحذافة I_{fm} اللازم تركيبها على محور المحرك، بحيث يكون معامل تراوح السرعة للحذافة يساوي ($K_s = 2\%$) حول قيمة السرعة الوسطية.

*

م-5-22

مسألة امتحان الدورة التكميلية من العام الدراسي 2015-2016

يعطي محرك وحيد الأسطوانة رباعي الشوط استطاعة وسطية قدرها ($P_{av} = 40 \text{ kW}$)، عند سرعة دوران وسطية قدرها ($n_m = 600 \text{ r.p.m}$)، حيث عزم عطالة الأجزاء المتصلة بعمود المحرك هو ($I_m = 200 \text{ kg.m}^2$).

يدير هذا المحرك عبر جملة مسننات آلة سرعة دورانها قدرها ($n_l = 1200 \text{ r.p.m}$)، وعزم عطالة الأجزاء الدوارة على عمودها قدره ($I_l = 12 \text{ kg.m}^2$).

فإذا كان معامل تراوح السرعة للمجموعة الآلية من دون تركيب حذافة هو ($K_s = 0.613\%$) حول قيمة السرعة الوسطية؛ المطلوب تعيين الآتي:

1. العزم الوسطي T_{av} الناتج عن المحرك.
2. القدرة الكلية E الناتجة عن المحرك.
3. التراوح الأعظمي للقدرة E_f للمحرك.
4. معامل تراوح القدرة K_e للمحرك.
5. عزم عطالة الحذافة I_{fm} ، اللازم تركيبها على عمود المحرك؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة للمجموعة الآلية لا يزيد على ($K_s' = \pm 0.15\%$) حول قيمة السرعة الوسطية.

م-5-23

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2011-2012

يستعمل مكبس لأداء 120 عملية مكبس في الدقيقة، بحيث تتم عملية الكبس بعزم مقاوم ثابت قدره 10 Nm خلال زمن قدره 0.2 sec ، ومن بعدها مباشرة يصبح العزم ثابتاً أيضاً، وقدره 1 Nm خلال زمن قدره 0.3 sec ، ويتكرر هذا العزم بكل عملية كبس.

فإذا كان عمود إدارة المكبس مجهزاً بحذافة حلقيّة وزنها هو $(W_f = 115 \text{ N})$ ، ونصف قطر عطالتها هو $(\rho_f = 12 \text{ cm})$ ، ويدور بسرعة دوران وسطية قدرها $(n_{av} = 3000 \text{ r.p.m})$ ، بواسطة محرك كهربائي ثابت العزم $(T_m = \text{Const.})$ ؛ المطلوب الآتي:

1. تعيين الزمن t الذي تستغرقه دورة عمل كاملة للمكبس، وتحديد زاوية دوران θ عمود إدارة المكبس المكافئة لزمن الدورة الواحدة.
2. رسم مخطط عزم الدوران للمكبس بإتقان، متضمناً مخطط العزم المقاوم T_l ، خلال دورة عمل كاملة بالنسبة للزمن t ، وبالنسبة لزاوية دوران عمود إدارة المكبس θ المكافئة لهذا الزمن بالراديان؛ أي $[T_l = f(t) = f(\theta)]$ ، وموضحاً عليه كلاً من عزم المحرك اللازم لعملية الكبس T_m ، والعزم الوسطي T_{av} لهما، ونقاط التقاطع فيما بينهم.
3. تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
4. تعيين معامل تراوج السرعة K_s لعمود إدارة المكبس.
5. تعيين التغير الكلي Δn_{12} لسرعة عمود الدوران.

*

م-5-24

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2010-2011

يستعمل مكبس لأداء 30 عملية مكبس في الدقيقة، بحيث يزداد العزم المقاوم خلال عملية الكبس بانتظام من الصفر إلى قيمة عظمى قدرها 1500 N.m خلال زمن قدره 0.2 sec ، ويبقى ثابتاً خلال زمن قدره 0.4 sec ، ومن ثم يتناقص بانتظام حتى ينعدم خلال زمن قدره 0.2 sec ، بحيث تستغرق عملية الكبس الفعلية مقدار $(t = 0.8 \text{ sec})$.

فإذا كان عمود إدارة المكبس مجهزاً بحذافة حلقيّة وزنها يساوي إلى $(W_f = 5000 \text{ N})$ ، ونصف قطر عطالتها يساوي إلى $(\rho_f = 80.5 \text{ cm})$ ، ويدور بسرعة وسطية قدرها $(n_{av} = 150 \text{ r.p.m})$ ، بواسطة محرك كهربائي ثابت العزم $(T_m = \text{Const.})$ ؛ المطلوب الآتي:

1. رسم مخطط عزم الدوران للمكبس بإتقان، متضمناً مخطط العزم المقاوم T_l ، خلال دورة عمل كاملة بالنسبة للزمن t ، وبالنسبة لزاوية دوران عمود إدارة المكبس θ المكافئة لهذا الزمن بالراديان؛ أي $[T_l = f(t) = f(\theta)]$ ، وموضحاً عليه كلاً من عزم المحرك اللازم لعملية الكبس T_m ، والعزم الوسطي T_{av} لهما، ونقاط التقاطع فيما بينهم.
2. تعيين الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك؛ أي الاسمية P .
3. تعيين التراوح الأعظمي في القدرة للمحرك E_f خلال عملية الكبس.
4. تعيين معامل تراوج السرعة K_s لعمود إدارة المكبس.
5. تعيين التغير الكلي لسرعة عمود إدارة المكبس Δn_{12} خلال عملية الكبس.
6. تعيين القدرة E_p اللازمة لعملية الكبس.
7. تعيين عدد عمليات الكبس N في الساعة.

م-5-25

يدار مقص آلي بمحرك كهربائي ذي استطاعة مستمرة قدرها $(P = 3 \text{ kW})$ ، يتصل مباشرة بعمود تدوير المقص، ويتركب على عمود دوران المحرك حذافة عزم عطالتها يساوي $(I_f = 50 \text{ kg.m}^2)$. فإذا كانت سرعة دورانها تساوي $(n_1 = 250 \text{ r.p.m})$ عند لحظة بدء عملية القص، وكانت عملية القص تستهلك قدرة قدرها $(E_p = 4750 \text{ N.m})$ ، وتستغرق زمناً قدره $(t_p = 0.75 \text{ sec})$ ؛ المطلوب تعيين الآتي:

1. عدد عمليات القص N الممكن تنفيذها خلال ساعة عمل للمقص.
2. الانخفاض الحاصل في سرعة دوران الحذافة Δn_{12} بعد انتهاء عملية القص مباشرة.

*

م-5-26

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2011-2012

يدار مقص آلي بمحرك كهربائي ثابت العزم قدره $(T_m = \text{Const.} = 120 \text{ N.m})$ ، يتصل مباشرة بعمود تدوير المقص، ويتركب على عمود دوران المحرك حذافة قرصية كتلتها هي $(M_f = 250 \text{ kg})$ ، ونصف قطرها هو $(R_f = 60 \text{ cm})$.

فإذا كانت سرعة دوران الحذافة هي $(n_1 = 250 \text{ r.p.m})$ عند لحظة بدء عملية القص، والانخفاض الحاصل في سرعة دورانها بعد انتهاء عملية القص مباشرة هو $(\Delta n_{12} = 22 \text{ r.p.m})$ ، وكانت عملية القص تستهلك زمناً قدره $(t_p = 0.75 \text{ sec})$ ؛ المطلوب تعيين الآتي:

1. الاستطاعة الوسطية P_{av} للمحرك الكهربائي؛ أي الاسمية P .
2. معامل تراوح السرعة K_s للمقص الآلي.
3. عزم عطالة الحذافة القرصية I_f المستعملة.
4. تغير القدرة في الحذافة E_f خلال عملية القص.
5. القدرة المقدمة من المحرك E_m لعملية القص.
6. القدرة اللازمة E_p لعملية القص.
7. عدد عمليات القص N ، الممكن تنفيذها خلال ساعة عمل للمقص الآلي.

م-5-27

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2017-2018

يستعمل مكبس تخريم المبين تخطيطياً في (الشكل-5-42) في تنقيب صفيحة فولاذية بمعدل 20 ثقباً في الدقيقة، حيث تستغرق عملية التخریم 1/5 من زمن دورة كاملة للمرفق t ، وكانت سماكة الصفيحة تساوي إلى $(h = 19 \text{ mm})$ ، وقطر الثقب يساوي إلى $(D = 15 \text{ mm})$ ، ومقاومة معدن الصفيحة للقص يساوي إلى $(\tau = 300 \text{ N/mm}^2)$.

فإذا دار المحرك بسرعة دوران ثابتة قدرها $(n = 900 \text{ r.p.m})$ ، وانتقلت الحركة إلى مرفق المكبس عبر عمود مناوول وسيط يدور بسرعة دوران قدرها $(n_L = 120 \text{ r.p.m})$ ؛ وكان مخطط تغير القوة F المؤثرة في أداة التخریم بالنسبة لانتقالها x ؛ أي $[F = f(x)]$ ؛ عند تشكيل ثقب في الصفيحة الفولاذية مبيناً في (الشكل-5-54)؛ المطلوب:

1. رسم المخطط الحركي للمكبس؛ مبيناً عليه قيمة دوران كل عمود، وسرعته، واتجاهه.
2. رسم مخطط تغير القوة F ؛ بالنسبة لانتقال أداة التخريم x ؛ أي $[F=f(x)]$.
3. تعيين استطاعة المحرك الوسطية P_{av} في حال عدم تركيب حذافة.
4. تعيين استطاعة المحرك الوسطية $(P_{av})_f$ في حال تركيب حذافة.
5. تعيين عزم عطالة الحذافة I_f المركبة على العمود المناول الوسيط؛ للحفاظ على معامل تراوح سرعة لا يزيد على $(K_s = 5\%)$ من السرعة الوسطية لهذا العمود.
6. تصميم الحذافة اللازمة؛ علماً أن مقطع إطارها هو مربع، وذات ستة أذرع، وأنها مصنوعة من حديد الصب وزنه النوعي $(\gamma = 74000 \text{ N/m}^3)$ ، بحيث ألا تزيد السرعة المحيطية على $(V_c = 20 \text{ m/sec})$.
7. تعيين الاجهادات المؤثرة في مقطع إطار الحذافة.
8. التأكيد من أن هذه الإجهادات تقع ضمن الحدود المسموح بها؛ وفقاً للفقرة 5-9-2 .

م-5-28

وجد في اختبار تجريبي لمحرك متعدد الأسطوانات، أن المساحات المحصورة بين مخطط عزم المحرك T_m ، وخط العزم المقاوم الثابت $(T_l = \text{Const.})$ ، هي:

$$-30, +400, -270, +325, -312, +230, -370, +270, -243 \text{ mm}^2$$

حيث كان مقياس رسم المخطط؛ بدلالة الوضع الزاوي للمرفق θ ، هو:

$$\text{شاقولياً } (1 \text{ mm} \equiv 55 \text{ N.m}) , \text{ وأفقياً } (1 \text{ mm} \equiv 3^\circ)$$

فإذا كانت السرعة الوسطية للدوران، تساوي $(n = 1000 \text{ r.p.m})$ ، ومعامل تراوح السرعة المسموح به يساوي $(K_s = \pm 0.5\%)$ ؛ المطلوب:

- إجراء تصميم كامل للحذافة اللازمة.

علماً أن:

- الحذافة حلقية ذات ستة أذرع.
- الوزن النوعي لمعدن الحذافة، يساوي $(\gamma = 78000 \text{ N/m}^3)$.
- إجهاد الشد الحلقي المسموح به، يساوي $(\sigma_1 = 20 \text{ N/mm}^2)$.
- إجهاد الشد الكلي المؤثر σ في مقطع إطار الحذافة، يجب ألا يزيد على 75 N/mm^2 .
- عرض محيط الإطار، يساوي ضعف ارتفاعه $(b = 2h)$.
- مقطع الذراع قطع ناقص محوره الأكبر ضعفي محوره الأصغر.
- الإجهاد المسموح به في الذراع، يساوي $[\sigma_a] = 20 \text{ N/mm}^2$.
- قطر جذعة الحذافة، يساوي $(d = 100 \text{ mm})$.
- الاستطاعة الوسطية المستهلكة في الحمل المقاوم، تساوي $(P_{av} = 250 \text{ kW})$.
- المحرك يتصل مباشرة بعمود دوران الحمل.

الفصل السادس

الكامات Cams

1-6- مقدمة

Introduction

الكامة، أو الحذبة (*The Cam*)، هي أية وصلة ذات تماس مباشر مع وصلة أخرى تتدحرج، أو تنزلق على سطحها تسمى التابع (*The Follower*). تشكل هاتان الوصلتان مع الهيكل الثابت (*The Frame*) تركيبة الكامات. إن تركيبات الكامات هي من أبسط الوسائل التي تؤمن تقريباً أية حركة مطلوبة للتابع، حتى مع فترات سكون، أو توقف؛ وهذا يؤدي أحياناً إلى شكل غير منتظم لسطح الكامات، وإن الحركات المطلوبة في الآلات المختلفة، هي في المعتاد من نوع يصعب تحقيقه بأية تركيبة آلية أخرى، وبالبساطة والسهولة نفسها؛ لذلك فإن لهذه التركيبات مجالات تطبيقية واسعة، وعلى الأخص في محركات الاحتراق الداخلي، وآلات الغزل والنسيج، والآلات الطابعة، وآلات قطع المسننات، والحاسبات الميكانيكية، والآلات الآلية، حيث من الصعب أن نجد آلة من النوع الذي تطلق عليها آلي، خالية من نوع أو أكثر من أنواع الكامات.

يتم تماس الكامات والتابع، بوجه عام، في نقطة أو خط مستقيم؛ ومن ثم فإن الازدواج بينهما هو ازدواج علوي. لذا فإن القوى المسموح بها في تركيبات الكامات هي أقل من تلك التركيبات المرفقية المكافئة لها، والتي يتم فيها التماس في سطوح. إلا أن ذلك لا يحد من انتشار استعمالها في مجالات مختلفة؛ بسبب ميزاتها الحركية التي لا غنى عنها في الآلات التي تستلزم توقيتاً، أو تزامناً دقيقاً للحركة؛ فضلاً عن ذلك، فإن التطور الكبير الحاصل في إنتاج مواد ذات مقاومة عالية للإجهاد والتآكل، قد أدى إلى تصميم تركيبات قادرة على نقل قوى كبيرة نسبياً. كما أن هذه التركيبات هي سهلة التصميم عموماً، وتشغل حيزاً صغيراً مقارنةً بالتركيبات المرفقية التي من الصعب تصميمها بدقة، وتكون عادةً ذات حجوم كبيرة نسبياً.

2-6- أنواع الكامات

Types of Cams

توجد أنواع عديدة من الكامات، وسوف نبحث هنا في بعض الأنواع الشائعة فقط، وبما أنه يمكن للكامات أن تأخذ أي حركة كانت؛ بغية تحقيق حركة معينة مطلوبة للتابع؛ لذا فإنه يفضل عادة تقسيم الكامات؛ وفق نمط حركتها في نوعين؛ كامات مستوية، و كامات فراغية.

1-2-6- الكامات المستوية

Plane Cams

في الكامات المستوية، تعتمد حركة التابع على نمط معين لحركة الكامات، وتصنف وفق منطلقات مختلفة، نبين أهمها فيما يأتي:

■ وفق طبيعة الحركة

إن لحركة الكامات، ووضع مستوى حركة التابع بالنسبة لمحورها أهمية خاصة في تحديد حركة التابع. نميز في هذا المجال ثلاثة أنواع رئيسة من الكامات؛ مبينة تخطيطياً في (الشكل-1-6)، وهي:

1. كامات انتقالية Translation Cams

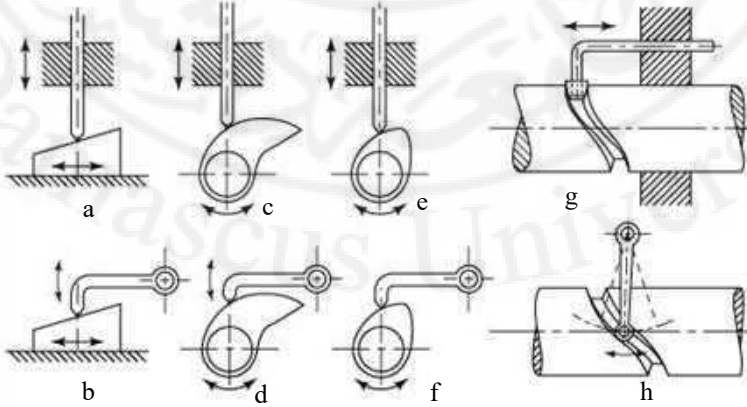
هذا النوع من الكامات هو النوع الأساسي؛ لأننا نستطيع عدّ جميع الكامات كأنها أسافين (Wedges) ذات انحدار ثابت، أو متغير، حيث تكون حركة الكامات انسحابية ترددية على طول سطح مستو، وينتج منها في مستوى حركتها نفسه حركة ترددية للتابع، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-1-6)، أو حركة تأرجحية، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-1-6). يمكن لسطح الكامات أن يكون مستوياً كما في الشكل، أو سطحاً منحنياً ما، وسيئة هذا النوع أن الحركة نفسها تتكون بترتيب معكوس في شوط رجوع الحركة.

2. كامات قرصية Disc Cams

يتكون هذا النوع بلف سطح الكامات الانتقالية حول محيط قرص دائري، حيث نحصل على الكامات القرصية، وتكون حركة الكامات دورانية، أو اهتزازية حول محور عمودي على مستوى حركة التابع، الذي يمكن أن يتردد، أو يتأرجح، كما هو مبين تخطيطياً في الأجزاء c, d, e, f من (الشكل-1-6). إن شكل مقطع الكامات في هذه الحالة هو بوجه عام منحن مغلق ما.

3. كامات أسطوانية Cylindrical Cams

يتكون هذا النوع عندما يتشكل الإسفين على سطح أسطوانة، حيث نحصل على الكامات الأسطوانية، وتكون حركة الكامات دورانية حول محورها الموازي لمستوي حركة التابع، الذي يتحرك ضمن أخدود محفور على سطح الأسطوانة. يمكن أن تكون حركة التابع ترددية، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء g من (الشكل-1-6)، أو تأرجحية، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء h من (الشكل-1-6).



(الشكل-1-6)، رسوم تخطيطية لأنواع الكامات المستوية.

■ وفق طبيعة التماس

سينضح من خلال التحليل الديناميكي لتركيبات الكامات أن قوة العطالة المؤثرة في التابع، تعمل خلال فترات معينة من حركته على إبعاده عن سطح الكامات؛ لذا يمكن تصنيف الكامات؛ وفقاً للوسيلة المستعملة في الحفاظ على التماس، وتقييد التابع بالحركة على سطح الكامات خلال فترات العمل كاملة. نميز في هذا المجال نوعين:

1. كامات ذات اغلاق قسري *Force Closed Cams*

حيث يُحافظ على التماس، بالتأثير بقوة خارجية تؤمن غالباً بوساطة نابض؛ إذ من النادر أن يكون وزن التابع كافياً للتغلب على قوة العطالة. مثال ذلك الكامات الانتقالية، والقرصية المبينة تخطيطياً في (الشكل-6-1).

تمتاز الكامات ذات الإغلاق القسري بسهولة تصميمها، وتصنيعها؛ ومن ثم فإن تكاليف إنتاجها منخفضة نسبياً، إلا أن وجود النابض يؤدي إلى أحمال إضافية خلال جزء من شوط حركة التابع؛ وبخاصة في الآلات ذات السرعات العالية.

2. كامات ذات حركة إيجابية *Positive-Motion Cams*

حيث يُحافظ على التماس، بتقييد حركة التابع في مسار معين بوساطة سطوح حاصرة الحركة التي تحدد شكل الكامات من دون الحاجة إلى تطبيق وسائل خارجية كنباض انضغاط. مثال ذلك الكامات الأسطوانية المبينة تخطيطياً في (الشكل-6-1)، حيث تكون نهاية التابع بتماس دائم مع جانبي المجرى المنحني المحفور على سطح الأسطوانة. هناك أمثلة أخرى سنتطرق إليها لاحقاً.

تستلزم الكامات ذات الحركة الإيجابية دقة عالية في التصميم، والتصنيع؛ بغية تأمين توافق دقيق بين السطوح المتماسمة، فهي ذات تكاليف إنتاجية مرتفعة؛ فضلاً عن أنها تفقد جودة أدائها بسرعة؛ بسبب ازدياد الخلوص نتيجة التآكل والاهتراء؛ وهذا يحد كثيراً من تطبيقاتها العملية.

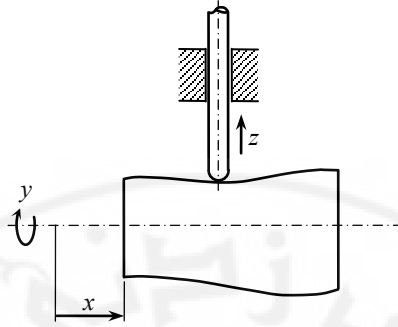
Space Cams

2-2-6- الكامات الفراغية

في الكامات الفراغية، حيث تعتمد حركة التابع على نمط آخر لحركة الكامات، والتي تنتج من حركتين مستقلتين للكامات تحدثان بآن واحد.

يبين (الشكل-6-2) تخطيطاً لكامات فراغية، حيث إزاحة التابع z ، هي تابع لحركة دوران الكامات y ، وانتقالها x معاً.

تستعمل الكامات الفراغية في بعض التطبيقات المحدودة؛ وبخاصة في مجال التحكم بوضع المدافع، وقواعد إطلاق الصواريخ. إن تصميم هذه الكامات، وإنتاجها صعب جداً؛ بسبب الدقة العالية المطلوبة، وضرورة إنهاء سطوحها يدوياً؛ وهذا يؤدي إلى تكاليف إنتاجية باهظة جداً، حيث يلزم في أغلب الأحيان تحديد أوضاع 15000 نقطة بدقة لا تتجاوز $\pm 0.01 \text{ mm}$.



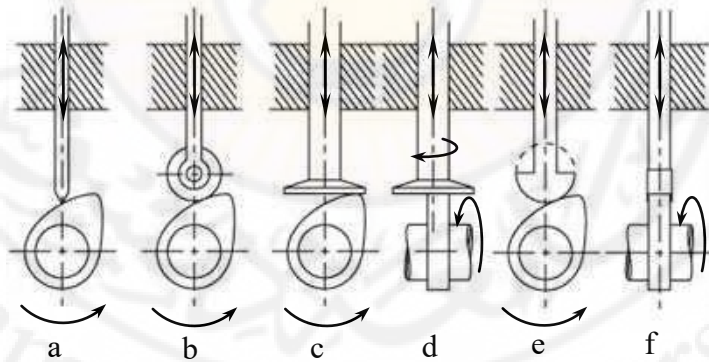
(الشكل-2-6)، رسم تخطيطي لكامة فراغية.

سنقتصر في هذا الفصل على دراسة الكامات المستوية؛ مع تركيزاً أساسياً على الكامات القرصية التي تدور بسرعة زاوية ثابتة؛ لأن هذا النوع هو الأكثر استعمالاً في التطبيقات الميكانيكية؛ كالمحركات، والآلات المختلفة.

Types of Followers

3-6- أنواع التتابع

يتبين مما سبق أن التتابع من حيث حركتها هي مجموعتان، إما ترددية على خط مستقيم، أو تارجمية؛ أي اهتزازية حول مفصل ثابت. لكن من المعتاد تصنيف التتابع ضمن كل من هاتين المجموعتين؛ وفقاً لشكل نهايتها التي تلمس السطح المحيطي للكامة. يبين (الشكل-3-6)، تخطيطاً لأربع أنواع رئيسة، وهي:



(الشكل-3-6)، رسم تخطيطي لأنواع التتابع.

1. تابع مدبب Knife-Edge Follower

حيث التماس بين سطح الكامة، ونهاية التابع في هذه الحالة هو تماس نقطي تنتج منه حركة انزلاقية نسبية كبيرة بين الكامة والتابع، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-3-6). يؤدي ذلك إلى معدل تآكل كبير عند الطرف المدبب يحد من تطبيقات هذا النوع، كما أنه يؤثر في نشوء دفع جانبي بين التابع ودليله؛ إلا أنه يمتاز بملاءمته لأي شكل كان لسطح الكامة، وبسبب الاهتراء السريع يستعمل في السرعات المنخفضة، وفي القوى الخفيفة.

2. تابع دحروجي Roller Follower

حيث تتكون نهاية التابع من دحروج، أو بكرة، تتصل مع ساق التابع بازدواج دوراني، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-3). إن استعمال هذا النوع يقلل كثيراً من معدل التآكل؛ إذ إن الحركة النسبية بين الكامنة والتابع عند التماس هي حركة تدرجية إلى حد كبير؛ إلا أنه يؤثر في نشوء دفع جانبي بين ساق التابع ودليله. من فوائده أنه يخفف من سرعة الانزلاق على الكامنة. تجدر الإشارة إلى أنه لا يمكن إزالة الانزلاق كلياً عند خط التماس؛ لأن عطالة الدحروج تمنعه من تغيير سرعته الزاوية آنياً؛ وفق تغير السرعة المحيطة للكامنة. يمكن استعمال هذا النوع مع أية كامنة ذات سطح محيطي محدب كلياً، أو يحوي أجزاء مقعرة؛ بشرط أن يكون نصف قطر التقعر لأي منها مساوياً على الأقل نصف قطر الدحروج.

3. تابع مسطح Flat-Faced Follower

يمتاز هذا النوع، المبين في الجزء c من (الشكل-6-3)، من النوعين السابقين، بانخفاض كبير في قيمة الدفع الجانبي المؤثر في المجرى الذي تتحرك ضمنه ساق التابع؛ مقارنة بالتابع المدبب، والدحروجي؛ إذ إن الدفع الناتج في حالة تابع مسطح يتأثر فقط بالاحتكاك الحاصل بين سطحي الكامنة والتابع. لكن الحركة النسبية بين هذين السطحين هي حركة انزلاقية؛ ومن ثم ينتج منها معدل تآكل كبير.

يمكن تقليل التآكل بصورة ملحوظة، فيما لو أزيح محور التابع باتجاه مواز لمستوي سطح الكامنة، مع بقاءه متقاطعاً مع محور الدوران، كما هو مبين في المسقط الجانبي في الجزء d من (الشكل-6-3)؛ إذ إن ذلك يؤدي إلى دوران التابع حول محوره؛ فضلاً عن حركته الترددية. من الواضح أنه لا يمكن استعمال التابع المسطح إلا في حالة كامنة ذات سطح محيطي محدب كلياً، ويستعمل بكثرة لفتح الصمامات في محرك السيارة وإغلاقها.

4. تابع كروي Spherical Follower

يفضل أحياناً؛ وبخاصة في محركات الاحتراق الداخلي، استعمال شكل معدل للتابع المسطح، بحيث تكون نهايته المماسية لسطح الكامنة على شكل قطاع كروي، كما هو مبين في الجزأين e و f من (الشكل-6-3).

لو أخذنا تابعاً دحروجياً، وثبتنا الدحروج بحيث أصبح عديم الحركة على التابع، فإن حركة التابع تبقى على حالها، ونعلم أن نقطة الأثر للتابع الدحروجي كانت مركز الدحروج؛ لذلك يمكننا استعمال مركز الانحناء في حالة التابع الكروي كنقطة أثر، أما الحركة النسبية بين الكامنة والتابع عند التماس تبقى انزلاقية، إلا أن إزاحة التابع الموافقة لدوران الكامنة تكافئ الإزاحة الناتجة من تابع دحروجي يساوي قطره قطر الكرة المشكلة لنهاية التابع. يستعمل هذا النوع عادة عندما يكون الحيز المتاح لتركيبة الكامنة محدوداً، ويستعمل بكثرة لفتح الصمامات في محرك السيارة وإغلاقها.

4-6- تعاريف ومفاهيم أساسية لتركيبة الكام

Definitions and Basic Concepts of Cam Mechanism

يفضل قبل دراسة حركة تركيبة كام، توضيح بعض المفاهيم، والمتغيرات المتعلقة بهذه الدراسة. يبين (الشكل-4-6)، رسماً تخطيطياً لكامة قرصية وتابعاً مدبباً ترددياً قطرياً. تدور الكام حول محور مار من O بسرعة زاوية ثابتة ω عكس اتجاه دوران عقارب الساعة. إن محور الدوران عمودي على مستوى الحركة. ينتج من دوران الكام حركة انسحابية ترددية قطرية للتابع على مسار مستقيم، حيث محور التابع يمر من مركز الدوران O .

يمكن من (الشكل-4-6)، تعريف معظم المفاهيم، والمتغيرات اللازمة لدراسة حركة التابع كالاتي:

- جانبية الكام *Cam Profile*

وهي تمثل شكل السطح المحيطي؛ أي الخارجي للكام ABCDA ، ويمكن في الكامات القرصية أن تأخذ أي شكل منحن مغلق.

- الدائرة الأساسية *Base Circle*

وهي أصغر دائرة تمس محيط الكام، ومركزها هو مركز الدوران O . تمثل الدائرة ABFE ، المبينة في (الشكل-4-6)، الدائرة الأساسية للكام، بحيث يكون نصف قطرها ($R = OA$) هو أصغر بعد بين نقطة تماس التابع ومركز الدوران. يمكن لقوس من هذه الدائرة أن يكون جزءاً من جانبية الكام، مثال ذلك القوس AB في الشكل، كما يمكن ألا تنطبق على الكام إلا في نقطة تماس واحدة، تمثل وضعاً لحظياً تكون عنده نهاية التابع أقرب ما يمكن من مركز الدوران. إلا أنه يجب في الحالات كلها تعيينها؛ لأن لها تأثيراً أساسياً في تصميم الكام شكلاً، وأداءً؛ وبخاصة في تحديد حجم الكام، حيث من البديهي أن قطرها يجب أن يكون أكبر من قطر عمود دوران الكام.

- نقطة الأثر *Trace Point*

تسمى أحياناً نقطة الإسناد، وهي نقطة تُختار على التابع لتعيين ميزاته الحركية؛ ومن ثم تستعمل لإنشاء جانبية الكام تخطيطياً أو تحليلياً. تكون هذه النقطة في التابع المدبب هي نهايته الحادة، وفي التابع الدحرجي هي مركز الدحرج المتصل بنهايته، وفي التابع المسطح هي نقطة تقاطع محور مسار التابع مع السطح المستوي لنهايته، أما في التابع الكروي، فهي مركز الكرة المشكلة لسطح نهايته.

- منحنى الخطوة *Pitch Curve*

هو مسار نقطة الأثر، وينطبق على السطح الخارجي للكام في حالة التابع المدبب.

- زاوية ضغط الكام *Cam Pressure Angle*

هي الزاوية بين الناظم على منحنى الخطوة وبين خط عمل التابع. في حالة التابع الدحرجي يمر الناظم على منحنى الخطوة من مركز الدحرج، ومن نقطة التماس بين الكام وبين الدحرج.

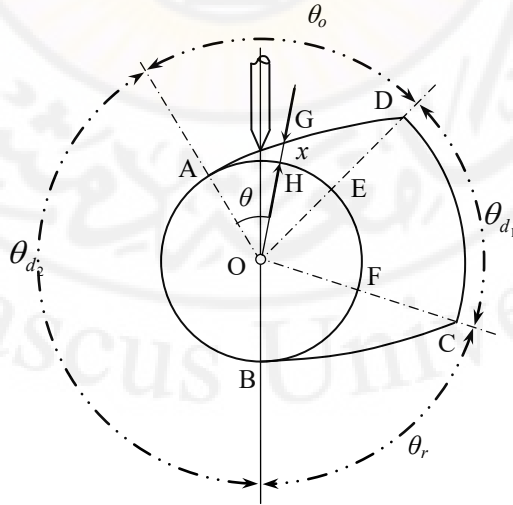
- إزاحة التابع Follower Displacement

وهي المسافة التي تتحركها نقطة الأثر على مسار التابع خلال فترة زمنية معينة من بدء الحركة. من الواضح أنه إذا دارت الكامة بسرعة زاوية ثابتة، فإن زوايا متساوية على عمود الكامة، أو على دائرتها الأساسية تكافئ فترات زمنية متساوية؛ لذا فإن الإزاحة في هذه الحالة تعين بالنسبة لزاوية دوران الكامة. تقاس هذه الزاوية بدءاً من الوضع الذي تكون فيه نقطة الأثر أقرب ما يمكن إلى مركز الدوران؛ ومن ثم فإن المسافة x ، المبينة في (الشكل-4-6)، هي إزاحة التابع المدبب الموافقة لدوران الكامة زاوية θ من الوضع الابتدائي عند A .

- شوط التابع Stroke

وهو يساوي قيمة أعظم إزاحة تتحركها نقطة الأثر مبتعدة عن مركز الدوران خلال شوط الذهاب، أو الرفع (Out-stroke or Lift-stroke)، أو مقترية منه خلال شوط العودة، أو الخفض (In-stroke or Down-stroke). من الواضح أن هذين الشوطين متساويان، ويرمز لأي منهما عادة بالرمز S ، ويلاحظ في (الشكل-4-6)، أن الطول ED يمثل شوط الرفع؛ بينما الطول CF ، فإنه يمثل شوط الخفض.

كما أن زاوية دوران الكامة الزاوية AOD ، فإنها تمثل زاوية الرفع θ_o (Lift-stroke Angle)؛ بينما الزاوية COB فإنها تمثل زاوية الخفض θ_r (Down-stroke Angle). يجب الانتباه إلى أنه ليس من الضروري أن تكون هاتان الزاويتان متساويتين رغم تساوي الشوطين دوماً؛ إذ تتعلق قيمة كل منهما بطبيعة الحركة المطلوبة خلال كل من الشوطين.



(الشكل-4-6)، رسم تخطيطي لتوضيح المتغيرات الأساسية لتركيب كامة ذات تابع مدبب ترددي قطري.

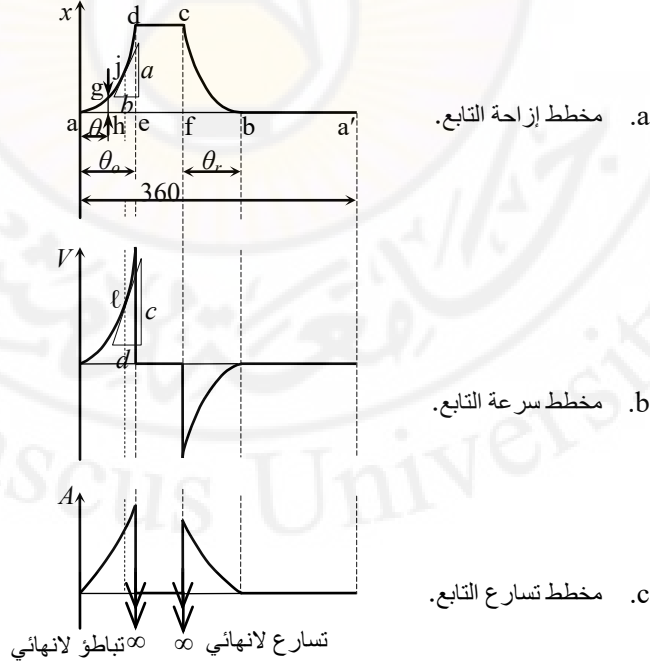
- زاوية السكون Dwell Angle

وهي الزاوية التي يمكن أن تدورها الكامنة بحيث يبقى التابع ساكناً؛ أي متوقفاً عن الحركة. يمكن أن تحدث فترة السكون بعد كل من شوطي الرفع والخفض، أو بعد نهاية أحدهما فقط، أو قد لا يكون هناك فترات سكون للتابع على الإطلاق. إن شرط حدوث فترة سكون بعد شوط الرفع، هو أن تكون جانبية الكامنة بين نهاية الرفع، وبداية الخفض، ذات سطح دائري متحد المركز مع محور الدوران O، مثال ذلك زاوية السكون $(\theta_{d1} = \text{DOC})$ ، المبينة في (الشكل-4-6). أما فترة السكون بعد نهاية شوط الخفض، فإنها تحدث عندما تحوي جانبية الكامنة قوساً من الدائرة الأساسية، مثال ذلك زاوية السكون $(\theta_{d2} = \text{BOA})$ ، المبينة في (الشكل-4-6).

تجدر الإشارة إلى أن ما ذكرناه يمثل أهم المتغيرات التي تؤثر في حركة تركيبية كامنة، كما أنه سينوه تبعاً في الفقرات اللاحقة، عن أية متغيرات إضافية قد تنشأ في حالات معينة.

- مخططات حركة التابع Follower Motion Diagram

يتضح مما تقدم أن تغيرات إزاحة التابع بالنسبة لزاوية دوران الكامنة، تحدد شكل جانبية الكامنة، والعكس بالعكس. بما أن سرعة دوران الكامنة ω ثابتة؛ ومن ثم $\theta = \omega \cdot t$ ، فإن المخطط الناتج من التمثيل البياني لتغيرات إزاحة التابع x على المحور الشاقولي، بالنسبة للأوضاع الزاوية للكامنة θ على المحور الأفقي، هو مخطط إزاحة التابع، أو الانتقال (Displacement Diagram)، الذي يحدد طبيعة حركة التابع بالنسبة للزمن.



(الشكل-5-6)، مخططات حركة تابع.

يبين الجزء a من (الشكل-5-6)، رسماً تخطيطياً لمخطط إزاحة التابع في تركيبة الكامنة، حيث يمثل المحور الأفقي $a-a'$ انتقال الكامنة، وهو دورة واحدة ($\theta = 360^\circ$)، ويكافئ أيضاً زمن هذه الدورة الواحدة t ، حيث الإحداثي الأفقي ae يمثل زاوية الرفع θ_0 ، أو الزمن t_0 لإزاحة التابع على مسافة تساوي شوط الرفع S ، أما الإحداثي الأفقي ef فإنه يمثل زاوية السكون θ_{d_1} بعد نهاية شوط الرفع؛ أي الفترة التي يبقى فيها التابع ساكناً عند هذا الوضع.

كذلك الأمر بالنسبة لشوط الخفض، حيث يمثل الإحداثي الأفقي fb زاوية الخفض θ_r ، أو الزمن t_r ؛ بينما يمثل الإحداثي الأفقي ba' زاوية السكون θ_{d_2} بعد هذا الشوط، ويكرر التابع هذه الحركة خلال كل دورة كاملة للكامنة. من الواضح أن إزاحة التابع x عند زاوية ما θ تحدد بالإحداثي الشاقولي gh مثلاً.

أما مخطط سرعة التابع، المبين في الجزء b من (الشكل-5-6)، فإنه ينتج من اشتقاق بياني لمخطط الإزاحة بالنسبة للزمن. يتم ذلك بأخذ نقاط عدة على مخطط الإزاحة، وتعيين ميل المماس عند كل منها، حيث يمثل هذا الميل سرعة التابع عند الوضع الموافق لكل نقطة. مثال ذلك النقطة j على مخطط الإزاحة، حيث يرسم المماس لهذا المخطط، ويحسب ميله a/b ؛ ليمثل سرعة التابع عند هذه النقطة.

يمكن الحصول بطريقة مماثلة على مخطط تسارع التابع، المبين في الجزء c من (الشكل-5-6)، فإنه ينتج من اشتقاق بياني لمخطط السرعة بالنسبة للزمن، حيث يمثل ميل المماس c/d عند نقطة l مثلاً، قيمة تسارع التابع عند هذه النقطة.

يجب الانتباه عند حساب الميل في كل من الحالتين، إلى ضرورة كون المحور الأفقي ممثلاً لتغيرات زمنية حصرأ؛ أما إذا كان هذا المحور يمثل تغيرات زاوية دوران الكامنة θ ، فإنه يجب تحويل قيمة كل من d و b عند حساب الميل، إلى القيمة الزمنية الموافقة لكل منهما؛ استناداً إلى العلاقة $(t = \theta / \omega)$. من البديهي أن قيمة كل من سرعة التابع، وتسارعه خلال فترات السكون تساوي الصفر.

يُلاحظ أنه مهما كانت طبيعة حركة التابع، فإن سرعته خلال كل من شوطي الرفع والخفض هي حتماً متغيرة؛ إذ إن التابع يبدأ حركته من السكون عند بداية كل من هذين الشوطين، ليعود إلى السكون أيضاً في نهاية كل منهما. يبقى هذا التحليل صحيحاً في حال عدم وجود فترات سكون؛ لأنه يجب على التابع عندئذ أن يغير اتجاه حركته في نهاية الشوط؛ وهذا يؤدي إلى تغيير اتجاه السرعة الذي لا يمكن أن يحدث من دون أن تصبح قيمة سرعة التابع عند هذه اللحظة مساوية للصفر.

ينتج من ذلك أن حركة التابع خلال كل من شوطيه، تبدأ متسارعة لفترة ثم تصبح متباطئة حتى نهاية الشوط. يؤدي ذلك إلى نشوء قوى عطالة متغيرة قيمة، واتجاهاً تؤثر في إبعاد التابع عن سطح الكامنة؛ ومن ثم فقدان التماس خلال الفترات التي يكون فيها اتجاه التسارع، أو التباطؤ نحو مركز دوران الكامنة؛ ومن ثم فإنه يجب التأثير بقوة خارجية نابضية، أو هيدروليكية عادة؛ للحفاظ على التماس.

أما معدل تغير تسارع التابع بالنسبة للزمن، فإنه يحدد أحمال الصدم التي تؤثر في تركيبة الكامرة؛ لذا فإن لمخطط التسارع أهمية خاصة في دراسة الكامات؛ وبخاصة في حالة سرعات دوران عالية؛ لأن قيمة التسارع تتناسب مع مربع السرعة الزاوية، حيث يمكن أن يؤدي اختيار حركة معينة لتابع ما إلى حدوث اهتزازات، وإجهادات عالية ينتج منها تآكل سريع في سطوح التماس. يعد مخطط التسارع المبين في الجزء c من (الشكل-6-5)، سبباً من منطلق التحميل الديناميكي؛ بسبب التغيرات المفاجئة الحاصلة في قيم التسارع، والتباطؤ.

رُكِّزَ خلال التحليل السابق على حركة انسحابية ترددية للتابع، إلا أن مجمل النقاط التي أُشير إليها تبقى صحيحة في حالة حركة تأرجحية؛ أي اهتزازية للتابع، حيث يستعاض من القيم الخطية لميزات الحركة بقيم زاوية. تقاس هذه القيم حول محور ارتكاز ساق التابع المتأرجح، وهي الإزاحة الزاوية لنقطة الأثر، والسرعة الزاوية للتابع، والتسارع الزاوي له.

تجدر الإشارة إلى أن ما ذكرناه يمثل أهم المفاهيم اللازمة لدراسة حركة تركيبة كامرة، كما أنه سينوّه تبعاً في الفقرات اللاحقة، عن أية مفاهيم إضافية قد تنشأ في حالات معينة.

يمكن دراسة حركة تركيبة كامرة، بإحدى الحالتين:

1. اختيار حركة معينة للتابع

والمطلوب تصميم جانبية الكامرة التي تحقق للتابع هذه الحركة، حيث يمكن دوماً تصميم جانبية الكامرة، إما تخطيطياً، وإما تحليلياً لتحقيق أية حركة للتابع مهما كانت طبيعتها، وإن اختيار حركات التابع الممكنة هي في الواقع غير محدودة إلا بإبداع المصمم، وبالإمكانات المتاحة، ويعد تصميم تركيبة الكامرة تطبيقاً نموذجياً في مجال إنشاء التركيبات الآلية عامة، وسنوضح في المسألة 6-1 المذكورة لاحقاً حل لهذه الطريقة.

2. اختيار شكل محدد لجانبية الكامرة

والمطلوب تحليل حركة التابع الناتجة من حركته على جانبية الكامرة؛ أي تعيين ميزات حركته من إزاحة، وسرعة، وتسارع، حيث يمكن عادة تصنيع جانبية الكامرة بسهولة، وسنوضح في الفقرة 6-11 المذكورة لاحقاً حل لهذه الطريقة.

لما كانت مخططات الحركة ذات أهمية أساسية في تصميم الكامات، فإننا سنوضح في الفقرات التالية الحل التخطيطي للطريقة الأولى، وذلك بشرح بعض أنواع حركة التابع الأكثر استعمالاً، والتي تبين بشكل وافٍ أهم الأسس اللازم اعتمادها عند اختيار حركة تابع.

Basic Follower Motions

5-6- الحركات الأساسية لتابع

تشكل دراسة مخططات الحركات البسيطة التي سبق التطرق إليها في أبحاث الميكانيك الهندسي أساساً جيداً، ومفيداً. لتوضيح طرائق دراسة الميزات الحركية لأية حركة أخرى للتابع، يمكن إنشاء منحنيات الحركة تخطيطياً، أو باستعمال التحليل الرياضي. تُرسم عادةً مخططات الحركة بطريقة تخطيطية بسيطة، ولكن تنقصها الدقة العالية، ثم تستعمل خصائص هذه المخططات في استنتاج العلاقات الرياضية لميزات حركة التابع بالنسبة لزاوية دوران الكامرة. يمكن عندئذ استناداً إلى هذه العلاقات رسم مخططات الحركة بدقة عالية يحددها التطبيق العملي لتركيبية الكامرة. سنفترض في جميع مراحل الدراسة أن الكامرة تدور بسرعة زاوية منتظمة ω ، إلا إذا ذكر خلاف ذلك.

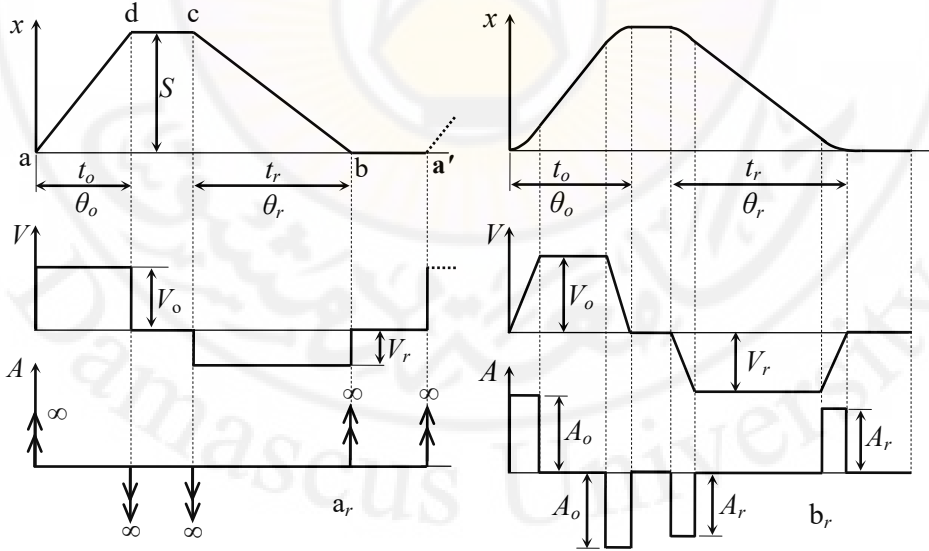
Constant Velocity Motion

1-5-6- حركة ذات سرعة منتظمة

إذا تحرك التابع بسرعة منتظمة؛ أي ثابتة، فإنه يقطع مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية؛ أي إن مخطط الإزاحة يتكون من خطوط مستقيمة؛ كل منها ثابت الميل، كما هو واضح في المخططات المبينة في الجزء a من (الشكل-6-6)، حيث فرض أن السرعة V_o خلال شوط الرفع، تختلف عن السرعة V_r خلال شوط الخفض؛ فضلاً عن وجود فترتي سكون dc , ba' .

بما أن سرعة التابع ثابتة خلال فترة كل من الشوطين كاملة، فإن السرعة عند بدء كل منهما ستبلغ فجأة قيمتها الثابتة، ثم تعود فجأة في نهاية كل شوط إلى الصفر. ينتج من ذلك أن قيم التسارع، والتباطؤ عند هذه النقاط هي لا نهائية؛ ومن ثم فإن القوى اللازمة لتحقيق هذه الحركة عند بداية كل شوط، ونهايته هي أيضاً لا نهائية؛ وهذا لا يسمح عملياً بتصميم الكامة. من الضروري تعديل طبيعة الحركة عند بدء حركة التابع وانتهائه في فترة الرفع، وبهذا التعديل يكون تغير الحركة تدريجياً؛ وهذا يمنع حدوث الصدمات، ولتصبح الكامة ذات فائدة عملية.

يتم هذا التعديل بحيث تزداد سرعة التابع تدريجياً عند بداية كل شوط، بحيث يكون التسارع ثابتاً، وتستمر هذه الفترة حتى تصل السرعة إلى قيمتها الثابتة، ثم يتحرك التابع بسرعة منتظمة حتى اقتراب نهاية شوط الرفع، ثم تتناقص السرعة تدريجياً بالقرب من نهاية الشوط، بحيث يكون التباطؤ ثابتاً، هذا التعديل يعمل على أن تكون الأطراف الحادة في منحنى الانتقال أقواساً مستديرة من قطع مكافئ؛ ومن ثم تصبح قيمة التسارع، والتباطؤ عند هذه النقاط محددة عوضاً من لا نهائية.



a- مخططات حركة تابع يتحرك حركة مستقيمة منتظمة.

b- مخططات معدلة لحركة تابع يتحرك حركة مستقيمة منتظمة.

(الشكل-6-6)

بينما يعدل مخطط الإزاحة؛ وفقاً لطبيعة تغير السرعة، والفترة الزمنية التي تكون خلالها السرعة متزايدة أو متناقصة. هذا التعديل يعمل على أن تكون الأطراف الحادة في منحنى الانتقال أجزاءً مستديرة، وأقواساً من قطع مكافئ؛ أي إن الخط المستقيم ad في مخطط الإزاحة يصبح مكوناً من قوسين منحنيين عند نهايته، وخط مستقيم يمس كل منهما، ويعدل الخط المستقيم cb بالطريقة نفسها، والشكل المعدل للمنحنيات واضح في المخططات المبينة في الجزء b في (الشكل-6-6). رغم ذلك فإنه يفضل عدم استعمال الحركة المعدلة ذات السرعة المنتظمة، إلا عند الضرورة ولسرعات دوران الكامنة المنخفضة.

2-5-6- حركة ذات التسارع المنتظم والتباطؤ المنتظم

Constant Acceleration and Deceleration Motion

إن التسارع الذي يستمر حتى نهاية حركة التابع؛ يسبب وصول التابع إلى سرعة قصوى قبل توقفه مباشرة، وهذا الأمر يسبب صدمة إلا إذا كانت سرعة الكامنة بطيئة جداً. لذلك سيبدأ التابع - في هذه الحالة - حركته من السكون بتسارع ثابت خلال جزء من الشوط حتى يصل إلى قيمة سرعته العظمى، ثم يتابع حركته بتباطؤ ثابت؛ ليعود إلى السكون تدريجياً في نهاية الشوط نفسه، فإذا كان التسارع والتباطؤ منتظمين، فإن الحركة الناتجة تكون هادئة.

ليس من الضروري أن يكون التسارع مساوياً في مقداره للتباطؤ، ومن الممكن أن يكون شكل الكامنة محققاً لأية نسبة بين هذين المقدارين، فإذا كان A_1 هو التسارع الثابت في الفترة الأولى من حركة التابع، وأن S_1 و t_1 هما الانتقال، والزمن لتلك الفترة، وكان A_2 هو التباطؤ في الفترة الثانية، والأخيرة من الحركة، وأن S_2 و t_2 هما الانتقال، والزمن لتلك الفترة، بحيث يكون الانتقال الكامل للتابع S يساوي:

$$S = S_1 + S_2$$

فإذا كانت V_o هي السرعة في نهاية فترة التسارع، فإن:

$$V_o^2 = 2A_{o1} \cdot S_1 = 2A_{o2} \cdot S_2 \quad \Rightarrow \quad S_2 / S_1 = A_{o1} / A_{o2}$$

كذلك:

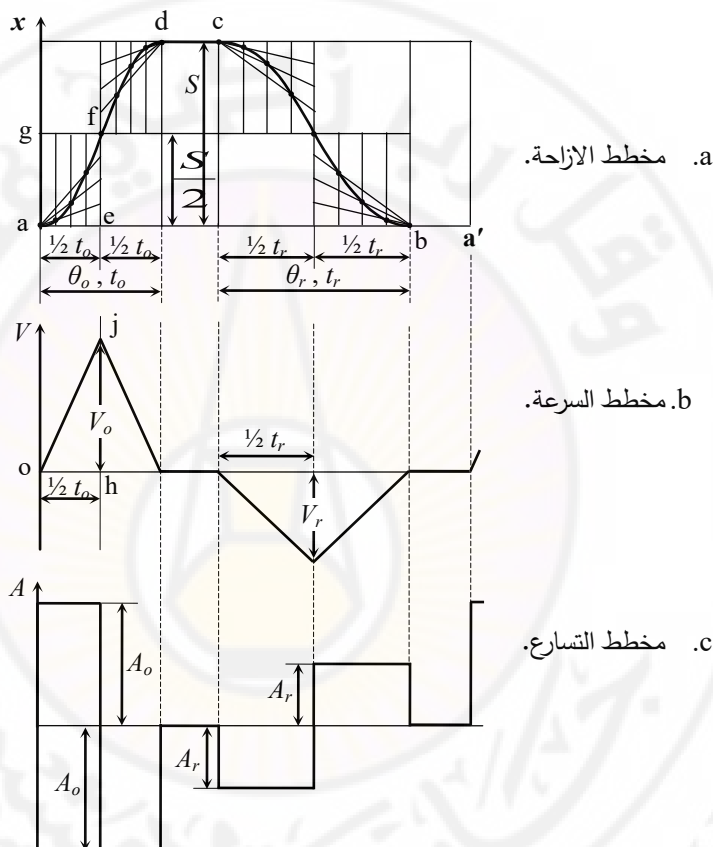
$$V_o = A_{o1} \cdot t_{o1} = A_{o2} \cdot t_{o2} \quad \Rightarrow \quad t_{o2} / t_{o1} = \theta_{o2} / \theta_{o1} = A_{o1} / A_{o2}$$

أي إن نسبة الانتقال لفترتين، وكذلك نسبة الزمن يتناسبان عكسياً مع نسبة التسارع والتباطؤ.

بما أن خصائص حركة التابع خلال كل من شوطي الرفع والخفض، لن تختلف إلا بالقيم النسبية لكل منها؛ تبعاً للفترة الزمنية الموافقة لكل شوط؛ لذا يمكن توضيح دراسة الحركة خلال شوط الرفع فقط، حيث يقطع التابع مسافة الشوط S خلال زمن الرفع t_o ، وبسرعة عظمى V_o .
نميز عندئذ ثلاث إمكانيات لتحقيق حركة ذات تسارع ثابت، وهي:

- أن يتسارع التابع حتى السرعة V_o خلال فترة أقل، من فترة التباطؤ من V_o إلى السكون.
- أن تكون فترة التسارع أكبر، من فترة التباطؤ.
- أن تتساوى الفترتان، بحيث إن كلاً منهما تساوي نصف زمن الشوط.

من الواضح أن الحالة الأخيرة تعطي أقل قيمة للتسارع والتباطؤ بأن واحد؛ ومن ثم أقل قيمة لقوى العطالة المؤثرة في التابع. يبين (الشكل-6-7)، رسماً لمخططات الحركة لهذه الحالة، حيث يتحرك التابع خلال كل من شوطي الرفع والخفض بحركة ذات تسارع منتظم.



(الشكل-6-7)، مخططات حركة تابع يتحرك بحركة مستقيمة ذات تسارع منتظم.

بما أن فترة التسارع تساوي فترة التباطؤ، فإن التابع يجتاز النصف الأول من الشوط بتسارع منتظم A_o ، بينما يقطع النصف الثاني من الشوط نفسه بتباطؤ منتظم قيمته المطلقة A_o أيضاً؛ ومن ثم فإن مخطط الإزاحة خلال نصف شوط، هو جزء من قطع مكافئ نروته عند بداية الشوط، أو نهايته تبعاً لطبيعة الحركة؛ متسارعة، أو متباطئة؛ لذا تسمى هذه الحركة أحياناً حركة القطع المكافئ.

يمكن توضيح ذلك استناداً إلى مخطط الإزاحة، المبين في الجزء a من (الشكل-6-7)، حيث يبدأ شوط الرفع بحركة متسارعة بانتظام حتى منتصف الشوط. يمثل القطع المكافئ af تغيرات الإزاحة خلال هذه الفترة بالنسبة للزمن، أو بالنسبة لزاوية دوران الكامنة.

يرسم هذا القطع باستعمال إحدى الطرق التخطيطية لرسم قطع مكافئ ذروته هي النقطة a ، ولعل أبسطها تلك المبينة بالشكل ، حيث تحدد النقاط كالآتي:

1. تقسم الفترة الزمنية ae إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية، ولتكن أربعة.
 2. ترسم خطوط شاقولية من نقاط التقسيم الناتجة.
 3. تقسم المسافة ef المساوية نصف الشوط إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية.
 4. توصل النقاط الناتجة من تقسيم المسافة ef إلى الذروة a بخطوط مستقيمة تسمى الخطوط القطبية.
 5. تحدد نقاط القطع المكافئ af من تقاطع كل خط قطبي مع الخط الشاقولي الموافق له.
- يمكن رسم منحنى الإزاحة fd بالطريقة نفسها؛ مع ملاحظة أن النقطة d هي القطب في هذه الحالة. كما يحدد منحنى الإزاحة cb خلال شوط الخفض باتباع الخطوات نفسها؛ علماً أنه ليس من الضروري تساوي الفترتين t_o و t_r .
- إذا استعويض عن الفترات الزمنية بالأوضاع الزاوية لعمود دوران الكامنة، فإن t_o و t_r تمثل عندئذ الزاويتين θ_o و θ_r على التوالي؛ إذ إن:

$$\theta_o = \omega \cdot t_o \quad , \quad \theta_r = \omega \cdot t_r$$

حيث ω تمثل السرعة الزاوية الثابتة لدوران الكامنة، والفترتان ba' و dc تمثلان عندئذ زاويتي السكون عند نهاية كل من شوطي الرفع والخفض. أما كامل الفترة الزمنية aa' ، فإنها تمثل زاوية دورة واحدة للكامنة 360° .

أما تغيرات سرعة التابع، فهي خطوط مستقيمة، كما في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-6-7)، حيث تكون قيمتها العظمى V_o عند منتصف شوط الرفع؛ بينما تحدث القيمة العظمى V_r عند منتصف شوط الخفض.

ينتج مخطط التسارع المبين في الجزء c من (الشكل-6-7) من حساب ميل كل خط مستقيم في مخطط السرعة، حيث A_o هي قيمة التسارع، أو التباطؤ خلال شوط الرفع؛ بينما A_r فإنها تمثل قيمة كل منهما خلال شوط الخفض.

بيناً في الفصل الخامس، أن اتجاه قوة العطالة المؤثرة في جسم صلب يعاكس اتجاه التسارع الخطي لهذا الجسم؛ لذا فإنه يتضح من دراسة مخططات (الشكل-6-7)، أن هناك فترتين يكون خلالهما اتجاه قوة العطالة المؤثرة في التابع، بحيث يؤدي إلى فقد التماس بين نهاية التابع وسطح الكامنة؛ وبخاصة في حالات سرعات دوران عالية. يحصل ذلك خلال فترة تباطؤ التابع في شوط الرفع، وخلال فترة تسارعه في شوط الخفض. أما خلال الفترة الأخرى من كل شوط، فإن اتجاه قوة العطالة له تأثير إيجابي في حفظ التماس بين التابع والكامنة.

كما أن هذه الحركة هي الأكثر استعمالاً في الآلات؛ إذ إنها تعطي أقل قيمة لقوى العطالة خاصة في تشغيل صمامات آلات الاحتراق الداخلي، والشروط التي نرغب توفرها في مثل هذه الكامات، هي:

1. أن تعمل على فتح الصمامات، وغلقها بأسرع ما يمكن؛ لتسهيل انسياب الغازات من الأسطوانات، وإليها.

2. أن تكون القوة الخارجية اللازمة لحفظ التماس بين التابع، والكامة خلال آخر فترة من شوط الرفع، وأول فترة من شوط الخفض أصغر ما يمكن.

لتحقيق الشرط الأول يجب أن يكون التسارع خلال الفترة الأولى من شوط الرفع، والتباطؤ خلال الفترة الأخيرة من شوط الخفض أكبر ما يمكن، وازدياد قيمة التسارع والتباطؤ خلال هاتين الفترتين لا يؤثر في قوى العطالة؛ إذ إنه خلال ذلك تتحكم الكامة إيجابياً بحركة التابع؛ ومن ثم زيادة التسارع والتباطؤ تعمل على زيادة الضغط فقط بين سطحي التماس.

ولتحقيق الشرط الثاني يجب أن يكون التباطؤ خلال الفترة الأخيرة من شوط الرفع، والتسارع خلال الفترة الأولى من شوط الخفض أقل ما يمكن؛ إذ إنهما الفترتان اللتان يؤثر فيهما النابض لحفظ التماس بين السطحين.

يحدد عامل صلابة النابض اللازم تركيبه للحفاظ على التماس من توازن القوى المؤثرة في التابع، أو من علاقة انحفاظ القدرة الحركية للجملة؛ لذلك يفضل أحياناً تخفيض قيمة كل من التباطؤ والتسارع خلال الفترتين المذكورتين، بشكل يسمح باستعمال نابض ذي خواص ميكانيكية مقبولة في تصميم ما. يتم ذلك بزيادة فترة التباطؤ في شوط الرفع، وفترة التسارع في شوط الخفض، بحيث تصبح كل منهما بحدود ثلثي الفترة الزمنية التي يستغرقها الشوط الموافق لها.

يمكن - استناداً إلى مخططات (الشكل 6-7) - استنتاج العلاقات التي تعطي الميزات الحركية للتابع بدلالة زاوية دوران الكامات. يستفاد من هذه العلاقات في إنشاء جانبية الكامات بدقة؛ وبخاصة عند تصميمها تحليلياً. يجب الانتباه إلى وجود علاقات مختلفة لكل فترة من فترات حركة التابع؛ بسبب وجود نقطة انعطاف عند كل من قيمتي السرعة العظمى؛ أي إنه توجد علاقة تحدد إزاحة التابع خلال شوط الرفع من النقطة a إلى النقطة f ، وعلاقة أخرى تحدد هذه الإزاحة من النقطة f إلى النقطة d ، كذلك الأمر بالنسبة لشوط الخفض. يمكن عندئذ تحليل الحركة كالآتي:

a. الحركة خلال النصف الأول لشوط الرفع af ، في المجال:

$$0 \leq \theta \leq \theta_0/2$$

بما أن علاقة إزاحة التابع x بالنسبة لزاوية دوران الكامات θ تمثل قطعاً مكافئاً، فإنها تعطى في هذه الحالة بالمعادلة العامة للحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام؛ ويمكن كتابتها بالشكل:

$$x_\theta = c_1.\theta^2 + c_2.\theta + c_3 \quad (1-6)$$

حيث:

θ تمثل زاوية دوران الكامة، وتقاس بالراديان من بداية شوط الرفع a .

c_1, c_2, c_3 تمثل ثوابت، وتُعين من الشروط الحدية للحركة خلال هذه الفترة، وهي:

$$\theta = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow c_3 = 0$$

$$\theta = 0 \Rightarrow V_0 = 0 \Rightarrow V_0 = 2\omega \cdot c_1 \cdot \theta + \omega \cdot c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$\theta = \theta_0/2 \Rightarrow x_{\theta_0/2} = S/2 \Rightarrow S/2 = c_1 \cdot \theta_0^2/4 \Rightarrow c_1 = 2S/\theta_0^2$$

بالتعويض في العلاقة (1-6)، نحصل على معادلة إزاحة التابع من النقطة a إلى النقطة f، وهي من الشكل:

$$x_\theta = \frac{2S}{\theta_0^2} \theta^2 \quad (2-6)$$

نحصل من اشتقاق معادلة الإزاحة (2-6) بالنسبة للزمن على معادلة سرعة التابع:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = \frac{4S \cdot \omega}{\theta_0^2} \theta \quad (3-6)$$

حيث ($\omega = d\theta / dt$) تمثل السرعة الزاوية الثابتة لدوران الكامة مقيسة براديان / ثانية.

تحدث السرعة العظمى للتابع V_0 عند نقطة الانعطاف f، حيث ($\theta = \theta_0/2$)، وقيمتها:

$$V_0 = \frac{2S \cdot \omega}{\theta_0} \quad (4-6)$$

نحصل من اشتقاق معادلة السرعة (4-6) بالنسبة للزمن على معادلة تسارع التابع:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \frac{4S \cdot \omega^2}{\theta_0^2} = \text{const.} \quad (5-6)$$

وكما هو واضح من علاقة التسارع (5-6) أن تسارع التابع ثابت.

b. الحركة خلال النصف الثاني لشوط الرفع fd، في المجال:

$$\theta_0/2 \leq \theta \leq \theta_0$$

إن علاقة الإزاحة في هذه الحالة تعطى بالمعادلة العامة للحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام؛

حيث يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

$$x_\theta = c_4 \cdot \theta^2 + c_5 \cdot \theta + c_6 \quad (6-6)$$

حيث c_4, c_5, c_6 تمثل ثوابت، ويتم تعيينهم من الشروط الحدية للحركة خلال هذه الفترة ، وهي:

$$\begin{aligned}\theta = \theta_o & \Rightarrow x_{\theta_o} = S & \Rightarrow S = c_4 \cdot \theta_o^2 + c_5 \cdot \theta_o + c_6 \\ \theta = \theta_o & \Rightarrow V_o = 0 & \Rightarrow 0 = 2\omega \cdot c_4 \cdot \theta_o + \omega \cdot c_5 \\ \theta = \theta_o / 2 & \Rightarrow V_o = 2S \cdot \omega / \theta_o & \Rightarrow 2S \cdot \omega / \theta_o = 2\omega \cdot c_4 (\theta_o / 2) + \omega \cdot c_5\end{aligned}$$

ينتج من حل المعادلات الثلاث آنياً أن:

$$c_4 = -\frac{2S}{\theta_o^2}, \quad c_5 = \frac{4S}{\theta_o}, \quad c_6 = -S$$

بالتعويض من هذه القيم في العلاقة (6-6)، تنتج معادلة إزاحة التابع من النقطة f إلى النقطة d ، وهي من الشكل:

$$x_\theta = S[1 - 2(1 - \frac{\theta}{\theta_o})^2] \quad (7-6)$$

نحصل على معادلة سرعة التابع V_θ ، من اشتقاق معادلة الإزاحة (7-6) بالنسبة للزمن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = \frac{4S \cdot \omega}{\theta_o} (1 - \frac{\theta}{\theta_o}) \quad (8-6)$$

نحصل على معادلة تسارع التابع A_θ ، من اشتقاق معادلة السرعة (8-6) بالنسبة للزمن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = -\frac{4S \cdot \omega^2}{\theta_o^2} = \text{Const.} \quad (9-6)$$

يلاحظ من معادلة التسارع (9-6) أن تباطؤ التابع ثابت، وقيمه المطلقة تساوي قيمة تسارعه خلال النصف الأول من الشوط.

يمكن استعمال معادلات حركة التابع خلال شوط الرفع لتعيين مميزات حركته خلال شوط الخفض، من خلال وضع زاوية الخفض θ_r بدلاً من زاوية الرفع θ_o ، علماً أن الزاوية θ تقاس عندئذ بالراديان من الوضع b الذي يمثل نهاية شوط الخفض. أما القيمتان S, ω فهما ثابتتان لتصميم معين.

لن تختلف أسس التحليل السابق عندما تكون فترتا التسارع والتباطؤ غير متساويتين، إلا من حيث الشروط الحدية التي تعين ثوابت كل من المعادلتين (6-1) و (7-6) .

رغم أن حركة التابع ذات تسارع منتظم تعطي تسارعاً ثابتاً منخفض القيمة نسبياً، إلا أنه يلاحظ من مخطط التسارع، المبين في الجزء c من (الشكل-6-7)، أن تغير اتجاهه فجأة عند بداية كل شوط، ونهايته عند نقطتي الانعطاف يؤدي الى معدل تغير لا نهائي في القوى الديناميكية؛ لذا لا يمكن استعمال هذه الحركة في تطبيقات ذات سرعات دوران عالية.

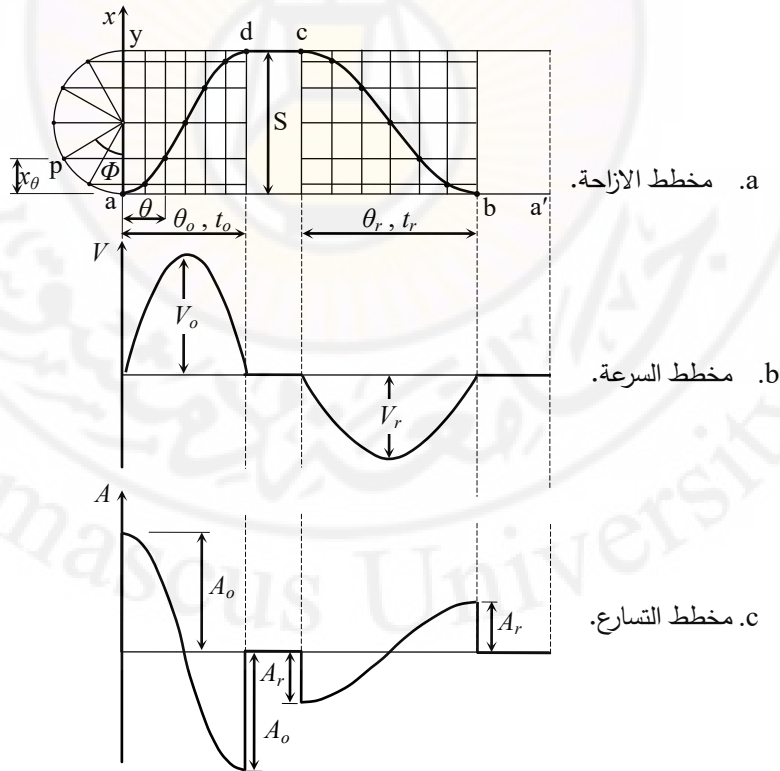
Simple Harmonic Motion

3-5-6- حركة توافقية بسيطة

يمكن رسم مخطط الإزاحة لتابع يتحرك حركة توافقية بسيطة، من المفهوم الذي ينص على الآتي:
إذا دارت نقطة من محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة، فإن حركة مسقطها على أحد أقطار الدائرة هي حركة توافقية بسيطة.

يبين (الشكل-6-8)، رسماً لمخططات حركة توافقية بسيطة، حيث تحدد نقاط منحنى الإزاحة، المبين في الجزء a من الشكل؛ خلال شوط الرفع، كالآتي:

1. يُرسم نصف دائرة قطرها يساوي طول الشوط S ، ويقسم محيطها إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية، ولتكن ستة.
2. ترسم من النقاط الناتجة خطوط أفقية.
3. تقسم الفترة الزمنية t_o إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية، وترسم خطوط شاقولية من النقاط الناتجة.
4. تحدد نقاط المنحنى ad من نقاط تقاطع كل خط أفقي مع الخط الشاقولي الموافق له. كما يرسم منحنى شوط الخفض cb باتباع الخطوات نفسها.



(الشكل-6-8)، مخططات حركة تابع يتحرك حركة توافقية بسيطة.

يمكن استناداً إلى الإنشاء التخطيطي استنتاج معادلات الحركة لكل من الشوطين. يُلاحظ من مخطط إزاحة شوط الرفع ad ، المبين في الجزء a (الشكل-6-7)، أنه إذا دارت الكامة زاوية θ راديان من الوضع الابتدائي a ، فإنه يقابلها على نصف دائرة الإنشاء دوران النقطة a حتى النقطة p بزاوية ϕ ؛ بينما يكون التابع قد تحرك على خط الشوط إزاحة قدرها x_θ ، حيث ينتج من المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-6-8) أن:

$$x_\phi = \frac{S}{2} - \frac{S}{2} \cos \phi \quad (10-6)$$

لأن نصف قطر دائرة الإنشاء يساوي $S/2$.

لكن عند دوران الكامة بزاوية الرفع θ_o ، فإن النقطة a تدور على نصف الدائرة حتى النقطة y بزاوية تساوي π راديان، بحيث إن:

$$\theta / \theta_o = \phi / \pi \Rightarrow \phi = (\pi / \theta_o) \theta$$

بالتعويض من ϕ في المعادلة (10-6) بقيمتها، تنتج معادلة الإزاحة:

$$x_\theta = \frac{S}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{\theta_o} \theta) \quad (11-6)$$

تحدد معادلة سرعة التابع V_θ خلال شوط الرفع من اشتقاق معادلة الإزاحة (11-6) بالنسبة للزمن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = \frac{\pi \cdot S \cdot \omega}{2\theta_o} \sin \frac{\pi}{\theta_o} \theta \quad (12-6)$$

تمثل المعادلة (12-6)، منحنيّاً جيبيّاً لتغيرات سرعة التابع خلال شوط الرفع، كما هو واضح في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-6-8)؛ ومن ثم فالحركة هي توافقية بسيطة؛ حيث نلاحظ أن السرعة العظمى V_o تحدث عند منتصف الشوط ($\theta = \theta_o/2$)، وقيمتها:

$$V_o = \frac{\pi \cdot S}{2\theta_o} \omega \quad (13-6)$$

أما معادلة تسارع التابع A_θ خلال شوط الرفع، فإنها تنتج من اشتقاق معادلة السرعة (12-6) بالنسبة للزمن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \frac{\pi^2 \cdot S \cdot \omega^2}{2\theta_o^2} \cos \frac{\pi}{\theta_o} \theta \quad (14-6)$$

تمثل المعادلة (14-6)، منحنيّاً جيبياً لتغيرات تسارع التابع خلال شوط الرفع، كما هو واضح في المخطط المبين في الجزء b من (الشكل-6-8)؛ حيث نلاحظ أن التسارع الأعظمي A_o يحدث عند بداية الشوط ($\theta = 0$)، وقيمتها:

$$A_o = \frac{\pi^2 \cdot S \cdot \omega^2}{2\theta_o^2} \quad (15-6)$$

بينما ينتج أعظم تباطؤ للتابع عند نهاية الشوط ($\theta = \theta_o$)، وقيمتها المطلقة هي A_o نفسها.

تنتج معادلات الحركة خلال شوط الخفض من وضع قيمة زاوية الخفض θ_r ؛ بدلاً من θ_o في المعادلات السابقة؛ شرط قياس الزاوية θ من الوضع b الذي يمثل نهاية شوط الخفض.

يُلاحظ من مخططات هذه الحركة عدم وجود نقاط انعطاف؛ لأن تغيرات السرعة جيبية من دون انقطاع خلال كل من الشوطين؛ لذا فإنها تعطي حركة أسلس من الحركة السابقة رغم وجود تغير فجائي في التسارع عند بداية كل شوط ونهايته. يمكن إزالة ذلك ضمن شروط عمل معينة ستبين لاحقاً.

Cycloidal Motion

4-5-6- حركة دويرية

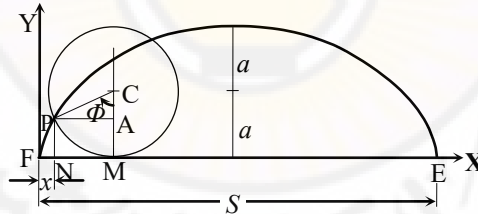
الحركة الدويرية، وتدعى أيضاً بالحركة السيكلويدية؛ هي حركة حديثة العهد نسبياً، حيث ينتج مخطط الإزاحة لتابع يتحرك حركة دويرية من المنحني الدويري، أي المنحني السيكلويد (Cycloid)، الذي يعرف بأنه المحل الهندسي الذي ترسمه نقطة من محيط دائرة تتدحرج على خط مستقيم دون انزلاق بسرعة زاوية ثابتة.

يبين (الشكل-6-9) تخطيطاً للدائرة المتدرجة التي نصف قطرها R ، ومركزها C ، ومحيطها يساوي طول الشوط S ، وأن P هي النقطة من محيطها التي ترسم منحني السيكلويد، والنقطة M هي نقطة تماس الدائرة مع الخط الثابت FX الذي يدعى بـ القاعدة، بحيث القوس PM يساوي الخط FM في الطول؛ بمعنى أن النقطة P تمس الخط FX عند F لحظة ابتداء الحركة، فإذا دارت هذه الدائرة زاوية Φ نحو الأعلى باتجاه دوران عقارب الساعة، بحيث الزاوية PCM تساوي Φ ، فيكون إحداثي النقطة P عندئذ يساوي إلى:

$$x = FN = FM - NM = PM - AP$$

بالتعويض بقيم الأطوال:

$$x_{\phi} = R \cdot \phi - R \cdot \sin \phi \quad (16-6)$$



(الشكل-6-9)، رسم تخطيطي لإنشاء المنحني الدويري.

ويبين الجزء a من (الشكل-6-10) تخطيطاً للمنحني BDE الذي يمثل مخطط إزاحة تابع يتحرك خلال شوط ارفع حركة دويرية، بحيث إنه يقطع شوطاً S خلال دوران الكامة زاوية θ_0 . رُسم هذا المخطط من دراسة الخواص الهندسية للمنحني الدويري FHE ، الناتج من تدحرج دائرة محيطها يساوي طول الشوط S ، ونصف قطرها $(R = S/2\pi)$ ، على الخط المستقيم EF .

فإذا دارت هذه الدائرة زاوية Φ ، فإن الكامة تكون قد دارت زاوية θ من وضعها عند بدء شوط التابع الذي سيتحرك المسافة x وفق المنحني BP ، وبما أن الدائرة التي محيطها S تدور دورة كاملة 2π خلال دوران الكامة زاوية θ_0 ، فإن:

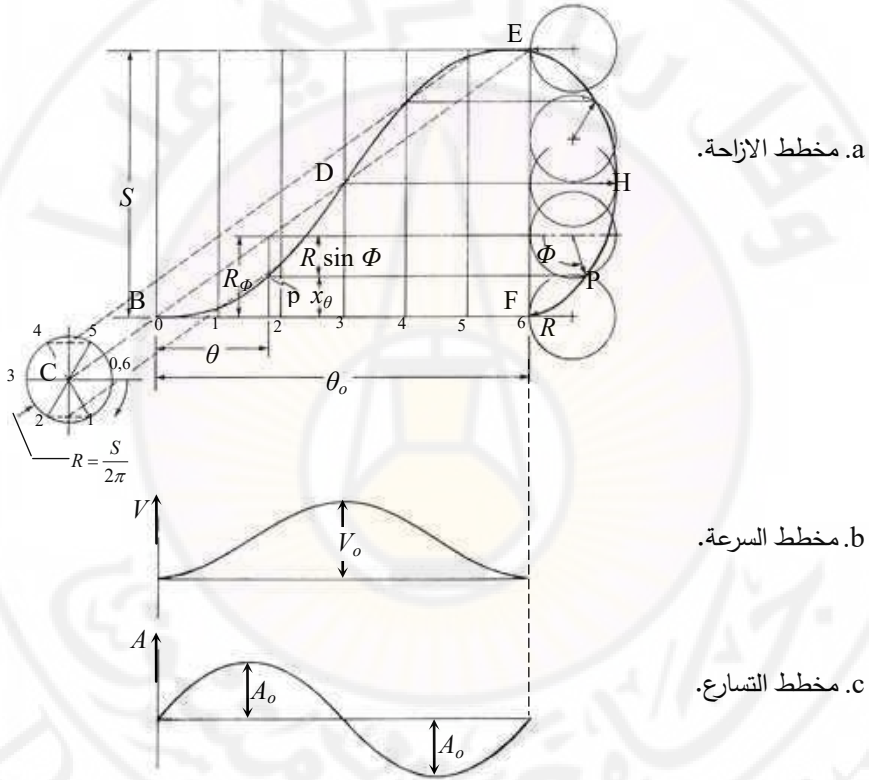
$$\phi = \frac{2\pi}{\theta_0} \theta$$

وتكون معادلة إحداثي النقطة P .

$$x_{\theta} = 2\pi \cdot R \frac{\theta}{\theta_o} - \frac{S}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{\theta_o} \theta$$

أي إن معادلة حركة التابع هي:

$$x_{\theta} = S \left[\frac{\theta}{\theta_o} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{\theta_o} \theta \right] \quad (17-6)$$



مخططات حركة تابع يتحرك خلال شوط الرفع حركة دويرية.

(الشكل-10-6)

يمكن عندئذ رسم مخطط الازاحة BDE ، كالاتي:

1. تحدد النقطة E من معطيات التصميم؛ الشوط S وزاوية الرفع θ_o ، ويرسم الخط BE .
2. تحدد النقطة C على امتداد الخط EB ، وببعد اختياري يناسب الرسم.
3. ترسم دائرة مركزها C ، ونصف قطرها $(R = S/2\pi)$.
4. تقسم المسافة الزاوية θ_o إلى عدد مناسب من الأجزاء المتساوية، ولتكن ستة، وترسم خطوط شاقولية من نقاط التقسيم.

5. تقسم الدائرة التي مركزها C إلى العدد نفسه من الأجزاء المتساوية، وتسقط النقاط الناتجة 0, 1, 2, 3, ... على الخط الشاقولي المار من C، كما في المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-6-10)، حيث يلاحظ أن مسقط النقاط 0, 3, 6 هو النقطة C.

6. ترسم من مساقط هذه النقاط خطوط موازية للخط BE.

7. تحدد نقاط مخطط الإزاحة، من نقاط تقاطع كل خط من هذه الخطوط مع الخط الشاقولي الموافق له.

يمكن البرهان بسهولة على تطابق هذا الإنشاء التخطيطي مع المعادلة (6-16)، حيث يساوي الحد الأول منها $(R \cdot \Phi)$ ، الإحداثي الرأسي لنقاط الخط المستقيم BE؛ بينما يمثل الحد الثاني $(R \cdot \sin \Phi)$ ، المسافة التي يجب أن تتراح بها هذه النقاط شاقولياً، لتتطبق على مخطط الإزاحة عند كل وضع من أوضاع الكامنة. من الواضح أن هذه المسافة تساوي في وضع ما البعد بين مركز الدائرة C، ومسقط النقطة المناسبة لهذا الوضع من محيط الدائرة على الخط الشاقولي المار من C. يلاحظ أن هذه المسافة موجبة أو سالبة بحسب قيمة الزاوية Φ ، التي يجب أن تقاس بدءاً من النقطة 0 الموافقة لبدء الشوط، وباتجاه واحد دوماً مع دوران عقارب الساعة، كما في المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-6-10).

نحصل على معادلة سرعة التابع V_θ من اشتقاق معادلة الإزاحة (6-17) بالنسبة للزمن؛ مع ملاحظة أن الكامنة تدور بسرعة زاوية ثابتة ω ، حيث ينتج:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = \frac{S \cdot \omega}{\theta_o} (1 - \cos \frac{2\pi}{\theta_o} \theta) \quad (18-6)$$

يُلاحظ من المعادلة (18-6) أن أعظم سرعة V_o تحصل في منتصف الشوط، حيث $(\theta = \theta_o/2)$ ، كما هو واضح من المخطط المبين في الجزء b في (الشكل-6-10)، وقيمه:

$$V_o = \frac{2S \cdot \omega}{\theta_o} \quad (19-6)$$

نحصل على معادلة التسارع A_θ ، من اشتقاق معادلة السرعة (6-18) بالنسبة للزمن، حيث ينتج:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \frac{2\pi \cdot S \cdot \omega^2}{\theta_o^2} \sin \frac{2\pi}{\theta_o} \theta \quad (20-6)$$

يُلاحظ من المعادلة (20-6) أن أعظم تسارع A_o يحدث عند ربع الشوط، حيث $(\theta = \theta_o/4)$ ، كما هو واضح من المخطط المبين في الجزء c في (الشكل-6-10)؛ بينما يحدث أعظم تباطؤ عند $(\theta = 3\theta_o/4)$ ، وتساوي قيمته المطلقة القيمة العظمى نفسها للتسارع A_o .

$$A_o = \frac{2\pi \cdot S \cdot \omega^2}{\theta_o^2} \quad (21-6)$$

يمكن بصورة مماثلة دراسة حركة التابع خلال شوط الخفض، يلحظ من المخططات في (الشكل-6-10) عدم وجود تغيرات فجائية لقيمة التسارع والتباطؤ؛ لذا فإن هذه الحركة تلائم سرعات دوران أعلى من تلك التي يسمح بها عند استعمال جميع الحركات السابقة.

6-6- اختيار حركة تابع

Follower Motion Choice

نجد أن نوع حركة التابع في أحوال كثيرة عند تصميم تركيبة الكامنة، يعتمد على الوظيفة التي تؤديها الآلة، ومع ذلك نجد أن المشكلة لا تتعدى الرغبة في تأمين الحركة لمسافة معينة في زمن معين، والتحديد الوحيد لنوع الحركة لا يزيد على أن هذه الحركة يجب أن تكون هادئة، وخالية من الصدمات، والقوى غير المتوازنة، والحركة ذات السرعة الثابتة غير المعدلة غير صالحة لهذه الغاية؛ بسبب ما يرافقها من صدمات، واهتزازات في بدء الحركة ونهايتها، والاختيار ينحصر بين الحركة ذات التسارع الثابت، والتباطؤ الثابت، والحركة التوافقية البسيطة، والحركة السيكلويدية.

وبعد أن أوضحنا خواص هذه الحركات التي يمكن استعمالها في تصميم تركيبة الكامنة، فمن الضروري أن تقارن هذه الخواص فيما بينها من خلال تأثيرها في العوامل التصميمية، وأهمها المتطلبات الوظيفية، والسرعة، وكتلة الأجزاء المتحركة، والأحمال الخارجية، ومرونة الأجزاء؛ إضافة إلى كلفة التصنيع التي سننوه عنها لاحقاً.

لا يعد اختيار الحركة المناسبة حرجاً في حالة سرعات دوران منخفضة، حيث يتم التصميم على أساس تحريك تابع مسافة ما من خلال زمن معين، من دون الاهتمام كثيراً بقوى العطالة؛ نظراً لانخفاض قيمتها نسبياً.

أما في حال سرعات دوران عالية، فإنه يجب التأكيد على الخواص الديناميكية للتركيبة الآلية؛ فضلاً عن خواصها الحركية؛ ومن ثم اختيار الحركة بصورة تعطي أقل قيم ممكنة لقوى العطالة؛ خاصة خلال فترات الحركة التي تؤثر فيها هذه القوى؛ باتجاه إبعاد التابع عن سطح الكامنة. كما أن نمط تغير هذه القوى ذو تأثير أساسي في نشوء أحمال ديناميكية فجائية إذا كان معدل تغير قوى العطالة كبيراً.

إن مدلول طبيعة التحميل الديناميكي، هو معدل تغير التسارع بالنسبة للزمن، أو ما يسمى الرجفة، أو النخعة (*Jerk*)؛ بسبب الاهتزاز الشديد الذي تحدثه في تركيبة الكامنة؛ لذا يفضل أحياناً رسم مخطط تغيرات قيمة الرجفة خلال كامل حركة التابع؛ ومن ثم تصميم أجزاء تركيبة الكامنة وفقاً لهذه التغيرات؛ لتفادي نشوء إجهادات ديناميكية عالية عند التشغيل.

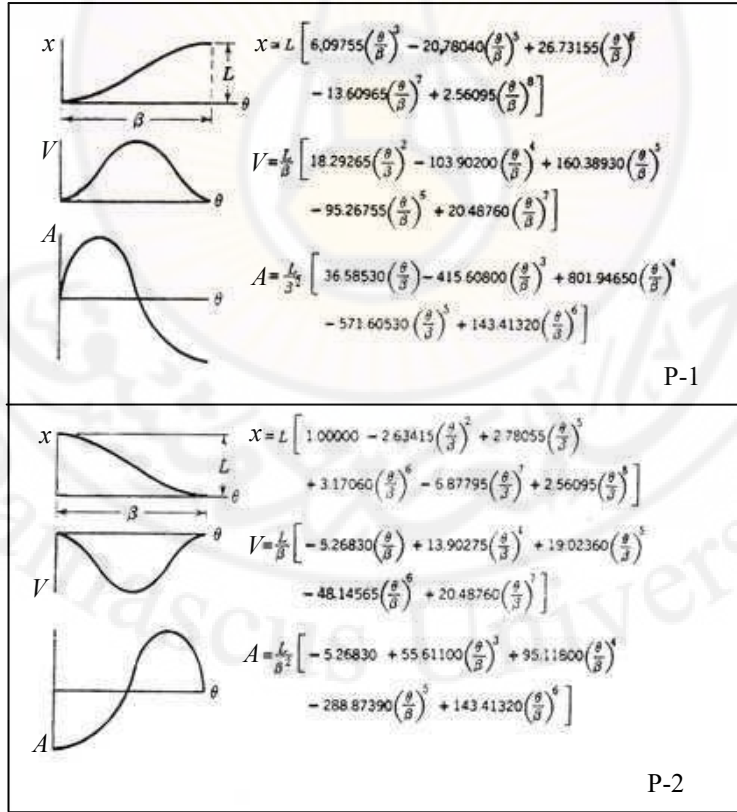
يُلاحظ من مقارنة قيم التسارع العظمى لكل من الحركات التي تطرقنا إليها في الفقرات السابقة، أن التصميم على أساس حركة ذات تسارع ثابت يعطي أقل قيمة لتسارع التابع، عندما يقطع شوطاً ما خلال زمن معين في الحالات جميعها؛ لذا قد يبدو من منطلق قوى العطالة أن هذه الحركة هي أفضل اختيار، إلا أنه لا يمكن تجاهل التغيرات الفجائية الحادة المبينة في المخطط c من (الشكل 6-7)، حيث يزداد التسارع من صفر إلى قيمته الثابتة آنياً. ينتج من هذا التغير الآني قيمة لا نهائية للنخعة، تؤدي إلى تحميل صدمي يؤثر في أجزاء التركيبة كافة، وتنشأ عنها إجهادات، واهتزازات عالية تسبب تخرش سطوح هذه الأجزاء، أو تشوهها، يرافقه انهيار سريع في دقة أدائها، كذلك الأمر بالنسبة لحركة معدلة ذات سرعة ثابتة.

يمكن استعمال حركة توافقية بسيطة في تصميم كامات ذات سرعات عالية نسبياً؛ شرط عدم وجود فترات سكون، وأن تتساوى زاويتا الرفع والخفض؛ أي $(\theta_r = \theta_o = 180^\circ)$. يكون مخطط التسارع عندئذٍ منحنياً متصلاً من دون تغيرات فجائية حادة تؤدي إلى حدوث نخعة لا نهائية. يُلاحظ ذلك من الرجوع إلى المخطط المبين في الجزء c من (الشكل 6-8)، حيث يصبح في هذه الحالة منحنياً تجميعياً متصلاً.

أما مخطط التسارع المبين في الجزء c من (الشكل-6-10) الناتج من حركة دويرية خلال شوط الرفع، فإنه يمكن وصله بمخطط مشابه له خلال شوط الخفض، أو بفترة سكون سابقة، أو لاحقة، وذلك من دون حدوث نخعة لا نهائية. لكن يجب الانتباه إلى أن هذه الحركة تعطي أكبر قيمة للتسارع الأعظمي مقارنةً ببقية الحركات، لذا فإنه ينتج منها قوى عطالة كبيرة نسبياً؛ مما يحد من استعمالها في بعض حالات السرعات العالية.

فضلاً عن الحركات العامة المذكورة سابقاً، فقد درس الباحثان كلوموك وموفلي (*Kloomok & Muffley*) حركة خاصة بالتركيبات الكامية، حيث اقترحا معادلة للإزاحة x هي متعدد حدود من الدرجة الثامنة. نكتفي في (الشكل-6-11) ببيان معادلات، ومخططات هذه الحركة دون شرح مسهب، في حالة رفع تابع كما في (الشكل-1-P)، أو خفضه كما في (الشكل-2-P)، مسافة L خلال دوران الكامية زاوية β .

يُلاحظ من الشكل أن مخطط التسارع في كل من الحالتين، هو منحني متصل من دون تغيرات حادة؛ وهذا ينتج منه شروط تحميل ديناميكي جيدة لعدم وجود نقاط صدم. كما أن هذه الحركة تمتاز عن الحركة الدويرية، بأنها تعطي قيمة أقل للتسارع الأعظمي؛ ومن ثم قيمةً منخفضة نسبياً لقوى العطالة.



(الشكل-6-11)، مخططات ومعادلات الحركة المقترحة من قبل الباحثان كلوموك وموفلي.

يتضح مما تقدم أنه لا توجد قاعدة مطلقة لاختيار حركة تابع ما؛ وإنما من الضروري في أغلب الأحيان موازنة حركات مختلفة عدة؛ للحصول على أفضل النتائج حركياً وديناميكياً في تصميم معين. تؤدي عملية الموازنة هذه إلى استعمال أجزاء من كل من مخططات الحركة الواردة سابقاً خلال شوطي الرفع والخفض. يعبر عندئذ عن الحركة بنسبة الجزء المستعمل من الحركة خلال شوط كامل، مثال ذلك يقال نصف حركة دويرية؛ للتعبير عن حركة تتم وفق المنحني BD من المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-6-10).

يبين (الشكل-6-12) مخططات الحركة الممكن اقتراحها لحركة تابع دون فترات سكون، حيث يتطلب أداء الجملة الحركية أن يكون جزء من شوط الرفع ذا حركة ذات سرعة ثابتة؛ مع الأخذ بالحسبان تحقيق أقل تحميل ديناميكي ممكن خلال كامل دورة العمل.

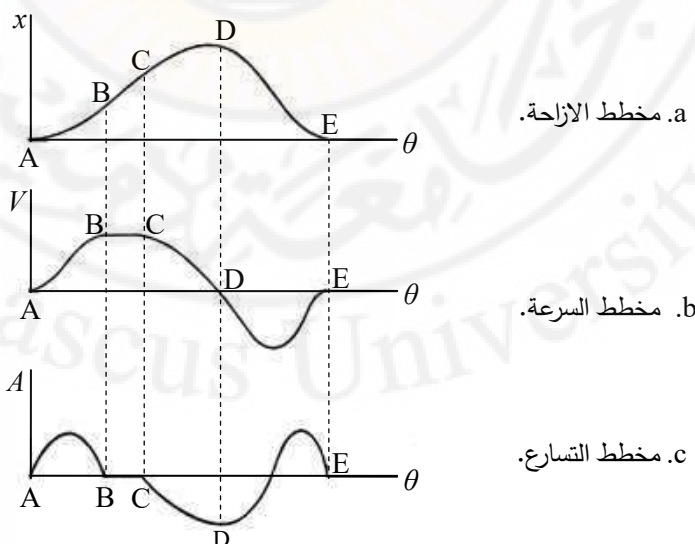
يُلاحظ من مخطط الإزاحة المبين في الجزء a من (الشكل-6-12) أن الحركات المقترحة هي: AB : نصف حركة دويرية، ينتج منها انعدام التسارع عند نقطة بدء الحركة A ، وعند B نقطة بدء الحركة بسرعة ثابتة.

BC : حركة بسرعة ثابتة.

CD : نصف حركة توافقية بسيطة، بحيث إن تسارعها يساوي صفراً عند C نقطة اتصالها مع حركة السرعة الثابتة.

DE : حركة ذات معادلة من الدرجة الثامنة؛ وفق (P-2) من (الشكل-6-10).

يوائم تسارع هذه الحركة عند بدئها في D ، قيمة التباطؤ الذي انتهت إليه الحركة التوافقية السابقة عند D . كما أن هذه الحركة تحقق تسارعاً منعدماً عند نهاية دورة العمل في E ، حيث يوائم التسارع الذي يساوي الصفر في بدء دورة عمل تالية.



(الشكل-6-12)، مخططات لحركة تابع من دون فترات سكون.

يتضح من مخطط السرعة المبين في الجزء b من (الشكل-6-12) أن السرعة تتغير وفق منحني متصل، وأن مخطط التسارع المبين في الجزء c من (الشكل-6-12) لا يشير إلى حدوث تحميل صدمي في أي موضع خلال كامل دورة العمل. لم نتطرق في هذه الفقرة إلى تأثير نوع حركة التابع في قيمة زاوية الضغط؛ أننا سنبيين في فقرة لاحقة المؤثرات المختلفة التي تحدد هذه الزاوية.

7-6- الانشاء التخطيطي لجانبية كامة قرصية *Disk Cam Profile Construction*

إن الخطوة التالية بعد اختيار حركة التابع ونوعه بما يناسب متطلبات أداء الآلة، هي تحديد شكل جانبية الكامنة؛ أي السطح المحيطي للكامنة الذي يحقق الحركة المختارة للتابع. يعتمد إنشاء جانبية الكامنة تخطيطياً، أو تحليلياً على مبدأ انعكاس الحركة في التراكيبات الآلية الذي سبق توضيحه في الفصل الأول، حيث يمكن تغيير الوصلة الثابتة من دون أن يؤثر ذلك في الحركة النسبية بين مختلف وصلات التراكيب الآلية وفق مفهوم المتحول. إن الوضعية الفعلية لتراكيب كامنة هي دوران الكامنة المتصلة بالهيكل الثابت؛ لتعطي حركة للتابع الذي يتحرك ترددياً، أو تأرجحياً بالنسبة لهذا الهيكل. يطبق مفهوم انعكاس الحركة عند دراسة الكامات، سواء أكانت طبيعة هذه الدراسة تصميم جانبية الكامنة، أم تحليل حركة التابع بالنسبة لكامنة ذات جانبية محددة.

من الواضح أن رسم الكامنة في أوضاع عدة صعب، ومعقد جداً؛ بخاصة في عمليات الإنشاء، حيث المطلوب هو إيجاد شكل الكامنة؛ لذا تُنَبِّت الكامنة؛ أي تصبح الوصلة الثابتة؛ بينما يدار محور التابع ودليله الذي يمثل الهيكل حول الكامنة بعكس اتجاه دورانها الفعلي حول محورها؛ مع الحفاظ على طبيعة الحركة النسبية بين التابع والهيكل، ترددية أو تأرجحية، وألا يغير هذا التعديل في وضع الوصلة الثابتة، الحركة النسبية الفعلية عند سطح التماس بين الكامنة والتابع.

يتأثر شكل جانبية الكامنة بعوامل بعدة، هي:

- مخطط إزاحة التابع.
- شكل نهاية التابع، مدبب، أو دحرجي، أو مسطح.
- طبيعة حركة التابع، ترددية، أو تأرجحية.
- وضع محور التابع بالنسبة لمحور الدوران في مستوى الحركة، قطري، أو مجنب.
- اتجاه حركة دوران الكامنة حول محورها.
- نصف قطر الدائرة الأساسية، وهو يحدد بصورة أساسية حجم الكامنة.

فضلاً عن ذلك توجد عوامل أخرى عدة، تؤثر في بعض الحالات، سنبينها في حينها.

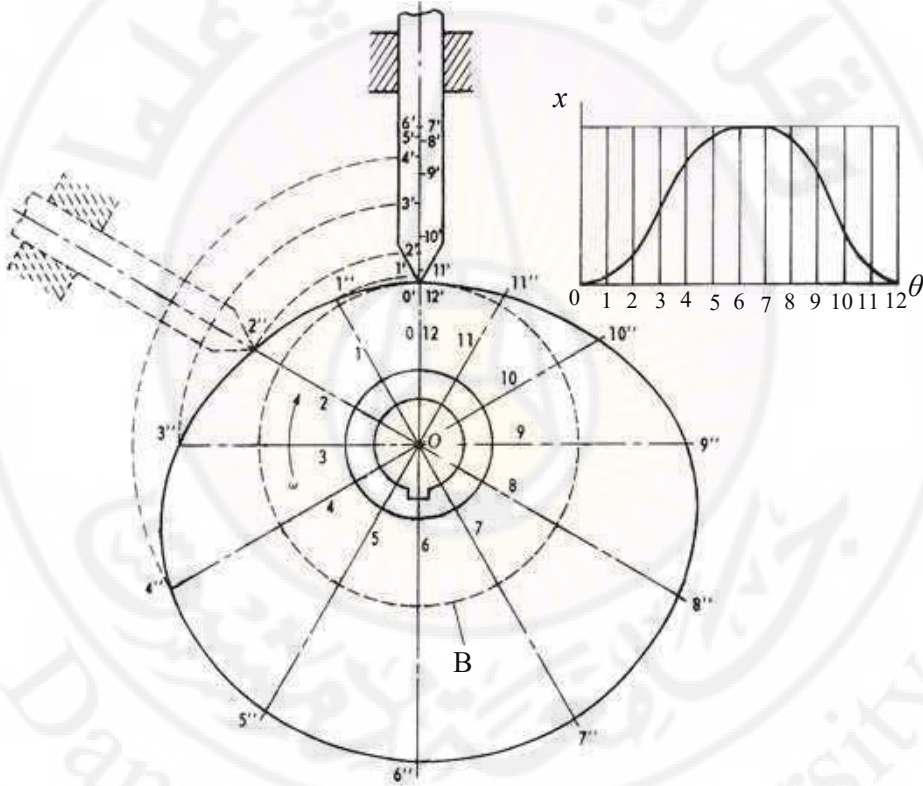
سنوضح كيفية تحديد جانبية كامنة تخطيطياً من خلال بعض الأمثلة النموذجية، مع الإشارة إلى أن طرائق الإنشاء المبينة أدناه ليست بالضرورة الأساليب التخطيطية الوحيدة؛ وإنما يمكن استعمال أية طريقة بديلة تحقق الوضع الصحيح للتابع بالنسبة للكامنة.

6-7-1- كامه قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري

Disk Cam with Knife-Edge Follower

رغم أن تطبيقات التابع المدبب نادرة عملياً، إلا أن طريقة الإنشاء في هذه الحالة، تبين الخطوات الأساسية المتبعة عادة في تحديد جانبية الكامه في حالات أخرى.

تدور الكامه باتجاه دوران عقارب الساعة حول محور مار من مركز عمود الدوران O ، بسرعة زاوية ثابتة ω . من المطلوب أن تُحرك هذه الكامه خلال دورة كاملة تابعاً مدبباً بحركة ترددية؛ وفق مخطط الإزاحة المبين في (الشكل-6-13)، حيث يمر محور التابع من مركز عمود الدوران O ، ويسمى عندئذ تابعاً قطرياً.



(الشكل-6-13)، رسم تخطيطي لتحديد جانبية كامه قرصية ذات تابع مدبب ترددي قطري.

تحدد جانبية الكامه تخطيطياً بمعلومية نصف قطر دائرتها الأساسية كالآتي:

1. يقسم محور الزوايا في مخطط الإزاحة إلى عدد مناسب من الفترات الزاوية المتساوية، وليكن 12 ، كما في الشكل.
2. ترسم الدائرة الأساسية (Base Circle) B ، بحيث مركزها O ، ونصف قطرها المعلوم R ، يساوي البعد بين مركز عمود الدوران O ، ونهاية التابع المدببة في أخفض وضع له. ثم تقسم هذه الدائرة إلى العدد نفسه من الفترات الزاوية المتساوية.

3. تقاس الإحداثيات الرأسية الموافقة للإزاحة عند كل فترة زاوية، وتوقع هذه القيم بمقياس مناسب على طول محور التابع، بحيث تحدد النقاط $0', 1', 2', 3', \dots$.
4. تعيين النقطة $2''$ مثلاً على سطح الكامرة، من تقاطع الخط 2 المحدد على الدائرة الأساسية، مع القوس الناتج من تدوير النقطة $2'$ باتجاه عكس دوران عقارب الساعة حول مركز الدوران O ؛ لأن الكامرة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة.
5. تعيين النقاط $1'', 2'', 3'', 4'', \dots$ بالطريقة نفسها، حيث يتقاطع كل خط على الدائرة الأساسية مع القوس المناسب له. تنتج جانبية الكامرة المطلوبة من وصل هذه النقاط بمنحن أملس.
- يُلاحظ - في حالة (الشكل-6-13) - وجود فترات سكون في نهاية شوط الرفع بين الوضعين (6-7)؛ لذا فإن الجزء ($6'' - 7''$) من جانبية الكامرة، هو قوس دائري مركزه مركز عمود الدوران O ، ونصف قطره المسافة ($6' - O$) التي تساوي مجموع نصف قطر الدائرة الأساسية، وطول الشوط S .
- أما في حالة وجود فترة سكون في نهاية شوط الخفض، فإن جانبية الكامرة تنطبق على قوس من الدائرة الأساسية خلال هذه الفترة.
- سنفترض - تبسيطاً للشرح - أن اتجاه دوران الكامرة، ومخطط الإزاحة، والفترات الزاوية لأمتلة الإنشاء اللاحقة، مبيّنة في (الشكل-6-13).

2-7-6- كامرة قرصية ذات تابع دحرجي ترددي قطري

Disk Cam with Roller Follower

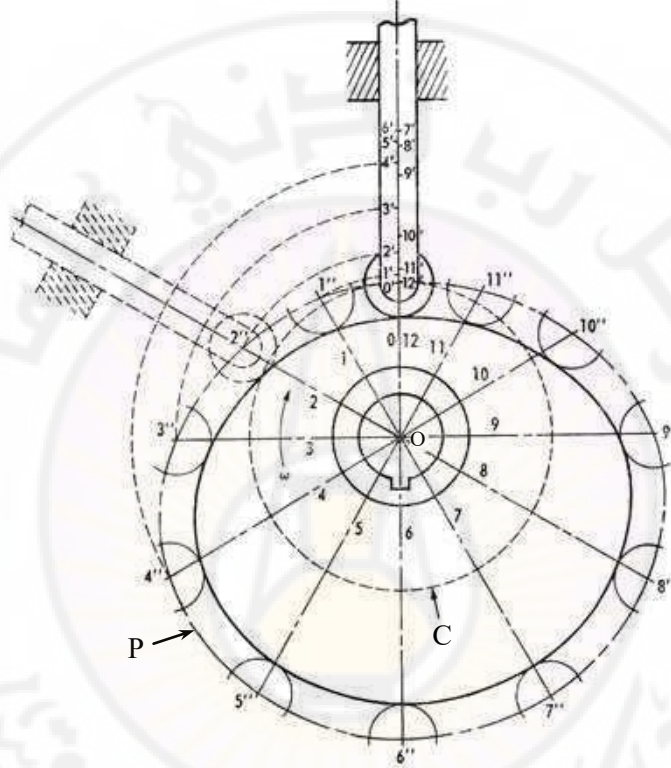
نحتاج في هذه الحالة إلى تعيين نصف قطر الدحرج؛ فضلاً عن المعلومات الأساسية التي سبق ذكرها في الفقرة 6-7 ، كما أن محور التابع في هذا المثال يمر من مركز عمود الدوران O ؛ لأن التابع قطري.

إن نقطة الأثر التي تحدد حركة التابع، هي مركز الدحرج الذي يتحرك على المسار الترددي للتابع؛ بينما بقية نقاط الدحرج؛ بخاصة نقطة التماس لها حركة بالنسبة لساق التابع؛ ومن ثم فإنها تغير موضعها بالنسبة له، كما سيتضح لنا من خلال إنشاء جانبية الكامرة.

لذا فإن الإنشاء يتم في هذه الحالة استناداً إلى دائرة C ، مركزها محور الدوران O ، ونصف قطرها يساوي مجموع نصفي قطري الدائرة الأساسية والدحرج، كما هو مبين في (الشكل-6-14)، وتسمى الدائرة الأولية (Primary Circle). من الواضح أن هذه الدائرة تمر من مركز الدحرج عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O ؛ أي إزاحته تساوي الصفر.

يُلاحظ عندئذ أن مركز الدحرج يماثل الرأس الحاد المدبب، على أساس أن دائرة الإنشاء في هذه الحالة هي الدائرة الأولية؛ ومن ثم تعيين الأوضاع النسبية $1'', 2'', 3'', 4''$ لمركز الدحرج بطريقة المثال السابق نفسها. يسمى المنحني الأملس P الواصل بين هذه الأوضاع بمنحني الخطوة. ترسم أقواس نصف قطر، كلٍّ منها يساوي نصف قطر الدحرج، ومركزه في النقاط $1'', 2'', 3'', 4''$ على التوالي.

إن جانبية الكامنة عندئذٍ، هي المنحني الأملس الذي يمس جميع هذه الأقواس. يلاحظ من الشكل أن نقطة تماس الدحروج مع الكامنة لا تقع على محور التابع إلا خلال فترة السكون؛ لذلك من الضروري رسم منحني الخطوة أولاً؛ استناداً إلى حركة مركز الدحروج، ومن ثم تحديد جانبية الكامنة.



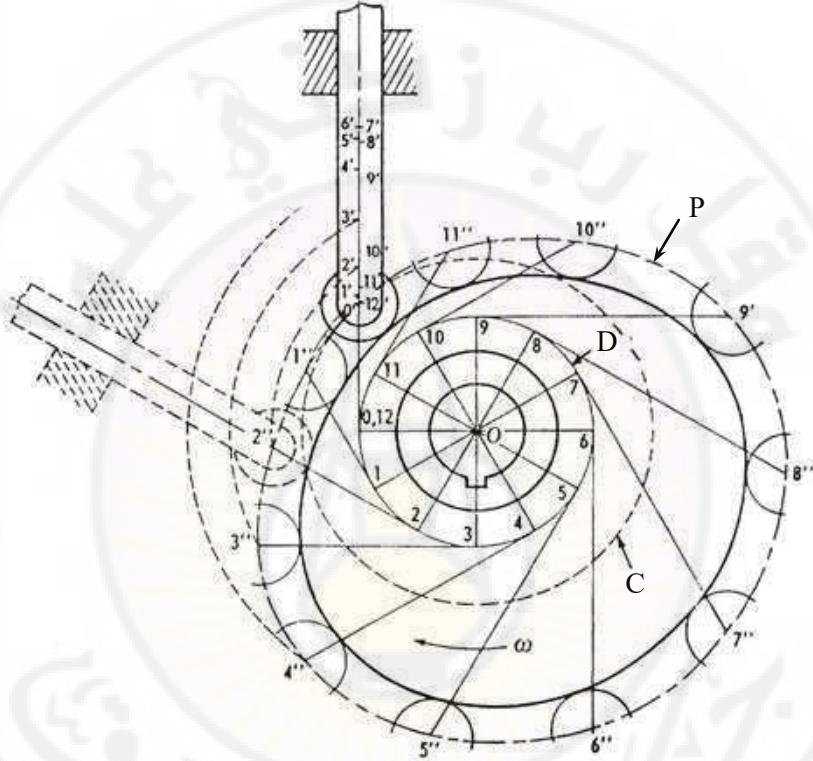
(الشكل-6-14)، رسم تخطيطي لتحديد جانبية كامنة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي قطري.

3-7-6- كامنة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب

Disk Cam with Offset Roller Follower

إن السمة الأساسية لهذه التركيبات، هي إزاحة محور التابع في مستوي حركة الكامنة يميناً، أو يساراً بالنسبة لمحور الدوران، بحيث يصبح المحوران غير متقاطعين، ويسمى التابع عندئذٍ تابعاً مجنباً (*Offset Follower*). يحاد التابع أحياناً بسبب نمط توضيع بقية أجزاء الآلة، لكن السبب الرئيس لذلك هو التقليل من الدفع الجانبي المؤثر في دليل التابع، وتخفيف الميل بين سطح الكامنة وبين التابع في أثناء شوط الرفع، ومن ثم إنقاص زاوية الضغط بينهما، الذي سيناقش في فقرة لاحقة. يتوقف اتجاه حيد التابع الذي ينتج منه تقليل الدفع الجانبي لحالة معينة على اتجاه دوران الكامنة، بحيث يحاد التابع نحو اليسار عند دوران الكامنة باتجاه دوران عقارب الساعة، ونحو اليمين عند دورانها عكس ذلك. من الواضح أن مقدار هذا الحيد يجب أن يعين قبل البدء بإنشاء جانبية الكامنة.

يبين (الشكل-6-15) رسماً تخطيطياً لحالة تابع دحروجي مجنب لكامة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة، حيث الدائرة C تمثل الدائرة الأولية التي تمر من مركز الدحروج، عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O ، بينما يحدد مقدار الحيد المسافة العمودية بين مركز الدوران، وامتداد محور التابع.



(الشكل-6-15)، رسم تخطيطي لتحديد جانبية كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب.

إن خطوات الإنشاء هي كالآتي:

1. ترسم دائرة الحيد D التي مركزها مركز الدوران O ، ونصف قطرها مقدار الحيد.
2. تقسم هذه الدائرة بعدد الفترات الزاوية المتساوية التي قسم بها مخطط الإزاحة، وليكن 12 جزءاً، كما في (الشكل-6-15).
3. تحدد النقاط $0', 1', 2', 3', \dots$ على محور التابع؛ وفقاً لقيم الإزاحة المناسبة للفترات الزاوية المتساوية.
4. يرسم مماس لدائرة الحيد عند كل نقطة من نقاط التقسيم $0, 1, 2, 3, \dots$. يمثل كل مماس وضع محور التابع عند دورانه حول الكامة باتجاه عكس دوران عقارب الساعة.
5. تعين النقطة $2''$ مثلاً من تقاطع المماس 2 لدائرة الحيد، مع القوس الناتج من تدوير النقطة $2'$ على محور التابع حول مركز الدوران O ، كما في الشكل.

8. تحدد جانبية الكامة بالمنحني الأملس الذي يمس جميع هذه الأقواس.

تُشأ الكامة بافتراض أن الحركة الزاوية للتابع معلومة، وأن الانتقال الزاوي الإجمالي لها يساوي Φ ، وأن مخطط الانتقال الزاوي للحركة الزاوية للتابع معلوم، ويصلح أيضاً كمخطط انتقال خطي لحركة مركز الدحروج A ؛ لأن هذين الانتقالين متناسبان مع بعضهما $(S = \Phi \cdot l)$ ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-6-16)، وهذا الافتراض يتخذ أساساً لطريقة الإنشاء.

وبفرض أن نصف قطر الدائرة الأساسية، ونصف قطر الدحروج، وطول التابع l ، وموضع المفصل B كلها معلومة، وترسم التركيبية في الموضع الذي يمس فيه الدحروج الدائرة الأساسية التي مركزها O مركز دوران الكامة، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-16)، وتكون خطوات الإنشاء هي كالآتي:

1. يُرسم القوس AA' الذي مركزه B ، ونصف قطره طول التابع $(AB = l)$ ، بحيث يضم زاوية مقدارها Φ عند المركز B ، ويكون هذا القوس هو مسار حركة مركز الدحروج.
2. يؤخذ على القوس AA' مسافة x ممثلة للانتقال 30° درجة من مخطط الإزاحة، وتحدد بذلك النقطة 1 .
3. يرسم قوس مركزه O ، ونصف قطره $(O-1)$ ، ويؤخذ عليه القوس $(1-1')$ ، بطول يساوي القوس LM ، بحيث $(1-L=1'-M)$.
4. يحدد موقع النقاط $2', 3', \dots$ بالطريقة نفسها.
5. يُرسم دوائر مراكزها النقاط $1', 2', 3', \dots$ لتمثل مراكز الدحروج في أوضاعه المختلفة.
6. يُرسم شكل الكامة الخارجي الذي يمس هذه الدوائر كلها.

إذا كان المطلوب إنشاء جانبية كامة ذات تابع كروي؛ أي تنتهي ساقه بسطح كروي، كما سبق توضيحه في الفقرة 3-6 ، والجزء e من (الشكل-6-3)، فإنه يمكن استعمال كل من طريقتي الإنشاء المذكورتين في حالة تابع دحروجي؛ وفقاً لوضع التابع بالنسبة لمحور الدوران قطعياً، أو مجنباً، حيث يستعاض عندئذٍ عن نصف قطر الدحروج، بنصف قطر الكرة المشكلة لسطح نهاية التابع؛ بينما تبقى مراحل الإنشاء نفسها.

تجدر الإشارة إلى أن الاختلاف بين النوعين هو في طبيعة الحركة عند نقطة التماس؛ إذ تكون تدرجية في حالة التابع الدحروجي، وانزلاقية في حالة التابع الكروي، من دون أن يؤثر ذلك في شكل جانبية الكامة، وفي حركة التابع الموافقة لها.

6-7-5- كامة قرصية ذات تابع ابتدائي وثانوي

Disk Cam with Primary and Secondary Follower

يبين الجزء a من (الشكل-6-17) رسماً تخطيطاً لحالة تابع ابتدائي (Primary Follower) دحرجي تأرجحي، وعلى ظهره تابع ثانوي (Secondary Follower) ترددي ذو وجه محدب، لكامة قرصية تدور باتجاه عكس دوران عقارب الساعة. من فوائد هذا الترتيب الآتي:

- يخلص التابع الثانوي من معظم الضغط الجانبي.
- تكبير حركة التابع الابتدائي أو تصغيرها؛ باستعمال كامة واحدة.
- إمكانية انحراف محور التابع الثانوي لمسافة كبيرة عن مركز الكامة، حتى يمكن التركيب في آلة معينة في وضع معين.

يمكننا أن نفرض أن حركة التابع الثانوي محددة تماماً، وأن مخطط الإزاحة معلوم، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-17)، ونفرض كذلك أن لدينا المعلومات الكافية التي تمكننا من رسم التركيب الآلية، في الوضع المبين بالخطوط الكاملة في الجزء a من (الشكل-6-17)، حيث يمس الدحرج دائرة الأساس.

يتحرك مركز الدحرج E في قوس EF، مركزه يقع عند مركز المفصل D، والخط المستقيم GY يمثل مسار نقطة الأثر G للتابع الثانوي، والشكل يبين طريقة إيجاد مركز الدحرج بعد حركة 60° درجة من الوضع الابتدائي، ومخطط الانتقال يبين أن التابع يتحرك المسافة x في هذه اللحظة، وأن خطوات الإنشاء هي كالآتي:

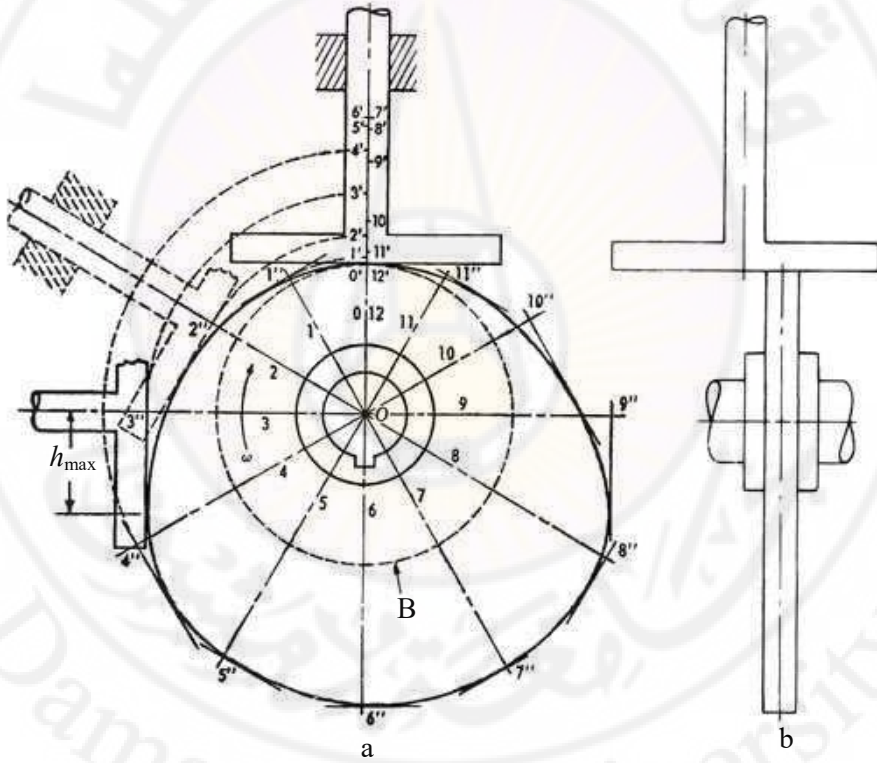
1. تُنقل المسافة x من مخطط الإزاحة على امتداد GY، وتحدد بذلك النقطة G'، والتابع في وضعه الجديد مبين بالخطوط المنقطعة.
2. تستعمل النقطة G' لرسم القوس الذي يحدد سطح التماس المحدب، ثم يُرسم المماس B'C' الذي يمس هذا القوس الذي يمثل الوضع الجديد للوجه العلوي للتابع الابتدائي، بحيث يقطع القوس EF عند النقطة J'.
3. يحدد القوس JE' مساوياً لـ JE على القوس EF، وتكون النقطة E' هي الموضع الجديد لمركز الدحرج.
4. يدور التابع الأساسي حول النقطة D مقدار 60° باتجاه معاكس لاتجاه دوران الكامة، عندئذ تتحرك النقطة E' بقوس مركزه مركز الدوران O إلى النقطة M، بحيث إن القوس E'M يضم زاوية قدرها 60° درجة عند مركز الدوران O.
5. يُرسم خطٌ قطري؛ ليمثل الصفر من أي موضع مناسب، وخطوط قطرية أخرى تصنع مع خط الصفر الزوايا 30° , 60° , 90° درجة.

إن إيجاد النقطة M يصبح سهلاً، بجعل القوس LM مساوياً للقوس KE'، وإن شكل الكامة يمس الدحرج الذي مركزه M.

6-7-6- كامه قرصية ذات تابع مسطح ترددي قطري

Disk Cam with Flat-Faced Follower

من الواضح في هذه الحالة أن نقطة الأثر التي تحدد وضع محور التابع بالنسبة للكامه، هي نقطة تقاطع هذا المحور مع السطح المستوي لنهاية التابع، كما هو مبين في (الشكل-6-18).
يوضح الرسم التخطيطي المبين في الجزء a من (الشكل-6-18) خطوات إنشاء جانبية الكامه اللازمة لتحقيق الإزاحات المبينة على ساق التابع الذي يمر محوره من مركز الدوران O ، والتي توافق مخطط الإزاحة المبين سابقاً في (الشكل-6-12).



(الشكل-6-18)، رسم تخطيطي لتحديد جانبية كامه قرصية ذات تابع مسطح ترددي.

ترسم الدائرة الأساسية B التي مركزها O ، ونصف قطرها معلوم، بحيث تمس سطح التابع عند نقطة O' ، عندما يكون التابع في أقرب وضع له من مركز الدوران O . إن نقطة الأثر هي مماثلة للرأس الحاد في التابع المدبب؛ لذا يمكن بسهولة تحديد النقاط 1'' , 2'' , 3'' , 4''.... بالطريقة نفسها التي بينت سابقاً في الفقرة 1-7-6 .

تمثل كل من هذه النقاط نقطة تقاطع محور التابع مع السطح المستوي لنهايتيه، عند زوايا دوران مختلفة للكامة، وبما أن محور التابع عمودي دوماً على سطح نهايته، فإنه ينشأ خط عمودي على خط الوضع الزاوي للكامة عند كل من النقاط $1''$, $2''$, $3''$, $4''$... تمثل الخطوط العمودية الناتجة أوضاع سطح التابع عند دورانه حول الكامة؛ ومن ثم فإن جانبية الكامة هي المنحني الأملس الذي يمس جميع هذه الخطوط، كما في المخطط المبين في الجزء a من (الشكل-6-18).

يُلاحظ من الشكل أن نقطة التماس تتغير خلال الحركة على طول سطح التابع، بحيث يحصل الانحراف الأعظمي h_{max} لنقطة التماس عن محور التابع عند أحد الأوضاع الزاوية، الوضع 3 مثلاً في حالة الجزء a من (الشكل-6-18). يجب إذن اختيار سطح التابع المماس للكامة، بحيث يكون طوله أو قطره أكبر من $2h_{max}$.

سبق أن نوهنا في الفقرة 6-3 عن إمكان تقليل الاحتكاك بين سطحي التماس، بإزاحة محور التابع على طول محور الدوران، كما في المسقط الجانبي المبين في الجزء b من (الشكل-6-18). يؤدي ذلك إلى دوران التابع حول محوره؛ فضلاً عن حركته الترددية على هذا المحور. تفيد هذه الحركة الدورانية في توزيع التماس على سطح كبير من التابع؛ ومن ثم تقلل من الاحتكاك والتآكل.

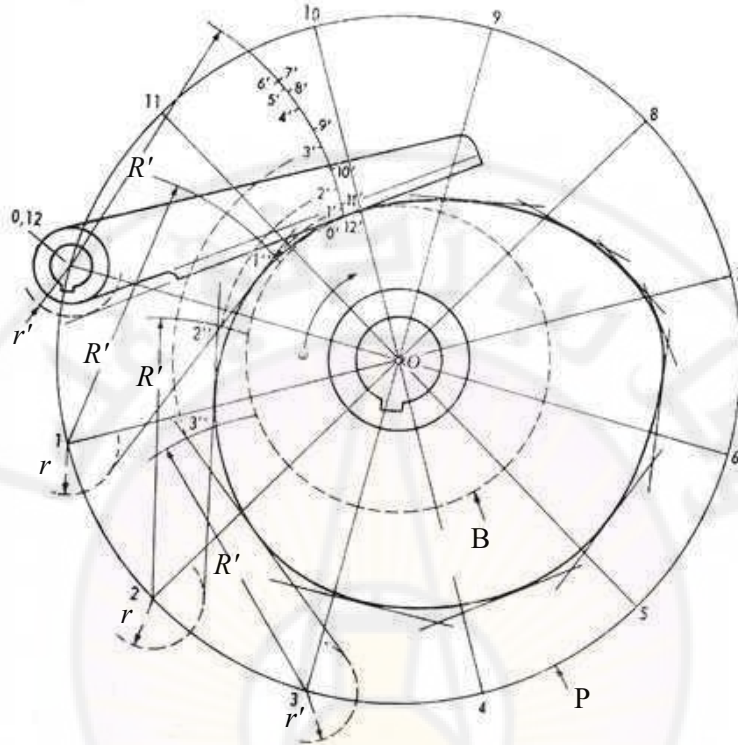
من الواضح أن حالة الإزاحة هذه لا تؤثر في شكل جانبية الكامة؛ لأنها لا تغير الوضع النسبي بين محور التابع، ومحور الدوران اللذين يبقيان متقاطعين، لكن في مستوي يوازي مستوي سطح الكامة.

كما يجب الانتباه إلى أن هذه الحالة تختلف عن حالة التابع المجنب المبينة في (الشكل-6-15)، حيث تم حيد محور التابع مع إبقائه في مستوي سطح الكامة؛ ومن ثم عدم تقاطع محوري التابع والكامة؛ وهذا أدى إلى تغيير شكل جانبية الكامة، كما هو واضح من مقارنة الشكلين (الشكل-6-14) و (الشكل-6-15)، رغم الحفاظ على ثبات جميع قيم المتغيرات الحركية في الحالتين.

7-7-6- كامة قرصية ذات تابع مسطح متأرجح

Disk Cam with Pivoted Flat-Faced Follower

يبين (الشكل-6-19) رسماً تخطيطياً لكامة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة، حيث يتحرك التابع المهتر حول محور ارتكازه؛ وفق الإزاحات المعينة بالنقاط $0'$, $1'$, $2'$, $3'$ على مسار الحركة. من الواضح أن مسار الحركة هو قوس مركزه محور ارتكاز التابع، ونصف قطره R' الذي يساوي البعد بين محور الارتكاز، ونقطة تماس التابع مع الكامة في أخفض وضع له $0'$ ، أما نصف قطر الدائرة الأساسية B، فهو $O0'$.



(الشكل-6-19)، رسم تخطيطي لتحديد جانبية كامه قرصية ذات تابع مسطح متأرجح.

إن خطوات الإنشاء هي كالآتي:

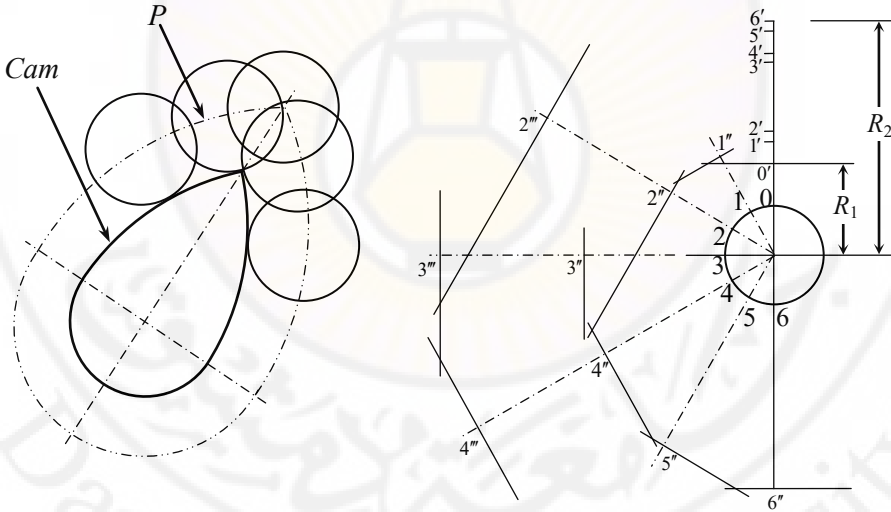
1. تُرسم دائرة المرتكز P التي مركزها O ، ونصف قطرها البعد بين المركز O ، ومحور ارتكاز التابع.
2. تُعين النقاط ... 4 , 3 , 2 , 1 على محيط هذه الدائرة، بحيث تقسمه بعدد الفترات الزاوية المتساوية لمخطط الإزاحة نفسه. إن هذه النقاط هي أوضاع محور الارتكاز خلال دوران التابع حول الكامه، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة من مبدأ انعكاس الحركة.
3. تُرسم باستعمال النقاط ... 4 , 3 , 2 , 1 كمراكز، أقواس نصف قطرها R' ، ومن ثم تحدد النقاط ... 4'' , 3'' , 2'' , 1'' من تقاطع كل من هذه الأقواس، مع القوس المناسب الناتج من تدوير كل من النقاط ... 3' , 2' , 1' حول المركز O .
4. تؤخذ النقاط ... 4 , 3 , 2 , 1 كمراكز لدوائر، نصف قطر كل منها r' يساوي البعد العمودي بين محور الارتكاز، وامتداد سطح وجه التابع.
5. تحدد الأوضاع النسبية للتابع خلال دورانه حول الكامه؛ بإنشاء مماسات مناسبة لكل من هذه الدوائر من النقاط ... 4'' , 3'' , 2'' , 1'' على التوالي.
6. إن جانبية الكامه هي المنحني الأملس الذي يمس كلاً من هذه الأوضاع النسبية لسطح التابع.

8-6- الحدود العملية لتصميم جانبية الكامة

Practical Limits of Cam Profile Design

تبين في الفقرات السابقة أن تصميم جانبية الكامة يتم استناداً إلى معطيات معينة لكل من مخطط الإزاحة، ونوع التابع، ونصف قطر الدائرة الأساسية. قد لا تؤدي القيم المحددة لهذه المعطيات إلى شكل عملي للكامة، حيث لا يمكن للشكل الناتج أن يحقق الحركة المطلوبة خلال فترة ما، أو قد لا يمكن تنفيذ الشكل عملياً.

يوضح الجزء a من (الشكل-6-20)، أن القيم المفروضة قد أدت إلى جانبية كامة لا تمس الدحروج عند جميع أوضاع التابع؛ ومن ثم فإن الكامة بالقرب من نهاية الشوط، لن تدفع التابع بالحركة المطلوبة. يمكن تصحيح ذلك، إما بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية، وإما بتصغير نصف قطر الدحروج. يجب الانتباه إلى أن تقليل نصف قطر الدحروج يعمل على زيادة إجهادات التماس في الكامة والتابع؛ لذا يفضل تقادي استعمال دحروج صغير جداً إلا في حالة سرعات دوران منخفضة. كما أن نصف قطر الدائرة الأساسية له تأثير كبير عند تصميم جانبية الكامة؛ مع بقاء المتغيرات الأخرى نفسها.



a- تأثير نصف قطر الدحروج.

b- تأثير نصف قطر الدائرة الأساسية.

(الشكل-6-20)، المتغيرات الحدية لتصميم جانبية الكامة.

يبين الجزء b من (الشكل-6-20)، كامة مع تابع مسطح ترددي، حيث النقاط $1''$, $2''$, $3''$, ... من الواضح أنه لا يمكن رسم منحني أملس يمر بهذه الأوضاع، بافتراض أن الوضع $3''$ يقع خارج تقاطع $4'' - 2''$ ؛ ومن ثم لا يمكن تنفيذ شكل الكامة في هذه الحالة، وسبب ذلك هو التسارع السريع جداً، أو التباطؤ السريع جداً للتابع.

يمكن تصحيح ذلك بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية، إذا كبر نصف القطر بمقدار معلوم بحيث يصبح R_2 ، فإن ثلاثة من الخطوط تلتقي في نقطة؛ أي أن الأوضاع الجديدة الناتجة للتابع $2''$, $3''$, $4''$, ... تلتقي في نقطة، وفي هذه الحالة، إذا ظهر للكامة حرف حاد يُتخلص منه بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية؛ وهذا يسمح بإنشاء شكل مقبول لجانبية الكامة.

فضلاً عن ذلك، يحدث أحياناً أن يكون شكل جانبية الكامة الناتج من حالة معينة محققاً للتماس عند الأوضاع كلها، لكنه يحتوي على جزء ذي نصف قطر انحناء صغير جداً يقترب من شكل رأس مدبب؛ وهذا يؤدي إلى حدوث إجهادات عالية عند سطح التماس، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-6-20). يجب عندئذ إزالة هذا الرأس المدبب، إما بتعديل مقياس الإزاحة، أو بزيادة نصف قطر الدائرة الأساسية للكامة.

يتضح مما تقدم أن تصميم الكامة يعتمد أساساً على أسلوب التجريب والخطأ في الوصول إلى أفضل النتائج العملية؛ مع ضرورة عدم المساس بمتطلبات الأداء الرئيسية.

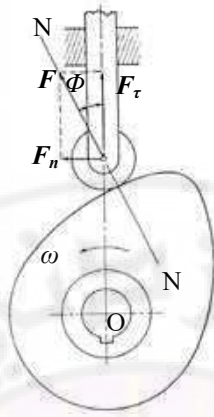
Cam Pressure Angle

9-6- زاوية ضغط الكامة

وهي الزاوية بين اتجاه حركة التابع، والناظم المشترك للكامة والتابع عند نقطة التماس. يبين (الشكل-6-21) مخططاً لتרכيبة كامة مع تابع دحرجي ترددي قطري يمر محوره من محور الدوران O ، حيث الناظم المشترك NN عند نقطة التماس يصنع مع مسار حركة التابع زاوية Φ ، هي زاوية ضغط الكامة في هذا الوضع. أما في حالة تابع متأرجح، فإن اتجاه حركة التابع يعين بالتماس لمسار الحركة عند نقطة الأثر المعتمدة في إنشاء جانبية الكامة؛ ومن ثم فإن زاوية ضغط الكامة هي الزاوية بين هذا التماس والناظم المشترك عند نقطة التماس.

تتأثر قيمة زاوية ضغط الكامة بنوع التابع، وشكل جانبية الكامة؛ من ثم بالأبعاد الأساسية للكامة، وطبيعة حركة التابع، ونوعها؛ أي مخطط الإزاحة.

يُلاحظ من أمثلة الإنشاء السابقة أن زاوية الضغط ثابتة في حالة تابع مسطح بصورة عامة، كالتابع المتأرجح، المبين في (الشكل-6-19)، وهي تساوي الصفر عندما يكون وجه التابع المسطح متعامداً مع مسار الحركة، وذلك لأوضاع الكامة، كما هو مبين في (الشكل-6-18). أما في حالة تابع دحرجي، فإن زاوية الضغط تتغير خلال دوران الكامة، حيث تمر بقيمة عظمى عند نقطة أو أكثر، ولا تتعدى إلا في أثناء فترات السكون، يُلاحظ ذلك في (الشكل-6-14)، وكذلك الحال بالنسبة لتابع مدبب. في حال ازدادت زاوية الضغط عن حد معين، فإنها تسبب تقطعاً في حركة التابع خلال شوط الرفع.



(الشكل-6-21)، رسم تخطيطي لتوضيح زاوية الضغط في تراكبية كامه مع تابع دحرجي ترددي قطري.

تعد زاوية الضغط من أهم العوامل التي تؤثر في تصميم الكامه؛ بخاصة في تحليل القوى المؤثرة في أجزائها المختلفة، وفي تحديد حجم الكامه. من المعلوم أن اتجاه القوة المنتقلة من وصلة إلى وصلة أخرى تمسها مباشرة، هو باتجاه الناظم المشترك عند نقطة التماس؛ ومن ثم فإن القوة F المنتقلة من الكامه إلى التابع؛ أي قوة القيد، المبينة في (الشكل-6-21)، هي باتجاه NN . ينتج من تحليل هذه القوة مركبتان:

1. مركبة مماسية F_τ

هي باتجاه مسار حركة التابع، تعمل على تحريك التابع بالحركة المطلوبة، والتغلب على المقاومات المطبقة عليه، وقيمتها:

$$F_\tau = F \cdot \cos \phi$$

2. مركبة ناظمية F_n

هي عمودية على مسار حركة التابع، وغير مرغوب فيها؛ لأنها مع عدم قيامها بأي عمل مفيد، فإنها تحاول شد التابع عن سطح الكامه، بحيث تؤثر في التابع بدفع جانبي يحاول زلقه ضمن مجرى دليله؛ من ثم تؤثر هذه المركبة في مساند ارتكاز التابع، وتسبب اهتراءً زائداً في هذه المساند، وقيمتها:

$$F_n = F \cdot \sin \phi$$

إن قيمة الدفع الجانبي F_n تتناسب طردياً مع قيمة زاوية الضغط ϕ ، وبمقدار القوة المنتقلة F ، التي بدورها تعتمد على سرعة دوران الكامه، ومعامل الاحتكاك، ونصف قطر الدائرة الأساسية، وعلى قوة صلابه النابض المقاوم لحركة التابع؛ لذلك ليس من الممكن تحديد قيمة عظمى لزاوية الضغط لجميع الحالات؛ لذا يفضل دوماً اختيار التصميم الذي يعطي زوايا ضغط منخفضة، بحيث لا تزيد القيمة العظمى لهذه الزاوية على 30° خلال دوران الكامه، ولقد حُدِثَت هذه القيمة من الخبرة العملية، وهي السائدة حالياً في التصميم. يمكن السماح بقيمة أعلى من ذلك في بعض الحالات الخاصة، عندما تكون القوى المؤثرة صغيرة، ومحامل مجرى التابع دقيقة التصنيع. يفضل قياس القيمة العظمى لزاوية الضغط من الإنشاء التخطيطي لجانبية الكامه؛ لأنه من الصعب تحديدها تحليلياً، كما سنبين لاحقاً.

كما أن تقليل زاوية الضغط يفيد في تخفيض القدرة اللازمة لتدوير الكاماة؛ بغية تحقيق أداء معين للتابع يتطلب قيمة محددة للمركبة المماسية F_r . ينتج ذلك من الرجوع إلى علاقة هذه المركبة؛ إذ يتبين أن قيمة القوة F المنتقلة من الكاماة إلى التابع، هي:

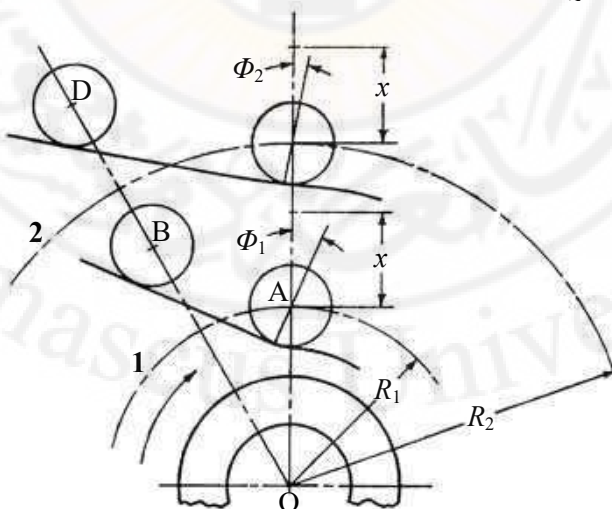
$$F = F_r / \cos \phi$$

أي إن القوة F الناتجة من تطبيق عزم معين على عمود دوران الكاماة، هي أقل كلما كانت قيمة الزاوية Φ أصغر في حالة قيمة معينة للقوة F_r .

يحدد الحجم الأعظمي للكاماة في حالة حركة معينة للتابع بالحيز المتاح لها في الآلة. أما الحجم الأصغري، فإنه يتعلق باعتبارات تصميمية عدة، منها قطر عمود الدوران، وطريقة تركيب الكاماة، إلا أن قيمة زاوية الضغط العظمى تبقى أهم العوامل المعتمدة في اختيار حجم الكاماة؛ لأنه يتضح من التحليل السابق أن قيمة منخفضة لزاوية الضغط تؤمن حركة سهلة، وسلسلة للتابع خلال دوران الكاماة.

يُلاحظ من أمثلة الإنشاء السابقة أن نصف قطر الدائرة الأساسية يحدد حجم الكاماة التي تحقق جانبيتها حركة معينة لتابع ما. يوضح (الشكل-6-22) تأثير نصف قطر الدائرة الأساسية في قيمة زاوية الضغط عند بقاء المتغيرات الأخرى نفسها.

إذا تحرك الدحروج نفسه بالإزاحة نفسها خلال دوران زاوية كل من الكامتين 1 و 2 الزاوية نفسها، فإنه من الواضح أن زيادة نصف قطر الدائرة الأساسية قد أدت إلى تصغير زاوية الضغط، حيث $(\phi_2 < \phi_1)$ عند كون $(R_2 > R_1)$ ؛ لذا يفضل أن يكون حجم الكاماة أكبر مما تسمح به الحدود العملية لاستثمارها.



رسم تخطيطي لتوضيح تأثير نصف قطر الدائرة الأساسية في قيمة زاوية الضغط.

(الشكل-6-22)

يمكن أيضاً تقليل زاوية الضغط خلال شوط الرفع؛ باستعمال تابع مجنب ذي حيد مناسب، كما أوضحنا سابقاً في الفقرة 6-7-3. أما زاوية الضغط خلال شوط الخفض، فإنها تزداد في هذه الحالة، لكن ذلك لا يؤثر في أداء التابع؛ إذ لا يكون للقوة المنقلة من الكامات إلى التابع تأثير فعال في حركته خلال شوط الخفض؛ بسبب وجود قوة خارجية -كقوة مرونة النابض مثلاً- التي تدفع التابع باتجاه محور الكامات، نلاحظ فائدة حيد التابع في تقليل زاوية الضغط من مقارنة قيم هذه الزاوية في كل من (الشكل-6-14) و (الشكل-6-15).

كما تتأثر زاوية الضغط في تركيبة كامات معينة بطبيعة الحركة المختارة للتابع؛ إذ تبين أن الحركة التوافقية البسيطة تعطي أقل زاوية ضغط؛ مقارنة بكل من الحركة ذات التسارع المنتظم، والحركة الدويرية.

فضلاً عن ما تقدم من طرائق لتقليل زاوية الضغط، مثل زيادة قطر الدائرة الأساسية، وحيد التابع، وتغيير نوع حركة التابع، كما يمكن استعمال واحدة، أو أكثر من الوسائل الآتية:

- إنقاص الرفع الكلي للتابع وذلك؛ إذا سمح التطبيق العملي بذلك.
- زيادة زاوية رفع الكامات الموافقة وذلك؛ لإعطاء شوط رفع معين للتابع؛ أي زيادة زمن الرفع. لكن إذا كان المطلوب الحفاظ على قيمة ثابتة لزمن الرفع، فإنه يجب عندئذٍ زيادة سرعة دوران الكامات بما يلائم الزيادة في زاوية الرفع.
- استعمال تابع ثانوي وذلك؛ لتحقيق الحركة المطلوبة عن طريق تابع ابتدائي متأرجح، يمس سطح الكامات من جهة؛ بينما يمس التابع الثانوي من جهة أخرى، كما هو مبين في (الشكل-6-16).
- زيادة نصف قطر الدحرج.

تجدر الإشارة إلى أن زاوية الضغط هي ذات أهمية خاصة في تصميم الكامات ذات التتابع الدحرجية القطرية؛ بينما ليس من الضروري عموماً أن تكون عاملاً مؤثراً في تصميم الكامات ذات التتابع المجنبة والتأرجحية؛ لأن زوايا الضغط في هذه الحالات صغيرة نسبياً، أما في التتابع المسطحة القطرية، فهي معدومة.

سنوضح من خلال مسألة نموذجية الخطوات المتبعة عند دراسة حركة تركيبة كامات بالحالة الأولى، وذلك حالة اختيار حركة معينة للتابع؛ لتصميم جانبية الكامات تخطيطياً؛ لتحقيق حركة التابع مهما كانت طبيعتها، والتي يمكن -استناداً إليها- تصميم، وإنشاء أية تركيبة كامات، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-6-1

تدور كامرة قرصية بسرعة دوران ثابتة n ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ لتحرك تابع حركة ترددية مسافة قدرها S .

فإذا كانت تركيبة الكامرة تتصف بأن الكامرة تدور بسرعة دوران قدرها $(n = 400 \text{ r.p.m})$ ، ونصف قطر دائرتها الأساسية هو $(R = 40 \text{ mm})$ ؛ بينما نصف قطر الدحروج هو $(r = 10 \text{ mm})$ ، ومقدار حيد محور التابع هو 25 mm إلى يمين محور عمود الدوران، ومقدار شوطه هو $(S = 40 \text{ mm})$ ؛ المطلوب:

1. رسم مخططات الحركة، وتعيين القيم العظمى لسرعة التابع، وتسارعه في الحالة الآتية:

θ زاوية دوران الكامرة

- حركة التابع خلال شوط الرفع:

60°	تسارع ثابت
60°	سرعة ثابتة
60°	تباطؤ ثابت
30°	- فترة سكون التابع

- حركة التابع خلال شوط الخفض:

30°	تسارع ثابت
90°	سرعة ثابتة
30°	تباطؤ ثابت

2. تحديد -تخطيطياً- جانبية الكامرة التي تحقق لتابع دحروجي ترددي مجنب الحركة المطلوبة أعلاه.

3. تعيين -تخطيطياً- القيمة العظمى لزاوية الضغط $\Phi_{\max}$.

الحل:

1. لرسم مخططات حركة التابع، ندرس حركته خلال شوط الرفع، بتعيين معادلات حركته:

فخلال حركته بتسارع ثابت:

$$\Delta x_{o1} = \frac{1}{2} A_{o1} \cdot t_{o1}^2 + V_{o0} \cdot t_{o1} \quad (1)$$

$$V_{o1} = A_{o1} \cdot t_{o1} + V_{o0} \quad (2)$$

وخلال حركته بسرعة ثابتة:

$$\Delta x_{o2} = V_{o1} \cdot t_{o2} \quad (3)$$

$$A_{o2} = 0$$

وخلال حركته بتباطؤ ثابت:

$$\Delta x_{o3} = -\frac{1}{2} A_{o3} \cdot t_{o3}^2 + V_{o1} \cdot t_{o3} \quad (4)$$

$$V_{o3} = -A_{o3} \cdot t_{o1} + V_{o1} \quad (5)$$

ومن معطيات المسألة:

$$\Delta x_{o1} + \Delta x_{o2} + \Delta x_{o3} = S \quad (6)$$

حيث:

$$V_{o0} = 0 \quad , \quad V_{o3} = 0$$

لكن:

$$\omega = \frac{2\pi \times 400}{60} = 41.88 \text{ rad/sec} \quad , \quad \theta = \omega \cdot t \Rightarrow t = \frac{\theta}{\omega}$$

منه زمن حركة التابع خلال شوط الرفع:

$$t_{o1} = \frac{\theta_{o1}}{\omega} = \frac{\pi/3}{41.88} = 0.025 \text{ sec}$$

$$t_{o2} = \frac{\theta_{o2}}{\omega} = \frac{\pi/3}{41.88} = 0.025 \text{ sec}$$

$$t_{o3} = \frac{\theta_{o3}}{\omega} = \frac{\pi/3}{41.88} = 0.025 \text{ sec}$$

بالتعويض في معادلات الحركة:

$$\Delta x_{o1} = 3.125 \times 10^{-4} A_{o1} \quad (1')$$

$$V_{o1} = 0.025 A_{o1} \quad (2')$$

$$\Delta x_{o2} = 0.025 V_{o1} \quad (3')$$

$$\Delta x_{o3} = -3.125 \times 10^{-4} A_{o3} + 0.025 V_{o1} \quad (4')$$

$$0 = -0.025 A_{o3} + V_{o1} \quad (5')$$

$$\Delta x_{o1} + \Delta x_{o2} + \Delta x_{o3} = S \quad (6')$$

يبقى بالتالي لدينا ست علاقات بستة مجاهيل، هي:

$$\Delta x_{o1} , \Delta x_{o2} , \Delta x_{o3} , V_{o1} , A_{o1} , A_{o3}$$

حل علاقات حركة التابع خلال شوط الرفع:

بجمع العلاقة (2') مع العلاقة (5')؛ نحصل على:

$$-0.025 A_{o3} + 0.025 A_{o1} = 0 \Rightarrow A_{o3} = A_{o1}$$

وبالتعويض من العلاقة (1')، والعلاقة (3')، والعلاقة (4') في العلاقة (6')؛ نحصل على أن:

$$3.125 \times 10^{-4} A_{o1} + 6.25 \times 10^{-4} A_{o1} - 3.125 \times 10^{-4} A_{o1} + 6.25 \times 10^{-4} A_{o1} = 40$$

$$\Rightarrow A_{o1} = 32000 \text{ mm/sec}^2$$

منه نحصل على أن:

$$A_{o3} = A_{o1} = 32000 \text{ mm/sec}^2$$

بالتعويض في العلاقة (2')؛ نحصل على أن:

$$V_{o1} = 800 \text{ mm/sec}$$

بالتعويض في العلاقة (1')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{o1} = 10 \text{ mm}$$

بالتعويض في العلاقة (3')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{o2} = 20 \text{ mm}$$

بالتعويض في العلاقة (4')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{o3} = 10 \text{ mm}$$

أما خلال فترة سكون التابع ($\theta' = 30^\circ$)، حيث:

$$\Delta x_{\theta'} = 0, \quad V_{\theta'} = 0, \quad A_{\theta'} = 0$$

$$t_{\theta'} = \frac{\theta_{\theta'}}{\omega} = \frac{\pi/6}{41.88} = 0.0125 \text{ sec}$$

بالطريقة نفسها، نكتب معادلات حركة التابع خلال شوط الخفض:

فخلال حركته بتسارع ثابت:

$$\Delta x_{r1} = \frac{1}{2} A_{r1} \cdot t_{r1}^2 + V_{r0} \cdot t_{r1} \quad (7)$$

$$V_{r1} = A_{r1} \cdot t_{r1} + V_{r0} \quad (8)$$

وخلال حركته بسرعة ثابتة:

$$\Delta x_{r2} = V_{r1} \cdot t_{r2} \quad (9)$$

$$A_{r2} = 0$$

وخلال حركته بتباطؤ ثابت:

$$\Delta x_{r3} = -\frac{1}{2} A_{r3} \cdot t_{r3}^2 + V_{r1} \cdot t_{r3} \quad (10)$$

$$V_{r3} = -A_{r3} \cdot t_{r1} + V_{r1} \quad (11)$$

وبما أن:

$$\Delta x_{r1} + \Delta x_{r2} + \Delta x_{r3} = S \quad (12)$$

حيث:

$$V_{r0} = 0, \quad V_{r3} = 0$$

منه زمن حركة التابع خلال شوط الخفض:

$$t_{r1} = \frac{\theta_{r1}}{\omega} = \frac{\pi/6}{41.88} = 0.0125 \text{ sec}$$

$$t_{r2} = \frac{\theta_{r2}}{\omega} = \frac{\pi/2}{41.88} = 0.0375 \text{ sec}$$

$$t_{r3} = \frac{\theta_{r3}}{\omega} = \frac{\pi/6}{41.88} = 0.0125 \text{ sec}$$

بالتعويض في معادلات الحركة:

$$\Delta x_{o1} = 7.8125 \times 10^{-5} A_{r1} \quad (7')$$

$$V_{r1} = 0.0125 A_{r1} \quad (8')$$

$$\Delta x_{r2} = 0.0375 V_{r1} \quad (9')$$

$$\Delta x_{r3} = -7.8125 \times 10^{-5} A_{r3} + 0.0125 V_{r1} \quad (10')$$

$$0 = -0.0125 A_{r3} + V_{r1} \quad (11')$$

$$\Delta x_{r1} + \Delta x_{r2} + \Delta x_{r3} = S \quad (12')$$

يبقى بالتالي لدينا ست علاقات بستة مجاهيل:

$$\Delta x_{r1}, \Delta x_{r2}, \Delta x_{r3}, V_{r1}, A_{r1}, A_{r3}$$

حل علاقات حركة التابع خلال شوط الخفض.

بجمع العلاقة (8') مع العلاقة (11')؛ نحصل على:

$$-0.0125 A_{r3} + 0.0125 A_{r1} = 0 \Rightarrow A_{r3} = A_{r1}$$

وبالتعويض من العلاقة (7')، والعلاقة (9')، والعلاقة (10') في العلاقة (12')؛ نحصل على:

$$7.8125 \times 10^{-5} A_{r1} + 4.6875 \times 10^{-4} A_{r1} - 7.8125 \times 10^{-5} A_{r1} + 1.5625 \times 10^{-4} A_{r1} = 40$$

$$\Rightarrow A_{r1} = 64000 \text{ mm/sec}^2$$

منه؛ نحصل على أن:

$$A_{r3} = A_{r1} = 64000 \text{ mm/sec}^2$$

بالتعويض في العلاقة (8')؛ نحصل على أن:

$$V_{r1} = 800 \text{ mm/sec}$$

بالتعويض في العلاقة (7')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{r1} = 5 \text{ mm}$$

بالتعويض في العلاقة (9')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{r2} = 30 \text{ mm}$$

بالتعويض في العلاقة (10')؛ نحصل على أن:

$$\Delta x_{r3} = 5 \text{ mm}$$

يبين الجدول الآتي القيم التي نظمت على أساس العلاقات، والقيم السابقة:

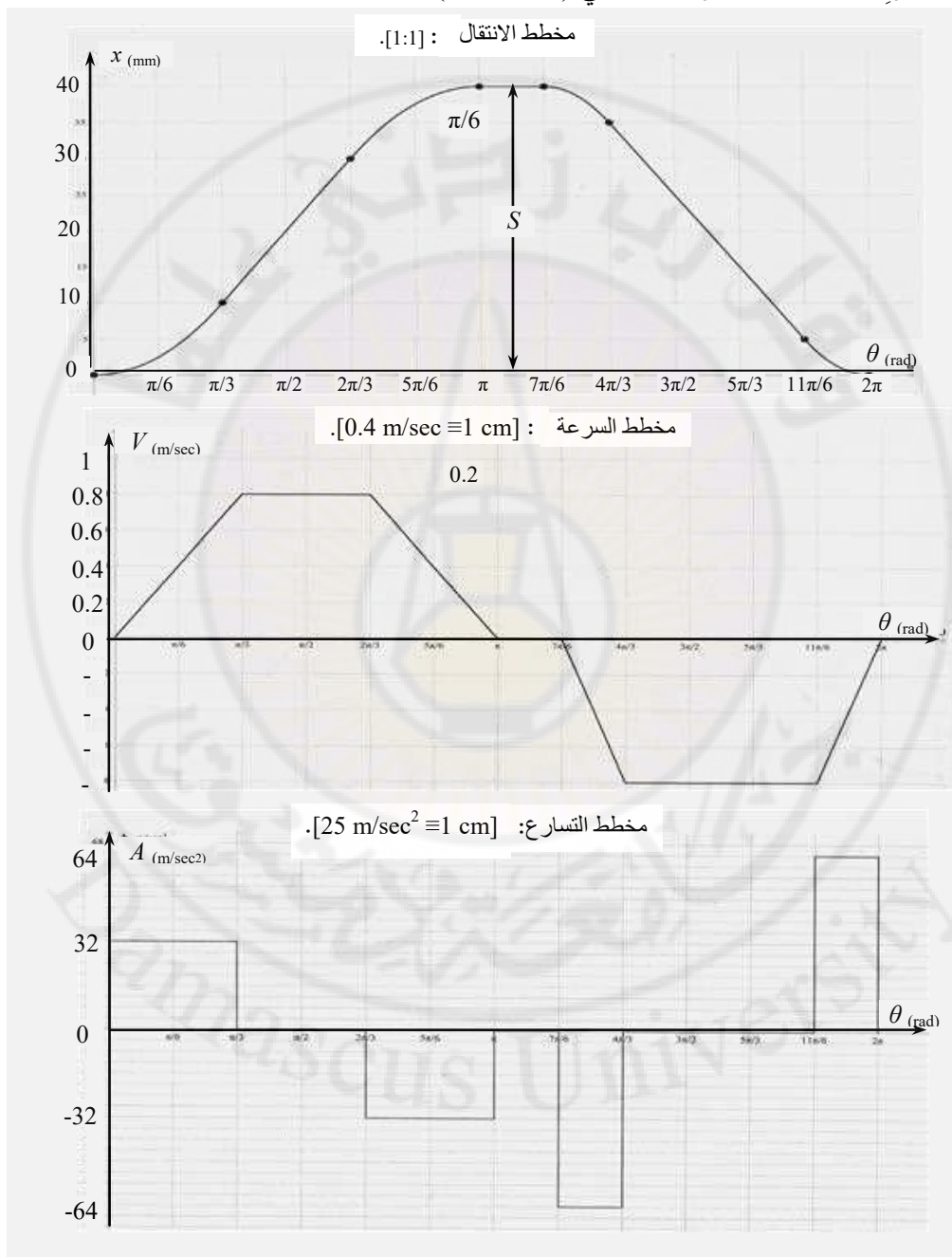
خلال شوط الرفع

$(x = x_0 + \Delta x_o)$ mm	Δx_o mm	$(t_o = \theta_o / \omega)$ sec	$(\theta_o = \theta_{o0} + \Delta \theta)$ deg	$\Delta \theta$ deg	نوع الحركة
0	0	0	0	0	
0+0.625=0.625	0.625	0.00625	0+15=15	15	تسارع ثابت
0+2.5=2.5	2.5	0.0125	0+30=30	30	
0+5.625=5.625	5.625	0.01875	0+45=45	45	
0+10=10	10	0.025	0+60=60	60	
10+5=15	5	0.00625	60+15=75	15	سرعة ثابتة
10+10=20	10	0.0125	60+30=90	30	
10+15=25	15	0.01875	60+45=105	45	
10+20=30	20	0.025	60+60=120	60	
30+4.375=34.375	4.375	0.00625	120+15=135	15	تباطؤ ثابت
30+7.5=37.5	7.5	0.0125	120+30=150	30	
30+9.375=39.375	9.375	0.01875	120+45=165	45	
30+10=40=S	10	0.025	120+60=180	60	
180+30=210				30	سكون

خلال شوط الخفض

$(x = x_0 - \Delta x_r)$ mm	Δx_r mm	$(t_r = \theta_r / \omega)$ sec	$(\theta_r = \theta_{r0} + \Delta \theta)$ deg	$\Delta \theta$ deg	نوع الحركة
40-0=40	0	0	210+0=210	0	تسارع ثابت
40-1.25=38.75	1.25	0.00625	210+15=225	15	
40-5=35	5	0.0125	210+30=240	30	
35-5=30	5	0.00625	240+15=255	15	سرعة ثابتة
35-10=25	10	0.0125	240+30=270	30	
35-15=20	15	0.01875	240+45=285	45	
35-20=15	20	0.025	240+60=300	60	
35-25=10	25	0.03125	240+75=315	75	
35-30=5	30	0.0375	240+90=330	90	
5-375=1.25	753.	0.00625	330+15=345	15	تباطؤ ثابت
5-5=0	5	0.0125	330+30=360	30	

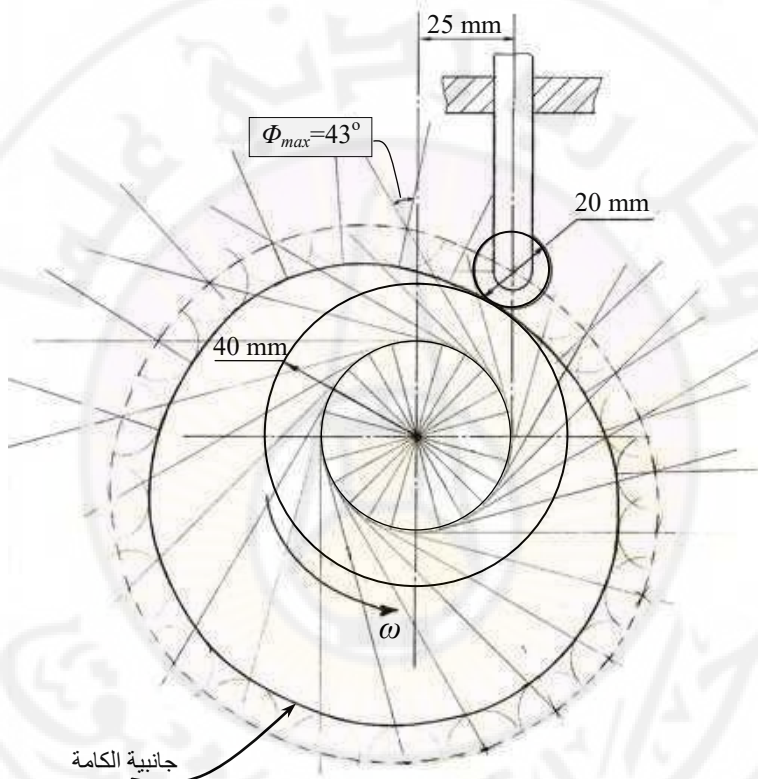
استناداً لقيم إزاحة نقطة الأثر للتابع الدروجي الترددي المجنب خلال شوطي الرفع والخفض، التي حُسبت وفق الجدول أعلاه، وقيم سرعته، وتسارعاته التي حُسبت من معادلات الحركة، فقد رُسمت مخططات الحركة المبينة في (الشكل-6-23):



(الشكل-6-23)، مخططات حركة التابع الدروجي الترددي المجنب.

2. أنشئت جانبية الكامة التي تحقق للتابع الدحروجي الترددي المجنب الحركة المطلوبة تخطيطياً، كما هو مبين في (الشكل-6-24)، بالطريقة نفسها التي بينت سابقاً في الفقرة 3-7-6 .

مقياس الرسم: [20 mm $\equiv$ 1 cm]



مخطط جانبية كامة قرصية ذات تابع دحروجي ترددي مجنب.

(الشكل-6-24)

3. بعد الإنشاء التخطيطي لجانبية الكامة، قيسّت زاوية الضغط Φ الواقعة بين اتجاه حركة التابع المنطبق على مماس دائرة التجنب، والناظم المشترك للكامة والتابع عند نقاط التماس، وتبين أنها لا تزيد على القيمة ($\Phi_{max} = 43^\circ$) خلال دوران الكامة.

10-6- التصميم التحليلي لجانبية الكامرة Analytic Design of Cam Profile

يُلاحظ من طرائق الإنشاء التخطيطي التي بينت في الفقرة 6-7 ، وما تبعها من مثال نموذجي، أنها لا تحقق درجة كافية من الدقة في تحديد جانبية الكامرة؛ وبخاصة في حالة سرعات دوران عالية. يعود ذلك إلى اعتماد هذا الإنشاء على تعيين إزاحة التابع عند نقاط محدودة العدد؛ فضلاً عن صعوبة تحديد المواقع الصحيحة لنقاط تماس الكامرة مع التابع. كما أن التصميم التخطيطي يحد من أساليب الإنتاج الممكن استعمالها في تشكيل الكامرات، ويحصرها في آلات القطع الناسخة التي لا يمكن التحكم في دقة أدائها؛ إلا ضمن مجالات ضيقة.

لذا فقد تركزت الأبحاث على تطوير نظريات التصميم التحليلي، حيث يمكن حساب قيم إزاحة التابع الموافقة لتغيرات صغيرة جداً في دوران الكامرة لا تتجاوز نصف درجة زاوية. يؤدي ذلك إلى إمكان التشكيل المباشر للكامرة على آلة تفريز، أو مثقب حفر دقيق، حيث تقوم أداة القطع مقام التابع، ويكون محورهما عندئذ موازياً لمستوى الكامرة، أو عمودياً عليه، بحسب نوع التابع.

لقد أمكن في بعض الآلات المبرمجة الحديثة تحقيق حركة لأداة القطع تكافئ إزاحة دقيقة جداً للتابع لا تزيد على 100 ميكرون، ينتج من ذلك تشكيل شبه مستمر لجانبية الكامرة تزول معه أحياناً ضرورة إجراء عملية إنهاء يدوي للكامرة.

لقد تبين عملياً أن الإنشاء التخطيطي كافٍ، لتصميم كامرات ذات سرعات دورانية منخفضة نسبياً؛ بينما يفضل اللجوء إلى التصميم التحليلي في حالة سرعات عالية. لقد طُوِّرت طرائق تصميم تحليلية عملية لأنواع الكامرات القرصية المختلفة التي سبق ذكرها؛ فضلاً عن كامرة قرصية ذات تابع دحرجي متأرجح.

في هذه الحالة، لا يسمح مجال البحث هنا باستعراض خطوات هذه الدراسة، لأن الغاية الرئيسية منه كما ذكرنا هي إعطاء فكرة موجزة عن أهم المفاهيم المتعلقة بالمكونات الحركية لتركيبية الكامرة من حيث تحديد أوضاعها الهندسية، وأشكال الاتصال فيما بينها لتأمين حركة ما دون الخوض في مفاهيم عده قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

لذا فإننا سنكتفي إذا لزم الأمر، لمنفعة من يريد، بإعطاء نصيحة بالرجوع إلى المراجع الخاصة لدراسة التصميم التحليلي لجانبية الكامرة للاطلاع عليها؛ حيث تشرح بالتفصيل الخطوات اللازمة للتصميم.

11-6- كامات ذات جانبية محددة

Cams with Specified Contours

لقد بينا حتى الآن دراسة تركيبية كامه بإيجاد طرائق تصميم جانبية الكامه، وعواملها تخطيطياً، وتحليلياً وفق معطيات معينة لنوع التابع، وحركته؛ أدى ذلك إلى ظهور صعوبات عدة تؤثر بصورة رئيسة في دقة تصنيع الكامه، وكلفة إنتاجها؛ لذا يفضل أحياناً تشكيل جانبية الكامه من أقواس دائرية، وخطوط مستقيمة؛ مما يقود إلى إمكان تحقيق دقة عالية، وكلفة تصنيع منخفضة نسبياً، وهذا ما جعلها شائعة الاستعمال في محركات الاحتراق الداخلي؛ وبخاصة الصغيرة منها.

من الواضح أن طبيعة دراسة الكامه عندئذ هي عكس ما كانت عليه في الفقرات السابقة؛ إذ يصبح تحليل حركة التابع الناتجة من جانبية محددة للكامه، كما سيتضح لنا من خلال دراسة أهم الأشكال التي تأخذها هذه الجانبية، حيث سنعمد مبدأ انعكاس الحركة في تثبيت الكامه، وتدوير محور التابع حولها بعكس اتجاه دورانها الفعلي. فإذا كانت الكامه تدور بسرعة زاوية ثابتة ω باتجاه دوران عقارب الساعة، فإن محور التابع سيدور عند تثبيت الكامه عكس اتجاه دوران عقارب الساعة، بحيث يبقى عمودياً على سطح التابع.

11-6-1 كامه مكونة من أقواس دائرية وخطوط مستقيمة

Cam with Straight Flanks

يسمى هذا النوع أحياناً بـ الكامه المماسية (*Tangent Cam*)، حيث تتكون الجانبية من أقواس دائرية، وخطوط مستقيمة متماسة فيما بينها، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من مركز عمود الدوران، وعمودي على مستوي الحركة. يستعمل مع هذا النوع من الكامات تابع دحرجي، أو كروي؛ لأنه لا يمكن استعمال تابع مسطح؛ لأن جانبية الكامه تحوي خطأ مستقيماً.

1. المتغيرات الرئيسة لتركيبية كامه مماسية مع تابع دحرجي ترددي قطري

يفضل قبل البدء بدراسة حركة التابع على كل من الجانب، والأنف خلال شوط الرفع إيجاد العلاقات الهندسية بين مختلف الأبعاد والزوايا التي تحدد جانبية كامه مماسية ذات تابع دحرجي ترددي قطري.

يبين (الشكل-6-25) تخطيطاً لتركيبية كامه مماسية مع تابع دحرجي ترددي قطري، والمتغيرات الرئيسة التي تحدد أداء التابع، هي:

R يمثل نصف قطر الدائرة الأساسية التي مركزها محور الدوران O .

r يمثل نصف قطر دائرة الأنف التي مركزها F .

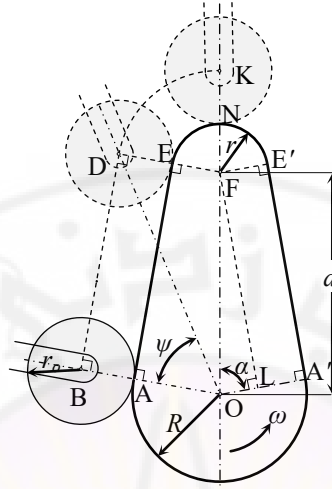
d يمثل البعد بين مركزي الدائرة الأساسية ودائرة الأنف.

r_o يمثل نصف قطر الدحرج.

S يمثل شوط التابع؛ أي شوط الرفع، أو شوط الخفض.

α تمثل زاوية رفع التابع، أو الخفض، وهي تساوي نصف زاوية عمل الكامه.

ψ تمثل زاوية دوران الكامه الموافقة لحركة التابع على الجانب المستقيم لها.



(الشكل-6-25)، رسم تخطيطي لتوضيح متغيرات تركيبية كامنة مماسية مع تابع دحرجي ترددي قطري.

أما العلاقات الهندسية التي تربط فيما بينهم، فمن (الشكل-6-25) نلاحظ أن:
شوط التابع الدحرجي S يحدد بـ:

$$S = OK - OB = OF + FN + NK - (OA + AB)$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على:

$$S = d + r + r_o - R - r_o$$

منه؛ نحصل على علاقة شوط التابع الدحرجي:

$$S = d + r - R \quad (22-6)$$

وزاوية رفع التابع α تحدد بـ:

$$\cos \alpha = \frac{OL}{OF} = \frac{OA' - LA'}{OF} = \frac{OA' - FE'}{OF}$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على علاقة زاوية رفع التابع الدحرجي:

$$\cos \alpha = \frac{R - r}{d} \quad (23-6)$$

أما الزاوية ψ ، فإنها تحدد من المثلث $\triangle OBD$ ، حيث:

$$\tan \psi = \frac{BD}{OB} = \frac{AE}{OA + AB} = \frac{A'E'}{OA + AB} = \frac{FL}{OA + AB} = \frac{OF}{OA + AB} \sin \alpha$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على علاقة زاوية دوران الكامنة الموافقة لحركة التابع الدحرجي على الجانب المستقيم:

$$\tan \psi = \frac{d}{R + r_o} \sin \alpha \quad (24-6)$$

Flank Contact Motion

2. حركة التابع على جانب الكامة

يُلاحظ من (الشكل-6-26)، أن مركز الدحرج الذي يمثل نقطة الأثر من التابع الدحرجي، يتحرك خلال شوط الرفع على المسار BDK في أثناء دوران الكامة زاوية α . من الواضح أن ميزات حركة التابع خلال الجزء المستقيم BD من هذا المسار، تختلف عن تلك خلال القوس الدائري DK منه؛ لذا يجب دراسة كل من الحالتين على حدة، حيث تحدد زاوية الجانب ψ فترة حركة التابع الدحرجي على الجانب المستقيم AE؛ بينما تحدد الزاوية $(\alpha - \psi)$ فترة حركته على القوس الدائري EN.

تبدأ حركة التابع الدحرجي على جانب الكامة عندما يمس الدحرج الجانب المستقيم للكامة، من الموضع A حتى الموضع E خلال دوران الكامة زاوية:

$$0 \leq \theta \leq \psi$$

فإذا دارت الكامة زاوية θ من أخفض موضع لمركز الدحرج في الموضع B، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-6-26)، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع OB حتى الموضع OC، وتكون إزاحة التابع الدحرجي عندئذٍ، هي:

$$x_\theta = OC - OB$$

حيث ينتج من تحليل المثلث ΔOBC ، أن:

$$x_\theta = \frac{OB}{\cos \theta} - OB = OB \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) = (OA + AB) \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على معادلة إزاحة التابع الدحرجي:

$$x_\theta = (R + r_o) (\sec \theta - 1) \quad (25-6)$$

يُلاحظ من معادلة إزاحة التابع (25-6) أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow x_{(\theta=0)} = x_A = 0$$

$$\theta = \psi \Rightarrow x_{(\theta=\psi)} = x_E = (R + r_o) (\sec \psi - 1)$$

وهذا يدل على أن إزاحة التابع تتزايد من الصفر عند الموضع A حتى قيمة x_E عند الموضع E. وتحدد معادلة سرعة التابع الدحرجي V_θ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (25-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = (R + r_o) \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة سرعة التابع الدحرجي:

$$V_\theta = \omega (R + r_o) \sec \theta \cdot \tan \theta \quad (26-6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع (26-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow V_{(\theta=0)} = V_A = 0$$

$$\theta = \psi \Rightarrow V_{(\theta=\psi)} = V_E = \omega (R + r_o) \sec \psi \cdot \tan \psi = V_o$$

وهذا يدل على أن سرعة التابع الدحرجي عندما يمس الدحرج الجانب المستقيم للكامة AE ، تتزايد من الصفر عند الموضع A حتى قيمة عظمى قدرها V_o عند الموضع E .

أما معادلة تسارع التابع الدحرجي A_θ ، فتحدد من اشتقاق معادلة سرعة التابع (26-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \omega (R + r_o) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} \right) \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة تسارع التابع الدحرجي:

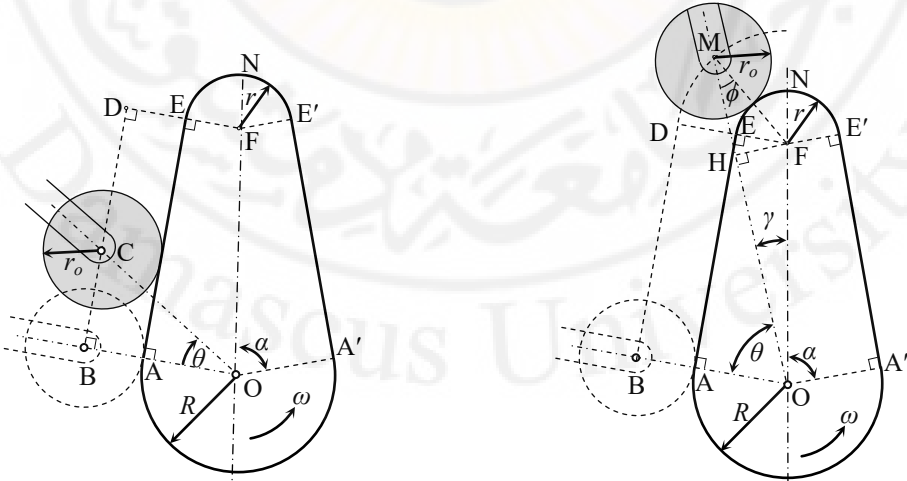
$$A_\theta = \omega^2 (R + r_o) (2 \sec^3 \theta - \sec \theta) \quad (27-6)$$

يُلاحظ من معادلة تسارع التابع (27-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow A_{(\theta=0)} = A_A = \omega^2 (R + r_o)$$

$$\theta = \psi \Rightarrow A_{(\theta=\psi)} = A_E = \omega^2 (R + r_o) (2 \sec^3 \psi - \sec \psi)$$

هذا يدل على أن تسارع التابع الدحرجي عندما يمس الدحرج الجانب المستقيم للكامة AE ، يزداد من قيمة صغرى عند الموضع A إلى قيمة عظمى عند الموضع E ؛ وبما أن سرعة التابع تزداد في هذه الفترة من شوط الرفع؛ أي إن حركة التابع متسارعة في هذه الفترة.



a- حركة التابع الدحرجي على جانب الكامة. b- حركة التابع الدحرجي على أنف الكامة.

(الشكل-26-6)، رسم تخطيطي لتوضيح حركة تابع دحرجي على كامة مماسية خلال شوط الرفع.

Nose Contact Motion

3. حركة التابع على أنف الكامنة

تبدأ حركة التابع الدحرجي على أنف الكامنة، عندما يمس الدحرج القوس الدائري EN من أنف الكامنة، من الموضع E حتى الموضع N في أثناء دوران الكامنة زاوية:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

فإذا دارت الكامنة زاوية θ من أخفض موضع لمركز الدحرج B ، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-6-26)، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع OB حتى الموضع OM ، وتكون إزاحة التابع الدحرجي عندئذٍ، هي:

$$x = OM - OB = OH + HM - (OA + AB)$$

حيث ينتج من تحليل المثلث ΔOMF أن:

$$x = OF \cdot \cos(\alpha - \theta) + FM \cdot \cos \phi - (OA + AB)$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة:

$$x = d \cdot \cos(\alpha - \theta) + (r + r_o) \cos \phi - (R + r_o)$$

وبما أن:

$$FH = OF \cdot \sin(\alpha - \theta) = FM \cdot \sin \phi$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة:

$$d \cdot \sin(\alpha - \theta) = (r + r_o) \sin \phi \Rightarrow \sin \phi = \frac{d}{r + r_o} \sin(\alpha - \theta)$$

فإذا وضعنا:

$$(\alpha - \theta) = \gamma, \quad \frac{r + r_o}{d} = n$$

حيث إن γ تمثل زاوية الدوران الموافقة لحركة التابع على أنف الكامنة، وهي زاوية متناقصة قيمتها العظمى ($\gamma_{\max} = \alpha - \psi$) عندما يمس الدحرج بداية الأنف ($\theta = \psi$) في الموضع E ، وقيمتها الصغرى ($\gamma_{\min} = \alpha - \alpha = 0$) عندما يمس الدحرج نهاية الأنف ($\theta = \alpha$) في الموضع N ، ومنه بالتعويض:

$$\sin \phi = \frac{1}{n} \sin \gamma$$

لكن:

$$\cos^2 \phi = 1 - \sin^2 \phi = 1 - \frac{\sin^2 \gamma}{n^2} = \frac{n^2 - \sin^2 \gamma}{n^2} \Rightarrow \cos \phi = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}$$

بالتعويض في معادلة إزاحة التابع x ، والإصلاح نحصل على معادلة إزاحة التابع الدحرجي:

$$x_\gamma = d (\cos \gamma + \sqrt{n^2 - \sin^2 \gamma}) - (R + r_o) \quad (28-6)$$

يُلاحظ من معادلة إزاحة التابع (28-6)، أنه عندما:

$$\theta = \psi \Rightarrow x_{(\gamma=\alpha-\psi)} = x_E = d [\cos(\alpha - \psi) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha - \psi)}] - (R - r_o)$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow x_{(\gamma=0)} = x_N = d + d \frac{r + r_o}{d} - R - r_o = d + r - R = S$$

هذا يدل على أن إزاحة التابع الدحرجي عندما يمس الدحرج القوس الدائري EN من أنف الكامنة، تتزايد من القيمة x_E عند الموضع E حتى قيمة عظمى قدرها الشوط S عند الموضع N .

وتحدد معادلة سرعة التابع الدخروجي V_γ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (28-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_\gamma = \frac{dx_\gamma}{dt} = d \left[-\sin \gamma - \frac{\sin 2\gamma}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2 \gamma)}} \right] \frac{d\gamma}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة سرعة التابع الدخروجي:

$$V_\gamma = \omega \cdot d \left[\sin \gamma + \frac{\sin 2\gamma}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2 \gamma)}} \right] \quad (29-6)$$

لأن:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}(\alpha - \theta) = \frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\theta}{dt} = -\omega$$

و $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامرة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع (29-6)، أنه عندما:

$$\theta = \psi \Rightarrow V_{(\gamma=\alpha-\psi)} = V_E = \omega \cdot d \left[\sin(\alpha - \psi) + \frac{\sin 2(\alpha - \psi)}{2\sqrt{(n^2 - \sin^2(\alpha - \psi))}} \right]$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow V_{(\gamma=0)} = V_N = 0$$

هذا يدل على أن سرعة التابع الدخروجي عندما يمس الدخروج القوس الدائري EN من أنف الكامرة، تتناقص في هذه الفترة من شوط الرفع، من قيمة عظمى عند الموضع E تساوي قيمة V_o - المحددة بالعلاقة (26-6) - إلى الصفر عند الموضع N.

أما معادلة تسارع التابع الدخروجي A_γ ، فإنها تنتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (29-6) بالنسبة للزمن، حيث نحصل على أن:

$$A_\gamma = \frac{dV_\gamma}{dt} = -\omega^2 \cdot d \left[\cos \gamma + \frac{\sin^4 \gamma + n^2 \cdot \cos 2\gamma}{(n^2 - \sin^2 \gamma)^{3/2}} \right] \quad (30-6)$$

يُلاحظ من معادلة تسارع التابع الدخروجي (30-6)، أنه عندما:

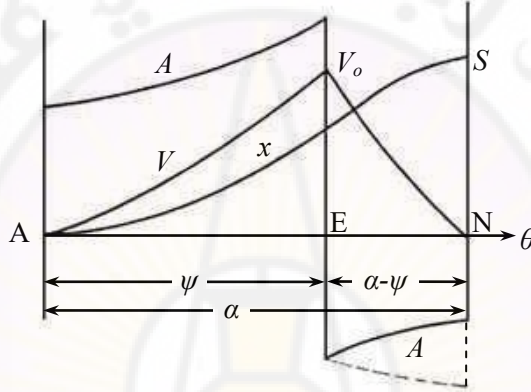
$$\theta = \psi \Rightarrow A_{(\gamma=\alpha-\psi)} = A_E = -\omega^2 \cdot d \left[\cos(\alpha - \psi) + \frac{\sin^4(\alpha - \psi) + n^2 \cdot \cos 2(\alpha - \psi)}{[n^2 - \sin^2(\alpha - \psi)]^{3/2}} \right]$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow A_{(\gamma=0)} = A_N = -\omega^2 \cdot d \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

بما أن سرعة التابع الدخروجي عندما يمس الدخروج القوس الدائري EN من أنف الكامرة تتناقص في هذه الفترة من شوط الرفع؛ أي إن حركة التابع متباطئة في هذه الفترة، حيث يمكن أن يحدث أعظم تباطؤ للتابع؛ وفقاً للمعادلة (30-6) عند الموضع E، أو الموضع N، بحسب القيم النسبية لكل من d ، n .

أما حركة التابع الدخروجي في أثناء شوط الخفض، فهي مماثلة لحركته خلال شوط الرفع، لكن بترتيب عكسي، حيث تبدأ الحركة من الموضع N على القوس الدائري NE'، ومن ثم على الجانب المستقيم E'A'. يبقى التابع متوقفاً عن الحركة في أثناء دوران الكامرة بزاوية سكون قدرها $(360^\circ - 2\alpha)$.

يمكن - استناداً إلى تحليل حركة التابع الدحرجي خلال شوط الرفع، الوارد في البندين 3 و 2 - تمثيل مخططات الإزاحة، والسرعة، والتسارع له في الفترة من الموضع A إلى الموضع N ، كما هو مبين في (الشكل-6-27)، حيث تكون السرعة عظمى عند الموضع E ($\theta = \psi$)؛ ويحدث أعظم تسارع عند بدء الحركة على الأنف عند الموضع E ($\theta = \psi$)، ويحدث أعظم تباطؤ إما عند بدء الحركة على الأنف عند الموضع E ($\theta = \psi$)، أو عند نهاية شوط الرفع عند الموضع N ($\theta = \pi$)، حيث يشير المنحني المتقطع في مخطط التسارع من الموضع E إلى الموضع N ، إلى المنحني البديل الذي يمكن أن ينتج لتباطؤ التابع الدحرجي؛ تبعاً لقيم d, n .



(الشكل-6-27)، مخططات إزاحة وسرعة التابع الدحرجي وتسارعه في أثناء شوط الرفع على كامة مماسية.

أما مخططات حركة التابع الدحرجي في أثناء شوط الخفض من الموضع N إلى الموضع A' ، فإنها متناظرة مع مخططات (الشكل-6-27) حول المحور الشاقولي المار من الموضع N . إن التحليل السابق يبقى صحيحاً في حالة تابع كروي، بعد الاستعاضة عن نصف قطر الدحرج، بنصف قطر الكرة المشكلة منها نهاية التابع الكروي. أما في حالة تابع دحرجي مجنب، أو تأرجحي، فإنه يمكن دراسة الحركة وفق الأسس نفسها، لكن مع إجراء التعديلات اللازمة؛ تبعاً لقيمة الحيد، وجهته في التابع الأول، وتبعاً لذراع التأرجح في التابع الثاني.

يُلحَظ من وضع الدحرج في الجزء b من (الشكل-6-26)، أن حركته تكافئ حركة المكبس في تركيب آلية المنزلقة والمرفق التي سبقت الإشارة إليها في الفصول السابقة، حيث يمثل البعد الثابت ($OF = d$) مرفقاً يدور حول O بسرعة زاوية ثابتة ω ؛ بينما يمثل البعد FM ذراع التوصيل؛ نظراً لأن طوله يبقى ثابتاً في أثناء الحركة على أنف الكامة؛ إذ يساوي $(r + r_o)$. أما محور التابع، فإنه يمثل خط الشوط OM الذي تتحرك عليه المنزلقة. يساعد مفهوم التكافؤ هذا في دراسة حركة التابع على أنف الكامة تخطيطياً؛ بخاصة أن المعادلات التحليلية السابقة معقدة نسبياً. يتم ذلك بإحدى الطرائق التي ذكرت آنفاً في الفصل الثالث.

Circular-Arc Cam

2-11-6- كامه مكونة من أقواس دائرية

تتكون جانبية الكامه في هذه الحالة من أقواس دائرية متماسة فيما بينها، بحيث تكون جانبيتها محدبة كلياً، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من مركز الدوران O ، وعمودي على مستوى الحركة؛ لذا يمكن استعمال أي نوع من التوابع التي سبق ذكرها؛ إلا أن الأكثر شيوعاً هو استعمال تابع مسطح.

1. المتغيرات الرئيسية لتركيبه كامه مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري

يفضل قبل البدء بدراسة حركة التابع على كل من الجانب، والأنف في أثناء شوط الرفع إيجاد العلاقات الهندسية بين الأبعاد والزوايا المختلفة التي تحدد جانبية كامه مكونة من أقواس دائرية؛ مع تابع مسطح ترددي قطري.

يبين (الشكل-6-28) تخطيطاً لتركيبه كامه مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري، حيث مركز القوس الدائري AE هو P ، ونصف قطره $(AP = \rho)$ ، ومن الواضح أن الزاوية $(APE = \psi)$ تمثل الزاوية التي يدورها محور التابع؛ بدءاً من نقطة التماس في الموضع A ، حتى يصبح التماس عند النهاية في الموضع E لقوس الجانب الدائري، والمتغيرات الرئيسية التي تحدد أداء التابع المسطح، تكون:

R يمثل نصف قطر الدائرة الأساسية التي مركزها محور الدوران O .

r يمثل نصف قطر دائرة الأنف التي مركزها F .

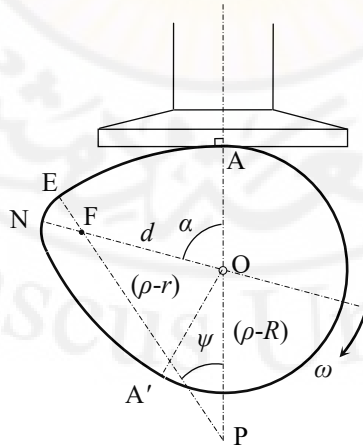
d يمثل البعد بين مركزي الدائرة الأساسية، ودائرة الأنف OF .

ρ يمثل نصف قطر دائرة الجانب.

S يمثل شوط التابع؛ أي شوط الرفع، أو شوط الخفض.

α تمثل زاوية رفع التابع، أو الخفض، وهي تساوي نصف زاوية عمل الكامه 2α .

ψ تمثل زاوية دوران الكامه الموافقة لحركة التابع على جانب الدائري للكامه AE .



رسم تخطيطي لتوضيح متغيرات تركيبه كامه مكونة من أقواس دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري.

(الشكل-6-28)

أما العلاقات الهندسية التي تربط فيما بينهم، فمن (الشكل-6-28) نلاحظ أنه:
يمكن تعيين شوط التابع المسطح S ، حيث:

$$S = ON - OA = OF + FN - OA$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على علاقة شوط التابع:

$$S = d + r - R$$

ويمكن من تحليل المثلث ΔOFP نفسه تعيين نصف قطر دائرة الجانب ρ ، حيث:

$$PF^2 = OP^2 + OF^2 - 2OP \cdot OF \cdot \cos(180 - \alpha)$$

بالتعويض من أطوال أضلاع المثلث؛ بدلالة المتغيرات الرئيسة ρ, R, r, d ؛ نحصل على:

$$(\rho - r)^2 = (\rho - R)^2 + d^2 - 2d(\rho - R)(-\cos \alpha)$$

$$\rho^2 - 2\rho \cdot r + r^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot R + R^2 + d^2 + 2d \cdot \rho \cdot \cos \alpha - 2R \cdot d \cdot \cos \alpha$$

وبإصلاح العلاقة، ينتج:

$$2\rho(-r + R - d \cdot \cos \alpha) = -r^2 + R^2 + d^2 - 2R \cdot d \cdot \cos \alpha$$

ومنه، نحصل على علاقة نصف قطر دائرة الجانب:

$$\rho = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R \cdot d \cdot \cos \alpha}{2(R - r - d \cdot \cos \alpha)} \quad (31-6)$$

كما يمكن من المثلث ΔOFP تعيين قيمة زاوية دوران الكامنة ψ الموافقة لحركة

التابع المسطح على الجانب الدائري للكامنة AE ، حيث:

$$\frac{OF}{\sin \psi} = \frac{PF}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{PF}{\sin \alpha}$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة:

$$\frac{d}{\sin \psi} = \frac{\rho - r}{\sin \alpha}$$

نحصل على علاقة زاوية دوران الكامنة الموافقة لحركة التابع المسطح على الجانب:

$$\sin \psi = \frac{d}{\rho - r} \sin \alpha \quad (32-6)$$

Flank Contact Motion

2. حركة التابع على جانب الكامة

تبدأ حركة التابع المسطح على جانب الكامة، عندما يمس التابع جانب الكامة، من الموضع A حتى الموضع E في أثناء دوران الكامة زاوية:

$$0 \leq \theta \leq \psi$$

فإذا دارت الكامة زاوية θ من أخفض موضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض موضع A ، بحيث يصبح سطحه مماسياً للكامة عند الموضع D ، ومحور التابع عند الموضع OC ، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-6-29)، وتكون إزاحة التابع المسطح عندئذٍ، هي:

$$x_\theta = OC - OA = DH - OA = PD - PH - OA$$

إذ إن الخط OC يوازي الخط PD ؛ لأن كلاً منهما عمودي على سطح التابع؛ من ثم:

$$x_\theta = (PD - OA) - OP \cdot \cos \theta = (PD - OA) - (PA - OA) \cos \theta$$

منه بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على معادلة إزاحة التابع المسطح:

$$x_\theta = (\rho - R) (1 - \cos \theta) \quad (33-6)$$

يُلاحظ من معادلة إزاحة التابع (33-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow x_{(\theta=0)} = x_A = 0$$

$$\theta = \psi \Rightarrow x_{(\theta=\psi)} = x_E = (\rho - R) (1 - \cos \psi)$$

هذا يدل على أن إزاحة التابع عندما يمس التابع المسطح جانب الكامة AE ، تتزايد من الصفر عند الموضع A حتى قيمة قدرها x_E عند الموضع E .

وتحدد معادلة سرعة التابع المسطح V_θ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (33-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = (\rho - R) [-(-\sin \theta)] \frac{d\theta}{dt}$$

منه، معادلة سرعة التابع المسطح:

$$V_\theta = \omega (\rho - R) \sin \theta \quad (34-6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع (34-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow V_{(\theta=0)} = V_A = 0$$

$$\theta = \psi \Rightarrow V_{(\theta=\psi)} = V_E = \omega (\rho - R) \sin \psi = V_o$$

هذا يدل على أن سرعة التابع عندما يمس التابع المسطح جانب الكامة AE ، تتزايد من الصفر عند الموضع A حتى قيمة عظمى قدرها V_o عند الموضع E .

أما معادلة تسارع التابع المسطح A_θ ، فإنها تحدد من اشتقاق معادلة سرعة التابع (34-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \omega (\rho - R) \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة تسارع التابع المسطح:

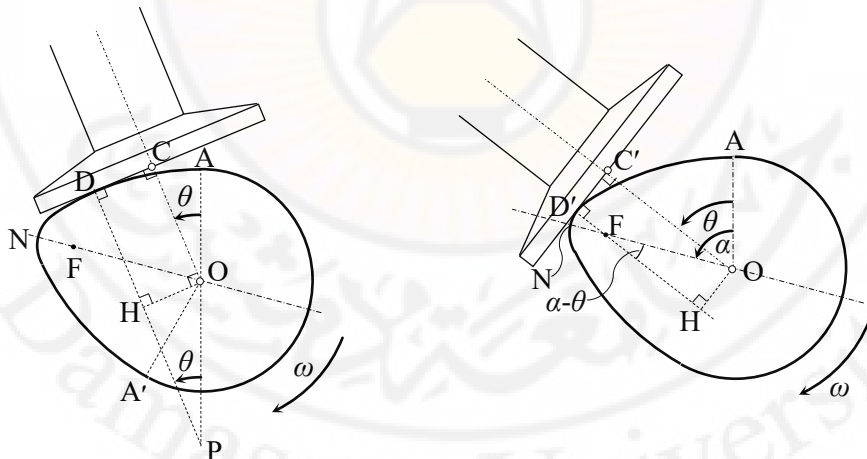
$$A_\theta = \omega^2 (\rho - R) \cos \theta \quad (35-6)$$

يُلاحظ من معادلة تسارع التابع (35-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow A_{(\theta=0)} = A_A = \omega^2 (\rho - R) = A_o$$

$$\theta = \psi \Rightarrow A_{(\theta=\psi)} = A_E = \omega^2 (\rho - R) \cos \psi$$

هذا يدل على أن تسارع التابع عندما يمس التابع المسطح جانب الكامة AE ، يتناقص من قيمة عظمى قدرها A_o عند الموضع A إلى قيمة صغرى عند الموضع E ، وبما أن سرعة التابع تزداد في هذه الفترة من شوط رفع التابع؛ فإن حركة التابع متسارعة في هذه الفترة.



b- حركة التابع المسطح على أنف الكامة. a- حركة التابع المسطح على جانب الكامة.

رسوم تخطيطية لتوضيح حركة تابع مسطح ترددي قطري على كامة مكونة من أقواس دائرية خلال شوط الرفع.

(الشكل-6-29)

Nose Contact Motion

3. حركة التابع على أنف الكامة

تبدأ حركة التابع المسطح على أنف الكامة، عندما يمس التابع أنف الكامة، من الموضع E حتى الموضع N في أثناء دوران الكامة زاوية:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

فإذا دارت الكامة زاوية θ من أخفض موضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض موضع A ، بحيث يصبح سطحه مماسياً للكامة عند الموضع D' ، ومحور التابع عند الموضع OC' ، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-6-29)، وتكون إزاحة التابع المسطح عندئذٍ، هي:

$$x_\theta = OC' - OA = HD' - OA = HF + FD' - OA$$

لكن يتضح من الشكل أن:

$$x_\theta = OF \cdot \cos(\alpha - \theta) + FD' - OA$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على معادلة إزاحة التابع المسطح:

$$x_\theta = d \cdot \cos(\alpha - \theta) + r - R \quad (36-6)$$

يُلاحظ من معادلة إزاحة التابع (36-6)، أنه عندما:

$$\theta = \psi \Rightarrow x_{(\theta=\psi)} = x_E = d \cdot \cos(\alpha - \psi) + r - R$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow x_{(\theta=\alpha)} = x_N = d + r - R = S$$

هذا يدل على أن إزاحة التابع عندما يمس التابع المسطح أنف الكامة EN ، تتزايد من القيمة x_E عند الموضع E حتى قيمة عظمى قدرها الشوط S عند الموضع N .

وتحدد معادلة سرعة التابع المسطح V_θ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (37-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = d [-\sin(\alpha - \theta)] \frac{d}{dt}(\alpha - \theta) = -d \cdot \sin(\alpha - \theta) \left(-\frac{d\theta}{dt}\right)$$

منه معادلة سرعة التابع المسطح:

$$V_\theta = \omega \cdot d \cdot \sin(\alpha - \theta) \quad (37-6)$$

لأن:

$$\frac{d}{dt}(\alpha - \theta) = \frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} = -\omega$$

و($\omega = d\theta/dt$) تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع (37-6)، أنه عندما:

$$\theta = \psi \Rightarrow V_{(\theta=\psi)} = V_E = \omega.d.\sin(\alpha - \psi) = V_o$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow V_{(\theta=\alpha)} = V_N = 0$$

هذا يدل على أن سرعة التابع عندما يمس التابع المسطح أنف الكامة EN ، تتناقص في هذه الفترة من شوط الرفع، من قيمة عظمى عند الموضع E تساوي قيمة V_o - المحددة بالعلاقة (34-6) - إلى الصفر عند الموضع N .

أما معادلة تسارع التابع المسطح A_θ ، فإنها تحدد من اشتقاق معادلة سرعة التابع (37-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \omega.d.\cos(\alpha - \theta) \frac{d}{dt}(\alpha - \theta)$$

منه، نحصل على معادلة تسارع التابع المسطح:

$$A_\theta = -\omega^2.d.\cos(\alpha - \theta) \quad (38-6)$$

علماً أن:

$$\frac{d}{dt}(\alpha - \theta) = \frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\theta}{dt} = -\omega$$

يُلاحظ من معادلة تسارع التابع (38-6)، أنه عندما:

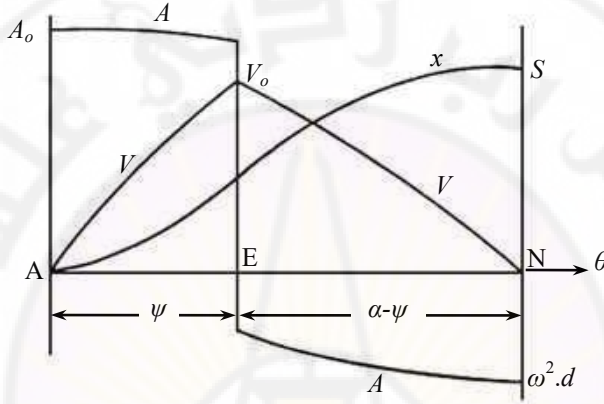
$$\theta = \psi \Rightarrow A_{(\theta=\psi)} = A_E = -\omega^2.d.\cos(\alpha - \psi)$$

$$\theta = \alpha \Rightarrow A_{(\theta=\alpha)} = A_N = -\omega^2.d$$

بما أن سرعة التابع تتناقص في هذه الفترة من شوط الرفع؛ أي إن حركة التابع متباطئة في أثنائها، وهذا ما يتضح من الإشارة السالبة في المعادلة (38-6)، ويزداد هذا التباطؤ في هذه الفترة من شوط الرفع، من القيمة A_E عندما تبدأ حركة التابع على الأنف من الموضع E حتى أعظم تباطؤ عند نهاية شوط الرفع في الموضع N ، وقيمتها العددية تساوي $\omega^2.d$.

أما حركة التابع المسطح في أثناء شوط الخفض، فهي مماثلة لحركته في أثناء شوط الرفع، لكن بترتيب عكسي، حيث تبدأ الحركة من الموضع N على القوس الدائري NE' ، ومن ثم على القوس الدائري E'A' . يبقى التابع متوقفاً عن الحركة خلال دوران الكامة بزاوية سكون قدرها $(360^\circ - 2\alpha)$.

يمكن - استناداً إلى تحليل حركة التابع المسطح خلال شوط الرفع، الوارد في البندين 2 و 3 - تمثيل مخططات الإزاحة، والسرعة، والتسارع له في الفترة من الموضع A إلى الموضع N ، كما هو مبين في (الشكل-6-30)، حيث تكون السرعة عظمى عند الموضع E ($\theta = \psi$)؛ بينما يحدث أعظم تسارع عند بدء الحركة عند الموضع A ($\theta = 0$)، ويحدث أعظم تباطؤ عند نهاية شوط الرفع عند الموضع N ($\theta = \pi$).



(الشكل-6-30)، مخططات إزاحة وسرعة التابع المسطح وتسارعه في أثناء شوط الرفع.

أما مخططات حركة التابع المسطح في أثناء شوط الخفض من الموضع N إلى الموضع A' ، فإنها متناظرة مع مخططات (الشكل-6-39) حول المحور الشاقولي المار من الموضع N . من الواضح أنه يمكن تحليل حركة تابع من نوع آخر؛ وفقاً للأسس نفسها التي اعتمدت في التحليل السابق؛ مع إجراء التعديلات اللازمة لكل حالة.

كما أن كامة مماسية من النوع المبين تخطيطياً في (الشكل-6-34)، وكامة مكونة من أقواس دائرية من النوع المبين تخطيطياً في (الشكل-6-37)، لا تعطيان فترة سكون في نهاية شوط الرفع؛ إلا أنه يمكن تحقيق مثل هذه الفترة بتعديل أنف الكامة؛ ليحوي في جزء منه قوساً دائرياً مركزه O ، ويحدد طوله بحسب زاوية السكون المراد تحقيقها بين شوطي الرفع، والخفض.

Eccentric Circular Cam

3-11-6- كامة دائرية

تسمى هذه الكامة أحياناً كامة لا مركزية؛ بسبب وجود الاختلاف المركزي d بين مركز دائرة جانبية الكامة F نصف قطرها R ، ومركز عمود الدوران O ، وبما أن جانبيتها محدبة كلياً، ومتناظرة حول مستوي تناظر مار من المركز O ، وعمودي على مستوى الحركة؛ لذا يمكن استعمال أي نوع من التوابع التي سبق ذكرها، إلا أن الأكثر شيوعاً هو استعمال تابع مسطح، أو تابع دحرجي.

1. كامة دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري

Circular Cam with Flat-Faced Follower

يبين الجزء a من (الشكل-6-31) تخطيطاً لتركيبية كامة دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري، حيث يلاحظ أن حركة التابع في أثناء شوط الرفع، تبدأ من الموضع A إلى الموضع N على القوس الدائري NA، ويتم في أثناء دوران الكاماة زاوية $(\theta = \pi)$.

كما يبين الجزء a من (الشكل-6-31) أن المتغيرات الرئيسة التي تحدد أداء التابع هي:

R يمثل نصف قطر الكاماة الدائرية التي مركزها F .

d يمثل البعد بين مركزي محور دوران الكاماة O ، ودائرة الكاماة F .

S يمثل شوط التابع؛ أي شوط الرفع، أو شوط الخفض.

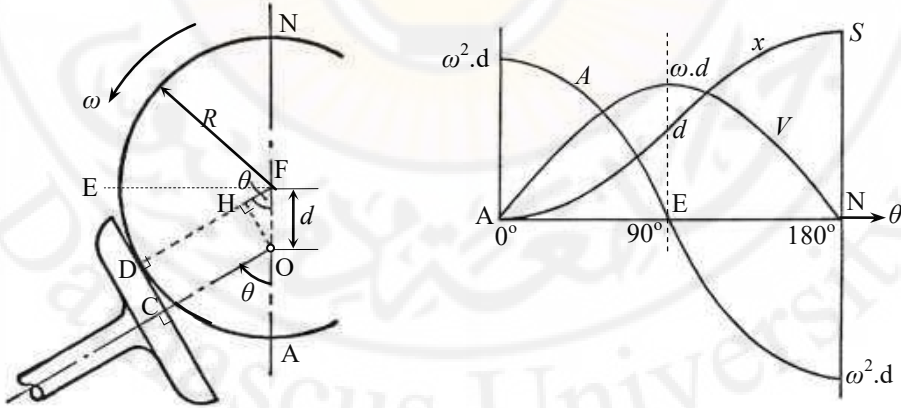
أما العلاقات الهندسية التي تربط فيما بينهم، فمن الجزء a من (الشكل-6-40)، نلاحظ أن شوط التابع S هو:

$$S = ON - OA = (OF + FN) - (AF - OF) = 2OF$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على علاقة شوط التابع:

$$S = 2d \quad (39-6)$$

هذا يدل على أن شوط التابع المسطح لا علاقة له بـ $(R = AF)$ نصف قطر دائرة جانبية الكاماة.



b- مخططات إزاحة التابع وسرعته وتسارعه خلال شوط الرفع. a- حركة تابع مسطح على جانب كامة دائرية.

رسم تخطيطي لحركة تابع مسطح ترددي قطري على جانب كامة دائرية ومخططات حركته.

(الشكل-6-31)

تبدأ حركة التابع بشوط الرفع، عندما يمس التابع المسطح سطح دائرة الجانب من الموضع A حتى الموضع N في أثناء دوران الكامنة زاوية:

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

فإذا دارت الكامنة زاوية θ من أخفض موضع A ، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع من أخفض موضع A بحيث يصبح سطحه مماساً للكامنة عند الموضع D ، ومحور التابع عند الموضع OC ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-6-31)، وتكون إزاحة التابع عندئذٍ، هي:

$$x_\theta = OC - OA = DH - OA = (DF - HF) - (AF - OF)$$

$$= DF - OF \cdot \cos\theta - AF + OF = OF(1 - \cos\theta)$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية؛ نحصل على معادلة إزاحة التابع المسطح:

$$x_\theta = d(1 - \cos\theta) \quad (40-6)$$

ويُلاحظ من معادلة إزاحة التابع (40-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow x_{(\theta=0)} = x_A = 0$$

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow x_{(\theta=\pi/2)} = x_E = d$$

$$\theta = \pi \Rightarrow x_{(\theta=\pi)} = x_N = 2d = S$$

هذا يدل على أن إزاحة التابع عندما يمس التابع المسطح سطح دائرة الجانب، تزداد في النصف الأول من فترة شوط الرفع من الصفر عند الموضع A حتى قيمة قدرها نصف الشوط d عند الموضع E ، وتزداد إزاحة التابع خلال النصف الثاني من فترة شوط الرفع، من القيمة d عند الموضع E حتى قيمة عظمى قدرها الشوط $2d$ عند الموضع N .

تحدد معادلة سرعة التابع المسطح V_θ من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (40-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_\theta = \frac{dx_\theta}{dt} = d[-(-\sin\theta)] \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة سرعة التابع المسطح:

$$V_\theta = \omega \cdot d \cdot \sin\theta \quad (41-6)$$

حيث $(\omega = d\theta/dt)$ تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامنة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع (41-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow V_{(\theta=0)} = V_A = 0$$

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow V_{(\theta=\pi/2)} = V_E = \omega \cdot d = V_o$$

$$\theta = \pi \Rightarrow V_{(\theta=\pi)} = V_N = 0$$

هذا يدل على أن سرعة التابع عندما يمس التابع المسطح سطح دائرة الجانب، تزداد في النصف الأول من فترة شوط الرفع من الصفر عند الموضع A حتى قيمة عظمى V_o عند الموضع E ، ثم تتناقص سرعة التابع في النصف الثاني من فترة شوط الرفع، من القيمة العظمى V_o حتى تنعدم عند الموضع N .

أما معادلة تسارع التابع المسطح A_θ ، فإنها تنتج من اشتقاق معادلة سرعة التابع (41-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt} = \omega \cdot d \cdot \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة تسارع التابع المسطح:

$$A_\theta = \omega^2 \cdot d \cdot \cos \theta \quad (42-6)$$

ويُلاحظ من معادلة تسارع التابع (42-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow A_{(\theta=0)} = A_A = \omega^2 \cdot d = A_o$$

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow A_{(\theta=\pi/2)} = A_E = 0$$

$$\theta = \pi \Rightarrow A_{(\theta=\pi)} = A_N = -\omega^2 \cdot d = -A_o$$

هذا يدل على أن تسارع التابع عندما يمس التابع المسطح سطح دائرة الجانب، يتناقص في نصف فترة شوط رفع التابع من قيمة عظمى قدرها A_o عند الموضع A حتى ينعدم عند الموضع E ، ويتباطأ في النصف الثاني من فترة شوط الرفع من الصفر عند الموضع E حتى قيمة عظمى قدرها $-A_o$ عند الموضع N .

يُلاحظ أن المعادلات (40-6) ، (41-6) ، (42-6) هي لحركة توافقية بسيطة من دون وجود فترات سكون من دورة كاملة للكامة.

أما حركة التابع في شوط الخفض، فهي مماثلة لحركته في شوط الرفع لكن بترتيب عكسي، حيث تبدأ الحركة من الموضع N على القوس الدائري NA ، وأن معادلة حركة تابع مسطح في هذه الحالة هي واحدة لأجزاء جانبية الكامة المتناظرة كلها حول المحور AN .

يمكن - استناداً إلى تحليل حركة التابع المسطح خلال شوط الرفع- تمثيل مخططات الإزاحة، والسرعة، والتسارع له في نصف دورة من الموضع A إلى الموضع N ، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-31)، حيث تكون السرعة عظمى عند الموضع E ($\theta = 90^\circ$)؛ بينما يحدث أعظم تسارع عند بدء الحركة عند الموضع A ($\theta = 0$)، ويحدث أعظم تباطؤ عند نهاية شوط الرفع عند الموضع N ($\theta = \pi$).

وأما مخططات حركة التابع في شوط الخفض، فتكون متناظرة معها حول المحور الشاقولي المار من الموضع N .

2. كامة دائرية مع تابع دحروجي ترددي قطري

Circular Cam with Roller Follower

يبين الجزء a من (الشكل-6-32) تخطيطاً للتركيبية كامة دائرية مع تابع دحروجي ترددي قطري، حيث يُلاحظ أن حركة التابع الدحروجي في شوط الرفع تبدأ من الموضع A إلى الموضع N على القوس الدائري AN ، ويتم في أثناء دوران الكامة زاوية $(\theta = \pi)$.

كما يبين الجزء a من (الشكل-6-32) أن المتغيرات الرئيسية التي تحدد أداء التابع هي: R يمثل نصف قطر الكامة الدائرية التي مركزها F .

r_o يمثل نصف قطر الدحروج.

d يمثل البعد بين مركزي محور دوران الكامة O ، ودائرة الكامة F .

S يمثل شوط التابع الدحروجي؛ أي شوط الرفع، أو شوط الخفض.

أما العلاقات الهندسية التي تربط فيما بينهم، فمن الجزء a من (الشكل-6-32) نلاحظ أن شوط التابع S يحدد بـ:

$$S = OK - OB = OF + FN + NK - (OA + AB) = OF + FN + NK - (AF - OF) - AB$$

منه بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية:

$$S = d + R + r_o - R + d - r_o$$

ومنه علاقة شوط التابع الدحروجي:

$$S = 2d$$

وهذا يدل على أن شوط التابع الدحروجي لا علاقة له بـ $(R = AF)$ نصف قطر دائرة جانبية الكامة، وبـ r_o نصف قطر الدحروج.

تبدأ حركة التابع الدحروجي على جانب الكامة عندما يمس الدحروج الكامة من الموضع A حتى الموضع N في أثناء دوران الكامة زاوية:

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

فإذا دارت الكامة زاوية θ من أخفض موضع لمركز الدحروج B ، كما هو مبين في الجزء a من (الشكل-6-41)، فإن هذا يكافئ دوران محور التابع OB حتى الموضع OC ، وتكون إزاحة التابع الدحروجي عندئذٍ هي:

$$x_\theta = OC - OB = HC - OH - OB = FC \cdot \cos \beta - OF \cdot \cos \theta - OB$$

حيث من الشكل لدينا:

$$FC = FB \quad , \quad OB = OA + AB = AF - OF + AB$$

منه؛ بالتعويض بالمتغيرات الرئيسية في معادلة إزاحة التابع الدحرجي:

$$x_{\theta} = (R + r_o) \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta} - d \cdot \cos \theta - (R + r_o - d)$$

$$x_{\theta} = d \cdot n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta} - d \cdot \cos \theta - (R + r_o - d)$$

نحصل على معادلة إزاحة التابع الدحرجي:

$$x_{\theta} = d[\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \cos \theta] - (R + r_o - d) \quad (43-6)$$

يُلاحظ من معادلة إزاحة التابع الدحرجي (43-6) أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow x_{(\theta=0)} = x_A = 0$$

$$\theta = 180^\circ \Rightarrow x_{(\theta=180^\circ)} = x_N = d(n+1) - R - r_o + d = d + R + r_o + d - R - r_o = 2d = S$$

هذا يدل على أن إزاحة التابع في أثناء شوط الرفع عندما يمس التابع الدحرجي سطح دائرة الجانب، تزداد من الصفر عند الوضع A ($\theta = 0$) إلى قيمة عظمى تساوي إلى طول الشوط ($S = 2d$) عند الوضع N ($\theta = 180^\circ$).

تحدد معادلة سرعة التابع الدحرجي V_{θ} من اشتقاق معادلة إزاحة التابع (43-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج أن:

$$V_{\theta} = \frac{dx_{\theta}}{dt} = d \left(\sin \theta - \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta}{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right) \frac{d\theta}{dt}$$

منه، نحصل على معادلة سرعة التابع الدحرجي:

$$V_{\theta} = \omega \cdot d \left(\sin \theta - \frac{\sin 2\theta}{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right) \quad (44-6)$$

حيث ($\omega = d\theta/dt$) تمثل السرعة الزاوية الثابتة للكامرة.

يُلاحظ من معادلة سرعة التابع الدحرجي (44-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow V_{(\theta=0)} = V_A = 0$$

$$\theta = \pi \Rightarrow V_{(\theta=\pi)} = V_N = 0$$

هذا يدل على أن سرعة التابع عندما يمس التابع الدحرجي سطح دائرة الجانب، تزداد في فترة في شوط الرفع من الصفر عند الوضع A ($\theta = 0$)، حتى قيمة عظمى قدرها V_o ، ثم تتناقص في فترة في شوط الرفع من القيمة العظمى V_o حتى تنعدم عند الوضع N ($\theta = 180^\circ$).

أما معادلة تسارع التابع الدخروجي A_θ ، فإنها تحدد من اشتقاق معادلة سرعة التابع (44-6) بالنسبة للزمن، حيث ينتج من:

$$A_\theta = \frac{dV_\theta}{dt}$$

على معادلة تسارع التابع الدخروجي الآتية:

$$A_\theta = \omega^2 \cdot d \left(\cos \theta - \frac{\sin^4 \theta + n^2 \cdot \cos 2\theta}{(n^2 - \sin^2 \theta)^{3/2}} \right) \quad (45-6)$$

يُلاحظ من معادلة تسارع التابع الدخروجي (45-6)، أنه عندما:

$$\theta = 0 \Rightarrow A_{(\theta=0)} = A_A = \omega^2 \cdot d (n-1)/n$$

$$\theta = \pi \Rightarrow A_{(\theta=\pi)} = A_B = -\omega^2 \cdot d (n+1)/n$$

هذا يدل على أن تسارع التابع الدخروجي عندما يمس التابع الدخروجي سطح دائرة الجانب، يبلغ قيمته العظمى في أثناء الحركة المتسارعة من شوط الرفع، ومن ثم ينعدم عندما تبلغ سرعة التابع قيمتها العظمى. أما التباطؤ الأعظمي للتابع، فيحدث عامة عند نهاية شوط الرفع ($\theta = 180^\circ$)، حيث تنعدم السرعة.

يُلاحظ أن المعادلات (43-6) (44-6) (45-6) صحيحة في أثناء دورة كاملة للكامة، ويحدث كل من شوطي الرفع والخفض في أثناء دوران الكامة زاوية 180° . كما يُلاحظ أنها تتغير بحسب قيم المتغيرات d و n ؛ خلافاً للتابع المسطح الترددي القطري مع الكامة الدائرية، حيث كان المتغير الوحيد هو الاختلاف المركزي؛ ومن ثم لا يمكن إعطاء شكل عام لمخططاتها.

أما حركة التابع الدخروجي في أثناء شوط الخفض، فهي مماثلة لحركته في أثناء شوط الرفع، لكن بترتيب عكسي، حيث تبدأ الحركة من الموضع N على القوس الدائري NA .

يمكن - استناداً إلى تحليل حركة التابع الدخروجي في أثناء شوط الرفع - تمثيل مخططات الإزاحة، والسرعة، والتسارع له خلال نصف دورة من الوضع A ($\theta = 0$) إلى الوضع N ($\theta = \pi$)، كما هو مبين في الجزء b من (الشكل-6-32)، حيث تكون السرعة عظمى للتابع عند زاوية دوران؛ بينما يكون التسارع الأعظمي له عند زاوية أخرى، ويحدث أعظم تباطؤاً للتابع عند نهاية شوط الرفع عند الموضع N .

وأما مخططات حركة التابع في أثناء شوط الخفض، فستكون متناظرة مع مخططات حركة التابع في أثناء شوط الرفع حول المحور الشاقولي المار من الموضع N .

• تطبيق عددي

يبين الجزء b من (الشكل-6-32)، مخططات تغير كل من إزاحة التابع الدحرجي، وسرعته، وتسارعه في أثناء شوط الرفع من الموضع A إلى الموضع N ، من أجل القيم المحدودة للمتغيرات الآتية:

$$d = 25 \text{ mm} , \quad R = 38 \text{ mm} , \quad r_o = 22 \text{ mm}$$

يمكن إيجاد الزاوية التي تحدث عندها السرعة العظمى، إما بطريقة رياضية تتم باشتقاق معادلة سرعة التابع الدحرجي؛ بدلالة الزاوية θ ، وجعلها مساوية الصفر، ومن ثم حل المعادلة الناتجة تحليلياً، وإما بالطرائق العددية لإيجاد هذه الزاوية.

باستعمال الطريقة الأولى، أوجدت الزاوية ($\theta = 109.8^\circ$)، التي تحدث عندها السرعة العظمى للتابع؛ وفق المخططات الموضحة في الجزء b من (الشكل-6-32)؛ ومن ثم تحدث الحركة المتسارعة للتابع الدحرجي في المجال ($0 \leq \theta \leq 109.8^\circ$)، والحركة المتباطئة في المجال ($109.8^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$). أما التباطؤ الأعظمي للتابع، فيحدث عامة عند نهاية شوط الرفع ($\theta = 180^\circ$)، حيث تنعدم السرعة.

يُلاحظ أن الكامات الدائرية سهلة الصنع، ويمكن إنتاجها بدقة عالية، إلا أنها ذات تطبيقات محدودة نسبياً؛ بسبب عدم إمكان تحقيق فترات سكون؛ وهذا يحد من وسائل تعديل حركة التابع بما يلائم أداء معيناً.

Special Applications Cams

12-6- كامات ذات تطبيقات خاصة

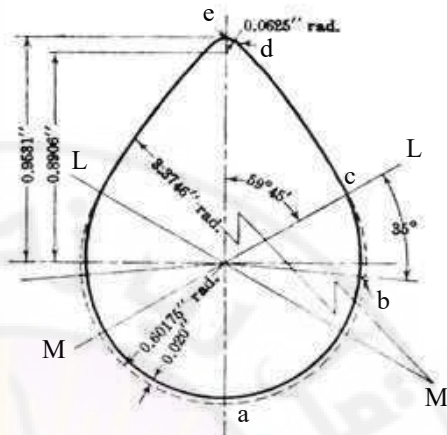
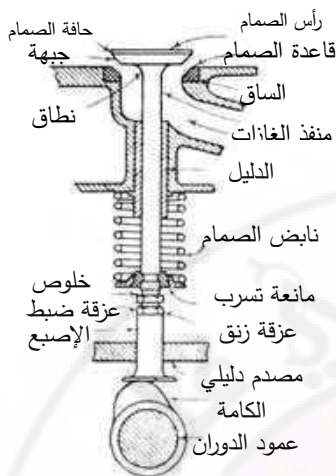
من الجدير بالاهتمام إعطاء لمحة عن ميزات بعض الكامات المستعملة بصورة عامة قبل البدء بتحليلها، وتركيبها. يلزم عملياً على المصمم أن يكون على دراية بمختلف أشكال الكامات المستعملة عموماً، وكذلك التوابع المتاحة للاستعمال. عندها يمكن للمصمم القيام بتجميع بعضها؛ للحصول على أفضل النتائج، ويُحصل على هذه المعرفة لمختلف أنواع تركيبات الكامات المستعملة من خلال الاطلاع على كتب تصميم الآلات، وتركيبات الكامات. سندرس فيما يأتي أهم هذه الكامات.

Automobile-Engine Valve Cam

1. كامات صمام محرك سيارة

هذه الفقرة مصدرها مرجع بريطاني، لهذا السبب تم الحفاظ على الوحدات البريطانية، بالنسبة للأبعاد، والمسافات بين أقسام جانبية الكامات.

يبين الجزء a من (الشكل-6-33)، تخطيطاً لتركيبية كامات وصمام لمحرك سيارة، ومدون على الشكل أسماء القطع الرئيسية، كما يبين الجزء b من الشكل، كامات صمام الإدخال، والتصريف لمحرك سيارة نموذج جيب، حيث إن هذه جميع الكامات مكونة من أقواس دائرية، وهي مصممة لكي تعمل مع تابع مسطح ترددي قطري.



-a تركيبة كامه وصمام لمحرك سيارة.

-b كامه صمام الإدخال والتصريف لمحرك سيارة.

(الشكل-6-33) رسم تخطيطي لتركيبه كامه وصمام لمحرك سيارة.

الكامه متناظرة حول خط المركز العمودي ea ، وكل نصف من جانبيه الكامه يتألف من أربعة أقسام، وينفذ كل قسم عندما يكون التماس بين الكامه والتابع واقعاً فيه؛ بوظيفة معينة من حركة الصمام كالآتي:

- جزء الكامه ab ، يكون الصمام مقفلاً، ويكون هناك خلوص قدره 0.02" إنش بينهما.
- جزء الكامه bc ، يكون شكل الكامه منحنياً منتظماً، ويضم زاوية قدرها 35° درجة، وخلال هذه الفترة تزداد المسافات القطرية بانتظام بمعدل قدره 0.00057" إنش لكل درجة، ويكون الارتفاع الإجمالي للتابع في هذه الفترة مساوياً إلى 0.02" إنش، وهذا الرفع البطيء يتم بسرعة ثابتة تقريباً يقلل الخلوص بين التابع، وبين ساق الصمام من دون ضجة.
- جزء الكامه cd ، ويتألف من قوس دائري، مركزه على استقامة LM ، وهذا الجزء يعطي تسارعاً كبيراً للتابع والصمام، ويرتفع بذلك التابع بسرعة.
- ظفر الكامه de ، ويتألف من قوس دائري، بنصف قطر صغير، وهذا الجزء يعطي تسارعاً منخفضاً نسبياً، وبعد ذلك تنقص سرعة الصمام إلى الصفر في نهاية رحلته.
- إن التسارع في أثناء الجزء cd يبلغ من ثلاثة إلى أربعة أمثال التسارع خلال الظفر de .
- ويقوم النابض بإبقاء التابع على تماس بالكامه في الفترة الأخيرة.

2. كامة صمام السحب في محرك احتراق داخلي

ذكرنا سابقاً في الفقرة 2-5-6 عن ميزات كامة صمام السحب في محرك احتراق داخلي، كما ذكرنا في الفقرة 8-5 من الفصل الخامس أن المرفق في محرك احتراق داخلي وحيد الأسطوانة رباعي الشوط، يدور دورتين كاملتين ($\theta_2 = 720^\circ$) لكل دورة عمل واحدة لمحور الكامة ($\theta = 360^\circ$)؛ ومن ثم يكون عدد دورات المرفق حتى يؤدي في أثناءها المكبس أربعة أشواط يساوي ضعف عدد دورات الكامة.

ففي أثناء شوط السحب (Suction)، المتضمن شوط فتح الصمام أثناء رفع التابع، وشوط إغلاقه أثناء خفض التابع، يدور المرفق زاوية قدرها:

$$\theta_s = 720^\circ / 4 = 180^\circ$$

وتدور الكامة زاوية عملها 2α ، بحيث:

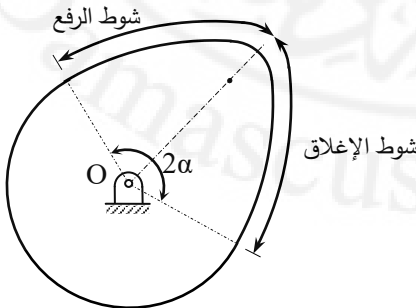
$$2\alpha = \frac{\theta_s}{2} = 90^\circ$$

ولزيادة خليط البنزين والهواء، يلزم توسيع شوط السحب، وذلك باستعمال تركيب كامة في فتح صمام السحب وإغلاقه، المبينة تخطيطياً في الجزء a من (الشكل-6-34)، ومجهزة على أن يفتح الصمام عندما يكون الوضع الزاوي للمرفق متقدماً بزاوية قدرها β قبل وضع النقطة الميتة الداخلية، وأن يغلق عندما يكون المرفق قد دار بزاوية قدرها γ بعد وضع النقطة الميتة الخارجية، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-6-34)، وتصبح عندئذ زاوية دوران المرفق في أثناء شوط السحب:

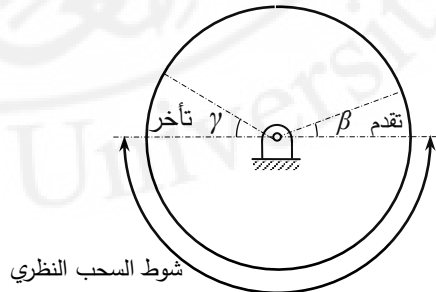
$$\theta_s^* = \beta + \theta_s + \gamma = \beta + 180^\circ + \gamma$$

وزاوية عمل الكامة:

$$2\alpha = \frac{\theta_s^*}{2} = \frac{\beta + \theta_s + \gamma}{2}$$



a- دوران الكامة خلال شوط السحب.



b- دوران المرفق خلال شوط السحب.

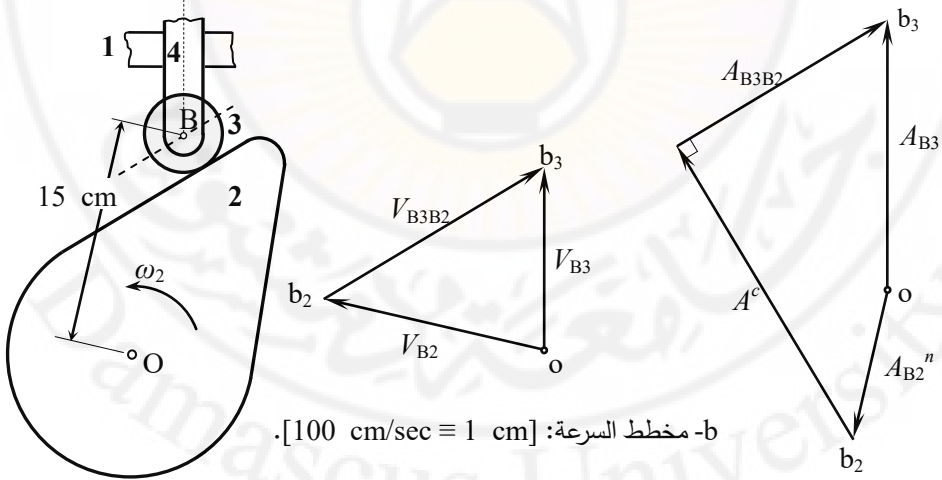
(الشكل-6-34)، رسم تخطيطي لدوران الكامة والمرفق عند توسيع شوط السحب.

سنوضح من خلال مسألتين نموذجيتين الخطوات المتبعة عند دراسة حركة تركيبية كامة بالحالة الثانية، وذلك حالة اختيار شكل محدد لجانبية الكامة؛ لتحليل حركة التابع الناتجة من حركته على جانبية الكامة بطريقة تخطيطية عند وضع محدد، والتي يمكن - استناداً إليهما - دراسة حركة أي تابع ناتجة من حركته على جانبية كامة محددة، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-6-2

يبين الجزء a من (الشكل-6-35)، المخطط الحركي لأحد أوضاع تركيبية كامة تحوي كامة قرصية مماسية ذات جوانب مستقيمة 2 ، مكونة من خطين مستقيمين متساويين، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، وتابع دحرجي ترددي 4 يمس الجانب المستقيم للكامة. عندما تدور الكامة، بسرعة زاوية منتظمة قدرها ($\omega_2 = 20 \text{ rad/sec}$) حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه عكس حركة دوران عقارب الساعة، يتحرك التابع حركة ترددية؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل: - تعيين كل من السرعة الخطية V_4 ، والتسارع الخطي A_4 للتابع الدحرجي الترددي.

الحل:



- مخطط التسارع: $[3000 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.
- مخطط السرعة: $[100 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.
-a المخطط الحركي: $[5 \text{ cm} \equiv 1 \text{ cm}]$.

مخططات حركة تابع دحرجي ترددي على كامة قرصية مماسية.

(الشكل-6-35)

لإجراء الحل، بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين النقاط المتطابقة، نختار مقياس لرسم المخطط الحركي وفق الأبعاد، وليكن $[1 \text{ cm} = 5 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء a من الشكل-6-35).

لتحليل حركة التابع 4 نتخيل أن مقطع الكامنة 2 قد امتد بحيث أصبح يشمل المركز B لدحروج التابع 3 ، بذلك يكون لدينا نقطتان منطقتان هما B_2 و B_3 على كل من الكامنة 2 ، والدحروج 3 على التوالي، وأن مسار النقطة B_3 على الكامنة 2 يكون خطاً مستقيماً موازياً لجانب الكامنة المستوي، وذلك فيما لو فرضنا أن الكامنة ثابتة، وأن التابع يتدرج على الجانب المستوي، فإن مركز الدحروج B_3 يرسم خطاً مستقيماً موازياً لجانب الكامنة، يسمى ب مسار الخطوة، كما هو مبين بالخط المنقط على الشكل.

تعين السرعة الخطية للتابع الدحروجي الترددي المقود 4 ، من العلاقة الشعاعية للسرعة:

$$V_4 = V_{B_3} = V_{B_2} + V_{B_3 B_2}$$

حيث نعلم:

أن متجه سرعة التابع ($V_4 = V_{B_3}$) مجهول القيمة، ومنحاه شاقولي إلى الأعلى.
وأن متجه السرعة النقطة B_2 من الكامنة، هو V_{B_2} عمودي على نصف قطر الدوران $O_2 B$ ،
ويتجه باتجاه دوران السرعة الزاوية ($\omega_2 = 20 \text{ rad/sec}$)، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$V_{B_2} = O_2 B_2 \times \omega_2 = 15 \times 20 = 300 \text{ cm/sec}$$

في حين متجه السرعة النسبية $V_{B_3 B_2}$ مجهول القيمة، أما منحاه فهو مواز لجانب الكامنة المستقيم.
يمكننا الآن أن نرسم مخطط السرعة وفق علاقة السرعة، واختيار مقياس رسم؛ استناداً للقيم العددية لمتجهاتها، وليكن $[1 \text{ cm} = 100 \text{ cm/sec}]$ ، المبين في الجزء b من الشكل-3-35)، وبالقياس نحصل على أن:

$$V_{B_3 B_2} = 340 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_{B_3} = V_4 = 240 \text{ cm/sec} \uparrow$$

ويعين التسارع الخطي للتابع الدحروجي الترددي المقود 4 ، من العلاقة الشعاعية للتسارع:

$$A_4 = A_{B_3} = A_{B_2} + A_{B_3 B_2} + A_B^c \Rightarrow A_{B_3} = A_{B_2}'' + A_{B_2}^r + A_{B_3 B_2}'' + A_{B_3 B_2}^r + A_B^c$$

حيث نعلم:

أن متجه التسارع التابع ($A_4 = A_{B_3}$) مجهول القيمة، ومنحاه شاقولي إلى الأعلى.
أما مركبة التسارع الناطمي A_{B_2}'' ، فإنها تتجه نحو O_2 ، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$A_{B_2}'' = O_2 B_2 \times \omega_2^2 = 15 \times 20^2 = 6000 \text{ cm/sec}^2$$

لكن مركبة التسارع المماسي $A_{B_2}^r$ معدومة، وذلك لأن:

$$\omega_2 = \omega = \text{Const.} \Rightarrow \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow A_{B_2}^r = O_2 B_2 \times \varepsilon_2 = 0$$

ومركبة التسارع الناطمي النسبي $A_{B_3B_2}''$ معدومة أيضاً؛ لأن منحنى السرعة النسبية $V_{B_3B_2}$ ، هو على استقامة الخط المستقيم الموازي لجانب الكامرة، ومن ثم نصف قطر الانحناء يساوي اللانهاية، ولو أن جانب الكامرة كان منحنياً، أي مقوساً، لكان من الضروري أن يحدد نصف قطر انحنائه ρ ، وأن نحسب قيمته العددية عندئذ من العلاقة:

$$A_{B_3B_2}'' = V_{B_3B_2}^2 / \rho$$

لكن مركبة التسارع المماسي النسبي $A_{B_3B_2}^r$ ، فهي مجهولة، ومنحائها منحنى السرعة $V_{B_3B_2}$ ، أي على استقامة الخط المستقيم.

أما مركبة تسارع كوريوليس A_B^c ، فقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$A_B^c = 2V_{B_3B_2} \times \omega_2 = 2 \times 340 \times 20 = 13600 \text{ cm/sec}^2$$

ومنحائها عمودي على السرعة النسبية $V_{A_2A_3}$ ؛ أي عمودي على استقامة الخط المستقيم الموازي لجانب الكامرة، أما اتجاهها فنحصل عليه بتدوير متجه السرعة النسبية زاوية قدرها 90° ، باتجاه دوران السرعة الزاوية للكامرة ω_2 ؛ أي إنها تتجه إلى الأعلى نحو اليسار.

يمكننا الآن أن نرسم مخطط التسارع وفق علاقة التسارع، ونختار مقياس رسم؛ استناداً للقيم العددية لمتجهاتها، وليكن $[3000 \text{ cm/sec}^2 = 1 \text{ cm}]$ ، المبين في الجزء c من (الشكل-3-35).

بالقياس نحصل على أن:

$$A_{B_3B_2} = \text{cm/sec}^2 \quad , \quad A_{B_3} = A_4 = 10700 \text{ cm/sec}^2 \uparrow$$

مسألة-3-6

يبين (الشكل-6-36) المخطط الحركي لتراكيب كامرة تحوي كامرة قرصية ذات أقواس دائرية متماسة فيما بينها 2 ، مع دحروج 3 يتصل بذراع 4 يتأرجح حول المركز الثابت O_4 ، وتتصف بأن:

نصف قطر الدحروج هو $(r_o = 0.75 \text{ cm})$ ، ونصف قطر دائرة الأنف هو $(r = 1 \text{ cm})$ ، ونصف قطر الدائرة الأساسية هو $(R = 2 \text{ cm})$.

المطلوب في الوضع المبين في الشكل، وفي اللحظة التي عندها كانت الكامرة تدور حول محورها الثابت O_2 ، بسرعة زاوية قدرها $(\omega_2 = 5 \text{ rad/sec})$ ، وبتسارع زاوي قدره $(\varepsilon_2 = 2.5 \text{ rad/sec}^2)$:

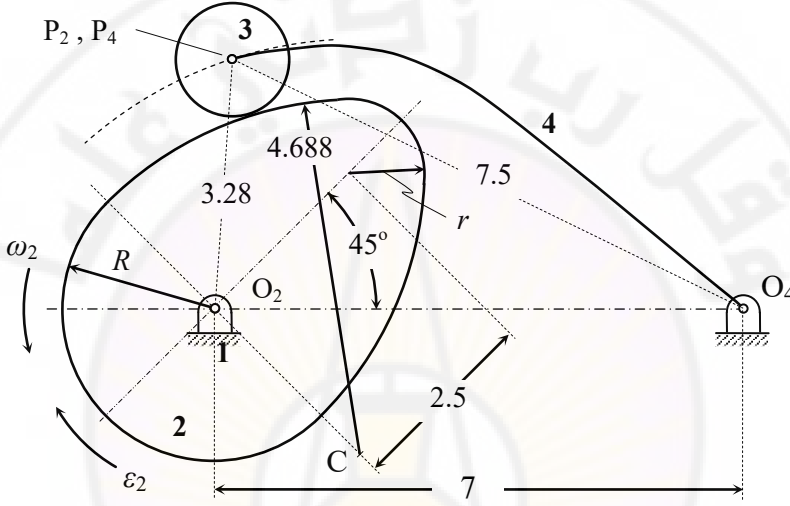
- دراسة ميزات حركة التابع، وتعيين السرعة الزاوية Ω_4 ، والتسارع الزاوي E_4 للذراع 4 .

علماً أن الأبعاد المبينة في الشكل هي بالسنتيمتر.

تعد هذه المسألة تطبيقاً نموذجياً لدراسة حركة تراكيب كامرة قرصية وتابع دحروجي تأرجحي بوجه عام؛ إذ تبين الأسس المختلفة التي تتم تبعاً لها هذه الدراسة تخطيطياً.

الحل:

يفضل عادة عند دراسة حركة تابع دحرجي على جزء منح - وبخاصة دائري، لجانبية كامه قرصية - اللجوء إلى التمثيل التخطيطي للسرعة والتسارع؛ لأن الاستنتاج التحليلي معقد نسبياً، كما تبين لنا سابقاً عند دراسة حركة التابع على أنف الكامه المماسية في الفقرة 1-11-6 .



(الشكل-6-36)، المخطط الحركي لتركيبية كامه قرصية ذات أقواس دائرية مع تابع دحرجي تأرجحي.

يُلاحظ وجود النقطتين المتطابقتين P_2, P_4 عند مركز الدحرج، في الوصلتين المتحركتين 2، 4، حيث يبين المسار المنحني المتقطع مسار النقطة P_4 بالنسبة للكامه 2؛ أي إن جانب الكامه الدائري هو سطح توجيه يقيد حركة مركز الدحرج؛ وفق المسار المعين المذكور الذي مركزه C، ويسمى بمسار الخطوة. تُحلل الحركة بسهولة؛ وفق الخطوات التي أوضحنها سابقاً في الفقرة 5-3 من الفصل الثالث.

بالنسبة لدراسة السرعة، فإنه ينتج من تطبيق العلاقة الشعاعية (3-18):

$$V_{P_4} = V_{P_2} + V_{P_4 P_2}$$

حيث:

النقطة P_2 هي حركياً نقطة من الكامه 2، فإن سرعتها المطلقة تحدد بالعلاقة:

$$V_{P_2} = O_2 P_2 \cdot \omega_2 = 16.4 \text{ cm/sec}$$

أما السرعة المطلقة للنقطة P_4 من الذراع، فهي عمودية على الذراع $O_4 P_4$.
بينما السرعة النسبية بين النقطتين P_2, P_4 ، فهي مماسية لمسار تقيد الحركة.

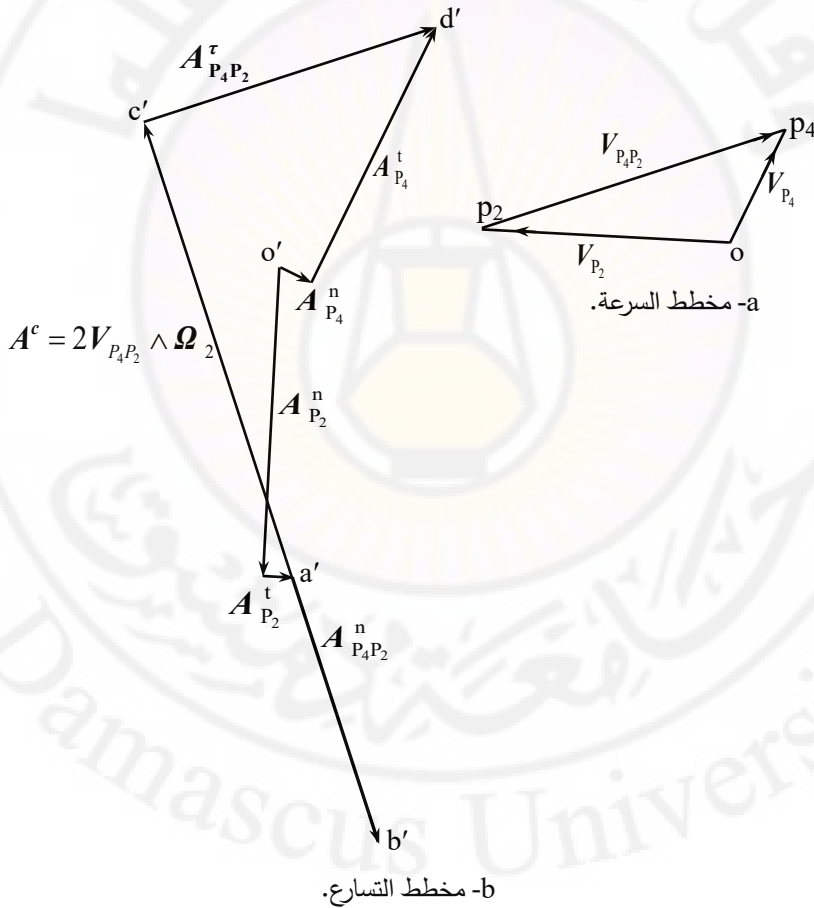
يمكن عندئذ رسم مخطط السرعة، المبين في الجزء a من (الشكل-6-37)، بمقياس رسم مناسب، وليكن $[5 \text{ cm/sec} \equiv 1 \text{ cm}]$.

بالقياس ينتج من هذا المخطط أن:

$$V_{P_4} = 8.4 \text{ cm/sec} \quad , \quad V_{P_2P_4} = 20 \text{ cm/sec}$$

ومنه:

$$\omega_4 = V_{P_4} / O_4P_4 = 8.4 / 7.5 = 1.12 \text{ rad/sec} - \text{cw}$$



مخططات حركة تابع دحروجي تأرجحي على كامة قرصية ذات أقواس دائرية.

(الشكل-6-37)

أما بالنسبة لدراسة التسارع، فإنه ينتج من تطبيق العلاقة الشعاعية (3-18):

$$A_{P_4} = A_{P_2} + A_{P_4P_2} + A^c$$

$$A_{P_4}^n + A_{P_4}^t = A_{P_2}^n + A_{P_2}^t + A_{P_4P_2}^n + A_{P_4P_2}^t + 2\Omega_2 \wedge V_{P_4P_2}$$

حيث يمكننا تعيين المركبات الآتية قيمةً، واتجاهاً:

$$A_{P_4}^n = O_4P_4 \cdot \omega_4^2 = 9.4 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من النقطة P_4 إلى المسند الثابت O_4 .

$$A_{P_2}^n = O_2P_2 \cdot \omega_2^2 = 82 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من النقطة P_2 إلى مركز دوران الكامنة O_2 .

$$A_{P_2}^t = O_2P_2 \cdot \varepsilon_2 = 8.2 \text{ cm/sec}^2$$

ومنها عمودي على O_2P_2 باتجاه دوران التسارع الزاوي ε_2 .

$$A_{P_4P_2}^n = \frac{V_{P_4P_2}^2}{CP_2} = 74 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من النقطة P_4 إلى مركز الانحناء C .

أما مركبة تسارع كوريوليس:

$$A^c = 2V_{P_4P_2} \cdot \omega_2 = 200 \text{ cm/sec}^2$$

وتتجه من مركز الانحناء C إلى النقطة P_4 .

يمكن عندئذٍ رسم مخطط التسارع المبين في الجزء b من (الشكل-6-37)، بمقياس رسم مناسب، وليكن $[20 \text{ cm/sec}^2 \equiv 1 \text{ cm}]$.

يجب الانتباه إلى أن التسارع الناظمي النسبي بين النقطتين P_2, P_4 ، والممثل بالشعاع $\mathbf{a'b'}$ ، ينطبق على تسارع كوريوليس؛ الممثل بالشعاع $\mathbf{b'c'}$ ، لكن يعاكسه بالاتجاه.

بالقياس ينتج من مخطط التسارع أن:

$$A_{P_4}^t = 75 \text{ cm/sec}^2, \quad A_{P_4P_2}^t = 77 \text{ cm/sec}^2$$

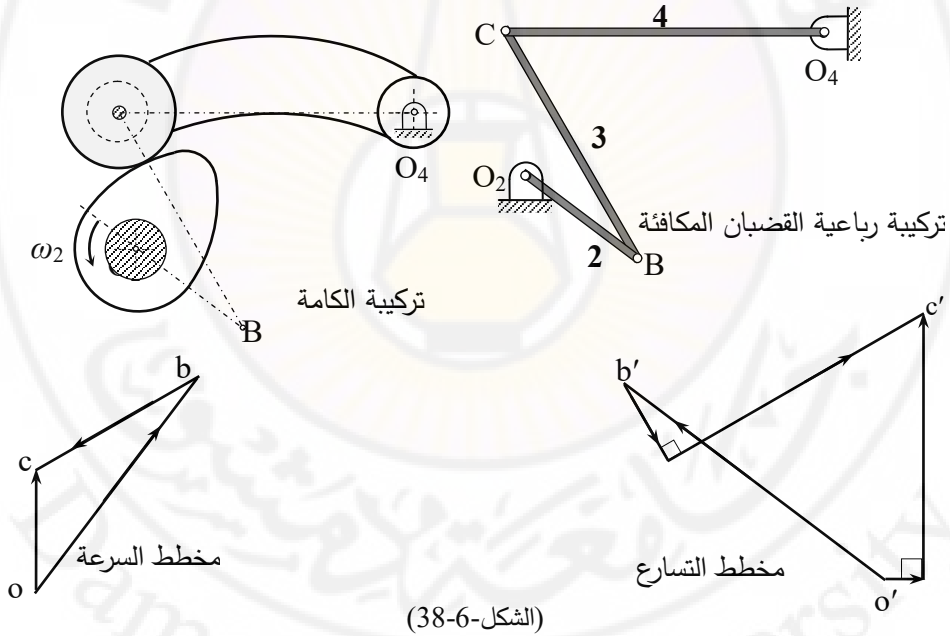
ومنه:

$$\varepsilon_4 = A_{P_4}^t / O_4P_4 = 75 / 7.5 = 10 \text{ rad/sec}^2 - \text{cw}$$

سنوضح من خلال مثال نموذجي الأسس المتبعة عند دراسة حركة تركيبة آلية ذات تماس مباشر؛ كتركيبة كامدة ذات تابع دحروجي تأرجحي، وذلك بتمثيلها بتركيبة رباعية القضبان مكافئة، والتي يمكن - استناداً إليه - دراسة أية تركيبة كامدة مهما كان نوعها، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

• تمثيل حركة تركيبة آلية ذات تماس مباشر بحركة تركيبة رباعية القضبان مكافئة

يبين (الشكل-6-38) تخطيطاً لتركيبة كامدة تحوي كامدة قرصية مكونة من قوسين دائريين متساويين، وليكن مركز أحدهما النقطة B، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، وتابعاً دحروجياً O_4C يتأرجح حول المفصل الثابت O_4 ، ويستند إلى الكامدة بتأثير وزنه. فإذا دارت الكامدة بسرعة زاوية ثابتة ω_2 حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب في الوضع المبين في الشكل: - تعيين كل من السرعة الزاوية، والتسارع الزاوي للتابع التآرجحي.



إن المسافة BC من مركز انحناء جانب الكامدة إلى مركز الدحروج ثابتة، لذلك فإن التركيبة الآلية المكافئة هي التركيبة الآلية رباعية القضبان O_2B , BC , CO_4 , O_4O_2 ؛ فيها الوصلة الثابتة O_4O_2 المبين مخططها في (الشكل-6-38).

لإجراء الحل بطريقة التمثيل التخطيطي لعلاقات الحركة النسبية بين نقطتين، يُختار مقياس لرسم المخطط الحركي وفق الأطوال والأبعاد، وليكن المخطط المبين في (الشكل-6-38).

تعين السرعة الزاوية للتابع الدحروجي التآرجحي O_4C ، من العلاقة الشعاعية للسرعة:

$$V_C = V_B + V_{CB}$$

حيث نعلم:

أن متجه السرعة V_C مجهول القيمة، ومنحاه عمودي على الوصلة O_4C .
وأن متجه السرعة V_B عمودي على نصف قطر الدوران O_2B ، ويتجه باتجاه دوران السرعة الزاوية ω_2 ،
وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$V_B = O_2B \times \omega_2$$

في حين متجه السرعة V_{CB} مجهول القيمة، أما منحاه، فهو عمودي على الوصلة BC .
باختيار مقياس لرسم مخطط السرعة استنادًا للقيمة العددية للسرعة V_B المحسوبة،
يمكننا أن نرسم المخطط بأضلاعه الثلاثة المتعامدة على كل من O_2B ، BC ، CO_4 وفق علاقة السرعة،
المبين في (الشكل-6-38).

بالقياس؛ نحصل على قيم كل من:

$$V_{CB} \quad , \quad V_C$$

ومنه السرعة الزاوية للتابع الدحرجي التآرجي O_4C :

$$V_C = O_4C \times \omega_4 \Rightarrow \omega_4 = V_C / O_4C$$

ويعين التسارع الزاوي للتابع الدحرجي التآرجي O_4C ، من العلاقة الشعاعية للتسارع:

$$A_C = A_B + A_{CB} \Rightarrow A_C^n + A_C^t = A_B^n + A_B^t + A_{CB}^n + A_{CB}^t$$

حيث نعلم:

أن مركبة التسارع الناطمي A_C^n ، تتجه نحو المفصل الثابت O_4 ، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$A_C^n = O_4C \times \omega_4^2$$

لكن مركبة التسارع المماسي A_C^t ، منحاه منحنى V_C ، وهي مجهولة، وذلك لأن:

$$\varepsilon_4 = ? \Rightarrow A_C^t = O_4C \times \varepsilon_4 = ?$$

وأن مركبة التسارع الناطمي A_B^n ، فإنها تتجه نحو المفصل الثابت O_2 ، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$A_B^n = O_2B_2 \times \omega_2^2$$

لكن مركبة التسارع المماسي A_B^t ، فهي معدومة، وذلك لأن:

$$\omega_2 = \text{Const.} \Rightarrow \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow A_B^t = O_2B_2 \times \varepsilon_2 = 0$$

وأن مركبة التسارع الناطمي النسبي A_{CB}^n ، فإنها تتجه نحو المفصل الثابت O_4 ، وقيمتها العددية
تحسب من العلاقة:

$$A_{CB}^n = V_{CB}^2 / CB$$

لكن مركبة التسارع المماسي النسبي A_{CB}^t ، فهي مجهولة، ومنحاه منحنى $V_{B_3B_2}$ ،
وهي عمودية على مركبة التسارع الناطمي النسبي A_{CB}^n .

باختيار مقياس لرسم مخطط التسارع استنادًا للقيم العددية للتسارعات المحسوبة،
يمكننا أن نرسم المخطط؛ وفق علاقة التسارع المبين في (الشكل-6-38).

بالقياس؛ نحصل على قيم كل من:

$$A_{CB}^t \quad , \quad A_C^t$$

ومنه، التسارع الزاوي للتابع التآرجي O_4C :

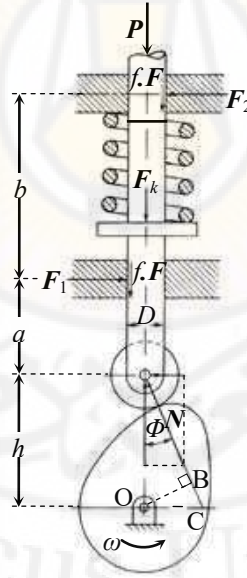
$$A_C^t = O_4C \times \varepsilon_4 \Rightarrow \varepsilon_4 = A_C^t / O_4C$$

13-6- القوى المؤثرة في تركيبه كامه قرصية

Effective Forces in a Disk Cam

تبين من حالات حركة التابع المختلفة، أن تسارع التابع متغير الاتجاه خلال دوران الكامه. يؤدي ذلك إلى تغير اتجاه قوة العطالة المؤثرة في التابع، بحيث يكون اتجاهها في فترة من الدورة يعمل على إبعاد التابع عن سطح الكامه. يجب إذن التأثير في التابع بقوة تعاكس قوة العطالة، وتحافظ على التماس مع سطح الكامه. يتم ذلك عادة باستعمال نابض مضغوط، كما هو مبين تخطيطياً في (الشكل-6-39).

يُلاحظ ذلك من التحليل السابق، للكامه المماسية من النوع المبين تخطيطياً في (الشكل-6-34)، وللكامه المكونة من أقواس دائرية من النوع المبين تخطيطياً في (الشكل-6-37) أن حركة التابع على جانب الكامه متسارعة؛ بينما الحركة على الأنف متباطئة، وعليه فالكامه تتحكم إيجابياً بحركة التابع عندما يكون على جانبها فقط، بالمحافظة على التماس بين التابع وأنف الكامه؛ بينما لا يمكن المحافظة على التماس إذا ما كانت القوة الناتجة في النابض أصغر من قوة العطالة المتولدة في التابع نتيجة تباطئه.



رسم تخطيطي لتوضيح القوى المؤثرة في تركيبه كامه قرصية وتابعاً دحروجياً ترددياً قطرياً ونابضاً.
(الشكل-6-39)

يمكن إجراء تحليل للقوى المؤثرة في تركيبه كامه؛ باتباع أسس دراسة علم التحريك نفسها التي سبق توضيحها في الفصل الخامس.

إن القوى المختلفة المؤثرة في مثل هذه التركيبات الآلية، هي:
 P قوة خارجية مؤثرة في التابع من وصلة ما يقوم التابع بنقل الحركة إليها.
 F^{in} قوة عطالة التابع.

W وزن التابع، وملحقاته.

F_k قوة مرونة النابض المؤثرة في التابع.

N قوة ناظرية مؤثرة من الكامنة في التابع.

F_1, F_2 قوى ناظرية مؤثرة من الدليل في التابع.

وكذلك لا بد من معرفة كل من قطر ساق التابع D ، وزاوية الضغط Φ ، ومعامل الاحتكاك بين التابع ودليله f ، والأبعاد a, b, h المبينة على الشكل التي تتعلق بتصميم التركيب الآلية، وتوقعها العملي.

بما أن القوى P, F^{in}, W, F_k تقع على منحنى محور التابع، فإن محصلتها الشعاعية هي:

$$F = P + F^{in} + W + F_k$$

ينتج من توازن مركبات القوى باتجاه محور التابع أن:

$$N \cdot \cos \phi = F + f(F_1 + F_2)$$

وينتج من توازن مركبات القوى باتجاه عمودي على محور التابع أن:

$$F_1 = F_2 + N \cdot \sin \phi$$

كما ينتج من معادلة العزوم حول نقطة تأثير F_1 أن:

$$F_2 \cdot b - f \cdot F_2 \cdot D = N \cdot a \cdot \sin \phi + (F - N \cdot \cos \phi) \frac{D}{2}$$

تحدد قيمة N من حل العلاقات الثلاث الأخيرة حيث ينتج:

$$N = \frac{F \cdot b}{b \cdot \cos \phi - f(2a + b - f \cdot D) \sin \phi} \quad (46-6)$$

تحدد العلاقة (46-6)، قيمة القوة الناظرية عند سطح تماس الكامنة مع التابع في أي وضع من أوضاع الكامنة، حيث تكون سرعة التابع متجهة إلى الأعلى، يُلاحظ أن قيم F, Φ, a تتغير مع الوضع الزاوي للكامنة. تصبح القوة الناظرية N لا نهائية عندما ينعدم مقام العلاقة (46-6)، وتعين القيمة الحدية للزاوية Φ_m عندئذ من العلاقة:

$$b \cdot \cos \phi_m - f(2a + b - f \cdot D) \sin \phi_m = 0$$

ومنه فإن:

$$\tan \phi_m = \frac{b}{f(2a + b - f \cdot D)} \quad (47-6)$$

أما القوة اللازمة لتأثير النابض، فإنها تعين من شرط حفظ التماس بين الكامنة والتابع؛ بتطبيق مبدأ التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس، حينها تنعدم قوة القيد؛ ومن ثم تعين قوة النابض؛ إذ إن عدم كفاية القوة يؤدي إلى ابتعاد التابع عن الكامنة، ومن ثم عودته، وصدمها بقوة صدم كبيرة تنتج منها اهتزازات، وتخدشات ضارة لسطح الكامنة؛ وبخاصة عند سرعات دوران عالية.

كما يفضل أن يكون النابض مضغوطاً في جميع الأوضاع؛ لتأمين تماس دائم حتى عندما يكون التابع في أخفض وضع له. يُصمم النابض؛ بالاستعانة بمنحن يبين تغيرات محصلة القوى P, F^{in}, W بالنسبة إلى أوضاع الكامنة. تحدد من هذا المنحني الأوضاع الحدية التي ينعدم فيها التماس؛ ومن ثم تعين قوة صلابة النابض. يمكن بعدئذ اختيار النابض المناسب من حيث عامل الصلابة، والأبعاد.

يستكمل تحليل القوى بتعيين قيمة العزم اللازم لتدوير الكامنة. يحدد هذا العزم من الرسم التخطيطي المبين في (الشكل-6-39)، بالعلاقة:

$$T = N.OB = N.h.\sin \phi \quad (48-6)$$

يُلاحظ كذلك من (الشكل-6-39)، أن النقطة C هي المركز اللحظي للتركيبة الآلية؛ ومن ثم فإن سرعة التابع هي:

$$V = \omega.OC = \omega.h.\tan \phi \quad (50-6)$$

إن العلاقات من (47-6)، وحتى (50-6)، صحيحة أيضاً في حالة تابع دحرجي ترددي مجنّب. كما أنه يمكن في حالة إهمال الاحتكاك تطبيق هذه العلاقات بخلاف العلاقة (48-6) على دراسة تابع مسطح ترددي.

تجدر الإشارة إلى أن تحليل القوى في أنواع أخرى من الكامات، يتم من خلال أسس الدراسة نفسها المتبعة لتحريك أية تركيبة آلية، وضمن المنطلقات التي استعملت في التحليل السابق.

يمكن توضيح أهم الأسس المعتمدة في التحليل الديناميكي لتركيبة الكامنة من خلال المسائل النموذجية الآتية، والتي يمكن - استناداً إليهم - إجراء تحليل ديناميكي لأية تركيبة كامنة، وتوضيح مفاهيم عدة قد يصعب استيعابها دون تطبيق عملي.

مسألة-4-6

يبين الجزء a من (الشكل-6-40) تخطيطاً لتركيبية كامنة مكونة من كامنة قرصية، وتابع دحرجي ترددي قطري يمس الكامنة؛ مع نابض مضغوط، وتتصف بأن:

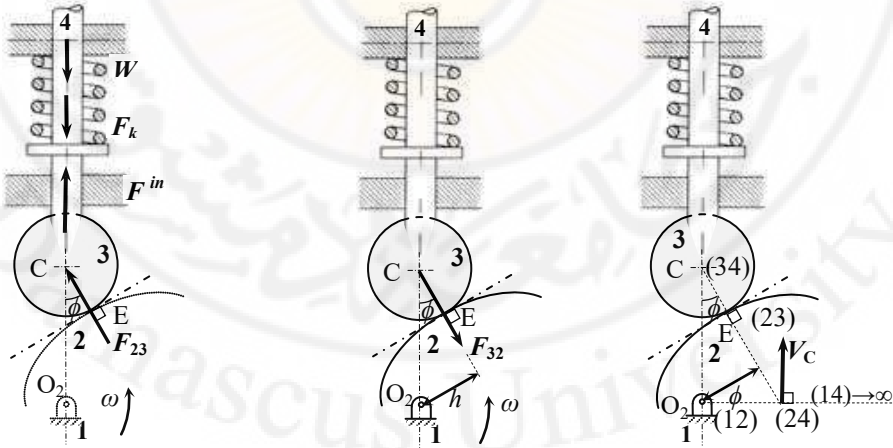
شوط التابع هو ($S = 25.4 \text{ mm}$)، وأن كتلة التابع وملحقاته تساوي ($m_4 = 0.8 \text{ kg}$)، وعامل صلابة النابض المستعمل هو ($k = 26.25 \text{ N/mm}$)، والانضغاط الابتدائي للنابض عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو ($\Delta l_{in.} = 6.35 \text{ mm}$).

عندما تدور الكامنة 2 بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 1200 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O_2 ؛ باتجاه عكس حركة دوران عقارب الساعة، يتحرك التابع 4 حركة سيكلويدية، وتتجز كل من شوطي الرفع، والخفض بزوايتين متساويتين قدرهما ($\theta_o = \theta_r = 120^\circ$).

المطلوب عند الوضع الزاوي للكامنة المحدد بالزاوية ($\theta = 70^\circ$)، إيجاد ما يأتي:

1. قيمة كل من إزاحة x_C ، وسرعة V_C ، وتسارع التابع A_C .
2. قيمة المركبة المماسية F_{23}^t واتجاهها، للقوة F_{23} المنقلة من الكامنة إلى التابع.
3. قيمة، العزم T_2 واتجاهه، اللازم تطبيقه على الكامنة من عمود دوران الكامنة O_2 ؛ للتغلب على عزوم القوى المؤثرة في التابع حول عمود دوران الكامنة O_2 .

الحل:



c- تحديد المركز الآني للسرعة (24). b- القوة المؤثرة في الكامنة. a- القوى المؤثرة في التابع.

رسوم تخطيطية لتوضيح القوى المؤثرة في تركيبية كامنة قرصية مع تابع دحرجي ترددي.

(الشكل-6-40)

1. تعين إزاحة التابع، من معادلة الحركة السيكلويدية (6-17) لنقطة أثر التابع C الآتية.

$$x_{\theta} = S \left(\frac{\theta}{\theta_o} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{\theta_o} \theta \right)$$

حيث:

$$\theta = 70^\circ = 1.222 \text{ rad} , \quad \theta_o = 120^\circ = 2.094 \text{ rad}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \times 1200}{60} = 125.7 \text{ rad/sec} , \quad S = 25.4 \text{ mm}$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة في معادلة إزاحة التابع؛ نحصل على أن:

$$x_{C_{(\theta=70^\circ)}} = 25.4 \left[\frac{1.222}{2.094} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi \times 1.222}{2.094} \right] = 16.85 \text{ mm} \uparrow$$

وتعين سرعة التابع من معادلة السرعة في الحركة السيكلويدية (6-18) لنقطة أثر التابع C الآتية.

$$V_{\theta} = \frac{dx_{\theta}}{dt} = \frac{S \cdot \omega}{\theta_o} (1 - \cos \frac{2\pi}{\theta_o} \theta)$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$V_{C_{(\theta=70^\circ)}} = \frac{25.4 \times 125.7}{2.094} (1 - \cos \frac{2\pi \times 1.222}{2.094}) = 2844 \text{ mm/sec} \uparrow$$

ويعين تسارع التابع من معادلة التسارع في الحركة السيكلويدية (6-20) لنقطة أثر التابع C الآتية.

$$A_{\theta} = \frac{dV_{\theta}}{dt} = \frac{2\pi \cdot S \cdot \omega^2}{\theta_o^2} \sin \frac{2\pi}{\theta_o} \theta$$

بالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$A_{C_{(\theta=70^\circ)}} = 2\pi \times \frac{25.4}{1000} \left[\frac{125.7}{2.094} \right]^2 \sin \frac{2\pi \times 1.222}{2.094} = -288.28 \text{ m/sec}^2$$

الإشارة السالبة تدل أن اتجاه تسارع التابع هو عكس اتجاه محور الحركة x ؛ من ثم حركة التابع عند الوضع الزاوي للكامرة ($\theta = 70^\circ$) هي متباطئة، بتباطؤ قدره:

$$A_{C_{(\theta=70^\circ)}} = 288.28 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

2. لإيجاد القوة المماسية F_{23}^T ، للقوة F_{23} المنقلة من الكامرة 2 إلى التابع 4 عبر الدحرج 3 ،

حيث منحناها الناطم المشترك للكامرة والدحرج عند نقطة التماس E ، والمار من نقطة الأثر C مركز الدحرج، ويميل على محور حركة التابع بزاوية قدرها ϕ ، تمثل زاوية الضغط في الكامرة، التي سبق تعريفها، كما هو موضح في الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع، المبين في الجزء a من (الشكل 6-40). أما قيمتها العددية، فتتحدد من تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع عند الوضع الزاوي ($\theta = 70^\circ$) الآتية:

$$F^{in} + \Sigma F^e = 0 \Rightarrow F^{in} + F_k + W_4 + F_{23} = 0$$

حيث:

F^{in} تمثل قوة عطالة التابع، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$F^{in} = m_4 \cdot A_{C_{(\theta=70^\circ)}} = 0.8 \times 288.28 = 230.28 \text{ N} \uparrow$$

W_4 تمثل قوة ثقالة التابع، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$W_4 = m_4 \cdot g = 0.8 \times 9.81 = 7.85 \text{ N} \downarrow$$

F_k تمثل قوة صلابة النابض، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{in} + x_{(\theta=70^\circ)}) = 26.25(6.35 + 16.85) = 609 \text{ N} \downarrow$$

بإسقاط علاقة القوى على محور الحركة المنطبق على محور حركة التابع، نحصل على:

$$F_{\max}^{in} - F_k - W_4 + F_{23} \cdot \cos \phi = 0 \Rightarrow F_{23} \cdot \cos \phi = F_{23}^r = F_k + W_4 - F_{\max}^{in}$$

يلحظ أن المركبة المماسية F_{23}^r لقوة القيد؛ أي للقوة المنقولة F_{23} من الكامنة إلى دحروج التابع، تساوي محصلة القوى المؤثرة على التابع الدحروجي، وهي باتجاه مسار حركة التابع، وتعمل على تحريك التابع بالحركة السيكلويدية المطلوبة، وبالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$F_{23}^r = 609 + 7.85 - 230.28 = 386.57 \text{ N} \uparrow$$

3. لإيجاد العزم T_2 اللازم تطبيقه على الكامنة من عمود الدوران المار من O_2 ؛ للتغلب على عزوم القوى المؤثرة في التابع حول عمود دوران الكامنة O_2 . نطبق علاقة العزوم في التوازن الديناميكي على الكامنة حول عمود دوران الكامنة O_2 عند الوضع $(\theta = 70^\circ)$ ؛ وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للكامنة، المبين في الجزء b من (الشكل-6-40):

$$T_{O_2}^{in} + T_{O_2}^e = 0 \Rightarrow T_{O_2}^e = 0 \Rightarrow T_{O_2}(F_{32}) + T_2 = 0$$

منه، بعد إيجاد المركز الآني للسرع (24)، لحركة الكامنة 2 مع التابع 4 تخطيطياً، كما هو مبين في الجزء c من (الشكل-6-48)، يكون:

$$F_{32} h + T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = -F_{32} \times \cos \phi \times [O_2, (24)] = -F_{32}^r \times \frac{V_{(24)}}{\omega} = -F_{23}^r \times \frac{V_C}{\omega}$$

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه العزم (T_2) اللازم تطبيقه على الكامنة من عمود دوران الكامنة O_2 ؛ للتغلب على عزوم القوى المؤثرة في التابع؛ أي العزم اللازم للتغلب على العزم الناتج عن فعل القوة F_{32} حول المفصل الثابت O_2 ، هو عكس اتجاه هذا العزم؛ أي باتجاه عكس دوران عقارب الساعة، وبالتعويض بالقيم العددية المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$T_2 = 386.57 \times \frac{2844}{1000 \times 125.7} = 8.75 \text{ N.m} \quad \uparrow$$

مسألة-5-6

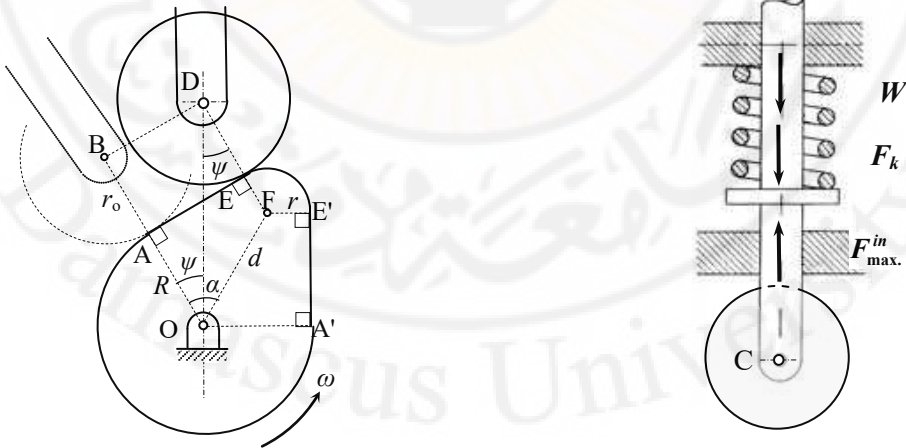
يبين الجزء a من (الشكل-6-41) تخطيطاً لتركيبية كامنة مكونة من كامنة قرصية مماسية ذات جوانب تحوي خطين مستقيمين متساويين AE, A'E' يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع دحروجي ترددي قطري يمس الكامنة في نهاية حركته على الجانب في الموضع E؛ مع نابض مضغوط غير مبين بالشكل، وتتصف بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية للكامنة هو ($R = 25 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة أنف الكامنة هو ($r = 10 \text{ mm}$)، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس هو ($d = 30 \text{ mm}$)، ونصف قطر دحروج التابع هو ($r_o = 20 \text{ mm}$)، وأن:

كتلة التابع، وملحقاته تساوي ($m = 0.8 \text{ kg}$)، والانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو ($\Delta l_{in} = 5 \text{ mm}$).

فإذا دارت الكامنة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n = 200 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O، باتجاه عكس حركة دوران عقارب الساعة؛ المطلوب إيجاد:

1. عامل صلابة النابض k ، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامنة.
2. قيمة العزم الأعظمي T_{max} ، واتجاهه اللازم تطبيقه على الكامنة من عمود دوران الكامنة O؛ للتغلب على عزوم القوى المؤثرة في التابع حول عمود دوران الكامنة O.



رسم تخطيطي لـ:

b- مخطط الجسم الحر للتابع لحظة فقدانه التماس مع الكامنة. a- تركيبية كامنة مماسية مع تابع دحروجي ترددي قطري.

(الشكل-6-41)

الحل:

1. لتعيين عامل صلابة النابض المستعمل، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامنة، يلزم تحديد المتغيرات الرئيسة المتبقية لتركيبية الكامنة، وهي:

شوط التابع S ، ويحدد من العلاقة (22-6):

$$S = d + r - R$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

$$S = 30 + 10 - 25 = 15 \text{ mm}$$

وزاوية شوط الرفع α ، وتحدد من العلاقة (23-6):

$$\cos \alpha = \frac{R - r}{d}$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

$$\cos \alpha = \frac{25 - 10}{30} = 0.5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

وزاوية حركة التابع الدحرجي على جانب الكامنة ψ ، وتحدد من العلاقة (24-6):

$$\tan \psi = \frac{d}{R + r_o} \sin \alpha$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

$$\tan \psi = \frac{30}{25 + 20} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \psi = 30^\circ$$

كما يمكن تحديد زاوية حركة التابع الدحرجي على جانب الكامنة ψ ، من ملاحظة أن المثلث $\triangle ODF$ المبين في الجزء a من (الشكل-6-41) هو متساوي الساقين ($d = R + r = 30 \text{ mm}$)، حيث:

$$\alpha - \psi = \psi \Rightarrow 2\psi = \alpha \Rightarrow \psi = 0.5 \alpha = 30^\circ$$

يفقد التابع الدحرجي الترددي المذكور تماسه مع الكامنة في الموضع التي تكون فيه قوة عطالة التابع الأعظمية $F_{\max}^{in} \uparrow$ أكبر، ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع $W \downarrow$ ، وقوة صلابة النابض $F_k \downarrow$ المؤثرة عليه، ويتحقق ذلك خلال حركته المتباطئة على أنف الكامنة في شوط الرفع، وتكون زاوية دوران الكامنة θ محصورة بين:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

ويعين عامل صلابة النابض اللازم k ، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامرة، من علاقته بقوة صلابة النابض F_k ، التي تحسب من تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس، حيث قوة القيد تكون معدومة حينئذ، وينتج وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع المبين في الجزء b من (الشكل-6-41)، ما يأتي:

$$F_{\max}^{in} + \Sigma F^e = 0 \Rightarrow F_{\max}^{in} + F_k + W = 0$$

حيث $F_{\max}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع، وتكون أعظمية عندما يكون تباطؤ التابع أعظمياً في أثناء حركته المتباطئة، وذلك عندما يمس دحرج التابع أنف الكامرة، واستناداً لمخطط تسارع التابع، المبين في (الشكل-6-27)، لابد من تحديد موقع تماس التابع مع الكامرة الذي يكون فيه تباطؤ التابع أعظمياً، حيث يمكن أن يحدث عند بدء حركته على الأنف عند الموضع E حيث $(\theta = \psi)$ ، أو في نهاية شوط الرفع عند الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ ؛ أي عندما تصبح الكامرة في حالتنا شاقولية؛ بالتالي لا بد من حساب قيمة تباطؤ التابع في الموضعين، ولتحديد ذلك يحسب قيمة تباطؤ التابع عند هذين الموضعين من علاقة قيمة تباطؤ التابع (6-41)، الآتية:

$$A_\gamma = \omega^2 \cdot d \left[\cos \gamma + \frac{\sin^4 \gamma + n^2 \cdot \cos 2\gamma}{(n^2 - \sin^2 \gamma)^{3/2}} \right]$$

حيث:

n تمثل النسبة الثابتة، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$n = \frac{r + r_o}{d} = \frac{20 + 10}{30} = 1$$

ω تمثل السرعة الزاوية لدوران الكامرة، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$\omega = \frac{2\pi \times n}{60} = \frac{2\pi \times 200}{60} = 20.93 \text{ rad/sec}$$

γ تمثل زاوية حركة التابع على أنف الكامرة، وعلاقتها هي:

$$\gamma = \alpha - \theta$$

أما قيمتها العددية، فعندما يمس دحرج التابع بداية الأنف في الموضع E ، تكون:

$$\theta = \psi \Rightarrow \gamma = \alpha - \psi = 30^\circ$$

وعندما يمس دحرج التابع نهاية الأنف في الموضع N ، تكون:

$$\theta = \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha - \alpha = 0^\circ$$

منه، بالتعويض بالقيم المحسوبة في علاقة التباطؤ، تكون القيمة العددية لتباطؤ التابع عند تماسه بداية أنف الكامرة في الموضع E ، تساوي إلى:

$$A_E = A_{(\gamma=30^\circ)} = 22.76 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

وتكون قيمته العددية عند تماسه نهاية أنف الكامرة في الموضع N ، تساوي إلى:

$$A_N = A_{(\gamma=0^\circ)} = 26.28 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

يُلاحظ أن:

$$A_N > A_E$$

أي إن تباطؤ التابع يكون أعظمياً عند تماسه نهاية أنف الكامة في الموضع N ، وقيمته تساوي إلى:

$$A_{\max.} = A_N = A_{(\theta=\alpha)} = A_{(\gamma=0^\circ)} = 26.28 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

ومنه قوة عطالة التابع الأعظمية تُحسب من العلاقة:

$$F_{\max.}^{in} = m \cdot A_{\max.} = 0.8 \times 26.28 = 21.02 \text{ N} \uparrow$$

و W تمثل قوة ثقلية التابع الثابتة، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$W = m \cdot g$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$W = 0.8 \times 9.81 = 7.85 \text{ N} \downarrow$$

و F_k تمثل قوة صلابة النابض، وقيمتها العددية تحسب عند تماس دحروج التابع نهاية أنف الكامة في الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ من العلاقة:

$$F_{k(\theta=\alpha)} = k(\Delta l_{in.} + x_N) = k[\Delta l_{in.} + x_{(\theta=\alpha)}] = k(\Delta l_{in} + S) \downarrow$$

بالتعويض بالقيم:

$$F_{k(\theta=\alpha)} = k(5 + 15) = 20 \text{ k N} \downarrow$$

بإسقاط علاقة توازن القوى على محور الحركة المنطبق على محور التابع؛ وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع عند الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ ؛ أي عندما تصبح الكامة شاقولية، المبين في الجزء a من (الشكل-6-42)؛ نحصل على:

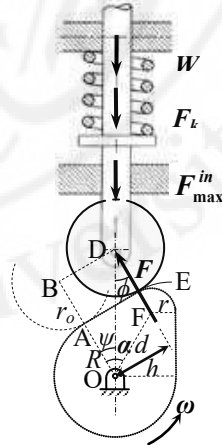
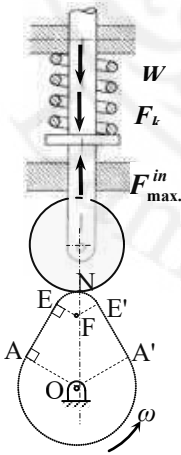
$$F_{\max.}^{in} - F_k - W = 0$$

بالتعويض بالقيم المحسوبة:

$$21.02 - 20 \text{ k} - 7.85 = 0 \Rightarrow 20 \text{ k} = 13.17$$

نحصل على قيمة عامل صلابة النابض:

$$k = 0.66 \text{ N/mm} = 66 \text{ N/m}$$



b- القوى المؤثرة في التابع عند الوضع $(\theta = \psi)$. a- القوى المؤثرة في التابع عند الوضع $(\theta = \alpha)$.

(الشكل-6-42)، رسوم تخطيطية لتركيبية كامنة مماسية وتابع دحروجي ترددي قطري مع نابض.

2. يكون العزم T المؤثر في عمود دوران الكامدة O أعظمية، عندما يكون عزم قوة عطالة التابع الأعظمية $\downarrow F_{\max}^{in}$ حول عمود دوران الكامدة O باتجاه عزم كل من قوة ثقالة التابع $\downarrow W$ ، وقوة صلابة النابض $\downarrow F_k$ المؤثرة فيه حول عمود دوران الكامدة O ، ويتحقق ذلك عندما يتحرك التابع على جانب الكامدة في شوط الرفع، في أثناءها يتحرك التابع حركة ترددية متسارعة، وتكون زاوية دوران الكامدة θ محصورة بين:

$$0 \leq \theta \leq \psi$$

وتكون قوة عطالة التابع في هذا المجال أعظمية $F_{\max}^{in}$ ، عندما يكون تسارع التابع أعظمية في أثناء حركته المتسارعة، وذلك عندما يمس دحرج التابع جانب الكامدة في الموضع E ؛ استناداً لمخطط تسارع التابع، المبين في (الشكل-6-36)؛ أي إن:

$$A_{\max.} = A_E = A_{(\theta=\psi)} \Rightarrow F_{\max.}^{in} = F_E^{in} = F_{(\theta=\psi)}^{in}$$

ولتعيين القوى المؤثرة في التابع، يحرر التابع عند نهاية حركته على جانب الكامدة في الموضع E ؛ أي عند الوضع $(\theta = \psi)$ ، الموضح في الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع، والمبين في الجزء b من (الشكل-6-42)، وتطبق عليه عندئذ علاقة القوى في التوازن الديناميكي الآتية:

$$F_{(\theta=\psi)}^{in} + \Sigma F_{(\theta=\psi)}^e = 0 \Rightarrow F_{(\theta=\psi)}^{in} + F_{k(\theta=\psi)} + W + F_{(\theta=\psi)} = 0$$

حيث $F_{(\theta=\psi)}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع الأعظمية، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{(\theta=\psi)}^{in} = m \cdot A_E = m \cdot A_{(\theta=\psi)}$$

حيث A_θ تمثل تسارع التابع في أثناء حركته المتسارعة على الجانب المستقيم للكامدة، وقيمتها تحسب من العلاقة (6-27):

$$A_\theta = \omega^2 (R + r_0) (2 \sec^3 \theta - \sec \theta)$$

بالتعويض بالقيم العددية في الموضع E حيث $(\theta = \psi = 30^\circ)$ ؛ نحصل على أن:

$$A_E = A_{(\theta=\psi=30^\circ)} = (20.93)^2 (45) 10^{-3} (2 \sec^3 30^\circ - \sec 30^\circ) = 37.94 \text{ m/sec}^2 \uparrow$$

ومنه قوة عطالة التابع الأعظمية في الموضع E ، تساوي إلى:

$$F_{(\theta=\psi=30^\circ)}^{in} = m \cdot A_{(\theta=\psi=30^\circ)} = 0.8 \times 37.94 = 30.35 \text{ N} \downarrow$$

و $F_{k(\theta=\psi)}$ تمثل قوة صلابة النابض، وقيمتها عندما يمس دحرج التابع نهاية الجانب المستقيم للكامدة في الموضع E ، تحسب من العلاقة:

$$F_{k(\theta=\psi)} = k [\Delta l_{in.} + x_E] = k [\Delta l_{in.} + x_{(\theta=\psi)}]$$

حيث x_θ تمثل انتقال التابع في أثناء حركته على جانب الكامدة، وقيمتها تحسب من العلاقة (6-25):

$$x_\theta = (R + r_0) (\sec \theta - 1)$$

بالتعويض بالقيم العددية في الموضع E حيث $(\theta = \psi = 30^\circ)$ ؛ نحصل على أن:

$$x_E = x_{(\theta=\psi=30^\circ)} = (25 + 20) (\sec 30^\circ - 1) = 6.96 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه قوة صلابة النابض عندما يمس دحروج التابع نهاية الجانب المستقيم للكامة في الموضع E :

$$F_{k(\theta=\psi=30^\circ)} = 0.66(5 + 6.96) = 7.89 \text{ N} \downarrow$$

و W تمثل قوة ثقالة التابع الثابتة، وقيمتها العددية تحسب من بالعلاقة:

$$W = m \cdot g = 0.8 \times 9.81 = 7.85 \text{ N} \downarrow$$

و F_θ تمثل قوة القيد، أو القوة المنقولة من الكامة إلى التابع عبر دحروج التابع، وتكون باتجاه الناظم المشترك بين سطح الكامات، و سطح دحروج التابع عند نقطة التماس E ماراً من مركزه، وتميل على محور التابع بزاوية قدرها $(\phi = \psi = \theta)$ ، تمثل زاوية الضغط في الكامات المماسية التي سبق تعريفها، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-6-41)؛ أما قيمتها العددية فتحدد من إسقاط علاقة القوى في التوازن الديناميكي عندئذ على محور الحركة المنطبق على محور التابع:

$$F_{(\theta=\psi)}^{in} + F_{k(\theta=\psi)} + W - F_{(\theta=\psi)} \cdot \cos \theta = 0$$

حيث $(F_\theta \cdot \cos \theta = F_\theta^\tau)$ تمثل المركبة المماسية للقوة المنقولة F_θ ، وهي باتجاه مسار حركة التابع، وتعمل على تحريكه بالحركة المطلوبة، وتساوي:

$$F_\theta^\tau = F_\theta \cdot \cos \theta = F_\theta^{in} + F_{k\theta} + W$$

يلحظ أنها تساوي، وتعاكس محصلة القوى المؤثرة على التابع الدحروجي؛ أي أنها تتغلب على المقاومات المطبقة عليه، ومنه علاقة القوة المنقولة:

$$F_\theta = \frac{1}{\cos \theta} (F_\theta^{in} + F_{k\theta} + W)$$

وقيمتها العددية عندما يمس دحروج التابع نهاية الجانب المستقيم للكامة في الموضع E $(\theta = \psi = 30^\circ)$:

$$F_{(\theta=\psi=30^\circ)} = \frac{1}{\cos 30^\circ} (30.35 + 7.89 + 7.85) = 53.22 \text{ N} \quad \left[(90^\circ - \psi) = 60^\circ \right]$$

أما عزمها حول محور الكامات O، فيكون أعظماً $T_{(\max)}$ ، ويكافئ- وفق شرح المسألة-6-4 - العزم اللازم تطبيقه على الكامات من عمود دوران الكامات O؛ للتغلب على عزوم القوى المؤثرة في التابع حول عمود دوران الكامات O، وقيمته تحسب من العلاقة:

$$T_{O(\max)} = F_{(\theta=\psi)} \cdot h$$

حيث h ذراع العزم، ويحسب من الرسم التخطيطي المبين في الجزء b من (الشكل-6-42):

$$\theta = \psi \Rightarrow h = BD = (R + r_o) \tan \psi = d \cdot \sin \alpha = 25.98 \text{ mm}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على العزم الأعظمي المطلوب:

$$T_{O(\theta=\psi=30^\circ)} = 53.22 \times 25.98 = 1382.69 \text{ N.mm} \quad \uparrow$$

مسألة-6-6

يبين الجزء a من (الشكل-6-43) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية كامنة مكونة من كامنة قرصية 2 ذات جوانب تحوي قوسين دائريين متساويين، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع مسطح ترددي قطري 3 يمس أنف الكامنة؛ مع نابض مضغوط، وتتصف بأن: نصف قطر الدائرة الأساسية للكامنة هو ($R=25 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة أنف الكامنة هو ($r=2.5 \text{ mm}$)، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس هو ($d=32.5 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة الجانب هو ($\rho=69 \text{ mm}$)، وأن:

كتلة التابع، وملحقاته تساوي ($m_3=2 \text{ kg}$)، وعامل صلابة النابض المستعمل هو ($k=4 \text{ kN/m}$)، وقوة الانضغاط الابتدائية عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو ($F_{k_0}=100 \text{ N}$).

فإذا دارت الكامنة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2=480 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب إيجاد:

1. زاوية دوران الكامنة θ التي عندها يفقد التابع تماسه مع الكامنة.
2. العزم $T_{O_2(\theta=20^\circ)}$ حول عمود دوران الكامنة O_2 عند الوضع الزاوي للكامنة ($\theta=20^\circ$)، والنتائج عن عزوم القوى المؤثرة في التابع حول عمود دوران الكامنة O_2 .

الحل:

1. لتعيين زاوية دوران الكامنة التي عندها يفقد التابع تماسه مع الكامنة، يلزم تحديد المتغيرات الرئيسة المتبقية لتركيبية الكامنة، وهي:

زاوية شوط الرفع α ، وتحدد من العلاقة (6-31):

$$\rho = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R.d \cos \alpha}{2(R - r - d \cos \alpha)}$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

$$69 \times 2(25 - 2.5 - 32.5 \cos \alpha) = (25)^2 - (2.5)^2 + (32.5)^2 - 2 \times 25 \times 32.5 \times \cos \alpha$$

$$2860 \cos \alpha = 1430 \Rightarrow \cos \alpha = 0.5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامنة ψ ، وتحدد من العلاقة (6-32):

$$\sin \psi = \frac{d}{\rho - r} \sin \alpha$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

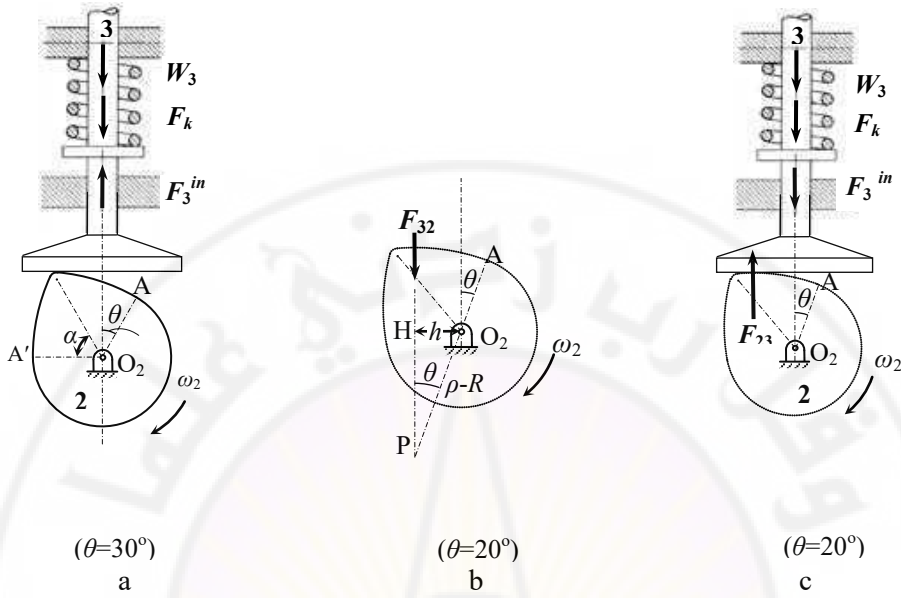
$$\sin \psi = \frac{32.5}{69 - 2.5} \sin 60 = 0.4232454 \Rightarrow \psi = 25^\circ$$

وشوط التابع S ، ويحدد من العلاقة (6-22):

$$S = d + r - R$$

بالتعويض بالمتغيرات الرئيسة؛ نحصل على أن:

$$S = 32.5 + 2.5 - 25 = 10 \text{ mm}$$



a- القوى المؤثرة في التابع لحظة فقدان التماس.

b- القوة المؤثرة في الكامنة عند $(\theta = 20^\circ)$.

c- القوى المؤثرة في التابع عند $(\theta = 20^\circ)$.

رسوم تخطيطية لتركيبية كامنة مكونة من أقواس دائرية وتابع مسطح ترددي قطري مع نابض.

(الشكل-6-43)

يفقد التابع المسطح الترددي المنكور 3 تماسه مع الكامنة 2 في الموضع الذي تكون فيه قوة عطالة التابع $F_3^{in} \uparrow$ أكبر، ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع $W_3 \downarrow$ ، وقوة صلابة النابض $F_k \downarrow$ المؤثرة فيه، ويتحقق ذلك في أثناء حركته المتباطئة عندما يمس التابع أنف الكامنة في شوط الرفع، وتكون زاوية دوران الكامنة θ محصورة بين:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

وتحدد زاوية دوران الكامنة θ ، التي عندها يفقد التابع تماسه مع الكامنة في أثناء حركته المتباطئة على أنف الكامنة $(\theta > \psi)$ ؛ من علاقتها بقيمة كل من قوة صلابة النابض F_k ، وقوة عطالة التابع F_3^{in} ، وذلك بتطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس، حيث قوة القيد F_{23} تكون معدومة حينئذ، وينتج وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع المبين في الجزء a من (الشكل-6-43)، ما يأتي:

$$F_\theta^{in} + \Sigma F^e = 0 \Rightarrow F_\theta^{in} + F_k + W_3 = 0$$

حيث F_{θ}^{in} تمثل قوة عطالة التابع في أثناء حركته على أنف الكامة، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{\theta}^{in} = m \cdot A_{\theta}$$

حيث A_{θ} تمثل تباطؤ التابع في أثناء حركته على أنف الكامة، وقيمتها تحسب من العلاقة (38-6):

$$A_{\theta} = \omega^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha - \theta) \downarrow$$

بالتعويض بالقيم:

$$A_{\theta} = \left(\frac{2\pi \times 480}{60}\right)^2 \times 0.0325 \times \cos(\alpha - \theta) = 82.115 \cos(\alpha - \theta) \downarrow$$

ومنه علاقة قوة عطالة التابع في أثناء حركته على أنف الكامة:

$$F_{\theta}^{in} = 2 \times 82.115 \cos(\alpha - \theta) = 164.23 \cos(\alpha - \theta) \uparrow$$

و W_3 تمثل قوة ثقلالة التابع الثابتة، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$W_3 = m_3 \cdot g$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$W_3 = 2 \times 9.81 = 19.62 \text{ N} \downarrow$$

و F_k تمثل قوة صلابة نابض في أثناء حركة التابع على أنف الكامة، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{in} + x_{\theta}) = F_{k_0} + F_{k_{\theta}} = F_{k_0} + k \cdot x_{\theta}$$

حيث x_{θ} تمثل انتقال التابع في أثناء حركته على أنف الكامة، وقيمتها تعطى بالعلاقة (36-6):

$$x_{\theta} = d \cdot \cos(\alpha - \theta) + r - R \uparrow$$

بالتعويض بالقيم:

$$x_{\theta} = 32.5 \cdot \cos(\alpha - \theta) - 22.5 \uparrow$$

ومنه علاقة قوة صلابة نابض خلال حركة التابع على أنف الكامة:

$$F_k = 100 + 4[32.5 \cos(\alpha - \theta) - 22.5] = 10 + 130 \cos(\alpha - \theta) \downarrow$$

بإسقاط علاقة توازن القوى على محور الحركة المنطبق على محور التابع، وفق الجزء a

من (الشكل-6-43)؛ نحصل على أن:

$$F_{\theta}^{in} - F_k - W_3 = 0$$

بالتعويض بالعلاقات المحسوبة؛ نحصل على أن:

$$164.23 \cos(\alpha - \theta) - [10 + 130 \cos(\alpha - \theta)] - 19.62 = 0$$

$$34.23 \cos(\alpha - \theta) = 29.62 \Rightarrow \cos(\alpha - \theta) = 0.866$$

$$\alpha - \theta = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

عندها يفقد التابع تماسه مع الكامة في أثناء حركته على أنف الكامة ($\theta > \psi$).

2. يعين العزم $T_{O_2(\theta=20^\circ)}$ المطبق على عمود دوران الكامنة المار من O_2 ،
والناتج عن عزوم القوى المؤثرة في التابع حول مركز الدوران O_2 عند تماسه جانب الكامنة $(\theta < \psi)$ ،
وعند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ، حيث ينتج من علاقة العزم حول مركز الدوران O_2 ؛
وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر لها، المبين في الجزء b من (الشكل-6-43) أن:

$$T_{O_2(\theta=20^\circ)} = T_{O_2}(F_{32}) = F_{32(\theta=20^\circ)} \cdot h_{(\theta=20^\circ)}$$

حيث $h_{(\theta=20^\circ)}$ يمثل طول ذراع القوة المنقولة $F_{32(\theta=20^\circ)}$ من التابع المسطح 3 إلى الكامنة 2
عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ، الموضح في الجزء b من (الشكل-6-43)، وقيمته تحسب من العلاقة:

$$h_{(\theta=20^\circ)} = O_2H = O_2P \cdot \sin \theta = (\rho - R) \cdot \sin \theta$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$h_{(\theta=20^\circ)} = 44 \sin 20^\circ = 15 \text{ mm}$$

و $F_{32(\theta=20^\circ)}$ تمثل القوة المنقولة من التابع 3 إلى الكامنة 2 عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ،
وتحسب من مبدأ الفعل ورد الفعل عند نقطة التماس كالاتي:

$$F_{32(\theta=20^\circ)} = -F_{23(\theta=20^\circ)}$$

و $F_{23(\theta=20^\circ)}$ تمثل القوة المنقولة من الكامنة 2 إلى التابع المسطح 3 عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ،
قيمتها العددية تحسب من تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع 3 عند هذا الوضع،
حيث ينتج وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر له المبين في الجزء c من (الشكل-6-43)، ما يأتي:

$$F_{(\theta=20^\circ)}^{in} + \Sigma F_{(\theta=20^\circ)}^e = 0 \Rightarrow F_{(\theta=20^\circ)}^{in} + F_{k(\theta=20^\circ)} + W_3 + F_{23(\theta=20^\circ)} = 0$$

حيث:

$F_{(\theta=20^\circ)}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع في أثناء حركته على جانب الكامنة، وقيمتها العددية تحسب من العلاقة:

$$F_{(\theta=20^\circ)}^{in} = m \cdot A_{(\theta=20^\circ)}$$

و A_θ تمثل تسارع التابع في أثناء حركته على جانب الكامنة، وقيمته تحسب من المعادلة (6-35):

$$A_\theta = \omega^2 (\rho - R) \cos \theta \uparrow$$

بالتعويض بالقيم العددية عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ؛ نحصل على أن:

$$A_{(\theta=20^\circ)} = \left(\frac{2\pi \times 480}{60}\right)^2 \times (0.069 - 0.025) \cos 20^\circ = 104.36 \text{ m/sec}^2 \uparrow$$

ومنه قوة عطالة التابع عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$:

$$F_{(\theta=20^\circ)}^{in} = 2 \times 104.36 = 208.72 \text{ N} \downarrow$$

و W_3 تمثل قوة ثقالة التابع الثابتة، وقيمتها العددية محسوبة سابقاً، وتساوي إلى:

$$W_3 = 19.62 \text{ N} \downarrow$$

و $F_{k(\theta=20^\circ)}$ تمثل قوة صلابة النابض عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{k(\theta=20^\circ)} = k(\Delta l_{in.} + x_\theta) = F_{k_0} + k \cdot x_\theta$$

حيث x_θ تمثل انتقال التابع في أثناء حركته على جانب الكامنة، وقيمتها تحسب من العلاقة (33-6):

$$x_\theta = (\rho - R) (1 - \cos \theta) \uparrow$$

منه بالتعويض بالقيم العددية عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ؛ نحصل على أن:

$$x_{(\theta=20^\circ)} = (69 - 25) (1 - \cos 20^\circ) = 2.6535 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه قوة صلابة النابض عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$:

$$F_{k(\theta=20^\circ)} = 100 + 4 \times 2.6535 = 110.614 \text{ N} \downarrow$$

بإسقاط علاقة القوى على محور التابع؛ نحصل على:

$$F_{23(\theta=20^\circ)} = F_{(\theta=20^\circ)}^{in} + W_3 + F_{k(\theta=20^\circ)}$$

نلاحظ أن القوة المنقولة F_{23} من الكامنة إلى التابع المسطح يكون منحاساً عمودياً على سطحه، وقيمتها تساوي محصلة القوى المؤثرة على التابع.

بالتعويض بالقيم المحسوبة، نحصل على القوة المنقولة من الكامنة إلى التابع عند الوضع $(\theta = 20^\circ)$ ؛ نحصل على أن:

$$F_{23(\theta=20^\circ)} = 208.72 + 19.62 + 102.66 = 331 \text{ N} \uparrow$$

منه، بالتعويض في علاقة الفعل ورد الفعل؛ نحصل على أن:

$$F_{32(\theta=20^\circ)} = 331 \text{ N} \downarrow$$

ومنه، بالتعويض في علاقة العزم؛ نحصل على العزم المطبق على عمود دوران الكامنة، والناجم عن القوى المؤثرة في التابع:

$$T_{O_2(\theta=20^\circ)} = 331 \times 15 = 4965 \text{ N.mm} \approx 4.96 \text{ N.m} \quad \uparrow$$

مسألة-6-7

تتكون تركيبة كاماة، غير مبينة بشكل، من كاماة قرصية 2 ذات جوانب تحوي قوسين دائريين متساويين يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع مسطح 3 ترددي قطري؛ مع نابض مضغوط، وتتصف بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية هو ($R = 15 \text{ mm}$)، وزاوية عملها الكلية هي ($2\alpha = 150^\circ$)، وأن كتلة التابع وملحقاته تساوي ($m_3 = 1 \text{ kg}$)، وعامل صلابة النابض المستعمل هو ($k = 4 \text{ kN/m}$).

عندما تدور الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 1250 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه حركة دوران عقارب الساعة، يتحرك التابع المسطح القطري حركة ترددية، بحيث تتصف حركته بشوط قدره ($S = 6 \text{ mm}$)، وفترة تسارعه في أثناء شوط الرفع تساوي نصف فترة تباطئه.

المطلوب إيجاد:

- مقدار الانضغاط الابتدائي اللازم للنابض المستعمل Δl_{in} ، حتى لا يفقد التابع تماسه مع الكاماة.

الحل:

لتعيين الانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل Δl_{in} حتى لا يفقد التابع تماسه مع الكاماة، يلزم تحديد المتغيرات الرئيسة المتبقية لتركيبة الكاماة، وهي:

زاوية حركة التابع على الجانب φ ، وتحدد من الشرط:

$$\psi = \frac{1}{2}(\alpha - \psi) \Rightarrow \psi = \frac{\alpha}{3} = \frac{75}{3} = 25^\circ$$

أما r نصف قطر دائرة الأنف، و ρ نصف قطر دائرة الجانب، و d البعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس، فإنها تحدد من العلاقات الآتية:

$$S = d + r - R \Rightarrow 6 = d + r - 15 \Rightarrow d = 21 - r \quad (1)$$

$$\rho = \frac{R^2 - r^2 + d^2 - 2R.d.\cos\alpha}{2(R - r - d.\cos\alpha)} = \frac{(15)^2 - r^2 + d^2 - 2 \times 15 \times 0.2588d}{2(15 - r - 0.2588d)} \quad (2)$$

$$\sin\psi = \frac{d}{\rho - r} \sin\alpha \Rightarrow \frac{d}{\rho - r} = \frac{\sin\psi}{\sin\alpha} = \frac{\sin 25}{\sin 75} = 0.4375 \quad (3)$$

من العلاقة (1) والعلاقة (3):

$$\frac{21 - r}{\rho - r} = 0.4375 \Rightarrow 21 - r = 0.4375(\rho - r)$$

$$r = 37.33 - 0.777\rho \quad (4)$$

بالتعويض في العلاقة (1):

$$d = 21 - r \Rightarrow d = 0.777\rho - 16.33 \quad (5)$$

بتعويض العلاقة (4)، والعلاقة (5)، في العلاقة (2)، نحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـ ρ :

$$1.154\rho^2 - 62.83\rho + 775 = 0$$

بحل المعادلة؛ نحصل على أن:

$$\rho_1 = 35.56 \text{ mm}, \quad \rho_2 = 18.88 \text{ mm}$$

بتعويض القيمة الثانية ρ_2 في العلاقة (5):

$$d = -1.66 \text{ mm} < 0$$

من ثم تكون قيمة نصف قطر دائرة الجانب:

$$\rho = \rho_1 = 35.56 \text{ mm}$$

ومن العلاقة (4)، تكون قيمة نصف قطر دائرة الأنف:

$$r = 37.33 - 0.777 \times 35.56 = 9.7 \text{ mm}$$

ومن العلاقة (5)، يكون البعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس:

$$d = 0.777 \times 35.56 - 16.33 = 11.3 \text{ mm}$$

يفقد التابع المسطح الترددي المذكور 3 تماسه مع الكامنة 2 ، في الموضع التي تكون قوة عطالة التابع الأعظمية $F_{\max}^{in}$ ، أكبر، ومعاكسة بالاتجاه لمحصلة قوة ثقالة التابع W_3 ، وقوة صلابة النابض F_k المؤثرة فيه، وتكون أعظمية عندما يكون تباطؤ التابع أعظمية في أثناء حركته المتباطئة، وذلك عندما يمس التابع المسطح أنف الكامنة في شوط الرفع، واستناداً لمخطط تسارع التابع المسطح المبين في (الشكل-6-39). يكون تباطؤ التابع أعظمية، عندما يمس التابع في نهاية أنف الكامنة عند الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ ؛ أي عندما تصبح الكامنة في هذه الحالة شاقولية.

ويحدد مقدار الانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل Δl_{in} حتى لا يفقد التابع تماسه مع الكامنة، من علاقته بقوة صلابة النابض F_k التي تحدد من تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس، حيث قوة القيد تكون معدومة حينئذ، وينتج وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع عند الوضع $(\theta = \alpha)$ ، المبين في (الشكل-6-44)، ما يأتي:

$$F_{\max}^{in} + \Sigma F^e = 0 \Rightarrow F_{\max}^{in} + F_k + W_3 = 0$$

حيث:

$F_{\max}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع الأعظمية، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{\max}^{in} = m_3 \cdot A_{\max}$$

$A_{\max}$ تمثل تباطؤ التابع الأعظمي، وقيمتها تحسب من معادلة تباطؤ التابع في أثناء حركته على أنف الكامنة من المعادلة (6-38):

$$A_\theta = \omega_2^2 \cdot d \cdot \cos(\alpha - \theta)$$

ويكون التباطؤ أعظمية عندما يمس التابع نهاية أنف الكامنة؛ وفق مخطط التسارع له المبين في (الشكل-6-30)؛ أي عند $(\theta = \alpha)$ ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$A_{\max} = A_{(\theta=\alpha)} = \omega_2^2 \cdot d \downarrow$$

حيث ω تمثل السرعة الزاوية لدوران الكامنة، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$\omega_2 = \frac{2\pi \times n_2}{60} = \frac{2\pi \times 1250}{60} = 130.83 \text{ rad/sec}$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على التباطؤ الأعظمي للتابع عندما يمس نهاية أنف الكامنة:

$$A_{\max} = A_{(\theta=\alpha)} = (130.83)^2 \times 11.3 \times 10^{-3} = 193.43 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على قوة عطالة التابع الأعظمية:

$$F_{\max}^{in} = 1 \times 193.42 = 193.42 \text{ N} \uparrow$$

و W_3 تمثل قوة ثقالة التابع الثابتة، وقيمتها تحسب من بالعلاقة:

$$W_3 = m_3 \cdot g$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على قوة ثقالة التابع:

$$W_3 = 1 \times 9.81 = 9.81 \text{ N} \downarrow$$

و F_k تمثل قوة صلابة النابض، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{in.} + x_\theta)$$

حيث x_θ انتقال التابع في أثناء حركته على أنف الكامرة، وقيمتها تحسب من المعادلة (36-6):

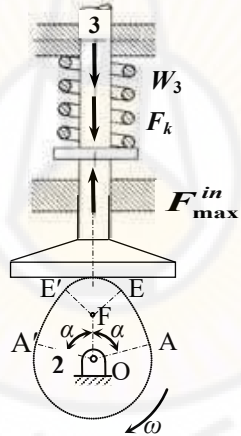
$$x_\theta = d \cdot \cos(\alpha - \theta) + r - R$$

وقيمتها العددية عندما يمس نهاية أنف الكامرة، أي عند $(\theta = \alpha = 75^\circ)$ ، تساوي إلى:

$$x_{(\theta=\alpha)} = d \cdot \cos(\alpha - \alpha) + r - R = d + r - R = S = 6 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة قوة صلابة النابض؛ نحصل على أن:

$$F_k = 4 \times 10^3 (\Delta l_{in.} + 6 \times 10^{-3}) = (4000 \Delta l_{in.} + 24) \text{ N} \downarrow$$



رسم تخطيطي لتراكيب الكامرة والقوى المؤثرة في التابع المسطح الترددي عند الوضع $(\theta = \alpha)$.
(الشكل-6-44)

تسقط علاقة التوازن التحريكي على محور الحركة المنطبق على محور التابع؛
وفق (الشكل-6-44)؛ نحصل على:

$$F_{3max.in} - F_k - W_3 = 0$$

بالتعويض بالقيم المحسوبة؛ نحصل على مقدار الانضغاط الابتدائي اللازم للنابض المستعمل:

$$193.42 - (4000 \Delta l_{in} + 24) - 9.81 = 0$$

$$4000 \Delta l_{in} = 193.42 - 24 - 9.81 = 159.61$$

$$\Delta l_{in} = 0.04 \text{ m} = 40 \text{ mm}$$

مسألة-6-8

مسألة امتحان الفصل الأول من العام الدراسي 2015-2016

يبين الجزء a من (الشكل-6-45) تخطيطاً لتركيبية كاماة تحوي كاماة دائرية مركزها الهندسي Q ، ومحور دورانها الثابت مار من O_2 ، وتابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً يمس الكاماة عند أخفض وضع له؛ مع نابض مضغوط، وتتصف بأن:

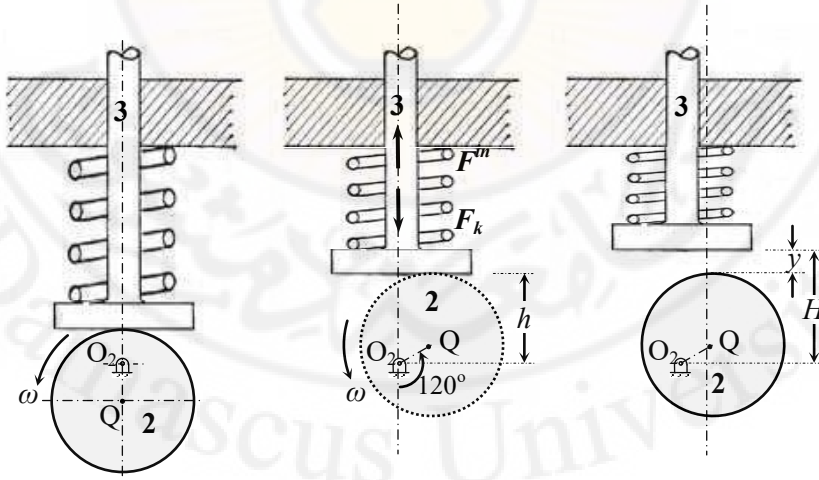
نصف قطرها هو $(R = 75 \text{ mm})$ ، والاختلاف المركزي لها هو $(d = O_2Q = 38 \text{ mm})$ ، وأن: كتلة التابع وملحقاته تساوي $(m = 0.8 \text{ kg})$ ، وعامل صلابة النابض المستعمل هو $(k = 10 \text{ kN/m})$ ، وانضغاطه الابتدائي هو $(\Delta l_{in} = 32 \text{ mm})$ عندما يكون التابع في أخفض وضع له.

وجد في أثناء الاختبار التجريبي لتركيبية الكاماة، أن التابع فقد تماسه مع سطح الكاماة عندما دارت الكاماة زاوية $(\theta = 120^\circ)$ من أخفض وضع له، بسرعة دوران ثابتة حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

المطلوب بعد إهمال تأثير وزن التابع، وكتلة النابض ما يأتي:

1. حساب قيمة سرعة دوران الكاماة n_2 التي بسببها فقد التابع تماسه مع سطح الكاماة.
2. أقصى ارتفاع H يصله التابع فوق المحور المار من مركز الدوران O_2 .

الحل:



c- التابع عند أقصى ارتفاع يصله. b- التابع عند لحظة فقدان التماس مع الكاماة. a- التابع عند أخفض وضع له.

رسم تخطيطية لتركيبية كاماة دائرية مع تابع مسطح ترددي قطري ونابض مضغوط.

(الشكل-6-45)

1. تحدد سرعة دوران الكامدة n_2 التي بسببها فقد التابع المسطح تماسه مع سطح الكامدة، من تعيين السرعة الزاوية لدوران الكامدة ω_2 التي تحسب من علاقتها بقوة عطالة التابع $F_{(\theta=120^\circ)}^{in}$ ، والتي تحسب بدورها من تطبيق علاقة القوى في التوازن الديناميكي على التابع لحظة فقدان التماس مع الكامدة في الوضع $(\theta = 120^\circ)$ ، حيث قوة القيد تكون معدومة حينئذ، وينتج وفق الرسم التخطيطي لمخطط الجسم الحر للتابع المبين في الجزء b من (الشكل-6-45)، بعد إهمال قوة ثقالة التابع المسطح، ما يلي:

$$F_{(\theta=120^\circ)}^{in} + \Sigma F_{(\theta=120^\circ)}^e = 0 \Rightarrow F_{(\theta=120^\circ)}^{in} + F_{k(\theta=120^\circ)} = 0$$

حيث:

$F_{(\theta=120^\circ)}^{in}$ تمثل قوة عطالة التابع في الوضع $(\theta = 120^\circ)$ ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{(\theta=120^\circ)}^{in} = m \cdot A_{(\theta=120^\circ)}$$

$A_{(\theta=120^\circ)}$ يمثل تباطؤ التابع في الوضع $(\theta = 120^\circ)$ ، ومعادلته تحدد من الاشتقاق الثاني لمعادلة إزاحة التابع (40-6) الآتية:

$$x_\theta = d(1 - \cos \theta) \Rightarrow \dot{x}_\theta = V_\theta = \omega \cdot d \cdot \sin \theta \Rightarrow \ddot{x}_\theta = A_\theta = \omega^2 \cdot d \cdot \cos \theta$$

بالتعويض في علاقة تباطؤ التابع في الوضع $(\theta = 120^\circ)$:

$$A_{(\theta=120^\circ)} = \omega_2^2 \times 0.38(-0.5) = -0.019 \omega_2^2 \downarrow$$

الإشارة السالبة تدل على التباطؤ، ومنه بالتعويض في علاقة قوة عطالة التابع؛ نحصل على:

$$F_{(\theta=120^\circ)}^{in} = 0.8 \times 0.019 \omega_2^2 = 0.0152 \omega_2^2 \uparrow$$

و $F_{k(\theta=120^\circ)}$ تمثل قوة مرونة النابض في الوضع $(\theta = 120^\circ)$ ، وقيمتها تحسب من العلاقة:

$$F_{k(\theta=120^\circ)} = k[\Delta l_{in} + x_\theta] = k[\Delta l_{in} + d(1 - \cos \theta)]$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$F_{k(\theta=120^\circ)} = 10 \times 10^3 [0.032 + 0.038(1 + 0.5)] = 890 \text{ N} \downarrow$$

ومنه، بالتعويض عن هذه القيم في علاقة توازن القوى بعد إسقاطها على محور التابع ينتج أن:

$$0.0152 \omega_2^2 - 890 = 0 \Rightarrow \omega_2^2 = 58552.631 \text{ rad}^2 / \text{sec}^2$$

منه، السرعة الزاوية المطلوبة لدوران الكامدة:

$$\omega_2 = 242 \text{ rad/sec}$$

ومنه، سرعة دوران الكامدة المطلوبة:

$$n_2 = \frac{60 \omega}{2\pi} = 2312 \text{ r.p.m}$$

2. إن أقصى ارتفاع يصله التابع فوق مركز الدوران O عند الوضع $(\theta = 120^\circ)$ ، هو:

$$H = h + y$$

حيث:

h تمثل ارتفاع التابع فوق محور الدوران O_2 عند لحظة ابتعاده عن سطح الكامنة.

y تمثل ارتفاع التابع الناتج من تغير القدرة الحركية.

يحسب h ارتفاع التابع فوق محور الدوران O_2 عند لحظة ابتعاده عن سطح الكامنة، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء b من (الشكل-6-45) كالآتي:

$$h_{(\theta=120^\circ)} = x_{(\theta=120^\circ)} + (R - d) = d(1 - \cos \theta) + (R - d)$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على ارتفاع التابع فوق محور الدوران O_2 :

$$h_{(\theta=120^\circ)} = 0.038(1 + 0.5) + (75 - 38) = 94 \text{ mm}$$

ويحسب ارتفاع التابع الناتج من تغير القدرة الحركية، كما هو مبين تخطيطياً في الجزء c من (الشكل-6-45)، من تطبيق علاقة تغير القدرة الحركية للتابع بدءاً من لحظة فقدان التماس، وحتى تصبح سرعته معدومة $(V_{fin} = 0)$:

$$E_c^1 - E_c^0 = w_{F_K} = \frac{k}{2}(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2)$$

$$\frac{1}{2}M[V_{fin}^2 - V_{(\theta=120^\circ)}^2] = \frac{k}{2}[(\Delta l_{in} + x_{(\theta=120^\circ)})^2 - (\Delta l_{in} + x_{(\theta=120^\circ)} + y)^2]$$

حيث $V_{(\theta=120^\circ)}$ تمثل سرعة التابع لحظة فقدان التماس، وتحسب من معادلة سرعة التابع الآتية:

$$\dot{x}_\theta = V_\theta = \omega \cdot d \cdot \sin \theta$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$V_{(\theta=120^\circ)} = 242 \times 0.032 = 7.96 \text{ m/sec}$$

منه، بالتعويض في علاقة تغير القدرة الحركية، والحل نحصل على ارتفاع التابع الناتج من تغير القدرة الحركية للتابع:

$$y = 25 \text{ mm}$$

ومنه، بالتعويض في علاقة الارتفاع المطلوب؛ نحصل على أن:

$$H = 119 \text{ mm}$$

مسألة-6-9

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2016-2017

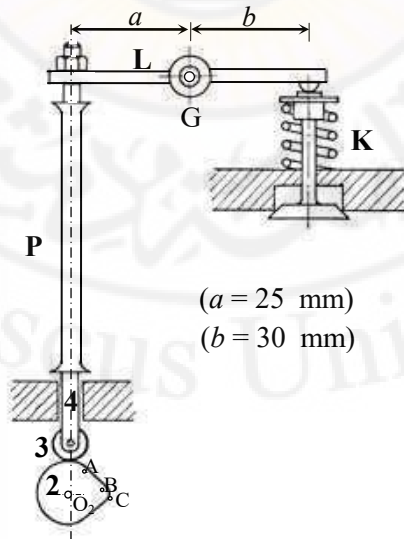
يبين (الشكل-6-46) تخطيطاً لتركيب آلية تستعمل في فتح صمام السحب (Suction)، وإغلاقه في محرك احتراق داخلي رباعي الشوط، ومصممة على أن يفتح الصمام عندما يكون الوضع الزاوي للمرفق متقدماً بزاوية ($\beta = 10^\circ$) قبل وضع النقطة الميتة الداخلية، وأن يغلق عندما يكون المرفق قد دار بزاوية ($\gamma = 50^\circ$) بعد وضع النقطة الميتة الخارجية.

تتكون التركيبة الآلية من كاماة قرصية مماسية 2 ؛ ذات جوانب مكونة من خطين مستقيمين متساويين AB ، يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع دحرجي ترددي قطري 4 ينقل الحركة إلى الصمام عبر ذراع الدفع الشاقولي P ، الذي يمر من عمود دوران الكاماة O_2 ، ومن الذراع الأفقي L المتأرجح حول مركز ثقله G ، ويحافظ النابض K المركب على ساق الصمام على تماس التابع والكاماة، في أثناء كامل فترة العمل.

تتصف هذه التركيبة الآلية، بأن نصف قطر عطالة الذراع المتأرجح L حول G هو ($\rho_G = 20 \text{ mm}$)، وكتلة التابع وذراع الدفع تساوي ($M_P = 0.16 \text{ kg}$)، وكتلة الصمام والنابض المكافئة تساوي ($M_K = 0.07 \text{ kg}$)، وكتلة الذراع المتأرجح تساوي ($M_L = 0.2 \text{ kg}$).

وتتصف تركيبة الكاماة بأن نصف قطر الدائرة الأساسية للكاماة هو ($R = 12 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة الأنف هو ($r = 6 \text{ mm}$)، ونصف قطر دحرج التابع 3 هو ($r_o = 6 \text{ mm}$).

فإذا دارت الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 2000 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O_2 ؛ باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب للحفاظ على تماس التابع، والكاماة في أثناء دورة كاملة للكاماة: - تعيين قوة صلابة النابض F_k اللازمة.



(الشكل-6-46)، رسم تخطيطي لتركيب كاماة تستعمل في فتح صمام السحب لمحرك.

الحل:

لتعيين قوة صلابة النابض اللازمة؛ للحفاظ على تماس التابع، يلزم تحديد المتغيرات الرئيسية المتبقية لتركيب الكامة، وهي:

زاوية عمل الكامة 2α ، وتحدد انطلاقاً من أنها تدور دورة واحدة لكل دورتين للمرفق؛ لأن المحرك رباعي الشوط، واستناداً للبند 2 من الفقرة 6-12، و(الشكل-6-34)، فإن:

$$2\alpha = \frac{\theta_s^*}{2} = \frac{\beta + \theta_s + \gamma}{2} = \frac{10^\circ + 180^\circ + 50^\circ}{2} = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس d ، ويحدد من العلاقة (6-23):

$$\cos \alpha = \frac{R - r}{d} \Rightarrow d = \frac{R - r}{\cos \alpha} = 12 \text{ mm}$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامة ψ ، وتحدد من العلاقة (6-25):

$$\tan \psi = \frac{d}{R + r_0} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \psi = 30^\circ$$

وشوط التابع S ، ويحدد من العلاقة (6-22):

$$S = d + r - R = 12 + 6 - 12 = 6 \text{ mm}$$

تبين لنا من تحليل حركة التابع الدحرجي الترددي القطري في أثناء شوط الرفع، على كامة مماسية في الفقرة 6-11-1 ، أن حركة التابع تكون متباطئة في أثناء تماسه أنف الكامة، وتكون زاوية دوران الكامة θ عندئذ محصورة بين:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

حيث ينتج من ذلك أن اتجاه قوة عطالة التابع الترددي هو باتجاه إبعاد ذراع الدفع الشاقولي P عن الكامة؛ ومنه فإن قوة صلابة النابض F_k اللازمة؛ للحفاظ على التماس تعين وفقاً لقيمة قوة عطالة التابع الأعظمية $F_{\max}^{in}$ ، وتكون أعظمية عندما يكون تباطؤ التابع أعظمية، وذلك في أثناء حركته المتباطئة عندما يمس دحرج التابع أنف الكامة، واستناداً لمخطط تسارع التابع، المبين في (الشكل-6-27)، لابد من تحديد موقع تماس التابع مع الكامة الذي يكون فيه تباطؤ التابع أعظمية، حيث يمكن أن يحدث عند بدء حركته على الأنف عند الموضع E حيث $(\theta = \psi)$ ، أو في نهاية شوط الرفع عند الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ ؛ أي عندما تصبح الكامة في حالتنا شاقولية؛ من ثم لا بد من حساب قيمة تباطؤ التابع في الموضعين، ولتحديد ذلك يحسب قيمة تباطؤ التابع عند هذين الموضعين من علاقة قيمة تباطؤ التابع (6-30) الآتية:

$$A_\gamma = \omega^2 \cdot d \left[\cos \gamma + \frac{\sin^4 \gamma + n^2 \cdot \cos 2\gamma}{(n^2 - \sin^2 \gamma)^{3/2}} \right]$$

حيث:

n تمثل النسبة الثابتة، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$n = \frac{r + r_0}{d} = 1$$

ω تمثل السرعة الزاوية لدوران الكامرة، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$\omega_2 = \frac{2\pi \times n_2}{60} = \frac{2\pi \times 2000}{60} = 209.3 \text{ rad/sec}$$

γ تمثل زاوية حركة التابع على أنف الكامرة، وقيمتها تحدد بالعلاقة:

$$\gamma = \alpha - \theta$$

فعند بدء حركة التابع على الأنف عند الموضع B ، تكون:

$$\theta = \psi \rightarrow \gamma = \alpha - \psi = 30^\circ$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة تباطؤ التابع؛ نحصل على أن:

$$A_{(\gamma=30^\circ)} = (A_p)_B = \omega_2^2 \cdot d \left[\cos 30^\circ + \frac{\sin^4 30^\circ + n^2 \cdot \cos 60^\circ}{(n^2 - \sin^2 30^\circ)^{3/2}} \right] = 910 \text{ m/sec}^2$$

وعند نهاية حركة التابع على الأنف عند الموضع C ، أي نهاية شوط الرفع، تكون:

$$\theta = \alpha \rightarrow \gamma = 0$$

منه، بالتعويض بالقيم العددية في علاقة تباطؤ التابع؛ نحصل على أن:

$$A_{(\gamma=0)} = (A_p)_C = \omega_2^2 \cdot d \left[1 + \frac{1}{n} \right] = 1050 \text{ m/sec}^2$$

بالمقارنة نجد:

$$(A_p)_C > (A_p)_B$$

أي إن التباطؤ الأعظمي للتابع يحدث عندما يفتح الصمام بأعظم فتحة له عند نهاية حركته على أنف الكامرة، وقيمتها العددية:

$$A_{\max.} = (A_p)_C = A_{(\gamma=0^\circ)} = 1050 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

ومن ثم فإن قوة العطالة الأعظمية المؤثرة في ذراع الدفع P ، هي:

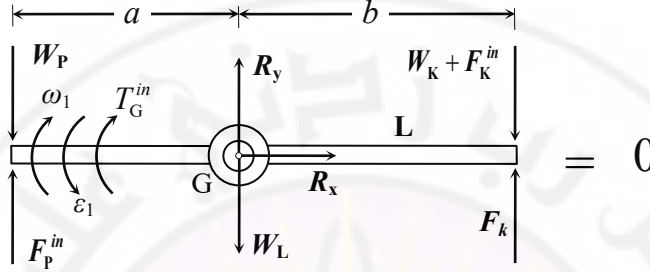
$$F_{\max.}^{in} = F_P^{in} = M_P \cdot A_{\max.} = 0.16 \times 1050 = 168 \text{ N} \uparrow$$

وتعين قيمة قوة صلابة النابض اللازمة F_k ، من تطبيق علاقات التوازن الديناميكي

على الذراع المتأرجح L ، عندما يفتح الصمام بأعظم فتحة له عند نهاية حركة التابع على أنف الكامرة:

$$R^{in} + \Sigma F^e = 0 \quad , \quad T_G^{in} + T_G^e = 0$$

حيث كل من القوى المؤثرة فيه بما فيهم مركبتي قوة القيد R_x, R_y ، والمجموعة العطالية للذراع المتأرجح، الممثلة بالممتجه الرئيس لقوى العطالة $(R_L^{in} = -M_L \cdot A_G = 0)$ ، وبالعزم الرئيس لقوى عطالة الذراع حول مركز كتلته G $(T_G^{in} = -I_G \cdot \epsilon_1)$ ، وقوة عطالة كل من ذراع الدفع F_p^{in} ، والصمام مع النابض F_K^{in} ، موضحة في المخطط المبين في (الشكل-6-47).



(الشكل-6-47)، مخطط التوازن الديناميكي للذراع المتأرجح.

وبأخذ العزوم حول G ، نجد أن:

$$(F_P^{in} - W_P) \cdot a + T_G^{in} = [F_K - (W_K + F_K^{in})] \cdot b$$

حيث العزم الرئيس لقوى عطالة الذراع المتأرجح T_G^{in} ، بحسب من العلاقة:

$$T_G^{in} = I_G \cdot \epsilon_1$$

وعزم العطالة الكتلي I_G للذراع المتأرجح، يحسب من العلاقة:

$$I_G = M_L \cdot \rho_G^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

والتسارع الزاوي ϵ_1 للذراع المتأرجح، يحسب من العلاقة:

$$\epsilon_1 = A_{\max} / a = 42000 \text{ rad/sec}^2$$

ومنه، بالتعويض في علاقة العزم الرئيس لقوى عطالة الذراع المتأرجح:

$$T_G^{in} = 3.36 \text{ N.m}$$

أما قوة عطالة الصمام والنابض F_K^{in} ، فتحسب من العلاقة:

$$F_K^{in} = M_K \cdot A_K$$

حيث A_K تمثل التسارع الخطي للصمام، ويحسب من العلاقة:

$$A_K = \epsilon_1 \cdot b = 1260 \text{ m/sec}^2$$

ومنه، بالتعويض في علاقة قوة عطالة الصمام:

$$F_K^{in} = 88.2 \text{ N}$$

بالتعويض بالقيم المحسوبة في علاقة العزوم، ينتج أن القوة F_K اللازمة للنابض هي:

$$F_K = 340 \text{ N}$$

بإسقاط علاقة القوى في التوازن الديناميكي على محورين متعامدين، يمكن إيجاد قيمة مركبتي

قوة القيد R_x, R_y في المفصل G .

مسألة-6-10

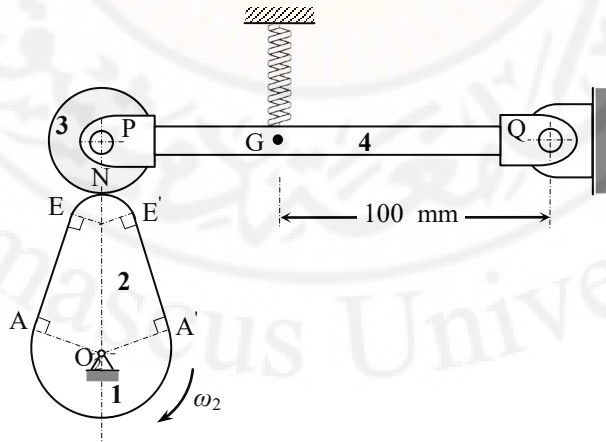
مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2017-2018

يبين (الشكل-6-48)، تخطيطاً لتركيبية كاماة مكونة من كاماة قرصية مماسية 2 ، ذات جوانب تحوي خطين مستقيمين متساويين AB , A'B' ، يمان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع دحروجي 4 يتأرجح حول المفصل الثابت Q ، ويستند إلى الكاماة بتأثير كل من وزنه، وقوة نابض مضغوط عند مركز ثقله G ، وتتصف بأن:

نصف قطر الدائرة الأساسية هو ($R = 25 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة الأنف هو ($r = 10 \text{ mm}$)، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس هو ($d = 75 \text{ mm}$)، ونصف قطر الدحروج 3 هو ($r_o = 50 \text{ mm}$)، وأن:

طول التابع هو ($PQ = 160 \text{ mm}$)، ومركز ثقله G يبعد عن المفصل الثابت Q مقدار ($GQ = 100 \text{ mm}$)، وكتلته هي ($m_4 = 0.8 \text{ kg}$)، ونصف قطر عطالته حول G هو ($\rho_G = 60 \text{ mm}$)، والانضغاط الابتدائي للنابض عندما يمس التابع الكاماة في أخفض وضع له هو ($\Delta l_{in} = 5 \text{ mm}$).

فإذا دارت الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 200 \text{ r.p.m}$) حول محورها الثابت O_2 ، باتجاه دوران عقارب الساعة، وتحرك التابع حول وضعه الأفقي بزوايتين متساويتين؛ المطلوب بافتراض أن مسار نقطة أثر التابع P خط مستقيم شاقولي مار من مركز دوران الكاماة O_2 :
- إيجاد عامل صلابة النابض k ، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكاماة.



رسم تخطيطي لتركيبية كاماة قرصية مماسية وتابع دحروجي تأرجحي مع نابض.

(الشكل-6-48)

الحل:

لتعيين عامل صلابة النابض المستعمل، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامنة، يلزم تحديد المتغيرات الرئيسية المتبقية لتركيبية الكامنة، وهي:

شوط التابع S ، ويحدد من العلاقة (22-6):

$$S = d + r - R = 75 + 10 - 25 = 60 \text{ mm}$$

وزاوية شوط الرفع α ، وتحدد من العلاقة (23-6):

$$\cos \alpha = \frac{R - r}{d} = \frac{25 - 10}{75} = 0.2 \Rightarrow \alpha = 78.463^\circ$$

وزاوية حركة التابع على جانب الكامنة ψ ، وتحدد من العلاقة (24-6):

$$\tan \psi = \frac{d}{R + r_o} \sin \alpha = \frac{75}{25 + 50} \cdot 0.979795 \Rightarrow \psi = 44.415^\circ$$

يفقد التابع الدحرجي التآرجي المذكور تماسه مع الكامنة في الوضع الذي تكون فيه محصلة عزم قوة عطالة التابع الأعظمية $F_{\max}^{in} \uparrow$ مع مركبة العزم العطالي له T_G حول مركز التآرج Q للتابع أكبر، ومعاكس بالاتجاه من محصلة عزم قوة ثقالة التابع $W \downarrow$ ، وعزم قوة صلابة النابض $F_k \downarrow$ حول مركز التآرج Q ، ويتحقق ذلك عندما يمس التابع أنف الكامنة في شوط الرفع، في أثنائها يتآرجج التابع حول مركز تمفصله Q بحركة متباطئة، وتكون زاوية دوران الكامنة θ محصورة بين:

$$\psi \leq \theta \leq \alpha$$

بما أن قوة عطالة التابع التآرجي الأعظمية $F_{\max}^{in}$ تعتمد على قيمة التباطؤ الأعظمي لنقطة الأثر P ، والتي مسارها يقارب مستقيماً شاقولياً ماراً من مركز دوران الكامنة O_2 ؛ من ثم تكون معادلة تباطؤها تطابق معادلة تباطؤ نقطة الأثر P لتابع دحرجي ترددي قطري.

يكون تباطؤ نقطة الأثر P للتابع الدحرجي الترددي القطري أعظماً عندما يمس الدحرج أنف الكامنة، واستناداً لمخطط تسارع التابع الدحرجي الترددي القطري المبين في (الشكل-6-27)، لابد من تحديد موقع تماس التابع مع الكامنة الذي يكون فيه تباطؤ التابع أعظماً، حيث يمكن أن يحدث عند بدء حركته على الأنف عند الموضع E حيث $(\theta = \psi)$ ، أو في نهاية شوط الرفع عند الموضع N حيث $(\theta = \alpha)$ ؛ أي عندما تصبح الكامنة في هذه الحالة شاقولية؛ من ثم لا بد من حساب قيمة تباطؤ التابع في الموضعين، ولتحديد ذلك يحسب تباطؤ التابع عند هذين الموضعين من علاقة تباطؤ التابع (30-6) الآتية:

$$A_\gamma = \omega^2 \cdot d \left[\cos \gamma + \frac{\sin^4 \gamma + n^2 \cdot \cos 2\gamma}{(n^2 - \sin^2 \gamma)^{3/2}} \right]$$

حيث:

ω تمثل السرعة الزاوية لدوران الكامة، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$\omega = \frac{2\pi \times 200}{60} = 20.93 \text{ rad/sec}$$

n تمثل نسبة ثابتة، وقيمتها العددية تحدد بالعلاقة:

$$n = \frac{r + r_o}{d} = \frac{10 + 50}{75} = 0.8$$

γ تمثل زاوية حركة التابع على أنف الكامة، وقيمتها تحدد بالعلاقة:

$$\gamma = \alpha - \theta$$

فعندما يمس التابع بداية الأنف في الموضع E ، تكون زاوية حركته على أنف الكامة:

$$\theta = \psi \Rightarrow \gamma = \alpha - \psi = 78^\circ.46 - 44^\circ.42 \approx 34^\circ.04$$

وتكون القيمة العددية لتباطؤ التابع، تساوي إلى:

$$(A_p)_E = (A_p)_{(\gamma=34^\circ.04)} = 86.66 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

وعندما يمس التابع نهاية الأنف في الموضع N ، تكون زاوية حركته على أنف الكامة:

$$\theta = \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha - \alpha = 0$$

وتكون القيمة العددية لتباطؤ التابع، تساوي إلى:

$$(A_p)_N = (A_p)_{(\gamma=0)} = 74.02 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

يُلاحظ أن:

$$(A_p)_E > (A_p)_N$$

أي إن تباطؤ نقطة الأثر P للتابع، يكون أعظمياً عند تماسه بداية أنف الكامة، وقيمته:

$$(A_p)_{\max.} = (A_p)_E = (A_p)_{(\gamma=34^\circ.04)} = 86.66 \text{ m/sec}^2 \downarrow$$

من ثم يحدد عامل صلابة النابض اللازم k ، بحيث لا يفقد التابع تماسه مع الكامة

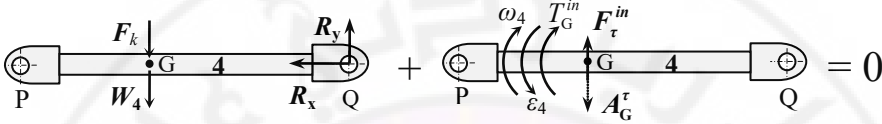
من علاقته بقوة صلابة النابض F_k ، والتي تحسب من تطبيق علاقات التوازن الديناميكي

على التابع المتأرجح لحظة فقدان تماسه مع الكامة في الموضع E ، حيث قوة القيد تكون معدومة حينئذ،

الآتية:

$$R^{in} + \Sigma F^e = 0 \quad , \quad T_G^{in} + T_G^e = 0$$

بالاعتماد على المخطط التوضيحي المبين في (الشكل-6-49)، لكل من مخطط الجسم الحر للتابع المتأرجح الذي يبين القوى المؤثرة فيه، ومخطط للتابع المتأرجح الذي يبين فيه المجموعة العطالية له، والممثلة بالمركبة المماسية لمتجه الرئيس F_τ^{in} لقوى العطالة؛ لأن $(\omega_4 \approx 0)$ ، وبالعزم الرئيس T_G^{in} لقوى عطالة الذراع حول مركز كتلته G المؤثرة فيه.



المجموعة العطالية للتابع. مجموعة القوى المؤثرة في التابع.
مخططات التوازن الديناميكي للتابع المتأرجح لحظة فقدان تماسه مع الكامرة.
(الشكل-6-49)

بتطبيق علاقة العزوم حول المفصل الثابت Q :

$$T_G^{in} + F_\tau^{in} \cdot GQ - (F_k + W_4) GQ = 0$$

حيث T_G^{in} تمثل العزم الرئيس لقوى عطالة التابع المتأرجح، ويحسب من العلاقة:

$$T_G^{in} = I_G \cdot \varepsilon_4$$

حيث ε_4 تمثل التسارع الزاوي لدوران التابع حول Q ، ويحسب من العلاقة:

$$\varepsilon_4 = \frac{A_{PQ}^\tau}{PQ} = \frac{(A_p)_E}{PQ}$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$\varepsilon_4 = \frac{86.66}{0.16} = 541.63 \text{ rad/sec}^2$$

و I_G تمثل عزم عطالة التابع الكتلي حول مركز كتلته G ، ويحسب من العلاقة:

$$I_G = m \cdot \rho_G^2$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$I_G = 0.8(0.06)^2 = 2.88 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

ومنه، بالتعويض بالقيم المحسوبة في علاقة العزم الرئيس لقوى العطالة؛ نحصل على أن:

$$T_G^{in} = 541.63 \times 2.88 \times 10^{-3} = 1.56 \text{ N.m}$$

و F_{τ}^{in} تمثل المركبة المماسية للمتجه الرئيس لقوى عطالة التابع المتأرجح، ويحسب من العلاقة:

$$F_{\tau}^{in} = m_4 \cdot A_G^{\tau} = m_4 \cdot \varepsilon_4 \cdot GQ$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على أن:

$$F_{\tau}^{in} = 0.8 \times 541.63 \times 0.1 = 43.33 \text{ N} \uparrow$$

حيث المركبة النازمية للمتجه الرئيس لقوى عطالة التابع المتأرجح معدوم، ($F_n^{in} \approx 0$).

و F_k تمثل قوة صلابة النابض، وتحسب من بالعلاقة:

$$F_k = k(\Delta l_{in} + x_G)$$

حيث x_G تمثل مقدار انضغاط النابض، الذي يساوي انتقال مركز ثقل التابع، ويحسب من علاقة التناسب الآتية:

$$\frac{S}{PQ} = \frac{x_G}{GQ} \Rightarrow x_G = \frac{GQ}{PQ} S$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على:

$$x_G = \frac{100}{160} 60 = 37.5 \text{ mm} \uparrow$$

ومنه قوة صلابة النابض:

$$F_k = k(0.005 + 0.0375) = 0.0425k \text{ N} \downarrow$$

و W_4 تمثل قوة ثقالة التابع، وتعطى بالعلاقة:

$$W_4 = m_4 \cdot g$$

بالتعويض بالقيم العددية؛ نحصل على:

$$W_4 = 0.8 \times 9.81 = 7.85 \text{ N} \downarrow$$

بتعويض القيم المحسوبة في علاقة العزم:

$$1.56 + 43.33 \times 0.1 - (0.0425k + 7.85)0.1 = 0 \Rightarrow 0.00425k = 5.108$$

منه، عامل صلابة النابض المستعمل:

$$0.00425k = 5.108 \Rightarrow k \approx 1200 \text{ N/m}$$

وبإسقاط علاقة القوى على محورين متعامدين يمكن إيجاد قيمة مركبتي قوة القيد R_x, R_y

في مركز التآرجح Q .

لا بد من الإشارة أخيراً إلى أن الانتشار الواسع في استعمال الكامات، يجعل من الصعب حصر أنواعها، وأشكالها المختلفة؛ نظراً لتطبيقاتها المتباينة، وإمكاناتها الوظيفية المتعددة؛ لذا فقد اكتفينا في هذا الفصل بإعطاء المفاهيم الأساسية التي تشكل القاعدة المشتركة لتصميم الكامات، وتحليلها بصورة عامة، من دون التطرق إلى السمات الخاصة؛ بتطبيقات معينة يمكن تحديدها من المراجع الخاصة بهذه التطبيقات.

مسائل غير محلولة Problems

م-6-1

تدور كامة قرصية بسرعة دوران ثابتة ($n = 400$ r.p.m)؛ لتحرك تابعاً حركة ترددية مسافة ($S = 40$ mm).

المطلوب:

- رسم مخططات الحركة، وتعيين القيم العظمى لسرعة التابع، وتسارعه في الحالات الآتية:

θ زاوية دوران الكامة

الحالة أ

- الحركة خلال شوط الرفع:

توافقية بسيطة

180°

60°

- فترة سكون

- الحركة في أثناء شوط الخفض:

120°

توافقية بسيطة

الحالة ب

- الحركة في أثناء شوط الرفع:

دويرية

180°

- الحركة في أثناء شوط الخفض:

120°

دويرية

60°

- فترة سكون

*

م-6-2

تتكون تركيبة كامة، من كامة قرصية؛ تدور بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n = 400$ r.p.m)؛ باتجاه دوران عقارب الساعة لتحرك تابعاً مسطح ترددي قطري الحركة المطلوبة سابقاً في المسألة-6-1، وتتصف بأن:

نصف قطر دائرتها الأساسية هو ($R = 50$ mm)، وشوط التابع هو ($S = 40$ mm).

المطلوب:

1. تحديد جانبية الكامة تخطيطياً.

2. تعيين الانحراف الأعظمي h_{max} لنقطة التماس عن محور التابع.

م-3-6

تتكون تركيبة كاماة من كاماة قرصية مماسية ذات جوانب مكونة من خطين مستقيمين متساويين يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع دحروجي ترددي قطري، وتتصف بأن: نصف قطر الدائرة الأساسية هو ($R = 25 \text{ mm}$)، وزاوية العمل الكلية هي ($2\alpha = 120^\circ$)، ونصف قطر الدحروج هو ($r_o = 10 \text{ mm}$)، وشوط التابع هو ($S = 10 \text{ mm}$).

فإذا دارت الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n = 240 \text{ r.p.m}$)؛ المطلوب:

1. إيجاد نصف قطر دائرة أنف الكاماة r ، وزاوية الحركة على الجانب المستقيم للكاماة φ .
2. إيجاد القيمة العظمى لكل من سرعة التابع $V_{\max}$ ، وتسارعه $A_{\max}$ ، وتباطئه $A_{\min}$ ، في أثناء دورة عمل كاماة.

*

م-4-6

تتكون تركيبة كاماة من كاماة قرصية ذات جوانب مكونة من قوسين دائريين متساويين يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، ومن تابع مسطح ترددي قطري.

تتصف الكاماة بأن نصف قطر دائرتها الأساسية هو ($R = 15 \text{ mm}$)، وزاوية عملها الكلية هي ($2\alpha = 150^\circ$)، ويتصف التابع بشوط قدره ($S' = 6 \text{ mm}$)، وفترة تسارعه في أثناء شوط الرفع كانت تساوي نصف فترة تباطئه.

فإذا دارت الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n = 1250 \text{ r.p.m}$)؛ المطلوب:

1. إيجاد نصف قطر كل من دائرة الأنف r ، ودائرة الجانب ρ .
2. إيجاد القيمة العظمى لكل من تسارع التابع $A_{\max}$ ، وتباطئه $A_{\min}$ ، في أثناء شوط الرفع.

*

م-5-6

تستعمل تركيبة كاماة تحوي كاماة قرصية ذات جوانب مكونة من قوسين دائريين متساويين يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، وتابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً في فتح صمام السحب (*Suction*) وإغلاقه في محرك احتراق داخلي رباعي الشوط، ومصممة على أن يفتح الصمام عندما يكون الوضع الزاوي للمرفق متقدماً بزاوية قدرها 10° قبل وضع النقطة الميتة الداخلية، وأن يغلق عندما يكون المرفق قد دار بزاوية قدرها 50° بعد وضع النقطة الميتة الخارجية.

تتصف تركيبة الكاماة بأن نصف قطر الدائرة الأساسية للكاماة هو ($R = 25 \text{ mm}$)، ونصف قطر دائرة أنف الكاماة هو ($r = 2.5 \text{ mm}$)، وشوط رفع التابع هو ($S = 10 \text{ mm}$).

فإذا كانت سرعة دوران عمود المرفق ($n' = 4000 \text{ r.p.m}$)؛ المطلوب:

1. تحديد جانبية الكاماة، ورسمها بمقياس مناسب.
2. إيجاد القيمة العظمى لكل من سرعة التابع $V_{\max}$ ، وتسارعه $A_{\max}$.

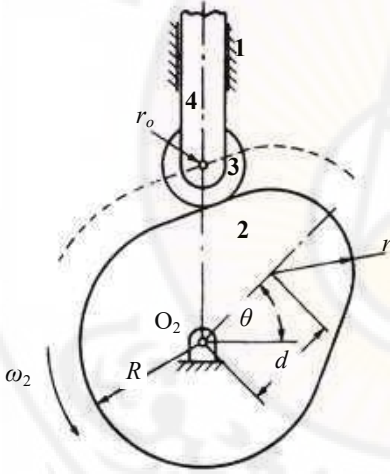
م-6-6

يبين الشكل (م-6-6) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية كامنة تحوي كامنة قرصية مماسية ذات جوانب مكونة من خطين مستقيمين متساويين، يمسان كلا من دائرتي الأساس والأنف، وتابعاً دحروجياً ترددياً قطرياً يمس الجانب المستقيم للكامنة، وتتصف بأن:

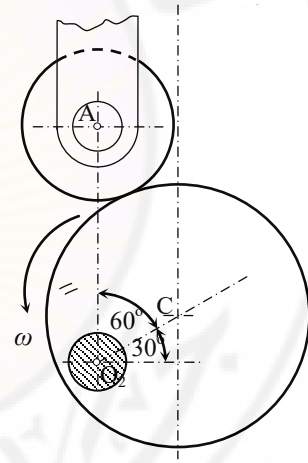
$$(r = 20 \text{ mm}) , (R = 30 \text{ mm}) , (r_o = 10 \text{ mm}) , (d = 23 \text{ mm})$$

فإذا دارت الكامنة بسرعة زاوية ثابتة قدرها $(\omega_2 = 15 \text{ rad/sec})$ ؛ باتجاه عكس دوران عقارب الساعة؛ المطلوب بعد أن تدور زاوية θ من أخفض وضع للتابع الآتي:

1. رسم الكامنة في الوضع المبين في الشكل (م-6-9)، بمقياس مناسب.
2. تعيين زاوية عمل الكامنة 2α ؛ ومن ثم تحديد الزاوية θ .
3. تعيين قيمة سرعة التابع V_θ ، وتسارعه A_θ ، واتجاههما عند الوضع المبين في الشكل، تحليلياً وتخطيطياً.



الشكل (م-6-6)



الشكل (م-6-7)

م-7-6

يبين الشكل (م-7-6) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبية كامنة تحوي كامنة دائرية مركزها الهندسي C، ومحور دورانها الثابت O، وتابعاً دحروجياً ترددياً قطرياً يمس جانب الكامنة، وتتصف بأن:

قطر الكامنة هو $(2R = 76 \text{ mm})$ ، والاختلاف المركزي هو $(OC = d = 25 \text{ mm})$ ، وقطر الدحروج هو $(2r_o = 44 \text{ mm})$.

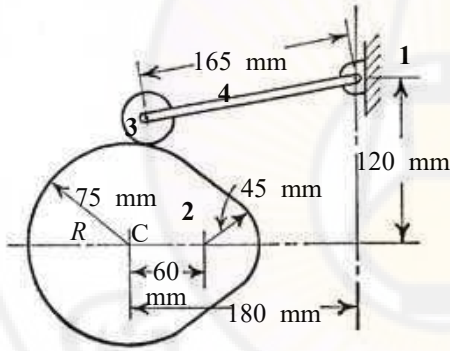
فإذا دارت الكامنة بسرعة دوران ثابتة قدرها $(n = 150 \text{ r.p.m})$ ؛ بالاتجاه المبين في الشكل؛ المطلوب عند هذا الوضع:

- تعيين سرعة التابع V ، وتسارعه A ، بأية طريقة مناسبة.

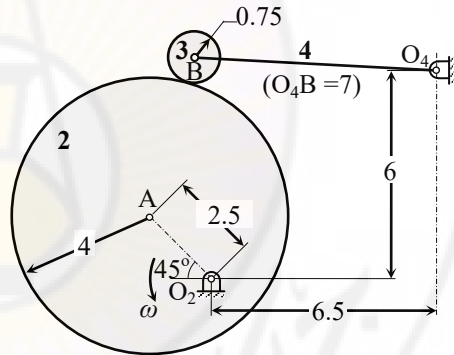
م-6-8

يبين الشكل (م-6-8) تخطيطاً لتركيبه كامّة تحوي كامّة قرصيّة مماسيّة ذات جوانب مكوّنة من خطين مستقيمين متساويين يمسان كلّاً من دائرتي الأساس والأُنف، مع تابع دحروجي متأرجح حول مسند ثابت، وتتصف بأن قطر الدحروج هو ($2r_o = 45 \text{ mm}$)

فإذا دارت الكامّة بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n = 400 \text{ r.p.m}$)؛ باتجاه عكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول المركز C ؛ المطلوب عند الوضع الذي تكون فيه الكامّة قد دارت زاوية قدرها ($\theta = 100^\circ$) من الوضع المبين في الشكل:
- تعيين السرعة الزاوية ω_4 ، والتسارع الزاوي ε_4 للذراع المتأرجح تخطيطياً، أو بأية طريقة أخرى.



الشكل (م-6-8)



الشكل (م-6-9)

م-6-9

يبين الشكل (م-6-9) تخطيطاً لأحد أوضاع تركيبه كامّة تحوي كامّة دائريّة مركزها الهندسي A ، ومركز دورانها الثابت O_2 ، وتابعاً دحروجياً يتأرجح حول المسند الثابت O_4 .
إذا دارت الكامّة حول المركز O_2 ، بسرعة دوران ثابتة قدرها ($n_2 = 400 \text{ r.p.m}$)؛ باتجاه عكس اتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب عند الوضع المبين في الشكل:
- تعيين السرعة الزاوية ω_4 ، والتسارع الزاوي ε_4 للتابع.
- علماً أن الأبعاد بالسنتيمتر.

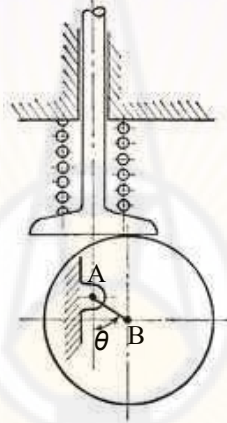
م-6-10

يبين الشكل (م-6-10) تخطيطاً لتركيبية كاماة تحوي كاماة دائرية مركزها الهندسي B ، ومحور دورانها الثابت A ، وتابعاً مسطحاً ترددياً قطرياً يمس جانب الكاماة مع نابض مضغوط، وتتصف بأن:

الاختلاف المركزي هو $(BA = d = 25 \text{ mm})$ ، وأن كتلة التابع هي $(M = 5 \text{ kg})$ ، وعامل صلابة النابض يساوي $(k = 8.5 \text{ kN/m})$ ، وقوة الانضغاط الابتدائي عليه تساوي $(F_{k0} = 50 \text{ N})$ ، عندما يكون التابع في أخفض وضع له.

فإذا دارت الكاماة بسرعة دوران ثابتة قدرها $(n = 500 \text{ r.p.m})$ ؛ المطلوب تعيين:

1. العزم اللازم تطبيقه على عمود دوران الكاماة T_B عند الزاوية $(\theta = 60^\circ)$ ؛ للتغلب على كل من قوة عطالة التابع F^{in} ، وقوة صلابة النابض F_k ، وقوة الثقالة W .
2. أعظم سرعة دوران n_{max} ممكنة، بحيث لا يفقد التماس بين الكاماة، والتابع.



الشكل (م-6-10)

*

م-6-11

مسألة امتحان الفصل الثاني من العام الدراسي 2018-2019.

تتكون تركيبية كاماة من كاماة قرصية ذات جوانب مكونة من قوسين دائريين متساويين يمسان كلاً من دائرتي الأساس والأنف، وتابع مسطح ترددي قطري مع نابض مضغوط، وتتصف بأن:

نصف قطر دائرة الأنف هو $(r = 2.5 \text{ mm})$ ، ونصف قطر الدائرة الأساسية هو $(R = 25 \text{ mm})$ ، ونصف قطر دائرة الجانب هو $(\rho = 69 \text{ mm})$ ، والبعد بين مركزي دائرتي الأنف والأساس هو $(d = 32.5 \text{ mm})$ ، وأن:

كتلة التابع وملحقاته تساوي $(M = 1 \text{ kg})$ ، والانضغاط الابتدائي للنابض المستعمل عندما يكون التابع في أخفض وضع له هو $(\Delta l_{in} = 5 \text{ mm})$.

فإذا كان العزم اللازم تطبيقه على عمود دوران الكاماة عند الوضع الزاوي $(\theta = 20^\circ)$ مساوياً إلى $(T_{(\theta=20)} = 5 \text{ N.m})$ ، عند دورانها بسرعة دوران ثابتة قدرها $(n = 600 \text{ r.p.m})$ ، باتجاه دوران عقارب الساعة؛ المطلوب:

- تعيين عامل الصلابة k للنابض المستعمل.

م-6-12

إذا كان لدينا، استناداً إلى رموز الشكل (م-6-12):

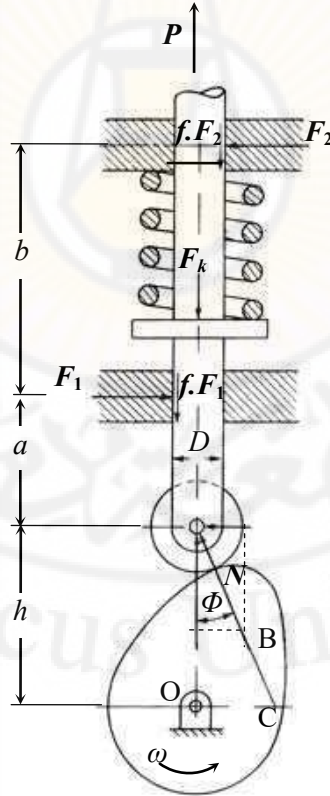
$$P = 25 \text{ N} \quad , \quad W = 10 \text{ N} \quad , \quad f = 0.1$$

$$a = 28 \text{ mm} \quad , \quad b = 50 \text{ mm} \quad , \quad D = 10 \text{ mm}$$

وكان عامل صلابة النابض المستعمل هو $(k = 3.5 \text{ kN/m})$ ، وقوة الانضغاط الابتدائي فيه عند أخفض وضع للتابع هو $(F_{k0} = 20 \text{ N})$.

المطلوب باستعمال معطيات المسألة السابقة م-6-9 ، وللوضع المبين في الشكل (م-6-9):

1. تعيين قيمة زاوية الضغط Φ .
2. تعيين قيمة القوة الناعمية F_{23}'' المؤثرة من الكامة في التابع.
3. تعيين قيمة العزم T_O اللازم لتدوير الكامة.
4. تعيين القيمة الحدية Φ_m لزاوية الضغط.



الشكل (م-6-12)

References المراجع العلمية

1. **Anvoner, S.** *Solution of Problems in Theory of Machines*
Pitman, 1970
2. **Beggs, J. S.** *Mechanism*
McGraw - Hill, 1965
3. **Bevan, T.** *Theory of Machines*
Longmans, 1967
4. **Black, P. H.** *Machine Design*
McGraw - Hill, 1955
5. **Carver, W.B. & B. E. Quinn.** *An Analytical Method of Cam Design*
Mech. Eng. August, 1945
6. **Dyson, F.** *Principles of Mechanism*
Oxford University Press, 1964
7. **Faires, V. M.** *Mechanism*
McGraw - Hill, 1960
8. **Freudenstein, F.** *Approximate Synthesis of Four-Bar linkages*
Trans, ASME, Vol. 77, 1955
9. **Frost,** *Kinetics and Mechanism*
John Wiley, 1986
10. **Green, W. G.** *Theory of Machines*
Blackie, 1967
11. **Ham, C. W. & E. J. Crane & W. L. Rogers.** *Mechanics of Machinery*
McGraw - Hill, 1958
12. **Hannah, J. & R. C. Stephens.** *Mechanics of Machines*
Arnold, 1987
13. **Hartenberg, R. S. & J. Denavit.** *Kinematic Synthesis of Linkages*
McGraw - Hill, 1964
14. **Hinkle, R. T.** *Kinematic of Machines*
Prentice - Hill, 1964

15. **Hirschorn, J.** *Kinetics & Dynamics of Plane Mechanisms*
McGraw - Hill, 1962
16. **Howard, P. J.** *Theory of Machines*
Macdonald, 1966
17. **Kent, R. T.** *Mechanical Engineers Handbook,*
John Wiley, 1987
18. **Khurmi, R. S. & J. K. Gupta.** *Theory of Machines*
Schand & Co ltd 2005 NewDelhi
19. **Kloomok, M. & R. V. Muffley.** *Plate Cam Design,*
Prod. Eng. May/September, 1955
20. **Le Borzec, R.** *Principe de la Théorie des Mécanismes*
Dunod, 1975
21. **Lent, D..** *Analysis and Design of Mechanisms*
Prentice - Hill, 1970
22. **Mabie, H. H. & C. F. Reinholtz.** *Mechanisms and Dynamics of Plane Machinery*
John Wiley, 1987
23. **Maleev, V. L. & J. B. Hartman.** *Machine Design*
International Textbook Co, 1960
24. **Martin, G. H.** *Kinematics & Dynamics of Machines*
McGraw - Hill, 1976
25. **Rosenauer, N.** *Complex Variable Method for Synthesis of*
Four Bar Linkages
Australian J. Appl. Sci. Vol. 5, No 4, 1954
26. **Rothbart, H. A.** *Cams*
John Wiley, 1956
27. **Shigley, J. E.** *Theory of Machines*
McGraw - Hill, 1988
28. **Shigley, J. E.** *Kinematics Analysis of Mechanisms*
McGraw - Hill, 1969
29. **Toft, L. & A. J. Kersey.** *Theory of Machines*
Pitman, 1959

30. **Varnum, E. C.** *Circular Monogram Theory and Construction Technique*
Prod. Eng. August, 1951
31. **Winston, S. E.** *Mechanisms*
American Technical Society, 1961
32. **О.Н. Левитская & Н.И. Левитская.** *Курс Теории Механизмов и Машин*
Москва, "Высшая Школа", 1985
33. **А.А. Яблонский.** *Сборник Заданий для Курсовых Работ по Теоретической Механике*
Москва, "Высшая Школа", 1985

ج. حنا & ر. س. ستيفنس - النظريات الأساسية في ميكانيكا الآلات - أمثلة ومسائل محلولة.

ترجمة أ. د. صلاح الدين محمد المهدي - أ. د. أحمد محمد حسين

الدار العربية للنشر والتوزيع - 1998

اللجنة العلمية

الأستاذ الدكتور محمد علي سلامة.

الأستاذ الدكتور حسين تينة.

الأستاذ الدكتور وعد عمران.

المدقق اللغوي

الأستاذ الدكتور فخري بوش.

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات

