جامعة دمشق
كلية الاقتصاد
قسم الدراسات العليا

استخدام النماذج الرياضية والإحصائية في تسعير الخيارات بهدف التحوط من التقلبات في أسعار الأسهم
(دراســــــــة تطبيقيــــــــــة)

Using mathematical and statistical models in options pricing in order to hedge against volatility in stocks prices
(applied study)

رسالة مقدمة لنيل درجة الماجستير في الأسواق المالية

إعداد الطالب
حسام الدين علي حمزات

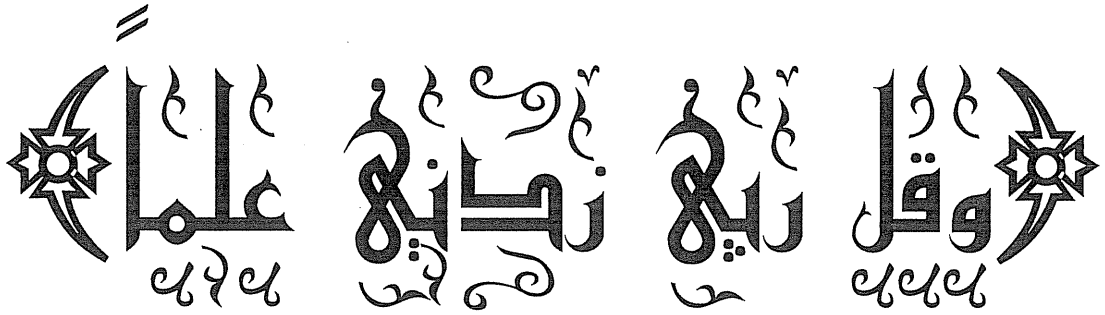
بإشراف

الدكتور المشرف
د. رغيد قصوعة

الدكتور المشرف المشارك
ا.م.د عادل القضماني

العام الدراسي 2009-2010

1



صدق الله العظيم

الإهداء

إلى أعظم من في الوجود قنديل ظلامي ونور أيامي إلى صاحب الفضل الأول واليد العليا.

أبي العزيز

إلى من احتني لأقبل يديها واستجدي نظرات الرضا من عينيها ليتني اغسل بدموع الوفاء قدميها.

أمي الحنون

إلى من قاسمني خبزي وأيامي وشاركوني أفراحي وأحزاني وعايش كل لحظات ضعفي وإيماني إلى من يعرف كل الواني.

إخوتي الأحباء

إلى من قابلتهم في درب الحياة صدفة فشاركوني في رسم لوحة من الذكريات وأمدوني بالصبر والإصرار وأثاروا بشموع من المحبة طريقي.

أصدقائي الأعزاء

إلى من اقتنوا أعمارهم وأيامهم بحثاً ودرساً وتمحيصاً، إلى من آمن بالعلم نبراساً وأيقن به طريقاً إلى الحقيقة.

طلبة العلم

شكر خاص

في نهاية كل عمل لابد لنا من أن نذكر كل من ساهم في إتمامه لكي يكون خطوة صغيرة في درب البحث الطويل.

كل الشكر إلى الأساتذة المشرفين الدكتور رغيد قصوعة، الأستاذ المساعد الدكتور عادل القضماني الذي كان لهم كبير الأثر في توجيهي وإفادتي من تجربتهم وخبرتهم، والذي لم يتوانى أياً منهم في تقديم الدعم الفكري والمعنوي فلهم كل التقدير.

كما أنني أتقدم بالشكر إلى كل أولئك السابقين الذين كانت أبحاثهم أسس نبني عليها لنتابع مسير البحث المستمر، عسى أن نكون بدورنا أساساً لجيل قادم من الباحثين.

والشكر موصول لكل من:

- السادة الأساتذة الكرام، أعضاء لجنة الحكم الأستاذ الدكتور علي كنعان والدكتور ياسر الجندي الذين تفضلوا بالموافقة على الحكم على هذه الرسالة.
- عمادة كلية الاقتصاد بجامعة دمشق وأعضاء الهيئة التدريسية.
- كل الذين ساهموا وشاركوا في انجاز هذا البحث المتواضع.

1- مقدمة البحث:

اكتسبت الأوراق المالية المشتقة على مدار العقدين الأخيرين من القرن الماضي أهمية متزايدة،وذلك بسبب الثورة التي حدثت في تكنولوجيا الاتصالات وانعكاساتها على أسواق المال وقد أدى التطور المتسارع في عالمي الاستثمار والتمويل، وما صاحبها من تعاظم ظاهرة تقلب أسعار الفائدة وأسعار صرف العملات الأجنبية إلى ابتكار أدوات استثمارية جديدة غير الأدوات التقليدية السائدة، أدوات تسهل عملية نقل وتوزيع المخاطر مما يساعد في توفير عنصر السيولة في السوق الثاني وبذلك توفر لهذا السوق خاصتي العمق والاتساع وفي اتجاه يؤدي إلى تحسين كفاءته.

ونظراً لتعاظم دور المشتقات المالية كأدوات للمضاربة والتحوط،أولتها الجهات الرسمية والمهنية عناية فائقة سواءً من ناحية وضع القوانين والتشريعات التي تحكم التعامل بها أو من ناحية وضع المعايير المحاسبية التي تحكم الجوانب الخاصة بالاعتراف بها.

وينبغي الإشارة إلى أن المشتقات المالية ما هي إلا عبارة عن عقود فرعية تُشتق من عقود أساسية لأدوات استثمارية (أوراق مالية –عملات أجنبية .....) لينشئ عن تلك العقود الفرعية أدوات استثمارية مُشتقة، ولما كانت المخاطرة عنصر يلازم الاستثمار أياً كان مجاله، فان هذه المخاطر تبلغ أوجها لدى الاستثمار في المشتقات المالية.

لكن على الرغم من أن المشتقات المالية لها عيوبها ومخاطرها فإن لها من المزايا ما يشجع الكثير على التعامل بها، لا بل يجعلها أكثر أدوات الاستثمار استخداماً في عصرنا الحاضر، فمن جانب توفر المشتقات للمستثمر فرصاً واسعة لجني الأرباح نتيجة التقلبات السعرية للأدوات المالية الأصلية المشمولة بعقودها، كما توفر له من جانب أخر أداة للتحوط تتيح له حماية نفسه من أثار هذه التقلبات بمعنى أنه يمكن استخدام المشتقات المالية كأداة للمضاربة،وفي الوقت نفسه أداة للتحوط أو التغطية من مخاطر الاستثمارات والتي تنشأ عادةً إما من تقلب أسعار أصول المحافظ الاستثمارية سواءً كانت هذه الأصول سلعاً أم أوراق مالية، أو عن تقلب أسعار الصرف أو أسعار الفائدة.

وللمشتقات المالية أنواع عديدة منها العقود الآجلة والعقود المستقبلية وعقود الخيار، ولكن نظراً إلى المزايا التي تقدمها عقود الخيار والغير الموجودة في باقي المشتقات فسوف تقتصر الدراسة على عقود الخيار وكيفية تسعيرها للاستفادة من ذلك في تحقيق مزايا الرفع المالي واستخدام استراتيجياتها للتحوط من مخاطر تقلب أسعار الأسهم.

2- مشكلة البحث وأهميته:

تتحدد مشكلة البحث في كيفية الوصول إلى سعر الخيار العادل وذلك باستخدام النماذج الرياضية والإحصائية، والاستفادة من ذلك في معرفة أياً من الاستراتيجيات ينبغي تطبيقها للتحوط من تقلب أسعار الأسهم، وانطلاقاً من أهمية الأسواق المالية لتنشيط حركة الاقتصاد ودورها في إنعاش الاستثمار في البلدان فإن ذلك يعكس

مدى أهمية البحث في إعطاء صورة موضحة وميسرة للمستثمر عن كيفية الاستفادة من الترابط بين سوق الخيارات وسوق الأوراق المالية للتحوط من التقلبات السعرية، فضلاً عن ذلك إلقاء الضوء على الآليات المستخدمة في كيفية تحديد سعر الخيار.

وأخيراً تتجلى أهمية هذا البحث في إبرازه لمقاييس أو استراتيجيات قد تكون جديدة ممكن استخدامها من قبل المستثمرين للتحوط.

3- معوقات البحث:

تكمن معوقات البحث في عدم وجود سوق ناضجة لتداول الخيارات في الوطن العربي إضافة إلى ندرة الدراسات والأبحاث باللغة العربية في مجال المشتقات المالية بشكل عام، وتطبيق النماذج الإحصائية و الرياضية للوصول إلى تسعير الخيارات واستخدام استراتيجيات عقود الخيار للتحوط من تقلبات أسعار الأسهم في السوق الحاضرة بشكل خاص.

4- هدف البحث:

من خلال ما سنعرضه لمفهوم عقود الخيار والأسس المتبعة في تسعيرها واستراتيجيات التحوط المستخدمة من خلال عقود الخيار فإن هذا البحث يهدف إلى:

- القيام بدراسة تحليلية مُعمقة للنماذج الرياضية والإحصائية المستخدمة في تسعير عقود الخيار.
- القيام بدراسة تطبيقية الغاية منها تخفيض مخاطر التعامل بمحافظ الأسهم، هذا بالإضافة إلى زيادة عوائدها وذلك باستخدام عقود الخيار.
- محاولة تقديم أساليب جديدة يمكن للمستثمر استخدامها للتحوط من التقلبات السعرية للأسهم من خلال استخدام استراتيجيات عقود الخيار.

5- فرضيات البحث:

تنحصر فرضيات البحث في الفرضية الأساسية التالية:

لعقود الخيار آثر ايجابي على محافظ الأسهم وذلك من ناحية تخفيض المخاطرة والحفاظ على العائد.

6- منهج الدراسة:

تم الاعتماد في هذا البحث على منهجي التحليلي الوصفي والاستنباطي، وذلك من خلال جمع ما يتوفر من بيانات ومعلومات وحقائق متعلقة بمشكلة البحث من مختلف المراجع والأدبيات بهدف تحليلها ووضع جملة من الفرضيات والمقدمات واستخلاص النتائج.

7- أدوات البحث:

استخدام مجموعة من الأساليب ذات الطابع الرياضي والإحصائي بالاستعانة ببرمجيات حاسوبية مناسبة لموضوع البحث ومعالجته.

8- الدراسات السابقة:

1. إن من أهم الدراسات في مجال تسعير الخيارات ما قدمه كوكس وروس وروبينشتين عام 1979 وذلك بوضعهم نموذج CRR لتسعير الخيارات والذي يعتبر النموذج الملهم لباقي النماذج التي أتت من بعده.
2. تعتبر دراسات جارو ورود من الدراسات الهامة في مجال تسعير الخيارات، إذ قدما دراسة عام 1983 تناولت تسعير عقود الخيار بشكل أكثر دقة وذلك من خلال النموذج الثنائي.
3. دراسات مايرون شولز وفيشر بلاك وروبرت ميرتون عام 1973، وأهم ما توصل إليه كل منهم بالوصول إلى نموذج بلاك وشولز وميرتون الحائز على جائزة نوبل عام 1997.
4. دراسات فيشر بلاك التي تناولت تسعير الخيارات من عام 1975 حتى عام 1989.
5. دراسة للباحث الروسي فولشتين والمنشورة عام 2002 في مجلة العلوم الرياضية والتي تناولت تغير التوزيع الاحتمالي للمحافظ التي تحوي على عقود خيار.
6. دراسة للباحثين الألمانيان رالف كورن وسيكفرد تراوتمان والمنشورة عام 1999 والتي تناولت كيفية التحكم الأمثل بالمحافظ التي تحتوي على عقود خيار وتطبيقاتها.

9- تقسيم الدراسة:

- الفصل الأول: في هذا الفصل سيتم الحديث عن الإطار النظري لعقود الخيار، وعن سمات هذه العقود في الأسواق المنظمة بالإضافة للحديث عن الجهات المسؤولة عن تنظيم تداول عقود الخيار وعن آلية التداول وكيفية تدفق المعلومات.
- الفصل الثاني: سنتطرق في هذا الفصل لمبادئ تسعير عقود الخيار، وذلك كخطوة تمهيدية لفهم آلية التسعير بشكل دقيق من خلال نموذج باينوميال ونموذج بلاك وشولز؛ والذي تم تحليلهما بشكل تفصيلي في هذا الفصل.
- الفصل الثالث: يتناول هذا الفصل الدراسة التطبيقية والتي تستهدف تتبع أثر إدخال عقود الخيار على منحنى المحافظ الكفء للأسهم وذلك من أجل تخفيض المخاطرة وزيادة العائد.

الفصل الأول

(أسواق عقود الخيار)

المبحث الأول: الإطار الأساسي لعقود الخيار.....14

1- التطور التاريخي لعقود الخيار وأسباب ظهورها

2- ماهية عقود الخيار

3- أنواع عقود الخيار

3-1عقد خيار الشراء

3-1-1 أنواع عقود خيار الشراء

- عقود خيار الشراء المغطاة
- عقود خيار الشراء الغير مغطاة

3-2عقد خيار البيع

3-2-1 أنواع عقود خيار البيع

- عقود خيار البيع الغير مغطاة
- عقود خيار البيع المغطاة

المبحث الثاني: سمات عقود الخيار في الأسواق المنظمة.....26

1- تنميط عقود الخيار

- حجم العقد
- سعر التنفيذ
- تاريخ التنفيذ
- قيود التنفيذ والمراكز

2- نظام الهامش

3- الخيار الأوربي والخيار الأمريكي

المبحث الثالث: تنظيم تداول عقود الخيار.....32

1- الجهات المسؤولة عن تنظيم التداول في أسواق عقود الخيار

2- أعضاء السوق وآلية عملهم

2-1 صانع السوق (Market Maker)

2-2 سمسار الصالة (Floor Broker)

2-3 تاجر الصالة (Floor trader)

4-2 مسؤول دفتر الأوامر(Order Book Official\OBO\)

المبحث الرابع: نظم معلومات سوق الخيارات وآلية التداول.....37

1- الأوامر التي يصدرها المتعاملين في عقود الخيار وكيفية تنفيذها

- أمر السوق (Market Order)
- أمر محدد (Limit Order)
- أمر الكل وإما فلا (all or none order)
- أمر الكل بنفس السعر وإما فلا (all or none, same price order)

2- مؤسسة تسوية عقود الخيار وآلية التداول.

الفصل الثاني

تسعير عقود الخيار

المبحث الأول: مبادئ تسعير عقود الخيار.....46

1- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأوربي.

1-1 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأوربي

1-2 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأوربي

2- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأمريكي.

1-2 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأمريكي

2-2 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأمريكي

3- الحد الأقصى لسعر الخيار الأوربي والأمريكي.

1-3 الحد الأقصى لسعر خيار الشراء الأوربي والأمريكي

2-3 الحد الأقصى لسعر خيار البيع الأوربي والأمريكي

4-سعر عقد الخيار عند تاريخ الانقضاء لخيار الشراء وخيار البيع.

1-4 سعر عقد خيار الشراء الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء

2-4 سعر عقد خيار البيع الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء

5-محددات سعر العقد للخيار الأوربي والأمريكي.

1-5 أثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار الشراء

2-5 اثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار البيع

3-5 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار الشراء
4-5 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار البيع
6- مساواة خيار الشراء والبيع.

المبحث الثاني: نموذج Binomial لتسعير الخيارات على الأسهم.....61

1- فكرة النموذج وفرضياته.
2- نموذج باينوميال لفترة واحدة.
3- الخلل وعملية المراجحة ضمن نموذج الفترة الواحدة.
1-3 الخيار مسعر في السوق بأعلى مما يجب (**Overpriced**)
2-3 الخيار مسعر في السوق بأدنى مما يجب (***underpriced***)
4- نموذج **Binomial** لفترتين.
5- نموذج **Binomial** متعدد الفترات.
6- تسعير خيار البيع.
7- تسعير الخيار الأمريكي وحالة التنفيذ المبكر (وجود توزيعات).
8- النماذج الرياضية والإحصائية المستخدمة للتنبؤ بتحركات سعر السهم.
1-8نموذج Cox, Ross and Rubinstein عام 1979
2-8نموذج Jarrow and Rudd 1983
3-8نموذج Schroder 1988
9- مزايا وعيوب النموذج.

المبحث الثالث: نموذج بلاك وشولز وميرتون لتسعير الخيارات على الأسهم...85

1- فكرة النموذج وفرضياته.
2- معادلة النموذج وكيفية التوصل إليها.
3- تسعير خيار البيع.
4- خصائص النموذج في التعامل مع القيم المتطرفة لمتغيراته.
1-4مدى توافق النموذج مع الحد الأدنى لسعر الخيار

4-2سعر العقد عند تاريخ الانقضاء وفق النموذج

4-3مدى توافق النموذج مع القيمة الدنيا والقيمة العليا لسعر العقد

4-4سعر العقد وفق النموذج عندما يكون $\sigma = 0$

5- تقريب فيشر بلاك عام 1975 لتسعير خيار الشراء الأمريكي.

6- حساسية سعر العقد لمتغيراته ضمن النموذج.

6-1تأثير القيمة السوقية للسهم على سعر العقد

6-2تأثير الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر العقد

6-3تأثير التباين على سعر العقد

6-4تأثير العائد الخالي من المخاطرة على سعر العقد

الفصل الثالث

دراسة تطبيقية تستهدف تتبع اثر إدخال عقود الخيار على منحنى المحافظ الكفء

المبحث الأول: بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مكونة من تشكيلة مناسبة من الأسهم.....112

1- محفظة الحد الأدنى من المخاطرة.

2- محفظة التماس.

3- منحنى الحدود المثلى.

المبحث الثاني: بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مختلطة من أسهم وعقود خيار شراء أوربية.....121

1-بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول.

2-بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول والثاني.

- **نتائج البحث.....125**
- **الملاحق 126**
- **المراجع باللغة العربية.....130**
- **المراجع باللغة الأجنبية.....132**

الفصل الأول

(أسواق عقود الخيار)

المبحث الأول: الإطار الأساسي لعقود الخيار

1- التطور التاريخي لعقود الخيار وأسباب ظهورها

2- ماهية عقود الخيار

3- أنواع عقود الخيار

3-1عقد خيار الشراء

3-1-1 أنواع عقود خيار الشراء

- عقود خيار الشراء المغطاة
- عقود خيار الشراء الغير مغطاة

3-2عقد خيار البيع

3-2-1 أنواع عقود خيار البيع

- عقود خيار البيع الغير مغطاة
- عقود خيار البيع المغطاة

المبحث الثاني: سمات عقود الخيار في الأسواق المنظمة

1- تنميط عقود الخيار

- حجم العقد
- سعر التنفيذ
- تاريخ التنفيذ
- قيود التنفيذ والمراكز

2- نظام الهامش

3- الخيار الأوربي والخيار الأمريكي

المبحث الثالث: تنظيم تداول عقود الخيار

1- الجهات المسؤولة عن تنظيم التداول في أسواق عقود الخيار

2- أعضاء السوق وآلية عملهم

2-1 صانع السوق (Market Maker)

2-2 سمسار الصالة (Floor Broker)

2-3 تاجر الصالة (Floor trader)

4-2 مسؤول دفتر الأوامر(Order Book Official\OBO\)

المبحث الرابع: نظم معلومات سوق الخيارات وآلية التداول

1- الأوامر التي يصدرها المتعاملون في عقود الخيار وكيفية تنفيذها

- أمر السوق (Market Order)
- أمر محدد (Limit Order)
- أمر الكل وإما فلا (all or none order)
- أمر الكل بنفس السعر وإما فلا (all or none, same price order)

2- مؤسسة تسوية عقود الخيار وآلية التداول.

المبحث الأول

الإطار الأساسي لعقود الخيار

مقدمة:

إن مفهوم عقود الخيار بالمعنى التطبيقي هو مفهوم شائع ومألوف لكافة الناس إذ أن هناك الكثير من الأمثلة على الخيارات في حياتنا اليومية، ومن الأمثلة على ذلك:

1- شراء بطاقة طائرة للسفر بسعر معين يزيد عن سعر البطاقة العادي، وذلك من أجل امتلاك الحق في إلغاء البطاقة حتى ولو في آخر دقيقة قبل موعد الرحلة الجوية، في هذه الحالة تكون قد اشتريت خياراً مقابل المبلغ الإضافي الذي دفعته مسبقاً.

2- امتلاك بطاقة من محل تجاري تخولك العودة إلى هذا المحل وشراء شيء محدد وبشكل مؤقت وبسعر محدد مقابل دفع زيادة معينة عن السعر الأصلي، فهنا وفي هذه الحالة لك الحرية المطلقة، إما العودة إلى المحل وشراء هذا الشيء المحدد أو التخلي عن ذلك من خلال بيع هذه البطاقة أو حتى رميها في سلة المهملات.

3- كوبون مأخوذ من مجلة أو جريدة يعطيك الحق في شراء بند معين وبسعر محدد وفي أي وقت حتى تاريخ محدد، فهذا خيار .....الخ

في كل هذه الأمثلة نلاحظ أن لمشتري الخيار الحق في فعل شيء ما، فمشتري الخيار سيستعمل هذا الحق الذي لديه إذا وجد أنه ذو قيمة ومنفعة بالنسبةِ له.

على الرغم من أن هذا جوهر الخيار، فإن الخيارات على الأوراق المالية والموجودات الأخرى هي أكثر تعقيداً من ذلك، لذلك ومن الطبيعي أمام هذا أن نبدأ البحث بالوقوف على التطور التاريخي لعقود الخيار وصولاً إلى نشأة عقود الخيار على الأصول المالية ومن ثم تناول ماهيتها وماهي أنواعها .....

1- التطور التاريخي لعقود الخيار وأسباب ظهورها:

يعود تاريخ ظهور عقود الخيار إلى بدايات القرن التاسع عشر حيث كان يتم تداولها في أسواق التبادل المباشر (over – the – counter market \OTC\) أو ما يسمى بالأسواق الموازية، ففي الولايات المتحدة الأمريكية وبالتحديد في مدينة نيويورك كان يتم تداول عقود الخيار على السلع الزراعية (قمح ، ذرة ، شعير...)، من خلال شركات سمسرة أو حتى من خلال أشخاص طبيعيين يمتهنون مهنة السمسرة.

وفي بداية القرن العشرين قامت مجموعة من الشركات بتأسيس إتحاد سماسرة وتجار عقود الخيار (put and call brokers and dealers association) ليكون الكيان المنظم لشؤون الأعضاء و شؤون التداول في أسواق التبادل المباشر \OTC\[1].

أما الدور الذي يلعبه التاجر أو السمسار بوصفه عضو في الإتحاد فهو دور الوسيط بين مشتري العقد ومحرره، وإذا تعذر على العضو إيجاد مشتري أو محرر للخيار فإنه يستطيع القيام بهذا الأمر وهذا نادراً ما

[1] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، الإسكندرية، منشأة المعارف،2007، ص55.

يحدث، لذلك العضو في الشركة قد يكون سمساراً (وسيطاً) أي الشخص الذي يجمع بين البائع ومشتري الخيار، أو قد يكون شخصاً له موقع معين وفعلي في الصفقة[1].

أما كيفية تنفيذ عملية الوساطة فكانت من خلال إعلان التاجر أو السمسار في الصحف المتخصصة عن استعداده لإبرام الصفقات، أي استعداده لمساعدة الأطراف(**مشتريين ومحررين**) على التفاوض والوصول في النهاية إلى اتفاق بشأن تاريخ التنفيذ وسعر التنفيذ ومقدار المكافأة، بعبارة أخرى تمكين أسواق التبادل المباشر من تفصيل العقود بناءاً على احتياجات طرفيها، وإن كانت نتيجة الاتفاق مرهونة بالقوة التفاوضية للطرفين.

غير أن تفصيل العقود بما يلائم ظروف طرفيها جعلها عقود شخصية قد لا تناسب غيرهم من المستثمرين، الأمر الذي جعل منها محل لعدد من المشكلات منها[2]:

1- ارتفاع تكلفة الصفقة (تكلفة المعاملات) ويعود ذلك للأسباب التالية:

- صعوبة أو عدم قدرة حامل الخيار على بيع الخيار لشخص أخر قبل انتهاء تاريخ الاستحقاق، حيث تُصمم الخيارات لتظل عند حاملها حتى تاريخ الانقضاء فإما أن يقوم بتنفيذه أو عدم تنفيذه بتاريخ الاستحقاق، لذلك عقد الخيار هذا سيولته ضعيفة.
- ضمان التنفيذ مرهون بمحرر الخيار وأعضاء شركة السمسرة، فإذا أفلس محرر الخيار أو أعضاء هذه الشركة فإن حامل الخيار لا يغدو سوى شخص يحمل ورقة ليس لها أية قيمة.

2- صغر حجم السوق بسبب انصراف المستثمرين عنه للأسباب التي تم ذكرها.

ومع هذا فقد ظل لسمة تفصيل العقود رونقاً خاصاً بالنسبة لعقود الخيار على أسعار الفائدة وعلى العملات الأجنبية، إذ تُفضل منشآت الأعمال والمؤسسات المالية وضع الشروط التي تناسب احتياجاتها وهو ما توفره أسواق التبادل المباشر.

في عام 1973 حدثت تغيرات جوهرية في سوق الخيارات، إذ أُنشئ في مدينة شيكاغو أول سوق منظم للتعامل في عقود الخيار على الأسهم، أطلق عليه بورصة شيكاغو لتداول الخيارات (**Chicago board options exchange \ CBOE **)، وقد فتحت أبوابها لمبادلة خيارات الشراء في 26 نيسان عام 1973، ولقد ظلت حتى اليوم هي البورصة الوحيدة التي يقتصر نشاطها على التعامل بعقود الخيار[3].

في البداية تركز تعاملها على أسهم ستة عشرة شركة، ونتيجة للنجاح الفائق الذي حققته دخلت شركات أخرى إلى الميدان حيث أصبح التعامل الآن على أسهم مئات الشركات، وحتى بداية 1977 اقتصر تعامل الأسواق المنظمة على عقود خيار الشراء وفي أول حزيران عام 1977 سمحت لجنة الأوراق المالية والبورصة (**securities and exchange commission \ SEC **) بالتعامل على عقود خيار بيع لأسهم خمس شركات فقط وفي عام 1980 أصبح من الممكن إصدار عقود خيار بيع للأسهم التي يصدر عنها عقود خيار شراء.

---

[1]- Don M. Chance and Robert Brooks, An Introduction to Derivatives and Risk management, 7th edition, 2008,pp21.
[2]- Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp21.
[3]-Saunders. Cornett, Financial Markets and Institutions, third edition, N.Y, Mc Grow-Hill, 2007, pp301.

ولقد عملت تلك السوق منذ نشأتها على إدخال تعديلات جوهرية على الأسس التي يقوم عليها التعامل في سوق التبادل المباشر، بشكل جعل التعامل في عقود الخيار سهلاً يسيراً، فبالإضافة إلى قصر نشاطها على العقود التي تبرم على أسهم الشركات المعروفة فقد أدخلت إدارة البورصة تعديلات شملت مجالين[1]:

1- تنميط شروط التعاقد.

2- تحديد المسؤولية عن الصفقات.

لقد استهدفت تلك التعديلات في المقام الأول تحسين سيولة العقد مما يتيح لحامله سرعة التصرف فيه بأقل تأثير ممكن على قيمته السوقية.

هذا وقد خُصص الجزء الأول من المبحث الثاني لتنميط شروط التعاقد، أما بالنسبة لتحديد المسؤولية عن الصفقات فقد تطلب ذلك إنشاء مؤسسة تسوية عقود الخيارات (**option clearing corporation/OCC/**) التي ساهمت في جعل التعامل في تلك العقود يتم على أساس غير شخصي، هذا وقد خصص المبحث الرابع لذلك.

"وبفضل هذين التعديلين الجوهريين ارتفع حجم التداول بشكل ملحوظ، مما جعل السوق أكثر كفاءة وأفضل سيولة، كما أتاح الفرصة لمشتري العقد لأن يفاضل بين تنفيذه أو بيعه في السوق لطرف ثالث، كما أُتيح للمحرر سبيل للحد من الخسائر وذلك بأخذ مركز عكسي أي بشراء عقد مُماثل للعقد الذي سبق أن أخذ فيه مركز محرر"[2] .

على الرغم من ذلك وفي بداية عام 1980 ظهر اتجاه منافس للأسواق المنظمة وهي أسواق التبادل المباشر، إذ أن العديد من الشركات المساهمة بدأت باستخدام عقود الخيار على العملة ومعدلات الفائدة لإدارة مخاطرها وذلك وفقاً لمتطلباتها واحتياجاتها.

ونتيجة للانهيار الاقتصادي الكبير الذي تعرضت له أسواق المال عام 1987 وتأثر أسواق الخيارات المنظمة به، تسارعت وتنامت عمليات استخدام عقود الخيار في الأسواق الموازية وبدأت تلاقي رواجاً كبيراً لدى المؤسسات المالية.

وفي عام 1990 بدأت الأسواق المنظمة بمحاولات للابتكار وذلك من خلال خلق ووضع معايير وتشريعات حديثة للفوز بمبادلات المؤسسات وتحفيز اهتمام الجمهور بالخيارات، إلا أن هذا لم يفقد الأسواق الموازية الشعبية إذ بقيت حتى وقتنا الراهن مقصد الكثير من الشركات والمؤسسات المالية لتلبية متطلباتها واحتياجاتها[3].

أما عن أسباب ظهور عقود الخيار فنحن نعلم أن عقود الخيار هي منتج من منتجات الهندسة المالية جاءت تاريخياً بعد العقود الآجلة والعقود المستقبلية ثم جاء بعدها عقود المبادلة، وكل هذه المنتجات التي تم ذكرها ما هي إلا وسائل يتم استخدامها للتحوط من مخاطر تغيرات الأسعار سواء كانت تغيرات أسعار سلع أو أوراق مالية أو أسعار صرف .....الخ

---

[1] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص57-58.

[2] - المرجع السابق، ص58.

[3]-Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp21.

فضلاً عن إمكانية الاستفادة منها في المضاربة وجني الأرباح إذا تم استخدامها بالشكل الصحيح وإلا أصبحت جزءاً لايتجزأ من المخاطرة وليس وسيلة للتحوط منها فهي بذلك سلاح ذو حدين.

أما عن السبب الحقيقي لظهور عقود الخيار فإنها قدمت ميزة لاتقدمها العقود الأخرى وهي ميزة عدم تماثل التدفقات النقدية (**asymmetric payoff profile**) والتي تمكّن المستثمر من التحوط من مخاطر تغيرات الأسعار إذا كانت في غير صالحه، والاستفادة في نفس الوقت من تغير الأسعار إذا كانت في صالحه.

2- ماهية عقود الخيار:

عقد الخيار*:هو عقد بين طرفين مشتري وبائع(محرر)، يكون بموجبه للطرف الأول أي المشتري الحق في أن يشتري إذا رغب من الطرف الثاني أي المحرر، أو أن يبيع إذا رغب للطرف الثاني عدد من وحدات أصل حقيقي أو مالي، بسعر يتفق عليه لحظة توقيع العقد على أن يتم التنفيذ في تاريخ لاحق يطلق عليه تاريخ الانقضاء، أو خلال الفترة الزمنية التي تفصل بين توقيع العقد وتاريخ التنفيذ اللاحق، وللمشتري الحق في تنفيذ أو عدم تنفيذ العقد إذا كان التنفيذ في غير صالحه، وذلك مقابل تعويض (رسم) يدفعه للمحرر يطلق عليه المكافأة (سعر الخيار)، هذه المكافأة تدفع عند التعاقد وهي غير قابلة للاسترداد.

بعبارة أخرى سعر الخيار هو: مبلغ يدفعه المشتري مقابل حق الخيار في تنفيذ أو عدم تنفيذ العقد، وحيث أن المشتري يحصل على هذا الحق منذ لحظة توقيع العقد فإنه يخسر المكافأة في ذات اللحظة.

هذا ويطلق على مشتري العقد بصاحب المركز الطويل (**Long position**)، بينما يطلق على المحرر بصاحب المركز القصير (**Short position**)، ولا يقر العقد أي حق للمشتري طالما لم يتم تنفيذ العقد باستثناء الحق في تنفيذ العقد من عدمه، أي ليس لحامل العقد أي حق في أرباح المنشأة لو أن عقد الخيار كان لشراء أسهم بل وليس له أي علاقة بالمنشأة المصدرة لتلك الأسهم[1].

3- أنواع عقود الخيار:

3-1 عقد خيار شراء: هو عقد بين طرفين مشتري ومحرر، حيث يعطي العقد الحق لمشتريه ولكن دون إلزام أن يشتري من المحرر عدد من وحدات أصل حقيقي أو مالي بتاريخ لاحق أو خلال فترة معينة من الزمن بسعر متفق عليه لحظة إبرام العقد.

ولإيضاح عقد خيار الشراء نورد المثال الفرضي التالي:

لنفترض مستثمر يتوقع ارتفاع القيمة السوقية لسهم ما وبناء على توقعاته قام بإبرام عقد خيار شراء على ذلك السهم بتاريخ محدد وسعر تنفيذ: 50 دولار ، مقابل مكافأة 2 دولار عن السهم الواحد.

يوضح الجدول رقم (1-1) أرباح كل من المشتري والمحرر في ظل أسعار افتراضية للسهم في تاريخ التنفيذ.

---

* - هناك اتفاق بين جميع الآراء على تعريف عقد الخيار على أنه عقد بين طرفين لكل منهما حق، يختلف هذا الحق باختلاف الموقع ضمن العقد، ولكن تجدر الإشارة إلى أن الخلاف القائم بين التعاريف يكمن في محددات سعر العقد والتي تتبع بالضرورة لنوعية العقد، ومن المفيد التنويه إلى أن أغلب التعاريف تناولت عقود الخيار في الأسواق المنظمة مع إهمالها لعقود الخيار في أسواق التبادل المباشر.

[1] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص6.

جدول رقم (1-1)

S_T	IV	(أرباح ، خسائر المشتري) $Max(S_T - X, 0) - c$	(أرباح ، خسائر المحرر) $MIN(X - S_T, 0) + c$	$X = 50$
56	6	4	-4	IN
55	5	3	-3	IN
53	3	1	-1	IN
52	2	0	0	IN
51	1	-1	1	IN
50	0	-2	2	AT
48	0	-2	2	OUT
46	0	-2	2	OUT
40	0	-2	2	OUT

حيث:

X : سعر التنفيذ المتفق عليه لحظة إبرام العقد.

S_T : سعر السهم السوقي في تاريخ الانقضاء.

$c(S_0, T, X)$: سعر خيار الشراء(العلاوة).

$\text{Intrinsic value(IV)} = Max(S_T - X, 0)$: القيمة المكافئة للعقد في تاريخ الانقضاء.

نلاحظ من الجدول السابق:

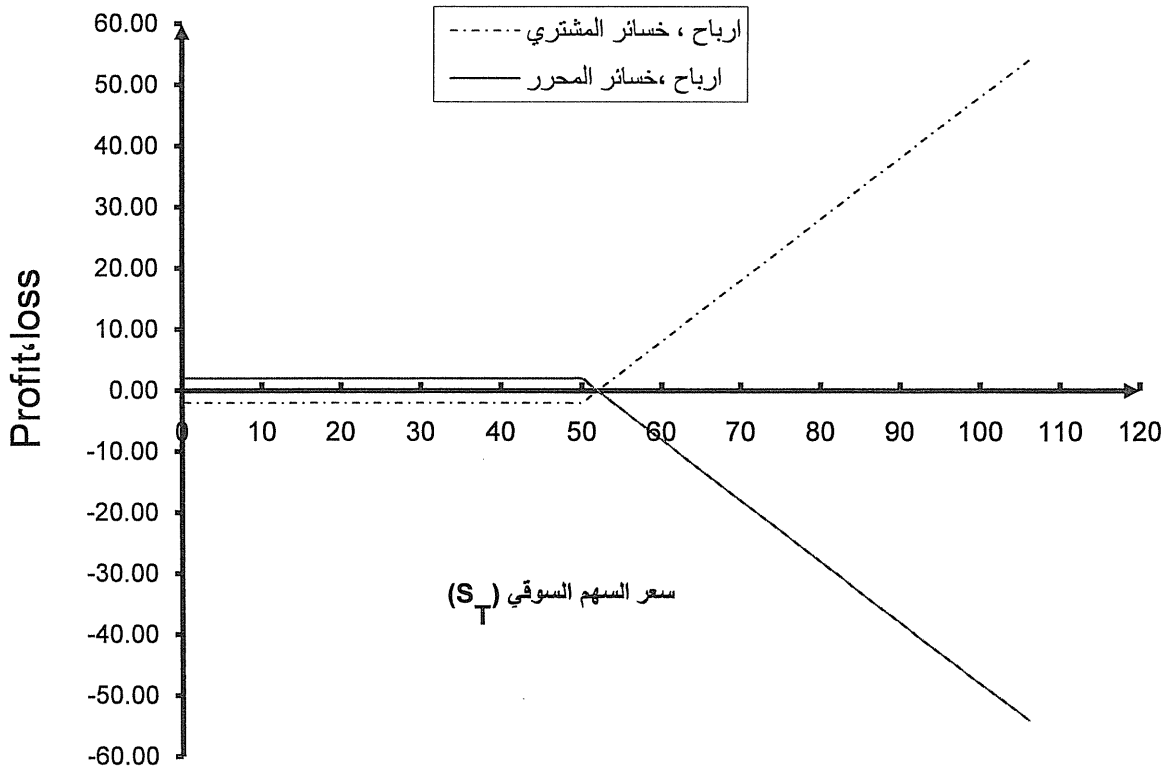
1- أن مشتري الخيار ينفذ العقد عندما يكون السعر السوقي للسهم أعلى من سعر التنفيذ ويدعى في هذه الحالة الخيار بأنه خيار رابح **(In the money call option)**، وعندما يكون السعر السوقي أقل من سعر التنفيذ فإن الخيار في هذه الحالة هو خيار خاسر وليس من مصلحة مشتري الخيار تنفيذه ويدعى في هذه الحالة **(Out of the money call option)**، أما عندما يكون سعر السهم السوقي مساوياً لسعر التنفيذ فإن فرصة تنفيذه أو عدم تنفيذه تكون متساوية ويدعى الخيار في هذه الحالة بالخيار المتعادل **(At the money call option)**.

2- عندما يكون السعر السوقي للسهم مساوياً لسعر التنفيذ مضافاً إليه العلاوة أي: $S_T = X + c$ ، عندئذ لايحقق كلا الطرفين ربح أو خسارة، ويكون رصيد كلاً منهما صفر، ويدعى هذا السعر بسعر التعادل **(Break – even price)**.

3- أرباح المحرر محدودة بقيمة المكافأة بينما خسائره غير محدودة، أما بالنسبة للمشتري فلا حدود لأرباحه إذ تزداد مع ارتفاع السعر السوقي للسهم عن سعر التعادل، أما خسائره فهي محدودة بقيمة المكافأة وذلك مهما انخفضت القيمة السوقية للسهم عن سعر التنفيذ.

لإيضاح أرباح وخسائر كلاً من المشتري والمحرر في خيار الشراء نورد الشكل التالي:

الشكل رقم (1-1)



1-1-3 أنواع عقود خيار الشراء: يمكن التمييز بين نوعين من العقود نوردها فيما يلي

- عقود مغطاة (covered call option)[1]: حيث يكون المحرر مالكاً للسهم الذي حرر عليه عقد خيار شراء، ومن ثم إذا وجب عليه التنفيذ قام بتسليم السهم الذي يمتلكه إلى مشتري العقد في مقابل حصوله على سعر التنفيذ ولكن تجدر الإشارة إلى أن معظم التسويات في أسواق الخيارات هي في الغالب تسويات نقدية لاتتضمن تسليم الأصل المعقود عليه الخيار.
- عقود غير مغطاة (naked call option)[2]: حيث لا يكون المحرر مالكاً للسهم الذي حرر عليه عقد خيار شراء وبالتالي يضطر في هذه الحالة لشراء السهم من السوق مهما كان السعر الذي يباع به وذلك من أجل تسليمه للمشتري تنفيذاً لمتطلبات العقد.

ويجب التنويه إلى أن عقود الخيار المغطاة أقل مخاطر من العقود غير المغطاة، ولإيضاح ذلك نورد المثال التالي:

---

[1] - للمزيد انظر :

- Guy. Cohen, The bible of options strategies, first edition, FTP rentice Hall, 2005, pp23-24.
- Frank. K. Reilly and Keith .C. Brown, Investment Analysis and Portfolio Management ,6th edition, 2002, pp994 .

[2] - انظر :

- Guy. Cohen, The bible of options strategies, first edition, FTP rentice Hall, 2005, pp9-12.

لنفترض مستثمر يمتلك أسهم سعر كل منها 50 دولار، وقام بتحرير عقد خيار شراء بسعر تنفيذ: 48 دولار مقابل مكافأة قدرها 3 دولار عن السهم الواحد.

يوضح الجدول رقم (1-2) صافي الأرباح المحققة في ظل أسعار مفترضة للسهم في تاريخ التنفيذ.

الجدول رقم (1-2)

S_T	IV	(ربحية السهم) $S_T - S_0$	(أرباح،خسائر المركز غير المغطى) $MIN(X - S_T, 0) + c$	(أرباح،خسائر المركز المغطى) $MIN(X - S_T, 0) + c + S_T - S_0$
120	72	70	-69	1
100	52	50	-49	1
80	32	30	-29	1
56	8	6	-5	1
55	7	5	-4	1
53	5	3	-2	1
52	4	2	-1	1
51	3	1	0	1
50	2	0	1	1
46	0	-4	3	-1
40	0	-10	3	-7
25	0	-25	3	-22
10	0	-40	3	-37
0	0	-50	3	-47

حيث:

X : سعر التنفيذ المتفق عليه لحظة إبرام العقد.

S_T : سعر السهم السوقي في تاريخ الانقضاء.

S_0 : سعر السهم السوقي لحظة إبرام العقد.

$c(S_0, T, X)$: سعر خيار الشراء(العلاوة).

$\text{Intrinsic value(IV)} = \text{Max}(S_T - X, 0)$: القيمة المكافئة للعقد في تاريخ الانقضاء.

نلاحظ من الجدول السابق:

1- بمقارنة أرباح وخسائر المركز المغطى والمركز غير المغطى نلاحظ أن خسائر المركز المغطى محدودة وأعلى قيمة لها (47-) وتتمثل في حالة وصول سعر السهم في السوق إلى الصفر مطروحاً منه قيمة المكافأة أي (3+50-)، بينما خسائر المركز غير المغطى غير محدودة وتزداد مع ارتفاع سعر السهم في السوق، مع الأخذ بعين الاعتبار أن أرباح المركز غير المغطى أعلى من أرباح المركز المغطى، ولكن نحن نعلم أن الهدف الأساسي من استخدام عقود الخيار بشكل خاص والمشتقات المالية بشكل عام هو التحوط من المخاطر بالإضافة إلى أنها وسيلة لتحقيق مكاسب مالية إذا تم استخدامها بالشكل العلمي المدروس.

2- بمقارنة أرباح وخسائر المركز غير المغطى وربحية السهم نلاحظ أن أرباح السهم تفوق الأرباح المحققة من خلال تحرير عقود الخيار بالإضافة إلى أن الخسائر هي أقل وهي محدودة في الأسواق الحاضرة بينما تكون غير محدودة عند التعامل مع أسواق الخيارات وهذا يؤكد على أن التعامل مع أسواق الخيارات لوحدها يعاني من مخاطر عالية جداً.

3- بمقارنة أرباح وخسائر المركز المغطى وربحية السهم نلاحظ أن أرباح السهم تفوق الأرباح المحققة من خلال التغطية، ولكن بنفس الوقت تكون الخسائر أكبر والمخاطر أعلى.

من خلال المثال البسيط الذي تم ذكره: نرى ضرورة تسليط الضوء بشكل نظري وعملي على أهمية الربط بين السوق الحاضر وسوق الخيارات وذلك كمحاولة جادة نستطيع من خلالها بناء هكذا أسواق في بلدنا تساعد المستثمرين في تحقيق الأهداف المرجوة من قِبلهم، وكخطوة سبَّاقة عن باقي البلدان المجاورة للتخلص من مركزية السوق الحاضر.

سيتم مناقشة ذلك بشكل معمق في الفصول القادمة وأخيراً في الحالة العملية.

3-2 عقد خيار بيع: هو عقد بين طرفين مشتري ومحرر، حيث يعطي العقد الحق لمشتريه ولكن دون إلزام أن يبيع إلى المحرر عدد من وحدات أصل حقيقي أو مالي بتاريخ لاحق أو خلال فترة معينة من الزمن بسعر متفق عليه لحظة إبرام العقد.

ولإيضاح عقد خيار البيع نورد المثال التالي:

لنفترض مستثمر يتوقع انخفاض القيمة السوقية لسهم ما وبناء على توقعاته قام بإبرام عقد خيار بيع على ذلك السهم بسعر تنفيذ: 50 دولار في مقابل مكافأة 2 دولار عن السهم الواحد.

يوضح الجدول رقم (1-3) القيمة المكافئة للعقد في تاريخ الانقضاء وأرباح كلاً من المشتري والمحرر في ظل أسعار مفترضة للسهم في تاريخ التنفيذ.

جدول رقم (1-3)

S_T	IV	(أرباح، خسائر المشتري)	(أرباح، خسائر المحرر)	$X = 50$
		$Max(X - S_T, 0) - P$	$MIN(S_T - X, 0) + P$	
56	0	-2	2	OUT
55	0	-2	2	OUT
53	0	-2	2	OUT
52	0	-2	2	OUT
51	0	-2	2	OUT
50	0	-2	2	AT
49	1	-1	1	IN
48	2	0	0	IN
46	4	2	-2	IN
43	7	5	-5	IN
40	10	8	-8	IN
33	17	15	-15	IN
0	50	48	-48	IN

حيث:

X : سعر التنفيذ المتفق عليه لحظة إبرام العقد.

S_T : سعر السهم السوقي في تاريخ الانقضاء.

$p(S_0, T, X)$: سعر خيار البيع(العلاوة).

$\text{Intrinsic value(IV)} = Max(X - S_T, 0)$: القيمة المكافئة للعقد في تاريخ الانقضاء.

نلاحظ من الجدول السابق:

1- إن مشتري الخيار ينفذ العقد عندما يكون السعر السوقي للسهم أدنى من سعر التنفيذ ويدعى الخيار في هذه الحالة بأنه خيار رابح **(in the money put option)**، وعندما يكون السعر السوقي أعلى من سعر التنفيذ فان الخيار في هذه الحالة هو خيار خاسر وليس من مصلحة مشتري الخيار تنفيذه ويدعى في هذه الحالة **(out of the money put option)**، أما عندما يكون سعر السهم السوقي مساوياً لسعر التنفيذ فأن فرصة تنفيذه أو عدم تنفيذه تكون متساوية ويدعى الخيار في هذه الحالة بالخيار المتعادل **(at the money put option)**.

2- عندما يكون سعر التنفيذ مساوياً سعر السهم السوقي مضافاً إليه العلاوة أي:

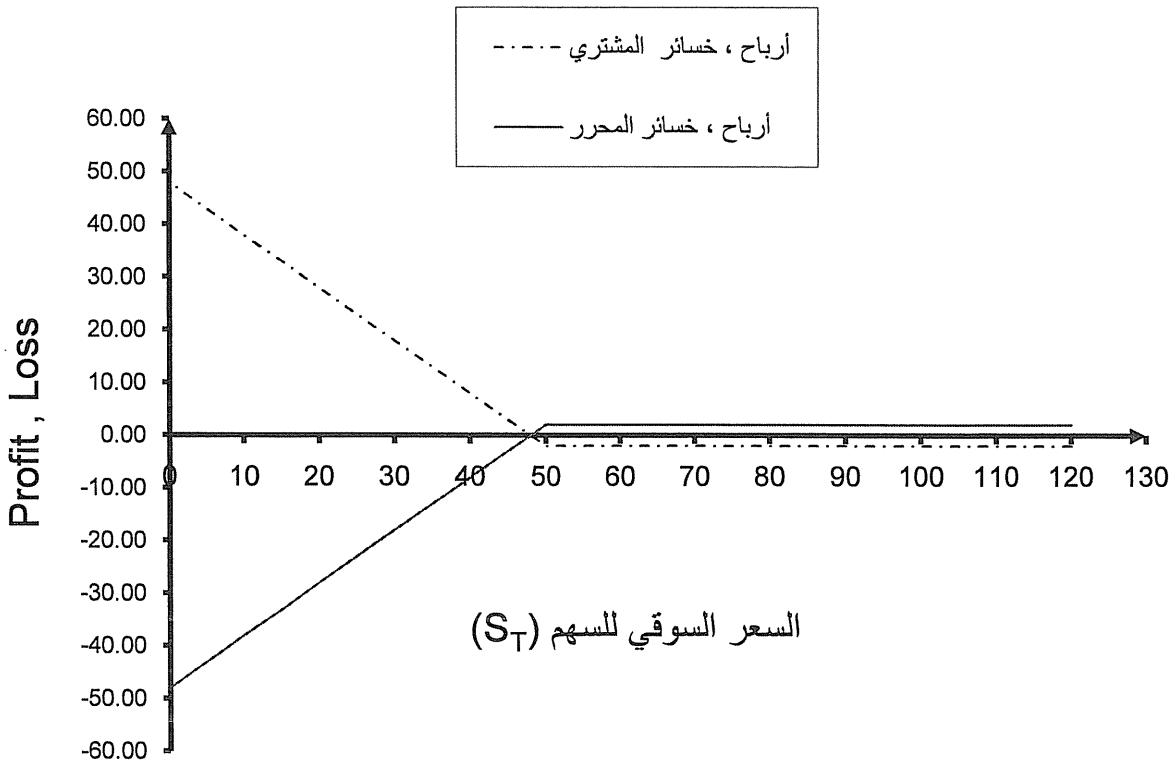
$X = S_T + p$ ، عندئذ لايحقق كلا الطرفين ربح أو خسارة، ويكون رصيد كلاً منهما صفر، ويدعى هذا السعر بسعر التعادل **(Break – even price)**.

3- أرباح المحرر محدودة بقيمة المكافأة، كذلك الأمر بالنسبة لخسائره تكون محدودة وأقصى حد لها أن يصل سعر السهم في السوق إلى الصفر على عكس خيار الشراء الذي تكون فيه الخسائر غير محدودة إذ تزداد مع كل زيادة في السعر السوقي للسهم عن سعر التنفيذ، أما بالنسبة لمشتري الخيار فخسائره محدودة وأقصى حد لها قيمة المكافأة بالكامل، وكذلك الأمر بالنسبة لأرباحه تكون محدودة وأقصى حد لها أن يصل سعر السهم في السوق إلى الصفر وهذا ما نلاحظه في السطر الأخير من الجدول السابق حيث تبلغ أقصى ربحية للمشتري (48)، وأقصى خسارة للمحرر (48-) وذلك عندما يكون سعر السهم السوقي صفر.

وتجدر الإشارة إلى أن تنفيذ العقد لا يعني بالضرورة قيام أياً من طرفي العقد بتسليم الأصل المعقود عليه الخيار، إذ غالباً ما تكون التسوية نقدية وخاصة إذا كان الأصل المعقود عليه الخيار هو مؤشر أسهم.

ولإيضاح أرباح وخسائر كلاً من المشتري والمحرر في خيار البيع نورد الشكل التالي.

الشكل رقم (1-2)



3-2-1 أنواع عقود خيار البيع:

➢ **عقود غير مغطاة (naked put option)**[1]: حيث يقوم المحرر فقط بتحرير العقد، وهو الأسلوب المتبع عادةً عندما يكون السوق صعودي، وعلى كل حال يعتبر هذا العقد من العقود محدودة المخاطر إذ يكون أقصى حد لخسائره معلوم مسبقاً، هذا ناهيك عن قدرة المحرر على إقفال مركزه إذا خالفت التوقعات وجهة نظره، سيتم الحديث عن ذلك لاحقاً.

➢ **عقود مغطاة (covered put option)**[2]: حيث يقوم المحرر ببيع مسبق للسهم المبرم عليه عقد خيار البيع **(short sale Stock)** *.

ولإيضاح ذلك نورد المثال التالي:

لنفترض إن السعر السوقي للسهم هو 50 دولار، و قد قام مضارب بتحرير عقد خيار بيع بسعر تنفيذ 52 دولار مقابل مكافأة قدرها 3 دولار عن السهم الواحد، وبنفس الوقت قام ببيع السهم بشكل مسبق بالسعر السائد في السوق.

يوضح الجدول رقم (1-4) صافي الأرباح المحققة في ظل أسعار مفترضة للسهم في تاريخ التنفيذ.

جدول رقم (1-4)

S_T	IV	(ربحية البيع المسبق) $S_0 - S_T$	(أرباح،خسائر المركز غير المغطى) $MIN(S_T - X, 0) + P$	(أرباح،خسائر المركز المغطى) $MIN(S_T - X, 0) + P + S0 - S_T$
120	0	-70	3	-67
100	0	-50	3	-47
80	0	-30	3	-27
56	0	-6	3	-3
55	0	-5	3	-2
53	0	-3	3	0
52	0	-2	3	1
51	1	-1	2	1
50	2	0	1	1
46	6	4	-3	1
40	12	10	-9	1
25	27	25	-24	1
10	42	40	-39	1
0	52	50	-49	1

[1]- Guy. Cohen, The bible of options strategies, Ibid, 2005, pp16-18.

[2]- Guy. Cohen, The bible of options strategies, Ibid, 2005, pp82-85.

* -هناك عدة ترجمات للمصطلح السابق ومنها (البيع على المكشوف، البيع الأجل .....)، ولكن بما أن عملية البيع تأتي سابقة لأوانها حيث أنها تأتي قبل عملية الشراء لذلك تم اعتماد ترجمة البيع المسبق.

راجع في ذلك: فهد الحويماني، المال والاستثمار في الأسواق المالية، الطبعة الثانية، 2006، ص103-106.

وللمزيد عن البيع المسبق انظر:

- منير إبراهيم هندي، الأوراق المالية وأسواق المال، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006، ص147-161.

نلاحظ من الجدول السابق:

1- بمقارنة أرباح وخسائر المركز المغطى والمركز غير المغطى نلاحظ أن خسائر المركز غير المغطى محدودة وأعلى قيمة لها(49-) وتتمثل في حال وصول سعر السهم في السوق إلى الصفر مطروحاً منه قيمة المكافأة (3+52-)، بينما خسائر المركز المغطى غير محدودة وتزداد مع ارتفاع سعر السهم في السوق، وهذا مايؤكد ويبرر ندرة عقود خيار البيع المغطاة فالخسائر في ظل التغطية غير محدودة، بينما الخسائر تكون محدودة في ظل عدم التغطية كما لاحظنا.

2- بمقارنة أرباح وخسائر المركز غير المغطى وربحية البيع المسبق نلاحظ أن أرباح عملية البيع المسبق تفوق الأرباح المحققة في الأولى بكثير، ولكن بنفس الوقت تكون الخسائر في الأولى محدودة ولها حد أقصى، ولكن في الثانية غير محدودة إذ تزداد مع كل زيادة في السعر السوقي عن السعر الذي تمت به صفقة البيع المسبق.

وأخيراً من خلال هذا العرض البسيط قد يتساءل الكثير لماذا أو ماهي الفائدة من أخذ المضارب أو المستثمر مركز محرر؟

الإجابة تكمن ببساطة في تباين توقعات كلاً من المشتري والمحرر لتحركات الأسعار سواء كان العقد هو عقد خيار شراء أو عقد خيار بيع، إضافة إلى وجود العديد من الإستراتيجيات والأساليب التي يمكن تطبيقها لتخفيض المخاطر أو حتى لتحقيق هامش ربح رغم مخالفة التوقعات لوجهة نظر المحرر.

المبحث الثاني

سمات عقود الخيار في الأسواق المنظمة

مقدمة:

"إن من أبرز سمات عقود الخيار المتداولة في الأسواق المنظمة أنها عقود نمطية (Standardized Contracts)، أي أن مواصفاتها محددة، ولا دخل أو تأثير لطرفي العقد عليها. ولسمة التنميط مزايا عديدة من أبرزها أن المستثمر يدرك مقدماً دون عناء طبيعة الفرصة الاستثمارية وشروط التعامل عليها، كما يسهم التنميط في تيسير التداول، فضلاً عن توفير السيولة للعقد بما يتيح الفرصة لتنفيذ الأوامر بسرعة وتكلفة معاملات اقل"[1].

لذلك نظراً لأهمية التنميط كسمة أساسية من سمات عقود الخيار في الأسواق المنظمة يرى الباحث إفراد القسم الأكبر من هذا المبحث له، ومن ثم تخصيص القسم الثاني لنظام الهامش وأخيراً ضمن هذا المبحث التطرق لعقود الخيار الأمريكية والأوربية.

1-تنميط عقود الخيار:

حجم العقد[2]:

إن حجم العقد المعياري في بورصة الخيارات يتضمن 100 سهم، وبالتالي من يرغب بشراء 300 سهم عليه أن يشتري ثلاثة عقود وهكذا.

والاستثناء على حجم العقد المعياري يحدث في حال تم تقسيم السهم أو إذا صرحت الشركة عن توزيع حصص على الأسهم بنسبة تفوق 10%، وبالتالي وفي هذه الحالة يجب أن يُعدل عدد الأسهم في العقد حتى يشير إلى التغيير الذي حصل في هيكلية رأسمال الشركة، كذلك الأمر بالنسبة لسعر التنفيذ المتفق عليه بين مشتري العقد ومحرره.

فعلى سبيل المثال إذا صرحت الشركة بأن حصص الأرباح ستوزع على المساهمين على شكل أسهم بنسبة 15%، بالتالي عدد الأسهم التي يتضمنها العقد ستتغير من 100 سهم إلى 115 سهم، بالإضافة إلى أن سعر التنفيذ سيُعدل بنسبة 1/1.15.

تاريخ التنفيذ:

فيما يتعلق بتاريخ التنفيذ يمكن التمييز بين (OTC) والسوق المنظمة، حيث أن تاريخ التنفيذ في أسواق التبادل المباشر (OTC) يحدد وفقاً لحاجات مشتري الخيار ومحرره، أما في أسواق الخيارات المنظمة فإن كل سهم يُصنف ضمن دورة انقضاء خاصة به، ودورات الانقضاء هي:

1- كانون الثاني ---- نيسان------- تموز--------- تشرين الأول.

2- شباط -------- أيار -------- أب --------- تشرين الثاني.

3- آذار ------- حزيران ------ أيلول --------- كانون الأول.

---

[1] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص29.

[2]- Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp27.

وهذه الدورات تدعى دورات(**كانون الثاني، شباط، آذار**) ولقد أقتصر التعامل بها حتى عام 1984.

"أما عن لحظة التنفيذ فهي الساعة 10:59 بتوقيت وسط الولايات المتحدة الأمريكية ليوم السبت التالي لثالث يوم جمعة في شهر التنفيذ. على أساس أن آخر لحظة لتداول العقد هي الساعة 4:30 بتوقيت وسط الولايات المتحدة الأمريكية ليوم الجمعة الثالث من شهر التنفيذ. هذا ويرجع السبب في جعل التنفيذ في يوم السبت إلى إتاحة الفرصة لمؤسسة التسوية (OCC) لمراجعة السجلات، للوقوف على العقود واجبة التنفيذ وتحديد المحرر الذي سينفذ عليه العقد، فضلاً عن إتاحة الفرصة للمتعاملين لتحويل النقدية أو تسليم الأصل محل العقد وكذلك ليكون هناك فترة زمنية لإخطار البورصة بإتمام التنفيذ"[1].

وتجدر الإشارة إلى أن أقصى تاريخ تنفيذ في أي دورة هو تسعة أشهر، فعلى سبيل المثال الدورة الأولى: العقد الأول يتم تنفيذه في يوم السبت التالي لثالث جمعة في شهر كانون الثاني، فيبقى ثلاثة عقود، عقد ينتهي أجله بعد ثلاثة أشهر (العقد بتاريخ تنفيذ نيسان)، عقد ينتهي أجله بعد ستة أشهر (العقد بتاريخ تنفيذ تموز)، عقد ينتهي أجله بعد تسعة أشهر(العقد بتاريخ تنفيذ تشرين الأول). ومن المفيد التنويه إلى أنه إذا كان العقد الأول في الدورة (عقد كانون الثاني) مازال في التداول ولم يبلغ تاريخ التنفيذ بعد، فإن العقود المتداولة تقتصر على العقود التي تحمل تواريخ تنفيذ (كانون الثاني، نيسان، تموز)، وبذلك تكون العقود المتداولة في أي دورة هي العقود التي تقتصر تواريخها على أقرب ثلاثة تواريخ تنفيذ ..... وهكذا[2].

بعد عام 1984 ظهرت عقود بتواريخ تنفيذ أقصر أجلاً وهي عقد بتاريخ تنفيذ للشهر الجاري والشهر الذي يليه، بالإضافة إلى العقدين الأصليين في السلسلة ذاتها[3].

فعلى سبيل المثال: لو أننا في أول شهر أب، والأصل المعقود عليه الخيار يتبع لدورة آذار، حينئذ سيكون هناك عقد بتاريخ تنفيذ أب وعقد بتاريخ تنفيذ أيلول، عقدين آخرين واحد بتاريخ كانون الأول والأخر بتاريخ آذار من العام التالي، وببلوغ تاريخ التنفيذ لعقد أيلول يبدأ تداول العقد بتاريخ تنفيذ حزيران.

ومن بداية عام 1990 أدرجت البورصة الأمريكية (**AMEX**) وبورصة شيكاغو لعقود الخيار (**CBOE**) عقود تحمل تواريخ تنفيذ طويلة الأجل(**Long- term Equity Anticipation Securities \Leaps**) وهي تحمل تواريخ انقضاء تتجاوز ثلاث سنوات.

على الرغم من أن امتداد تاريخ الانقضاء له تأثير ايجابي على القيمة الوقتية للعقد (**Time Value**)، وعلى سعر العقد (**Premium**)، إلا أن السيولة التي تتسم بها سوق تلك العقود هي أقل من سوق العقود قصيرة الأجل، وهذا له تأثير عكسي على السعر الذي تتداول به[4].

على كل حال هذه الفكرة والتي تتضمن تأثير امتداد الوقت على سعر العقد سيتم التطرق لها بشكل مفصل في المبحث الأول والثالث من الفصل الثاني.

---

[1] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص30-31.

[2] - R. Jonson and C. Giaccotto, options and futures, Minn .Wesr publishing company, 2004, pp33.

[3] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp28 .

[4] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص32.

سعر التنفيذ[1]:

في أسواق الخيارات تكون أسعار التنفيذ معيارية، وهذا يعني أن الأسعار لا توضع حسب احتياجات طرفي العقد بل تحدد بناءاً على سعر السهم السوقي، وعادة ما تصدر عقود الخيار بثلاثة أسعار تنفيذ حسب القاعدة التالية:

1- إذا كان السعر السوقي للسهم أقل من 25 دولار يكون الهامش السعري 2,5 دولار.
2- إذا كان السعر السوقي للسهم مابين 25 دولار و200 دولار يكون الهامش السعري 5 دولار.
3- إذا كان السعر السوقي للسهم أكثر من 200 دولار يكون الهامش السعري 10 دولار.

فعلى سبيل المثال: إذا كان سعر السهم السوقي 113 دولار، سيكون هناك ثلاثة أسعار تنفيذ واحد منها هو سعر السوق مقرب إلى أقرب خمسة والثاني بسعر أعلى والثالث بسعر أقل وذلك بمقدار الهامش سالف الذكر، أي أسعار التنفيذ ستكون (110-- 115 -- 120)، والجدير بالذكر أن أدارة السوق تقوم بتعديلات على أسعار التنفيذ للعقود الجديدة عندما يتجاوز السعر السوقي للسهم الحد الأعلى أو عندما ينخفض دون الحد الأدنى. فمثلاً إذا أصبح السعر السوقي 121 دولار في دورة كانون الثاني، وعقد الخيار في تاريخ تنفيذ كانون الثاني لم يستحق بعد فإن العقود التي تحمل تاريخ(كانون الثاني، نيسان، تموز) تبقى أسعار تنفيذها على ما هي عليه، والتعديل يطرأ فقط على عقد تشرين الأول إذ يصدر بأسعار تنفيذ (115—120—125). ومن المفيد في هذا المجال الإشارة إلى أنه في عام 1993 طرحت بورصة شيكاغو لتداول الخيارات (CBOE) الخيار المرن (FLEX) وهو نوع جديد من الخيار أسعار تنفيذه غير محددة، وهذا أحدث نقلة نوعية في نمطية عقود الخيار في الأسواق المنظمة.

قيود التنفيذ والمراكز:

بدايةً يجب أن نذكر أن القيود الموضوعة سواء كانت قيود تنفيذ أو قيود مراكز تختلف من سوق إلى أخر، كما تختلف من أصل إلى أخر. فعلى سبيل المثال فرضت لجنة الأوراق المالية والبورصة (SEC) قيوداً أو حدوداً على عدد العقود التي يمكن لمستثمر واحد تنفيذها خلال خمسة أيام عمل متتالية، كما وضعت قيود على عدد المراكز التي يمكن أن يأخذها المستثمر بغض النظر عن كونها خيارات شراء أو بيع أو مزيج ما بينهما إذا ما كانت تلك العقود تسعى لنفس الهدف. فمثلاً عندما يكون السوق صعودي قد يدخل المستثمر مشترياً لعقد خيار شراء أو محرراً لعقد خيار بيع، وعندما يكون السوق نزولي قد يدخل المستثمر مشترياً لعقد خيار بيع أو محرراً لعقد خيار شراء ومن ثم لا ينبغي أن يزيد عدد تلك المراكز عن الحد الأقصى المسوح به والذي عادةً ما يكون في حدود 250-2500 عقد، وذلك اعتماداً على حجم التداول للعقد، وعدد الأسهم التي أصدرتها المنشاة المبرم عقود على أسهمها، أما عن الهدف من هذه الحدود فهو منع المستثمر أو مجموعة المستثمرين من السيطرة على عقد على أصل معين[2].

---

[1] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp28 .
[2] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp29.

2-نظام الهامش*:

الهامش: هو مبلغ نقدي يودعه شخص ما من أمواله الخاصة عندما يقوم بأي عمل استثماري، وعادة ما يكون جزء من قيمة الصفقة، وأما ما تبقى من قيمة الصفقة فيقوم إما باقتراضها من البنك أو من خلال شركات سمسرة تعمل على تمويل هكذا صفقات.

و يوجد نوعان من الهامش

1- **الهامش المبدئي(Initial Margin)**: وهو الحد الأدنى من النقود التي يجب على المستثمر وضعها لدى السمسار في يوم إبرام الصفقة، ونسبته تختلف حسب طبيعة الاستثمار، وحسب طبيعة الأصل المبرم عليه العقد، بالإضافة إلى القوانين الخاصة بكل بلد وذلك حسب المعطيات الاقتصادية والمالية ..... الخ

على كل حال ورغم ذلك تبقى الكلمة الأولى والأخيرة للبنك المركزي في تحديد نسبته مع الأخذ بعين الاعتبار انه يمكن لإدارة البورصة التدخل إذا اقتضى الحال في رفع نسبته، ويبقى أن نشير إلى أنه يمكن للسمسار طلب هامش يختلف من عميل إلى أخر وذلك حسب الوضع الائتماني وغيرها من أمور.

2- **هامش الوقاية (Maintenance Margin)**: وهو الحد الأدنى لما يمكن أن يصل إليه رصيد الهامش فإذا انخفض رصيد الهامش المبدئي عن هذا الحد فإنه يجب إيداع مبلغ إضافي بما يكفي لإعادة الرصيد إلى المبلغ المطلوب حسب الهامش المبدئي أو هامش الوقاية وذلك حسب طبيعة الأصل الاستثماري[1].

على كل حال ما يهمنا هو الهامش في عقود الخيار ومن أجل ذلك يجب التمييز بين:

- **مشتري الخيار**: جرت العادة على تمويل مشتري الخيار لكامل الصفقة (العلاوة) من أمواله الخاصة أي نسبة الهامش 100%، إلا أنه وفي عقود الخيار التي يتجاوز تاريخ انقضاءها 9 أشهر يمكن تمويل 25% من قيمة الصفقة من خلال الاقتراض[2].
- **محرر الخيار**: بصرف النظر عن طبيعة العقد المبرم سواء كان خيار بيع أو خيار شراء، وبصرف النظر عن الأصل محل التعاقد يُطلب من محرر الخيار أن يضع لدى السمسار الذي يتعامل معه هامش لحماية المشتري من مخاطر عدم الوفاء.

وهنا من المفيد التنويه إلى أن عقد الخيار إذا كان عقد خيار شراء وكان مغطى، أي يمتلك المحرر الأسهم المبرم عليها العقد فلا يتطلب ذلك وضع هامش، يكفي حينئذ وضع تلك الأسهم لدى السمسار، فإذا انتهت صلاحية العقد دون أن ينفذ أو إذا أقفل المحرر مركزه بشراء عقد مماثل للعقد الذي حرره، حينئذ تعود إليه الأسهم التي سبق أن أودعها لدى السمسار.

---

* - للمزيد انظر:
منير إبراهيم هندي، الأوراق المالية وأسواق المال، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006، ص136-146 .

[1] - أحمد العلي، إدارة الاستثمارات والمحافظ الاستثمارية، منشورات جامعة دمشق، 2007، ص111-124.

[2]- Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp48.

أما في حالة عقد خيار الشراء المكشوف (**uncovered call option**)، هنا وفي هذه الحالة يجب على المحرر وضع هامش يحسب كالتالي[♦]:

$$N * c(S_0, T, X) + \%20 * N * S_0 - N * (X - S_0)$$

حيث أن:

N=100 عدد الأسهم في العقد، c سعر العقد، S_0 سعر السهم في السوق لحظة إبرام العقد، X سعر التنفيذ.

وتجدر الإشارة إلى أن الحساب السابق يطبق عندما يكون العقد في حالة (**Out Of The Money Call Option**) أما في حالة (**in ,at**) فيجب حذف $N * (X - S_0)$ من الحساب السابق أي يصبح:

$$N * c(S_0, T, X) + \%20 * N * S_0$$

وهذا الهامش يجب أن لايقل عن:

$$N * c(S_0, T, X) + \%10 * N * S_0$$

وأخيراً طالما أن مشتري العقد قد دفع العلاوة التي أصبحت من حق المحرر، فيجب على المحرر فقط دفع الفرق وهو:

$\%20 * N * S_0 - N * (X - S_0)$. (في حالة **out**)

$\%20 * N * S_0$. (في حالة **in ,at**)

أما عن خيار البيع، فإذا كان المحرر له رصيد لدى السمسار يعادل قيمة تنفيذ الصفقة $(N * X)$، حينئذ لايُطلب منه وضع هامش، ومن ناحية أخرى إذا لم تكن الصفقة مغطاة فيجب على المحرر وضع هامش يحسب كالتالي:

$$N * P(S_0, T, X) + \%20 * N * S_0 - N * (S_0 - X)$$

والمعالجة السابقة نفسها تطبق على عقد خيار البيع.

ولكن تجدر الإشارة أن الحد الأدنى يحسب بشكل مختلف وهو كالتالي[❖]:

$$N * P(S_0, T, X) + \%10 * N * X.$$

وفي النهاية هذا الهامش يُعدل حسب التغيرات السعرية للأسهم، إذ يمكن للمحرر سحب الزيادة في حال انخفضت متطلبات الهامش وبنفس الوقت دفع الفرق في حال ازدادت متطلبات الهامش.

♦ - ينبغي الإشارة إلى أن هذه المعالجة ليست قاعدة ثابتة إذ يمكن أن تختلف من سوق إلى أخر، وقد تناولت عدة أدبيات هذا الموضوع وعالجته بطرق مختلفة، ولكن معالجتنا اقتصرت على (CBOE) في الولايات المتحدة الأمريكية.

ومن أجل المزيد عن ذلك راجع :

-Fred D. Arditti, A Comprehensive Resource for Options, Futures, Interest Rate Swaps, Harvard College, 1996, PP27.

❖ - هناك بعض المراجع اعتمدت السعر السوقي (S) في حساب الحد الأدنى، ولكن بعض المراجع اتخذت سعر التنفيذ(X) في حساب ذلك، ولكن تجدر الملاحظة أن دراستها كانت لـ (CBOE) لذلك تم الاعتماد عليها ومنها:

[1]-Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp49.

[2]-Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Mc Grow-Hill, 5th edition, 2001, pp653.

3-الخيار الأمريكي والخيار الأوربي:

بدايةً يجب الإشارة إلى أنه من الوهلة الأولى يتبادر إلى ذهن القارئ أن الخيار الأمريكي خاص بالولايات المتحدة الأمريكية، والخيار الأوربي خاص بالقارة الأوربية إلا أن ذلك غير صحيح فهي مجرد تسميات فقط تعبر عن تاريخ الانقضاء.

فالخيار الأمريكي يملك كافة مواصفات الخيار الأوربي إلا أنه يمكن تنفيذه خلال أي لحظة منذ تحرير العقد، بينما الخيار الأوربي لايمكن تنفيذه إلا في تاريخ الانقضاء وهو عادةً يوم السبت التالي لثالث جمعة في شهر التنفيذ حسب سلسلة الخيار كما وسبق وأوضحنا.

ومن الضروري لفت الانتباه إلى أن مشتري عقد الخيار الأمريكي لايقوم بتنفيذ عقد الخيار قبل التاريخ المحدد وذلك لعدة أسباب سوف يتم التطرق لها بشكل مفصل عند شرح آليات تسعير الخيارات.

ومع هذا يبقى لعقود الخيار الأمريكية رونقها إذ تمّكن مشتري الخيار من التنفيذ المبكر وخاصة عندما تتخذ المنشاة المُصدرة للسهم محل العقد قرارات من شأنها التأثير على القيمة السوقية للسهم ومنها[1]:

1- تقسيم أو تجزئة السهم (stock spilt).
2- قرار إجراء توزيعات في صورة أسهم (stock dividends).
3- قرار إجراء توزيعات نقدية (cash dividends).

ويجب التنويه إلى أن بعض عقود الخيار محمية مقابل هكذا إجراءات وخاصة تقسيم أو تجزئة السهم، حيث تقوم إدارة البورصة بتعديل سعر التنفيذ بنسبة التقسيم، كذلك عدد العقود التي يملكها مشتري الخيار، كذلك الأمر إذا كانت نسبة توزيع الأرباح على شكل حصص أسهم تفوق10% كما مر معنا في حجم العقد المعياري. أما بالنسبة للتوزيعات النقدية عادة مايكون تاريخ إجراء تلك التوزيعات متوقعاً ومن ثم ينعكس ذلك منذ البداية على السعر الذي يباع به العقد.

ومع ذلك يمكن لإدارة السوق تعديل سعر التنفيذ للعقد بمجرد الإعلان عن التوزيعات النقدية المقرر إجراؤها، ويطلق على تلك العقود عقود الخيارات المحمية ضد التوزيعات النقدية (payout –protected options)، وإن كانت غالبية عقود الخيارات لاتتمتع بهذا النوع من الحماية[2].

وأخيراً يجب التنويه إلى أن هناك عقد خيار يدعى **(Bermudan option)** يتم تداوله في**(OTC)** وهو شبيه بالخيار الأمريكي، ولكن هذه الصفة محددة التاريخ خلال فترة تنفيذ العقد أي يمكن تنفيذه خلال فترة زمنية محددة، وإذا لم ينفذ خلال هذه الفترة يعامل تماماً معاملة الخيار الأوربي[3].

---

[1] - Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Ibid, pp653.

[2] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص42.

[3]- Andrew M. Chisholm, an Introduction to Capital Markets, John Wiley, 2002, PP297.

المبحث الثالث

تنظيم تداول عقود الخيار

1- الجهات المسؤولة عن تنظيم التداول في أسواق عقود الخيار:

بدايةً يجب الإشارة إلى أنه على الرغم من أن القواعد المنظمة لعمل الأسواق المالية هي في الأساس موضوعة بشكل مسبق من قبل السلطة التشريعية في البلد ككل، إلا أنه يمكن للسوق نفسه تنظيم آلية عمله وذلك من خلال وضع قواعد وإجراءات وتعليمات ولوائح تنظيمية، والتي يجب التقيد بها من قبل أعضاء السوق، ولإدارة السوق الحق في اتخاذ الإجراءات الضرورية عند مخالفة القواعد وذلك من خلال فرض عقوبات وغرامات مالية أو حتى إيقاف عن العمل (**الأعضاء**)، بالإضافة إلى الإحالة للقضاء لاتخاذ التدابير اللازمة، وفي هذا الصدد ينبغي أن نشير إلى أن لكل سوق عضو خارجي يعتبر أساسي في عملية تنظيم وتسيير التداول وضمانة كل من طرفي عقد الخيار للوفاء بالالتزامات المترتبة عن العقد، ويدعى هذا العضو في الولايات المتحدة الأمريكية مؤسسة تسوية الخيارات (**option clearing \OCC\ corporation**)[1].

أما عن مسؤولية تنظيم التداول في أسواق عقود الخيار فتعتبر لجنة الأوراق المالية والبورصة (**Securities and exchange commission\SEC**) والتي تأسست عام 1934 في الولايات المتحدة الأمريكية هي المشرف الرئيسي على كافة الأسواق المنظمة والتي من ضمنها أسواق الخيارات، باستثناء سوق العقود المستقبلية والتي يتم ضمنها أيضاً مبادلات الخيارات على العقود المستقبلية والتي تقع مسؤوليتها على عاتق لجنة التعامل في العقود المستقبلية على البضائع(**Commodity future trading commission\CFTC**) والتي تأسست عام 1974[2].

ومهام هذه اللجان[3]:

1- ضمان الإفصاح الكامل وبشكل علني عن كافة المعلومات الجوهرية المتعلقة بالاستثمار.

2- ضمان التقيد بالقوانين الفدرالية المنظمة لعمل الأسواق والأوراق المالية وذلك من خلال إتباعها لكافة الوسائل والأساليب التي من شأنها تحقيق ذلك.

3- مراجعة مشروعات العقود الجديدة المزمع قيدها لأول مرة، ومراجعة شروط القيد وحدود المراكز.

---

[1] - انظر في ذلك :

Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Ibıd , pp654 .

Fred D. Arditti, A Comprehensive Resource for Options, Futures, Interest Rate Swaps, Harvard College, 1996, PP29-30.

[2] - Saunders .Cornett, Financial Markets and Institutions, third edition, N. Y, Mc Grow-Hill, 2007, pp307.

[3] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp44-45.

2- أعضاء السوق وآلية عملهم:

إنَ عضوية السوق تعني المقاعد (seats) المخصصة سواء كانت في سوق حاضرة أو سوق مشتقات، والعضوية غير مجانية إذ ينبغي دفع مبالغ كبيرة للحصول عليها، ويجب أن يخضع الأعضاء للتدريب وأن يجتازوا فحصاً يبين قدرتهم على معرفة القواعد والإجراءات الخاصة بالبورصة.

أما عن كيفية الحصول على المقعد في البورصة فهناك عدة طرق يمكن إتباعها[1]:

1- شراء المقعد من عضو سابق شريطة توفر مواصفات محددة في العضو الجديد بحيث يحقق الشروط والقواعد التي تحددها إدارة البورصة.

2- استئجار المقعد من مالكه السابق مقابل دفع مبلغ يتراوح بين 50% إلى 75% من سعر المقعد في الشهر.

3- العمل لصالح شركة سمسرة (brokerage firm) مقابل شراء المقعد له في البورصة وذلك مع الأخذ بعين الاعتبار تحقيقه للشروط والقواعد المنظمة لعمل البورصة.

هذا ويجب التنويه إلى أن المبلغ المدفوع لشراء العضوية هو فقط للوصول إلى الردهة أما عن التكاليف والرسوم فينبغي على العضو دفع مبالغ سنوية هي رسوم اشتراك بالإضافة إلى رسوم التسوية وصالة التداول وغير ذلك من نفقات تستحق شهرياً تختلف باختلاف عدد الصفقات التي يتم إبرامها، وغير ذلك من أمور فنية وتنظيمية لسنا بصدد شرحها.

على كل حال نظراً لاختلاف تسميات الأعضاء في البورصات واختلاف الوظائف التي يشغلونها فسوف تقتصر الدراسة بشكل موسع على أعضاء بورصة شيكاغو لتداول الخيارات (CBOE) والتي يقتصر نشاطها على عقود الخيارات، مع التنويه لمسميات الأعضاء في البورصات الأخرى ولمحة بسيطة عن الوظائف التي يشغلونها.

2-1 صانع السوق (Market Maker): *" وهو عضو من أعضاء البورصة مهمته الرئيسية في بورصة شيكاغو لتداول الخيارات (CBOE) هي تصريف الإصدارات الأولية (Primary Market Maker) أي عقود الخيار التي تصدر لأول مرة وذلك لثلاث أو أربع أسهم إضافة إلى مسؤوليته عن ثلاثة أو أربعة عقود خيار أخرى متداولة بالفعل في السوق (Secondary Market Maker)، شريطة تركز تعاملاته بحوالي 70% في الإصدارات الأولية"*[2].

أما عن ماهية عمله فهي الشراء ممن يرغب في البيع والبيع لمن يرغب في الشراء وذلك لحسابه الخاص، ولكن تجدر الإشارة إلى أن التعامل مع صانع السوق يتم من خلال سمسار الصالة (Floor Broker)، أي أنه لايوجد تعامل مباشر بين جمهور المستثمرين وصانع السوق في عقود الخيار المخصصة له، مع الأخذ بعين الاعتبار أنه يمكن لصانع السوق التعامل مع جمهور المستثمرين في عقود الخيار المخصصة لصناع سوق آخرين أي بعبارة أخرى يمكن لصانع السوق أن يعمل كسمسار صالة في العقود الغير مخصصة له.

---

[1]-Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp33.

[2] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص65.

ولا يحتاج المستثمر في عقود الخيار إلى البحث عن طرف أخر في العقد طالما هناك مايسمى بصانع السوق والذي يكون مستعداً دائماً للتنفيذ المباشر والفوري للصفقات وبالتالي تعتبر هذه الميزة وهي توفير السيولة للعقد من أهم مزايا صانع السوق والذي يضمن من خلال عمله استقرار الأسعار للعقود، وكثافة التعامل عليها في السوق، ولكن ينبغي التذكر أن التعامل مع صانع السوق هي أخر ما يفكر به المستثمر وذلك للأسباب التالية[1]:

1- إن صانع السوق يكون مستعداً للشراء من المستثمرين الراغبين بالبيع بسعر يقل عن سعر العقد في السوق ويدعى هذا السعر **(Bid Price)**، وهو أعلى سعر يكون صانع السوق مستعداً لدفعه ثمناً لشراء عقد الخيار.

2- إن صانع السوق يكون مستعداً للبيع للمستثمرين الراغبين بالشراء بسعر يزيد عن سعر العقد في السوق ويدعى هذا السعر **(Ask Price)**، وهو أدنى سعر يكون صانع السوق مستعداً لبيع عقد الخيار عنده.

والجدير بالذكر أن الفرق بين هذين السعرين والذي يدعى **(Bid – ask price)** والذي يحصل عليه صانع السوق هو من أجل[2]:

1- تعويض صانع السوق عن المخاطر التي يتحملها جراء التقلبات في أسعار عقود الخيار في السوق.

2- تحمله تكلفة أضافية تتمثل بالاحتفاظ بمخزون من عقود الخيار لمواجهة الطلب لشراء عقود الخيار، والاحتفاظ بالسيولة لمواجهة العرض لبيع عقود الخيار، تكلفة الفرصة البديلة الضائعة فيما لو وجه صانع السوق مدخراته للحصول عليها.

3- الدراسات والأبحاث التي يقوم بها من متابعة لأداء الشركات المعقود خيارات على أسهمها وهو متخصص بها، دراسة أوضاع القطاع الذي تنتمي إليه هذه الشركات بالإضافة لدراسة الأوضاع الاقتصادية ومعدلات الفائدة ومعدلات التضخم وغير ذلك من أمور في التحليل الأساسي، هذا ناهيك عن استخدام التحليل الفني وما يترتب عن ذلك من مصاريف ونفقات.

ومع ذلك فان بورصة شيكاغو لتداول الخيارات اتخذت إجراءات عديدة من شأنها تحديد وتقييد وتخفيض هذا الهامش ومنها[3]:

1- وضع حد أقصى للهامش وذلك حسب سعر العقد السوقي وبكل الأحوال هذا الهامش يجب ألا يتجاوز 1 دولار مهما كان سعر العقد السوقي.

2- الطلب مع صانع السوق التقديم وبشكل مستمر الـ **(Bid, Ask)** المطلوبة من قِبله لعشرة عقود خيار شراء وبيع **(ten up)** في سلسة الخيار المخصصة له على عقد معين.

3- وضع أكثر من صانع سوق للعقد الواحد وذلك من اجل زيادة حدة المنافسة وتخفيض الهامش وبالتالي زيادة سيولة العقد بشكل كبير وبشكل لا يؤثر على سعر العقد أيضاً.

---

[1] - Jaksa Cvitani´c and Fernando Zapatero, Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets, 2004, pp25.
[2] - Jaksa Cvitani´c and Fernando Zapatero, Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets, Ibid, pp25.
[3] - Fred D. Arditti, Ibid, pp22-23.

4- حساب القيمة النظرية للـــ (Bid, Ask) وذلك من خلال نماذج رياضية محددة وذلك لكل عقد خيار والتي يمكن لأي مشتري أو بائع لعقود الخيار من استخدامها مع الإشارة إلى انه يمكن لصانع السوق البيع والشراء بأسعار مختلفة عنها ضمن الشروط السابق ذكرها، ولكن نمذجة الـــ (Bid, Ask) من شأنها التأثير على قرار صانع السوق في تحديد الهامش.

وأخيراً يجب التنويه إلى أن وظيفة صانع السوق هي فقط مقتصرة على بورصتي (CBOE)، بورصة الباسفيك أما البورصة الأمريكية (AMEX) وبورصة نيورك (NYSE) وفيلادلفيا (PHLX) فيُعمل بهم بنظام المتخصص (Specialist) وهو نظام شبيه تماماً لعمله بالأسواق الحاضرة،[1] إضافة إلى ما يسمى بتجار الخيار المسجلين (Registered option traders\ROTS\) والذين يقومون بشراء وبيع الخيارات لحسابهم الخاص إضافةً إلى قيامهم بشراء وبيع الخيارات لحساب الآخرين أي بعبارة أخرى ممارسة مهنة السمسرة، ومن المفيد الذكر أن (ROTS) لا يعمل عمل صانع السوق أو المتخصص.

2-2 **سمسار الصالة (Floor Broker)**: وهو عضو من أعضاء البورصة يقوم بشراء أو بيع عقود الخيار في ردهة البورصة لمصلحة الآخرين مقابل عمولة أو حتى راتب ثابت[2].

ويمكن أن يعمل سمسار الصالة لصالح شركة سمسرة معينة تشتري له المقعد في البورصة وبالتالي يقتصر عمله لصالح هذه الشركة أو أن يدفع المقعد من أمواله الخاصة فيستطيع تقديم الخدمة لمن يطلبها من شركات السمسرة، هذا وفضلاً عن قدرته على تنفيذ الأوامر لصالح السمسار الوكيل(Commission Broker) عندما يكون هناك ضغط عمل داخل السوق مقابل جزء من العمولة[3].

أما عن المزايا التي يقدمها سمسار الصالة أو (سمسار السماسرة) فهي الحد من إمكانية حدوث اختناق في المعاملات داخل السوق، مما يمكن شركات السمسرة من ممارسة نشاطها بعدد قليل من السماسرة الوكلاء وذلك طالما كان من الممكن الاعتماد على سمسار الصالة لإتمام المعاملات[4].

هذا وليس من مسؤولية سمسار الصالة الحصول على أفضل الأسعار لصالح العميل ولكن السمسار الجيد هو الذي يستخدم خبرته وحصافته لتحقيق ذلك.

2-3 **تاجر الصالة (Floor trader)**: وهو العضو في البورصة الذي اشترى المقعد من أمواله الخاصة وذلك للمتاجرة بعقود الخيار لصالحه بيعاً وشراءً. ويحظر على تاجر الصالة تنفيذ عمليات لحساب الجمهور أو لحساب السماسرة وبالتالي يمكن إطلاق صفة المضاربة عليه، إذ يتركز عمله في محاولة اغتنام فرصة وجود عقد يتداول بسعر اكبر أو اقل مما ينبغي أن يكون عليه[5]. وحديثاً اتجهت اغلب البورصات العالمية إلى تخفيض أعدادهم بشكل كبير وذلك بسبب تأثيرهم الكبير على كفاءة السوق.

---

[1] - من أجل ذلك انظر:
منير إبراهيم هندي، الأوراق المالية وأسواق المال، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006، ص103-105.

[2] - Andrew M. Chisholm, an Introduction to Capital Markets, John Wiley, 2002, PP404.

[3] - Z .Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Ibid, pp75-76.

[4] - منير إبراهيم هندي، الأوراق المالية وأسواق المال، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006، ص104.

[5] - المرجع السابق نفسه الصفحة نفسها.

4-2 مسؤول دفتر الأوامر{ سمسار البورصة} (Order Book Official\OBO\)[1]: وهو العضو في البورصة والذي تتلخص مهمته في مقابلة أوامر الشراء وأوامر البيع عن طريق المزاد العلني حيث يُدعى كل من سماسرة الصالة لمشتريْ وبائعي الخيارات ويتم الاتصال بينهم عن طريق الإشارات، أو عن طريق إدخال أوامر الشراء أو البيع التابعة لسماسرة الصالة إلى الكمبيوتر حتى لو كانت في أوقات مختلفة إضافة إلى إدخال أوامر الشراء والبيع لصناع السوق، ولكن تجدر الإشارة انه يجب معالجة أوامر الجمهور قبلها. ويجب التنويه إلى أن هذا العضو موجود فقط في بورصتي شيكاغو لتداول الخيارات وبورصة الباسفيك إذ انه في البورصات الأخرى التي تستعمل نظام المتخصص تكون مهمة مسؤول دفتر الأوامر هي إحدى مهام المتخصص.

أما عن الهدف من هذا العضو في (CBOE) فهو إلغاء الميزة الاحتكارية للمتخصص وحصر مهمته بصانع سوق فقط بدلاً من جمعه لمهمة سمسار ومهمة صانع سوق، ولكن ينبغي توضيح انه على الرغم من أن صانع السوق لا يسمح له بمسك دفتر الأوامر إلا انه يستطيع الاطلاع عليه لكي يستطيع تحديد الهامش[2].

[1] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp33.

[2] - منير إبراهيم هندي، إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار، مرجع سابق، ص64-65.

المبحث الرابع

نظم معلومات سوق الخيارات وآلية التداول

مقدمة:

أن المتاجرة بعقود الخيار على الأسهم تحتاج إلى ثقافة استثمارية عالية، فهي تتطلب من جهة أن يكون المستثمر على معرفة بالسوق الحاضرة بما تتضمنه هذه المعرفة من الإطلاع على المعلومات المتاحة على أسعار الأسهم، والقدرة على قراءة وتفسير تقارير مراكز البحوث والدراسات الاقتصادية والمالية والاستفادة منها في تحقيق الغرض الاستثماري المنشود، ومن جهة أخرى القدرة على قراءة المعلومات الخاصة بعقود الخيار المبرمة على هذه الأسهم من (**تاريخ تنفيذ- سعر العقد- تاريخ الانقضاء- حجم التداول – عدد العقود التي لم يتم تنفيذها بعد – أخر سعر تداول للعقد**)، وغير ذلك من المعلومات التي تكون عادةً منشورة في صحف المال والأعمال مثل مجلة (**Wall Street**)، هذا ناهيك عن مواقع الانترنت المختصة بذلك والتي تقدم المعلومات بشكل لحظي.

بعد هذا كله إذا تم اتخاذ قرار بشأن الدخول في صفقات عقود الخيار بغض النظر عن ماهية الهدف، فإن أول ما يُطلب هو فتح حساب لدى شركة سمسرة (**Brokerage Firm**)، ومن ثم توجيه أمر للسمسار لبيع أو شراء عقد خيار محدد، ومهما كان نوع الأمر المعطى للسمسار يجب على المستثمر تحديد نوع العقد هل هو خيار شراء أم خيار بيع، تحديد السهم محل العقد، سعر وتاريخ التنفيذ، عدد العقود المراد شراؤها أو بيعها، تحديد إذا ماكان الأمر ينطوي على أمر افتتاح (**opening order**) أو إقفال (**offsetting**) أو حتى تنفيذ (**Exercising order**).

الآن ولغاية توضيح الأفكار السابقة بشكل أكثر تفصيلاً سنقدم في هذا المبحث وذلك من خلال قسمه الأول الأوامر التي يصدرها المتعاملين في عقود الخيار وكيفية تنفيذها، ونفرد القسم الثاني لمؤسسة تسوية عقود الخيار وماهي مهامها ومن ثم شرح لآلية التداول بكافة جوانبها.

1-الأوامر التي يصدرها المتعاملون في عقود الخيار وكيفية تنفيذها:

إن الأوامر التي يستطيع المستثمر تقديمها للسمسار هي[1]:

- أمر سوق (**Market Order**): حيث يطلب من السمسار الحصول على أفضل الأسعار، ومن ميزاته تنفيذه بمجرد وصوله للسوق.
- أمر محدد (**Limit Order**): حيث يضع المستثمر حد أقصى لسعر الشراء أو حد أدنى لسعر البيع، وللأمر المحدد عدة أنواع منها:

---

[1]- للمزيد أنظر:

-Fred D. Arditti، Ibid، pp24.

- منير إبراهيم هندي، الأوراق المالية وأسواق المال، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006، ص125-134.

- **Good – till canceled order**: والذي يبقى حتى يلغيه المستثمر.
- **day order**: والذي يتم إلغاءه إذا لم ينفذ في نهاية اليوم.

- أمر الإيقاف **(Stop Order)**: حيث يقتضي هذا الأمر أن ينفذ العقد عند أي سعر يمكن للسمسار اللحاق به في حالة صعود الأسعار أو هبوطها، ففي حالة هبوط الأسعار يكون الأمر هو أمر بيع وفي حالة الصعود يكون الأمر أمر شراء.

ويمكن للمستثمر أن يضع حد أقصى للسعر الذي يمكن أن يشتري به العقد أوحد أدنى للسعر الذي يمكن أن يبيع به ويدعى في هذه الحالة أمر الإيقاف المحدد **(Stop- Limit Order)**.

- أمر الكل أو لاشيء **(all or none order)**: ويعني تنفيذ الأمر بالكامل مهما كان عدد العقود المرغوب شرائها أو بيعها مع إمكانية تنفيذه على مراحل وبأسعار مختلفة شريطة تنفيذ كامل الكمية.
- أمر الكل بنفس السعر وإما فلا **(all or none, same price order)**: ويعني تنفيذ الأمر بالكامل وبنفس السعر المرغوب الشراء أو البيع عنده وإلا فلا.

وبمجرد استلام السمسار للأمر يقوم بدوره بإرساله إلى سمسار الصالة **(floor broker)** التابع للشركة التي تم فتح حساب لديها أو حتى لسمسار صالة مستقل حيث يشرع هذا الأخير لتنفيذ الأمر وذلك ضمن ساعات التداول اليومي والتي عادةً ما تكون من الساعة 8:30 صباحاً حتى 3:02 أو 3:15 ظهراً وتتم المبادلات في قاعات مبادلة في البورصة خاصة بكل عقد من العقود وتدعى هذه القاعة **(trading pit)**، حيث يُدعى المتعاملين للاشتراك في مزاد **(auction)** يعقده مسؤول دفتر الأوامر **(OBO)** وذلك لكل عقد من العقود التي يُتعامل بها، ويجري المزاد إما بالمناداة **(Open outcry)** على أن يكون الاتصال بين سماسرة البائعين والمشترين إما شفاهة أو من خلال إشارات متفق عليها.

وفي المزاد يتم تجميع أوامر البيع وأوامر الشراء ثم يتم مقابلتها وذلك على أساس السعر الذي يكون عنده عدد الأوامر الغير منفذة أقل ما يمكن، وتجدر الإشارة إلى أنه يُعقد أكثر من مزاد في اليوم الواحد، وإلى جانب نظام المناداة هناك نظام التداول المستمر الذي تأتي فيه أوامر البيع والشراء في أوقات مختلفة حيث يدخل الأمر إلى دفتر الأوامر المحددة على أمل مقابلته مع أمر أخر مقيد بالدفتر.

ولا يعتبر مسؤول دفتر الأوامر السبيل الوحيد أمام سمسار الصالة لتنفيذ الأمر إذ يمكن له تنفيذه مع سمسار صالة أخر يحمل أمر عكسي، وأخيراً يمكن لسمسار الصالة التعامل من خلال صناع السوق الذين يشترون ويبيعون لحسابهم الخاص.

وبمجرد أن يتم الاتفاق بينهما على السعر الذي سيبرم به العقد تنتهي العلاقة المباشرة بين المشتري والبائع ويتم تقييد الصفقة في سجلات الحاسوب لدى البورصة مع توضيح شامل لكامل الصفقة، لتصبح العلاقة المباشرة بين البائع والمشتري طرفاً لطرف مع مؤسسة تسوية الخيارات **(OCC)**، وهو ما سنراه فيما يلي.

2-مؤسسة تسوية عقود الخيار وآلية التداول:

وهي مؤسسة تم إنشائُها عام 1975 ومقرها بورصة شيكاغو لتداول عقود الخيار (CBOE)، تُصدر عقود الخيار لكافة البورصات في الولايات المتحدة الأمريكية وهي:

- ❖ بيت مقاصة لتسوية صفقات عقود الخيار بما تتطلبه هذه التسوية من إجراءات، وتعمل بالتضامن مع بورصة الخيارات[1].
- ❖ العضو الخارجي الذي يقوم بضمانة ومراقبة حسابات الهامش لأطراف عقد الخيار وتسوية صفقات مبادلات عقود الخيار[2].

أما عن آلية عملها: فبعد اكتمال عملية انجاز الصفقة في السوق تقوم مؤسسة تسوية الخيارات (OCC) بالمعالجة لهذه المبادلة فكيف يتم ذلك ؟

بدايةً يجب الإشارة إلى أن مؤسسة تسوية الخيارات ما هي إلا وسيط ذو مكانة فعالة في الصفقة، فهي تقف بين الطرفين لتصبح وكأنها المحرر الفعلي بالنسبة للمشتري، وكأنها المشتري الفعلي بالنسبة للمحرر، لتصبح العلاقة بذلك غير مباشرة بين طرفي العقد الأصليين، وفي ظل هذه العلاقة الغير مباشرة يصبح مشتري العقد في أمان ولا يهمه الوقوف على قدرة المحرر الأصلي على الوفاء طالما أن المؤسسة قد حلت محله لتصبح ضامنة لكل بنود العقد بل وملتزمة بتنفيذه[3].

إن مؤسسة تسوية عقود الخيار تعمل بالتناسق والتكامل مع عدة أطراف منها ما هو عضو في المؤسسة ويدعى شركة مقاصة (Clearing Firm)، ومنها ما يكون شركة سمسرة (Brokerage Firm) يتم فتح حسابات لديها لصالح العملاء كما وسبق وشرحنا، ومنها ماهو عضو في البورصة أو حتى سمسار يقوم بتنفيذ أوامر مقابل الحصول على عمولة.

ولتوضيح ذلك نقدم المخطط رقم (1-1) والذي يوضح العلاقة بين هذه الأطراف حيث من خلاله ستتوضح آلية التداول في بورصة الخيارات.

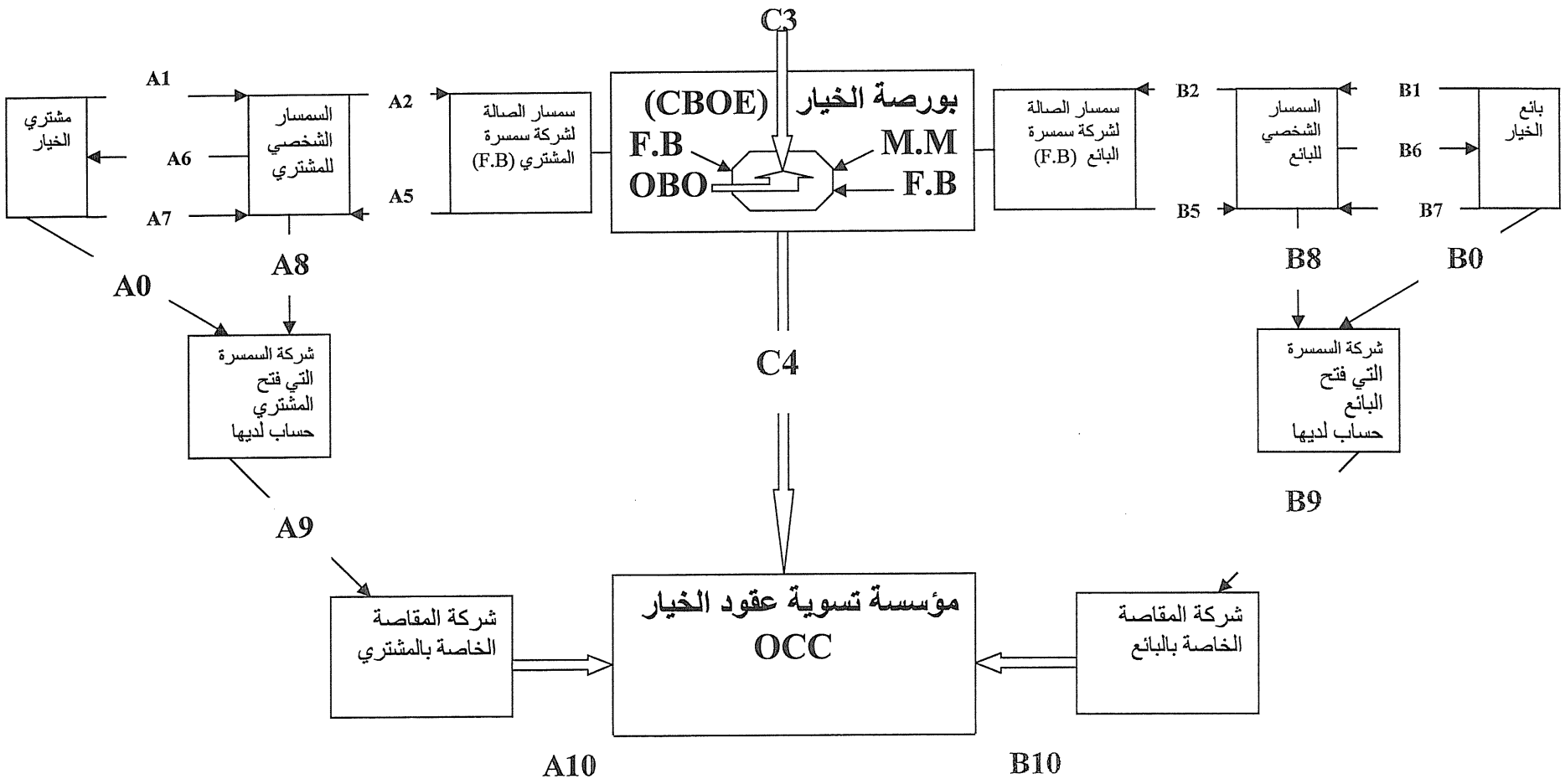
---

[1] - Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Ibid, pp654.

[2] - Frank .K. Reilly and Keith. C. Brown, Investment Analysis and Portfolio Management, 6th edition, 2002, p1183.

[3]- Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, investment, Ibid, pp654.

المخطط رقم (1-1)



M.M (Market Maker)، **OBO** (Order Book Official)، **F.B** (Floor Broker)،

لتوضيح الشكل السابق لنفترض أن كلاً من مشتري الخيار وبائع الخيار هما في حالة **(Opening Order)** أي المراكز الطويلة **(Long Position)**، المراكز القصيرة **(Short Position)** التي اتخذوها هي مراكز جديدة ولأول مرة.

والخطوات هي:

1- يقوم مشتري الخيار بفتح حساب لدى شركة سمسرة (**Brokerage Firm**)، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_0.

2- اتصال المشتري بالسمسار والذي يمكن أن يكون تابع لشركة السمسرة أو مستقل عنها، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_1، حيث يعطي مشتري الخيار أمراً للسمسار، هذا وسبق أن تناولنا الأوامر وما يجب على المستثمر توضيحه للسمسار فيما يتعلق بذلك.

3- يقوم السمسار بالاتصال بسمسار الصالة **(Floor Broker)** والذي قد يكون تابع لشركة سمسرة المشتري أو الاتصال بسمسار صالة مستقل يعمل لحسابه الخاص، على كل حال يقوم هذا الأخير بدوره بإيجاد البائع وتنفيذ الصفقة كما أوضحنا سابقاً، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_2.

4- عند انجاز الصفقة تقوم إدارة البورصة بتسجيل كل ما يتعلق بالصفقة في سجلات الكترونية وذلك ضمن حواسب مبرمجة لهذا الغرض، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ c_3.

5- تقوم إدارة البورصة بإرسال معلومات عن الصفقة وبشكل دقيق إلى مؤسسة تسوية الخيارات **(OCC)**، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ c_4.

6- يقوم سمسار الصالة بإرسال تقرير يتضمن انجاز الصفقة والسعر الذي أبرمت به إلى سمسار المشتري، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_5.

7- يرسل سمسار المشتري بدوره التقرير إلى المشتري، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_6، وما ينطبق على المشتري ينطبق على المحرر في الخطوات السابقة(الخطوات مرمزة بـــ ....B1,B2).

8- في اليوم التالي لإبرام العقد يقوم كلاً من مشتري الخيار وبائعه (محرره) بتسوية الالتزامات المترتبة على كل منهما، فالمشتري يودع المكافأة **(premium)** لدى سمساره، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_7 ، والبائع يقوم بتسليم السمسار الأسهم المعقود عليها الخيار في حالة عقد خيار الشراء المغطى أو قيمة تنفيذ الصفقة بالكامل $(N * X)$ في حالة عقد خيار البيع أو وضع هامش، وقد تطرقنا لنظام الهامش سابقاً، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ B_7.

9- يقوم سمسار البائع وسمسار المشتري بإرسال المتحصلات في الخطوة السابعة إلى شركات السمسرة الخاصة بكل منهما، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_8 ، B_8 لكلاً من المشتري والبائع على التتالي، وتقوم شركات السمسرة بدورها بإرسالها إلى شركات المقاصة **(Clearing Firm)**، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_9 ، B_9.

10- تقوم شركات المقاصة بتجميع المتحصلات من عملائها لتقوم بإرسالها إلى مؤسسة تسوية الخيارات **(OCC)**، وقد رمزنا لهذه الخطوة بـــ A_{10}، B_{10}.

وأخيراً ضمن مؤسسة تسوية الخيارات (OCC) تتم المطابقة من خلال المقارنة بين المعلومات الواردة من السوق (الخطوة الرابعة) وما قدمته شركات المقاصة الأعضاء، وعند التطابق تقوم (OCC) بتسوية مراكز شركات المقاصة حيث ترسل المكافآت (Premiums) من شركات مقاصة المشترين إلى شركات مقاصة البائعين، ويتم الاحتفاظ بالهوامش (Margins) ضمن (OCC) كضمانة من قبل المحررين لتسوية الصفقات.

وتجدر الإشارة إلى أن (OCC) تطلب من شركات المقاصة الاحتفاظ برأس مال لايجوز أن يقل عن الحد الأدنى المطلوب، إضافة إلى إيداع هامش لدى حسابات (OCC) يدعى هامش شركات المقاصة وذلك لتغطية العجز في حال تعثر أياً من شركات المقاصة[1].

وكملاحظة جديرة بالاهتمام طالما أن (OCC) ضامنة للصفقة فليس هناك داعي من قلق مشتري الخيار من الجدارة الائتمانية للمحرر أو حتى من معرفته أساساً، على عكس أسواق التبادل المباشر (OTC) التي تعتبر أساسية وجوهرية لإبرام العقد.

لتغطية كافة الحالات بحيث تكون الدراسة شاملة سنقوم بإسقاط الفرض السابق أي عندما يكون العقد ليس في حالة (Opening Order)، فكيف تتم عملية التداول ؟

هناك حالتان:

1- إقفال المركز بأخذ مركز عكسي على نفس العقد (Offsettıng Order):

أي أن مشتري العقد يقوم ببيع نفس العقد في السوق أو إذا كان محرر للعقد يقوم بشرائه، وتجدر الإشارة إلى أن أغلب عقود الخيار المفتوحة تُغلق أو تُسوى بهذه الطريقة، أما عن السبب فهو رغبة المشتري بتحقيق أرباح عندما يرتفع سعر العقد في السوق إضافة إلى تجنب التنفيذ لما يترتب عليه من تكاليف ورسوم إضافية، أما محرر العقد فالغاية تكون تغطية مركزه وإيقاف الخسائر عندما يصبح العقد في حالة (in the money). أما عن طريقة المعالجة فتتم كما سبق حيث يرسل المشتري أو البائع أمراً للسمسار بأخذ مركز عكسي على العقد، وبعد كافة الخطوات التي تم شرحها سابقاً وبعد التسوية يظهر أن للمشتري أو البائع في سجلاته معاملتين على نفس العقد فيتم إقفاله ويدعى في هذه الحالة (OutstandingPosition).

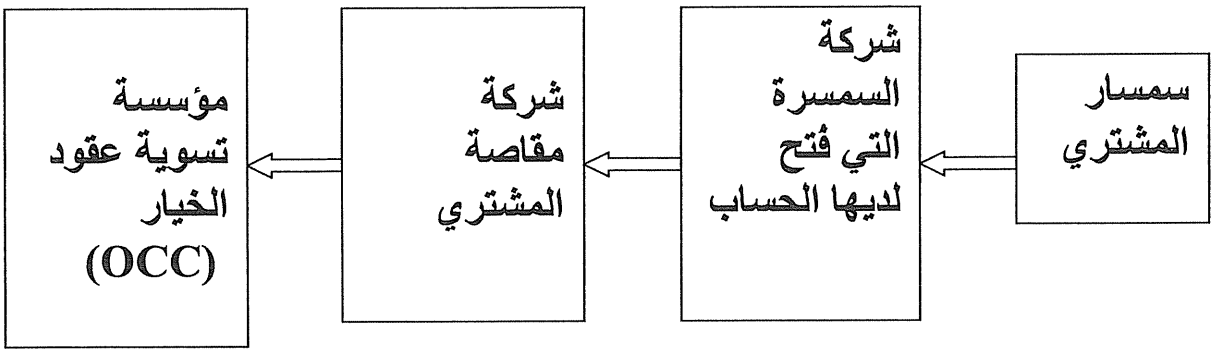
وكملاحظة بسيطة: يمكن أن يكون تنفيذ الصفقة في السوق (الخطوة الثانية) قد تم بين مستثمر في حالة Offset مع أخر بنفس الحالة أو في حالة Opening.

2- تنفيذ العقد (Exercising): في حالة رغبة المشتري للعقد في تنفيذه وذلك عندما يكون من مصلحته التنفيذ أي حالة (In the money) يقوم بإصدار أمر للسمسار خاصته بتنفيذ العقد، والمخطط (1-2) يوضح ذلك.

---

[1]- Fred D. Arditti, Ibid, pp20.

المخطط (1-2)



بعد الخطوات السابقة في الشكل السابق تقوم مؤسسة تسوية الخيارات باختيار عشوائي لشركة مقاصة والتي يظهر في سجلاتها أن هناك شخص قد حرر خيار على نفس العقد، شركة المقاصة المختارة تقوم باختيار عشوائي لشركة سمسرة تظهر سجلاتها بأن هناك محرر على نفس العقد، وتقوم هذه الأخيرة إما باختيار عشوائي للمحرر أو وفق قاعدة الوارد أولاً ينفذ أولاً[1].

ويدعى هذا المحرر المختار بـــ (Assigned)، وتجدر الإشارة انه إذا كانت شركة السمسرة هي نفسها شركة مقاصة فيتم اختصار خطوة من الخطوات السابقة.

وهنا بعد اختيار المحرر تُسلم الأسهم للمشتري الذي يقوم بدفع سعر التنفيذ ويتم إقفال الصفقة وهنا يجب الإشارة إلى انه ليس بالضرورة أن يكون (Assigned) هو نفسه المحرر الأصلي.

طبعاً يجب التذكير أن هناك فاصل زمني بين تنفيذ العقد وتسليم المستحقات وعلى الأغلب يكون يوم واحد.

وأخيراً حالة انتهاء فترة سريان العقد دون تنفيذ أي الوصول لتاريخ تنفيذ العقد والعقد في حالة (at, out) فهنا وفي هذه الحالة لا يجري أي تصرف سوى إقفال الصفقة.

[1] - Don M. Chance and Robert Brooks, Ibid, pp37.

الفصل الثاني

تسعير عقود الخيار

المبحث الأول: مبادئ تسعير عقود الخيار

1- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأوربي.

1-1 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأوربي

1-2 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأوربي

2- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأمريكي.

2-1 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأمريكي

2-2 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأمريكي

3- الحد الأقصى لسعر الخيار الأوربي والأمريكي.

3-1 الحد الأقصى لسعر خيار الشراء الأوربي والأمريكي

3-2 الحد الأقصى لسعر خيار البيع الأوربي والأمريكي

4-سعر عقد الخيار عند تاريخ الانقضاء لخيار الشراء وخيار البيع.

4-1 سعر عقد خيار الشراء الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء

4-2 سعر عقد خيار البيع الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء

5-محددات سعر العقد للخيار الأوربي والأمريكي.

5-1 أثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار الشراء

5-2 اثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار البيع

5-3 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار الشراء

5-4 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار البيع

6- مساواة خيار الشراء والبيع.

المبحث الثاني : نموذج Binomial لتسعير الخيارات على الأسهم

1- فكرة النموذج وفرضياته.

2- نموذج Binomial لفترة واحدة.

3- الخلل وعملية المراجحة ضمن نموذج الفترة الواحدة.

3-1 الخيار مسعر في السوق بأعلى مما يجب (Overpriced)

3-2 الخيار مسعر في السوق بأدنى مما يجب (*underpriced*)

4- نموذج Binomial لفترتين.

5- نموذج Binomial متعدد الفترات.

6- تسعير خيار البيع.

7- تسعير الخيار الأمريكي وحالة التنفيذ المبكر (وجود توزيعات).

8- النماذج الرياضية والإحصائية المستخدمة للتنبؤ بتحركات سعر السهم.

8-1نموذج Cox, Ross and Rubinstein عام 1979

8-2نموذج Jarrow and Rudd 1983

8-3نموذج *Schroder* 1988

9- مزايا وعيوب النموذج.

المبحث الثالث : نموذج بلاك وشولز وميرتون لتسعير الخيارات على الأسهم

1- فكرة النموذج وفرضياته.

2- معادلة النموذج وكيفية التوصل إليها.

3- تسعير خيار البيع.

4- خصائص النموذج في التعامل مع القيم المتطرفة لمتغيراته.

4-1مدى توافق النموذج مع الحد الأدنى لسعر الخيار

4-2سعر العقد عند تاريخ الانقضاء وفق النموذج

4-3مدى توافق النموذج مع القيمة الدنيا والقيمة العليا لسعر العقد

4-4سعر العقد وفق النموذج عندما يكون $\sigma = 0$

5- تقريب فيشر بلاك عام 1975 لتسعير خيار الشراء الأمريكي.

6- حساسية سعر العقد لمتغيراته ضمن النموذج.

6-1تأثير القيمة السوقية للسهم على سعر العقد

6-2تأثير الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر العقد

6-3تأثير التباين على سعر العقد

6-4تأثير العائد الخالي من المخاطرة على سعر العقد

المبحث الأول

مبادئ تسعير عقود الخيار

مقدمة:

يعتبر هذا المبحث من المباحث الهامة جداً لفهم آلية تسعير عقود الخيار وذلك بغض النظر عن النماذج المستخدمة لتسعيره والتي سنتناول البعض منها لاحقاً، إذ تعتبر الأفكار التي سنقدمها في هذا المبحث هي بمثابة الأبجدية في لغة تسعير عقود الخيار، وينبغي في هذا الصدد ذكر فضل العالم روبرت ميرتون والتي تعتبر أفكار هذا المبحث هي أفكار قد تناولها في أواخر الستينات من القرن المنصرم، إذ استطاع من خلالها التوصل إلى نموذج تسعير عقد الخيار وذلك عام 1973 وبشكل منفصل عن العالمان فيشر بلاك ومايرون شولز ليحصل بذلك على جائزة نوبل بالمشاركة مع مايرون شولز عام 1997عن النموذج المعروف بنموذج بلاك وشولز وميرتون.

وكملاحظة جديرة بالاهتمام ينبغي الإشارة إلى أن هناك أمور كثيرة ستكون غامضة في هذا المبحث ستتوضح في المباحث اللاحقة، ذلك لأن الهدف من هذا المبحث ليس الوصول إلى سعر العقد بالشكل الدقيق وإنما تحديد مجال لهذا السعر، وذلك بالاعتماد على أفكار مالية وأخرى تتعلق بنظرية السوق الكفء وأثرها على سلوك المستثمرين في حال ظهور فرص المراجحة، أي بعبارة أخرى الاعتماد على أفكار منطقية صحيحة ولكنها غير كافية لتحديد سعر العقد بالشكل الدقيق.

ولغاية التسلسل المنطقي في عرض الأفكار يرى الباحث تقسيم هذا المبحث إلى عدة أقسام، حيث يبدأ القسم الأول منها في تناول القيم الدنيا والعليا لسعر عقود الخيار الأوربية والأمريكية، يليها القسم الثاني والذي يتناول أسعار عقود الخيار الأوربية والأمريكية عند تاريخ الانقضاء، ومن ثم القسم الثالث الذي نشرح فيه التغيرات التي تطرأ على سعر العقد سواء كان أوربي أو أمريكي عندما يتغير سعر التنفيذ، الوقت حتى تاريخ الانقضاء ....

وأخيراً ضمن القسم الأخير الربط بين عقود خيار الشراء وعقود خيار البيع وذلك بالنسبة للخيارات الأوربية والأمريكية.

وقبل الخوض في تفاصيل هذا المبحث والمباحث اللاحقة سنقدم بعض الرموز والمصطلحات والتي سنعتمد عليها لاحقاً وهي:

S_0: سعر السهم الحالي

X : سعر التنفيذ

T : الوقت حتى تاريخ الانقضاء

S_T: سعر السهم في لحظة انقضاء عقد الخيار

r : معدل العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر

C : سعر عقد خيار الشراء الأمريكي

P : سعر عقد خيار البيع الأمريكي

c : سعر عقد خيار الشراء الأوربي

p : سعر عقد خيار البيع الأوربي

σ^2 : تباين عوائد سعر السهم

D : التوزيعات النقدية

1- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأوربي[1].

1-1 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأوربي:

إن الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأوربي يتحدد بالمتراجحة التالية:

$$c \geq Max(S_0 - Xe^{-rT}, 0)$$

وذلك لعدة أسباب هي:

1- طالما حامل العقد غير مجبر على تنفيذ العقد عندما لا يكون من مصلحته ذلك فإن قيمة الخيار لا يمكن أن تكون سالبة وبالتالي إذ كان $S_0 - Xe^{-rT} \leq 0$ فإن $c \geq 0$.

2- التوازن الديناميكي الذي تضمنه السوق الكفء عند ظهور فرص المراجحة.

ولتوضيح السبب الثاني سنقوم ببناء محفظتين إحداها تحوي على S_0 والأخرى تحوي على عقد خيار c وأصل مالي عديم الخطر قيمته الاسمية X ومتفق مع طول فترة العقد، ومن أجل المقارنة بين التدفقات النقدية لكلا المحفظتين نقدم الجدول التالي:

الجدول رقم (1،2)

		قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :	
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_T \leq X$	$S_T > X$
المحفظة الأولى	S_0	S_T	S_T
المحفظة الثانية	$c + Xe^{-rT}$	X	$S_T - X + X = S_T$

بالنظر إلى الجدول السابق نلاحظ أن التدفقات النقدية للمحفظة الثانية عند تاريخ الانقضاء أعلى من التدفقات النقدية للمحفظة الأولى وبالتالي ومن البديهي أن تكون تكلفة المحفظة الثانية أعلى من تكلفة للمحفظة الأولى أي:

$$c + Xe^{-rT} \geq S_0$$ ومنه $$c \geq S_0 - Xe^{-rT}$$ وذلك عندما يكون $S_0 - Xe^{-rT} > 0$.

الآن وبفرض أن $c < S_0 - Xe^{-rT}$ فإن ذلك سيؤدي إلى ظهور فرص المراجحة وذلك من خلال بيع السهم بشكل مسبق وشراء $c + Xe^{-rT}$، وبالتالي عند تاريخ الانقضاء ستكون التدفقات النقدية موجبة أو تساوي الصفر وهي موجبة منذ البداية وذلك لان $c + Xe^{-rT} < S_0$.

على كل حال لن تستمر المراجحة السابقة طويلاً بسبب إدراك المستثمرون هكذا فرصة لتعمل قوى العرض والطلب على تصحيح الخلل.

---

[1] - للاطلاع انظر في ذلك :

John . C . Hull, option, futures and other derivatives, Prentice Hall, fifth Edition, 2006, pp172-178.
Robert . E . Whaley, Derivatives Market valuation and Risk management , John Wiley, 2006, pp178-184.

2-1 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأوربي:

إن الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأوربي يتحدد بالمتراجحة التالية :

$$p \geq Max(X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - S_0, 0)$$

بنفس المناقشة التي تناولنها سابقاً نجد أن السبب الأول هو نفسه، أما السبب الثاني فيمكن توضيحه وذلك من خلال بناء محفظتين إحداها تحوي S_0 والأخرى تحوي على عقد خيار بيع p وأصل مالي عديم الخطر قيمته الاسمية X ومتفق مع طول فترة العقد ولكن المركز على عقد الخيار في المحفظة الثانية هو مركز محرر، ومن أجل المقارنة بين التدفقات النقدية لكلا المحفظتين نقدم الجدول التالي:

الجدول رقم (2،2)

		قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :	
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_T \leq X$	$S_T > X$
المحفظة الأولى	S_0	S_T	S_T
المحفظة الثانية	$X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - \mathrm{p}$	$X + (S_T - X) = S_T$	X

بالنظر إلى الجدول السابق نلاحظ أن التدفقات النقدية للمحفظة الأولى عند تاريخ الانقضاء أعلى من التدفقات النقدية للمحفظة الثانية وبالتالي ستكون تكلفة المحفظة الأولى أعلى من الثانية أي:

$X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - \mathrm{p} \leq S_0$ ومنه $p \geq X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - S_0$ وذلك عندما $X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - S_0 > 0$.

الآن وبفرض أن $p < X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}} - S_0$ فإن ذلك سيؤدي إلى ظهور فرص المراجحة وذلك من خلال اقتراض $X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$ عند معدل العائد الخالي من المخاطرة وشراء السهم وشراء عقد خيار البيع، وبالتالي عند تاريخ الانقضاء ستكون التدفقات النقدية موجبة أو تساوي الصفر وهي موجبة منذ البداية ذلك لان:

$$p + S_0 < X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$$

بالطبع هذه الفرصة لن تستمر طويلاً ليعود التوازن من جديد.

2- الحد الأدنى لسعر عقد الخيار الأمريكي[1].

2-1 الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأمريكي:

نحن نعلم من خلال ماقدمناه في الفصل الأول أن الخيار الأمريكي يملك كافة مواصفات الخيار الأوربي مع وجود ميزة إضافية هي إمكانية التنفيذ المبكر للخيار الأمريكي بالتالي $C \geq c$.

لكن كما سنرى لاحقاً فإن الخيار الأمريكي يفقد هذه الميزة في حال عدم وجود توزيعات نقدية وبالتالي سعره سيكون مطابق تماماً لسعر خيار الشراء الأوربي، ومنه الحد الأدنى لسعر خيار الشراء الأمريكي في حال عدم وجود توزيعات نقدية سيكون:

$$C \geq Max(S_0 - Xe^{-rT}, 0)$$

2-2 الحد الأدنى لسعر خيار البيع الأمريكي:

إن الحد الأدنى لسعر عقد خيار البيع الأمريكي يختلف في معالجته عن الحد الأدنى لسعر عقد خيار البيع الأوربي وذلك لان $Xe^{-rT} - S_0 < X - S_0$.

وبالتالي فإن سعر عقد خيار البيع الأمريكي هو أعلى في أغلب الحالات من سعر خيار البيع الأوربي، أما عن حده الأدنى فيجب أن يكون:

$$P \geq Max(X - S_0, 0)$$

ذلك لأنه إذا كان:

$$X - S_0 > P \geq Xe^{-rT} - S_0$$

فإن إمكانية التنفيذ المبكر ستحقق مكاسب مالية خالية من المخاطرة وقدرها $X - S_0 - P > 0$.

طبعاً هذه الفرصة لتحقيق مكاسب مالية لن تستمر طويلاً كما وسبق أن ناقشنا ذلك، ليتأكد وجوب أن يكون الحد الأدنى لخيار البيع الأمريكي هو $P \geq Max(X - S_0, 0)$.

3- الحد الأقصى لسعر الخيار الأوربي والأمريكي[2].

3-1 الحد الأقصى لسعر خيار الشراء الأوربي والأمريكي:

طالما عقد خيار الشراء سواءً كان أمريكي أو أوربي هو أداة ووسيلة يتمكن حامل العقد من خلاله الحصول على السهم فلا يمكن أن يكون سعره أعلى من سعر السهم ذاته، وبالتالي الحد الأعلى لسعر عقد خيار الشراء لايمكن أن يتجاوز سعر السهم السوقي أي:

$$C \leq S_0 \text{ و } c \leq S_0$$

طبعاً تحقق ذلك أمر مستحيل ذلك لان سعر التنفيذ لا يمكن أن يكون مساوياً الصفر، هذا بالإضافة إلى أن الوقت حتى تاريخ الانقضاء T محدد لذلك ينبغي لكي يتحقق ذلك أي:

$$T \to \infty \text{ أن يكون } C \approx S_0 \text{ و } c \approx S_0$$

---

[1] - للاطلاع انظر في ذلك:

John . C . Hull, option, futures and other derivatives, Prentice Hall, fifth Edition, 2006, pp172-178.

[2] - انظر في ذلك:

-John . C . Hull, Ibid, pp171.

3-2 الحد الأقصى لسعر خيار البيع الأوربي والأمريكي:

إن أفضل مايتوقعه حامل عقد خيار البيع الأمريكي هو تنفيذ العقد للحصول على X وبالتالي الحد الأعلى لسعر عقد خيار البيع الأمريكي $P \leq X$ ولكن يمكن أن يتقارب سعر الخيار من سعر التنفيذ أي: $P \approx X$ وذلك عندما تعلن الشركة المعقود على سهمها عقد خيار بيع إفلاسها ليصبح $S_0 = 0$.

أما بالنسبة لعقد خيار البيع الأوربي فإن الحد الأعلى لسعره سيكون $P \leq Xe^{-rT}$ وذلك لعدم قدرة حامله على تنفيذه حتى تاريخ الانقضاء أو بعبارة أخرى: إذا كان $P > Xe^{-rT}$ فإن تحرير عقد خيار البيع واستثمار الأموال في أصل مالي عديم الخطر قيمته الحالية Xe^{-rT} سيولد تدفقات نقدية موجبة منذ البداية وعدم وجود تدفقات خارجة عند تاريخ الانقضاء، طبعاً هذه الفرصة سيدركها المستثمرون ليُعاد تقويم الوضع السابق أي ليصبح $P \leq Xe^{-rT}$.

4- سعر عقد الخيار عند تاريخ الانقضاء لخيار الشراء وخيار البيع.

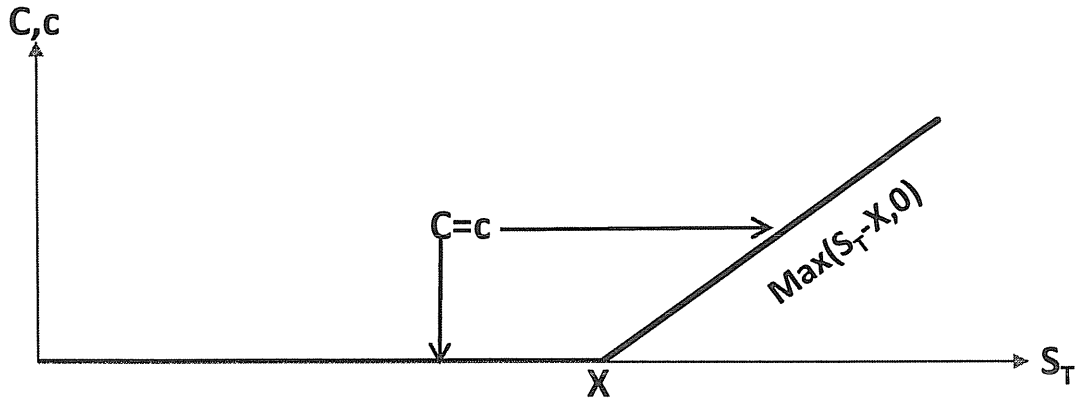
4-1 سعر عقد خيار الشراء الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء:

إن النقطة الوحيدة والتي يكون فيها سعر عقد الخيار واضح هي عند تاريخ الانقضاء ذلك لان $T = 0$ وبالتالي سعر العقد سيكون مساوياً القيمة المكافئة أي:

$$C = c = Max(S_T - X, 0)$$

ولتوضيح ذلك نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (1،2)



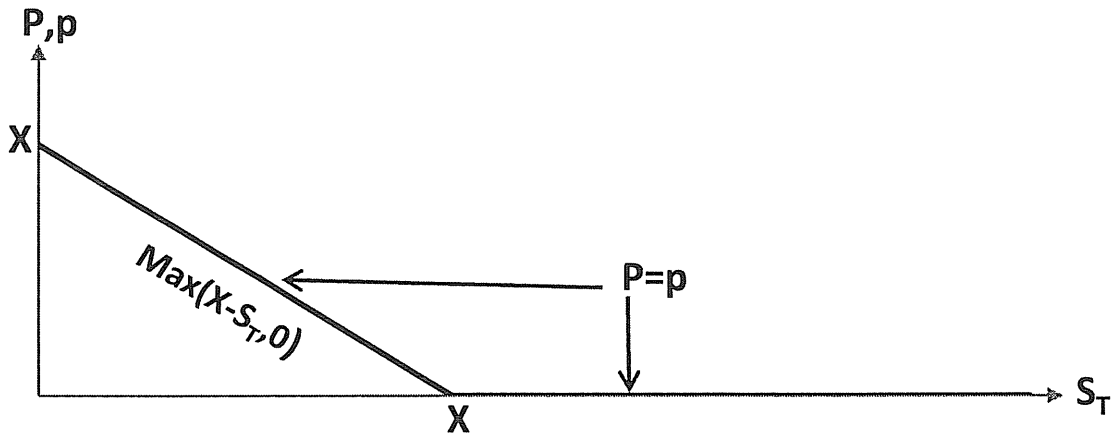
4-2 سعر عقد خيار البيع الأوربي والأمريكي عند تاريخ الانقضاء:

كذلك الأمر بالنسبة لسعر عقد خيار البيع سيكون:

$$P = p = Max(X - S_T, 0)$$

ولتوضيح ذلك نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (2،2)



5- محددات سعر العقد للخيار الأوربي والأمريكي.

5-1 أثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار الشراء:

إن لتأثير الوقت حتى تاريخ الانقضاء (T) أثر إيجابي على سعر عقد خيار الشراء، إذ أنه مع زيادة T وبقاء العوامل الأخرى على حالها سيؤدي ذلك إلى زيادة سعر عقد الخيار وذلك لكلاً من خيار الشراء الأمريكي والأوربي وبالتالي عقود خيار الشراء المتماثلة والمختلفة فقط بالوقت حتى تاريخ الانقضاء يكون أطولها وقتاً أعلها سعراً.

ولتوضيح ذلك لنفرض خيارا شراء متماثلان ومختلفان فقط بـــ T وليكن $T_2 > T_1$ ، عند تاريخ الانقضـــاء بالنسبة للخيار الأقصر أي ذو الزمن T_1 سيكون سعره $C = c = Max(S_{T_1} - X, 0)$، أما الخيار الثاني ذو الزمن T_2 سيكون الحد الأدنى لسعره في اللحظة T_1 هو:

$$C \geq c \geq Max(S_{T_1} - Xe^{-r(T_2-T_1)}, 0)$$

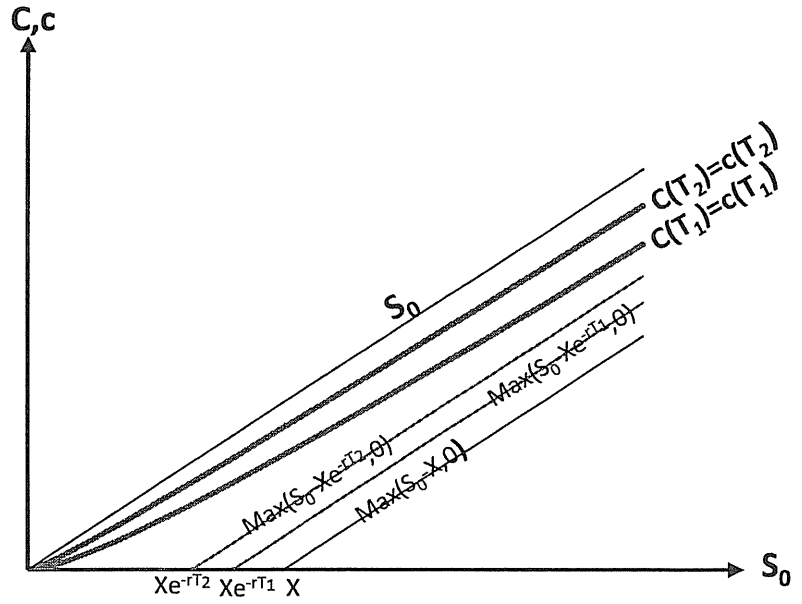
ولكن ينبغي الإشارة إلى أن عقود خيار الشراء الأوربية يمكن أن تشذ عن هذه القاعدة وذلك عندما يكون هناك توزيعات نقدية بحيث تجعل عقد الخيار قابل للتنفيذ نظرياً، وبالتالي يمكن أن يكون الخيار الأقصر زمناً أعلى سعراً وذلك عندما تكون تلك التوزيعات خارج فترته وضمن فترة الخيار الأطول[1].

ولتوضيح الحد الأدنى والأعلى وتأثير الوقت على الخيار الأوربي والأمريكي في حال عدم وجود توزيعـــات نقدية نقدم الشكل التالي:

[1] - انظر في ذلك:

-John . C . Hull, Ibid, pp168.

الشكل رقم (3،2)



حيث:

$Max(S_0 - X, 0)$: القيمة المكافئة لعقد خيار الشراء.

$Max(S_0 - Xe^{-rT_1}, 0)$: الحد الأدنى لسعر عقد خيار الشراء والذي تاريخ انقضاءه T_1.

$Max(S_0 - Xe^{-rT_2}, 0)$:الحد الأدنى لسعر عقد خيار الشراء والذي تاريخ انقضاءه T_2.

S_0 : الحد الأعلى لسعر عقد خيار الشراء.

بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ :

1- إن سعر العقد محصور بين حديه الأدنى والأعلى أي:

$S_0 \geq C(T_2) = c(T_2) \geq Max(S_0 - Xe^{-rT_2}, 0)$ و $S_0 \geq C(T_1) = c(T_1) \geq Max(S_0 - Xe^{-rT_1}, 0)$

2- إن سعر العقد ذو تاريخ الانقضاء الأطول هو الأعلى سعراً أي:

$C(T_2) = c(T_2) \geq C(T_1) = c(T_1)$.

وأخيراً وحتى لايكون هناك مجال للالتباس. ليس من الضروري أن يكون:

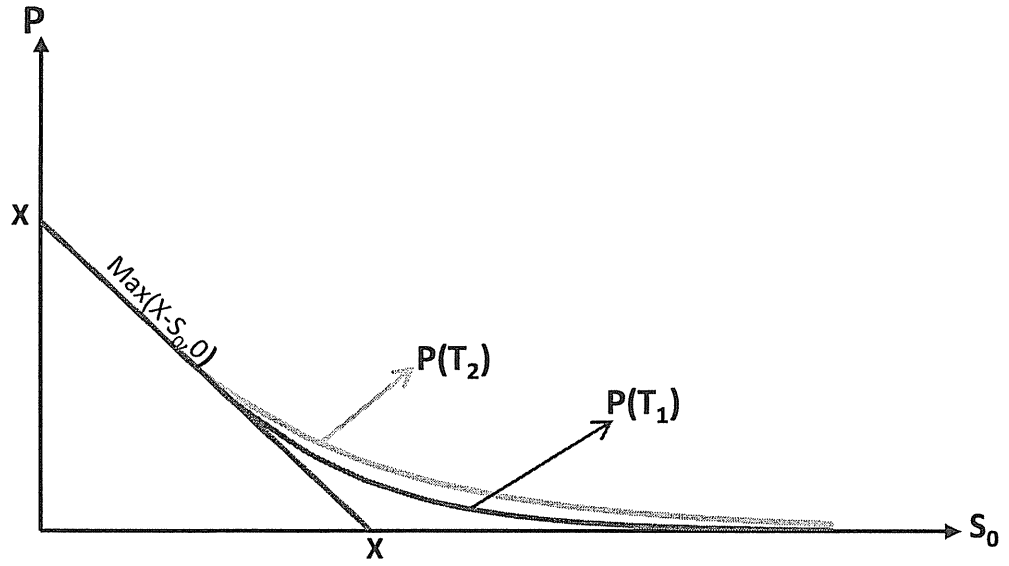
$C(T_1) = c(T_1) \geq Max(S_0 - Xe^{-rT_2}, 0)$

هذا بالإضافة إلى أن $c(T_2) \geq c(T_1)$ ليست صحيحة دوماً كما ذكرنا سابقاً.

2-5 اثر الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر خيار البيع:

بأسلوب مماثل لعقد خيار الشراء الأمريكي يمكن الاستنتاج بسهولة أن سعر عقد خيار البيع الأمريكي ذو فترة الانقضاء الأطول T_2 سيكون أعلى أو يساوي سعر عقد خيار البيع الأمريكي صاحب الزمن الأقصر T_1 ولكن مع التأكيد على أن الخياران متماثلان واختلافهما فقط بـــ T ولتوضيح الحد الأدنى و الأعلى وتأثير الوقـــت على خيار البيع الأمريكي نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (4،2)



حيث:

$Max(X - S_0, 0)$: القيمة المكافئة لعقد خيار البيع.

X: الحد الأعلى لسعر عقد خيار البيع الأمريكي.

بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ :

1- إن سعر العقد محصور بين القيمة المكافئة والحد الأعلى أي:

$X \geq P(T_2) \geq Max(X - S_0, 0)$ و $X \geq P(T_1) \geq Max(X - S_0, 0)$

وتعتبر هذه الصفة من أهم الصفات التي تميز عقد خيار البيع الأمريكي عن عقد خيار البيع الأوربي كما سنرى في الفقرة اللاحقة.

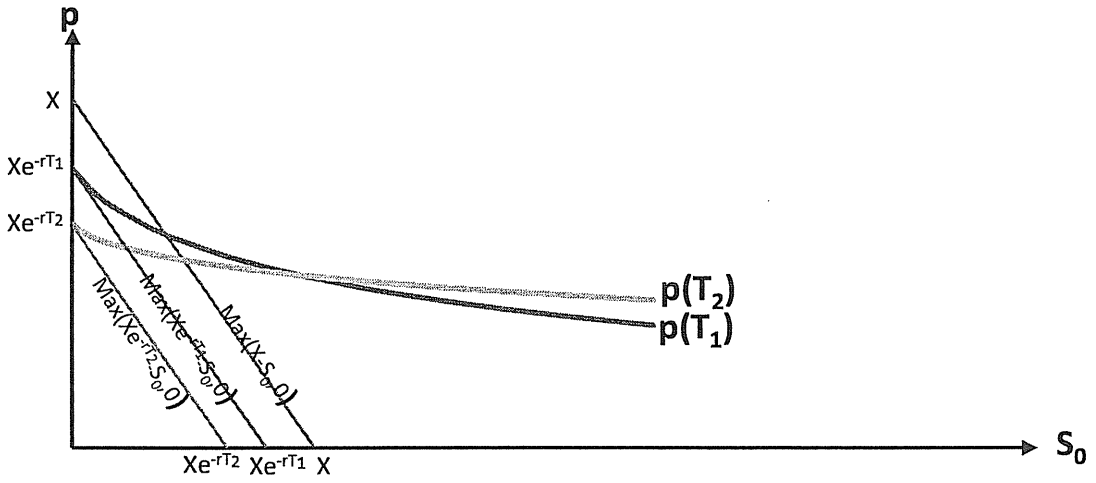
2- إن سعر العقد ذو تاريخ الانقضاء الأطول هو الأعلى سعراً أي:

$P(T_2) \geq P(T_1)$.

أما بالنسبة لخيار البيع الأوربي فلا نستطيع الجزم بأن عقد خيار البيع الأطول زمناً هو صاحب السعر الأعلى، ذلك لان اقتراب سعر السهم من الصفر سيجعل وفق قاعدة الحد الأعلى $p \leq Xe^{-rT}$ وبالتالي وبالنظر إلى المتراجحة السابقة نستطيع أن نلاحظ بسهولة أن انخفاض T سيؤدي إلى ازدياد سعر عقد الخيار، ليتأكد بذلك أنه وفي هذه النقطة بالذات أي عندما $p \to$ deep in the money سيكون $p(T_2) \leq p(T_1)$.

ولتوضيح الحد الأدنى والأعلى وتأثير الوقت على خيار البيع الأوربي نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (5،2)



حيث:

$Max(X - S_0, 0)$: القيمة المكافئة لعقد خيار البيع.

$Max(Xe^{-rT_1} - S_0, 0)$:الحد الأدنى لسعر عقد خيار البيع الأوربي والذي تاريخ انقضاءه T_1.

$Max(Xe^{-rT_2} - S_0, 0)$:الحد الأدنى لسعر عقد خيار البيع الأوربي والذي تاريخ انقضاءه T_2.

Xe^{-rT_1} : الحد الأعلى لسعر عقد خيار البيع الأوربي والذي تاريخ انقضاءه T_1.

Xe^{-rT_2}: الحد الأعلى لسعر عقد خيار البيع الأوربي والذي تاريخ انقضاءه T_2.

بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ :

1- إن سعر العقد محصور بين حديه الأدنى والأعلى أي:

$Xe^{-rT_1} \geq p(T_1) \geq Max(Xe^{-rT_1} - S_0, 0)$ و $Xe^{-rT_2} \geq p(T_2) \geq Max(Xe^{-rT_2} - S_0, 0)$

ولكن ليس بالضرورة أن يكون أعلى من القيمة المكافئة، ليتوضح بذلك الفرق بين عقد خيار البيع الأوربي والأمريكي.

2- إن سعر عقد خيار البيع الأوربي ذو تاريخ الانقضاء الأطول ليس بالضرورة أن يكون هو صاحب السعر الأعلى، إذ تظهر الصورة جلية وذلك عندما deep in the money $\rightarrow$ p.

3-5 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار الشراء[1]:

إن عقود خيار الشراء المتماثلة والمختلفة فقط بسعر التنفيذ يكون أدناها سعر تنفيذ أعلاها سعراً وذلك بالنسبة لخيار الشراء الأمريكي والأوربي على حد السواء أي:

$$c(X_2) \leq c(X_1) \quad \text{و} \quad C(X_2) \leq C(X_1) \quad \text{طبعاً} \quad (X_1) < (X_2).$$

ولتوضيح ما سبق سنقوم ببناء محفظتين إحداها تحوي على خيارا شراء أوربيان بمركزان مختلفان الأول مركز مشتري لـــ $c(X_1)$ والثاني مركز محرر لـــ $c(X_2)$، والمحفظة الثانية تحوي على أصل عديم الخطر قيمته الاسمية $X_2 - X_1$ ومتفق مع طول فترة العقد.

ومن اجل المقارنة بين التدفقات النقدية لكلا المحفظتين نقدم الجدول التالي، ولكن ينبغي الإشارة إلى أن بناء المحفظة الأولى يكفي لإثبات المطلوب ولكن تم بناء المحفظة الثانية لغاية سندركها لاحقاً.

الجدول رقم (3،2)

		قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :		
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_T < X_1$	$X_1 \leq S_T < X_2$	$X_1 < X_2 \leq S_T$
المحفظة الأولى	$c(X_1) - c(X_2)$	0	$S_T - X_1$	$S_T - X_1$
		0	0	$-S_T + X_2$
		0	$S_T - X_1 \geq 0$	$X_2 - X_1 > 0$
المحفظة الثانية	$(X_2 - X_1)e^{-rT}$	$X_2 - X_1 > 0$	$X_2 - X_1 > 0$	$X_2 - X_1 > 0$

بالنظر إلى الجدول السابق نلاحظ أن التدفقات النقدية عند تاريخ الانقضاء بالنسبة للمحفظة الأولى أكبر أو تساوي الصفر، وبالتالي القيمة الحالية لهذه التدفقات ستكون موجبة ومنه:

$$c(X_1) - c(X_2) \geq 0 \Rightarrow c(X_1) \geq c(X_2)$$

وبمقارنة تدفقات المحفظة الأولى مع تدفقات المحفظة الثانية نستطيع أن نلاحظ بسهولة أن تدفقات المحفظـــة الثانية عند تاريخ الانقضاء ≤ تدفقات الأولى وبالتالي ستكون تكلفتها≤ تكلفة المحفظة الأولى أي:

$$(X_2 - X_1)e^{-rT} \geq c(X_1) - c(X_2)$$

وبما أن:

$$X_2 - X_1 \geq (X_2 - X_1)e^{-rT} \Rightarrow (X_2 - X_1) \geq c(X_1) - c(X_2).$$

[1] - انظر في ذلك :

-Don Chance and Robert Brooks, Ibid, pp62-65.

وأخيراً إن حدوث خلل فيما سبق سوءاً بالنسبة للمحفظة الأولى أي إذا كان $c(X_1) \leq c(X_2)$ أو بالنسبة للمحفظتين أي إذا كان $(X_2 - X_1)e^{-rT} \leq c(X_1) - c(X_2)$ فإن فرص المراجحة ستظهر ليتم تحقيق مكاسب مالية لن تستمر طويلاً ليعود الوضع كما سبق.

وما ينطبق على الخيار الأوربي ينطبق الخيار الأمريكي مع الانتباه إلى أن:

$$(X_2 - X_1) \geq C(X_1) - C(X_2)$$

وذلك لان:

$$(X_2 - X_1)e^{-rT} \geq C(X_1) - C(X_2)$$

ليست صحيحة دوماً بسبب إمكانية التنفيذ المبكر للخيار الأمريكي والتي يمكن أن تجعل تدفقات المحفظة الأولى عند تاريخ الانقضاء أعلى من تدفقات المحفظة الثانية وبالتالي من البديهي أن تكون تكلفتها أعلى.

ولتوضيح الفكرة نعود للجدول السابق ونفترض أن الخياران قد نفذا في اللحظة t حيث $T > t$ لتحقق المحفظة الأولى أعلى تدفق لها وهو $X_2 - X_1$.

الآن إذا تم استثمار $X_2 - X_1$ في أصل عديم الخطر لفترة تتوافق مع فترة الانقضاءT، فان تدفقات المحفظة الأولى ستصبح: $(X_2 - X_1)e^{+r(T-t)}$.

وهي أعلى من تدفقات المحفظة الثانية وبالتالي نصل إلى المطلوب وهو إثبات عدم صحة المتراجحة السابقة.

ولكن إذا كانت القيمة الاسمية للمحفظة الثانية هي $(X_2 - X_1)e^{+rT}$ فان تدفقات المحفظة الأولى لن تتجاوز تدفقات المحفظة الثانية عند تاريخ الانقضاء وبالتالي ستكون القيمة الحالية للمحفظة الثانية أكبر أو تساوي القيمة الحالية للمحفظة الأولى أي صحة المتراجحة $(X_2 - X_1) \geq C(X_1) - C(X_2)$ دوماً.

5-4 اثر سعر التنفيذ على سعر خيار البيع[1]:

بالنسبة لخيارات البيع المتماثلة والمختلفة فقط بسعر التنفيذ يمكن بسهولة التوصل إلى أن:

$$P(X_1) \leq P(X_2) \text{ و } p(X_1) \leq p(X_2)$$

وبالنسبة للخيار الأوربي يكون:

$$(X_2 - X_1)e^{-rT} \geq p(X_2) - p(X_1)$$

ومنه طبعاً:

$$(X_2 - X_1) \geq p(X_2) - p(X_1)$$

ومن اجل ذلك نقدم جدول التدفقات لكلا المحفظتين ودون التطرق لتفسيره طالما يمكن وبالاعتماد على الجدول السابق الوصول للمطلوب.

---

[1] - انظر في ذلك:

-Don Chance and Robert Brooks, Ibid, pp75-76.

الجدول رقم (4،2)

		قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :		
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_T < X_1$	$X_1 \leq S_T < X_2$	$X_1 < X_2 \leq S_T$
المحفظة الأولى	$p(X_2) - p(X_1)$	$X_2 - S_T$	$X_2 - S_T$	0
		$+S_T - X_1$	0	0
		$X_2 - X_1 > 0$	$X_2 - S_T > 0$	0
المحفظة الثانية	$(X_2 - X_1)e^{-rT}$	$X_2 - X_1 > 0$	$X_2 - X_1 > 0$	$X_2 - X_1 > 0$

وما ينطبق على خيار الشراء الأمريكي ينطبق على خيار البيع الأمريكي أي أن:

$$(X_2 - X_1) \geq P(X_2) - P(X_1)$$

وذلك لأن: $(X_2 - X_1)e^{-rT} \geq P(X_2) - P(X_1)$ غير صحيحة دوماً لإمكانية التنفيذ المبكر لخيار البيع الأمريكي، طبعاً يمكن استنتاج ذلك بسهولة كما ناقشنا في خيار الشراء الأمريكي.

وأخيراً ضمن هذا القسم يجب الإشارة إلى أن هناك محددات أخرى لسعر العقد ومنها التوزيعات النقدية وسعر الفائدة وتباين عوائد سعر سهم ولكن طالما سيتم التعمق فيها لاحقاً فلا داعي لتناولها الآن.

6- مساواة خيار الشراء والبيع[1].

تعتبر علاقة مساواة خيار الشراء والبيع من أهم العلاقات التي تربط بين عقد خيار الشراء الأوربي بعقد خيار البيع الأوربي وذلك لعقود الخيار المتماثلة (بتاريخ الانقضاء، سعر التنفيذ والأصل المالي المعقود عليه الخيار).

أما عن علاقة المساواة فهي: $p + S_0 = c + Xe^{-rT}$

ولإثبات صحة هذه المساواة سنقوم ببناء محفظتين الأولى تحوي على أصل مالي عديم الخطر قيمته الاسمية X وخيار الشراء c، والثانية تحوي على الأصل المالي المعقود عليه عقد الخيار S_0 وخيار البيع p، والمركز على كلا العقدين هو مركز مشتري للعقد.

وللمقارنة بين التدفقات النقدية لكلا المحفظتين نقدم الجدول التالي:

[1] - انظر في ذلك :

John . C . Hull, Ibid, pp174-179.

Robert . E . Whaley, Derivatives Market valuation and Risk management, John Wiley, 2006, pp188-190 .

الجدول رقم (5،2)

		قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :	
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_T \leq X$	$X < S_T$
المحفظة الأولى	$c + Xe^{-rT}$	X	$S_T - X + X = S_T$
المحفظة الثانية	$p + S_0$	$X - S_T + S_T = X$	S_T

بالنظر إلى الجدول السابق نلاحظ أن التدفقات النقدية متماثلة لكلا المحفظتين عند تاريخ الانقضاء وبالتالي القيمة الحالية لهذه التدفقات ستكون متساوية وإلا ظهرت فرص المراجحة، ومنه نكون قد توصلنا إلى المطلوب.

أما بالنسبة للخيار الأمريكي فان إمكانية التنفيذ المبكر للعقد سواءً كان عقد خيار شراء في حال وجود توزيعات نقدية أو خيار بيع تجعل تلك المساواة غير صحيحة، ولكن يمكن التوصل إلى متراجحة تربط بين عقد خيار الشراء الأمريكي وعقد خيار البيع الأمريكي وهي:

$$S_0 - X \leq C - P \leq S_0 - Xe^{-rT}$$

ولإثبات صحة هذه المتراجحة سنقوم ببناء ثلاثة محافظ، الأولى تحوي على أصل مالي عديم الخطر قيمته الاسمية X وخيار الشراء C، والثانية تحوي على الأصل المالي المعقود عليه عقد الخيار S_0 وخيار البيع P، والثالثة تحوي على أصل مالي عديم الخطر قيمته الاسمية Xe^{+rT} وخيار الشراء C والمركز على كل العقود هو مركز مشتري للعقد.

وللمقارنة بين التدفقات النقدية للمحافظ نقدم الجدول التالي.

الجدول رقم (6،2)

		التنفيذ المبكر في اللحظة t عندما❖:	قيمة المحفظة عند تاريخ الانقضاء عندما :	
	القيمة الحالية للمحفظة	$S_t \leq X$	$S_T \leq X$	$X < S_T$
المحفظة الأولى	$C + Xe^{-rT}$	$Xe^{-r(T-t)}$	X	$S_T - X + X = S_T$
المحفظة الثانية	$P + S_0$	$X - S_t + S_t = X$	$X - S_T + S_T = X$	S_T
المحفظة الثالثة	$C + X$	⊛Xe^{+rt}	Xe^{+rT}	$S_T - X + Xe^{+rT} = S_T + \varepsilon$

❖ - التنفيذ المبكر سيكون فقط لعقد خيار البيع ذلك لأن عقد خيار الشراء الأمريكي في حال عدم وجود توزيعات لن ينفذ.

⊛- يمكن أن يكون التنفيذ مباشر وذلك في حال انخفاض سعر السهم بشكل كبير بحيث يجعل التنفيذ ممكن بعد إبرام العقد مباشرة وبالتالي: $Xe^{+rt} \approx X$

بمقارنة التدفقات النقدية للمحفظة الثانية والثالثة عند تاريخ الانقضاء وتاريخ التنفيذ نستنتج أن تدفقات المحفظة الثالثة أكبر أو تساوي تدفقات المحفظة الثانية وبالتالي القيمة الحالية لها ستكون أكبر أو تساوي القيمة الحالية للمحفظة الثانية ومنه:

$$S_0 + P \leq C + \mathrm{X} \Longrightarrow S_0 - \mathrm{X} \leq C - P$$

وبمقارنة التدفقات النقدية للمحفظة الثانية والأولى عند تاريخ الانقضاء وتاريخ التنفيذ نستنتج أن تدفقات المحفظة الثانية أكبر أو تساوي تدفقات المحفظة الأولى وبالتالي القيمة الحالية لها ستكون أكبر أو تساوي القيمة الحالية للمحفظة الأولى ومنه:

$$S_0 + P \geq C + Xe^{-rT} \Longrightarrow S_0 - Xe^{-rT} \geq C - P$$

بالربط بين المقارنتين السابقتين نحصل على المطلوب وهو:

$$S_0 - \mathrm{X} \leq C - P \leq S_0 - Xe^{-rT}$$

وأخيراً ضمن هذا القسم ينبغي التنويه أنه إذا كان هناك توزيعات نقدية على السهم ضمن حياة الخيار فان مساواة خيار الشراء والبيع الأوربي تصبح :

$$p + S_0 - \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{D_i e^{-rt_i}} = c + Xe^{-rT}$$

ومتراجحة خيار الشراء والبيع الأمريكي تصبح :

$$S_0 - \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{D_i e^{-rt_i}} - \mathrm{X} \leq C - P \leq S_0 - Xe^{-rT}$$

المبحث الثاني

نموذج باينوميال لتسعير الخيارات على الأسهم

مقدمة:

إن عقود الخيار هي عقود مشتقة من الأصل المعقودة عليه، لذلك ينبغي لتسعير الخيارات على الأسهم معرفة سعر السهم في المستقبل، وطالما أن فترة الانقضاء لعقد الخيار هي فترة تنطوي على حالة عدم تأكد لما يمكن أن يكون عليه سعر السهم في لحظة الانقضاء، لذلك ومن البديهي أن تكون عملية تسعير الخيارات على الأسهم تخضع لنظرية الاحتمالات المرافقة لحركة سعر السهم، وفي هذا الصدد تبلورت جهود العلماء في القرن الماضي لاتخاذ إحدى المدخلين التاليين[♦]:

1- المدخل الأول: اعتبار سعر السهم متغير عشوائي متقطع يتبع إحدى التوزيعات الاحتمالية المتقطعة.

2- المدخل الثاني: اعتبار سعر السهم متغير عشوائي مستمر يتبع إحدى التوزيعات الاحتمالية المستمرة.

أما عن المدخل الأول فيعتبر وليم شارب عام 1978 أول من استخدم توزيع باينوميال والذي يعتبر إحدى التوزيعات الاحتمالية المتقطعة كطريقة لشرح آلية تسعير الخيارات، ولكن على الرغم من جهود وليم شارب إلا أن تطوير هذا المدخل كان على يد العلماء كوكس وروس وروبينشتين عام 1979 حتى أن النموذج يعرف الآن باسمهم واختصاره CRR[1].

ويعتبر هذا النموذج هو النموذج الملهم لباقي النماذج التي استعملت شجرة باينوميال من بعدهم، هذا ناهيك عن النماذج التي استعملت توزيع Trinomial وتوزيع بواسون، ونذكر في هذا الصدد نموذج Jarrow and Rudd عام 1983، نموذج Boyle عام 1986، نموذج Leisen and Reimer عام 1996، نموذج Eagewarth عام 1998، نموذج Tian عام 1999 ونموذج Figlewski and Gao عام 1999[2].

على الرغم من كثرة النماذج التي استخدمت توزيع باينوميال كتوزيع احتمالي لتحركات سعر السهم ولكن السؤال الذي يتبادر للذهن هل أن تحركات سعر السهم محددة بحالتين أو حتى ثلاث كما في نموذج باينوميال أو حتى نموذج Trinomial ؟

الإجابة على هذا السؤال ستكون بعد نهاية المبحث، أما عن المدخل الثاني فسيتم الحديث عنه لاحقاً عند التطرق للتوزيعات المستمرة وللنماذج التي تبنت هذا المدخل وفي مقدمتها نموذج بلاك وشولز وميرتون.

♦ الإطلاع على التوزيعات الاحتمالية انظر:

1- أنيس إسماعيل كنحو، الإحصاء والاحتمال، الرياض، الطبعة الأولى، 2000، ص231-373 .

2- صلاح أحمد، الاحتمالات، جامعة دمشق، كلية العلوم، 1981، ص114-218.

3- خالد زهدي خواجة، أساسيات الاحتمالات، المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية، ص111-200.

[1]- Robert. L . McDonald, Derivatives market, 2th edition, 2006, pp313 .

[2]- Fabrice Douglas Rouah and Gregory VainBerg, option pricing Models and volatility, John Wiley, 2007, pp70-92.

1- فكرة النموذج وفرضياته:

تقوم فكرة النموذج الثنائي لتسعير الخيارات (CRR) على إمكانية بناء محفظة تشمل على عقد خيار شراء وأصل مالي آخر تدفقاتهما النقدية متماثلة غير أنهما يسيران في اتجاهين متعاكسين بحيث يلغي الارتفاع في إحداها الانخفاض في الأخر[1].

ولتصبح الفكرة قابلة للتطبيق هناك عدة فرضيات:

1- الخيار هو خيار شراء ومن النوع الأوربي ولكن هذا لا يعني عدم القدرة على تطبيق الفكرة على الخيار الأمريكي أو حتى خيار البيع لكن ذلك من أجل تسيير التحليل صعوداً ضمن المبحث.

2- لا توجد تكلفة للمعاملات أي أن شراء وبيع الأسهم يتم بحرية مطلقة كذلك الأمر بالنسبة لشراء أو تحرير عقود الخيار ضمن سوق المشتقات وكل ذلك للمحافظة على العائد الذي تحققه المحفظة التي سيتم بناءها لاحقاً.

3- القدرة على الإقراض والاقتراض عند معدل العائد الخالي من المخاطرة وبحرية مطلقة.

4- السهم المعقود عليه الخيار لا يملك توزيعات نقدية ويعتبر هذا الفرض غير مهم كما سنرى لاحقاً.

5- غياب فرص المراجحة في السوق وذلك من خلال وضع الشرط التالي:

$$u > e^{rh} > d$$

حيث:

u: (1+ معدل الأرباح الرأسمالية الناتجة عن ارتفاع السهم)

d : (1- معدل الخسائر الرأسمالية الناتجة عن انخفاض سعر السهم)

$$e^{rh} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nh} \quad , \quad 0 < d < 1 < u$$

r : معدل العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر السنوي.

$h = \frac{T}{n}$: طول الفترة الزمنية.

T : فترة انقضاء الخيار معبراً عنها بأجزاء من السنة.

n : عدد الفترات ضمن حياة الخيار المرافقة لارتفاع أو انخفاض سعر السهم.

ويعتبر هذا الشرط مهم جداً وإلا فإنه في حال كان $u \leq e^{rh}$ سيتم تحقيق مكاسب خالية من المخاطرة وذلك من خلال بيع السهم بشكل مسبق واستثمار الأموال في سند خالي من المخاطرة لفترة زمنية تتوافق مع حياة الخيار، أو إذا كان $d \geq e^{rh}$ سيتم الإقتراض بمعدل العائد الخالي من المخاطرة لشراء السهم[2].

2- نموذج باينوميال لفترة واحدة:

في نموذج باينوميال لفترة واحدة يُفترض أن سعر السهم يرتفع أو ينخفض لمرة واحدة ضمن فترة حياة الخيار ومن ثم بناء على ذلك يتم حساب القيمة العادلة النظرية لعقد الخيار والتي يجب أن يتم التداول بها في السوق، ولكن يجب أن نأخذ بعين الاعتبار أن ذلك مجرد خطوة تمهيدية يتم من خلالها فهم فكرة النموذج ليتم

---

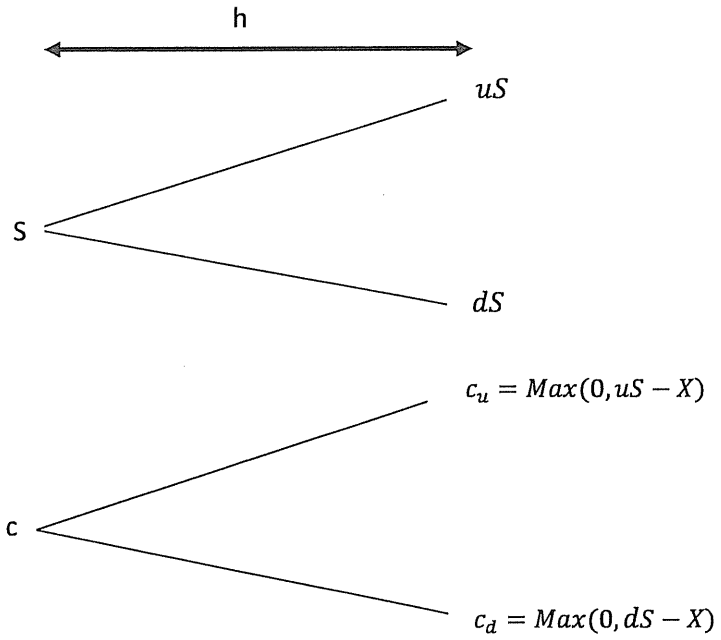
[1]- انظر في ذلك:

-J. COX ,S. Ross and M. Rubinstein, Option Pricing, Journal of financial economics, 1979, pp 129-263.

[2]-Prasad Chalasani and Sonesh. Jh A , Stochastic calculus and Finance, Steven E . Shreve, 1993, pp13.

الانتقال من بعدها إلى الخطوات التالية وهي تسعير الخيار في ظل ارتفاعات وانخفاضات متعددة لسعر السهم ضمن حياة الخيار، ولتوضيح ذلك نورد الشكل التالي:

الشكل رقم (2-6)



الآن للوصول إلى سعر العقد أو القيمة العادلة النظرية له وذلك باستخدام النموذج الثنائي نعود لفكرة النموذج وهي بناء المحفظة المغطاة والتي تتألف من شراء جزء من السهم❖، بأموال مقترضة بسعر فائدة يعادل معدل العائد الخالي من المخاطرة بتاريخ استحقاق هو ذاته تاريخ الانقضاء للخيار وتحرير عقد خيار شراء واستخدام حصيلته والتي هي موضع اهتمامنا في ذلك.

ومن أجل الحصول على المحفظة المغطاة أي الحصول على تدفقات نقدية متماثلة للمحفظة بغض النظر عن ارتفاع أو انخفاض سعر السهم ينبغي تحديد ما يسمى بنسبة التغطية ولنرمز لها بـ Δ أي عدد العقود المراد تحريرها مقابل الأسهم التي سيتم شراؤها وتحديد الأموال المقترضة ولنرمز لها بـ B لتمويل باقي الصفقة.

عند تاريخ الانقضاء ستكون التدفقات النقدية للمحفظة ممثلة بالمعادلتين التاليتين:

$$\Delta dS + Be^{rh} = c_d \qquad (1)$$

$$\Delta uS + Be^{rh} = c_u \qquad (2)$$

بحل جملة المعادلتين من أجل Δ , B نحصل على المحفظة المغطاة

$$\Delta = \frac{c_u - c_d}{uS - dS} \qquad (3)$$

وبتعويض Δ في إحدى المعادلتين (1) أو (2)

$$Be^{rh} = c_d - \Delta\, dS$$

❖ - نحن نعلم أنه في السوق المالي لا يوجد ما يسمى بشراء جزء من السهم ولكن طالما حجم العقد يحتوي على 100 سهم بالتالي هذه المشكلة سيتم التخلص منها بسهولة.

$$Be^{rh} = c_d - \frac{c_u - c_d}{uS - dS}\ dS$$

$$Be^{rh} = \frac{uS \cdot c_d - dS \cdot c_d - c_u \cdot dS + c_d \cdot dS}{uS - dS}$$

$$B = e^{-rh}\ \frac{uc_d - dc_u}{u - d} \qquad (4)$$

وأخيراً طالما أن التدفق النقدي في المعادلتين (*1*) و (*2*) متساوي فمنه نستنتج أن تكلفتها ستكون متساوية وإلا أصبح هناك خلل وظهرت فرص المراجحة كما سنرى لاحقاً، بعبارة أخرى قيمة المحفظة ستكون مساوية للقيمة العادلة للخيار ومنه:

$$c = \Delta S + B \qquad (5)$$

وبتعويض Δ ، B في المعادلة (*5*) نحصل على:

$$c = \frac{c_u - c_d}{uS - dS}\ .s + e^{-rh}.\frac{uc_d - dc_u}{u - d}$$

بالفك والإصلاح

$$c = \frac{\frac{e^{rh}(c_u - c_d) + uc_d - dc_u}{u-d}}{e^{rh}}$$

$$^{1}\ c = \frac{c_u\left(\frac{e^{rh}-d}{u-d}\right) + c_d\left(\frac{u-e^{rh}}{u-d}\right)}{e^{rh}} \qquad (6)$$

قبل الشروع بتفسير المعادلة رقم (*6*) نُقدم مدخل آخر للوصول إليها[5]، وهو بناء محفظة مغطاة خالية من المخاطرة مكونة من أسهم وخيارات وتدعى هذه المحفظة محفظة التحوط(*hedge portfolio*)، وطالما هذه المحفظة خالية من المخاطر فلن يزيد معدل العائد عليها على معدل العائد الخالي من المخاطرة.

القيمة الحالية للمحفظة هي قيمة الأسهم مطروحاً منها قيمة الخيار الذي يتم تحريره، فإذا رمزنا للقيمة الحالية للمحفظة بالرمز (V) فيكون:

$$(1)\quad V = \Delta S - c$$

بالنظر إلى هذه المحفظة نلاحظ أنه لتكوينها ينبغي شراء ΔS وإقفال جزء من هذه القيمة بتحرير خيار شراء. عند تاريخ انقضاء قيمة المحفظة ستكون إما V_u إذا ارتفع سعر السهم أو V_d إذا انخفض سعر السهم ومنه:

$$(2)\quad V_u = \Delta uS - c_u$$

$$(3)\quad V_d = \Delta dS - c_d$$

---

[1] انظر في ذلك:

-Fred .D. Arditti, Ibid, pp42-50 .
-Robert L. McDonald, Ibid, pp 341-318.

[5] انظر في ذلك:

-Prasad Chalasani and Sonesh Jhr, Ibid, pp 11-16.
-John C . Hull, Ibid, 2006, pp200-203.

بحل جملة المعادلتين السابقتين يمكن الحصول على نسبة التغطية Δ والتي تجعل التدفقات النقدية للمحفظة متساوية وذلك بغض النظر عن ارتفاع أو انخفاض سعر السهم ومنه:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{us - ds} \quad (4) \qquad \text{و} \qquad V_u = \mathrm{V_d}$$

وأخيراً طالما التدفقات النقدية للمحفظة متماثلة بغض النظر عن حركة سعر السهم فإن المحفظة V هي محفظة مغطاة خالية من المخاطر وبالتالي ستنمو بمعدل العائد الخالي من المخاطرة وإلا سيكون هناك فرص للمراجحة كما سنرى لاحقاً.

الآن نستطيع أن نكتب :

$$V\, e^{rh} = V_u = \mathrm{V_d} \quad (5)$$

وبتعويض (1)، (2) في (5) نحصل على:

$$(\Delta S - c)\, e^{rh} = \Delta uS - C_u$$

بتعويض(4) نحصل على:

$$\left[\frac{C_u - C_d}{uS - dS} \cdot S - c\right] \mathrm{e^{rh}} = \frac{C_u - C_d}{us - ds} \cdot uS - C_u$$

بالفك والإصلاح نحصل على:

$$\left[\frac{C_u - C_d}{u-d} - \mathrm{c}\right] \cdot \mathrm{e^{rh}} = \frac{C_u - C_d}{u-d} \cdot u - C_u$$

$$-c = \frac{\frac{C_u - C_d}{u-d} \cdot u - C_u}{\mathrm{e^{rh}}} - \frac{C_u - C_d}{u-d}$$

$$c = \frac{\left(\frac{C_d - C_u}{u-d}\right) \cdot u + C_u}{\mathrm{e^{rh}}} + \frac{C_u - C_d}{u-d}$$

$$c = \frac{\left(\frac{C_d - C_u}{u-d}\right) u + C_u + \left(\frac{C_u - C_d}{u-d}\right) \cdot \mathrm{e^{rh}}}{\mathrm{e^{rh}}}$$

$$c = \frac{C_d \cdot \mathrm{u} - \mathrm{u}C_u + \mathrm{u}C_u - dC_u + \mathrm{e^{rh}} \cdot C_u - \mathrm{e^{rh}} \cdot C_d}{\frac{u-d}{\mathrm{e^{rh}}}}$$

$$c = \frac{C_u \left(\frac{e^{rh} - d}{u-d}\right) + C_d \left(\frac{\mathrm{u} - \mathrm{e^{rh}}}{u-d}\right)}{\mathrm{e^{rh}}}$$

وهي نفس المعادلة الناتجة رقم (6)

تفسير النموذج: نلاحظ من خلال المعادلة (5) $c = \Delta S + B$

إن سعر الخيار العادل يتحدد بمعرفة (Δ, B) وبالتالي لم يتم استخدام الاحتمالات الحقيقية لارتفاع أو انخفاض سعر السهم، ومنه نستنتج أن الاحتمالات الحقيقية لارتفاع أو انخفاض سعر السهم غير مرتبطة بتسعير الخيار، ولكن على الرغم من ذلك وبالنظر إلى المعادلة رقم (6) نلاحظ أن:

$$\frac{u-e^{rh}}{u-d} > 0 \quad , \quad \frac{e^{rh}-d}{u-d} > 0$$

$$\frac{e^{rh}-d}{u-d} + \frac{u-e^{rh}}{u-d} = 1$$ و

الآن إذا استخدمنا الملاحظة السابقة وترجمنها رياضياً نحصل على تفسير احتمالي لارتفاع أو انخفاض سعر السهم.

بترميز الملاحظة السابقة أي $P^* = \frac{e^{rh}-d}{u-d}$, $1 - P^* = \frac{u-e^{rh}}{u-d}$

وبالتعويض في المعادلة رقم (6) نحصل على:

$$(7) \qquad c = \frac{P^* c_u + (1-P^*) c_d}{e^{rh}}$$

ومنه سعر الخيار العادل هو دالة للمتغيرات (P^* , c_d , c_u) والذي يتم تحديدهم بمعرفة سعر السهم S، وسعر التنفيذ X، معدل العائد الخالي من المخاطرة السنويr، ارتفاع سعر السهم u، انخفاض سعر السهم d، أما عن تحديد (u , d) سوف نتطرق للنماذج الرياضية لاحقاً والتي أعطت معادلات يتم باستخدامها حساب ذلك ومنها نموذج *CRR*، نموذج *F.G*، نموذج *J.R*، نموذج *L.R* ....

بالعودة للمعادلة رقم (7) نلاحظ أن هذه المعادلة تملك مظهر القيمة المتوقعة المخصومة بمعدل خصم، ولكن الغريب أن معدل الخصم المستخدم هو معدل العائد الخالي من المخاطرة، لكن نحن نعلم أن المخاطرة المرافقة لعقود الخيار هي أعلى من المخاطرة المصاحبة لشراء السهم نفسه فما بالك بالأصل عديم المخاطرة.

الإجابة ببساطة هو أن P^* ليس الاحتمال الحقيقي لارتفاع سعر السهم بل هو احتمال ارتفاع سعر السهم على فرض أن العالم محايد للمخاطرة ويسمى بالاحتمال المحايد للمخاطرة، فما هو العالم المحايد للمخاطرة ؟

العالم المحايد للمخاطرة[1]: هو العالم الذي يكون فيه جميع المستثمرون متساوين بالحساسية تجاه المخاطرة أي بعبارة أخرى لن يكون هناك مايسمى بعلاوة المخاطرة وبالتالي العوائد المتوقعة لجميع الأوراق المالية ستكون بالضبط هي العائد الخالي من المخاطرة فإذا استخدمنا P^* , $1 - P^*$ كاحتمالات لارتفاع وانخفاض سعر السهم ستكون القيمة المتوقعة لسعر السهم هي:

$$\mathrm{E}(S_T) = P^* uS + (1-P^*)dS$$
$$\mathrm{E}(S_T) = P^* uS - P^* dS + \mathrm{d}S$$

بتعويض P^* بقيمتها:

$$\mathrm{E}(S_T) = P^* S(u-d) + dS$$

[1] - انظر في ذلك :

-John .C. Hull, Ibid, pp103-105.

$$\mathrm{E}\,(S_T) = \left(\frac{e^{rh}-d}{u-d}\right) \mathrm{S}\,(\mathrm{u}-\mathrm{d}) + \mathrm{dS}$$

$$\mathrm{E}\,(S_T) = S\,e^{rh} - dS + dS \Rightarrow \mathrm{E}\,(S_T) = S\,e^{rh}$$

وهذا يؤكد ما سبق شرحه ولكن على الرغم من ذلك إلا أن العالم الحقيقي هو عالم كاره للمخاطرة وبالتالي سيكون العائد المطلوب من قبل المستثمرون لشراء السهم أعلى من العائد الخالي من المخاطرة ذلك لان الأسهم بطبيعتها أصول خطرة لن يقدم المستثمرون على شراؤها دون الحصول على علاوة مقابل تحمل هذه المخاطرة.

بعد التقديم السابق قد يُثار التساؤل لماذا استخدم العلماء كوكس وروس وروبينشتين مدخل العالم المحايد للمخاطرة في بناء النموذج والذي عبرنا عنه بالمعادلة رقم (7)، هذا بالإضافة إلى استخدام النماذج التي أتت من بعده هذا المدخل.

بالعودة للتساؤل السابق وإعادة صياغته على الشكل التالي هل أن استخدام الاحتمالات الحقيقية لارتفاع وانخفاض سعر السهم أي استخدام العالم الحقيقي (الكاره للمخاطرة) غير ممكن أو قد يعطي نتائج مختلفة للنموذج ؟

للإجابة على هذا التساؤل سنُقدم مدخل رياضي ومالي قد يكون من الوهلة الأولى معقد إلا أنه ضروري جداً لفهم النموذج وإدراك مدى تكامله.

إن القيمة المتوقعة لسعر السهم باستخدام العالم الحقيقي هي:

$$\mathrm{E}\,(S_T) = PuS + (1-P)dS = S\mathrm{e}^{\alpha \mathrm{h}}$$

حيث $P\,, 1-P$ الاحتمالات الحقيقية لارتفاع وانخفاض سعر السهم، α معدل العائد المتوقع للسهم وهو طبعاً أكبر من r ذلك لأن الأسهم من الأصول الخطرة والتي يتضمن عائدها المتوقع بالإضافة إلى معدل العائد الخالي من المخاطرة علاوة مخاطرة ويتم حساب α باستخدام إحدى النماذج الرياضية والتي منها على سبيل المثال *CAPM*، وهو موديل تسعير الأصول المالية والذي يمكن استخدامه للتنبؤ بعائد السهم المتوقع.

بالعودة للمعادلة السابقة يمكن الحصول على سعر السهم S وذلك بخصم المعادلة بمعدل الخصم α ولكن هل يصلح هذا المعدل لخصم المعادلة رقم (7) وذلك بعد استخدام الاحتمالات الحقيقية لارتفاع وانخفاض سعر السهم أي هل يمكن أن تكون المعادلة رقم (7) هي:

$$c = \frac{P\,c_u + (1-P)\,c_d}{e^{\alpha h}}$$

بالطبع هذه المعادلة غير صحيحة ذلك لأن مخاطر التعامل بعقود الخيار هي أعلى من مخاطر التعامل بالسهم ذاته، فمن البديهي أن يكون معدل العائد المتوقع لعقد الخيار أعلى من معدل العائد لشراء السهم ذاته ومن خلال الخطوات التالية سنستنتج ذلك.

لنرمز لمعدل العائد المتوقع على عقد الخيار ب β ومن خلال ما سبق $\alpha < \beta$

بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$(8) \quad c = \frac{P\,c_u + (1-P)\,c_d}{e^{\beta h}}$$

وهو نموذج لتسعير الخيار في ظل العالم الحقيقي ولكن للوصول إلى c نحتاج إلى خطوات عديدة وهي بالغة الصعوبة ومنها الحصول على P ، β

بالعودة إلى ما سبق ومن خلال المعادلة:

$$PuS + (1-P)dS = Se^{\alpha h}$$

بالفك والإصلاح:

$$Pu + d - Pd = e^{\alpha h}$$

$$P = \frac{e^{\alpha h} - d}{u-d} \quad , \quad 1 - P = \frac{u - e^{\alpha h}}{u-d}$$

وطالما $0 \le p \le 1$ هذا يعني أنه يجب أن يكون $u > e^{\alpha h} > d$

بقي أن نحسب β ؟

لحساب β سنعتمد على فكر المحافظ المالية[*].

فإذا عدنا للمعادلة رقم (5) $c = \Delta S + B$

بالنظر إلى هذه المعادلة يمكن القول بأنه طالما التدفقات النقدية لخيار الشراء والتدفقات النقدية للمحفظة المكونة من ΔS , B متساوية فإنه يمكن حساب معدل العائد المتوقع للخيار من خلال هذه المحفظة.

ببساطة نحن نعلم أن معدل العائد على أي محفظة مالية هو المتوسط المرجح لمعدل العوائد للأصول التي تحتويها هذه المحفظة فإذا استخدمنا العوائد المتوقعة نستطيع أن نكتب:

$$e^{\beta h} - 1 = \frac{\Delta S}{\Delta S + B}\left(e^{\alpha h} - 1\right) + \frac{B}{\Delta S + B}\left(e^{rh} - 1\right)$$

بالفك والإصلاح نحصل على:

$$(9) \quad e^{\beta h} = \frac{\Delta S}{\Delta S + B}\, e^{\alpha h} + \frac{B}{\Delta S + B}\, e^{rh}$$

بتعويض (9) في (8) نحصل على سعر الخيار في العالم الحقيقي

$$(10) \quad c = \frac{Pc_u + (1-p)\,c_d}{\frac{\Delta S}{\Delta S + B}\, e^{\alpha h} + \frac{B}{\Delta S + B}\, e^{rh}}$$

وأخيراً بعد الوصول إلى تسعير الخيار من خلال استخدام العالم الحقيقي والذي قدمناه من خلال المعادلة رقم (8) والتي هي نفسها المعادلة رقم (10) سنعود للتساؤل السابق وهو هل أن استخدام العالم المحايد للمخاطرة والمعبر عنه بالمعادلة رقم (7) نتائجه مختلفة عن المعادلة رقم (8) ؟

---

[*] - للاطلاع انظر :

Marek Capinski and Tomasz Zastawniak, Mathematics for Finance : An Introduction to Financial Engineering, 2003, pp91-122.

Edwin J. Elton and Others, Modern Portfolio and Investment analysis, 2002, pp44-129.

الإجابة سنقدمها بالبرهان الرياضي التالي:

بالانطلاق من المعادلة رقم (10)

$$c = \frac{Pc_u + (1-p)\,c_d}{\frac{\Delta S}{\Delta S + B}\, e^{\alpha h} + \frac{B}{\Delta S + B}\, e^{rh}}$$

بتبديل P بقيمتها ورفع المقام لأعلى نحصل على

$$c = \left(\frac{\Delta S + B}{\Delta S e^{\alpha h} + B e^{rh}}\right)\left[\left(\frac{e^{\alpha h} - d}{u - d}\right)c_u + \left(\frac{u - e^{\alpha h}}{u - d}\right)c_d\right]$$

بإخراج $\Delta S + B$ خارج القوسين والقيام بعملية إضافة وتجزئة ضمن القوس [ ] نحصل على:

$$c = (\Delta S + B)\left[\frac{1}{\Delta S e^{\alpha h} + B e^{rh}}\right]\left[\left(\frac{e^{rh} - d}{u - d}\right)c_u + \left(\frac{e^{\alpha h} - e^{rh}}{u - d}\right)c_u + \left(\frac{u - e^{rh}}{u - d}\right)c_d + \left(\frac{e^{rh} - e^{\alpha h}}{u - d}\right)c_d\right]$$

ولكن طالما:

$$\left(\frac{e^{\alpha h} - e^{rh}}{u - d}\right)c_u + \left(\frac{e^{rh} - e^{\alpha h}}{u - d}\right)c_d = (e^{\alpha h} - e^{rh})\frac{c_u - c_d}{u - d} = (e^{\alpha h} - e^{rh}) * \Delta S$$

و $\left(\frac{e^{rh} - d}{u - d}\right)c_u + \left(\frac{u - e^{rh}}{u - d}\right)c_d = ce^{rh}$

بالتعويض نحصل على:

$$c = (\Delta S + B)\left[\frac{1}{\Delta S e^{\alpha h} + B e^{rh}}\right][c\ .\ e^{rh} + (e^{\alpha h} - e^{rh})\ .\ \Delta S]$$

$$c = (\Delta S + B)\left[\frac{1}{\Delta S e^{\alpha h} + B e^{rh}}\right][(\Delta S + B)e^{rh} + (e^{\alpha h} - e^{rh})\ .\Delta S\ ]$$

$$c = (\Delta S + B)\left[\frac{1}{\Delta S e^{\alpha h} + B e^{rh}}\right][\Delta S e^{rh} + B e^{rh} + e^{\alpha h}\Delta S - e^{rh}\Delta S]$$

$$c = (\Delta S + B)$$

وهي نفسها المعادلة رقم (5) والتي هي نفسها المعادلة رقم (6) و (7).

بعد هذا التقديم الطويل والشاق نستنتج ما يلي:

1- طالما أن تسعير الخيار في ظل استخدام العالم المحايد للمخاطرة هو نفسه في ظل استخدام العالم الحقيقي فنظراً للصعوبة البالغة في استخدام العالم الحقيقي تم استخدام العالم المحايد للمخاطرة.

2- بالنظر للمعادلة رقم (8) نجد أن سعر الخيار هو دالة للمتغيرات β ,P ,c_u ,c_d والتي ينبغي لتحديدها معرفة سعر السهم S، سعر التنفيذ X، العائد الخالي من المخاطرة r، هذا ناهيك عن معرفة نسبة التغطية Δ، والأموال التي يجب اقتراضها B، ونحن نعلم أنه في العالم المحايد للمخاطرة يكفي لتسعير عقد الخيار فقط معرفة Δ ، B دون الحاجة لباقي التعقيدات.

3- بالنظر للمعادلة رقم (9) نستنتج الملاحظة الجديرة بالاهتمام وهي كما سنجد لاحقاً في توزيع باينوميال لفترتين أو أكثر أن β يتغير بتغير نسبة التغطية Δ والأموال المقترضة B وبالتالي سنضطر لحساب β في كل عُقدة ضمن شجرة باينوميال وهو أمر بالغ الصعوبة.

3- الخلل وعملية المراجحة ضمن نموذج الفترة الواحدة.

3-1 الخيار مسعر في السوق بأعلى مما يجب (Overpriced):

إذا كان الخيار مسعر في السوق بأعلى مما هو عليه فإن المحفظة V التي قمنا بتكوينها سابقاً ستولد عائد أعلى من العائد الخالي من المخاطرة أي: $Ve^{rh} < V_u = V_d$

وبالتالي إذا قام المستثمرون باقتراض قيمة المحفظة V عند معدل العائد الخالي من المخاطرة لتاريخ هو نفسه تاريخ انقضاء الخيار فإنه سيتم توليد مكاسب مالية دون تحمل أي تكاليف ذلك لأنه عند تاريخ الانقضاء سيتم سداد Ve^{rh} وقبض V_u وطالما $Ve^{rh} < V_u$ وبالتالي سيتم تحقيق مكاسب مالية بهذا الفرق

المكاسب المالية $= V_u - Ve^{rh}$

ولكن طالما أن السوق كفؤ سيدرك المستثمرون هذه الفرصة ومنه ستعمل قوى العرض والطلب على عقد الخيار بعودة سعره إلى السعر التوازني وذلك مع بقاء العوامل الأخرى على حالها أي ليصبح $Ve^{rh} = V_u = V_d$ لتعود المحفظة V لتولد العائد الخالي من المخاطرة.

وكتقديم طريقة أخرى لشرح ذلك نعود للمعادلة رقم (5) $c = \Delta S + B$

وطالما الخيار مسعر بأعلى مما هو عليه $\Leftarrow$ $c > \Delta S + B$

وبالتالي يمكن للمستثمرين ببساطة تحرير الخيار وشراء ΔS واقتراض B عند معدل العائد الخالي من المخاطرة وذلك كما شرحنا سابقاً وذلك من خلال استخدام المعادلتين:

$$\Delta = \frac{c_u - c_d}{uS - dS} \ , \ B = e^{-rh}\frac{uc_d - dc_u}{u - d}$$

أي بعبارة أخرى تدفقات نقدية موجبة منذ البداية ذلك لأن $c - (\Delta S + B) > 0$

وعدم وجود تدفقات خارجة عن تاريخ الانقضاء ذلك لأنه عند تاريخ الانقضاء

$$\Delta dS + Be^{rh} = c_d$$
$$\Delta uS + Be^{rh} = c_u$$

وبنفس المناقشة السابقة تعود المعادلة (5) لوضعها الطبيعي أي:

$$c = \Delta S + B$$

3-2 الخيار مسعر في السوق بأدنى مما يجب (*underpriced*):

لو كان الخيار في السوق مسعر بأدنى مما هو عليه فإن المحفظة V ستولد عائد أدنى من العائد الخالي من المخاطرة أي: $Ve^{rh} > V_u = V_d$

وبالتالي إذا قام المستثمرون بتسييل المحفظة V وذلك من خلال بيع السهم بشكل سبق وشراء عقد الخيار ومن ثم استثمار قيمة المحفظة V عند معدل العائد الخالي من المخاطرة لفترة زمنية هي نفسها فترة انقضاء عقد الخيار فإنه سيتم توليد مكاسب مالية دون تحمل أي تكاليف ذلك لأنه عند تاريخ الانقضاء سيتم قبض Ve^{rh} وسداد V_u وطالما $Ve^{rh} > V_u$ فإنه سيتم توليد مكاسب مالية بهذا الفرق أي:

المكاسب المالية $= Ve^{rh} - V_u$

وبنفس المناقشة السابقة كما سبق وأن ذكرنا يعود سعر عقد الخيار للسعر التوازني، أي:

$Ve^{rh} = V_u = V_d$ لتعود المحفظة V لتولد العائد الخالي من المخاطرة.

أما عن الطريقة الأخرى فبالعودة للمعادلة رقم (5) $c = \Delta S + B$

وطالما الخيار مُسعر بأدنى مما هو عليه $\Leftarrow$ $c < \Delta S + B$ وبالتالي يمكن للمستثمرون ببساطة شراء عقد الخيار وبيع السهم بشكل مسبق واستثمار هذه الأموال في B لفترة زمنية هي نفسها فترة انقضاء الخيار ومنه سيكون: $B + \Delta S - c > 0$

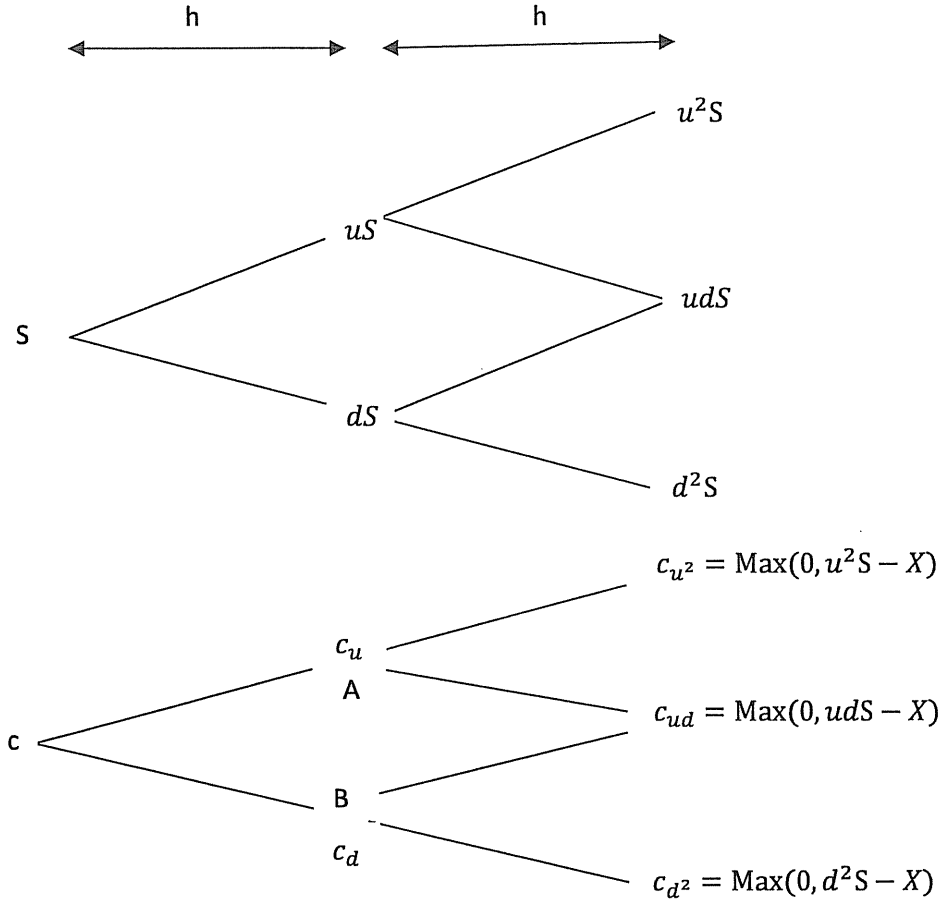
أي تدفقات موجبة منذ البداية وعدم وجود تدفقات خارجة عند تاريخ الانقضاء وبنفس المناقشة السابقة تعود المعادلة رقم (5) لوضعها الطبيعي أي:

$c = \Delta S + B$

4- نموذج باينوميال لفترتين.

ضمن نموذج باينوميال لفترتين يُفترض أن سعر السهم يرتفع أو ينخفض لمرتين لينتج عن ذلك عدة احتمالات لما يمكن أن يكون عليه سعر السهم، ولتوضيح ذلك نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (2 -7)



الآن من أجل تسعير الخيار ضمن نموذج الفترتين يتم العمل بشكل عكسي ضمن الشجرة وذلك من النهاية أي من تاريخ الانقضاء حيث يكون سعر الخيار هو نفسه القيمة المكافئة وحتى البداية أي بعبارة أخرى العمل ضمن الشجرة بشكل عُقدي واعتبار كل عُقدة مع أطرافها نموذج لفترة واحدة وتطبيق نفس المعادلات التي تم التطرق لها سابقاً. بترجمة ما سبق رياضياً وأخذ العقدة A نستطيع أن نكتب:

$$(1)\quad c_u = \frac{P^* c_{u^2} + (1-P^*)\, c_{ud}}{e^{rh}}$$

$$(2)\quad c_d = \frac{P^* c_{ud} + (1-P^*) c_{d^2}}{e^{rh}}$$

وعند العقدة B

وأخيراً سعر الخيار:

$$(3)\qquad c = \frac{P^* c_u + (1-P^*)\, c_d}{e^{rh}}$$

وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن الوصول لسعر الخيار بشكل مباشر، وذلك من خلال تعويض المعادلة رقم (1) و(2) في (3) أي:

$$c = \frac{P^* \left[\frac{P^* c_{u^2} + (1-P^*)\, c_{ud}}{e^{rh}}\right] + (1-P^*)\left[\frac{P^* c_{ud} + (1-P^*) c_{d^2}}{e^{rh}}\right]}{e^{rh}}$$

$$(4)\ c = \frac{P^{*2} c_{u^2} + 2P^*(1-P^*)\, c_{ud} + (1-P^*)^2 c_{d^2}}{e^{2rh}}$$

وأخيراً يجب لفت الانتباه إلى الملاحظة الجديرة بالاهتمام وهي أن نسبة التغطية Δ، الأموال المقترضة B يتغيران ضمن كل عقدة من العُقد في شجرة باينوميال، وهذا مفاده أن المعادلة رقم (9) وهي:

$$e^{\beta h} = \frac{\Delta S}{\Delta S + B} e^{\alpha h} + \frac{B}{\Delta S + B} e^{rh}$$

هي معادلة غير مستقرة أي أن معدل الخصم β لتسعير الخيار في العالم الحقيقي هو معدل متغير ضمن كل عُقدة وبالتالي لا يمكن تسعير الخيار بشكل مباشر، أي بعبارة أخرى تسعير الخيار في العالم الحقيقي هو تسعير عُقدي يتوقف على معدل الخصم المتغير ضمن كل عقدة، لذلك من هنا جاءت الصعوبة البالغة في استخدام العالم الحقيقي كما ذكرنا سابقاً.

5- نموذج باينوميال متعدد الفترات.

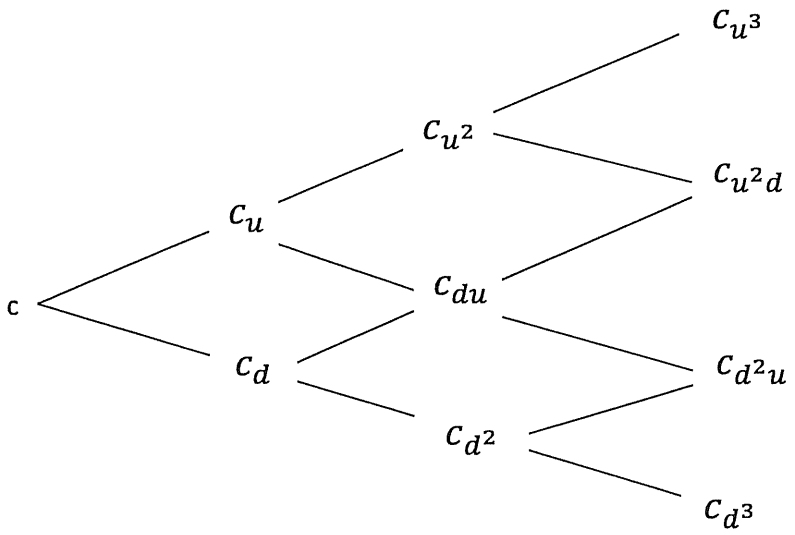
لقد أدى التطور الكبير في ستينات وسبعينات القرن المنصرم في عالم الحاسوب ولغات البرمجة إلى تسهيل عملية تسعير الخيارات، ذلك لأن تسعير الخيارات بشكل دقيق باستخدام النموذج الثنائي لا يتوقف على ارتفاع أو انخفاض لسعر السهم أو حتى اثنان بل يتطلب ذلك ارتفاعات وانخفاضات متعددة لسعر السهم، عاكسة بذلك سلوك حركة سعر السهم في المستقبل بشكل يتفق مع المنطق والفكر الاحتمالي وحجم التداول الكبير في الأسواق المالية، هذا ناهيك عن فترة حياة الخيار والتي لا تقل غالباً عن شهر في الخيارات

الأوربية، لذلك ينبغي تقسيم الفترة الزمنية لحياة الخيار إلى فترات متعددة قد تصل إلى 500 فترة لتعكس الدقة المطلوبة في تسعير الخيار.

أما عن كيفية تسعير الخيار لـ n فترة فنبدأ بالتقديم التالي:

بالعودة إلى المعادلة رقم (4) وتقسيم الفترات إلى ثلاث فترات والتعويض ضمن هذه المعادلة ومن ثم التعميم بالاستناد إلى منشور ذو الحدين، ومن أجل توضيح ذلك نقدم الشكل التالي.

الشكل رقم (2- 8)



(1) $$c_{u^2} = \frac{P^* c_{u^3} + (1-P^*)c_{u^2d}}{e^{rh}}$$

(2) $$c_{ud} = \frac{P^* c_{u^2d} + (1-P^*)c_{d^2u}}{e^{rh}}$$

(3) $$c_{d^2} = \frac{P^* c_{d^2u} + (1-P^*)c_{d^3}}{e^{rh}}$$

(4) $$c = \frac{\overset{2}{P}{}^* c_{u^2} + 2P^*(1-P^*)\, c_{ud} + (1-P^*)^2 c_{d^2}}{e^{2rh}}$$

بتعويض (1) و(2) و(3) في (4):

$$C = \frac{\overset{2*}{P}\left[\frac{P^* c_{u^3} + (1-P^*)c_{u^2d}}{e^{rh}}\right] + 2P^*(1-P^*)\left[\frac{P^* c_{u^2d} + (1-P^*)c_{d^2u}}{e^{rh}}\right] + (1-P^*)\left[\frac{P^* c_{d^2u} + (1-P^*)c_{d^3}}{e^{rh}}\right]}{e^{2rh}}$$

بالفك والإصلاح نحصل على:

$$c = \frac{\overset{3}{P}{}^* c_{u^3} + 3\overset{2}{P}{}^*(1-P^*)\, c_{u^2d} + 3P^*(1-P^*)^2 c_{d^2u} + (1-P^*)^3 c_{d^3}}{e^{3rh}}$$

بالنظر إلى البسط نلاحظ أنه عبارة عن جداء مفكوك ذو الحدين بـــ القيمة المكافئة للعقد، وللمزيد من التفصيل نقدم ما يلي:

[1] $(q^* + P^*)^n = \sum_{i=0}^{n} C(n,i) * q^{*n-i} P^{*i}$

$c_{u^i d^{n-i}} = Max(0, u^i d^{n-i} S - X)$

طبعاً بفرض أن $q^* = (1 - P^*)$.

بتعويض ما سبق نحصل على سعر الخيار ل n فترة:

$$c = \frac{\sum_{i=0}^{n} C(n,i) * q^{*n-i} P^{*i} * Max(0, u^i d^{n-i} S - X)}{e^{rnh}}$$

أخيراً وبالعودة إلى ما سبق نلاحظ أن هناك أجزاء من البسط قيمتها صفر وبالتالي هناك خطوات إضافية لسنا بحاجة لها وهي عندما يكون الخيار في حالة (at, out).

أي بعبارة أخرى إن استخدام الفكر الاحتمالي الشرطي يمكننا من اختصار الجهد والوقت اللازمين لتسعير الخيار، ويمكن من خلال ذلك إعادة هيكلة التعميم السابق ليصبح على الشكل التالي:

$$c = s * \sum_{i=L}^{n} \frac{C(n,i) * (1 - P^*)^{n-i} P^{*i} * u^i d^{n-i}}{e^{rnh}} - \frac{X}{e^{rnh}} \sum_{i=L}^{n} C(n,i) * (1 - P^*)^{n-i} P^{*i}$$

حيث L هي الحد الأدنى لعدد ارتفاعات سعر السهم والتي تجعل $u^i d^{n-i} S > X$

وهذا التعميم يعتبر أكثر قرباً من نموذج بلاك وشولز كما سنرى لاحقاً.

6- تسعير خيار البيع.

ما ينطبق على خيار الشراء الأوربي في نموذج باينوميال ينطبق على خيار البيع ولكن مع الانتباه إلى أن محفظة التحوط تبنى بشراء ΔS وشراء خيار البيع p وذلك من خلال الاقتراض B، هذا من أجل التوافق مع فكرة النموذج القائمة على بناء محفظة تضم أصول مالية ومشتقاتها، تدفقاتها النقدية متماثلة ولكن تسير في اتجاهات مختلفة بما يحقق التغطية الكاملة، وهذا ما يحققه كما رأينا شراء السهم مقابل تحرير خيار شراء أو شراء السهم مقابل شراء خيار البيع.

وأخيراً يجب التذكير بأنه عند تاريخ الانقضاء يكون سعر خيار البيع هو $Max(0, X - S_T)$ وبالتالي تصبح المعادلات:

(1) في نموذج باينوميال لفترة واحدة : $p = \frac{P^* p_u + (1-P^*) p_d}{e^{rh}}$

حيث : $p_u = Max(0, X - uS)$ ، $p_d = Max(0, X - dS)$

---

[1] -انظر في ذلك:

_عبد الرزاق الفاضل، الرياضيات العالية، منشورات جامعة دمشق، 1988، ص 96-159.

_صلاح أحمد،الاحتمالات، مرجع سابق، ص 150-159.

(2) في نموذج باينوميال لفترتين:

$$p = \frac{P^{\star 2} p_{u^2} + 2P^{\star}(1 - P^{\star}) p_{ud} + (1 - P^{\star})^2 p_{d^2}}{e^{2rh}}$$

حيث : $p_{u^2} = Max(0, X - u^2 S)$ ،$p_{ud} = Max(0, X - udS)$ ،$p_{d^2} = Max(0, X - d^2 S)$

(3) في نموذج باينوميال لـــ n فترة:

$$p = \frac{\sum_{i=0}^{n} C(n,i) * (1 - P^{\star})^{n-i} P^{\star i} * Max(0, X - u^i d^{n-i} S)}{e^{rnh}}$$

أو باستخدام الفكر الاحتمال الشرطي ومعكوس دالة التوزيع التجميعية لتوزيع باينوميال نكتب:

$$p = \frac{X}{e^{rnh}}\left[1 - \sum_{i=L}^{n} C(n,i) * (1 - P^{\star})^{n-i} P^{\star i}\right] - S\left[1 - \sum_{i=L}^{n} \frac{C(n,i) * (1 - P^{\star})^{n-i} P^{\star i} * u^i d^{n-i}}{e^{rnh}}\right]$$

7- تسعير الخيار الأمريكي وحالة التنفيذ المبكر (وجود توزيعات).

على الرغم من أن الخيار الأمريكي يملك ميزة التنفيذ المبكر إلا أن هذه الميزة لا تظهر في خيار الشراء على الأسهم التي لا تملك توزيعات نقدية، ذلك لأن سعر الخيار في السوق سيكون أعلى من القيمة المكافئة للعقد وبالتالي ليس من مصلحة حامل العقد تنفيذه، ومن هنا نستنتج أن خيار الشراء الأمريكي على الأسهم التي لا تملك توزيعات نقدية يعامل تماماً معاملة الخيار الأوربي من ناحية تسعيره كما وسبق أن شرحنا.

أما خيار البيع فإن تنفيذه بشكل مبكر هو أمر ممكن حتى لو لم يكن هناك توزيعات نقدية، وبالتالي فإن عملية تسعيره باستخدام توزيع باينوميال ستتم بشكل عُقدي، ذلك لأن عملية التسعير تتضمن فحص عُقد التنفيذ المبكر واستبدالها بالقيمة الأعلى بين سعر الخيار والقيمة المكافئة ومن ثم العمل بشكل عكسي ضمن الشجرة وذلك من النهاية وحتى البداية.

بالتعبير عن ذلك رياضياً نستطيع أن نكتب:

$$P(S,X,t) = Max\left[X - S, \frac{P^{\star} * P(uS,X,t+h) + (1 - P^{\star}) * P(dS,X,t+h)}{e^{rh}}\right]$$

أما عن التوزيعات النقدية فهناك:

1- توزيعات نقدية مستمرة تظهر جلياً في عقود الخيار على مؤشرات الأسهم، وهذا ليس موضوع بحثنا.

2- توزيعات نقدية متقطعة وتأخذ إحدى الشكلين التاليين[1]:

a - كنسبة مئوية من سعر السهم.

b - كقيمة محددة مسبقاً بعدد من وحدات النقد.

أما عن الحالة *a* فيتم تسعير الخيار كما في السابق مع الأخذ بعين الاعتبار التوزيعات النقدية، إذ يتم طرحها من سعر السهم، ويبنى ارتفاع وانخفاض سعر السهم في الفترات التالية بناء على هذا السعر.

وفي هذا الصدد ينبغي التنويه إلى أن هناك مصطلحات فنية تخص التوزيعات النقدية ينبغي الإحاطة بها وذلك كخطوة هامة لمعرفة آلية تسعير خيار الشراء الأمريكي في حال وجود توزيعات نقدية وهذه المصطلحات هي[2]:

1-*declaration date*: وهو اليوم الذي يلتقي فيه مجلس الإدارة ويقرر توزيع الأرباح على حملة الأسهم.

2- *record date*: وهو اليوم المحدد من قبل مجلس الإدارة والذي يكون بناء عليه أي شخص مسجل في دفاتر الشركة على أنه حامل للسهم ليستحق له توزيع الأرباح.

3- *Ex-dividend date*: وهي عدة أيام تسبق *record date* يقوم بتحديدها السوق المالي والتي بناءً عليها يتم تحديد من سيحصل على التوزيعات، وبالتالي تُستحق التوزيعات لمن يشتري السهم قبل هذه الفترة، أما شراء السهم ضمن أو بعد هذه الفترة فلا يَستحق من اشترى هذا السهم أية توزيعات، وضمن هذه الفترة ينخفض سعر السهم بقيمة التوزيعات.

4- *Payment date*: وهو اليوم التي تدفع به الشركة التوزيعات لحملة الأسهم المسجلين.

وكشرح للحالة *a* نقدم الشكل التالي:

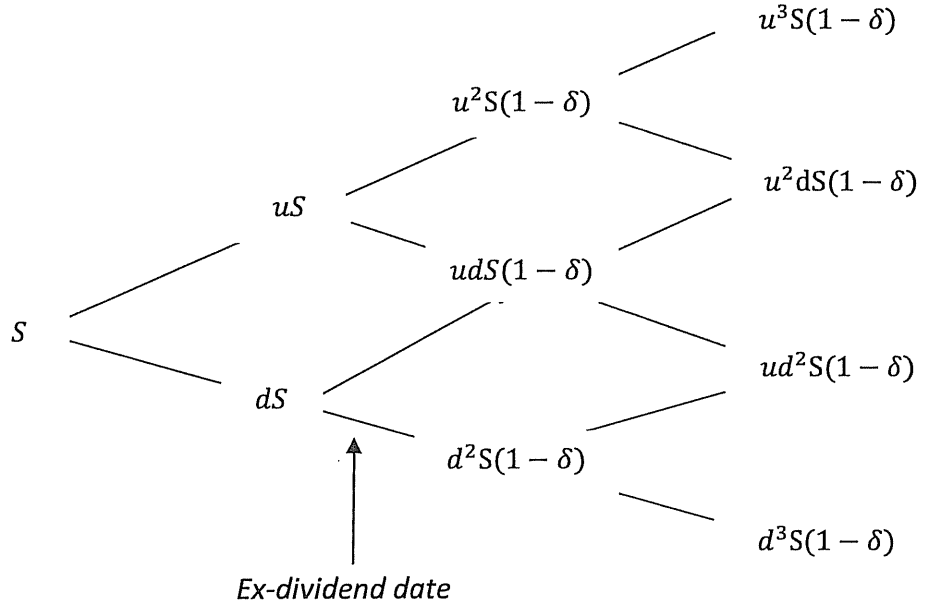
---

[1] للاطلاع انظر في ذلك:

John. C .Hull, Ibid, pp 402-405.

[2]-Frank j. Fabozzi and Pamela P. Peterson, Financial management and analysis, Wiley Finance,2th Edition, 2003, pp546-548.

الشكل رقم (2-9)



أما عن آلية التسعير فهي:

بالنسبة للخيار الأوربي لا تختلف عملية التسعير عما سبق طالما أن تنفيذ الخيار يتم في تاريخ الانقضاء.

بالنسبة للخيار الأمريكي إذا كانت القيمة المكافئة للعقد قبل فترة *Ex-dividend date* أعلى من سعر العقد فإن الخيار في هذه النقطة سيتم تنفيذه وبالتالي عملية تسعير خيار الشراء الأمريكي في حال وجود توزيعات ستتم بشكل عُقدي ليتضمن ذلك فحص عقد التنفيذ المبكر واستبدالها بالقيمة الأعلى بين سعر الخيار والقيمة المكافئة ومن ثم العمل بشكل عكسي ضمن الشجرة وذلك من النهاية وحتى البداية

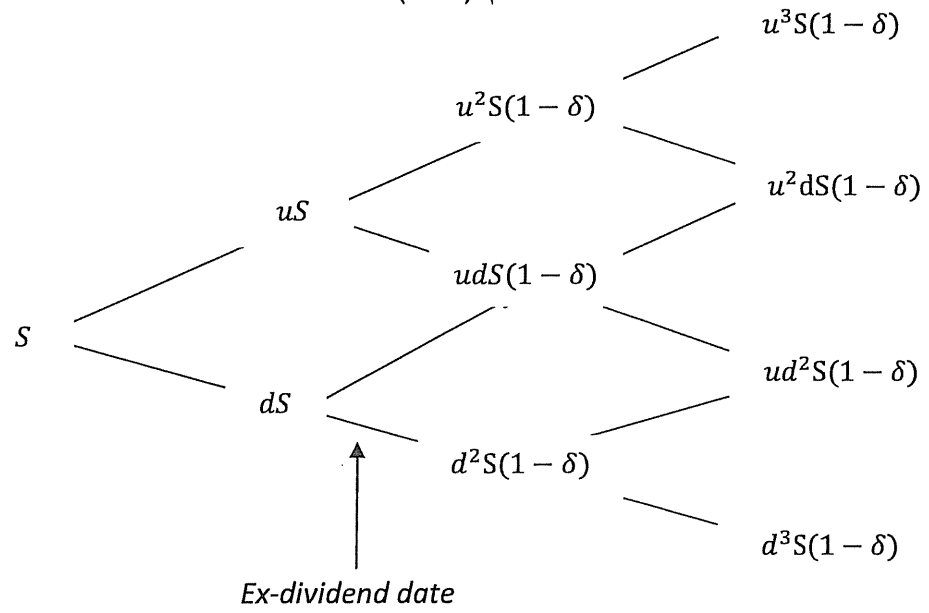
وبالتعبير عن ذلك رياضيا نستطيع أن نكتب:

$$C(S,X,t) = Max\left[S - X, \frac{P^*C(uS,X,t+h) + (1-P^*)C(dS,X,t+h)}{e^{rh}}\right]$$

وأخيراً بالنسبة للحالة a يمكن أن يكون هناك عدة توزيعات ضمن حياة الخيار تعالج بنفس الطريقة السابقة.

أما عن الحالة b فتعتبر هي الحالة الواقعية، إذ أن أغلب الشركات تقوم بتوزيع أرباحها على شكل كمية محددة من وحدات النقد D، وبالتالي شجرة باينوميال عند استخدامها في الحالة b ستكون شجرة منفصلة ومنه مخرجات الشجرة ستكون كبيرة، ولتوضيح ذلك نورد الشكل التالي:

الشكل رقم (2-9)



أما عن آلية التسعير فهي:

بالنسبة للخيار الأوربي لا تختلف عملية التسعير عما سبق طالما أن تنفيذ الخيار يتم في تاريخ الانقضاء.

بالنسبة للخيار الأمريكي إذا كانت القيمة المكافئة للعقد قبل فترة *Ex-dividend date* أعلى من سعر العقد فإن الخيار في هذه النقطة سيتم تنفيذه وبالتالي عملية تسعير خيار الشراء الأمريكي في حال وجود توزيعات ستتم بشكل عُقدي ليتضمن ذلك فحص عقد التنفيذ المبكر واستبدالها بالقيمة الأعلى بين سعر الخيار والقيمة المكافئة ومن ثم العمل بشكل عكسي ضمن الشجرة وذلك من النهاية وحتى البداية

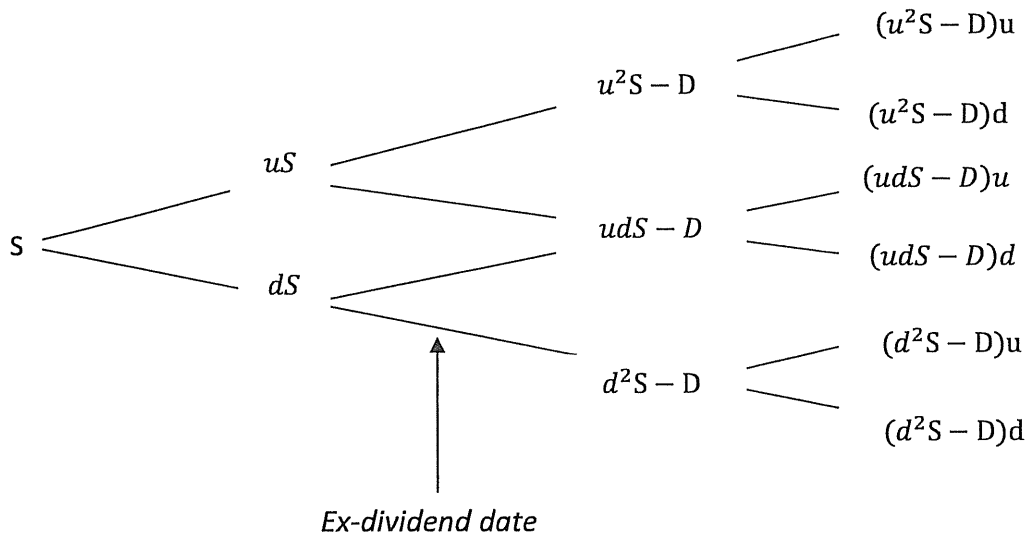
وبالتعبير عن ذلك رياضيا نستطيع أن نكتب:

$$C(S,X,t) = Max\left[S - X, \frac{P^*C(uS,X,t+h) + (1-P^*)C(dS,X,t+h)}{e^{rh}}\right]$$

وأخيراً بالنسبة للحالة a يمكن أن يكون هناك عدة توزيعات ضمن حياة الخيار تعالج بنفس الطريقة السابقة.

أما عن الحالة b فتعتبر هي الحالة الواقعية، إذ أن أغلب الشركات تقوم بتوزيع أرباحها على شكل كمية محددة من وحدات النقد D، وبالتالي شجرة باينوميال عند استخدامها في الحالة b ستكون شجرة منفصلة ومنه مخرجات الشجرة ستكون كبيرة، ولتوضيح ذلك نورد الشكل التالي:

الشكل رقم (2-10)



بالنظر للشكل السابق نستطيع أن نستنتج بسهولة أنه مع ازدياد عدد الفترات تصبح مخرجات الشجرة متناهية في الكبر وبالتالي عملية التسعير باستخدام نموذج باينوميال تصبح مستحيلة حتى ولو استخدمنا أسرع الحواسيب.

ولكن مع ذلك قدم العالم *Schroder* عام 1988 طريقة متميزة للتغلب على المشكلة السابقة من خلال بناء شجرة باينوميال معتمداً في ذلك على خصم التوزيعات النقدية المعروفة مسبقاً من سعر السهم وبناء الشجرة استناداً على تحركات الأسعار الجديدة والتي تعرف ب(*prepaid forward*).

ولكن لوجود أفكار يجب امتلاكها لفهم طريقته، تم تأجيل شرحها لحين الانتهاء من تناول النماذج الرياضية المعتمدة في هذا المبحثِ لحساب P^*, d, u.

8- النماذج الرياضية والإحصائية المستخدمة للتنبؤ بتحركات سعر السهم.

8-1 نموذج كوكس وروس وروبينشتين عام 1979.

فرضيات النموذج:

بالإضافة للفرضيات الأساسية للنموذج (2-3-5) هناك عدة فرضيات أخرى وهي:

1- العالم محايد المخاطرة وبالتالي عائد السهم المتوقع هو العائد الخالي من المخاطرة، وهذا الفرض تم شرحه سابقاً بشكل مفصل.

2- العوائد هي عوائد مركبة ومستمرة ومستقلة عبر الزمن وهي ثابتة ضمن كل فترة.

3- تباين العوائد ثابت عبر الزمن.

4- ارتفاع وانخفاض سعر السهم ضمن توزيع باينوميال ثابت ضمن كل فترة و $u = \frac{1}{d}$.

5- طول كل فترة زمنية h ضمن حياة الخيار صغيرة جداً، لذلك ينبغي تقسيم حياة الخيار T إلى فتـــرات متعددة، ويعتبر هذا الشرط هاماً جداً كما سنرى لاحقاً إذ أنه من خلاله يتم تفادي الارتفاع والانخفاض الكبير في سعر السهم ضمن كل فترة، ويتم من خلاله بناء النموذج.

للوصول إلى صيغة النموذج ينبغي تفسير وترجمة الفرضيات السابقة.

أولا : إن العائد المركب المستمر بين الفترتين $t, t+h$ هو[1]:

$$r_{t,t+h} = \ln \frac{S_{t+h}}{S_t}$$

إذا فرضنا أن طول حياة الخيار T ولتكن عام على سبيل المثال، وعدد الفترات n فيكون طول الفترة $h = T/n$.

بناءً على ذلك نستطيع أن نحسب العائد المركب المستمر من $T \leftarrow t = 0$ وذلك من خلال استخدام خواص اللوغاريتم أي:

$$r(0,T) = r(0,h) + r(h,2h) + \cdots . (r(n-1)h, T) = \sum_{i=1}^{n} r\{(i-1)h, ih\}$$

بتطبيق خواص الأمل الرياضي للعوائـــد نســـتطيع التوصـــل إلـــى العائـــد المركـــب المســـتمر الســـنوي المتوقع وذلك كما يلي:

$$E[r(i-1)h, ih] = \overset{*}{r}_h$$

$$E[r(0,T)] = n\overset{*}{r}_h \Longrightarrow \overset{*}{r} = n\overset{*}{r}_h$$

$$\overset{*}{r}_h = \overset{*}{r}.h \iff h = \frac{1}{n}$$ وبتبديل

وبهذا التقديم نكون قد فسرنا الفرضين(1,2).

أما الفرضية (3)، فنحن نعلم أنه من خواص التباين للمتغيرات العشوائية المستقلة أن يكون :

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$$

وبالتالي نستنتج أن تباين المجموع = مجموع التباينات أي:

$$Var[r(0,T)] = \sum_{i=1}^{n} Var[r(i-1)h, ih]$$

وبتفسير الفرضية (3)، والتي مفادها أن التباينات خلال الفترات الزمنية والتي طول كل منها h ضمن حياة الخيار هي نفسها نستطيع أن نكتب:

---

[1] انظر في ذلك :

- Ruey S. Tsay, Analysis of financial Time Series, John Wiley, 2002, pp2-6.

$$\overset{2}{\sigma} = \mathrm{n}\overset{2}{\sigma_{\mathrm{h}}} \rightarrow \overset{2}{\sigma_{\mathrm{h}}} = \frac{\overset{2}{\sigma}}{\mathrm{n}} \Longrightarrow \sigma_{\mathrm{h}} = \sigma\sqrt{\mathrm{h}}$$

بالعودة إلى الصفحة رقم (66) والتي وجدنا فيها أن سعر السهم المتوقع باستخدام العالم المحايد للمخاطرة هو:

$$\mathrm{E}\,(S_T) = P^{*}uS + (1 - P^{*})dS = S\mathrm{e}^{\overset{*}{\mathrm{r}}.h}$$

$$P^{*}u + (1 - P^{*})d = \mathrm{e}^{\overset{*}{\mathrm{r}}.h}$$

الآن لتطبيق الفرضية رقم (2) نكتب:

$$P^{*}lnu + (1 - P^{*})lnd = \overset{*}{\mathrm{r}}.h$$

ولحساب التباين خلال الفترة h نكتب[1]:

$$\bullet\overset{2}{\sigma}\mathrm{h} = P^{*}[\ln(u)]^2 + (1 - P^{*})[\ln(d)]^2 - [P^{*}lnu + (1 - P^{*})lnd]^2$$

بتطبيق الفرضية رقم (4)

$$\clubsuit\overset{2}{\sigma}\mathrm{h} = P^{*}[\ln(u)]^2 + (1 - P^{*})[\ln(u)]^2 - \left(\overset{*}{\mathrm{r}}.h\right)^2$$

بتطبيق الفرضية رقم (5)

$$\overset{2}{\sigma}\mathrm{h} = \overset{2}{\ln}(\mathrm{u})$$

بجذر الطرفين وتطبيق خواص اللوغاريتم نحصل على:

$$\sigma\sqrt{\mathrm{h}} = \ln\mathrm{u} \Longrightarrow \mathrm{u} = \overset{\sigma\sqrt{h}}{e} \Longrightarrow d = \frac{1}{u} = \overset{-\sigma\sqrt{h}}{e}$$

وبالتالي يكون الاحتمال في حال العوائد بسيطة هو:

$$P^{*}_{\text{متقطع}} = \frac{\overset{\overset{*}{\mathrm{r}}.h}{e} - \overset{-\sigma\sqrt{h}}{e}}{\underset{e}{\overset{\sigma\sqrt{h}}{}} - \overset{-\sigma\sqrt{h}}{e}}$$

والاحتمال في حال العوائد المركبة المستمرة هو:

$$P^{*}_{\text{مستمر}} = \frac{\overset{*}{\mathrm{r}}.h + \sigma\sqrt{\mathrm{h}}}{2\sigma\sqrt{\mathrm{h}}} = \frac{1}{2} + \frac{\overset{*}{\mathrm{r}}.h}{2\sigma\sqrt{\mathrm{h}}}$$

على كل حال عندما:

$$\mathrm{n} \rightarrow \infty \Longrightarrow h \rightarrow 0 \Longrightarrow P^{*}_{\text{متقطع}} = P^{*}_{\text{مستمر}} = \frac{1}{2}$$

---

[1] انظر في ذلك:

-John C .Hull, Ibid, pp393-394 .

-• $\overset{2}{\sigma} = \mathrm{EL}^2 - [\mathrm{E(L)}]^2$

-❖ $u = \frac{1}{d} \rightarrow lnu = -lnd \rightarrow [\ln(u)]^2 = [\ln(d)]^2$

$h \rightarrow 0 \Longrightarrow h^2 \approx 0$

وأغلب الأحيان عند تطبيق نموذج كوكس (CRR) يتم استخدام P^* متقطع ذلك لأننا نحتاج إلى عدد فترات كبير جداً لنستطيع استخدام الاحتمال في حال العوائد المركبة المستمرة (P^* مستمر).

2-8 نموذج Jarrow and Rudd 1983 .

تقوم فكرة النموذج على نفس الفرضيات السابقة ما عدا الفرضية $u = \frac{1}{d}$، هذا بالإضافة إلى فرضية أساسية تعتبر الركيزة الأساسية التي اعتمد عليها النموذج وهي أن مجموع العوائد المركبة المستمرة ضمن توزيع باينوميال تتبع التوزيع الطبيعي وذلك عندما يكون عدد الفترات n كبير جداً وبالتالي أسعار الأسهم تتبع التوزيع اللوغاريتم الطبيعي (lognormal distribution)*.

ملاحظة سيتم الحديث لاحقاً عن هذه الفرضية بشكل مفصل ولكن سنكتفي ضمن هذا النموذج بالتطرق لها بشكل جزئي وسنترك التفصيلات للمبحث القادم.

في البداية سنقدم لمحة عن التوزيع اللوغاريتم الطبيعي ومن ثم سنعتمد على ذلك في التوصل لصيغة النموذج بالعودة إلى العائد المركب المستمر والذي معادلته:

$$r_{0,T} = \ln \frac{S_T}{S_0}$$

بإعادة الترميز وذلك بفرض $\frac{S_T}{S_0} = y$, $r_{0,T} = X$

الآن نستطيع أن نكتب :

$$X = lny \Rightarrow y = e^X$$

وطالما X متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي فإن y متغير عشوائي يُصطلح أنه يتبع التوزيع اللوغاريتم الطبيعي.

أما دالة كثافته فتشتق من دالة كثافة التوزيع الطبيعي وهي:

$$g(y, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(\frac{lny-\mu}{\sigma})^2}$$

أما وسيطاه فهما:

$$E(y) = E(e^X) = e^{\mu+\frac{1}{2}\sigma^2}$$

$$Var(y) = e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$$

أما شكله البياني فهو منحني ملتوي نحو اليمين، ومن أهم مميزاته أنه لا يملك قيم سالبة وذلك لأن $e^x > 0$.

الآن للوصول إلى صيغة النموذج نعود للفرضيات السابقة والتي من خلالها نستطيع أن نكتب:

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \sim N\left[\left(r^* - 0.5\sigma^2\right)T, \sigma^2 T\right]$$

* للاطلاع على التوزيع اللوغاريتم الطبيعي انظر في ذلك:

-Robert L. McDonald, Ibid, pp 587-616.

حيث $\overset{2}{\sigma}$ تباين العوائد السنوي.

$\overset{*}{\mathrm{r}}$ معدل العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر السنوي.

ولكن السؤال الذي يتبادر للذهن لماذا تم طرح $\frac{1}{2}\overset{2}{\sigma}$ من معدل العائد المتوقع؟

للإجابة عن هذا التساؤل نقدم التوضيح التالي.

بتحويل التوزيع الطبيعي السابق للتوزيع المعياري وذلك من خلال المعادلة :

$$Z=\frac{x-\mu}{\sigma}\Leftrightarrow X=\mu+\sigma Z\Rightarrow \ln\frac{S_T}{S_0}=\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}.Z$$

$$\Rightarrow S_T=S_0e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}.Z}$$

بتطبيق خواص الأمل الرياضي:

$$E(S_T)=S_0e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-\frac{1}{2}\overset{2}{\sigma}\right)T}.\ E\left(e^{\sigma\sqrt{T}.Z}\right)=S_0e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-\frac{1}{2}\overset{2}{\sigma}\right)T}.e^{0.5\overset{2}{\sigma}\mathrm{T}}=S_0\mathrm{e}^{\overset{*}{\mathrm{r}}T}$$

و بالتالي نستنتج أنه لو لم يتم طرح $\frac{1}{2}\overset{2}{\sigma}$ لأصبحت المعادلة السابقة:

$$E(S_T)=S_0e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}+\frac{1}{2}\overset{2}{\sigma}\right)T}$$

وهذه المعادلة خاطئة.

و أخيراً للوصول ل d, u يتم تعويض Z ب ± 1

ليصبح :

$$u=e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}}$$

$$d=e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h-\sigma\sqrt{h}}$$

$$\text{متقطع } P^*=\frac{e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h}-e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h-\sigma\sqrt{h}}}{e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}}-e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h-\sigma\sqrt{h}}}$$

$$\text{مستمر } P^*=\frac{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h-\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}}{\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}-\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h+\sigma\sqrt{h}}=0.5$$

وكطريقة أخرى للتوصل d, u نعتمد على فكرة العائد المركب المستمر وتباينه ضمن الفترة h أي:

$$\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h=P^*lnu+(1-P^*)lnd$$

$$P^*=\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h=\frac{\ln(u)+\ln(d)}{2}$$

$$\Rightarrow \ln(d)=2\left(\overset{*}{\mathrm{r}}-0.5\sigma^2\right)h-\ln(u)$$

$$\overset{2}{\sigma}\mathrm{h}=P^*[\ln(u)]^2+(1-P^*)[\ln(d)]^2-\ [P^*lnu+(1-P^*)lnd]^2$$

- $E\left(e^{\sigma\sqrt{T}.Z}\right)=e^{E\left(\sigma\sqrt{T}.Z\right)+0.5*var\left(\sigma\sqrt{T}.Z\right)}=e^{0+0.5\overset{2}{\sigma}\mathrm{T}}$

$$\overset{2}{\sigma}h = \frac{1}{2}\overset{2}{\ln}(u) + \frac{1}{2}\overset{2}{\ln}(d) - \frac{1}{4}\overset{2}{\ln}(u) - \frac{1}{4}\overset{2}{\ln}(d) + \frac{1}{2}\ln(u).\ln(d)$$

$$\overset{2}{\sigma}h = \frac{1}{4}\overset{2}{\ln}(u) + \frac{1}{4}\overset{2}{\ln}(d) - \frac{1}{2}\ln(u).\ln(d)$$

$$\overset{2}{\sigma}h = \tfrac{1}{4}\left(\ln(u) - \ln(d)\right)^2$$

$$\overset{2}{\sigma}h = \frac{1}{4}\left(\ln(u) - 2\left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h + \ln(u)\right)^2$$

$$\sigma\sqrt{h} = \frac{1}{2}\left(2\ln(u) - 2\left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h\right)$$

$$\sigma\sqrt{h} = \ln(u) - \left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h$$

$$\ln(u) = \left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h + \sigma\sqrt{h}$$

$$u = e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h + \sigma\sqrt{h}}$$

$$\ln(d) = 2\left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h - \left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h - \sigma\sqrt{h}$$

$$\ln(d) = \left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h - \sigma\sqrt{h}$$

$$d = e^{\left(\overset{*}{\mathrm{r}} - 0.5\sigma^2\right)h - \sigma\sqrt{h}}$$

3-8 نموذج *Schroder* 1988.[1]

إن طريقة شرودر تقوم على بناء شجرة باينوميال استناداً إلى تحركات سعر السهم وذلك بعد خصم التوزيعات النقدية المعروفة مسبقاً منه.

فإذا افترضنا أن فترة *Ex-divided* هي T_D حيث $T > T_D$، طبعاً T هي طول حياة الخيار.

فيكون $\underset{t,T}{\overset{*}{S}} = \underset{t}{S} - D * e^{-\overset{*}{\mathrm{r}}(T_D - t)}$

وذلك عندما $T_D \geq t$.

وعندما يكون $T_D < t$ يكون $\underset{t,T}{\overset{*}{S}} = \underset{t}{S}$.

[1] انظر في ذلك:

-John C .Hull, Ibid, pp403-405.

وما ينطبق على توزيع نقدي واحد ينطبق على عدة توزيعات ضمن حياة الخيار مع الأخذ بعين الاعتبار فترات *Ex-divided* لكل منها، هذا بالإضافة إلى أن العلاقة السابقة تصبح عبارة عن طرح سعر السهم من مجموع التوزيعات النقدية كلاً حسب فترة *Ex-divided* خاصته.

وأخيراً طالما تم التخلص من مشكلة التوزيعات النقدية فان شجرة باينوميال تعامل تماماً كما وسبق أن شرحنا، حيث يتم استخدام نفس المعادلات السابقة مع تعديل الانحراف المعياري للعوائد بمعامل تصحيح هو:

$$\overset{*}{\sigma} = \sigma * \frac{S}{\overset{*}{S}}$$

وبالتالي ينعكس الأثر على P^*, u, d .

وتجدر الإشارة إلى أن المعادلة السابقة ليست جوهرية، ذلك لأن تحديد الانحراف المعياري للعوائد يخضع لاعتبارات عديدة تفوق في مضمونها التصحيح السابق.

9- مزايا وعيوب النموذج.

من خلال استعراضنا للمبحث وجدنا أنه يمكن باستخدام النموذج الثنائي تسعير كلاً من الخيارات الأوربية والأمريكية سواء كانت خيارات شراء أو بيع، هذا ويعتبر النموذج الثنائي من النماذج الهامة والمستخدمة بشكل واسع وكبير في تسعير عقود الخيار في أسواق التبادل المباشر (*OTC*)، هذا بالإضافة إلى ملائمته لتسعير العديد من عقود الخيار المعقدة، لكن على الرغم من مزاياه العديدة والتي اقتصرنا على ذكر بعضها فإن النموذج يعاني من نواحي قصور عديدة نذكر بعضها:

1- إن من أهم فرضيات نموذج *JR-CRR* هو أن تباين العوائد ثابت عبر الزمن، هذا بالإضافة إلى أن العوائد مستقلة عبر الزمن، وجميع هذه الفرضيات غير صحيحة فهناك دراسات عديدة تؤكد أن التباين يتغير عبر الزمن وبالتالي هناك فرص لحركة سعر السهم بكميات كبيرة، وطبعاً هذا يتنافى مع الصفات المميزة لنموذج باينوميال، إذ أن حركة سعر السهم تكون صغيرة وتصبح أصغر عندما $h \to o$، وهناك دراسات تبين أن عوائد السهم مرتبطة عبر الزمن وذلك بمعادل ارتباط موجب على المدى القصير والمتوسط، ومعامل ارتباط سالب على المدى الطويل[1].

2- إن للوصول إلى تسعير عقد الخيار بشكل دقيق باستخدام نموذج باينوميال نحتاج إلى تقسيم فترة حياة الخيار إلى عدد كبير جداً، أي بعبارة أخرى دقة تسعير الخيار تعتمد على تقريب توزيع باينوميال إلى التوزيع الطبيعي، وبالتالي الاعتماد على مدخل المتغير العشوائي المستمر في تسعير الخيار.

ومنه نستنتج أن الخيار الأوربي باستخدام التوزيع الثنائي يعتبر أقل دقة عنه باستخدام التوزيعات المستمرة وهذا ما سنجده في المبحث القادم عند التطرق لنموذج بلاك وشولز كنموذج لتسعير الخيار الأوربي.

---

[1]-Robert L . Mc Donald, Ibid, pp 360.

المبحث الثالث

نموذج بلاك وشولز وميرتون لتسعير الخيارات على الأسهم

1- فكرة النموذج وفرضياته[1].

إن فكرة النموذج هي نفس الفكرة التي تطرقنا لها في المبحث السابق ولكن الخلاف الجوهري هو في أن المحفظة المغطاة والتي تحوي على أسهم وعقود خيار ينبغي تعديل مكوناتها بشكل لحظي وذلك للمحافظة على العائد الخالي من المخاطرة، على كل حال سيتم مناقشة تفاصيل هذه الفكرة بعمق ضمن المبحث.

ولكي تصبح الفكرة قابلة للتطبيق تم وضع عدة فرضيات وهي:

1- عقد الخيار هو عقد خيار أوروبي، ولكن ينبغي الإشارة إلى أن العالم فيشر بلاك قدم عام 1975 طريقة تقريبية لتسعير عقد الخيار الأمريكي سيتم التطرق لها لاحقاً.

2- سعر السهم يتبع التوزيع اللوغاريتمي وهذه الفرضية قد تم التطرق لها سابقاً، وهنا ينبغي ذكر فضل العالم الاسكتلندي روبرت براون الذي قام عام 1820 بدراسة حركة حبات الطلع المتساقطة ضمن الماء ليخرج بحركة عشوائية سميت بحركة براونين (Brownian Motion) وقد تم الاستفادة من هذه الحركة لاحقاً من قبل العالم الألماني الشهير ألبرت اينشتاين والتي ساعدته على التوصل إلى نظريته المعروفة بالنظرية النسبية. وأخيراً ضمن هذه الفرضية يجب الإشارة إلى فضل العالمان الرياضيان الأمريكي (Norbert wiener) والياباني (kiyoshi Itö) والذي من خلال ما قدموه في مطلع الخمسينيات من القرن المنصرم من أ فكار ساعدت كلاً من فيشر بلاك ومايرون شولز بالتوصل إلى حركة سعر السهم ليتمكنوا بذلك من تسعير عقد الخيار، وللأمانة العلمية ينبغي الإشارة إلى أن طالب الدكتوراه الفرنسي (louis Bachelier) قد توصل عام 1900 بالاستناد إلى حركة براون إلى معرفة سلوك حركة سعر السهم ليقدم أفكار مذهلة حول القدرة على تسعير عقود الخيار في أسواق التبادل المباشر، إلا أن البروفسور المشرف كان محبطاً وغير مشجعاً لأفكار هذا الطالب الذي نال درجة الدكتوراه ورميت أفكاره في ذلك الوقت في سلة المهملات، وعلى العكس تماماً وعلى الرغم من أن أفكار فيشر بلاك ومايرون شولز في البداية وبالتحديد عام 1971 لم يتم نشرها إلا أن تشجيع العالمان (Eugene Fama) و(Merton Miller) ساعدهم في نشر أفكارهم حول تسعير عقود خيار الشراء الأوروبية وذلك عام 1973 في صحيفتين معروفتين أحداها هي: (Journal of political Economy)، ليُثار ضجة كبيرة في عالم المال واكتساب بلاك وشولز

---

[1] - انظر في ذلك :

1-Robert.C.Merton,Theory of rational option pricing, Bell journal of economics, 1973, pp141.
2-Robert.L.Mcdonald, Ibid, pp376-379.
3- John. C .Hull, Ibid, pp241-246.
4-Don Chance and Robert Brooks, Ibid, pp125-133.
5-Paul Wilmott, Sam Howison and Jeff Dewynne, The Mathematics of Financial Derivatives, 1995, pp41-44.

شهرة كبيرة وصلت إلى أعلى مستوياتها وذلك عندما تم افتتاح أول سوق لتداول عقود خيار الشراء الأوروبية في شيكاغو (CBOE) والذي تطرقنا له بشكل مفصل سابقاً في بداية الفصل الأول.

3- العوائد المركبة المستمرة للسهم تتبع التوزيع الطبيعي وهي مستقلة عبر الزمن.

4- تباين العوائد المركبة المستمرة للسهم ثابتة عبر الزمن.

5- القدرة على الإقراض والاقتراض عند معدل العائد الخالي من المخاطرة وبحرية مطلقة.

6- البيع المسبق للسهم متاح وبحرية تامة.

7- العائد الخالي من المخاطرة ثابت عبر الزمن وهو نفسه من أجل جميع عقود الخيار حتى ولو اختلفت تواريخ استحقاقها.

8- عدم وجود تكلفة لصفقات شراء أو بيع الأسهم، كذلك الأمر بالنسبة لشراء أو تحرير عقود الخيار، هذا بالإضافة إلى عدم وجود ضرائب وكل ذلك للقدرة على بناء محفظة التحوط بشكل غير قابل للتفاوت بالنسبة لجميع المستثمرون أي بعبارة أخرى ضمان العائد الخالي من المخاطرة بالنسبة للمحفظة المبنية.

9- غياب فرص المراجحة في السوق وهذا يعني أن محفظة التحوط التي سيتم بناءها من قبل جميع المستثمرون ستحقق نفس العائد وهو العائد الخالي من المخاطرة. وينبغي الإشارة في هذا الصدد إلى أن الأفكار المتعلقة بفرص المراجحة وتأثيرها على سعر العقد والتي قدمها روبرت ميرتون والذي يعتبر من أصحاب النموذج هي التي أوصلته إلى معادلة النموذج وذلك بشكل مستقل عن بلاك وشولز، إلا أن عدم نشر مقالته عام 1973 بنفس الوقت مع فيشر بلاك ومايرون شولز هي التي جعلته يتأخر في حصد الشهرة.

10- التداول على الأسهم سيكون بشكل مستمر وهذا الفرض يعتبر من أهم الفروض التي جعلت الفكرة قابلة للتطبيق وهي بناء المحفظة الخالية من المخاطر.

شهرة كبيرة وصلت إلى أعلى مستوياتها وذلك عندما تم افتتاح أول سوق لتداول عقود خيار الشراء الأوروبية في شيكاغو (CBOE) والذي تطرقنا له بشكل مفصل سابقاً في بداية الفصل الأول.

3- العوائد المركبة المستمرة للسهم تتبع التوزيع الطبيعي وهي مستقلة عبر الزمن.

4- تباين العوائد المركبة المستمرة للسهم ثابتة عبر الزمن.

5- القدرة على الإقراض والاقتراض عند معدل العائد الخالي من المخاطرة وبحرية مطلقة.

6- البيع المسبق للسهم متاح وبحرية تامة.

7- العائد الخالي من المخاطرة ثابت عبر الزمن وهو نفسه من أجل جميع عقود الخيار حتى ولو اختلفت تواريخ استحقاقها.

8- عدم وجود تكلفة لصفقات شراء أو بيع الأسهم، كذلك الأمر بالنسبة لشراء أو تحرير عقود الخيار، هذا بالإضافة إلى عدم وجود ضرائب وكل ذلك للقدرة على بناء محفظة التحوط بشكل غير قابل للتفاوت بالنسبة لجميع المستثمرون أي بعبارة أخرى ضمان العائد الخالي من المخاطرة بالنسبة للمحفظة المبنية.

9- غياب فرص المراجحة في السوق وهذا يعني أن محفظة التحوط التي سيتم بناءها من قبل جميع المستثمرون ستحقق نفس العائد وهو العائد الخالي من المخاطرة. وينبغي الإشارة في هذا الصدد إلى أن الأفكار المتعلقة بفرص المراجحة وتأثيرها على سعر العقد والتي قدمها روبرت ميرتون والذي يعتبر من أصحاب النموذج هي التي أوصلته إلى معادلة النموذج وذلك بشكل مستقل عن بلاك وشولز، إلا أن عدم نشر مقالته عام 1973 بنفس الوقت مع فيشر بلاك ومايرون شولز هي التي جعلته يتأخر في حصد الشهرة.

10- التداول على الأسهم سيكون بشكل مستمر وهذا الفرض يعتبر من أهم الفروض التي جعلت الفكرة قابلة للتطبيق وهي بناء المحفظة الخالية من المخاطر.

2- معادلة النموذج وكيفية التوصل إليها.

بدايةً يجب الإشارة إلى أن معادلة النموذج هي جهد أربع سنوات تمكن من خلالها العالمان فيشر بلاك ومايرون شولز التوصل بالاستناد إلى الفرضيات السابقة إلى معادلة تفاضلية معقدة جداً لها عدة حلول وقد تمكن فيشر بلاك من حلها والتوصل إلى معادلة النموذج وذلك من خلال اختصار عدة حلول لهذه المعادلة بالاستناد إلى أفكار تم تناولها في المبحث الأول.

ولكن نظراً لصعوبة الأفكار التي ترافق المعادلات التفاضلية، هذا بالإضافة إلى وجوب تملك رياضيات عالية جداً وفي مقدمتها التكاملات المعقدة، لذلك تم إتباع مدخل على الرغم من أنه معقد إلا أنه يفي بالغرض المطلوب، لكن ينبغي التنويه إلى أن هذه المعادلة سيتم التطرق لها والتعامل معها لاحقاً ولكن بعد تملك أفكار عديدة للنموذج.

الآن بعد التعمق في الفرضيات السابقة نجد أن مدخل بلاك وشولز هو نفسه المدخل الذي تم إتباعه في المبحث السابق وهو مدخل العالم المحايد للمخاطرة، وبالتالي إذا قمنا بخصم القيمة المتوقعة لعقد الخيار عند تاريخ الانقضاء بمعدل العائد الخالي من المخاطرة نحصل على القيمة الحالية لسعر العقد وهو المطلوب ومنه:

$$c = \frac{\hat{\mathrm{E}}[Max(S_T - X, 0)]}{\mathrm{e}^{\mathrm{rT}}}$$

حيث: $\hat{\mathrm{E}}$ هي التوقع الرياضي ضمن العالم المحايد للمخاطرة.

$Max(S_T - X, 0)$: هي قيمة عقد الخيار عند تاريخ الانقضاء (تم شرحها سابقاً).

r: هو العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر السنوي.

T: هو طول فترة حياة الخيار.

بالعودة إلى الصفحة 81 ضمن المبحث السابق وبالاستناد إلى الفرضيات السابقة بشكل عام والفرضيات رقم (2)، (3)، (4)، (10) بشكل خاص نستطيع أن نكتب:

$$\mathrm{S_T} \sim \text{Lognormal} / \quad g(S_T, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{S_T \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-0.5(\frac{lnS_T - \mu}{\sigma})^2}$$

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \sim N[(r - 0.5\sigma^2)T, \sigma^2 T]$$

ولكن نحن نعلم أن من خواص الأمل الرياضي أن $\mathrm{E}(X \pm a) = \mathrm{E}X \pm a$

حيث a ثابت ومنه : $\mathrm{E} \ln \frac{S_T}{S_0} = \mathrm{E}(lnS_T - lnS_0) = \mathrm{E}lnS_T - lnS_0$

$$\mathrm{E}lnS_T = \mu = lnS_0 + (r - 0.5\sigma^2)T$$

ومن خواص التباين: $VAR(X \pm a) = \mathrm{VAR}\, X$

ومنه: $VAR(lnS_T - lnS_0) = VAR(lnS_T) = \sigma^2 T$

وبالتالي: $lnS_T \sim N[lnS_0 + (r - 0.5\sigma^2)T, \sigma^2 T]$

بتحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع معياري

$$Z = \frac{L-\mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{lnS_T - (lnS_0 + (r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}$$

بالفك والإصلاح نحصل على:

$$lnS_T - lnS_0 = (r-0.5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}.Z$$

بتطبيق خواص اللوغاريتم:

$$\ln\frac{S_T}{S_0} = (r-0.5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}.Z \Rightarrow S_T = S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}$$

الآن وبالعودة إلى $c = \frac{\hat{E}[Max(S_T-X,0)]}{e^{rT}}$ وتطبيق التوقع الرياضي للمتغيرات العشوائية المستمرة والذي هو(تكامل ريمان الشاذ)، مع الانتباه إلى أن التوقع مشروط بأن يكون $S_T > X$، أي بعبارة أخرى حساب التوقع الرياضي في حالة (In the money call option) ومنه:

$$c = e^{-rT}\int_x^{\infty}(S_T - X).g(S_T).dS_T$$

بتعويض S_T ، $g(S_T)$ مع الانتباه إلى μ ، σ نحصل على:

$$c = e^{-rT}\int_x^{\infty}(S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z} - X).\frac{1}{S_T\sigma\sqrt{T}\sqrt{2\pi}}e^{-0.5(\frac{lnS_T-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}})^2}.dS_T$$

بتطبيق قاعدة التكامل بتغيير المتحول وتغيير حدود التكامل نحصل على:

$$c = e^{-rT}.\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty}(S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z} - X).\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ^{\bullet}$$

بتطبيق خواص التكامل المحدد نستطيع أن نكتب:

$$c = e^{-rT}.S_0\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

$$- e^{-rT}.X\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

بإعادة ترميز حدود التكامل حيث نفرض $\acute{z} = \frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}$ فيصبح لدينا:

$$c = e^{-rT}.S_0\int_{\acute{z}}^{\infty} e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ \;- e^{-rT}.X\int_{\acute{z}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

• - من معادلة Z نأخذ تفاضل الطرفين لنحصل على:

$$dZ = \frac{1}{S_T\sigma\sqrt{T}}dS_T \Rightarrow dS_T = S_T\sigma\sqrt{T}.dZ$$

بتحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع معياري

$$Z = \frac{L-\mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{lnS_T - (lnS_0 + (r - 0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}$$

بالفك والإصلاح نحصل على:

$$lnS_T - lnS_0 = (r - 0.5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}.Z$$

بتطبيق خواص اللوغاريتم:

$$\ln\frac{S_T}{S_0} = (r - 0.5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}.Z \Rightarrow S_T = S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}$$

الآن وبالعودة إلى $c = \frac{\hat{E}[Max(S_T - X, 0)]}{e^{rT}}$ وتطبيق التوقع الرياضي للمتغيرات العشوائية المستمرة والذي هو(تكامل ريمان الشاذ)، مع الانتباه إلى أن التوقع مشروط بأن يكون $S_T > X$، أي بعبارة أخرى حساب التوقع الرياضي في حالة (In the money call option) ومنه:

$$c = e^{-rT}\int_x^{\infty}(S_T - X).g(S_T).dS_T$$

بتعويض S_T ، $g(S_T)$ مع الانتباه إلى μ ، σ نحصل على:

$$c = e^{-rT}\int_x^{\infty}(S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z} - X).\frac{1}{S_T\sigma\sqrt{T}\sqrt{2\pi}}e^{-0.5(\frac{lnS_T-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}})^2}.dS_T$$

بتطبيق قاعدة التكامل بتغيير المتحول وتغيير حدود التكامل نحصل على:

$$c = e^{-rT}.\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty}(S_0 e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z} - X).\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ^{\bullet}$$

بتطبيق خواص التكامل المحدد نستطيع أن نكتب:

$$c = e^{-rT}.S_0\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty} e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

$$- e^{-rT}.X\int_{\frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

بإعادة ترميز حدود التكامل حيث نفرض $\acute{z} = \frac{lnX-(lnS_0+(r-0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}}$ فيصبح لدينا:

$$c = e^{-rT}.S_0\int_{\acute{z}}^{\infty} e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z}.\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ \; - e^{-rT}.X\int_{\acute{z}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5Z^2}.dZ$$

• - من معادلة Z نأخذ تفاضل الطرفين لنحصل على:

$$dZ = \frac{1}{S_T\sigma\sqrt{T}}dS_T \Rightarrow dS_T = S_T\sigma\sqrt{T}.dZ$$

بالنظر إلى التكامل الثاني نلاحظ أنه ببساطة هو دالة التوزيع لمنحنى التوزيع الطبيعي القياسي، ونحن نعلم أن هناك طرق متعددة لحساب هذا التكامل ومنها طريقة نشر التابع الآسي وفق منشور تايلور وماك لوران، هذا ناهيك عن وجود تقريب يخولنا لحساب هذا التكامل وهو تقريب Polynomial، بالإضافة إلى أن برنامج Exell يقدم دالة جيدة لحساب هذا التكامل وهي Normsdist.

وأخيراً يجب التنويه إلى أن التوزيع الطبيعي المعياري متناظر بالنسبة لـــ Z=0 والمساحة تحته تساوي الواحد أي: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5Z^2} . dZ = 1$ وبالتالي يمكن الاستفادة من ذالك في حساب جزء من المساحة وحساب باقي الأجزاء بالاستفادة من هذه الخواص وبالتالي:

$N(\acute{z}) = 1 - N(-\acute{z})$ ومنه:* .

$$\int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5Z^2} . dZ = 1 - \int_{-\infty}^{\acute{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5Z^2} . dZ = 1 - N(\acute{z}) = N(-\acute{z})$$

أما التكامل الأول فيحتاج إلى القيام ببعض الإصلاحات وهي:

$$e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(r-0.5\sigma^2)T+\sigma\sqrt{T}.Z-0.5Z^2} . dZ = e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(r-0.5\sigma^2)T-0.5(Z^2-2\sigma\sqrt{T}.Z)} . dZ$$

بالإتمام إلى مربع كامل داخل القوس نحصل على:

$$= e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(r-0.5\sigma^2)T-0.5(Z^2-2\sigma\sqrt{T}.Z+\sigma^2T-\sigma^2T)} . dZ = e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(r-0.5\sigma^2)T-0.5(Z-\sigma\sqrt{T})^2+0.5\sigma^2T} . dZ$$

بالجمع والطرح وإخراج الحد الثابت خارج حدود التكامل نحصل على:

$$= e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(r-0.5\sigma^2)T-0.5(Z-\sigma\sqrt{T})^2+0.5\sigma^2T} . dZ = e^{-rT} . S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{rT-0.5(Z-\sigma\sqrt{T})^2} . dZ$$

$$= S_0 \int_{\acute{z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(Z-\sigma\sqrt{T})^2} . dZ$$

بإجراء تغيير المتحول وليكن $l = Z - \sigma\sqrt{T} \Rightarrow Z = l + \sigma\sqrt{T}$ وبتفاضل الطرفين يكون $dz = dl$ بالتعويض فيما سبق نحصل على:

$$\int_{\acute{l}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(l)^2} . dl = 1 - N(\acute{l}) = N(-\acute{l})$$

وبالعودة إلى قيمة ź والتي هي:

$$\acute{z} = \frac{lnX - (lnS_0 + (r - 0.5\sigma^2)T)}{\sigma\sqrt{T}} \Rightarrow -\acute{z} = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + (r - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_2$$

وإلى قيمة Í والتي هي:

- * $N(\acute{z}) = \int_{-\infty}^{\acute{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5Z^2} . dZ$ وهي احتمال أن يكون المتغير العشوائي أصغر أو يساوي ź ، وهو مايطلق عليه بدالة التوزيع والتي هي تكامل تابع الكثافة.

للاطلاع على هذه الفكرة انظر في ذلك توابع التوزيع:

- صلاح أحمد، مرجع سابق، ص200-210.

$$Í = ź - \sigma\sqrt{T} \Rightarrow -Í = -ź + \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1$$

وأخيراً بالتعويض في ماسبق نحصل على:

$$c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

حيث:

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + (r - 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = \quad d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

وهي معادلة بلاك وشولز ميرتون لتسعير خيار الشراء الأوربي والحائزة على جائزة نوبل عام 1997.

بالنظر إلى معادلة النموذج نجد أن سعر الخيار هو دالة للمتغيرات σ, r, T, X, S_0.

حيث:

X سعر التنفيذ

S_0 سعر السهم في السوق

r العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر

T طول حياة الخيار

σ تقلب سعر السهم في السوق

ونحن نعلم أن جميع المتغيرات السابقة يتم حسابها بشكل مباشر ماعدا σ إذ أن حسابه ليس بالأمر اليسير، ولكن على كل حال هناك عدة طرق لحسابه ومنها على سبيل المثال حساب الانحراف المعياري للعوائد التاريخية للسهم، طبعاً وبدون شك العوائد المركبة المستمرة للسهم.

3- تسعير خيار البيع.

بدايةً يجب التنويه إلى أنه يمكن إتباع نفس المدخل السابق لحساب سعر خيار البيع العادل وذلك من خلال

$$p = \frac{\hat{E}[Max(X - S_T, 0)]}{e^{rT}} = e^{-rT} \int_0^x (X - S_T).g(S_T).dS_T$$

وبإتباع الخطوات السابقة نحصل على المطلوب، ولكن نظراً لوجود علاقة مساواة تربط بين سعر خيار الشراء الأوروبي وسعر خيار البيع الأوروبي، وقد تم تناولها في المبحث الأول وهي:

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0$$

فيمكن من خلال القيام ببعض الإصلاحات أن نحصل على المطلوب:

$$p = c + Xe^{-rT} - S_0 \Rightarrow p = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) + Xe^{-rT} - S_0$$

$$\Rightarrow p = Xe^{-rT}\big(1 - N(d_2)\big) - S_0(1 - N(d_1))$$

ومنه:

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

الآن بعد تناول نموذج بلاك وشولز وميرتون لتسعير عقد الخيار الأوروبي على الأسهم التي لاتملك توزيعات نقدية ضمن فترة حياة الخيار ننتقل إلى تسعير عقد الخيار الأوروبي وذلك للأسهم التي تملك توزيعات نقدية.

بداية يجب الإشارة إلى أن التوزيعات النقدية قد تم التطرق لها سابقاً في المبحث الثاني ومايهمنا في هذا المبحث هو التوزيعات النقدية المتقطعة والتي تكون على شكل كميات محددة ومعروفة مسبقاً بقيمتها وتاريخها.

إن الطريقة التي يتم من خلالها حساب سعر عقد الخيار للأسهم التي تملك توزيعات نقدية هي في خصم هذه التوزيعات المعروفة مسبقاً من سعر السهم وذلك بمعدل العائد الخالي من المخاطرة أي بعبارة أخرى تعديل سعر السهم الحالي بقيمة التوزيعات النقدية المستقبلية وبالتالي[1]:

$$\overset{\star}{S_0} = S_0 - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{D_i e^{-rt_i}}$$

4- خصائص النموذج في التعامل مع القيم المتطرفة لمتغيراته[2].

4-1 مدى توافق النموذج مع الحد الأدنى لسعر الخيار:

نحن نعلم أن الحد الأدنى لخيار الشراء الأوروبي يجب أن يكون: $c \geq Max(S_0 - X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}, 0)$

وسعر الخيار وفق نموذج بلاك وشولز هو: $c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$

حيث: $d_1 = \frac{\ln\frac{S_0}{X} + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ و $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

ولكي يتم مناقشة مدى التوافق ينبغي مناقشة الحالات:

1- عندما يكون $S_0 > X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$.

2- عندما يكون $S_0 \leq X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$.

1-1 وفق قاعدة الحد الأدنى يجب أن يكون $c \geq S_0 - X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$

ومن خلال النموذج نجد أن:

$$N(d_1) > N(d_2) \Rightarrow S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) > S_0 - X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$$

أي $c > S_0 - X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$ ، وإذا افترضنا أن S_0 كبير جداً فان ذلك سيجعل:

$$N(d_1) \approx N(d_2) \approx 1 \Rightarrow c \approx S_0 - X\mathrm{e}^{-\mathrm{rT}}$$

1-2 وفق قاعدة الحد الأدنى يجب أن يكون $c = 0$

ومن خلال نموذج بلاك نجد أن أيضاً $N(d_1) > N(d_2)$ ، ليبقى سعر الخيار أكبر من الصفر أي $c > 0$، وإذا افترضنا أن S_0 صغير جداً بحيث

$$S_0 \to 0 \Rightarrow d_1, d_2 \to -\infty \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to 0$$

ليصبح سعر الخيار $c \approx 0$.

من 1 و 2 نستنتج أن النموذج متوافق تماماً مع قاعدة الحد الأدنى.

---

[1] -انظر:

- Robert .L. McDonald, Ibid, pp380.

[2] -انظر في ذلك:

-John .C. Hull, Ibid, pp247-248.
-Don Chance and Robert Brooks, Ibid, pp139-141.

4-2 سعر العقد عند تاريخ الانقضاء وفق النموذج:

إن عملية تسعير عقد الخيار تفقد معناها عند تاريخ الانقضاء طالما أن سعر العقد سيكون من البديهي مساوياً القيمة المكافئة، ولكن هل أن النموذج الذي كانت مهمته تسعير العقد في الفترات الزمنية التي تسبق تاريخ الانقضاء متوافق مع هذه البديهة.

نحن نعلم من خلال ما قدمناه في المبحث الأول أن سعر العقد عند تاريخ الانقضاء هو:

$$c = Max(S_T - X, 0)$$

ولكن ماهو سعر العقد وفق نموذج بلاك وشولز عند تاريخ الانقضاء أي عندما T=0؟

1-عندما $S_T < X$ يكون سعر العقد وفق نموذج بلاك وشولز عند تاريخ الانقضاء مساوياً الصفر $c = 0$.*

2-عندما $S_T \geq X$ وهنا نميز حالتين:

2-1 عندما $S_T > X$ يكون سعر العقد وفق نموذج بلاك وشولز عند تاريخ الانقضاء مساوياً $c = S_T - X$.**

2-2 عندما $S_T = X$ هنا وفي هذه الحالة يكون سعر العقد وفق نموذج بلاك وشولز عند تاريخ الانقضاء مساوياً الصفر أي $c = 0$، ولكن تعويض $T=0$ في معادلة d_1 سينتج عنها بأن يكون $d_1 = \frac{0}{0}$ وهي حالة عدم تعيين لإزالتها نطبق قاعدة اوبيتال♦.

4-3 مدى توافق النموذج مع القيمة الدنيا والقيمة العليا لسعر العقد:

بالعودة إلى المبحث الأول نجد أن: $0 \leq c \leq S_0$

ذلك لأن تنفيذ العقد على المشتري أمر غير إلزامي وبالتالي سعر العقد لا يمكن أن يكون ذو قيمة سالبة، هذا بالإضافة إلى أن الهدف الأساسي من عقد الخيار هو شراء السهم المعقود عليه وبالتالي لا يمكن لسعره أن يزيد عن سعر السهم.

ولكن هل نموذج بلاك وشولز متوافق مع ذلك؟

1- عندما يكون سعر السهم في السوق مساوياً للصفر أي أن الشركة أعلنت إفلاسها أي $S_0 = 0$، ولكن يجب الأخذ بعين الأعتبار حالة أن السهم يمكن أن يكون قد انخفض بشكل كبير جداً والشركة قد تتعافى وذلك بدعم حكومي أو من خلال الاقتراض بالتالي المعالجة ستصبح مختلفة لسعر العقد في السوق وذلك لظهور فرص المراجحة.

بالعودة لمعادلة النموذج $c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$

عندما $S_0 = 0$ يكون $c = -Xe^{-rT} N(d_2)$

---

* - $d_1 = \frac{-\text{عدد}}{0} \Rightarrow d_1, d_2 \to -\infty \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to 0$

** - $d_1 = \frac{+\text{عدد}}{0} \Rightarrow d_1, d_2 \to +\infty \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to 1$

♦ - $d_1 = \frac{0}{0} \Rightarrow$ عدم تعيين $\Rightarrow$ اوبيتال $\Rightarrow d_1, d_2 \to 0 \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to 0.5$

- للاطلاع على قاعدة اوبيتال انظر :

- نظير هلال، رياضيات 2، جامعة دمشق، 1991، ص84-90.

ولكن عندما:

$$S_0 = 0 \Rightarrow \ln\frac{S_0}{X} = -\infty \Rightarrow d_1, d_2 \to -\infty \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to 0 \Rightarrow c \approx 0$$

ومنه سعر العقد لايمكن أن يكون ذو قيمة سالبة حتى ولو كان سعر السهم مساوياً الصفر.

2- عندما يكون سعر التنفيذ مساويا الصفر أي $X = 0$

ستكون معادلة النموذج $c = S_0 N(d_1)$

ولكن عندما:

$$X = 0 \Rightarrow \ln\frac{S_0}{X} = +\infty \Rightarrow d_1, d_2 \to +\infty \Rightarrow N(d_1), N(d_2) \to +1 \Rightarrow c \approx S_0$$

4-4 سعر العقد وفق النموذج عندما يكون $\sigma = 0$:

ببساطة عندما يكون $\sigma = 0$ سيصبح السهم أصل عديم المخاطرة وبالتالي سينمو بمعدل العائد الخالي من المخاطرة وبالتالي عند تاريخ الانقضاء سيكون سعر السهم:

$S_T = S_0 e^{rT}$، وسعر الخيار عند تاريخ الانقضاء $c = Max(S_0 e^{rT} - X, 0)$

الآن بخصم المعادلة السابقة بمعدل العائد الخالي من المخاطرة نحصل على سعر الخيار أي:

$$c = Max(S_0 - Xe^{-rT}, 0)$$

وبالنسبة لنموذج بلاك وشولز فان تعويض $\sigma = 0$ ضمن النموذج سيجعل سعر الخيار:

$$c = Max(S_0 - Xe^{-rT}, 0)$$

ومنه نستنتج أنه عندما يكون $\sigma = 0$ فان عقد الخيار يصبح أصل عديم الخطر وبالتالي ليس هناك حاجة لاستخدام أي نموذج لتسعيره طالما أصبح سعره معروف أي بعبارة أخرى أن استخدام قاعدة الحد الأدنى تمكننا من معرفة سعر العقد في أي لحظة ضمن حياة الخيار ذلك لأن سعر الخيار أصبح مساوياً للحد الأدنى. وأخيراً ماينطبق على خيار الشراء ينطبق على خيار البيع مع الانتباه إلى الأفكار التي تم تناولها في المبحث الأول.

5- تقريب فيشر بلاك عام 1975 لتسعير خيار الشراء الأمريكي[1].

نحن نعلم من خلال ما تناولناه سابقاً أن خيار الشراء الأمريكي في حال عدم وجود توزيعات نقدية هو بالضبط نفسه خيار الشراء الأوربي أي بعبارة أخرى لن ينفذ حتى تاريخ الانقضاء وبالتالي فان معادلة النموذج تستخدم نفسها لتسعير كلاً من خيار الشراء الأوربي والأمريكي في حالة عدم وجود توزيعات نقدية ضمن حياة الخيار.

ولكن عندما يكون هناك توزيعات نقدية فان الخيار الأمريكي يمكن أن يُنفذ وذلك في الفترة الزمنية التي تسبق فترة Ex –dividend date، وبالتالي فان نموذج بلاك وشولز عام 1973 والمستخدم في تسعير الخيار الأوربي في حالة وجود توزيعات نقدية يكون غير دقيق في تسعير الخيار الأمريكي، ومن أجل ذلك قدم فيشر بلاك عام 1975 طريقة تقريبية أثبتت نجاحها بمعامل خطا بسيط لتسعير خيار الشراء الأمريكي وذلك في حالة وجود توزيعات نقدية ضمن حياته.

قبل الخوض في تفاصيل الطريقة ينبغي الإشارة إلى بعض النقاط الهامة لفهمها وهي:

1- طبقا لقاعدة الحد الأدنى فان سعر الخيار سيكون:

$$C \geq Max(S_0 - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{D_i e^{-rt_i}} - X\mathrm{e^{-rT}}, 0)$$

وإذا افترضنا أن هناك توزيع نقدي واحد $\mathrm{D_1}$ ضمن حياة الخيار وفترته الزمنية $\mathrm{t_1}$ وذلك قبل الدخول في فترة ex –dividend date، والخيار في حالة in the money فان تنفيذ مشتري الخيار للعقد في $\mathrm{t_1}$ سيؤدي إلى حصوله على مكاسب مالية قدرها $S_{\mathrm{t_1}} - X$، وعدم تنفيذه لعقد الخيار سيتبعه انخفاض لسعر السهم ليصبح $S_{\mathrm{t_1}} - \mathrm{D_1}$.

ولكن نحن نعلم من خلال ماسبق تناوله أن سعر الخيار سيكون:

$$C \geq S_{\mathrm{t_1}} - \mathrm{D_{t_1}} - X\mathrm{e^{-r(T-t_1)}}$$

طبعا C هو سعر الخيار في اللحظة $\mathrm{t_1}$.

في هذه النقطة بالذات إذا كان: $S_{\mathrm{t_1}} - X > S_{\mathrm{t_1}} - \mathrm{D_{t_1}} - X\mathrm{e^{-r(T-t_1)}}$.

أي $\mathrm{D_{t_1}} > X(1 - \mathrm{e^{-r(T-t_1)}})$

فان الخيار يمكن تنفيذه بشرط: $C \approx S_{\mathrm{t_1}} - \mathrm{D_{t_1}} - X\mathrm{e^{-r(T-t_1)}}$

وهذا يتحقق عندما تتحقق إحدى الحالات التالية:

1- $\mathrm{t_1} \rightarrow T$

2- S كبير بمافيه الكفاية أي العقد في حالة deep in the money.

3- $\sigma \rightarrow \epsilon$ حيث ϵ قيمة صغيرة جداً.

4- قيمة التوزيع النقدي كبيرة.

---

[1] - انظر في ذالك :

F. Black ,Fact and Fantasy in the use of options, Financial Analysts Journal, 1975, pp36-41,61-72.

وأخيراً يجب الإشارة إلى أنه يمكن أن يشترك أكثر من عامل من العوامل السابقة وبنسب مختلفة وذلك لجعل التنفيذ المبكر ممكن.

أما طريقة فيشر بلاك لتسعير خيار الشراء الأمريكي في حال وجود توزيعات نقدية فهي إجـــراء الاختبـــار السالف الذكر للتحقق من إمكانية التنفيذ المبكر، وطبقا له يرى فيشر بلاك القيام بعملية تسعير عدة خيـــارات تواريخ استحقاقها متوافقة مع التواريخ القابلة للتنفيذ، هذا بالإضافة إلى تسعير الخيار حتى تاريخ الانقضاء أي بعبارة أخرى تسعير خيار الشراء الأوربي وذلك في حال وجود توزيعات نقدية واتخاذ السعر الأعلى بينهـــا كسعر لعقد خيار الشراء الأمريكي.

بترجمة ماسبق رياضياً:

ولنفرض أن التوزيعات النقدية هي D_1, D_2, D_3 وتواريخها هي t_1, t_2, t_3.

طبعاً بعد القيام بالاختبار السابق تبين أن هناك إمكانية للتنفيذ المبكر ومنه [*]:

$$c = (S_0 - \sum_{i=1}^{3} \mathrm{D_i e^{-rt_i}})N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0 - \sum_{i=1}^{3} \mathrm{D_i e^{-rt_i}}}{X} + \left(r + 0.5\overset{*}{\sigma}^2\right)T}{\overset{*}{\sigma}\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \overset{*}{\sigma}\sqrt{T}$$

وفي حالة التنفيذ المبكر عند t_3 يكون:

$$c = (S_0 - \sum_{i=1}^{2} \mathrm{D_i e^{-rt_i}})N(d_1) - Xe^{-rt_3}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0 - \sum_{i=1}^{2} \mathrm{D_i e^{-rt_i}}}{X} + \left(r + 0.5\overset{**}{\sigma}^2\right)\mathrm{t_3}}{\overset{**}{\sigma}\sqrt{\mathrm{t_3}}}$$

$$d_2 = d_1 - \overset{**}{\sigma}\sqrt{\mathrm{t_3}}$$

وفي حالة التنفيذ المبكر عند t_2 يكون:

$$c = (S_0 - \mathrm{D_1 e^{-rt_1}})N(d_1) - Xe^{-rt_2}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0 - \mathrm{D_1 e^{-rt_1}}}{X} + \left(r + 0.5\overset{***}{\sigma}^2\right)\mathrm{t_2}}{\overset{**}{\sigma}\sqrt{\mathrm{t_2}}}$$

$$d_2 = d_1 - \overset{***}{\sigma}\sqrt{\mathrm{t_2}}$$

---

[*] - عند استخدام تباين العوائد التاريخية ينبغي تعديل الانحراف المعياري وذلك عندما يكون هناك توزيعات نقدية كالتالي :

$\overset{*}{\sigma} = \sigma.\frac{S_0}{S_0 - \sum_{i=1}^{3} \mathrm{D_i e^{-rt_i}}}$, $\overset{**}{\sigma} = \sigma.\frac{S_0}{S_0 - \sum_{i=1}^{2} \mathrm{D_i e^{-rt_i}}}$, $\overset{***}{\sigma} = \sigma.\frac{S_0}{S_0 - \mathrm{D_1 e^{-rt_1}}}$ ..... وهكذا .

وفي حالة التنفيذ المبكر عند t_1 يكون :

$$c = S_0 N(d_1) - X e^{-rt_1} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{X} + (r + 0.5\sigma^2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t_1}$$

وبعد المقارنة بين الأسعار السابقة يكون سعر خيار الشراء الأمريكي C أعلها سعراً.

وأخيراً ينبغي الإشارة إلى الملاحظة الجديرة بالاهتمام وهي انه في اغلب الحيان يكون التنفيذ المبكر ممكن وفي اغلب الحالات في التوزيع الأخير عنه في باقي التوزيعات السابقة[1].

بالنسبة لخيار البيع الأمريكي فان تنفيذه ممكن حتى ولو لم يكن هناك توزيعات نقدية وبالتالي فان نموذج باينوميال يعتبر من النماذج الجيدة لتسعيره.

[1] - انظر في ذالك :

John .C. Hull, Ibid, pp254-256.

6- حساسية سعر العقد لمتغيراته ضمن النموذج.

بعد التوصل إلى معادلة النموذج وذلك من خلال ما قدمناه في الصفحة (87-90) من هذا المبحث وجدنا أن سعر الخيار هو دالة لعدة متغيرات وهي:

سعر السهم S، سعر التنفيذ X، معدل العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر r، تباين العوائد المركبة المستمرة للسهم σ، طول فترة حياة الخيار T.

ونحن نعلم أن فرضيات النموذج كان من ضمنها أن σ، r ثابتين، هذا بالإضافة إلى أن الأسواق المنظمة لعقود الخيار تفترض أن سعر التنفيذ X ثابت ضمن حياة الخيار ولا يتغير إلا في حالات خاصة جداً كنا قد تناولناها في الفصل الأول.

الآن وبغض النظر عن فرضيات النموذج وعن ثبات سعر التنفيذ، سنقدم في هذا القسم تأثير كلاً من هذه المتغيرات على سعر العقد، ومن أجل ذلك وتوافقاً مع المصطلحات العالمية نقدم المصطلحات التالية كدلالة للتغير في سعر العقد عندما يتغير إحدى هذه المتغيرات مع ثبات المتغيرات الأخرى وهي[1]:

$Delta(\Delta)$: وهو يقيس التغير في سعر العقد عندما يتغير سعر السهم بمقدار صغير جداً

$Gamma(\Gamma)$: وهو يقيس التغير في $Delta(\Delta)$ عندما يتغير سعر السهم بمقدار صغير جداً

$Theta(\Theta)$: وهو يقيس التغير في سعر العقد عندما يتغير T بمقدار صغير جداً

$Vega(\nu)$❖: وهو يقيس التغير في سعر العقد عندما يتغير σ بمقدار صغير جداً

$Rho(P)$: وهو يقيس التغير في سعر العقد عندما يتغير r بمقدار صغير جداً

وينبغي الإشارة إلى الملاحظة الجديرة بالاهتمام وهي إن سعر العقد يخضع لتأثير أكثر من متغير وبالتالي ستتغير المعالجة، فعلى سبيل المثال إذا تم تتبع تأثير تغير سعر السهم، وتأثير الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر العقد فإن التمثيل البياني سيصبح تمثيل فراغي، ودراسة تغير سعر العقد ستكون هي دراسة لمتغيران (T, S) في آن واحد وتأثيرهما على سعر العقد.

6-1 تأثير القيمة السوقية للسهم على سعر العقد:

إن فكرة نموذج بلاك وشولز لتسعير العقد تقتضي بناء المحفظة المؤلفة من أسهم وعقود خيار تدفقاتها النقدية متماثلة وتسير في اتجاهات متعاكسة بحيث يلغي الارتفاع في احدهما الانخفاض في الآخر، ولكن ينبغي تعديل مكونات المحفظة بشكل لحظي وذلك للمحافظة على العائد الخالي من المخاطرة، فماذا يعني ذلك؟

الإجابة على هذا التساؤل ستكون بعد التعمق في فهم حيثيات هذا القسم.

بالعودة إلى معادلة النموذج سواءً خيار الشراء أو خيار البيع:

$$p = X * e^{-rT} * N(-d_2) - S * N(-d_1) \text{ ، } c = S * N(d_1) - X * e^{-rT} * N(d_2)$$

---

[1]-Robert. L McDonald, Ibid, PP382-383,873.

❖ - هذا الرمز يمكن أن يستعاض عنه وذلك توافقاً مع الرموز الإغريقية بـ $Kappa(K)$ أو $Lambda(\Lambda)$ ولكن تم اخذ $Vega(\nu)$ وذلك توافقاً مع كلمة Volatility والتي تعبر عن تباين سعر السهم.

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S}{X}+(r+0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \text{ و } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

الآن لمعرفة تأثير تغير سعر السهم بالنسبة لسعر العقد نقوم بالاشتقاق الجزئي بالنسبة لسعر السهم

$$Delta(\Delta_C) = \frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1) + \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \frac{\partial d_1}{\partial S} * S - \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} * \frac{\partial d_2}{\partial S} * Xe^{-rT}$$

ولكن $\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2}$, $\frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_2^2}$ ومنه:

$$S * \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} = S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2} = S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(d_2+\sigma\sqrt{T})^2} = S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5(d_2^2+2*d_2*\sigma\sqrt{T}+\sigma^2T)}$$

$$= S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_2^2} * e^{-d_2\sigma\sqrt{T}-0.5\sigma^2T\spadesuit} = S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_2^2} * e^{-\ln\frac{S}{X}-rT\clubsuit} = S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_2^2} * e^{-\ln\frac{Se^{+rT}}{X}}$$

$$= \frac{S * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_2^2}}{e^{+\ln\frac{Se^{+rT}}{X}\heartsuit}} = \frac{X * S * e^{-0.5d_2^2}}{\sqrt{2\pi} * S * e^{+rT}} = \boldsymbol{Xe^{-rT} * \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2}}$$

الآن نستطيع أن نكتب:

$$Delta(\Delta_c) = \frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1) + S * \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \left[\frac{\partial d_1}{\partial S} - \frac{\partial d_2}{\partial S}\right]$$

ولكن من خلال العلاقة $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ نستطيع أن نتوصل بسهولة وذلك من خلال اخذ تفاضل الطرفين بالنسبة لـــ S إلى أن $\frac{\partial d_1}{\partial S} = \frac{\partial d_2}{\partial S}$ ومنه:

$$\boldsymbol{Delta(\Delta_c) = \frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1)}$$

وبنفس الطريقة بالنسبة لخيار البيع نحصل على:

$$\boldsymbol{Delta(\Delta_p) = \frac{\partial p}{\partial S} = -N(-d_1) = -[1 - N(-d_1)] = N(d_1) - 1}$$

أو يمكن من خلال مفاضلة معادلة مساواة خيار الشراء والبيع الوصول إلى $Delta(\Delta_p)$.

الآن لتفسير ما سبق سنعتمد على بعض الأفكار الرياضية الهامة ومنها المعنى الهندسي للمشتق.

نحن نعلم أن مشتق التابع في نقطة التماس ماهو إلا ميل المماس أي ظل الزاوية التي يصنعها المماس مع محور السينات وبالتالي Δ_c هي ميل المماس والذي يتغير بتغير(S, c) ذلك لان العلاقة غير خطية في الحالة العامة بين سعر السهم وسعر عقد الخيار، ولتوضيح ذلك نورد الشكل التالي.

♠ - $d_1 = \frac{\ln\frac{S}{X}+(r+0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \Leftrightarrow d_1 * \sigma\sqrt{T} = \ln\frac{S}{X} + rT + 0.5\sigma^2T \Leftrightarrow -\ln\frac{S}{X} - rT = -d_1 * \sigma\sqrt{T} + 0.5\sigma^2T$

$\Leftrightarrow -\ln\frac{S}{X} - rT = -(d_2 + \sigma\sqrt{T}) * \sigma\sqrt{T} + 0.5\sigma^2T \Leftrightarrow -\ln\frac{S}{X} - rT = -d_2\sigma\sqrt{T} - 0.5\sigma^2T$

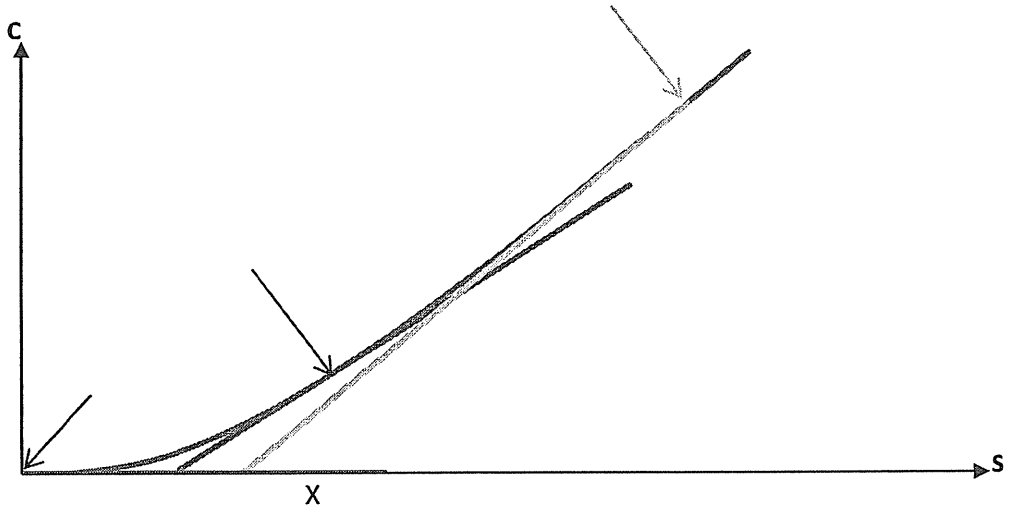
♦ - بتطبيق خواص اللوغاريتم :

$$-\ln\frac{S}{X} - rT = -\left[\ln\frac{S}{X} + \ln e^{+rT}\right] = -\ln\frac{Se^{+rT}}{X}$$

♥ - تعتبر هذه الخاصية من أهم الخواص والتي تربط بين التابع اللوغاريتمي وتقابله العكسي التابع الآسي النبري وهي:

$$\underset{L\in]0,\infty[}{e^{\ln L}} = L$$

الشكل رقم (2-11)



وطالما $0 \leq N(d_1) \leq 1$ فإنه وبالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ أن:

$S \to +\infty \Rightarrow \Delta_c = N(d_1) \to 1$ وهي حالة Deep in the money call option.

$S \to 0 \Rightarrow \Delta_c = N(d_1) \to 0$ وهي حالة Deep out of the money call option

$S \to X \Rightarrow \Delta_c = N(d_1) \to 0{,}5$ وهي حالة At the money call option.

ونفس المناقشة بالنسبة لـــ Δ_p:

$S \to 0 \Rightarrow \Delta_p = N(d_1) - 1 \to -1$ وهي حالة Deep in the money call option.

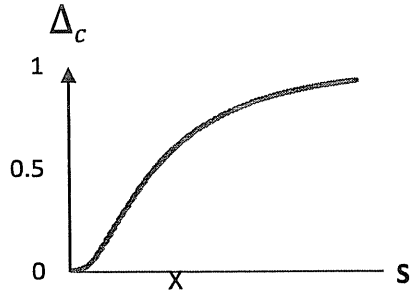
$S \to +\infty \Rightarrow \Delta_p = N(d_1) - 1 \to 0$ وهي حالة Deep out of the money call option

$S \to X \Rightarrow \Delta_p = N(d_1) - 1 \to -0{,}5$ وهي حالة At the money call option.

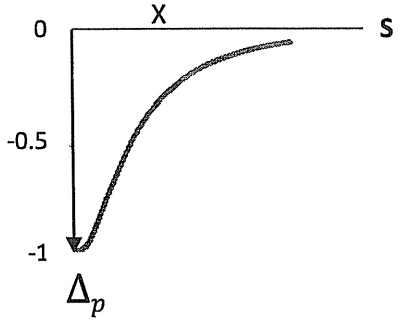
ولكن ينبغي الإشارة إلى أن حالة At هي أكثر الحالات تأثراً بمتغيرات النموذج لذلك من الممكن أن تبتعد قيمة Δ_p ، Δ_c عن 0.5 ، 0,5- .

ولتوضيح ماسبق نورد الشكلين التاليين.

الشكل رقم (2-12)



الشكل رقم (2-13)



بعد هذا التقديم نعود لفكرة النموذج لتوضيحها:

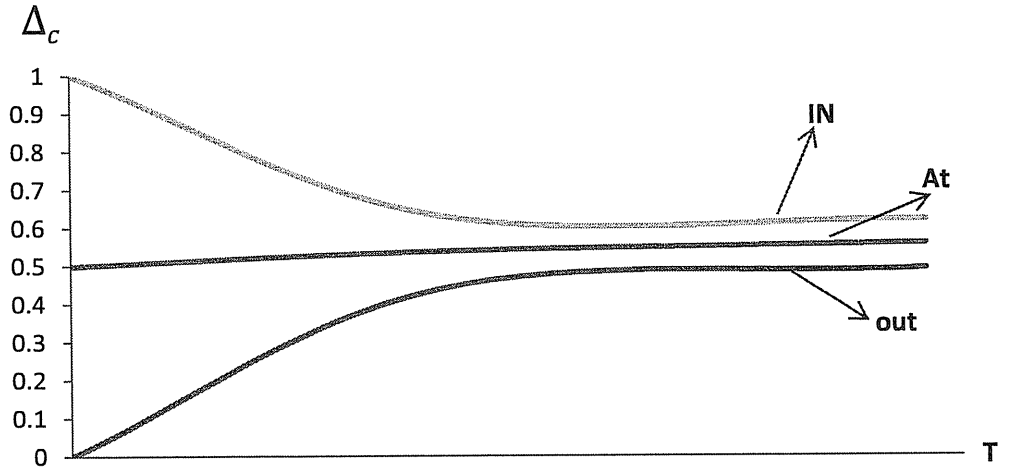
نحن نعلم أن $\frac{\delta c}{\delta S} \neq \frac{\partial c}{\partial S}$ ذلك لأن $\frac{\partial c}{\partial S} = \lim_{\delta S \to 0} \frac{\delta c}{\delta S}$

وبالتالي لكي يعكس التغير في سعر السهم مقدار التغير في سعر العقد يجب أن يكون التغير صغير جداً لذلك:

1- كان من ضمن فرضيات النموذج التداول المستمر وذلك ليكون الارتفاع أو الانخفاض في سعر السهم صغير جداً، وقد اعتمد بلاك في سلوك حركة سعر السهم على حركة براونين ليضمن ذلك.

2- طالما سعر العقد هو بالحقيقة دالة غير مستقرة حتى ولو كان سعر السهم ثابت ضمن فترة الخيار فإن تناقصT سيؤثر على سعر العقد وبالتالي سينعكس ذلك على Δ_c ، Δ_p ولتوضيح ذلك نقدم الشكل التالي.

الشكل رقم(2-14)



ومنه لكي نضمن العائد الخالي من المخاطرة في المحفظة أي لكي تكون المحفظة مغطاة بشكل كلي ينبغي تعديل مكوناتها بشكل لحظي.

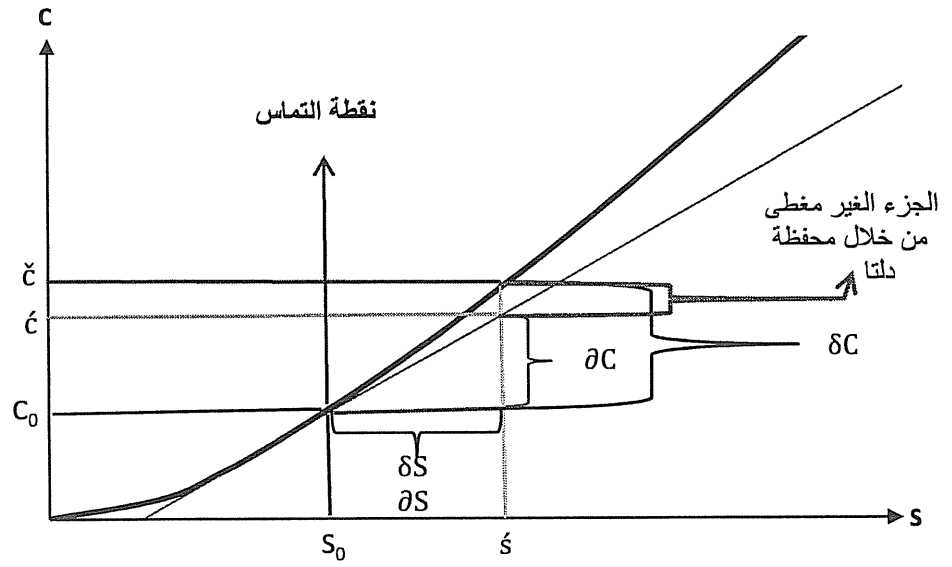
على الرغم من أن فكرة النموذج هي من الناحية الرياضية صحيحة إلا أن الواقع غير ذلك وذلك لأسباب عديدة نذكر منها.

1- أن التداول المستمر أمر غير واقعي ذلك لأن الأسواق المالية تغلق في أيام العطل.

2- إن عملية تغيير مكونات المحفظة بشكل مستمر هو أمر مرهق جداً أو حتى مستحيل ذلك لأن هناك تكاليف لبيع وشراء الأسهم.

3- إمكانية ارتفاع وانخفاض سعر السهم بكميات قد تكون صغيرة إلا أنها قد تفقد المحفظة تغطيتها الكلية وذلك لأن $\delta c \neq \Delta_c \delta S$ ولتوضيح الفكرة نقدم الشكل التالي❖:

الشكل رقم(2-15)



من خلال الشكل نلاحظ:

$$\Delta_c = N(d_1) = \frac{\partial c}{\partial S} \Longrightarrow \partial c = \Delta_c * \partial S = \acute{c} - c_0$$
$$\delta c = \check{c} - c_0 = \partial c + \epsilon$$

حيث ϵ هو معامل الخطأ الناتج عن محفظة دلتا والذي يزداد بازدياد δS.

وبالتالي نستنتج أن المتغير Δ_c لوحده غير كافي لحساب التغير في سعر الخيار، إذ أنه يعطي نتائج غير دقيقة تزداد بازدياد التغير في سعر السهم وبالتالي لا يمكن المحافظة على المحفظة المغطاة، ذلك لأن أرباح أو خسائر ارتفاع أو انخفاض سعر السهم لا يمكن إقفالها بخسائر أو أرباح عقد الخيار المحسوبة من خلال المتغير Δ_c الذي يعطي التغير بناءً على علاقة خطية بين سعر السهم وسعر العقد.

وكنتيجة منطقية للسابق ينبغي تعديل Δ_c لكي تعكس التغير في سعر السهم والذي يجعل المحفظة مكشوفة أي عرضة للخطر، وبالتالي سنحتاج إلى متغير آخر يدعى$Gamma(\Gamma)$ والذي يقيس التغير في $Delta(\Delta)$ عندما يتغير سعر السهم بمقدار صغير، ولكن قبل الخوض في تفاصيل محفظة (Γ, Δ) سنقوم بحساب هذا المتغير وندرس خواصه في الحالات المختلفة لماهية العقد.

$$\Gamma_c = \frac{\partial \Delta_C}{\partial S} = \frac{\partial \left[\frac{\partial c}{\partial S}\right]}{\partial S} = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \frac{\partial d_1}{\partial S} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5 d_1^2} * \frac{1}{S\sigma\sqrt{T}} = \frac{e^{-0.5 d_1^2}}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}$$

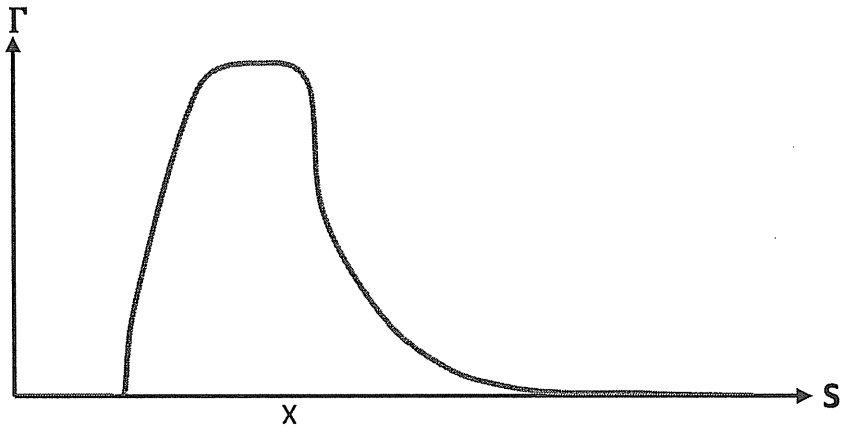
❖ - للاطلاع على الفكرة من الناحية الرياضية راجع المعنى الهندسي للتفاضل.
- عبد الرزاق الفاضل، الرياضيات العالية، ص340-342.
- ناصر شعباني وآخرون، الرياضيات 1، منشورات جامعة تشرين، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية،1997 ، ص306-308.

وبالنسبة لخيار البيع نستنتج بسهولة أن:

$$\Gamma_p = \Gamma_c = \frac{e^{-0.5d_1^2}}{S\sigma\sqrt{2\pi T}}$$

الآن لدراسة خواص المتغير Γ سنقدم بعض الأشكال والتي تفي بالغرض وذلك دون التطرق للمعالجة الرياضية حتى لا يكون هناك تكرار.

الشكل رقم (2-16)



بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ أن:

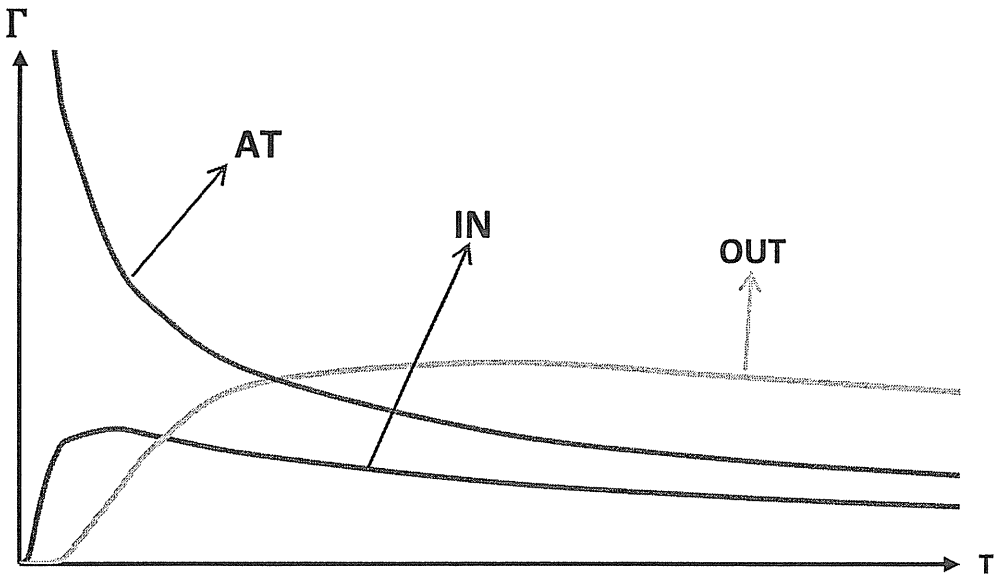
$\Gamma \longrightarrow 0$ عندما $S \longrightarrow \frac{0}{\infty}$ أي حالتي (Deep in the money option ، Deep Out of the money option)

أكبرقيمة $\longrightarrow \Gamma$ عندما $S \longrightarrow X$ أي **الاقتراب** من حالة (At the money option).

ومنه نستنتج أن سعر العقد يكون أكثر حساسية للتغير في سعر السهم عندما يكون العقد في حالة At، هذا الإضافة إلى أن المتغير Δ في هذه النقطة يكون أكثر بعداً عن الدقة لتمثيل تغير سعر العقد عندما يتغير سعر السهم عنه في الحالات الأخرى.

بالنظر إلى معادلة Γ نلاحظ أنه دالة أيضاً لـــ T وبالتالي لمعرفة تأثير T على Γ نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (2-17)



بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ أن تناقصT يؤدي إلى ارتفاع Γ ولكن هذا الارتفاع يبلغ حده الأعلى بشكل مبكر في عقد الخيار Out لينخفض بعد ذلك حتى يبلغ 0 عند تاريخ الانقضاء، أما عقد الخيارIN فيبلغ حده الأعلى بمرحلة متقدمة عن عقد الخيار Out ليبدأ بعد ذلك بالانخفاض حتى يبلغ 0، أما عقد الخيار At فان بلوغه لحده الأعلى يكون قريباً جداً من تاريخ الانقضاء وبالتالي يكون تأثير الوقت في أوجه عند حالة الـ At.

الآن بعد هذا التقديم نعود إلى الشكل رقم (2-15) ونقدم مدخل رياضي هام لشرح كيفية معرفة تغير سعر العقد بشكل أكثر دقة وذلك باستخدام ما يعرف بنظرية تايلور لنشر التوابع[1]:

نظرية تايلور:

أن الشرط اللازم والكافي لكي يكون التابع f(x) قابل للنشر في المجال $]-r,+r[$ حيث $r \neq 0$ وذلك وفق الصيغة

$$\mathbf{f(x) = f(a) + \frac{f'(a)*(x-a)}{1!} + \frac{f''(a)*(x-a)^2}{2!} + \dots\dots\dots\dots\dots + \frac{f^{n}(a)*(x-a)^n}{n!} + \cdots}$$

هو أن يكون قابل للاشتقاق عدد لا نهائي من المرات في ذلك المجال وأن يتناهى الحد الباقي إلى الصفر عندما $n \to \infty$.

بإسقاط ما سبق على عقد الخيار نلاحظ انه يمكن نشره وذلك في جوار $]S_0 - \delta, S_0 + \delta[$ للنقطة S_0، والذي يمكن أن يكون $]0, \infty[$ ومنه:

$$\mathbf{c = f(S_0) + \frac{f'(S_0)*(S-S_0)}{1!} + \frac{f''(S_0)*(S-S_0)^2}{2!} + \dots\dots\dots\dots\dots + \frac{f^{n}(S_0)*(S-S_0)^n}{n!} + \cdots}$$

بالتبديل في الصيغة السابقة والانتباه إلى أننا فرضنا $c = f(S)$ نحصل على:

[1] - انظر في ذلك :
نظير هلال، رياضيات 2، منشورات جامعة دمشق، كلية الهندسة الكهربائية، 1991، ص214-240.

$$c = c_0 + \Delta_C * \delta S + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!} + \frac{\Gamma'_S * \delta S^3}{3!} \dots\dots$$

ومنه نستنتج:

1- عندما $\delta S \to 0 \Longrightarrow \delta c = \partial c = \Delta_C * \partial S$ وهي التي استندت فكرة النموذج عليها بتغطية المحفظة.

2- عندما يكون δS صغير نسبياً يصبح $c - c_0 = \delta c = \Delta_C * \delta S + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!}$

وهي (Γ, Δ_C) والتي تعتبر أكثر دقة من دلتا في تغطية المحفظة.

3- عندما يكون δS كبير يصبح $c - c_0 = \delta c = \Delta_C * \delta S + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!} + \frac{\Gamma'_S * \delta S^3}{3!}$

وهكذا.

وأخيراً قد يتساءل الكثير ما هي فائدة ماسبق؟

الإجابة هي أنه يمكن باستخدام الفكر الرياضي المتقدم والذي يعتبر أساس الهندسة المالية من بناء محافظ مختلفة يمكن من خلالها التحكم بأي متغير وذلك من أجل التغطية الجزئية أو حتى الكلية متوافقاً بذلك مع الواقع العملي الذي يتصف بعدم القدرة على التداول المستمر، هذا بالإضافة إلى أن فرضية عدم وجود تكاليف للصفقات غير صحيحة وبالتالي يمكن باستخدام الأفكار السابقة تعديل مكونات المحفظة بشكل أسبوعي مع المحافظة على التغطية شبه الكاملة.

6-2 تأثير الوقت حتى تاريخ الانقضاء على سعر العقد.

قبل الشروع في هذا القسم يجب التنويه إلى أن الدراسة السابقة تناولت سعر العقد كدالة لسعر السهم، ولكن في الحقيقة نموذج بلاك وشولز لتسعير العقد هو دالة للمتغيران (T,S) وبالتالي للتوصل إلى المعادلة التفاضلية والتي استند عليها بلاك في تسعير الخيار ينبغي دراسة اثر المتغيران على سعر العقد أي دراسة $c = f(S,T)$. ولكن قبل الشروع في ذلك سنقدم أثر تغير الوقت حتى تاريخ الانقضاء T على سعر العقد c، ومن أجل ذلك سنقوم بحساب المشتق الأول لسعر العقد بالنسبة لـ T مع تثبيت بقية المتغيرات أي:

$$Theta(\Theta_c) = \frac{\partial c}{\partial T} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \frac{\partial d_1}{\partial T} * S + rXe^{-rT} * N(d_2) - \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} * \frac{\partial d_2}{\partial T} * Xe^{-rT}$$

ومن خلال ما توصلنا إليه سابقاً $\left[S * \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} = Xe^{-rT} * \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2}\right]$ نكتب:

$$\frac{\partial c}{\partial T} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * S\left[\frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial d_2}{\partial T}\right] \text{❖} + rXe^{-rT} * N(d_2) = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * S * \frac{\sigma}{2\sqrt{T}} + rXe^{-rT} * N(d_2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2} * S * \frac{\sigma}{2\sqrt{T}} + rXe^{-rT} * N(d_2) = \frac{S\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-0.5d_1^2} + rXe^{-rT} * N(d_2)$$

وبالنسبة لخيار البيع نستطيع بسهولة حساب $Theta(\Theta_p)$ وذلك كما سبق أو من علاقة مساواة عقد خيار الشراء والبيع $[p = c + Xe^{-rT} - S_0]$ وبالتالي:

$$Theta(\Theta_p) = \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{\partial c}{\partial T} - rXe^{-rT} \Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{S\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-0.5d_1^2} + rXe^{-rT} * N(d_2) - rXe^{-rT}$$

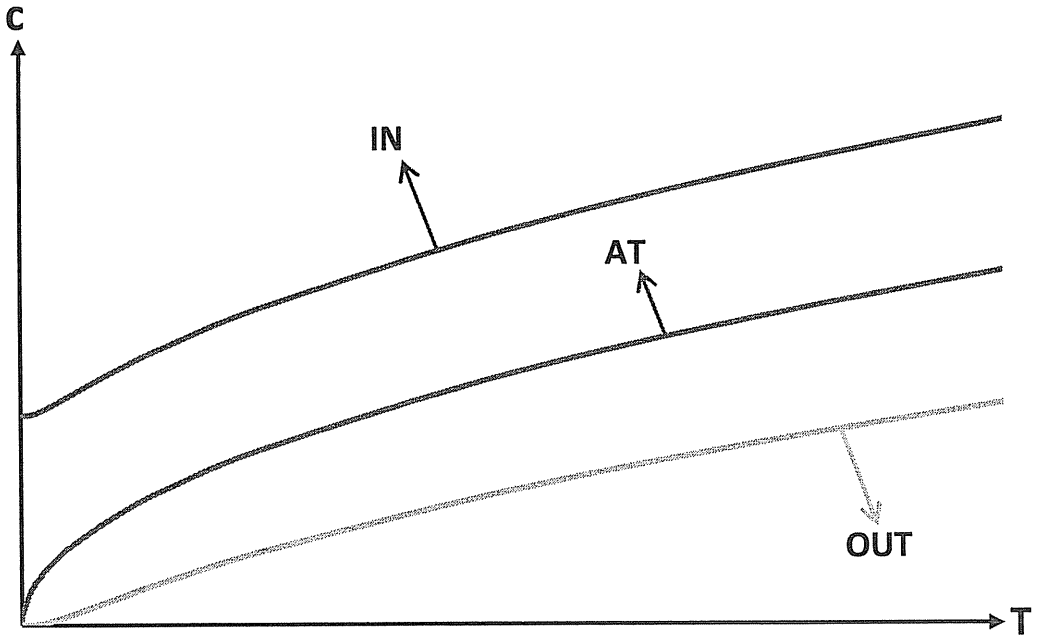
❖- $\frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial d_2}{\partial T} = \frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial (d_1 - \sigma\sqrt{T})}{\partial T} = \frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial d_1}{\partial T} + \frac{\partial (\sigma\sqrt{T})}{\partial T} = \frac{\sigma}{2\sqrt{T}}$

$$= \frac{S\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-0.5\hat{d}_1^2} - rXe^{-rT} * (1 - N(d_2)) = \frac{S\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-0.5\hat{d}_1^2} - rXe^{-rT} * N(-d_2)$$

وحتى لا يكون هناك مجال للالتباس، ذلك لان T كسر من العام وبالتالي انخفاض الوقت حتى تاريخ الانقضاء سيكون موجب أي $\delta T > 0$ لذلك ينبغي الانتباه لذلك من أجل إشارة $Theta$.

ومن أجل توضيح أثر T على c نقدم الشكل التالي:

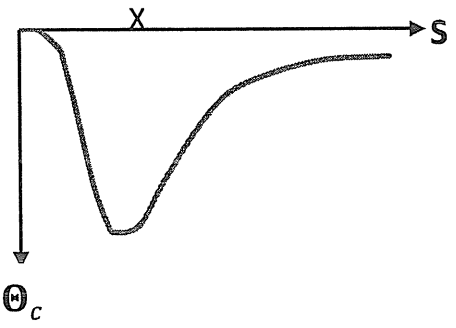
الشكل رقم (2-18)



من الشكل السابق نلاحظ أن سعر العقد يكون أكثر تأثراً لانخفاضT في حالة AT عنه في حالة IN,OUT

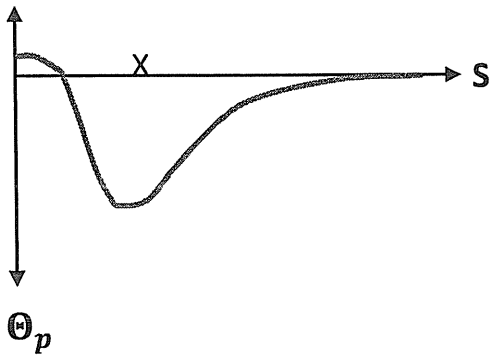
ولتوضيح أثر حالة العقد على المتغير Θ نقدم الشكلين التاليين:

الشكل رقم (2-19)



Θ_c

الشكل رقم (2-20)



Θ_p

بالنظر إلى الشكل رقم (2-19) نلاحظ أن:

1- $\Theta_c \longrightarrow 0$ عندما $S \longrightarrow 0$ أي حالة (Deep out of the money Call)، ذلك لأن سعر العقد يكون قريب من الصفر وحساسيته لانخفاض T تكون في أدنها.

2- $\Theta_c \longrightarrow -rXe^{-rT}$ عندما $S \longrightarrow \infty$ أي حالة (Deep In the money Call).

طبعاً يمكن استنتاج أن $\Theta_c \longrightarrow -rXe^{-rT}$ عندما $S \longrightarrow \infty$ وذلك من خلال معادلة Θ_c إذ أنه عندما:

$$S \longrightarrow \infty \Rightarrow \frac{S\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-0.5d_1^2} \longrightarrow 0, N(d_2) \rightarrow 1 .$$

3- أكبر قيمة $\longrightarrow \Theta_c$ عندما $S \longrightarrow X$ أي حالة (AT the money Call) ليتأكد بذلك أن سعر العقد c يكون أكثر حساسية لانخفاض T عنه في بقية الحالات.

بالنظر إلى الشكل رقم (2-20) نلاحظ أن:

1- $\Theta_p \longrightarrow 0$ عندما $S \longrightarrow \infty$ أي حالة (Deep out of the money Call)، أكبر قيمة $\longrightarrow \Theta_p$ عندما $S \longrightarrow X$ أي حالة (AT the money Call) والتي يكون عندها سعر العقد p أكثر حساسية لانخفاضT، ولكن الحالة الأهم وهي تأثير انخفاض تاريخ الانقضاء T بشكل ايجابي على سعر العقد p أي بعبارة أخرى ارتفاع سعر العقد وذلك على الرغم من اقتراب تاريخ الانقضاء، أما تفسير ذلك فيعود إلى أن القيمة المكافئة للعقد تكون أعلى من سعره وبالتالي وبالربط مع المبحث الأول تظهر الصورة جلية على أن عقد خيار البيع الأمريكي ممكن تنفيذه، وفي هذه النقطة يكون عقد الخيار الأمريكي أعلى قيمة من عقد الخيار الأوروبي، ليتأكد عدم قدرة نموذج بلاك على تسعير عقد خيار البيع الأمريكي.

وأخيراً ضمن هذا القسم وبعد تناول الأفكار السابقة سنقوم بالتوصل إلى المعادلة التفاضلية والتي تعتبر المفتاح الأساسي لتسعير كافة عقود الخيار وذلك بغض النظر عن الأصل المعقود عليه الخيار.

الآن وباستخدام منشور تايلور للتوابع لأكثر من متغير نكتب[1]:

$$c = f(S_0, T) + \frac{f'_S(S,T)*\delta S}{1!} + \frac{f'_T(S,T)*\delta T}{1!} + \frac{f''_S(S,T)*\delta S^2}{2!} + \frac{f''_T(S,T)*\delta T^2}{2!} + \frac{2*f''_{S,T}(S,T)*\delta S*\delta T}{2!} + \cdots$$

بالتبديل في الصيغة السابقة نحصل على:

$$\delta c = \Delta_c * \delta S + \Theta_c * \delta T + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!} + \frac{\Theta'_T * \delta T^2}{2!} + \cdots$$

وبنفس المناقشة في ص104

أي عندما δS , δT يكونان صغيران كفاية نستطيع أن نكتب:

$$\delta c = \Delta_C * \delta S + \Theta_C * \delta T + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!}$$

وبالعودة إلى فكرة النموذج نكتب:

$$V = \Delta_c * S - c$$
$$\delta V = \Delta_c * \delta S - \delta c$$

حيث:

V: المحفظة التي يجب تكوينها.

δV: تغير قيمة المحفظة عندما يتغير سعر السهم مع مرور الوقت طبعاً δT , δS صغيران كفاية.

♦ - ينبغي التنويه إلى أن الإشارة السالبة لاتدل على خطا في المشتق وإنما تدل على انخفاض سعر العقد نتيجة انخفاض T والذي هو حقيقة $\delta T > 0$ ، لذلك للتخلص من هذه المشكلة يفضل ضرب Θ_c ، Θ_p بإشارة سالبة.

[1] - للاطلاع انظر:

- Ruey .S. Tsay, Analysis of Financial, Ibid, pp 226-228.

طالما المحفظة مغطاة فستنمو بمعدل العائد الخالي من المخاطرة أي:

$$\delta V = r * V * \delta T \Longrightarrow \Delta_C * \delta S - \delta c = r * (\Delta_C * S - c) * \delta T \Longrightarrow$$

$$\Delta_C * \delta S - \Delta_C * \delta S - \Theta_C * \delta T - \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!} = r * \Delta_C * S * \delta T - r * c * \delta T \Longrightarrow$$

$$r * c * \delta T = r * \Delta_C * S * \delta T + \Theta_C * \delta T + \frac{\Gamma * \delta S^2}{2!}$$

إذا افترضنا أن سعر السهم يتغير بمقدار انحراف معياري خلال الفترة δT أي $\delta S = S * \sigma\sqrt{\delta T}$.

بالتعويض فيما سبق نحصل على:

$$r * c * \delta T = r * \Delta_C * S * \delta T + \Theta_C * \delta T + \frac{S^2 * \sigma^2 * \delta T * \Gamma}{2!}$$

بتقسيم الطرفين على δT نحصل على:

$$r * c = r * \Delta_C * S + \Theta_C * \delta T + \frac{S^2 * \sigma^2 * \Gamma}{2}$$

وهي المعادلة التفاضلية والتي قام بحلها العالم فيشر بلاك وتوصل إلى معادلة سعر عقد الخيار، هذا وتعتبر هذه المعادلة هي المفتاح الرئيسي لتسعير كافة المشتقات المالية على الأسهم وذلك من خلالها تقييدها ببعض الفرضيات والشروط.

6-3 تأثير التباين على سعر العقد.

على الرغم من أن نموذج بلاك وشولز يفترض أن التباين ثابت إلا أننا سنقوم بدراسة أثر تغير التباين على سعر العقد ولكن الدراسة ستكون موجزة في هذا القسم وفي الأقسام اللاحقة.

في الحقيقة هناك الكثير من الدراسات والتي أثبتت أن التباين هو دالة للزمن لذلك فرضية ثبات تباين العوائد عبر الزمن هي فرضية خاطئة وبالتالي سعر العقد سيصبح دالة لثلاث متغيرات هي T, S, σ أي:

$$c = f(S, T, \sigma).$$

الآن لمعرفة اثر تغير σ على سعر العقد نقوم باشتقاق معادلة النموذج بالنسبة لـ σ مع تثبيت بقية المتغيرات أي:

$$Vega(\nu_c) = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} * S - \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} * \frac{\partial d_2}{\partial \sigma} * Xe^{-rT} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * S\left[\frac{\partial d_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial d_2}{\partial \sigma}\right] \text{ ❖}$$

$$= \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * S * \sqrt{T} = \frac{S\sqrt{T}}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2}$$

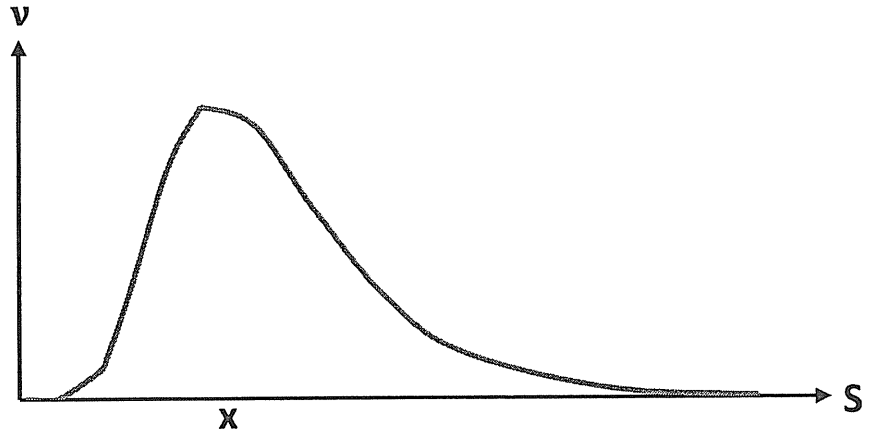
أما بالنسبة لعقد خيار البيع فيمكن بسهولة من خلال معادلة مساواة عقد خيار الشراء والبيع التوصل إلى:

$$Vega(\nu_p) = \frac{\partial p}{\partial \sigma} = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = \frac{S\sqrt{T}}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2}$$

ولتوضيح أثر حالة العقد على المتغير ν نقدم الشكل التالي.

❖ - $\frac{\partial d_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial d_2}{\partial \sigma} = \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial (d_1 - \sigma\sqrt{T})}{\partial \sigma} = \frac{\partial d_1}{\partial T} - \frac{\partial d_1}{\partial T} + \frac{\partial (\sigma\sqrt{T})}{\partial \sigma} = \sqrt{T}$

الشكل رقم (2-21)



بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ أن $\nu \longrightarrow 0$ عندما $S \longrightarrow \infty^{0}$ أي حالتي (Deep in the money option، Deep Out of the money option)، أكبرقيمة $\Gamma \longrightarrow$ عندما $S \longrightarrow X$ أي الاقتراب من حالة (At the money option).

وأخيراً يجب الإشارة إلى أن قياس اثر تباين التباين على سعر العقد يتم من خلال أخذ التغير كنسبة مئوية.

6-4 تأثير العائد الخالي من المخاطرة على سعر العقد.

أيضاً وعلى الرغم من أن نموذج بلاك يفترض أن معدل العائد الخالي من المخاطرة ثابت ضمن حياة الخيار إلا أننا سنقوم بدراسة تأثير تغير معدل العائد على سعر العقد لنصل إلى بعض النتائج التي تدعم هذه الفرضية، ومن اجل ذلك سنقوم باشتقاق معادلة سعر العقد بالنسبة لـ r مع تثبيت بقية المتغيرات.

$$\boldsymbol{Rho(P_c)} = \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * \frac{\partial d_1}{\partial r} * S + TXe^{-rT} * N(d_2) - \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} * \frac{\partial d_2}{\partial r} * Xe^{-rT}$$

$$= \frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} * S\left[\frac{\partial d_1}{\partial r} - \frac{\partial d_2}{\partial r}\right] \text{❖} + TXe^{-rT} * N(d_2) = \boldsymbol{TXe^{-rT} * N(d_2)}$$

وبالنسبة لعقد خيار البيع:

من خلال معادلة مساواة عقد البيع والشراء $[p = c + Xe^{-rT} - S_0]$ يكون:

$$\boldsymbol{Rho(P_p)} = \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{r}} = \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial \boldsymbol{r}} - Xe^{-rT} = TXe^{-rT} * N(d_2) - Xe^{-rT} = -TXe^{-rT} * (1 - N(d_2))$$

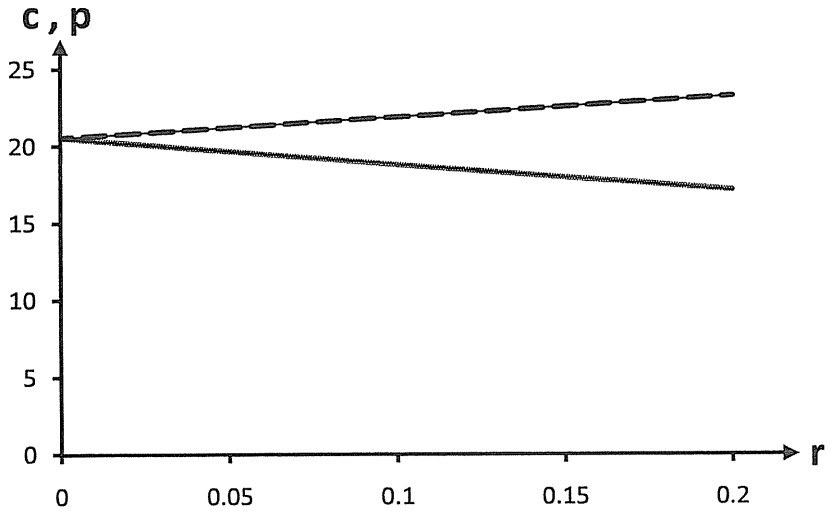
$$= \boldsymbol{-TXe^{-rT} * N(-d_2)}$$

الإشارة السالبة في $\boldsymbol{Rho(P_p)}$ تدل على العلاقة العكسية بين تغير معدل العائد الخالي من المخاطرة وتغير سعر عقد خيار البيع.

ولتوضيح العلاقة بين العائد الخالي من المخاطرة وسعر العقد نقدم الشكل التالي:

❖ - $\frac{\partial d_1}{\partial r} - \frac{\partial d_2}{\partial r} = \frac{\partial d_1}{\partial r} - \frac{\partial (d_1 - \sigma\sqrt{T})}{\partial r} = \frac{\partial d_1}{\partial r} - \frac{\partial d_1}{\partial r} + \frac{\partial (\sigma\sqrt{T})}{\partial r} = 0$

الشكل رقم (2-22)



بالنظر إلى الشكل السابق نلاحظ أن العلاقة قريبة جداً من الخطية ليتأكد على أن $\boldsymbol{Rho}$ مقياس دقيق لقياس التغير في سعر العقد نتيجة تغير معد العائد الخالي من المخاطرة، هذا بالإضافة إلى أن تغير معدل العائد الخالي من المخاطرة ليس له اثر كبير على تغير سعر العقد لندعم بذلك فرضية بلاك.

ولدراسة خواص المتغير $\boldsymbol{Rho}(\mathbf{P_c})$ يمكن بسهولة وبالنظر إلى معادلته الاستنتاج إلى أن هذا المتغير يزداد بازدياد T، ويزداد أيضاً بزيادة $N(d_2)$ أي عندما $S \longrightarrow \infty$ وينخفض ليبلغ الصفر عندما $N(d_2) \longrightarrow 0$ أي عندما $S \longrightarrow 0$، وبشكل معاكس بالنسبة لعقد خيار البيع مع الانتباه إلى أن $\boldsymbol{Rho}(\mathbf{P_p})$ يزداد أيضاً بزيادة T.

وأخيراً في نهاية هذا المبحث يجب الإشارة إلى انه يمكن معرفة تأثير أي متغير على سعر العقد باستخدام الأفكار التي تناولناها وذلك عندما يكون الأصل المعقود عليه الخيار أصل مالي غير السهم، لنؤكد بذلك على أنه مهما تعددت منتجات الهندسة المالية فإن امتلاك فكر رياضي وإحصائي يجعل التعامل في غاية السهولة وهذا ما أكده العالم الرياضي الراحل فيشر بلاك من خلال مسيرته إذ قد يتفاجئ البعض من خلال قراءة مقالاته وبعض مؤلفاته أنه تعامل مع معظم المشتقات المالية وقدم نماذج عديدة على الرغم من انه عالم رياضي وليس مالي.

الفصل الثالث

دراسة تطبيقية تستهدف تتبع اثر إدخال عقود الخيار على منحنى المحافظ الكفء

المبحث الأول: بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مكونة من تشكيلة مناسبة من الأسهم

1- محفظة الحد الأدنى من المخاطرة.

2- محفظة التماس.

3- منحنى الحدود المثلى.

المبحث الثاني: بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مختلطة من أسهم وعقود خيار شراء أوربية

1-بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول.

2-بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول والثاني.

تمهيد:

يهدف هذا الفصل إلى القيام بدراسة تطبيقية الغاية منها التأثير على منحنى المحافظ الكفء وذلك من خلال استخدام عقود الخيار، وقد تم تقسيم هذا الفصل إلى مبحثين، يتناول المبحث الأول منها بناء منحنى الحدود المثلى لعدة أسهم، أما المبحث الثاني فيتناول التأثير على منحنى الحدود المثلى وذلك بعد إدخال تشكيلة من عقود خيار الشراء الأوربية ومعرفة أثر هذا الإدخال على تخفيض المخاطرة وزيادة العائد، وأخيراً ضمن هذا الفصل التوصل إلى النتائج لهذا البحث.

المبحث الأول

بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مكونة من تشكيلة مناسبة من الأسهم.

مقدمة:

بداية وقبل الشروع في هذا المبحث ينبغي الإشارة إلى أن الأفكار التي تتعلق ببناء منحنى الحدود المثلى هي نفسها أفكار العالم هاري ماركوفيتز مع إسقاط:

1- فرض عدم القدرة على البيع المسبق.

2- فرض عدم القدرة على الإقراض والاقتراض عند معدل العائد الخالي من المخاطرة.

لينتج عن (1) أن يكون منحنى الحدود المثلى هو عبارة عن الجزء الأعلى من فرع القطع الزائد والذي يقع في الربع الأول والرابع لجملة متعامدة نظامية مكونة من محورين، حيث محور السينات هو محور الانحراف المعياري σ والذي يقيس تقلبات العائد للورقة المالية وجرت العادة على استخدام الانحراف المعياري كمقياس للخطر الكلي للورقة المالية، ومحور العينات والذي يعبر عن العائد المتوقع للورقة المالية والذي قمنا بتقديره من واقع البيانات التاريخية وذلك عن طريق حساب متوسط العوائد لكل ورقة، ولينتج عن (2,1) أن يكون منحنى الحدود المثلى هو عبارة عن خط سوق رأس المال والذي ينتج بالاستثمار بمحفظة التماس والعائد الخالي من المخاطرة وذلك حسب تفضيل المستثمر لعنصري العائد والمخاطرة. وحتى لايكون هناك مجال للالتباس فإننا نقصد بالمحاور الإحداثية في هذا الفصل بمحاور(المخاطرة –العائد) للمحافظ.

الآن ولغرض التوصل لمنحنى الحدود المثلى وذلك بعد إسقاط الفرض الأول سوف نستخدم أسلوب لاغرانج، هذا بالإضافة إلى استخدام جبر المصفوفات لتحقيق ذلك وفقاً للخطوات التالية:

1- إيجاد ذروة القطع الزائد والتي هي محفظة الحد الأدنى من المخاطرة.

2- إيجاد محفظة التماس والتي تعبر عن أفضل تشكيلة للعلاقة بين العائد والمخاطرة.

3- تتبع منحنى الحدود المثلى وذلك عن طريق المحاكاة بشكل نقطي من خلال تقييد العائد وحساب المخاطرة عند كل عائد.

أما بالنسبة للتوصل لمنحنى الحدود المثلى وذلك بعد إسقاط الفرض الأول والثاني فيتم ذلك من خلال إيجاد معادلة المستقيم والذي عُلمت نقطتين منه أي:

$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) x - x_1$$

$$\mu_{p-}r_f = \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right) * \sigma_p \implies \mu_p = \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right) * \sigma_p + r_f$$

حيث:

μ_m : عائد محفظة التماس

σ_m: خطر محفظة التماس

r_f : العائد الخالي من المخاطرة

1-محفظة الحد الأدنى من المخاطرة:

للوصول إلى محفظة الحد الأدنى ينبغي تقليل تابع الهدف التالي:

$$\sigma^2{}_P = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij} \quad \rightarrow \text{Min}$$

مع الأخذ بعين الاعتبار القيد التالي $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$

من أجل تحقيق ذلك سنستخدم طريقة مضاعف لاغرانج ليصبح تابع الهدف على الشكل التالي:

$$l(x_1 \dots\dots x_n, \lambda) = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij} + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right)$$

يتم تقليل هذه الدالة عندما يكون المشتق الأول بالنسبة إلى كل متغير مساوياً الصفر لينتج مجموعة المعادلات التالية:

$$\frac{\partial l}{\partial x_1} = 2x_1 \sigma^2{}_1 + 2x_2 \sigma_{12} + 2x_3 \sigma_{13} + \dots\dots\dots + 2x_n \sigma_{1n} + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_2} = 2x_2 \sigma^2{}_2 + 2x_1 \sigma_{21} + 2x_3 \sigma_{23} + \dots\dots\dots + 2x_n \sigma_{2n} + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_3} = 2x_3 \sigma^2{}_3 + 2x_1 \sigma_{31} + 2x_2 \sigma_{32} + \dots\dots\dots + 2x_n \sigma_{3n} + \lambda = 0$$

.

.

$$\frac{\partial l}{\partial x_n} = 2x_n \sigma^2{}_n + 2x_1 \sigma_{n1} + 2x_2 \sigma_{n2} + \dots\dots\dots + 2x_{n-1} \sigma_{nn-1} + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda} = x_1 + x_2 + \dots + x_n - 1 = 0$$

بإعادة ترتيب المعادلات السابقة واستخدام جبر المصفوفات نحصل على:

$$\begin{bmatrix} 2\Omega & I \\ I^T & O \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ x_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 1 \end{bmatrix}$$

حيث Ω: هي مصفوفة (*var-cov*)

I: مصفوفة واحديه مكونة من عامود واحد

I^T: مدور المصفوفة الواحديه

O: مصفوفة صفرية وحيدة العنصر

الآن لحساب الأوزان النسبية نقوم باستخدام الحل المصفوفي كإحدى الطرق المستخدمة لذلك وبالتالي نكتب:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ x_n \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\Omega & I \\ I^T & O \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 1 \end{bmatrix}$$

بعد الحصول على الأوزان النسبية لمحفظة الحد الأدنى نقوم بحساب عائد ومخاطرة محفظة الحد الأدنى ونقوم بتمثيلها بيانياً.

أما عن كيفية حساب عائد محفظة الحد الأدنى فهو كالتالي:

$$\mu_{pmin} = [x_{1min} \quad . \quad . \quad x_{nmin}] * \begin{bmatrix} \mu_1 \\ . \\ . \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

وبالنسبة لمخاطرة محفظة الحد الأدنى فهي:

$$sd_{pmin} = sqrt(\sigma^2{}_{pmin})$$

حيث:

$$\sigma^2{}_{pmin} = [x_{1min} \quad . \quad . \quad x_{nmin}] * [\Omega] * \begin{bmatrix} x_{1min} \\ . \\ . \\ x_{nmin} \end{bmatrix}$$

2-محفظة التماس:

لإيجاد محفظة التماس ينبغي تعظيم دالة الهدف التالية (مقياس شارب):

$$sh = \frac{\mu_{p-} r_f}{\sigma_p} \longrightarrow Max$$

مع الأخذ بعين الاعتبار القيود التالية:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$\mu_{p=} \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i$$

$$\sigma^2{}_p = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij}$$

بتعويض القيود السابقة بدالة الهدف نحصل على:

$$sh = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i - r_f}{\left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij} \right]^{0.5}}$$

ولكن طالما $r_f = \sum_{i=1}^{n} x_i r_f$

فان دالة الهدف تصبح:

$$sh = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i - \sum_{i=1}^{n} x_i r_f}{\left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij} \right]^{0.5}}$$

بإصلاح البسط ورفع المقام لأعلى نحصل على:

$$sh = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i (\mu_i - r_f) \right] * \left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i\, x_j \sigma_{ij} \right]^{-0.5}$$

ويتم تعظيم دالة الهدف عندما يكون المشتق الأول بالنسبة لكل متغير مساوياً الصفر أي $\frac{\partial sh}{\partial x_i} = 0$

ولتسهيل عملية الاشتقاق نقوم بإعادة الترميز حيث نفرض:

$$f_1(x_i) = [\sum_{i=1}^{n} x_i(\mu_i - r_f)]$$ القوس الأول

$$f_2(x_i) = \left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} x_i\, x_j\sigma_{ij}\right]^{-0.5}$$ والقوس الثاني

ليصبح لدينا:

$$\frac{\partial sh}{\partial x_i} = f'_1(x_i) * f_2(x_i) + f'_2(x_i) * f_1(x_i)$$

طبعاً يجب الانتباه إلى أن القوس الثاني هو تابع مرفوع لقوة.

$$f'_1(x_i) = (\mu_k - r_f) \qquad k \in \{1,2, \dots n\}$$

$$f'_2(x_i) = -0.5\left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} x_i\, x_j\sigma_{ij}\right]^{-\frac{3}{2}} * \left[2x_k\sigma^2{}_k + 2\sum_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{n} x_j\ \sigma_{jk}\right]$$

ومنه :

$$\frac{\partial sh}{\partial x_i} = (\mu_k - r_f) * \left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} x_i\, x_j\sigma_{ij}\right]^{-0.5} (*) -0.5\left[\sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} x_i\, x_j\sigma_{ij}\right]^{-\frac{3}{2}}$$
$$* \left[2x_k\sigma^2{}_k + 2\sum_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{n} x_j\ \sigma_{jk}\right] * \left[\sum_{i=1}^{n} x_i(\mu_i - r_f)\right] = 0$$

بضرب الطرفين بـــ σ_p نحصل على:

$$(\mu_k - r_f) - \left[x_k\sigma^2{}_k + \sum_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{n} x_j\ \sigma_{jk}\right] * \frac{[\sum_{i=1}^{n} x_i(\mu_i - r_f)]}{\sigma^2{}_P} = 0$$

$$\frac{[\sum_{i=1}^{n} x_i(\mu_i - r_f)]}{\sigma^2{}_P} = \lambda \Rightarrow$$ بفرض

$$\mu_k - r_f = \lambda x_k\sigma^2{}_k + \sum_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{n} \lambda x_j\ \sigma_{jk}$$

ومنه:

$$\mu_1 - r_f = \lambda x_1 \sigma^2{}_1 + \lambda x_2 \sigma_{12} + \lambda x_3 \sigma_{13} + \dots\dots\dots + \lambda x_n \sigma_{1n}$$
$$\mu_2 - r_f = \lambda x_2 \sigma^2{}_2 + \lambda x_1 \sigma_{21} + \lambda x_3 \sigma_{23} + \dots\dots\dots + \lambda x_n \sigma_{2n}$$
$$\mu_3 - r_f = \lambda x_3 \sigma^2{}_3 + \lambda x_1 \sigma_{31} + \lambda x_2 \sigma_{32} + \dots\dots\dots + \lambda x_n \sigma_{3n}$$

.

.

$$\mu_n - r_f = \lambda x_n \sigma^2{}_n + \lambda x_1 \sigma_{n1} + \lambda x_2 \sigma_{n2} + \dots\dots\dots + \lambda x_{n-1} \sigma_{nn-1}$$

بإعادة الترتيب وفرض $\lambda x_k = z_k$ نحصل على:

$$\mu_1 - r_f = z_1 \sigma^2{}_1 + z_2 \sigma_{12} + z_3 \sigma_{13} + \dots\dots\dots + z_n \sigma_{1n}$$
$$\mu_2 - r_f = z_1 \sigma_{21} + z_2 \sigma^2{}_2 + z_3 \sigma_{23} + \dots\dots\dots + z_n \sigma_{2n}$$
$$\mu_3 - r_f = z_1 \sigma_{31} + z_2 \sigma_{32} + z_3 \sigma^2{}_3 + \dots\dots\dots + z_n \sigma_{3n}$$

.

.

$$\mu_n - r_f = z_1 \sigma_{n1} + z_2 \sigma_{n2} + z_3 \sigma_{n3} \dots\dots\dots + z_n \sigma^2{}_n$$

باستخدام الحل المصفوفي ينتج لدينا:

$$[\Omega] * \begin{bmatrix} z_1 \\ . \\ . \\ . \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 - r_f \\ . \\ . \\ . \\ \mu_n - r_f \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} z_1 \\ . \\ . \\ . \\ z_n \end{bmatrix} = [\Omega]^{-1} * \begin{bmatrix} \mu_1 - r_f \\ . \\ . \\ . \\ \mu_n - r_f \end{bmatrix}$$

طبعاً:

$$\text{❖} x_1 = \frac{z_1}{\sum_{k=1}^{n} z_k}$$

بعد الحصول على الأوزان النسبية لمحفظة التماس نقوم بحساب عائدها ومخاطرتها كالتالي:

$$\mu_{pm} = [x_{1m} \quad . \quad . \quad x_{nm}] * \begin{bmatrix} \mu_1 \\ . \\ . \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

- ❖

$z_1 = \lambda x_1$

.

. $\Rightarrow \quad \sum_{k=1}^{n} z_k = \lambda \sum_{k=1}^{n} x_k \Rightarrow \sum_{k=1}^{n} z_k = \frac{z_1}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{z_1}{\sum_{k=1}^{n} z_k}$

$z_n = \lambda x_n$

$$sd_{pm=sqrt(\sigma^2 pm)}$$

$$\sigma^2{}_{pm} = [X_{1m} \quad \cdot \quad \cdot \quad X_{nm}] * [\Omega] * \begin{bmatrix} X_{1m} \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{nm} \end{bmatrix}$$

3-منحنى الحدود المثلى:

لإيجاد محنى الحدود المثلى سنعتمد على تقليل مستوى الخطر عند مستوى محدد من العائد، أي تقليل تابع الهدف التالي:

$$\sigma^2{}_P = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} X_i X_j \sigma_{ij} \quad \rightarrow \text{Min}$$

مع الأخذ بعين الاعتبار القيود التالية:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

$$\mu_{p0} = \sum_{i=1}^{n} X_i \mu_i$$

الآن من أجل تحقيق ذلك سنعتمد أيضاً على طريقة مضاعف لاغرانج ليصبح تابع الهدف على الشكل التالي:

$$l(x_1 \ldots\ldots x_n, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i \sigma^2{}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} X_i X_j \sigma_{ij} + + \lambda_1 \left(\sum_{i=1}^{n} X_i \mu_i - \mu_{p0} \right) + \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^{n} X_i - 1 \right)$$

وبنفس الطريقة يتم تقليل هذه الدالة عندما يكون المشتق الأول مساوياً الصفر لينتج المعادلات التالية:

$$\frac{\partial l}{\partial x_1} = 2x_1 \sigma^2{}_1 + 2x_2 \sigma_{12} + 2x_3 \sigma_{13} + \ldots\ldots\ldots + 2x_n \sigma_{1n} + \mu_1 \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_2} = 2x_2 \sigma^2{}_2 + 2x_1 \sigma_{21} + 2x_3 \sigma_{23} + \ldots\ldots\ldots + 2x_n \sigma_{2n} + \mu_2 \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial x_3} = 2x_3 \sigma^2{}_3 + 2x_1 \sigma_{31} + 2x_2 \sigma_{32} + \ldots\ldots\ldots + 2x_n \sigma_{3n} + \mu_3 \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

.

.

$$\frac{\partial l}{\partial x_n} = 2x_n \sigma^2{}_n + 2x_1 \sigma_{n1} + 2x_2 \sigma_{n2} + \ldots\ldots\ldots + 2x_{n-1} \sigma_{nn-1} + \mu_n \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_1} = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i - \mu_{p0} = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda_2} = x_1 + x_2 + \cdots + x_n - 1 = 0$$

بإعادة ترتيب المعادلات السابقة واستخدام جبر المصفوفات نحصل على:

$$\begin{bmatrix} 2\Omega & \mu & I \\ \mu^T & & 0 \\ I^T & & \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \mu_{p0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

حيث:

μ: شعاع العوائد المتوقعة

μ^T: مدور شعاع العوائد المتوقعة

0: مصفوفة صفرية مربعة مكونة من سطرين وعامودين .

الآن لحساب الأوزان النسبية نقوم باستخدام الحل المصفوفي وبالتالي نكتب:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\Omega & \mu & I \\ \mu^T & & 0 \\ I^T & & \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \mu_{p0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

بعد الحصول على الأوزان النسبية نقوم بحساب المخاطرة وذلك عند العائد μ_{p0}

$$sd_{p0=sqrt(\sigma^2{}_{p0})}$$

$$\sigma^2{}_{p0} = [x_1 \quad \cdot \quad \cdot \quad x_n] * [\Omega] * \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

بتغير العائد نحصل على أوزان نسبية جديدة، ومخاطرة جديدة عند هذا العائد وهكذا .....

الآن بعد هذا التقديم سنقوم بتطبيق ماسبق على عينة الدراسة المكونة من ست شركات والمأخوذة من مجتمع الدراسة(سوق عمان للأوراق المالية)، ولغاية التطبيق أي من اجل حساب العائد المتوقع اليومي هذا بالإضافة لحساب مصفوفة (var-cov) تم الاعتماد على البيانات التاريخية لحركة أسعار الأسهم وذلك ضمن الفترة (5/8-2010 - 17/5/2010).

أما بالنسبة للعائد الخالي من المخاطرة فقد تم الاعتماد على البيانات الصادرة من قبل المصرف المركزي الأردني وذلك خلال فترة الدراسة إذ تم تقديره بـــ(0.02425)، وتوافقاً مع الدراسة قام الباحث بحساب العائد الخالي من المخاطرة المركب المستمر السنوي وفق الخطوات التالية:

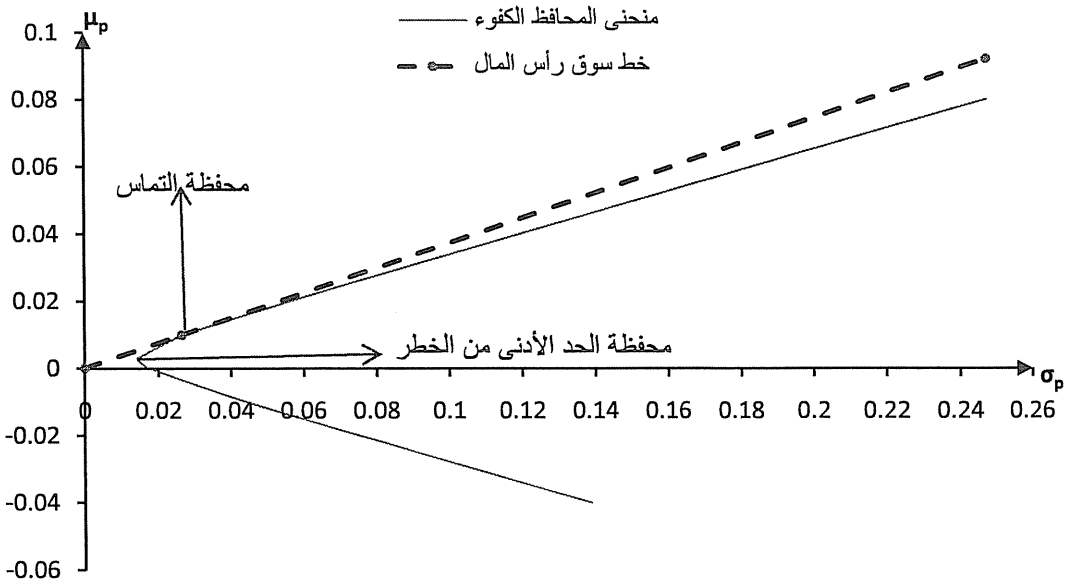
$$rf_{\text{سنوي بسيط}} = (1 + 0.02425)^2 - 1 = 0.049088$$

$$rf_{\text{سنوي مركب مستمر}} = \ln(1 + rf_{\text{سنوي بسيط}}) = 0.047921$$

$$rf_{\text{يومي مركب مستمر}} = e^{\frac{rf_{\text{سنوي مركب مستمر}}}{365}} - 1 = 0.000131$$

الآن وبالاعتماد على كل ماسبق نستطيع التوصل إلى منحنى الحدود المثلى والممثل بالشكل التالي:

الشكل رقم (3-1)



حيث:

1- الجزء الأعلى من القطع الزائد هو منحنى الحدود المثلى في حال إسقاط الفرض الأول.

2- الخط المستقيم هو منحنى الحدود المثلى في حال إسقاط الفرض الأول والثاني.

المبحث الثاني

بناء منحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مختلطة من أسهم وعقود خيار شراء أوربية .

مقدمة:

يهدف هذا المبحث إلى التوصل لمنحنى الحدود المثلى وذلك من خلال الاستثمار بمحافظ مكونة من أسهم وعقود خيار شراء أوربية، ومعرفة اثر هذا الاستثمار على تخفيض المخاطرة وزيادة العائد وذلك في حالتي:

1- إسقاط الفرض الأول.

2- إسقاط الفرضين الأول والثاني.

وللغاية المنشودة تم تقسيم هذا المبحث إلى قسمين، حيث يتناول القسم الأول منه بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول ومقارنته مع ماتم التوصل إليه في المبحث السابق، ويتناول القسم الثاني بناء منحنى الحدود المثلى وذلك في حال إسقاط كلا الفرضين ومقارنته مع ماسبق.

الآن وقبل الشروع في ذلك ينبغي توضيح بعض النقاط الهامة والتي قام الباحث بافتراضها وهي:

1- وجود عقود خيار شراء أوربية على الأسهم المتداولة في سوق عمان المالي وفترتها الزمنية هي من (17/5/2010-17/11/2010).

2- إيمان المستثمرون بنموذج بلاك وشولز كنموذج قياسي يتم من خلاله تحديد أسعار العقود.

3- الاعتماد على البيانات التاريخية لأسعار العقود للوصول إلى مصفوفة (var-cov).

4- الاعتماد على محفظة بلاك وشولز والتي استندت فكرة النموذج عليها في التوصل إلى معرفة العائد المتوقع لعقد الخيار وذلك كالتالي:

من خلال الفصل الثاني كنا قد أوضحنا أن $c = N(d_1)S + B$ ومنه:

$$\mu_c = \frac{N(d_1)S}{N(d_1)S+B} * \mu_s + \frac{B}{N(d_1)S+B} * r_f \Rightarrow \mu_c = \frac{N(d_1)S}{c} * \mu_s + \left(1 - \frac{N(d_1)S}{c}\right) * r_f$$

$$\Rightarrow \mu_c = \frac{N(d_1)S}{c} * (\mu_s - r_f) + r_f$$

1- بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول:

ببساطة للتوصل للهدف المطلوب ينبغي تكرار الخطوات السابقة والتي تناولناها في المبحث الأول وهي:

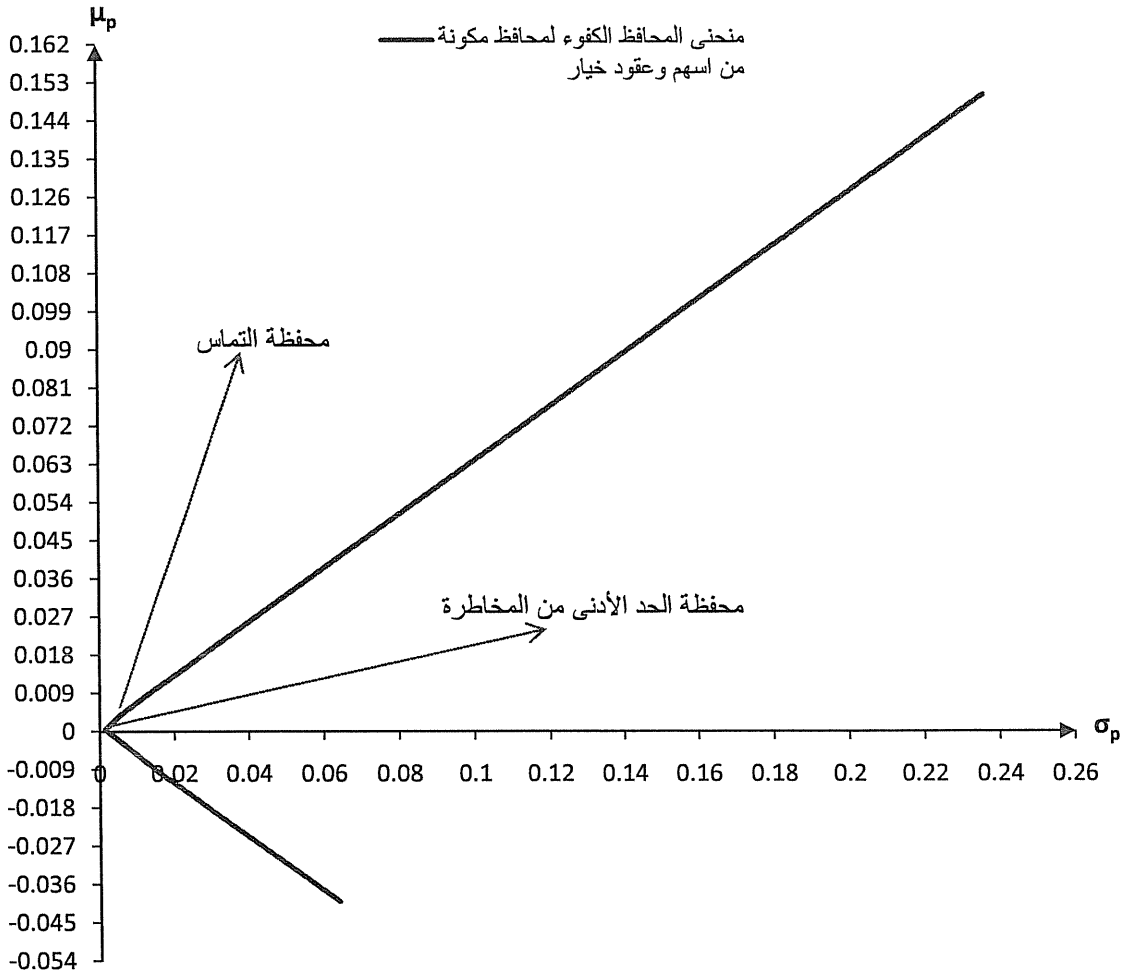
1- إيجاد ذروة القطع الزائد والتي هي محفظة الحد الأدنى من المخاطرة.

2- إيجاد محفظة التماس والتي تعبر عن أفضل تشكيلة للعلاقة بين العائد والمخاطرة.

3- تتبع منحنى الحدود المثلى وذلك عن طريق المحاكاة بشكل نقطي من خلال تقييد العائد وحساب المخاطرة عند كل عائد.

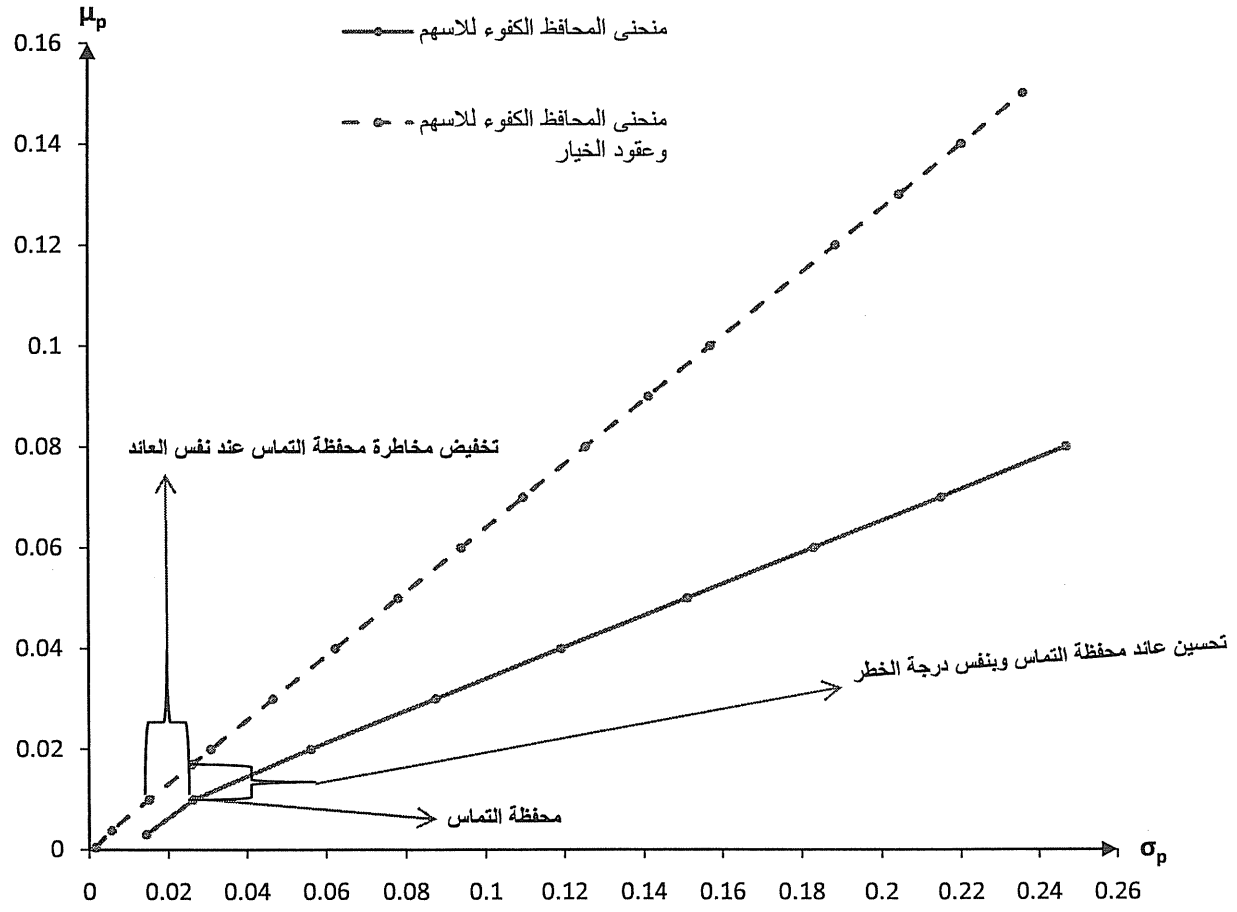
الآن وبعد الاستناد إلى الأفكار السابقة نستطيع التوصل إلى منحنى الحدود المثلى للمحافظ المكونة من أسهم وعقود خيار والمعبر عنه بالشكل التالي:

الشكل رقم (3-2)



ولمعرفة اثر إدخال عقود الخيار على تخفيض المخاطرة وزيادة العائد وذلك في حال إسقاط الفرض الأول نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (3-3)



2-بناء منحنى الحدود المثلى في حالة إسقاط الفرض الأول والثاني:

من خلال محفظة التماس التي تم التوصل إليها في القسم السابق يمكن إيجاد منحنى الحدود المثلى كالتالي:

$$\mu_p = \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}\right) * \sigma_p + r_f$$

حيث:

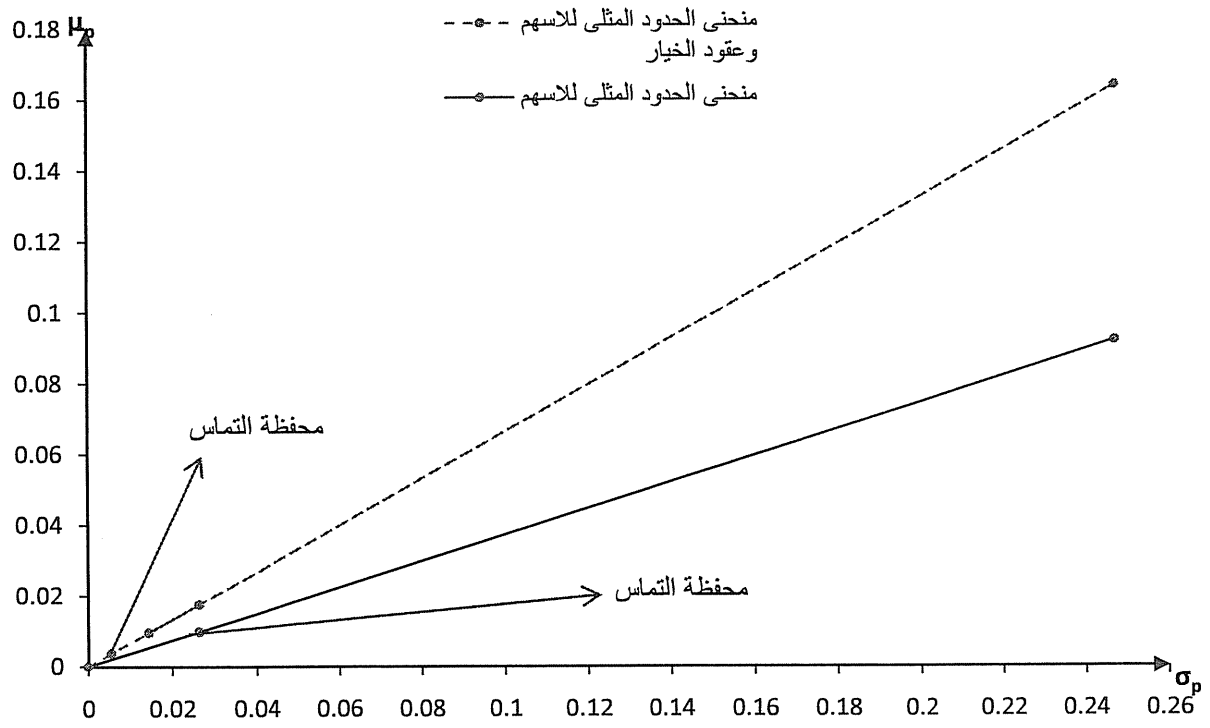
μ_m : عائد محفظة التماس

σ_m: خطر محفظة التماس

r_f : العائد الخالي من المخاطرة

الآن ولمعرفة اثر إدخال عقود الخيار على تخفيض المخاطرة وزيادة العائد وذلك في حال إسقاط الفرض الأول والثاني نقدم الشكل التالي:

الشكل رقم (3-4)



نتائج البحث:

أولاً: نتائج البحث على المستوى التحليلي.

توصل الباحث من خلال الدراسة التحليلية للنماذج الرياضية والإحصائية المستخدمة في تسعير عقود الخيار إلى نتائج عديدة نذكر بعضاً منها:

1- إن تسعير عقود الخيار وفق نموذج باينوميال باستخدام الاحتمالات الحقيقية لارتفاع وانخفاض سعر السهم هو تسعير عُقدي وذلك بسبب تغير نسبة التغطية في كل عقدة، لينتج عن ذلك بأن يكون معامل الخصم المُقدر متغير ضمن كل عقدة، لذلك تم استخدام العالم المحايد للمخاطرة في تسعير عقود الخيار لكونه يعطي نفس النتائج بعدد خطوات أقل هذا بالإضافة إلى السهولة في استخدامه.

2- إن الدقة في تسعير عقد الخيار وذلك باستخدام نموذج باينوميال تحتاج إلى تقسيم فترة الانقضاء إلى عدد كبير جداً، لينتج عن ذلك تقريب توزيع باينوميال إلى التوزيع الطبيعي أي بعبارة أخرى عدم دقة نموذج باينوميال في تسعير عقود الخيار الأوربية مقارنة بالنماذج التي اعتمدت على مدخل المتغير العشوائي المستمر للقيام بذلك.

3- عدم القدرة على التحوط الكامل من خلال استخدام محفظة بلاك وشولز وذلك لان التداول المستمر غير موجود في الواقع العملي، هذا بالإضافة إلى أن العلاقة بين سعر السهم وسعر عقد الخيار هي علاقة غير خطية.

4- إمكانية الوصول إلى محفظة مغطاة بنسبة كبيرة جداً وذلك من خلال تقليل نسبة الخطأ الناتجة عن العلاقة الغير خطية بين سعر السهم وسعر عقد الخيار، ويتم ذلك باستخدام منشور تايلور وهذا يتطلب إدخال تشكيلة من عقود خيار مواصفاتها مختلفة من حيث(سعر التنفيذ ، تاريخ الانقضاء.....) على نفس السهم.

ثانياً: نتائج البحث على المستوى التطبيقي.

توصل الباحث من خلال القيام بالدراسة التطبيقية إلى النتائج التالية:

1- انخفاض مخاطرة وزيادة عوائد منحنى المحافظ الكفء بعد إدخال عقود الخيار وذلك عند إسقاط الفرض الأول، ولكن بنسبة أقل من انخفاض المخاطرة وزيادة العائد بعد إسقاط الفرضين الأول والثاني.

2- إن نسب الاستثمار في محافظ الأسهم وعقود الخيار والتي نتج عنها منحنى المحافظ الكفء بعد إدخال عقود الخيار كانت متعاكسة أي شراء السهم مقابل تحرير عقد خيار على هذا السهم أو بيع السهم بشكل مسبق وشراء عقد خيار عليه.

3- إن انخفاض مخاطرة وزيادة عوائد منحنى المحافظ الكفء بعد إدخال عقود الخيار يعزى للتعاكس السابق، ليتأكد بذلك على أهمية محفظة بلاك وشولز الغير مغطاة بشكل كلي على تحقيق عوائد عند درجات مختلفة من المخاطرة وذلك حسب الاقتراب أو الابتعاد عن نسبة التغطية والتي تطرقنا لها سابقاً.

تمت بعون الله وبحمده

الملاحق

الجدول رقم 1

اسم الشركة	متوسط العائد المركب اليومي	الانحراف المعياري	عدد المشاهدات
الإنماء	0.007289745	0.031614155	57
العبور للشحن والنقل	0.001631166	0.035793462	57
الدرة	0.003544327	0.03096611	57
الأهلية للمشاريع	0.001012427	0.024226805	57
الخزف الأردنية	0.011679793	0.032377813	57
ميثاق	0.001337322	0.023609118	57

الملاحق

الجدول رقم 1

اسم الشركة	متوسط العائد المركب اليومي	الانحراف المعياري	عدد المشاهدات
الإنماء	0.007289745	0.031614155	57
العبور للشحن والنقل	0.001631166	0.035793462	57
الدرة	0.003544327	0.03096611	57
الأهلية للمشاريع	0.001012427	0.024226805	57
الخزف الأردنية	0.011679793	0.032377813	57
ميثاق	0.001337322	0.023609118	57

الجدول رقم 2

Var-cov(stock)	الإنماء	الشحن والنقل	الدرة	الأهلية للمشاريع	الخزف الأردنية	ميثاق
الإنماء	0.0009819	-.000126256	0.00046	7.48332E-05	0.000452502	9.4E-05
الشحن والنقل	-0.0001263	0.00125869	-0.0003	0.000168	2.73824E-05	6.4E-05
الدرة	0.0004643	-0.00030534	0.00094	-1.67584E-5	0.000328515	0.00018
الأهلية للمشاريع	7.4833E-05	0.00016848	-2E-05	0.000576	-1.5793E-05	9.3E-05
الخزف الأردنية	0.0004525	2.73824E-05	0.00033	-1.57928E-5	0.001029931	9.7E-05
ميثاق	9.4444E-05	6.43094E-05	0.00018	9.29441E-05	9.73976E-05	0.00055

الجدول رقم 3

الورقة المالية	العائد المتوقع
سهم الإنماء	0.007289745
سهم الشحن والنقل	0.001631166
سهم الدرة	0.003544327
سهم الأهلية للمشاريع	0.001012427
سهم الخزف الأردنية	0.011679793
سهم الميثاق	0.001337322
عقد خيار الشراء على سهم الإنماء	0.019694077
عقد خيار الشراء على سهم الشحن والنقل	0.006879626
عقد خيار الشراء على سهم الدرة	0.014520996
عقد خيار الشراء على سهم الأهلية للمشاريع	0.004884432
عقد خيار الشراء على سهم الخزف الأردنية	0.023503713

الجدول رقم 4

Var-cov(stock, option)	سهم الإنماء	سهم الشحن والنقل	سهم الدرة	سهم الأهلية للمشاريع	سهم الخزف الأردنية	سهم الميثاق	عقد خيار الشراء على سهم الإنماء	عقد خيار الشراء على سهم الشحن والنقل	عقد خيار الشراء على سهم الدرة	عقد خيار الشراء على سهم الأهلية للمشاريع	عقد خيار الشراء على سهم الخزف الأردنية
سهم الإنماء	0.00098	-0.00013	0.00046	0.00007	0.00045	0.00009	0.00408	-0.00079	0.00241	0.00045	0.00159
سهم الشحن والنقل	-0.00013	0.00126	-0.00031	0.00017	0.00003	0.00006	-0.00046	0.00542	-0.00177	0.00090	-0.00021
سهم الدرة	0.00046	-0.00031	0.00094	-0.00002	0.00033	0.00018	0.00188	-0.00161	0.00517	-0.00001	0.00136
سهم الأهلية للمشاريع	0.00007	0.00017	-0.00002	0.00058	-0.00002	0.00009	0.00034	0.00079	-0.00018	0.00314	-0.00002
سهم الخزف الأردنية	0.00045	0.00003	0.00033	-0.00002	0.00103	0.00010	0.00191	0.00016	0.00196	-0.00011	0.00339
سهم الميثاق	0.00009	0.00006	0.00018	0.00009	0.00010	0.00055	0.00045	0.00012	0.00115	0.00052	0.00044
عقد خيار الشراء على سهم الإنماء	0.00408	-0.00046	0.00188	0.00034	0.00191	0.00045	0.01754	-0.00275	0.01005	0.00200	0.00699
عقد خيار الشراء على سهم الشحن والنقل	-0.00079	0.00542	-0.00161	0.00079	0.00016	0.00012	-0.00275	0.02936	-0.00880	0.00448	-0.00075
عقد خيار الشراء على سهم الدرة	0.00241	-0.00177	0.00517	-0.00018	0.00196	0.00115	0.01005	-0.00880	0.02910	-0.00056	0.00801
عقد خيار الشراء على سهم الأهلية للمشاريع	0.00045	0.00090	-0.00001	0.00314	-0.00011	0.00052	0.00200	0.00448	-0.00056	0.01724	-0.00016
عقد خيار الشراء على سهم الخزف الأردنية	0.00159	-0.00021	0.00136	-0.00002	0.00339	0.00044	0.00699	-0.00075	0.00801	-0.00016	0.01229

المراجع باللغة العربية :

1- أبو حمدة، عبد الواحد، **الرياضيات العامة4**، منشورات جامعة دمشق، كلية العلوم، 1992.

2- أحمد، صلاح، **الاحتمالات**، جامعة دمشق، كلية العلوم، 1981.

3- بحبوح، محي الدين، مللي، جمال يوسف، **التحليل 3**، جامعة دمشق، كلية العلوم،2005.

4- البياتي، محمود مهدي، القاضي، دلال، **الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والاقتصادية**، دار الحاقة للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2006.

5- التميمي، أرشد فؤاد ،سلام، أسامة عزمي، **الاستثمار بالأوراق المالية تحليل وإدارة**، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2004.

6- حماد، طارق عبد العال، **المشتقات المالية**، جامعة عين شمس، الدار الجامعية للنشر و التوزيع، 2001.

7- حميدان، عدنان عباس وآخرون، **مبادئ الإحصاء**، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد، 2004.

8- الحويماني، فهد، **المال والاستثمار في الأسواق المالية**، الطبعة الثانية، 2006.

9- خواجة، خالد زهدي، **أساسيات الاحتمالات**، المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية.

10- الداغر، محمود محمد، **الأسواق المالية**، دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2005.

11- دولينغ، إدوارد ت، **الطرق الرياضية للإدارة والاقتصاد**، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية مصر، الطبعة الأولى، 2003.

12- الراوي، خالد رهيب، **إدارة المخاطر المالية**، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2009.

13- السيفو، وليد إسماعيل، مشعل، ذكية أحمد، **الرياضيات في العلوم الاقتصادية والتجارية**، الأهلية للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2004.

14- شعباني، ناصر نديم وآخرون، **الرياضيات1**، منشورات جامعة تشرين، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، 1995.

15- شعباني، ناصر نديم وآخرون، **الرياضيات2**، منشورات جامعة تشرين، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية، 1997.

16- الصابوني، رجاء، **الرياضيات6**، منشورات جامعة دمشق، كلية الهندسة الكهربائية، 1990 .

17- علوان، قاسم نايف، **إدارة الاستثمارات بين النظرية والتطبيق**، دار الثقافة للنشر، عمان، الطبعة الأولى، 2009.

18- العلي، أحمد، **إدارة الاستثمار والمحافظ الاستثمارية**، منشورات جامعة دمشق، 2007.

19- الفاضل، عبد الرزاق، **الرياضيات العالية**، منشورات جامعة دمشق، 1998.

20- القاضي، دلال وآخرون، **الإحصاء للإداريين والاقتصاديين**، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، 2005.

21- كنجو، أنيس إسماعيل، **الإحصاء والاحتمال**، الرياض، الطبعة الأولى، 2000.

22- مصطفى، عبد الحفيظ محمد فوزي، **الاستدلال الإحصائي (نظرية التقدير)**، جامعة ناصر، الجماهيرية العظمى،1999.

23- مطر، محمد، **إدارة الاستثمارات**، دار وائل، عمان، الطبعة الخامسة، 2009.

24- النعيمي، عدنان تايه وآخرون، **الإدارة المالية (النظرية والتطبيق)**، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الطبعة الأولى، 2007.

25- هلال، نظير، **رياضيات 2**، جامعة دمشق، كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية،1991.

26- هندي، منير إبراهيم، **إدارة المخاطر باستخدام عقود الخيار**، الإسكندرية منشأة المعارف، 2007.

27- هندي، منير إبراهيم، **الأوراق المالية وأسواق المال**، الإسكندرية منشأة المعارف، 2006.

28- هندي، منير إبراهيم، **الفكر الحديث في مجال الاستثمار**، الإسكندرية، 1995.

المراجع باللغة الانكليزية:

1- Arditti, D. Fred, **A comprehensive Resource For Option, Future, Interest Rate Swaps**, Harvard college, 1996.

2- Black, F. **Fact & Fantasy In The Use Of Options** , Financial Analysis Journal, 1975.

3- Bodie, Z. Kane, A. & Marcus, A. **Investment**, Mc Grow, Hill, 5^{th} edition, 2001.

4- Capinski, Marek & Zastawniak, Tomasz, **Mathematic For Finance, An Introduction To Financial Engineering**, 2003.

5- Chalasani, Prasad & JHA, Sonesh, **Stochastic Calculus & Finance**, Steven E. Shreve, 1993.

6- Chance, Don & Brooks, Robert, **an introduction to Derivatives & Risk management** , 7^{th}edition, 2008.

7- Chisholm, M. Andrew, **An Introduction to Capital Markets**, John Wiley,2002.

8- Cohen, Guy, **The Bible Of Option Strategies**, 1^{st} edition, FTP rentice, hall, 2005.

9- Cornett, Saunders, **Financial Markets & Institutions**, 3^{rd} edition, N.Y, Mc Grow hill, 2007.

10- Cox, J. Ross, S. & Rubinstein, M. **Option Pricing**, Journal Of Financial Economics, 1979.

11- Cvitanie, Jaksa & Zapatero, Fernando, **Introduction To The Economics & Mathematics Of Financial markets**, 2004.

12- Elton, Edwing & others , **Modern Portfolio & Investment Analysis**, 2002.

13- Fabozzi, Frank J. & Peterson, Pamela P. **Financial Management & Analysis**, Wiley Finance, 2^{nd} edition, 2003.

14- Hull, C. John, **Option, Futures & Other derivatives**, Prentice Hall, 5^{th} edition, 2006.

15- Johnson, R. &Giaccotto, **Option & Futures**, Minn, Wesr Publishing Company,2002.

16- Mc Donald, L. Robert, **Derivatives Market**, 2^{nd} edition, 2006 .

17- Merton, Robert C. **Theory Of Rational option pricing**, Bell journal Of Economics, 1973.

18-Reillg, K. Frank & Brown , C. Keith, **Investment Analysis & Portfolio Management** , 6^{th} edition, 2002.

19-Rorres, Anton, **Elementary Linear Algebra**, John Wiley & Sons, Inc, 2^{nd} edition, 2005.

20-Rouah, Fabrice Douglas & Nainberg, Gregory, **Option Pricing Models & Volatility**, John Wiley, 2007.

21-Sampson, Michael, **An Introduction To Mathematical Economics**, Part 1, Loglinear Publications, 2001.

22-Sampson, Michael, **An Introduction To Mathematical Economics**, Part 2, Loglinear Publications, 2001.

23-Tsay, Ruey S .**Analysis Of Financial Time Series**, John Wiley, 2002.

24-Whaley, E. Robert, **Derivatives Market Valuation & Risk Management**, John Wiley, 2006.

25-Wilmott, Paul, Howison Sam &Dewynne, Jeff, **The Mathematics Of Financial Derivatives**, 1995.