

المحاضرة الأولى

قسم الكهرباء

ابتعد عن الأشخاص الذين يحاولون التقليل من شأن طموحاتك، صغار الشأن يفعلون ذلك، ولكن العظماء يجعلونك تشعر أنك أيضاً يمكن أن تصبح عظيماً!

مارك توين

الشحنات الكهربائية

- ١- الشحنة الكهربائية هي أحد المقادير الأساسية التي بُنيَ عليها الكون.
- ٢- واحدة قياس الشحنة الكهربائية في الجoule الدولية (كولوم) : C

الظواهر الكهربائية

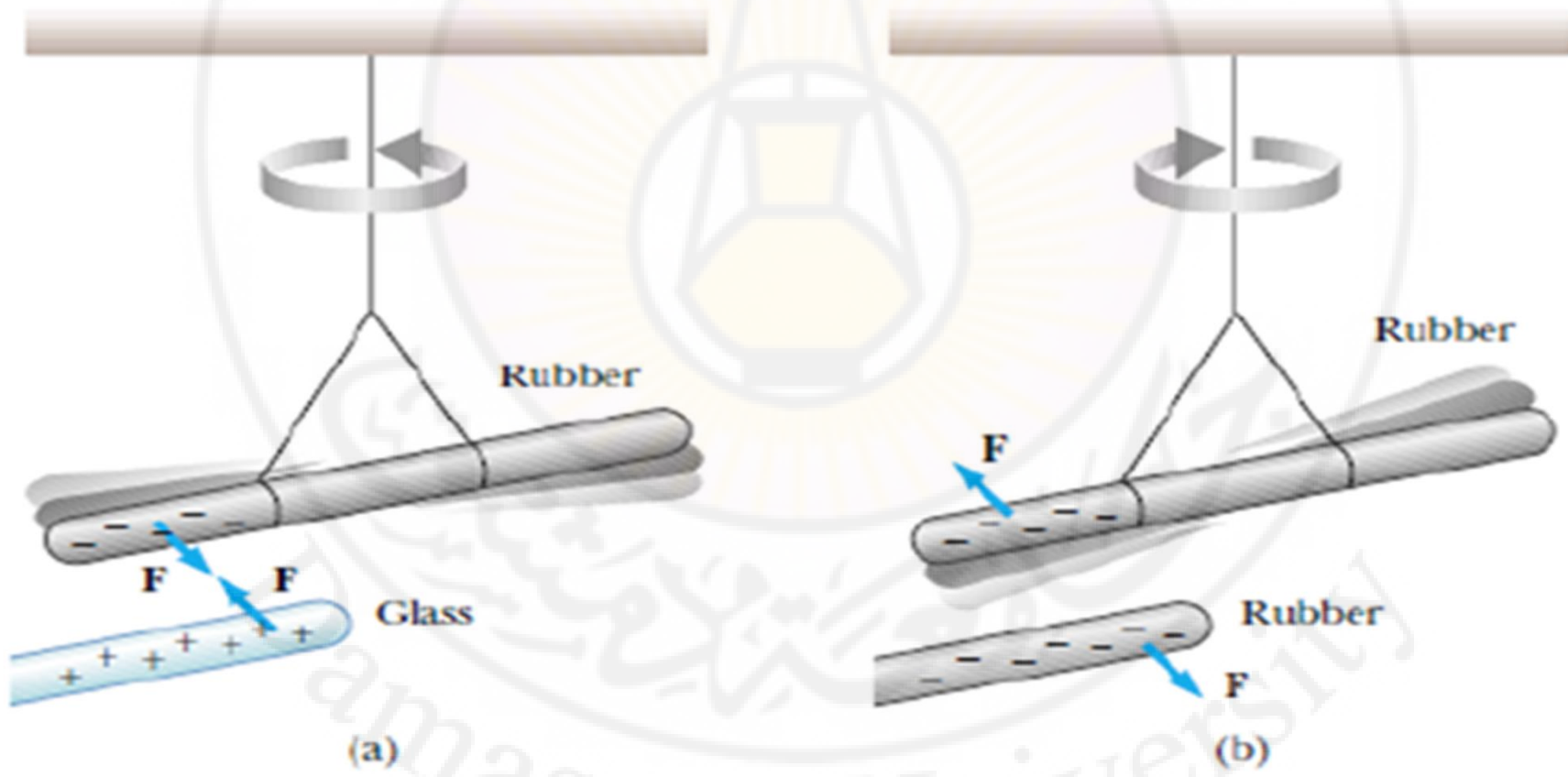
مجموعة من الظواهر والتجارب البسيطة

١- ظاهرة البرق

٢- ظاهرة التكهرب بالدلك (الاحتكاك)

٣- يوجد نوعان من الشحنات الكهربائية سالبة وموجبة.

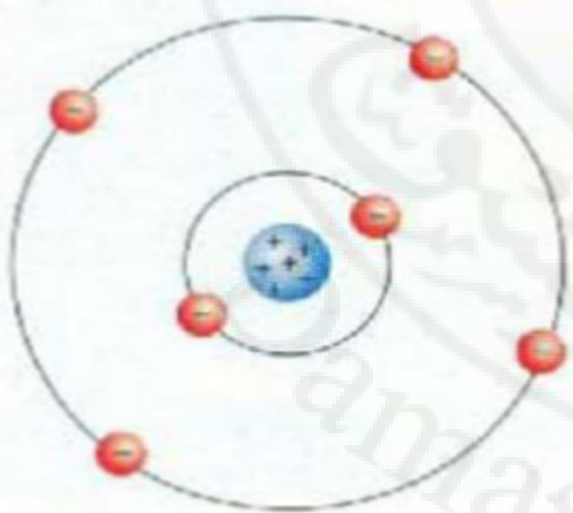
- # القوى الكهربائية
- الشحنات المختلفة تتجاذب
 - الشحنات المتماثلة تتنافر



الذرات كمصدر للشحنة

أن الذرات متعادلة كهربياً ، بمعنى أن كمية الشحنة الموجبة بالنواة مساوية تماماً للشحنة السالبة الكلية التي تحملها الإلكترونات حول النواة . وفي حالة ذرة الكربون ، إذا كانت $-e$ هي شحنة الإلكترون الواحد فإن شحنة النواة هي $+6e$ بالضبط .

ذرة الكربون



انحفاظ الشحنات الكهربائية

- في جملة معزولة، انحفاظ الشحنات الكهربائية
- لا يتم خلق الشحنات بسبب الاحتكاك بين المادتين؛
- تنتقل الشحنات من مادة إلى أخرى (ما يكتسبه الحرير هو تماماً ما يخسره الزجاج)



الشحنات الكهربائية كممة (مليكان ١٩٠٩)

- دلت التجربة أن الشحنات الكهربائية (السالبة أو الموجبة) في الطبيعة توجد على شكل عدد صحيح من شحنة أساسية

$$q = N e ; e \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

N (عدد صحيح)

- ونعلم حالياً، من تركيب الذرة، أنه توجد نواة لها شحنة موجبة (بروتونات شحنتها موجبة ونيوترونات معتدلة كهربائياً) وإلكترونات شحنتها سالبة تدور حول النواة؛

• الشحنة الأساسية الموجبة = شحنة البروتون $(+ e)$

• الشحنة الأساسية السالبة = شحنة الإلكترون $(- e)$

- الشحنة الكهربائية تقاس في الجoule الدولية بواحدة (الكولون C).
 - يوجد نوعان من الشحنات الكهربائية : سالبة وموجبة.
 - من الظواهر البسيطة : ظاهرة البرق و ظاهرة التكهرب بالدلك.
 - الذرات كمصدر للشحنة الكهربائية : إن الذرات معتدلة كهربائيا بمعنى أن كمية الشحنة الموجبة في النواة مساوية تماما للشحنة السالبة التي تحملها الإلكترونات التي تدور حول النواة.
 - الشحنات المتماثلة تتنافر والشحنات المختلفة تتجاذب.
 - الشحنات الكهربائية كممة : الشحنات توجد في الطبيعة على شكل عدد صحيح من شحنة أساسية :
- $$q = Ne \quad : e = 1.6 * 10^{-19} C$$
- انحفاظ الشحنات الكهربائية: لا يتم خلق الشحنات في أي تجربة (الدلك مثلا) وإنما تنتقل من مادة لأخرى فالشحنات التي تخسرها المادة الأولى تكتسبها المادة الثانية.
 - تتركب الذرة من: نواة لها شحنة موجبة (بروتونات موجبة ونيوترونات معتدلة) وإلكترونات شحنتها سالبة تدور حول النواة.

شحنة كل من الإلكترون والبروتون والنترون:

$$\text{Electron} = -1.602191 * 10^{-19}$$

$$\text{Proton} = +1.602191 * 10^{-19}$$

$$\text{Neutron} = 0$$



القوى الكهربائية (قانون كولوم)

القوة الكهربائية قوة مجالية مثل قوة الجاذبية تحدث عن بعد دون تماس فعلي بين الشحنات.



- دلت التجربة أنه،
في حالة شحنات
نقطية q_1 & q_2
تفصل بينها مسافة r ،
فإن قوة تأثيرها
على بعضها:

$$F_e = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

قيم الثوابت في الجملة الدولية

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

$$k_e = 8.9875 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

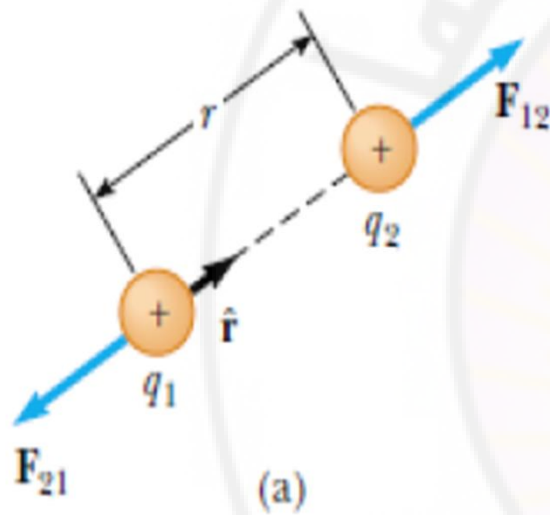
Charge and Mass of the Electron, Proton, and Neutron

Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.6021917 \times 10^{-19}$	9.1095×10^{-31}
Proton (p)	$+1.6021917 \times 10^{-19}$	1.67261×10^{-27}
Neutron (n)	0	1.67492×10^{-27}

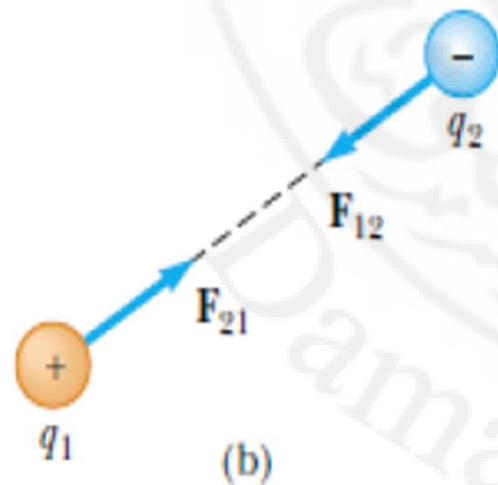
ثابت كولوم K_e

سمحية الخلاء أو نفوذية الخلاء. ϵ_0

الشكل الشعاعي لقوة كولوم



$$\mathbf{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$$

محصلة مجموعة قوى كهربائية

• محصلة القوى المؤثرة على شحنة ما تساوي المجموع الشعاعي للقوى الناتجة عن الشحنات الأخرى المؤثرة:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

مسألة

احسب القوة الكهربائية الساكنة (قوة التجاذب) بين الإلكترون و البروتون في ذرة الهيدروجين . إذا كانت المسافة بينهما $r=5,3 \times 10^{-11}$ تقريباً و قارنها مع قوة التجاذب الثقالية القائمة بينهم، علماً أنّ شحنة الإلكترون، وكتلة كل منها تساوي:

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}, m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} .$$

بما أنّ شحنة الإلكترون سالبة $-e$ و شحنة البروتون موجبة $+e$ فالقوة بينهما جاذبة و تعطى بقانون كولون:

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{|1,6 \times 10^{-19}|^2}{(5,3 \times 10^{-11})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

إنّ قوة التجاذب الثقالية تُعطى بقانون نيوتن المتعلق بالجاذبية العامة:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = G \frac{m_e \cdot m_p}{r^2} = 6,67 \times 10^{-11} \frac{9,1 \times 10^{-31} \times 1,67 \times 10^{-27}}{(5,3 \times 10^{-11})^2} = 3,6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

بالمقارنة بين القوة الكولونية وقوة التجاذب الثقالية نجد أنّ القوة الكولونية أكبر

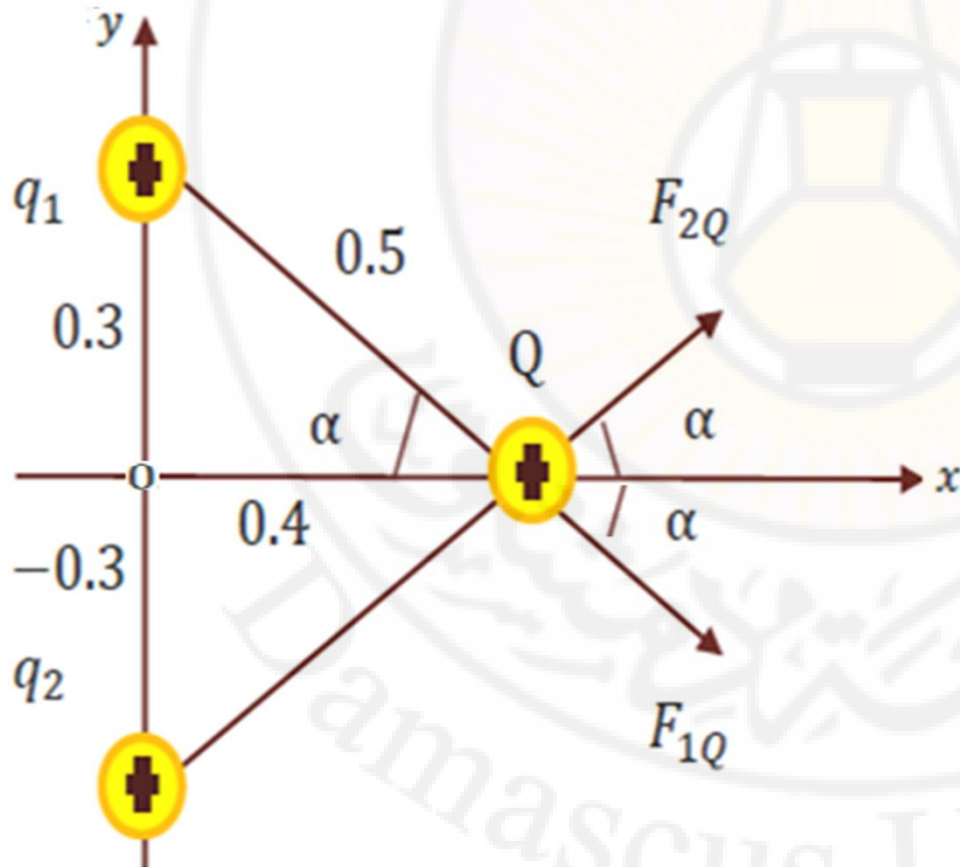
مسألة

ما هي قوة التدافع بين بروتينين في نواة ذرة الحديد إذا علمت أنّ المسافة الفاصلة بينهما تساوي تقريباً $4 \times 10^{-15} m$.

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{|1,6 \times 10^{-19}|^2}{(4 \times 10^{-15})^2} = 14,4 N$$

مسألة

وضعت شحنتان نقطيتان متساويتان على المحور oy حيث $q_1 = q_2 = 2 \mu C$ الأولى عند النقطة $y_1 = 0.3 m$ والثانية عند النقطة $y_2 = -0.3 m$ ، ما هي محصلة القوى المؤثرة على الشحنة $Q = 4 \mu C$ الموجودة عند $x = 0.4 m$ وحدد جهتها.



بسبب التناظر في توزيع الشحنات في المستوي oxy فإن:

$$F_{1Q} = F_{2Q} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{0,25} = 0,288N$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = F_x$$

$$F_x = 2F_{1Q} \cos \alpha = 2F_{2Q} \cos \alpha$$

$$F_x = 2 \times 0,288 \times \frac{0.4}{0.5} = 0.46N$$

إذا محصلة القوى المؤثرة في الشحنة Q تساوي $F = F_x = 0,46N$ و جهتها نحو محور السينات الموجبة.

مسألة

كرتان مشحونتان بالتساوي كتلة كل منهما $0.1g$ ومعلقتان من نفس النقطة بخيطين طول كل منهما $13cm$ وبفعل

التدافع الكهربائي بينهما استقرت الكرتان بحيث كانت المسافة بينهما تساوي $10cm$ احسب الشحنة Q على كل كرة.

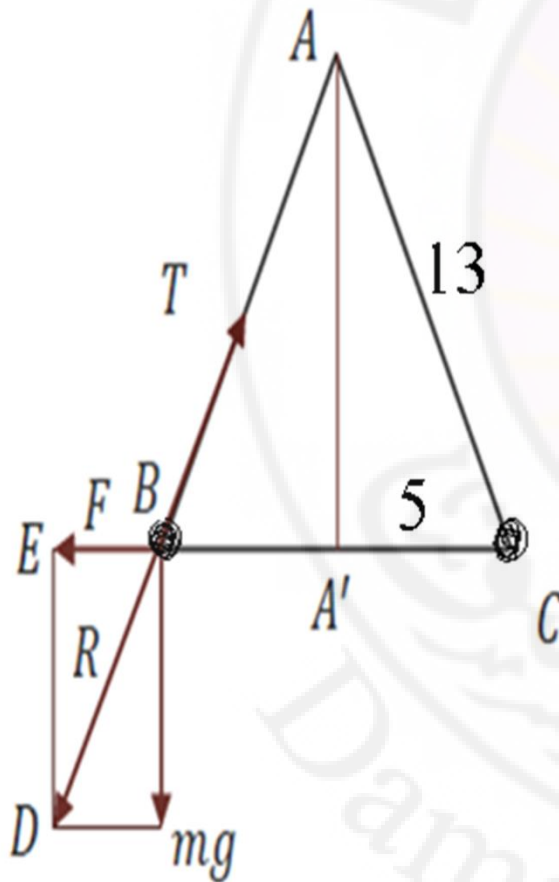
لنفرض الكرتان عند النقطتين B, C تفصلهما مسافة $10cm$ ، إن الكرة الموجودة عند النقطة B في حالة اتزان تحت تأثير ثلاث قوى وكذلك الكرة الثانية:

_ قوة شد الخيط T

_ قوة الثقالة الناتجة عن وزن الكرة mg

_ القوة الكهربائية الناتجة عن تنافر الشحنتين F

حيث قوة الشد T تساوي وتعاكس R محصلة القوتين mg, F دوماً



$$R=T$$

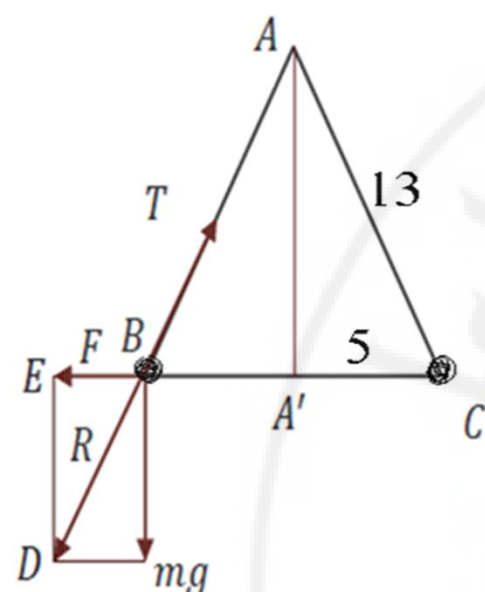
R هي محصلة الثقل مع

القوة الكهربائية F

من المثلثين المتشابهين

$AA'B, BDE$

من الشكل نلاحظ:



$$AA' = \sqrt{(0.13)^2 - (0.05)^2} = 0.12 \text{ m}$$

$$R=T$$

R هي محصلة الثقل مع القوة الكهربائية F
من المثلثين المتشابهين AA'B, BDE نكتب نسب التشابه:

$$\frac{F}{mg} = \frac{BA'}{AA'} \Rightarrow \frac{F}{0.1 \times 10^{-3} \times 9.8} = \frac{5}{12} \Rightarrow F = 4.1 \times 10^{-4} \text{ N}$$

و هذه القوة حسب قانون كولوم تساوي:

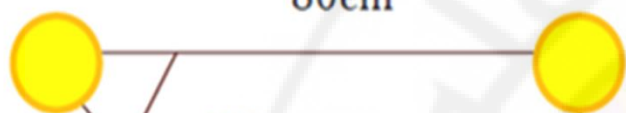
$$4.1 \times 10^{-4} = k \cdot \frac{Q^2}{Bc^2} = 9 \times 10^9 \frac{Q^2}{100 \times 10^{-4}}$$

و منها نجد الشحنة Q على كل كرة:

$$Q = 2.1 \times 10^{-8} \text{ C} \approx 0.021 \text{ } \mu\text{C}$$

مسألة

$$Q_2 = 10\mu C \quad Q_1 = 4\mu C$$

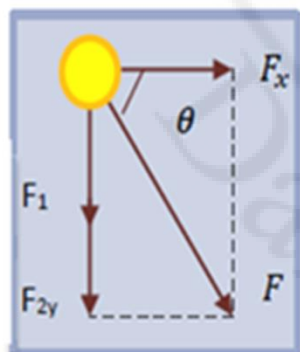


37°

100cm

60cm

$$Q_3 = 20\mu C$$



$$F_1 = 2N$$

$$F_2 = 1.8N$$

أوجد القوة المؤثرة على الشحنة Q_3 :

تؤثر الشحنة Q_1 على Q_3 بقوة $F_1 = 2N$

تؤثر الشحنة Q_2 على Q_3 بقوة $F_2 = 1.8N$ هذه القوة يمكن تحليلها لمركبتين:

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 37^\circ = 1.4N$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 37^\circ = 1.08N \approx 1.1N$$

(يمكن حساب F_2, F_1 حسب قانون كولون باعتبار المسافات بين الشحنات معلومة)

فتكون مركبتا القوة المؤثرة النهائية:

$$F_x = F_{2x} = 1.4N$$

$$F_y = F_1 + F_{2y} = 2 + 1.1 = 3.1N$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(1.4)^2 + (3.1)^2} = 3.4N$$

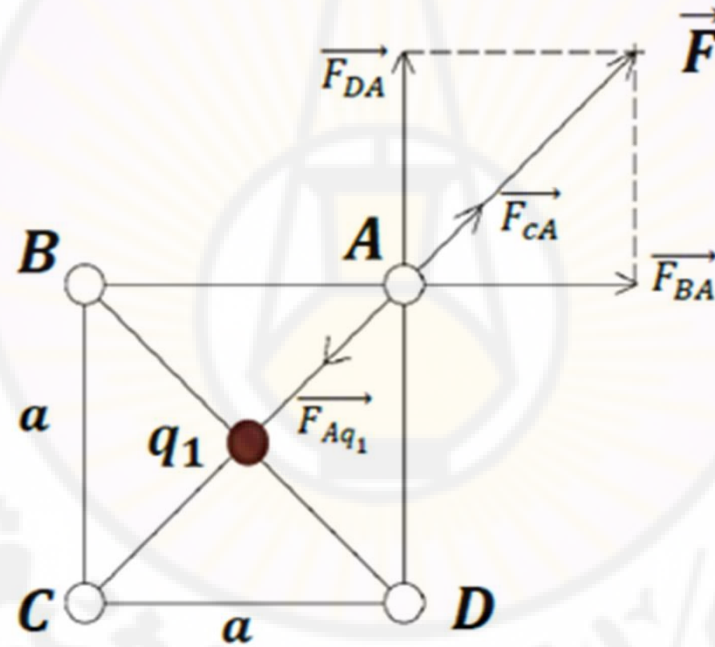
$$\theta = \tan^{-1} \frac{3.1}{1.4} =$$

ملاحظة: إن القوى على حامل واحد لا تحتاج إلى إسقاط، فإذا كان الشعاعين بنفس الجهة نقوم بجمع الشعاعين، وتكون جهة المحصلة نفس جهة الشعاعين، وإذا كان الشعاعين بجهتين متعاكستين نقوم بطرح الشعاعين، وتكون جهة الشعاع المحصل بجهة شعاع القوة الأكبر.

مسألة هامة -

أربع شحنات متساوية ومن إشارة واحدة موضوعة عند رؤوس مربع طول ضلعه a أوجد قيمة الشحنة q_1 ذات الإشارة المعاكسة التي يجب وضعها في مركز المربع لتكون محصلة القوى المؤثرة على كل شحنة معدومة.

الحل: بفرض ($K = 1$):



تؤثر كل شحنة موجودة في كل رأس من رؤوس المربع بأربع قوى:

$$\left(F_{DA}, F_{CA}, F_{BA} : \text{متنافرة} \right), \left(F_{Aq_1} : \text{متجاذبة} \right)$$

$$F_{DA} = F_{BA} = K \frac{q^2}{a^2} = \frac{q^2}{a^2} , \quad F_{CA} = K \frac{q^2}{2a^2} = \frac{q^2}{2a^2}$$

نلاحظ أن محصلة F_{DA}, F_{BA} تقع على امتداد القطر وتنطبق على محصلة F_{CA} فتكون محصلة القوى F_{DA}, F_{CA}, F_{BA} :

$$F = \sqrt{\left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2} + \frac{q^2}{2a^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{q^2}{a^2} \left[\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right] \quad [1]$$

وتكون قوة الجذب المؤثرة على الشحنة الموضوعة عند A :

$$F_{Aq_1} = k \frac{q \cdot q_1}{\frac{1}{2}a^2} = 2 \frac{q \cdot q_1}{a^2} \quad [2]$$

وحتى تنعدم محصلة القوى يجب أن تكون محصلة القوى في النقطة A وقوة الجذب F_{q_1A} على حامل واحد وبجهتين متعاكستين ويتحقق ذلك عندما:

$$F = F_{Aq_1}$$

بحل [2] و [1]:

$$\frac{q^2}{2a^2} [\sqrt{2} + 1] = 2 \frac{q \cdot q_1}{a^2}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4} \cdot q$$

وتكون القوى المؤثرة على q_1 من رؤوس المربع معدومة لأن كل رأسين متقابلين يؤثران بقوتين متعاكستين.

مسألة

ثلاث شحنات $q_1 = 6\mu c(0,0,0)$, $q_2 = 15\mu c(2,0,0)$

فإذا علمت أن محصلة القوى المؤثرة في q_3 معدومة. حدد موضع الشحنة q_3 بين q_1, q_2

الحل:

نفرض أن بعد الشحنة q_3 عن المبدأ هو x .

نميز حالتين:

(1)

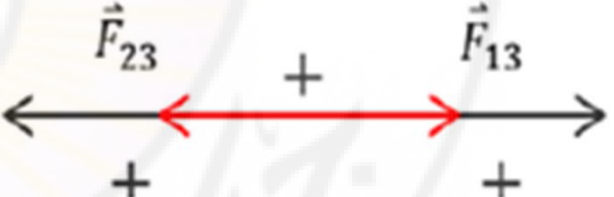


Diagram (1) shows a horizontal line with two points. The left point is labeled q_3 and the right point is labeled q_2 . A red arrow labeled $\vec{F}_{23}$ points from q_3 to the right. Another red arrow labeled $\vec{F}_{13}$ points from q_3 to the right. A '+' sign is placed between the two arrows, indicating they are in the same direction. Below the line, there are two '+' signs, one under each point.

(2)

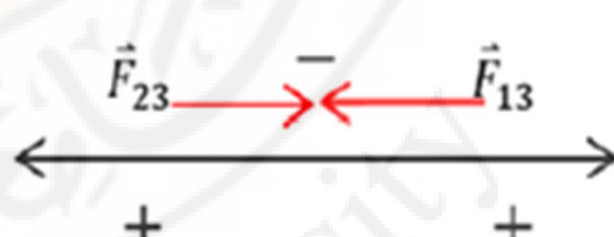
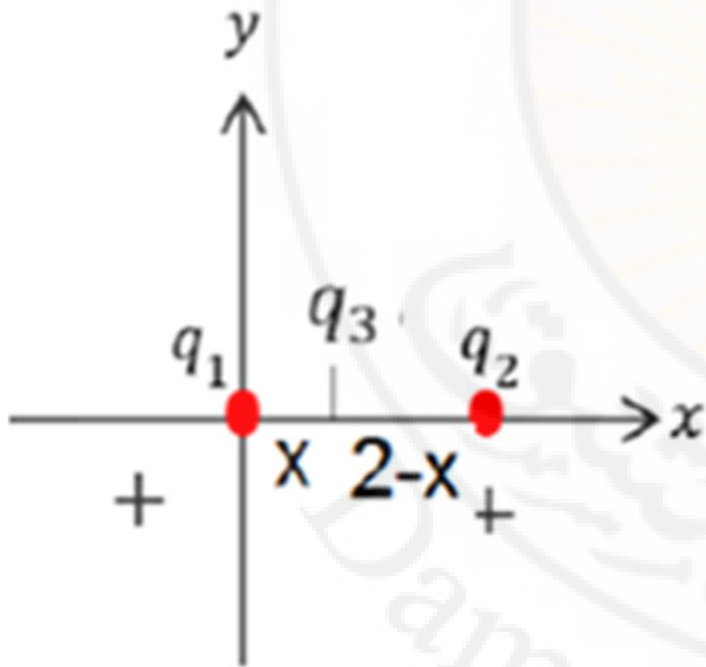
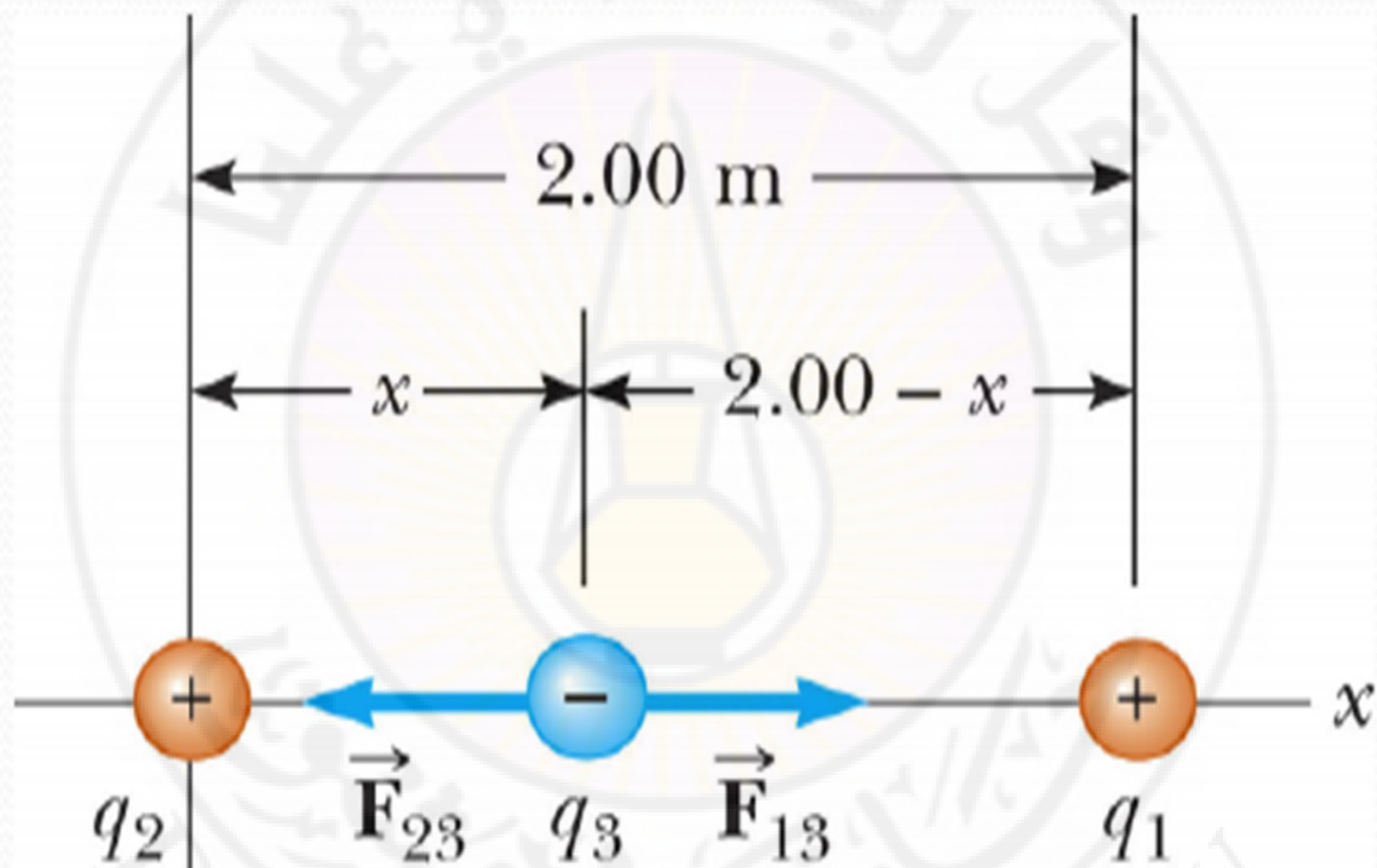


Diagram (2) shows a horizontal line with two points. The left point is labeled q_3 and the right point is labeled q_2 . A red arrow labeled $\vec{F}_{23}$ points from q_3 to the left. Another red arrow labeled $\vec{F}_{13}$ points from q_3 to the left. A '-' sign is placed between the two arrows, indicating they are in opposite directions. Below the line, there are two '+' signs, one under each point.

حسب قانون كولوم: $F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$





© Thomson Higher Education

حسب قانون كولوم: $F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$$\vec{F}_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times q_3}{x^2}$$

$$\vec{F}_{23} = 9 \times 10^9 \times \frac{15 \times 10^{-6} \times q_3}{(2 - x)^2}$$

وبما أن القوى على حامل واحد فلا نحتاج إلى الإسقاط على المحاور الإحداثية:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$
$$\vec{F}_{13} = \vec{F}_{23}$$

$$9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times q_3}{x^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{15 \times 10^{-6} \times q_3}{(2 - x)^2}$$

$$\frac{6 \times 10^{-6}}{x^2} = \frac{15 \times 10^{-6}}{(2 - x)^2}$$

$$6(2 - x)^2 = 15x^2$$

$$9x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 13.03$$

$$x_1 = \frac{-8 - 13.03}{6} = -3.505 \text{ m} \quad \text{مرفوض}$$

$$x_2 = \frac{-8 + 13.03}{6} = 0.84 \text{ m} \quad \text{مقبول}$$

وذلك لأن الشحنة q_3 تقع بين الشحنتين q_1 و q_2 ولكي تكون محصلة القوى معدومة يجب أن تقع الشحنة الثالثة بين المبدأ والنقطة $x=2$

المحاضرة الثانية

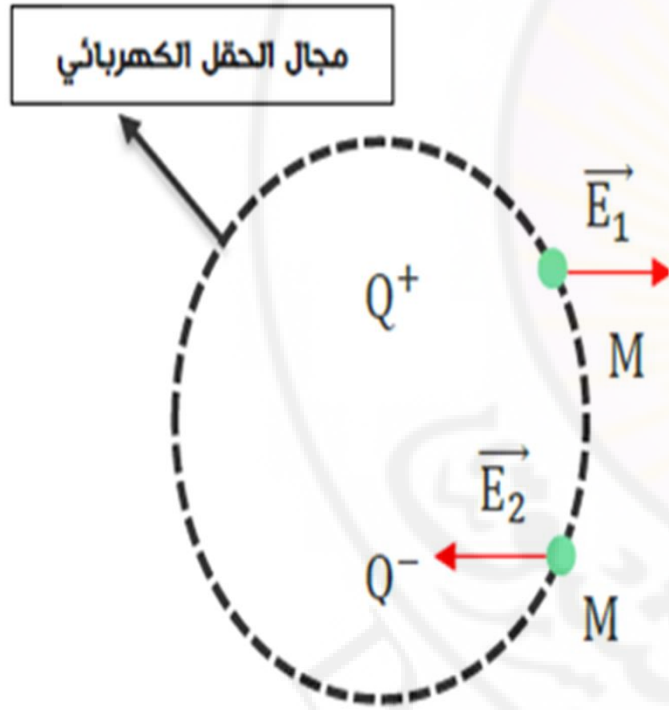
قسم الكهرباء

قيل لأرسطو: كيف تحكم على إنسان؟
فأجاب: أسأله كم كتاباً يقرأ وماذا يقرأ؟

Damascus University

الحقل الكهربائي المتولد عن شحنة نقطية

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ المتولد عن شحنة كهربائية في نقطة M الناجم عن شحنة نقطية Q هو متجه محمول على المستقيم MQ وتكون جهته مبتعدة عن Q إذا كانت الشحنة موجبة، وتكون جهته مقتربة من Q إذا كانت الشحنة سالبة.



المجال الكهربائي: هو المجال الذي تظهر فيه آثار القوة الكهربائية

يتناسب الحقل الكهربائي طردا مع $\vec{F}$ وعكسا مع q ،

وبالتالي فإن شدة الحقل الكهربائي تعطى بالعلاقة: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

$$F = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \Rightarrow E_{\text{طويلة}} = K \frac{Q}{r^2} \quad \text{ولكن:}$$

$$\vec{E}_{\text{شعاعياً}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{r} \quad \text{حيث: } \vec{r} \text{ شعاع الوحدة.}$$

إن خطوط الحقل الكهربائي تنتشر وفق خطوط مستقيمة:

- الجسم المشحون يولد حوله مجالاً كهربائياً في الفضاء المحيط به مثال الأرض وكيف تولد حولها مجالاً للجاذبية.
- المجال الكهربائي: منطقة في الفضاء تحيط بجسم مشحون تظهر فيها آثار القوة الكهربائية.
- شدة المجال الكهربائي: هو القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة اختبار صغيرة مقسومة على كمية شحنة الاختبار الموضوعة في ذلك المجال.

محصلة الحقل الكهربائي:

الحقل الكهربائي عبارة عن قيمة شعاعية، يتم تحصيله وفق قواعد الجمع الشعاعي:

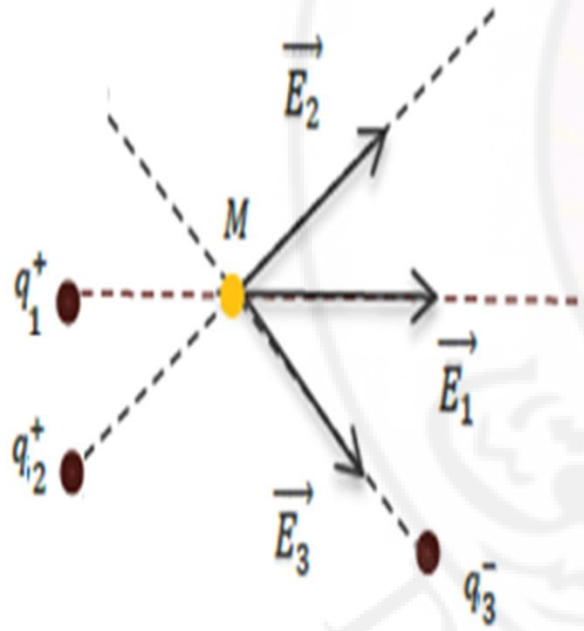
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q}{r_1^2} + \frac{Q}{r_2^2} + \dots + \frac{Q}{r_n^2} \right]$$

سؤال: أوجد تأثير الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنات q_1, q_2, q_3 في النقطة M .

الخطوات: ندرس تأثير كل شحنة لوحدها على النقطة M من خلال وصل خط بين الشحنة والنقطة.

انطلاقاً من الشحنات الموزعة في الفراغ:



(1) نحدد جهة الحقول الكهربائية في النقطة M (مبتعدة أم مقترية).

(2) ندرس مساقط كل حقل على جملة المحاور (X, Y) .

(3) ندرس كما درسناها سابقاً.

واحدة شدة الحقل الكهربائي:

$$SI: E = \frac{F}{Q} = \frac{N}{C} = \frac{J}{m \cdot c} = \frac{V}{m}$$

ملاحظة: إن القوى على حامل واحد لا تحتاج إلى إسقاط، فإذا كان الشعاعين بنفس الجهة نقوم بجمع الشعاعين، وتكون جهة المحصلة نفس جهة الشعاعين، وإذا كان الشعاعين بجهتين متعاكستين نقوم بطرح الشعاعين، وتكون جهة الشعاع المحصل بجهة شعاع القوة الأكبر.

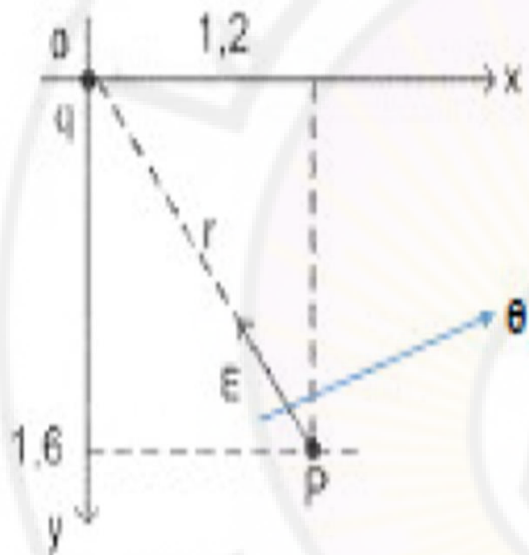
مثال ١:

شحنة نقطية $Q = -8 \text{ nC}$ موجودة في الموضع $(0,0,0)$ أوجد الحقل الكهربائي في النقطة $P(1.2, -1.6, 0)$.

الحل:

أولاً: نحسب القيمة من القانون:

$$E = K \frac{Q}{r^2}$$

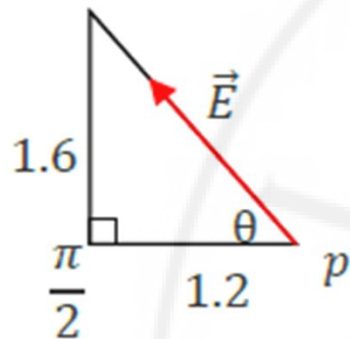


ويمكننا حساب r من قانون المسافة بين نقطتين أو حسب فيثاغورث من خلال المثلث القائم.

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{(1.2)^2 + (-1.6)^2} = 2 \text{ m}$$

$$E = K \cdot \frac{|q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{|-8 \times 10^{-9}|}{4} = 18 \frac{N}{C}$$

$$E = 18 \frac{V}{m}$$



$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-1.6}{1.2} \right) = -53^\circ$$

ثانياً : نأخذ p وننسبها إلى جملة جديدة حسب (X, Y) :

$$E_x = 18 \cos(127) = -10.8$$

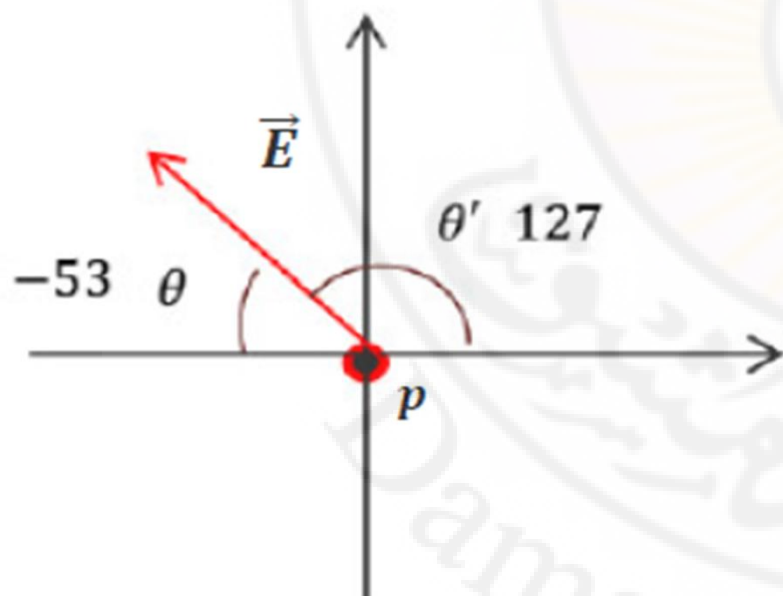
$$E_y = 18 \sin(127) = 14.3$$

$$E = -10.8 \vec{i} + 14.3 \vec{j}$$

$$|\vec{E}| = 18 \frac{N}{C} = 18 \frac{V}{m} \quad \text{لإيجاد الطويلة:}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{14.3}{-10.8} \right) = -53^\circ$$

Direction: الزاوية في الربع الثاني:



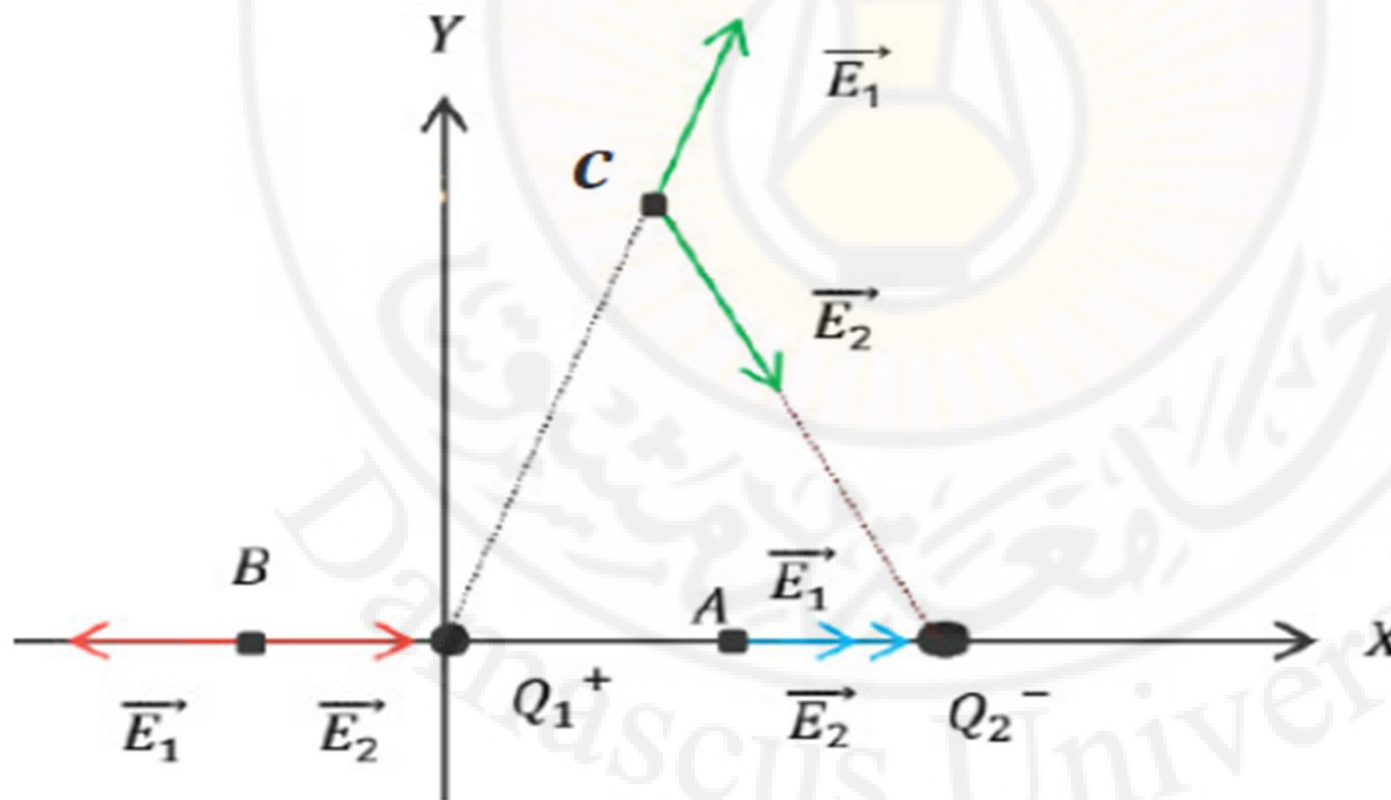
مثال ٢:

وضعت شحنتان نقطيتان متساويتان بالقيمة المطلقة، مختلفتان بالإشارة

$$Q_1 = 10nc(0,0,0) \quad Q_2 = -10nc(10,0,0)$$

المسافة بينهما 10 cm ، أوجد الحقل الكهربائي الناتج عنهما في النقاط التالية:

$$A(6,0,0) , B(-4,0,0) , C(5,12,0)$$



- الحقل الكهربائي المحصل في النقطة A:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{A1} + \vec{E}_{A2}$$

بما أن الشعاعين $\vec{E}_{A1}$ ، $\vec{E}_{A2}$ على حامل واحد وبجهة واحدة، تكون محصلتهما هي ناتج جمعهما:

$$E_{A1} + E_{A2} = \left[9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(6)^2 \times 10^{-4}} \right] + \left[9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(4)^2 \times 10^{-4}} \right] = 81250 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_A = (81250) \vec{i} + 0 \vec{j}$$

- الحقل الكهربائي المحصل في النقطة B:

$$\vec{E}_B = \vec{E}_{B1} + \vec{E}_{B2}$$

بما أن الشعاعين على حامل واحد وبجهتين متعاكستين $\vec{E}_{B1}$ ، $\vec{E}_{B2}$ ، تكون محصلتهما هي ناتج طرحهما:

$$E_B = |E_{B1} - E_{B2}| = \left| \left[9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(4)^2 \times 10^{-4}} \right] - \left[9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(14)^2 \times 10^{-4}} \right] \right| = 51659 \frac{N}{C}$$

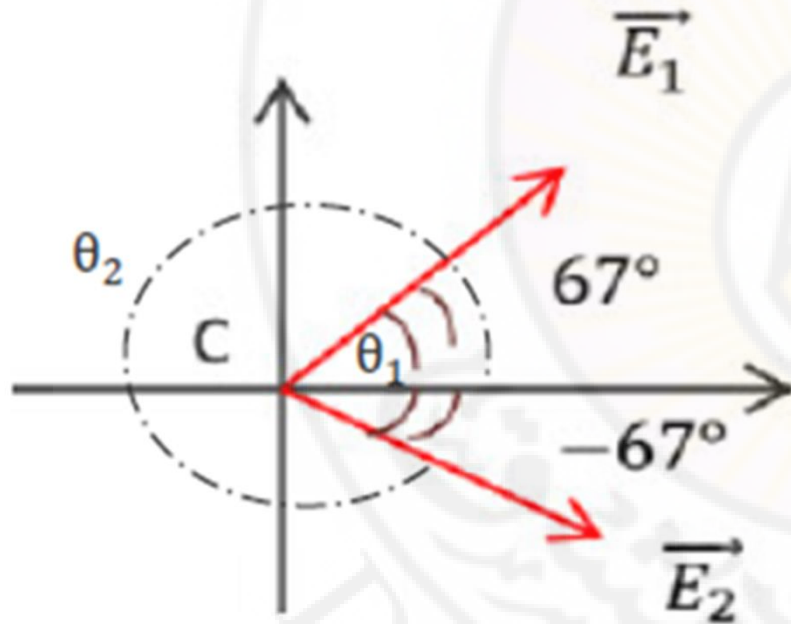
$$\vec{E}_B = (-51659) \vec{i} + 0 \vec{j}$$

يشير إلى جهة القوة الأكبر

• الحقل الكهربائي المحصل في النقطة C:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{C1} + \vec{E}_{C2}$$

نرسم C على المحاور:



$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{12}{5} \right) = 67^\circ$$

نحسب تأثير كل من الشحنتين Q_1 , Q_2 على النقطة c ثم نسقط على x , y ونوجد المحصلة على كل من المحاور ثم نوجد المحصلة الكلية E_c .

$$E_{c1} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(13)^2 \times 10^{-4}} = 5325$$

$$E_{1x} = E_1 \cos 67^\circ = 5325 \times 0.4 = 2130$$

$$E_{1y} = E_1 \sin 67^\circ = 5325 \times 0.9 = 4792$$

$$\vec{E}_{c1} = 2130\vec{i} + 4792\vec{j}$$

$$E_{c2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-9}}{(13)^2 \times 10^{-4}} = 5325$$

$$E_{2x} = E_2 \cos 293^\circ = 5325 \times 0.4 = 2130$$

$$E_{2y} = E_2 \sin 293^\circ = 5325 \times -0.9 = -4792$$

$$\vec{E}_{c2} = 2130\vec{i} - 4792\vec{j}$$

$$\vec{E}_{c1} = 2130\vec{i} + 4792\vec{j}$$

$$\vec{E}_{c2} = 2130\vec{i} - 4792\vec{j}$$

فيكون الحقل المحصل:

$$\vec{E}_c = \vec{E}_{c1} + \vec{E}_{c2} = 4260\vec{i} + 0\vec{j}$$

$$|\vec{E}_c| = \sqrt{(4260)^2} = 4260 \frac{N}{m}$$

وتكون طويته:

Direction: الزاوية في الربع الأول (+x)

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}(0) = 0$$

المحاضرة الثالثة

قسم الكهرباء

بين منطوق لم يقصد ومقصود لم ينطق تضيع الكثير من
المحبّة

جبران خليل جبران

Damascus University

التوزيع المستمر للشحنات

انطلاقاً من قانون كولوم $\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{r}$ نتمكن من تحديد التوزيع المستمر للشحنات لكل من الحالات التالية:

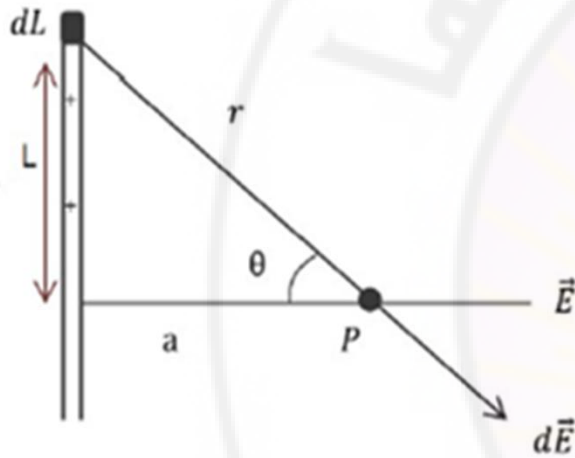
التوزيع الخطي للشحنات:

الكثافة الخطية هي كمية الشحنة في واحدة الطول.

$$\vec{E}_L = K \int_L \frac{\lambda \cdot dL}{r^2} \cdot \vec{r} \quad \leftarrow \quad \lambda = \frac{q}{L} \text{ كثافة الشحنة الخطية: } \lambda \text{ وواحدتها: } \frac{C}{m}$$

حساب الحقل الكهربائي في سلك لانهائي مشحون بكثافة خطية منتظمة:

ليكن لدينا سلك طوله L مشحون بشحنة موجبة، نأخذ منه عنصر تفاضلي dL ، شحنته خطية منتظمة، نريد أن ندرس الحقل الناتج عنه في النقطة P التي تبعد مسافة a عن السلك.



$$E = \int dE \cdot \cos \theta$$

$$dq = \lambda \cdot dl$$

$$E = K \int \frac{\lambda \cdot dl}{r^2} \cdot \cos \theta$$

نكتب كلاً من r و dl بدلالة a ، θ :

$$r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$L = a \cdot \tan \theta \Rightarrow dl = \frac{a \cdot d\theta}{\cos^2 \theta}$$

$$E = K \int \frac{\lambda \frac{a \cdot d\theta}{\cos^2 \theta}}{\frac{a^2}{\cos^2 \theta}} \cdot \cos \theta \Rightarrow E = \frac{K\lambda}{a} \int \cos \theta d\theta$$

$$E = \frac{K\lambda}{a} \int_{-\theta}^{+\theta} \cos \theta \, d\theta$$

$$E = \frac{K\lambda}{a} [\sin \theta]_{-\theta}^{+\theta} = \frac{K\lambda}{a} 2 \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} 2 \sin \theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \cdot \sin \theta$$

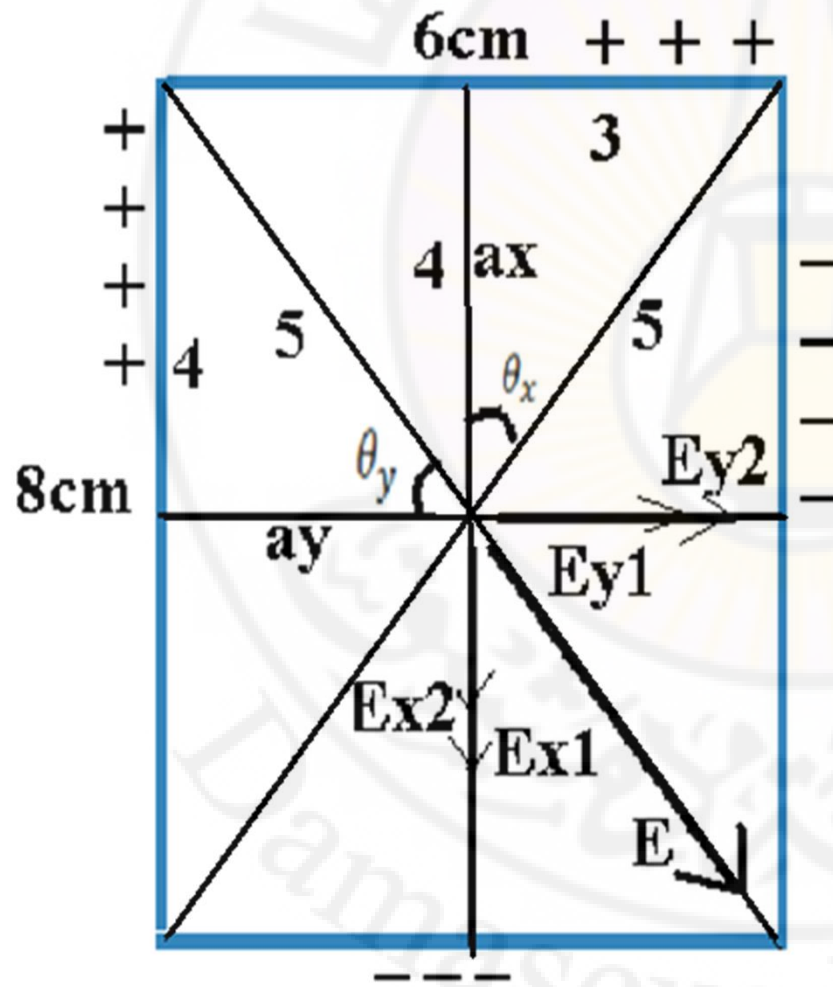
ومن أجل سلك لانهائي تكون: $\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ وبالتالي يكون: $\sin \theta = 1$ $\Leftarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$

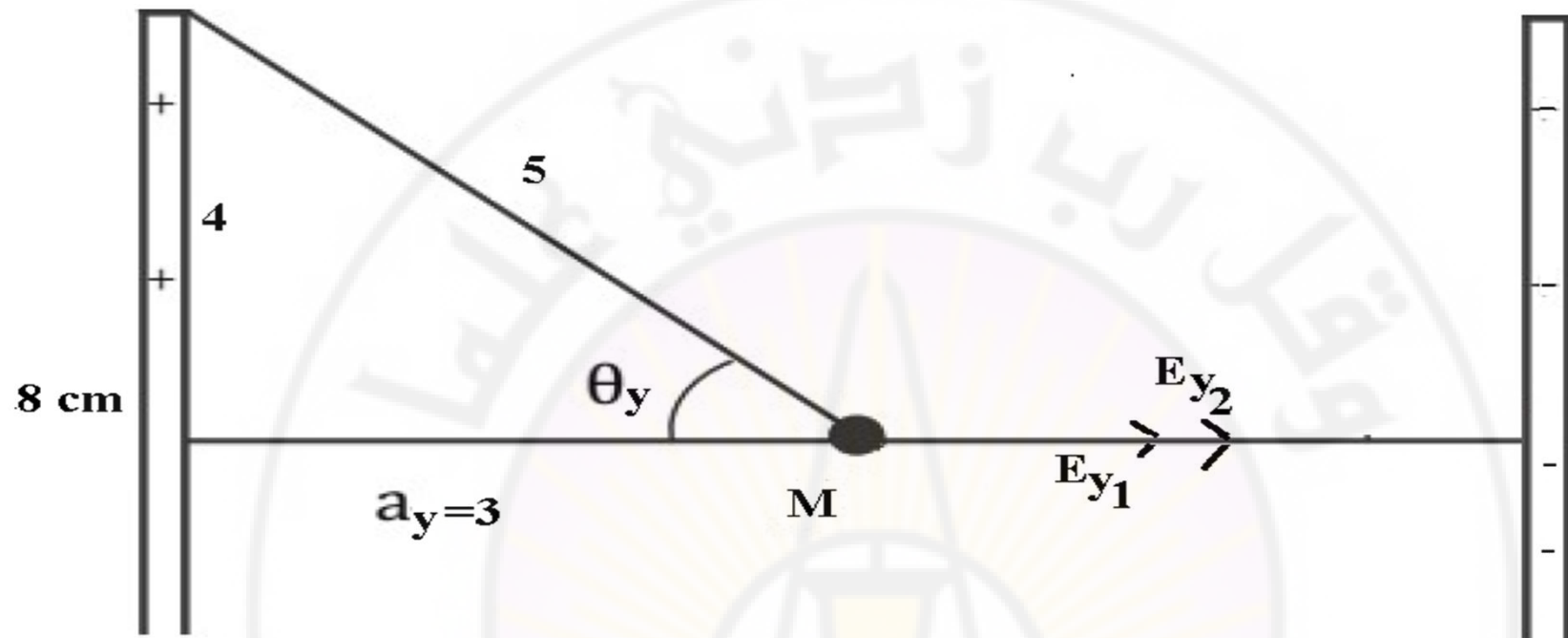
مثال هام:

شحنة كهربائية موزعة بانتظام على أضلاع مستطيل أبعاده $6 \times 8 \text{ cm}$ بكثافة خطية $\lambda = 2\pi \times 10^{-6}$ بحيث كل ضلعين متقابلين من إشارة مختلفة بالشحنة، والمطلوب:

احسب قيمة الحقل الكهربائي في مركز المستطيل.

الحل:





$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\theta}{a}$$

إن الحقل الناتج عن السلكين الشاقوليين :

$$E_y = E_{y1} + E_{y2}$$

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\theta_y}{a_y} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\theta_y}{a_y}$$

$$\sin\theta_y = \frac{4}{5}, \quad a_y = 3 \times 10^{-2} \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

ولدينا:

$$E_y = 2 \times \left(\frac{2\pi \times 10^{-6}}{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}} \cdot \frac{\frac{4}{5}}{3 \times 10^{-2}} \right)$$

$$E_y = \frac{N}{c}$$

$$E_x = E_{x1} + E_{x2} \quad \text{إن الحقل الناتج عن السلكين الأفقيين:}$$

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\theta_x}{a_x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sin\theta_x}{a_x}$$

$$\sin\theta_x = \frac{3}{5}, \quad a_x = 4 \times 10^{-2} m$$

ولدينا:

$$E_x = 2 \times \left(\frac{2\pi \times 10^{-6}}{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}} \cdot \frac{\frac{3}{5}}{4 \times 10^{-2}} \right)$$

$$E_x = \frac{N}{c}$$

فيكون الحقل المحصل:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \rightarrow E = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} \rightarrow E = \frac{N}{c}$$

EY=6026365 N/C

EX= 3389831 N/C

الحقل المحصل هو

E = 6914335 N/C

التوزيع السطحي للشحنات:

التوزيع المستمر للشحنات في حالة الكثافة السطحية:

$$dq = \sigma \cdot ds$$

$$\vec{F} = K \iint_s \frac{q \cdot \sigma \cdot ds}{r^2} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{E}_s = K \iint_s \frac{\sigma \cdot ds}{r^2} \cdot \vec{r} \quad \leftarrow \quad \sigma = \frac{q}{s} \text{ كثافة الشحنة السطحية: } \frac{q}{s} \text{ وواحدتها: } \frac{C}{m^2}$$

التوزيع الحجمي للشحنات:

التوزيع المستمر للشحنات في حالة كثافة حجمية:

$$dq = \rho \cdot dV$$

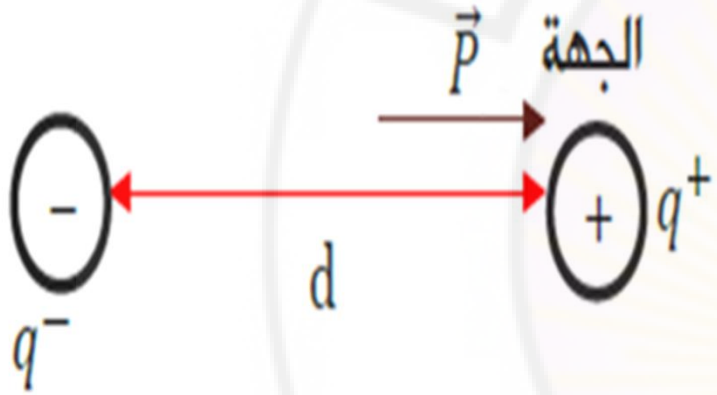
$$\vec{F} = K \iiint_V \frac{q \cdot \rho \cdot dV}{r^2} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{E}_V = K \iiint_V \frac{\rho \cdot dV}{r^2} \cdot \vec{r} \quad \Leftarrow \quad \rho = \frac{q}{V} \text{ كثافة الشحنة الحجمية: } \frac{C}{m^3} \text{ وواحدتها: } \frac{C}{m^3}$$

ثنائي الأقطاب الكهربائي

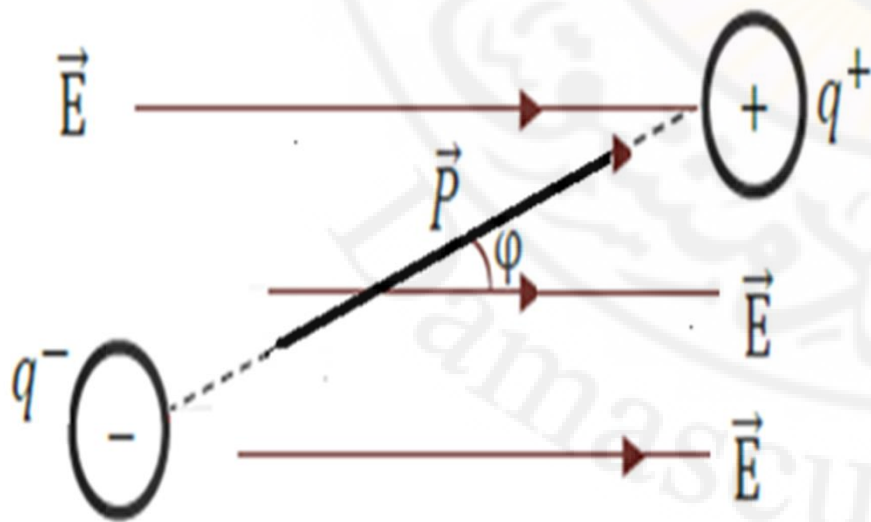
يعرف ثنائي الأقطاب الكهربائي بأنه كل شحنتين كهربائيتين متساويتين بالقيمة المطلقة ومختلفتين بالإشارة.

مثال: نواة ذرة الهيدروجين.



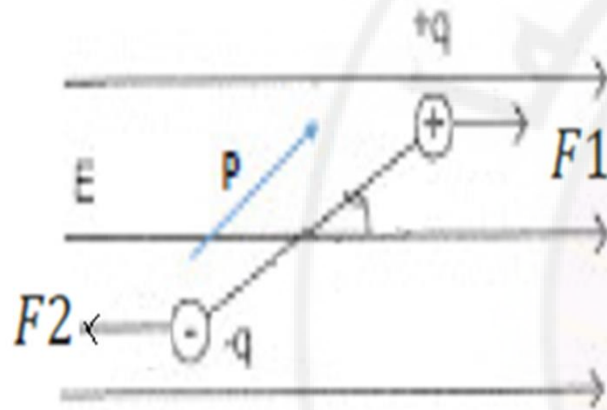
العزم الكهربائي: هو شعاع شدته: تساوي: $\vec{P} = q\vec{d}$

حامله: الخط الواصل بين الشحنتين.



جهته: من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة.

عند وضع ثنائي القطب في حقل كهربائي فإن ثنائي القطب سيبدأ بالدوران لأنه أصبح هناك عزم على ثنائي القطب حيث أن الشحنة الموجبة من ثنائي القطب ستعرض إلى قوة في اتجاه الحقل وأما الشحنة السالبة فسوف تتعرض لقوة في الاتجاه المعاكس للحقل .



$$F1 = +qE \quad , \quad F2 = -qE$$

تؤلف هاتان القوتان مزدوجة قتل، تحسب بالعلاقة: $\vec{\tau} = \vec{F} \wedge \vec{d}$

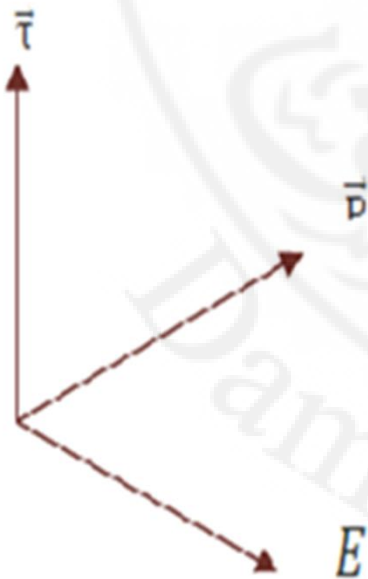
$$\tau = F \cdot d \cdot \sin \varphi$$

$$F = q \cdot E \Rightarrow \tau = q \cdot E \cdot d \cdot \sin \varphi$$

$$\tau = E \cdot P \cdot \sin \varphi$$

عزم مزدوجة القتل لثنائي القطب: $\vec{\tau} = \vec{E} \wedge \vec{P}$

τ عمود على مستوي (P, E) $\Leftarrow$



مثال ١ :

ثنائي أقطاب كهربائي، قيمة كل من شحنتيه: $q_1 = q_2 = \pm 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

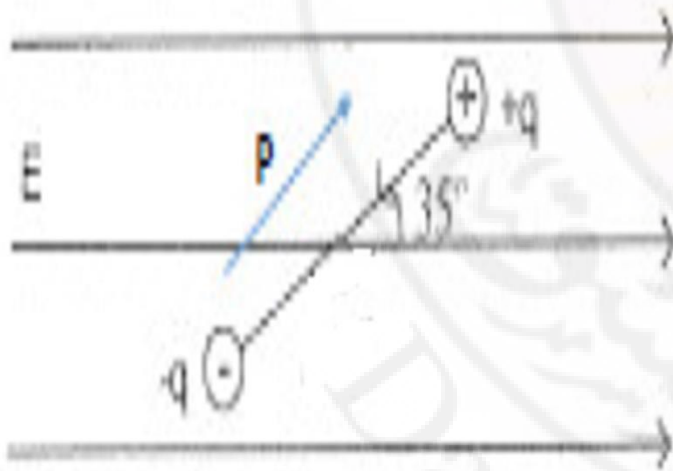
والمسافة بين الشحنتين $d = 1.25 \times 10^{-10} \text{ m}$ ، قيمة الحقل الكهربائي $E = 5 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

والزاوية بين ثنائي القطب والحقل تساوي 35°

المطلوب: (1) احسب محصلة القوى المؤثرة في ثنائي القطب.

(2) احسب قيمة وجهة عزم ثنائي القطب.

(3) احسب قيمة وجهة عزم مزدوجة الفتل لثنائي القطب.



(1) محصلة القوى المؤثرة في ثنائي القطب:

إن القوتين متساويتين ومتعاكستين، وبالتالي فإن محصلتهما تساوي الصفر

$$F = q \cdot E \Rightarrow \sum F = +F_1 - F_2 = 0 \text{ N}$$

(2) عزم ثنائي القطب:

$$P = 1.6 \times 10^{-19} \times 1.25 \times 10^{-10} = 2 \times 10^{-29} \text{ C.m}$$

الجهة: من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة.



(3) قيمة وجهة عزم مزدوجة القتل: $\vec{\tau} = \vec{E} \wedge \vec{P}$

$$\tau = E.P.\sin\varphi$$

$$r = 2 \times 10^{-29} \times 5 \times 10^{-5} \cdot \sin(35) = 57 \times 10^{-35} \text{ m.N}$$

الجهة نحو الأعلى.

التدفق الكهربائي

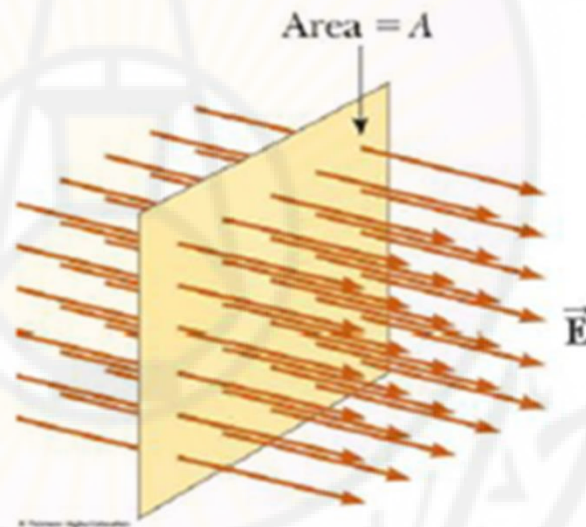
التدفق الكهربائي Φ_E : يعرف التدفق الكهربائي بأنه جداء الحقل بشعاع السطح

يقاس بوحدة الويبر (web) أو $\frac{N.m^2}{C}$

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot A$$

$$\Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$$

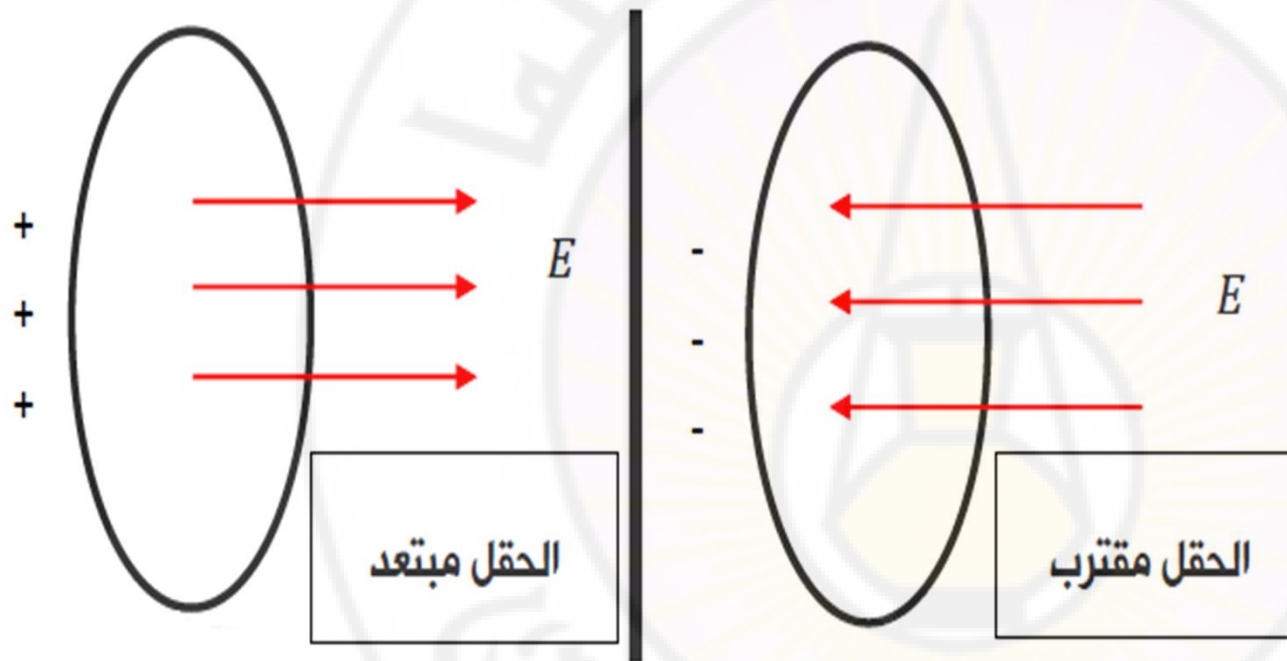


حالات خاصة: $\Phi_E = \Phi_{E_{max}} \iff \theta = 0$

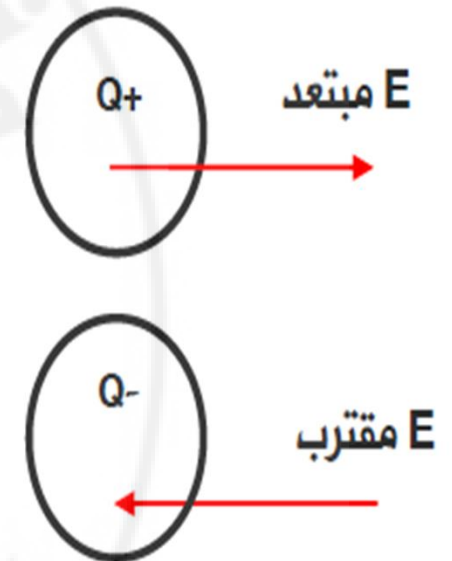
$$\Phi_E = 0 \iff \theta = \frac{\pi}{2}$$

طريقة تحديد الحقل الكهربائي:

* في حالة السطح كامل مشحون, يكون:



* في حالة الشحنة النقطية:



مثال ١:

وضع قرص دائري نصف قطره 10cm في حقل كهربائي شدته 2000N/C حيث تصنع الزاوية $\theta = 30^\circ$ مع شعاع السطح، والمطلوب : 1- احسب قيمة Φ_E من خلال القرص.

2- احسب قيمة Φ_E عندما يدور القرص ليصبح الحقل الكهربائي متعامدا مع الناظم.

3- احسب قيمة Φ_E عندما يدور القرص ليصبح الحقل الكهربائي موازيا مع الناظم.

الحل: (1) $\theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot A \Rightarrow \Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$$

$$A = \pi R^2$$

$$\Phi_E = 2000 \times \pi \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi\sqrt{3} \times 10 = 54 \text{ N.m}^2/\text{C}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \Rightarrow \Phi_E = 0 \quad (2)$$

$$\theta = 0 \text{ rad} \quad (3)$$

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot A \Rightarrow \Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$$

$$\Phi_E = 63 \text{ N.m}^2/\text{C}$$

مثال ٢ :

وضعت شحنة نقطية قيمتها $q = +3 \mu c$ في مركز كرة نصف قطرها $r = 0.2m$ أوجد التدفق الناجم عن الشحنة النقطية من خلال سطح الكرة.

الحل: حيث أن $k = 9 \times 10^9 N.m^2/c^2$

سطح الكرة: $A = 4.\pi.R^2$

$$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot A \Rightarrow \phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$$

$$\theta = 0 \rightarrow \cos\theta = 1$$

$$\phi_E = k \frac{Q}{r^2} \cdot (4.\pi.r^2)$$

$$\phi_E = k \cdot Q \cdot 4.\pi = 9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} \times 4 \times \pi$$

$$\phi_E = 3.4 \times 10^5 N.m^2/c$$

مثال ٣:

قطرة من الزيت كتلتها الحجمية ρ مكهربة ومعلقة في الهواء دون حركة (ساكنة) بتأثير حقل كهربائي ساكن شدته E فإذا كانت شحنة القطرة $2e$ فما هو نصف قطرها إذا علمت أن:

$$\rho = 300\pi \text{ Kg.m}^{-3}, \quad E = 9.8 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}, \quad \pi^2 = 10, \quad e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C},$$
$$g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$$

الحل:

القوى المؤثرة:

$\vec{F}_w$ قوة الثقل. $\vec{F}_e$: القوة الكهربائية.

بما أن القطرة ساكنة:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$
$$\vec{F}_w + \vec{F}_e = \vec{0}$$

حيث:

$$F_w = mg = \rho V g, \quad F_e = QE = 2eE$$

وبالإسقاط:

$$\rho V g - 2eE = 0$$

$$\rho V g - 2eE = 0$$

$$\rho V g = 2eE$$

$$\Rightarrow V = \frac{2eE}{\rho g} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2eE}{\rho g}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3eE}{2\pi\rho g}}$$

$$\Rightarrow R = 2 \mu m$$

المحاضرة الرابعة

قسم الكهرباء

إذا اخبرت أحدهم سراً فقد اهديته سهماً قد يرمى فيه
أحد الأيام!

قانون غاوس

إن التدفق الكلي عبر سطح مغلق يساوي الشحنة الكلية التي يحصرها السطح مقسوماً على ϵ_0

حيث: $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$ سماحية الخلاء أو نفوذية الخلاء.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dA$$

$$\Phi_E = \oint E \cdot \cos\theta \cdot dA$$

$\Phi_E = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$ علاقة تقريبية حيث Q_{encl} هي مجموع الشحنات ضمن السطح المغلق

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dA = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

نسمي السطح المغلق الذي يحيط بالشحنة الكلية بـ **سطح غاوس**.

سطح غاوس: وهو سطحٌ وهمي نختاره بما يناسب المسألة المدروسة بحيث يمكن حساب سطحه بسهولة.

برهان قانون غاوس

وذلك من خلال حساب التدفق الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية خلال سطح كروي نصف قطره R.

نفرض سطح الكرة هو سطح غاوس المحيط بالشحنة النقطية Q

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot A = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

نريد إثبات العلاقة:

$$\Phi_E = K \cdot \frac{Q}{R^2} 4 \cdot \pi \cdot R^2 = K \cdot Q \cdot 4 \cdot \pi = \frac{Q \cdot 4 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

حيث أن

إن قيمة Φ_E لا تتعلق ب R و شكل السطح, بل إنها ترتبط بالقيمة المطلقة للشحنة فقط

خطوات الحل عند استخدام قانون غاوس:

- 1- نختار سطح وهمي مار في النقاط المدروسة.
- 2- يجب أن تقع q داخل سطح غاوس.
- 3- يجب أن يكون سطح غاوس شكل هندسي متناظر لسهولة حساب مساحته.

تطبيقات قانون غاوس

التطبيق الأول:

أوجد الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية موجبة في نقطة m تبعد عنها مسافة R .

الحل:

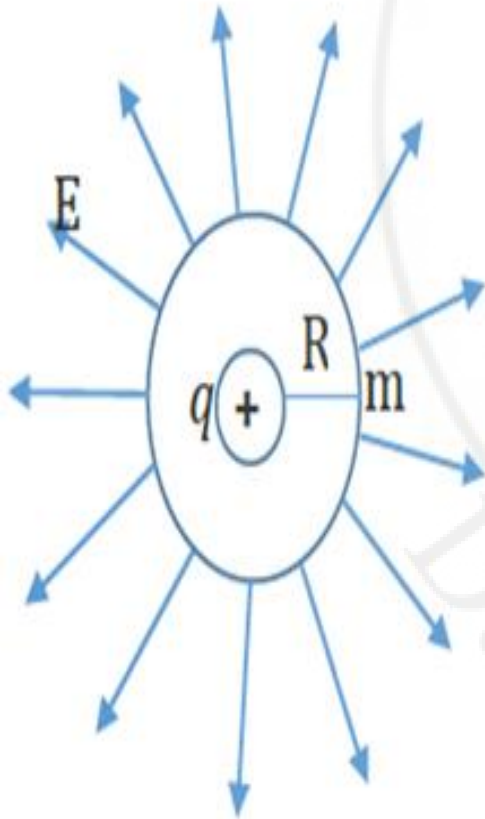
نفرض سطح وهمي كروي محيط بالشحنة، ونطبق قانون غاوس على السطح المغلق

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dA = E \oint dA = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}, \quad \int dA = A$$

$$\left(\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1, \quad \Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta \right) \text{ الجداء السلمي}$$

$$E \cdot (4 \cdot \pi \cdot R^2) = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} = K \frac{Q}{R^2}$$



التطبيق الثاني:

أوجد الحقل الكهربائي الناجم عن توزيع خطي للشحنة في سلك مشحون.

الحل:

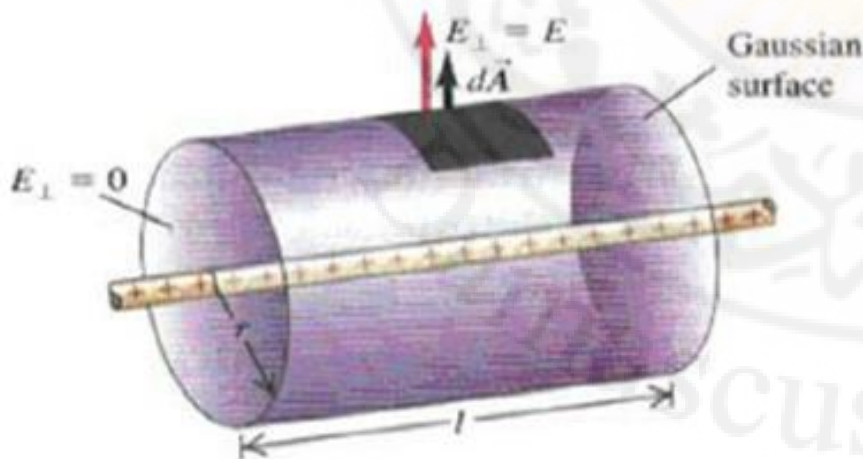
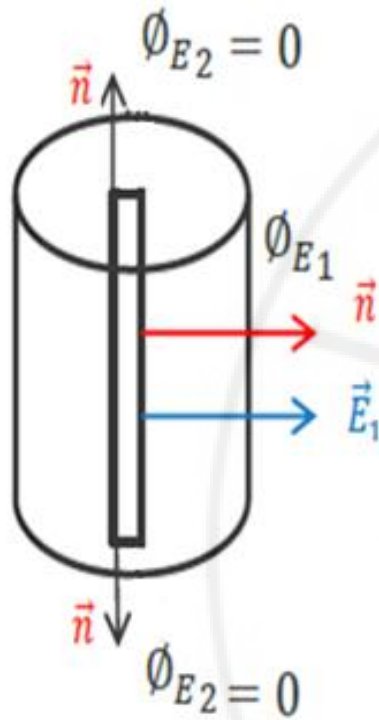
نفرض سطح أسطواناني مغلق ، يحيط بجزء من الناقل طوله L من السلك المشحون
((السطح الأسطواناني هو سطح غاوس)) ونطبق نظرية غاوس.

$$\phi_E = \phi_{E_1} + \phi_{E_2}$$

حيث: ϕ_{E_1} : التدفق الذي يجتاز جانب الأسطوانة.

ϕ_{E_2} : التدفق الذي يجتاز القاعدتين.

وبما أن: $E \perp n$ عند القاعدتين: $\phi_{E_2} = 0 \leftarrow$



$$A = 2.\pi.R.L$$

مساحة السطح الجانبي:

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.dA = E \oint dA$$

$$\Phi_E = E(2.\pi.R.L) = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

$$Q = \lambda L$$

الشحنة الكلية للسطح:

$$E = \frac{1}{2\pi.\epsilon_0} \frac{Q}{RL} = \frac{1}{2\pi.\epsilon_0} \frac{\lambda L}{RL} \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi.\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$$

$$E = 2.K.\frac{\lambda}{R}$$

حيث: E هو الحقل الناتج عن السلك.

التطبيق الثالث:

باستخدام قانون غاوس احسب شدة الحقل الكهربائي E الناجم عن مستو لا نهائي ناقل ومشحون بشحنة موجبة موزعة بانتظام بكثافة سطحية σ .

من أجل مستوي أفقي، لو فرضنا لدينا مستوي كبير بشكل لانهائي ووضعنا عليه كمية محددة من الكثافة السطحية σ ، حيث σ تساوي كمية الشحنة في وحدة المساحة $\sigma = Q/A$ أي أن σ عدد معين من كولوم لكل متر مربع C/m^2 وهي موزعة بشكل منتظم على المستوي بأكمله.

من أجل هذا المستوي ما هو الحقل الكهربائي في أي مكان حوله من الفضاء.

نختار بذلك سطح غاوس ونرسم سطح غاوس والذي يتقاطع مع المستوي وهو مغلق.

ويجب أن يحقق سطح غاوس ثلاثة شروط:

1- من أجل ارتفاع محدد يجب أن تكون قاعدتي السطح مستوية وموازية للمستوي.

2- السطح الجانبي عمودي على المستوي.

3- المسافة المحددة للسطح التي فوق المستوي هي يجب أن تكون نفس المسافة للسطح الذي تحت المستوي.

هذه الشروط من أجل استخدام خواص التناظر. وبما أن الشحنة موزعة على المستوي بشكل منتظم فإن قيمة الحقل الكهربائي الناتج عن السطح العلوي تساوي قيمة الحقل الكهربائي الناتج عن السطح السفلي، وعند تطبيق قانون غاوس فإن الشحنة الموجودة على المستوي الأوسط هي الشحنة الوحيدة داخل الاسطوانة المغلقة.

وعند الحل سنجد أن التدفق الكلي من خلال السطح العامودي (السطح الجانبي للأسطوانة) يساوي الصفر وأما التدفق الكلي من خلال السطح الأفقي يجب أن يساوي $E=Q/2\epsilon_0$ ، والحقل الكهربائي مستقل عن ثخانة المستوي فسواء كنت قريباً أو بعيداً فالحقل نفسه.

وإذا كان المستوي موجب الشحنة فإن الحقل الكهربائي يتجه نحو الخارج، وإذا كان المستوي سالب الشحنة فسيتهجه الحقل نحو الداخل.

$$\Phi_E = \Phi_{E1} + \Phi_{E2}$$

الحل

Φ_{E2} جانبي: الناظم على السطح الجانبي يعامد

الحقل فالتدفق الناتج عنه معدوم

$$E \perp n \rightarrow \Phi_{E2} = 0$$

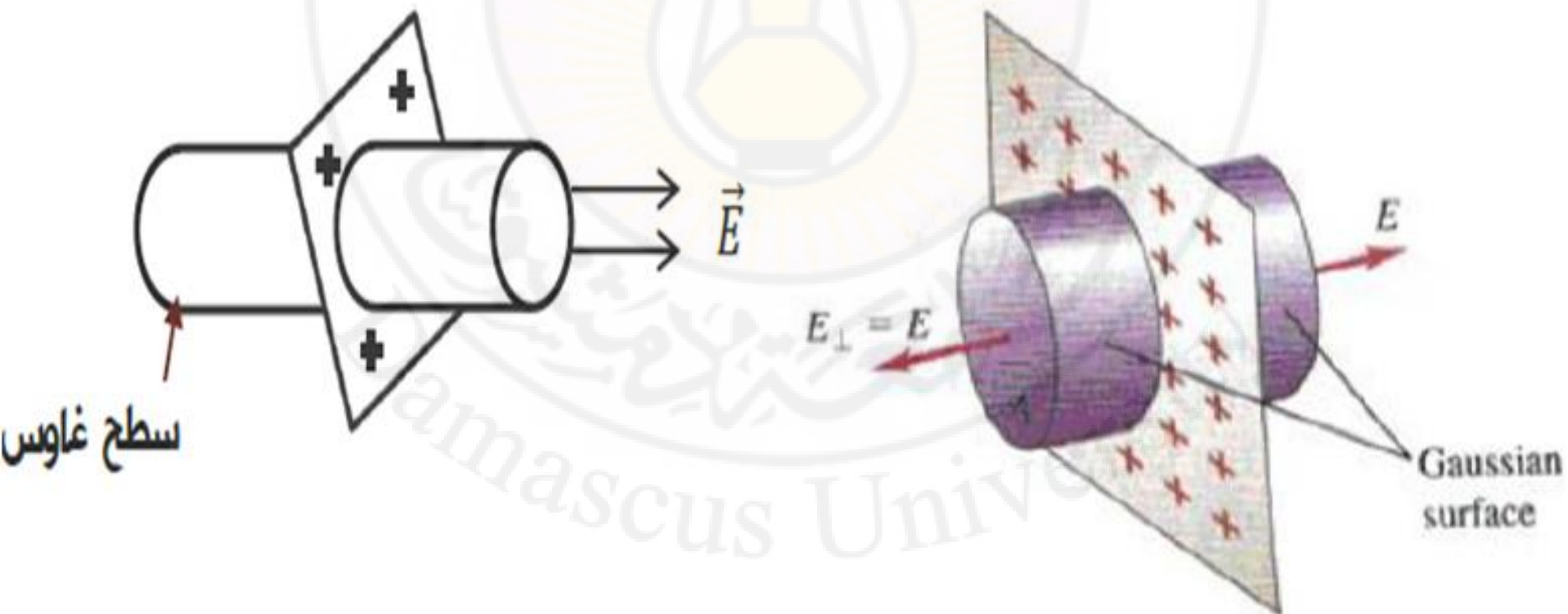
Φ_{E1} قاعدتين: الناظم على القاعدة يوازي الحقل فالتدفق أعظمي.

$$\Phi_E = E \cdot A \times 2$$

$$\Phi_E = E \cdot A \times 2$$

$$\Phi_E = 2 \cdot E \cdot A = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

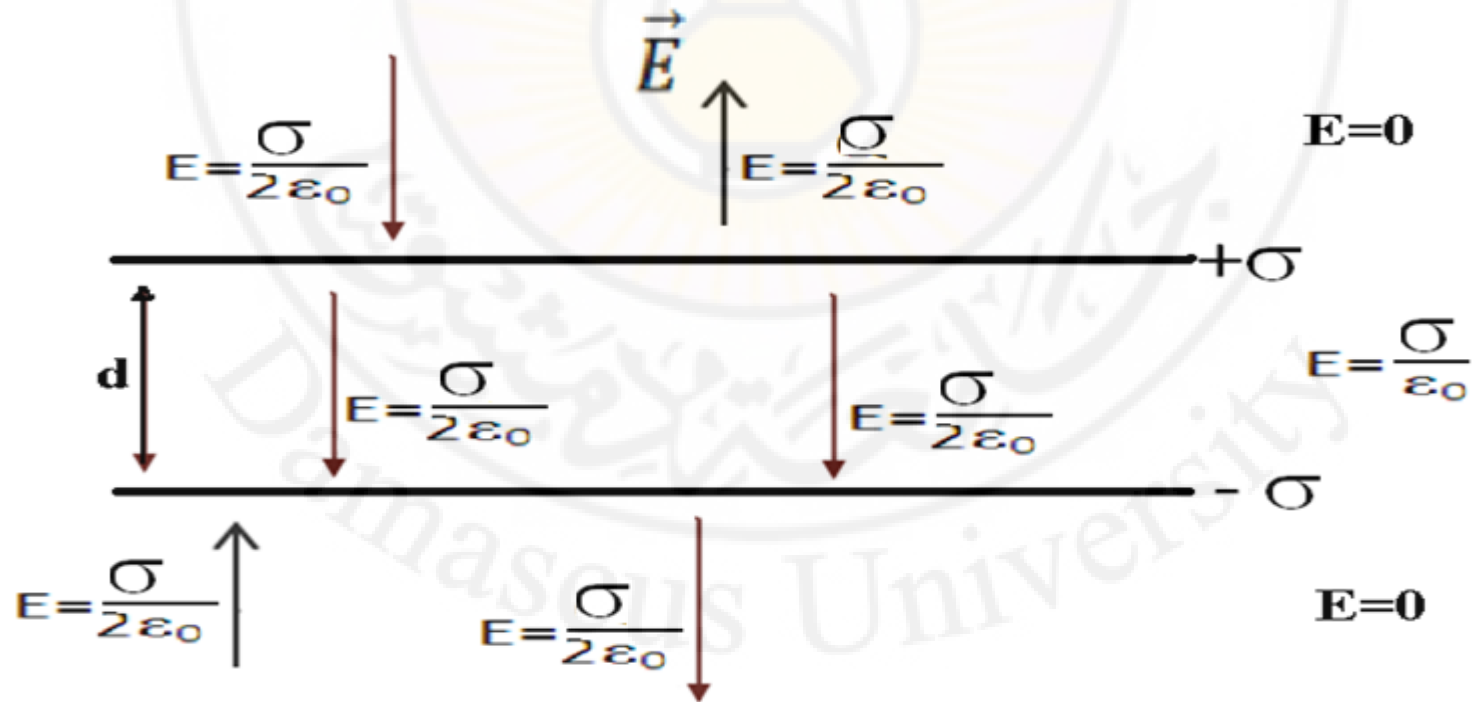


مثال:

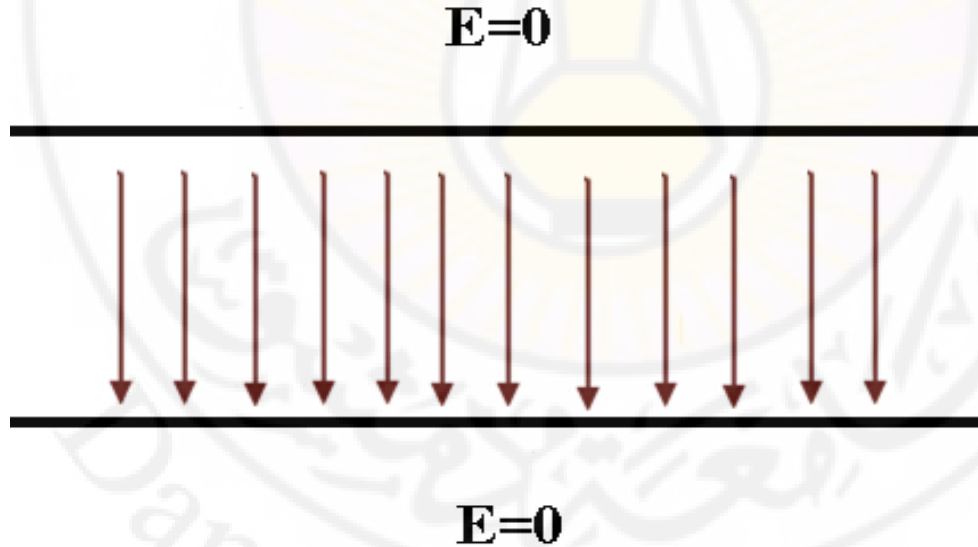
حاول أن تجرب حالة المستويين موجبين او سالبين الشحنة.

لدينا مستويين والكثافة السطحية لشحنة المستوي الأول هي $+\sigma$ والكثافة السطحية لشحنة المستوي الثاني هي $-\sigma$ والمسافة بينهما هي d ، ما هو الحقل الكهربائي في أي مكان من الفراغ.

باستخدام مبدأ التراكب لنفرض وجود مستوي مع تجاهل الآخر وبالتالي نحصل على متجه الحقل الناتج عن هذا المستوي. وهذا المستوي لوحده سيعطي قيمة الحقل $E=Q/2\epsilon_0$ في المناطق الثلاث حسب الشكل:



مع ملاحظة أن الحقل الكهربائي مستقل عن المسافة عن هذا المستوي، وبالنسبة للمستوي ذو الشحنة السالبة فإن متجه الحقل يشير باتجاهه والذي يساوي $E=Q/2\epsilon_0$ ومنه مع استخدام مبدأ التراكب نستطيع أن نجمع متجهات الحقل الكهربائي وعند القيام بذلك سنجد أن هاذين المتجهين سيلغيان بعضهما البعض في المناطق العلوية والسفلية للمستويين وأما في الوسط سنجد أن الحقل المحصلة يساوي $E=Q/\epsilon_0$ حيث في هذه المنطقة المتجهان بنفس الاتجاه وسيدعمان بعضهما البعض ومن أجل رسم منحنيات الحقل في هذه الحالة فستكون منحنيات الحقل حسب الشكل:



حيث في المنطقة المتوسطة سيكون الحقل نفسه في كل مكان وأما في الخارج سيكون مساوي الصفر.

التطبيق الرابع:

كرة نصف قطرها R ومركزها مبدأ الإحداثيات مشحونة بشحنة موجبة $+Q$ موزعة على سطحها بانتظام, أوجد الحقل الكهربائي E الناتج عن الشحنة في النقاط التالية :

$$(r > R) , (r = R) , (r < R)$$

الحل :

نفرض سطح غاوس كرة نصف قطرها r متمركزة مع الطبقة الكروية المشحونة:

$$\theta = 0 \leftarrow \vec{n} \parallel \vec{E}$$

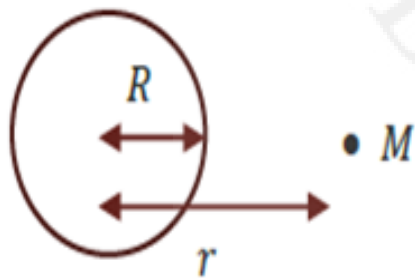
الحقل يكون ثابت ولا يتعلق بقيمة r والتي هي اكبر او اصغر او تساوي نصف القطر R ونميز ثلاث حالات:

أولاً: $R < r$ (النقاط واقعة خارج الكرة):

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} \, dA = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$E \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



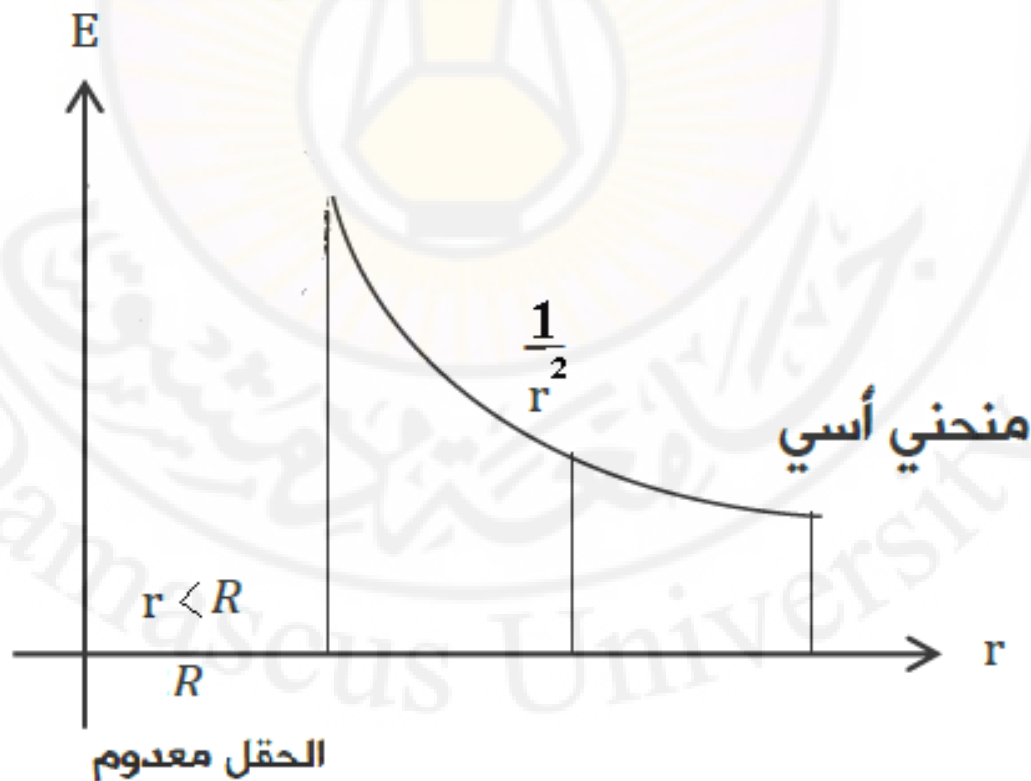
ثانياً: $R = r$ (الحقل على سطح الكرة):

$$E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \frac{Q}{R^2} = K \frac{Q}{R^2}$$

ثالثاً: $r < R$ (الحقل ضمن الكرة):

النقطة M التي نريد حساب الحقل عندها تقع داخل الكرة المشحونة ولكن لا يوجد شحنات ضمن سطح غوس وبالتالي فالتدفق معدوم وهذا يعني أن الحقل معدوم $E = 0$ حتى ولو كانت النقطة M في مركز الكرة.

$E = 0$ وذلك لانعدام سطح غاوس.



المحاضرة السادسة

قسم الكهرباء

إن النجاح هو محصلة اجتهادات صغيرة
تتراكم يوماً بعد يوم

ابراهيم الفقي

السعة الكهربائية والمكثفات

السعة الكهربائية

يعطى قانون السعة الكهربائية لناقل كهربائي بالعلاقة:

$$C = \frac{q}{V} \quad C: \text{تمثل السعة الكهربائية، وتقاس بالـ } Farad.$$

q : تمثل الشحنة، وتقاس بالـ *Coloumb*.

V : تمثل فرق الكمون، وتقاس بالـ *Volt*.

الفاراد: سعة ناقل كهربائي إذا شحن بشحنة قيمتها $1C$ وكان كمونه $1V$.

$$1F = 1Farad = 1 \frac{C}{V} = 1coulomb/Volt$$

استنتاج السعة الكهربائية لناقل كروي:

$$C = \frac{q}{V} \quad V = K \frac{q}{R} \rightarrow C = \frac{q}{K \frac{q}{R}} \quad C = \frac{R}{K} = \frac{R}{9 \times 10^9}$$

وهي السعة الكهربائية لناقل كروي تتعلق فقط بنصف قطر الناقل R

مثال

من أجل ناقل كروي سعته $C = 1F$ ، احسب نصف قطره.

$$C = \frac{R}{9 \times 10^9} \rightarrow 1 = \frac{R}{9 \times 10^9} \quad \text{نجد أن } R = 9 \times 10^9 m$$

تعتبر الفاراد واحدة كبيرة جداً، ولهذا فإننا

نستخدم لقياس الفاراد الـ (pico – nano – micro)

المكتفات

يمكن تصنيف المكتفات بثلاث أنواع:



(1) المكتفة مستوية: يرمز لها بخطين متوازيين

(2) المكتفة الكروية.

(3) المكتفة الاسطوانية.

المكثفة المستوية

تتكون من سطحين متوازيين مشحونين، مفصولين بمسافة d .

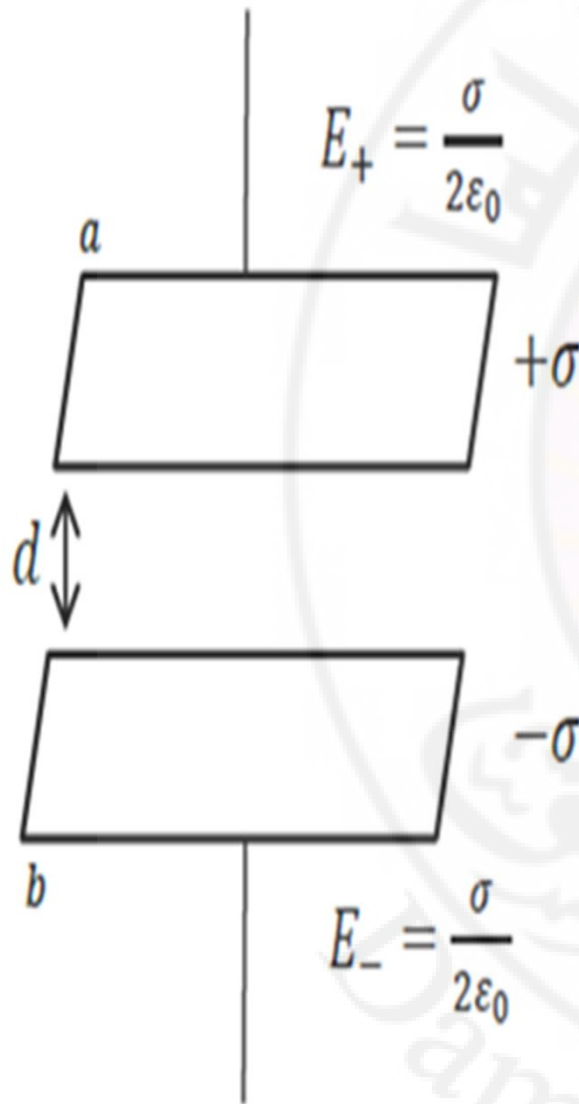
من أجل توزيع منتظم للشحنات: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

حيث: $\sigma = \frac{Q}{A}$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \times 2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A}$$

الجهد أو فرق الكمون بين اللبوسين للمكثفة

$$V_a - V_b = \int E \cdot dL = E \cdot d$$



$$V = \int E \cdot dL = E \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot d$$

نعلم أن: $C = \frac{Q}{V}$ وبهذا نجد أن:

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot d} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

السعة $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

الحقل يتعلّق بالشحنة و A مساحة سطح اللبوس حيث ϵ_0 سماحية الوسط (الوسط العازل بين اللبوسين)

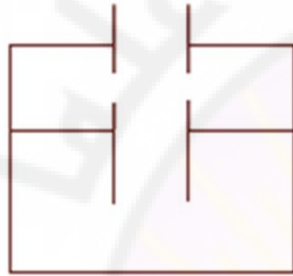
وهو يساوي في الخلاء

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

الحقل $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$

وصل المكثفات

نميز نوعين من الوصل



الوصل على التفرع

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$$

$$C_{eq} > C_i$$

يكون التوتر V مشتركاً وثابتاً في جميع أجزاء الدارة

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots$$



الوصل على التسلسل

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

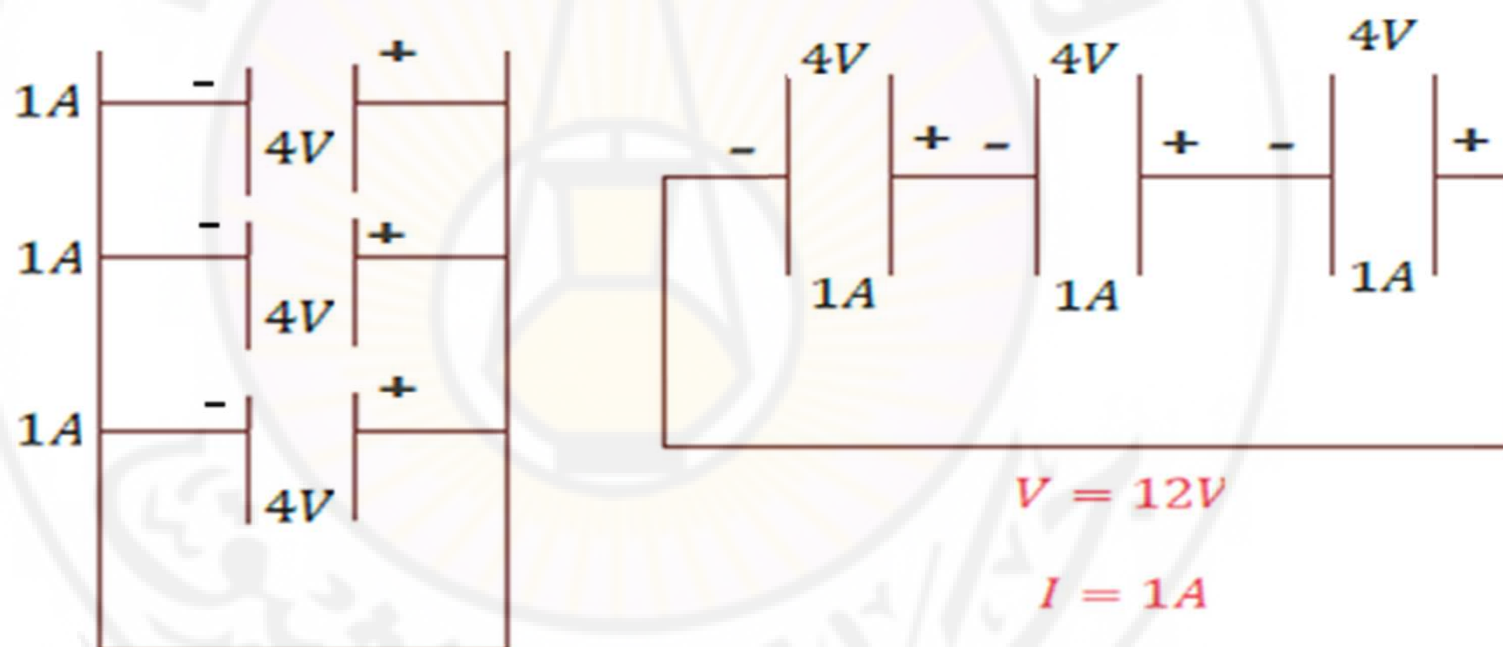
$$C_{eq} < C_i$$

يكون كلاً من الشحنة Q وشدة التيار I مشتركاً
وثابتاً في جميع أجزاء الدارة

$$V = V_1 + V_2 + \dots$$

$$V = 4V$$

$$I = 3A$$



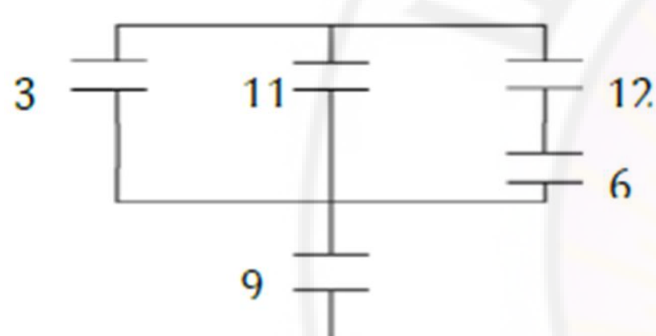
$$V = 12V$$

$$I = 3A$$

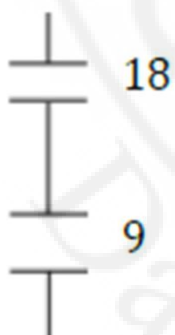
تطبيق:

من أجل كل من الحالات التالية، أوجد السعة المكافئة.

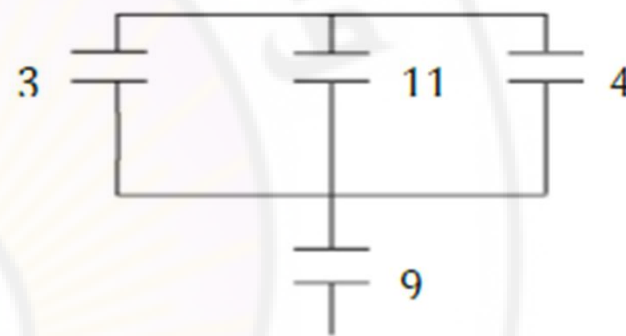
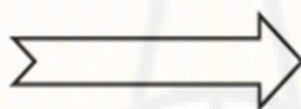
الحالة الأولى:



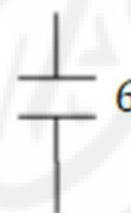
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \rightarrow C' = 4 \mu F$$



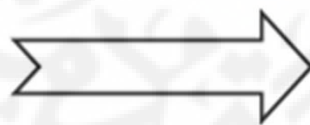
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{3}{18}$$



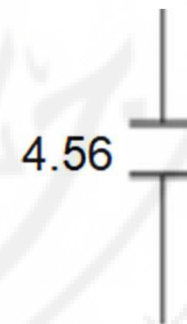
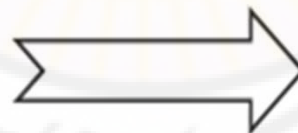
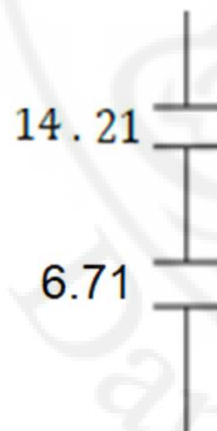
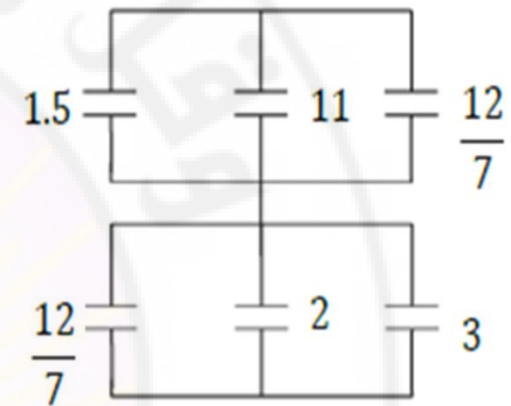
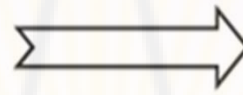
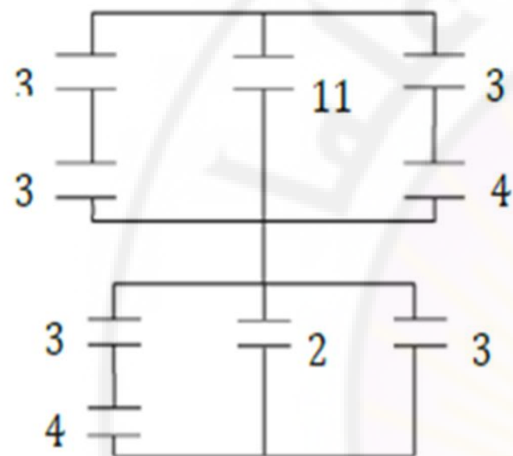
$$C_{eq} = 3 + 11 + 4 = 18 \rightarrow C'' = 18 \mu F$$



$$C_{eq} = \frac{18}{3} = 6 \mu F$$



الحالة الثانية:



Damascus University

الطاقة المخزنة في المكثفة:

$$dw = du = V \cdot dq = \frac{q}{C} \cdot dq$$

ويكون العمل الكلي المبذول في عملية الشحن لزيادة شحنة المكثفة q من الصفر إلى q هو الطاقة المخزنة الكامنة في المكثفة:

$$U = W = \int_0^q dW = \frac{1}{C} \int_0^q q \cdot dq = \frac{q^2}{2C}$$

ولمّا كان $V = \frac{q}{C}$ فإن الطاقة الكامنة المخزنة في المكثفة:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} q \cdot V$$

وتقدر الطاقة بالجول عندما تقدر السعة C بالفاراد والشحنة q بالكولون.

مثال ١ :

مكثفة مستوية في الهواء تبلغ المسافة بين لبوسيهما 5mm وسطح كل منهما $A = 2 \text{ m}^2$
فإذا طبقنا على لبوسيهما فرقاً في الكمون قدره 10 KV فالمطلوب حساب:

1. السعة

2. الشحنة على كل لبوس

3. شدة الحقل الكهربائي الحاصل بين البوسين

4. ما هي

الحل: 1. $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 8.85 \times 10^{-12} \times \frac{2}{5 \times 10^{-3}} = 3.54 \times 10^{-9} \text{ F}$

2. $Q = C \cdot V_{ab} = 3.54 \times 10^{-9} \times 10 \times 10^3 = 3.54 \times 10^{-5} \text{ C}$

3. $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{3.54 \times 10^{-5}}{8.85 \times 10^{-12} \times 2} = 20 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

4. الطاقة المخزنة في المكثفة

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} q \cdot V$$

مثال ٢ :

مكثفة مستوية سعتها 90 PF شحنت بواسطة بطارية إلى أن أصبح كمونها مساوياً 12V أوجد عدد الالكترونات التي انتقلت من أحد اللبوسين إلى الآخر.

الحل:

$$Q = C.V = 90 \times 10^{-12} \times 12 = 1080 \times 10^{-12} \text{ C}$$

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{1080 \times 10^{-12}}{1.6 \times 10^{-19}} = 675 \times 10^7$$

مثال ٣:

لدينا مكثفتان سعة الأولى $C_1 = 6\mu F$ والثانية $C_2 = 3\mu F$ وفرقاً في الكمون قدره $V_{ab} = 18V$ أوجد :

1. السعة المكافئة وشحنة كل مكثفة عندما نصل هاتين المكثفتين على التسلسل.
2. السعة المكافئة وشحنة كل مكثفة عندما نصل هاتين المكثفتين على التفرع.

الحل:

1. المكثفتان على التسلسل:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \rightarrow C_{eq} = 2\mu F$$

إن شحنة كل مكثفة في حالة الوصل على التسلسل هي نفسها شحنة المكثفة المكافئة:

$$q = q_1 = q_2 = q_{eq} = C_{eq} \cdot V_{ab} = 2 \times 18 = 36 \mu C$$

فرق الكمون بين طرفي كل مكثفة يعطى بالعلاقة:

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{36}{3} = 12V$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{36}{6} = 6V$$

2. المكثفتان على التوازي (التفرع):



$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 6 + 3 = 9 \mu F$$

فرق الكمون بين طرفي كل مكثفة هو نفسه $V_{ab} = V_1 = V_2$

أما شحنة كل مكثفة فتعطى بالعلاقة:

$$q_1 = C_1 \cdot V_{ab} = 6 \times 18 = 108 \mu C$$

$$q_2 = C_2 \cdot V_{ab} = 3 \times 18 = 54 \mu C$$